

物質科学を学ぶための
電磁気学の基礎事項

名古屋大学大学院・環境学研究科
名古屋大学理学部・地球惑星科学科

教授 川邊 岩夫

(2011年9月8日)

はじめに

電磁気学は実用的にも理論的にも重要であるが、学びにくい学問である。多岐にわたる個別現象を理解した後、基本則の Maxwell 方程式にたどり着き、電磁場の問題、相対論との関連などをさらに理解せねばならない。応用上の問題も多様で、これらは基本則から再度考察される。古典電磁気学と呼ばれるこの内容は、19 世紀後半から末にかけてその体系の礎が築かれた。しかし、電磁気学の体系化がベクトル代数学と手を取り合って進んだことも関連して、電磁気学の理解にはベクトル解析の知識は不可欠である。また、磁性や磁場の問題は、古典電磁気学の枠組みを超えて量子論や相対論まで枠組みを広げて考えない限り、なかなか明快なものには見えてこない。筆者も学生時代の電磁気学の勉強では、苦労はすれども爽快感が得られない苦しみを味わった。

“幸い”にして筆者は電磁気学の講義を担当することはないが、担当講義の一つとして、地球科学系の学部学生に対する化学熱力学を毎年受け持っている。化学にも、電気化学と呼ばれる電磁気学と重なる分野があり、そこには化学熱力学の講義でも取り上げるべき項目が含まれている。半年間の講義では十分な時間が割けないが、少なくとも電気化学での起電力、電位などの考え方は明確にしておきたいので、講義メモの類いを作成し受講生に配布することで講義時間を節約してきた。しかし、最近では、電磁気学そのものに遡って「講義録」を作った方が結局は明快な説明が出来るのではないかと思うようになった。その理由は、以下に記す通り幾つかある。

- (1) 電気化学の基礎の理解には電子の電気化学ポテンシャルが重要となるが、この説明は電磁気学の初めの部分、静電場から述べた方がむしろ分かりやすい。
- (2) フェルミ準位、仕事関数などの考え方との関連だけではなく、通常の水溶液イオンや荷電化学種の反応を熱力学で取り扱う際には、これらを“電荷を持たない化学種”として通常の化学ポテンシャルで扱い、電気化学ポテンシャルを持ち出さなくても良い仕組みが用意されていることも説明しておきたい。

(3) 高校理科の履修科目として物理を選択しない高校生が増加している為、大学入学後から物理や物理化学の勉強を始める学生もいる。そのような学生の意欲を持続させるにも、電磁気学の初歩から始める説明の方が望ましい。数学については、「高校での選択・不選択」はそれほど深刻ではないように見えるので、数式表現は、必要な説明を掲げる限り、あまり慎重になることはない。

(4) 学部・大学院での担当講義のテキスト以外にも、これまでに量子力学、解析力学、統計力学の「自己流講義録」を作った。学生時代とは異なりそれなりの爽快感が得られることが判った。自らの研究・教育基盤を強化するために始めた作業ではあるが、教える側に身を置いて学ぶことが大変効率的な学習法であることを再認識した。

(5) 今井 功著「電磁気学を考える」から大きな刺激を受けた。今井氏は、従来の電磁気学の構成自体が電磁気学を「学びにくい学問」にしているのではないかと指摘し、新たな「電磁気学の構成」を提案された。「電磁気学は、運動量とエネルギーの保存則から説明可能な一つの力学系」であるとの氏の主張は、「Maxwell 方程式は美しい」と思う精神的余裕を得ないまま学生時代を過ごした筆者には魅力的に聞こえる。

以上の理由から、本書の主たる目的は、理科系学部 2, 3 年生を念頭に、電気化学の基礎を理解するために電磁気学の内容を整理することにある。§1-§12 がこれに当たる。§13 以降の後半部分では、電磁気学の全体について考える。目標レベルは、電磁波の散乱理論が物質構造を解明する手法の基礎であることを理解出来る程度とし、電磁気学と物質科学との関連に留意した。

