

空気～水～土骨格連成有限変形解析手法の開発と
粘性土地盤上の不飽和盛土の地震時安定問題への適用

吉 川 高 広

Development of a soil-water-air coupled finite deformation
analysis method and its application to seismic stability
problems of an unsaturated embankment on a clayey ground

June, 2015

Takahiro YOSHIKAWA

目次

1	序論	1
2	空気～水～土骨格連成有限変形初期値境界値問題の定式化と数値解析手法の適用	5
2.1	はじめに	5
2.2	空気～水～土骨格連成有限変形初期値境界値問題の定式化	5
2.2.1	はじめに	5
2.2.2	混合体理論に基づく不飽和土の力学の支配方程式	7
2.2.3	有限変形場の速度型運動方程式を有する空気～水～土骨格三相系支配方程式 の定式化	8
2.2.4	不飽和土の問題を実際に解く場合に連立する方程式	12
2.3	数値解析手法の適用	14
2.3.1	はじめに	14
2.3.2	三相系の定式化に基づく速度型運動方程式の弱形式と有限要素離散化	14
2.3.3	慣性項を含む水（または空気）～土骨格連成式と水分特性式の物理モデル	15
2.3.4	三相系の定式化における有限変形問題で解くべき全体連立一次常微分方程式	18
2.3.5	三相系の有限変形問題で解くべき連立一次方程式（「全体接線剛性方程式」）	19
2.3.6	加速度、速度、位置ベクトルおよび各種状態量の更新方法	21
2.4	慣性力を考慮した空気～水～土骨格連成有限変形解析による一様変形場の実現	22
2.4.1	はじめに	22
2.4.2	等体積条件を満たす二次元平面ひずみ一様変形場の理論的考察	22
2.4.3	慣性力を考慮した空気～水～土骨格連成有限変形解析コードによる一様変形場 の実現	25
2.5	飽和度 s^w を陽に未知数にして解く利点について	31
2.5.1	はじめに	31
2.5.2	水分特性曲線の最大飽和度以上の飽和度値を示す不飽和土三軸供試体の 側圧一定・非排水・非排気せん断試験のシミュレーション	31
2.5.3	水分特性曲線において飽和度の代わりに体積含水率または含水比を用いた場合 の考察	36
2.6	結論	38
3	低背圧下での側圧一定非排水三軸試験における「飽和土」供試体のキャビテーション を伴う不飽和土化	39
3.1	はじめに	39
3.2	計算条件	40
3.3	計算結果	43

3.4	飽和度が異なる密詰め砂供試体の非排水せん断挙動の違い	46
3.5	結論	47
4	側圧一定の各種排水・排気条件下にある不飽和シルト供試体の三軸せん断挙動に及ぼす	
	空気連成効果	48
4.1	はじめに	48
4.2	参照実験の概要と解析条件	49
4.3	サクシヨン付与過程・等方圧密過程	54
4.4	排水・排気（サクシヨン一定）せん断試験	56
4.5	非排水・非排気せん断試験	59
4.6	非排水・空気圧制御せん断試験	61
4.7	各種排水・排気条件下にある不飽和シルト三軸試験の一樣変形場における構成式応答	65
4.8	結論	68
5	粘性土地盤上の閉封飽和域を有する不飽和盛土の地震時挙動に及ぼす地下水位影響解析	70
5.1	はじめに	70
5.2	解析条件	71
5.3	盛土築造時の解析結果	78
5.4	地震中・地震後の解析結果	82
5.5	盛土内で地震後に生じる水位上昇のメカニズム	90
5.6	二相系解析と三相系解析の比較	92
5.7	結論	93
6	結論	95
	参考文献	97

付 録 目 次

A1	水（または空気）～土骨格連成式の有限要素表現における具体式の導出	A1
A2	空気圧制御により定体積状態を満たす境界の空気圧を算出する方法	A3
A3	地盤の初期状態の計算方法	A4
A3.1	深さ方向に均質な初期過圧密比・構造・異方性を有する地盤の間隙比と応力の決定法	A4
A3.2	深さ方向に均質な初期構造（または過圧密比）・異方性・間隙比を有する地盤の過圧密比（または構造）と応力の決定法	A5
A3.3	初期間隙水压分布の与え方	A5
A3.4	地下水位以浅の初期間隙空気圧分布の与え方	A5
A3.5	地下水位以深の初期飽和度分布の与え方	A6