電磁気学の法則がローレンツ変換に不変であることが、特殊相対性理論の誕生につながった。この問題も最後の §27, §28 で議論する。電磁気学、とりわけ、磁場が何を意味するかは、その相対論記述を経由することで少し納得できる気分になる。また、筆者は元素の起源と核化学についての講義も担当してきているが、時間の制約から、 $E = mc^2$ を前提にして議論を進めている。この不十分さを補う為に、特殊相対性理論の初歩を別の形にまとめたいと思って来た。

§ 27, § 28 にはこの思いも込めている.

記述に当っては, 理科系学部 2, 3 年生の読者を想定した. しかし, 特別な予備知識を前提にせず, 自己完結的な記述となるように努めたので, 平均的な理科系学部新生の知識と少しの忍耐心と好奇心があれば大半の内容の理解はできると思う. 筆者自身は電磁気学の専門家ではないので, これは華麗でオーソドックな電磁気学の講義録はではない. しかし, 筆者自身が理系学生と同じように, 電磁気学を学ぼうとする側にいる点で, 専門家による電磁気学のテキストとは違った特色を出せればと思って記述した. 電気化学や電磁気学の基礎を学んでみたいが, 「ハードルが高そうに見える」と思っている理系学生にとって, 何らかの支援となることを願っている.

2011 年 9 月 8 日

川邊 岩夫

はじめに	ii~iv
目次	v~ix
§ 1 電気素量とクーロンの法則	1~5
1) 電荷と電気素量,	
2) クーロンの法則	
3) S I 単位系とクーロンの法則の係数の意味	
4) クーロンの法則の「-2乗」ほどの程度正確なのか?	
§ 2 静電場と近接作用	6~11
1) 点電荷が作る静電場	
2) 近接作用と遠隔作用の考え方	
§ 3 連続分布する電荷による静電場	12~23
1) 連続的に分布する電荷による電場と体積積分	
2) デルタ関数を用いた点電荷分布の表現	
3) 簡単な静電場の例	
§ 4 ベクトル解析	24~33
1) ナブラ・ベクトル演算子	
2) ベクトルの発散	
3) 連続の式と電荷保存則	
4) ベクトルの回転	
5) rot に関する恒等式	
6) 三つのベクトルに関する三重積の公式	
§ 5 ガウスの法則と発散定理	34~44
1) ガウスの法則	
2) 複数の電荷が分布する場合のガウスの法則	
3) 連続分布する電荷にたいするガウスの法則	
4) 微分形のガウスの法則	
§ 6 ストークスの定理と静電ポテンシャル	45~76
1) 静電場内での電荷を変位させるに必要な仕事	
2) ベクトルの線積分が経路に依存しない条件	
3) ストークスの定理	
4) 線積分が経路に依存しない条件とストークスの定理	
5) クーロン電場は $\text{rot}\mathbf{E} = 0$ を満足する	
6) 静電ポテンシャルと電位差	
7) 静電場のエネルギー保存則と $\text{rot}\mathbf{E} = 0$	
8) 静電場と電位の例	
9) 電気双極子	
10) 電荷分布の双極子近似	
§ 7 静電場の基本則とポアソン, ラプラスの方程式	77~96
1) 静電場の基本式	
2) ポアソンとラプラスの方程式	

3)	グリーンの定理	
4)	グリーンの公式と静電ポテンシャル	
5)	グリーンの公式：ポアソン方程式の解	
6)	不連続面が存在する場合：一重層，二重層のポテンシャル	
§ 8	導体が存在する場合の電場と静電ポテンシャル	97~114
1)	導体の性質と静電誘導	
2)	導体表面の電場	
3)	金属内部の電位，仕事関数，フェルミ準位	
4)	導体表面と点電荷の系：鏡像法の例	
5)	冷陰極放電とトンネル効果	
6)	異種金属の接触電位	
§ 9	電気化学ポテンシャル	115~128
1)	電子の電気化学ポテンシャル	
2)	電子の電気化学ポテンシャルで考える接触電位	
3)	異種金属の接触ループ	
4)	化学電池の起電力	
5)	電池内での正味の化学反応の ΔG と起電力	
§ 10	反応の親和力と電池の起電力	129~147
1)	化学反応駆動力としての親和力：外場が無視できる場合	
2)	様々な不可逆過程でのエントロピー生成	
3)	不可逆過程としての電気伝導：電流とオームの法則	
4)	化学反応駆動力としての親和力：静電場が存在する場合	
§ 11	標準水素電極と標準電極電位	148~156
1)	標準電極電位測定できない個別電極電位（半電池の起電力）	
2)	標準水素電極	
3)	標準化学ポテンシャルと活量	
§ 12	水溶液中のイオンの熱力学量と水素イオン規約	157~174
1)	水溶液中の個別イオンの熱力学量	
2)	$\bar{S}^0(H^+, aq) = 0$ の規約は水素イオン規約と矛盾しないか？	
3)	イオンの熱力学データを利用する例題	
4)	水素イオン規約とイオンの水和エンタルピー	
§ 13	誘電体と静電場	175~192
1)	絶縁体と誘電体	
2)	誘起電気双極子と永久電気双極子	
3)	電気分極ベクトル	
4)	電束密度と誘電率	
5)	誘電体の境界面	
6)	電束密度と電気力線	
§ 14	静電エネルギーと電気容量	193~211
1)	複数の点電荷からなる系の静電エネルギー	
2)	電気容量	
3)	電気容量係数と電位係数	

4) 相反定理	
5) 同心導体球殻の電位係数と容量係数	
6) 静電遮蔽	
§ 1 5 近接力と Maxwell 応力	212~249
1) 連続体に作用する物体力と表面力	
2) 表面力による応力成分の定義	
3) 連続体の運動法則	
4) 運動方程式と表面力	
5) 運動量保存則と作用・反作用の法則	
6) 表面力 $T(n)$ と応力テンソルの関係：近接力の表現方法	
7) Maxwell の応力テンソル	
8) Maxwell 応力テンソルと電気力線	
9) Maxwell 応力と電磁気学の基本法則	
§ 1 6 磁石と地球磁場	250~258
1) 磁石としての鉱物：磁鉄鉱	
2) 羅針盤，地磁気，磁力の逆二乗則	
3) 電流による磁場，電磁誘導，電子のスピン	
4) 地磁気のダイナモ・モデル	
§ 1 7 定常電流の性質	259~268
1) 定常電流と電荷保存則	
2) オームの法則と電気伝導度	
3) 導体の電気伝導機構とジュール熱	
4) 起電力を含む回路でのオームの法則	
5) キルヒホッフの法則	
§ 1 8 定常電流と静磁場 (1)	269~290
1) 導線電流に働く力と電流単位の定義	
2) 磁場と磁束密度	
3) 静磁場の下で導線電流に作用する力 (アンペールの力)	
4) 一様静磁場の下に置かれた正方回路に働く回転力	
5) 直線電流の作る静磁場：ビオー・サバルの法則	
6) 荷電粒子に作用する力：ローレンツ力	
7) アンペールの法則と磁場強度 (H)	
§ 1 9 定常電流と静磁場 (2)	291~328
1) 磁場とベクトル・ポテンシャル	
2) 静磁場と静電場の相似性	
3) 円形環状電流と磁気双極子	
4) “磁荷” と電荷とボーア磁子	
5) 電流が作る磁場：平面，円筒状コイル，円形状コイル，長方形コイル， 長方形断面の中空筒状コイル	
§ 2 0 磁性体と静磁場	329~343
1) 磁化と磁化ベクトル	
2) 常磁性，反磁性，強磁性	

3) 磁化電流と磁化ベクトル	
4) 磁化電流も含めたアンペールの法則	
5) 磁化率と透磁率	
§ 2 1 電磁誘導	344~357
1) Faraday の電磁誘導の発見とレンツの法則	
2) 一般的な磁束の定義	
3) 運動する導線回路の起電力と磁束変化	
4) 電磁誘導の一般的表現	
§ 2 2 Maxwell 方程式	358~391
1) 電荷保存則と Maxwell の変位電流	
2) コンデンサーの放電電流	
3) Maxwell 方程式	
4) 電磁場における点電荷系の運動方程式	
5) 電磁場のエネルギーとポインティング・ベクトル \mathbf{S}	
6) 電磁場における荷電粒子系のエネルギー保存則	
7) 電磁場における荷電粒子系の運動量保存則	
8) 電磁場の Maxwell 応力テンソル：電気力線と磁力線	
§ 2 3 準定常電流と交流回路	392~422
1) 準定常電流の近似	
2) コイルの自己誘導係数と相互誘導係数	
3) 電流回路と過渡現象	
4) 磁場のエネルギー	
5) 電流回路方程式の解	
§ 2 4 電磁波	423~454
1) Maxwell 方程式と真空中の電磁波	
2) 波動方程式とその解	
3) 電磁波の平面波解	
4) 横波と縦波，自然光と偏光	
§ 2 5 電磁ポテンシャルとゲージ変換	455~495
1) Maxwell 方程式と電磁ポテンシャル (φ, \mathbf{A})	
2) ベクトル・ポテンシャル \mathbf{A} の任意性とゲージ変換	
3) ローレンツ条件 (ローレンツ・ゲージ)	
4) クーロン条件 (クーロン・ゲージ)	
5) 電磁ポテンシャルから考える真空中の電磁場	
6) 荷電粒子の運動に対する Lagrangian と Hamiltonian	
7) ベクトル・ポテンシャルの平面波展開による自由電磁場	
§ 2 6 電磁波の放出と散乱	496~546
1) 点源からの球面波と遅延ポテンシャル	
2) 電荷分布の双極子近似と電磁波の放出	
3) 遠方に伝播する電磁波	
4) 放出電磁波の強度と方位依存性	
5) 電磁波の散乱：散乱波の電磁場，入射電磁波および散乱電磁波の強度， 偏光因子の問題，散乱断面積，現実物質の電子による電磁波	

	(X線)の散乱	
	6) 運動する点電荷のポテンシャル (Liénard-Wiechert potential)	
	7) 運動する点電荷のポテンシャルとローレンツの発見	
§ 2 7	相対論と電磁気学	547~580
	1) 相対性論を育んだ電磁気学	
	2) 座標系により異なる電場と磁場	
	3) 二つの座標系電磁場の相互変換	
	4) ローレンツ短縮と時計の遅れ	
	5) ガリレイ変換とローレンツ変換	
	6) Einstein による相対性原理と光速度不変の原理	
	7) Einstein が特殊相対性論を発見したのか?	
	8) Hilbert による一般相対性理論の盗用問題	
§ 2 8	相対論的運動方程式と電磁気学	581~664
	1) 四次元時空とローレンツ変換	
	2) 二次元時空のローレンツ変換	
	3) ローレンツ変換と基本テンソル	
	4) 相対論的運動方程式と $E = mc^2$	
	5) 4元ベクトルによる電磁気学の法則	
	6) Maxwell 方程式のテンソル表現	
	7) ローレンツ力：荷電粒子の相対論的運動方程式	
	8) 等速運動の荷電粒子による電磁場とそのローレンツ変換	
	付録A：X線散乱・回折と物質の構造	665~689
	付録B：一般的なローレンツ変換	690~692
	付録C：電磁場のローレンツ変換	693~698
	付録D：電磁気学と単位系	699~723
	参考文献	724~727
	終りに	728~731