1 序論

名古屋大学地盤力学研究グループでは、飽和土の力学挙動を求めるために、慣性力に対応した水～土骨格連成の有限変形解析コード **GEOASIA** を開発してきた (Asaoka and Noda, 2007; Noda et al., 2008)。この解析コードは、土骨格の構成式として弾塑性構成式 SYS Cam-clay model を搭載し、Cam-clay model (Schofield and Wroth, 1968 ; Roscoe and Burland, 1968) を土台にした同一の弾塑性理論の枠組みの中で、単位の塑性変形に対する①過圧密の解消速度、②構造の劣化速度、③誘導異方性の進展速度の三つを操作することにより、砂から粘土までその間に稠密に存在する広範な土 (Asaoka et al., 2002 ; Yamada and Nakano, 2007 ; Nakano et al., 2008 ; Noda et al., 2005) を計算対象にする。また、材料的だけでなく幾何学的にも非線形性を考慮しているので、圧密変形問題と支持力問題などを区別することなく、変形を通じて破壊へ至る進行性破壊 (Noda et al., 2007) や液状化していた砂地盤がやがて示す圧密変形 (Noda et al., 2009) など、地盤の安定状態から不安定状態へ、そして不安定状態からまた次の安定状態へ、時間的にも空間的にも連続して解く。そして、慣性力も考慮しているから、静的問題と動的問題を区別することなく、いずれの問題も解析を連続して進めることができ、圧密中の地震や地震後の圧密挙動など様々な静的・動的の外力形態に応じて、解析コードを変えずに、土の運動／変形を次々と計算することができる。言わば、飽和土に対して何でもできる解析技術を開発・適用することで、飽和土の力学挙動を次々に解明してきた。

しかし、東日本大震災で多発した河川堤防・造成宅地盛土の崩壊や集中豪雨時に頻発する斜面崩壊など、土の不飽和状態に起因する現象の解明は、十分であるとは言い難い。切迫する南海トラフ巨大地震や先鋭化する集中豪雨を見据え、現象の解明とそれに基づく適切かつ効果的な対策工の検討のためには、飽和土の枠に囚われない、不飽和土も内包した地盤力学の構築とその工学的実践が強く望まれている。東日本大震災において未解明の課題としては、例えば、①河川堤防の築堤時めり込み沈下で発生した閉封飽和域生成が原因とされる地震時の堤内液状化による崩壊 (国土交通省東北地方整備局北上川等堤防復旧技術検討会, 2012 ; 地盤工学会, 2012 ; Sasaki et al., 2012), ②千葉県浦安市などの戸建住宅地で浅層不飽和域の本震時飽和化が原因と考えられている余震時液状化 (安田ら, 2012), ③造成宅地崩壊に及ぼしたとされる不飽和・飽和域の影響 (若井ら, 2011) などが挙げられる。いずれも不飽和域の飽和化が課題解決の鍵であり、飽和土のみならず、不飽和土をも対象にできる静的・動的問題への対応が必須となる。そこで、本論文では静的・動的対応の水～土骨格連成有限変形解析コード **GEOASIA** を、空気～水～土骨格の三相系に拡張して、飽和土だけでなく不飽和土をも取り扱える解析コードの開発を行う。

不飽和土と飽和土の違いは空気の有無にある。土中に空気が存在すると、間隙水に表面張力が働くため、間隙水圧は間隙空気圧より小さい値をとる。この圧力差はマトリックサクション (以後は単にサクションと呼ぶ) と定義される。サクションの大きさは不飽和土の力学挙動に影響を与えるため、この違いに注目した力学試験や構成式の開発が数多くなされており、主として Alonso et al. (1990) や Kohgo et al. (1993) が提案した枠組に従って、構成式の開発・精緻化が行われてきた。一方で、土中に空気が存在する場合には、間隙空気の流れや高い圧縮性も考慮する必要がある。降雨時や地震時などの空気が十分に排出／吸入できない

条件下では、間隙水圧だけでなく間隙空気圧も変化するため、空気自体の体積変化に起因する間隙の体積変化が生じる。間隙の体積変化が土の力学挙動に与える影響が大きいことは、飽和土の排水せん断と非排水せん断で力学挙動が異なることから自明で、透気性や空気の高い圧縮性を考慮することは重要となる。

本論文は、同一材料であれば、飽和土と不飽和土の違いは、第一義的に、空気の有無という状態の違いに起因して現れる初期値・境界値問題として捉えるのがごく自然であると考え、透気性や空気の高い圧縮性を **GEOASIA** に導入することで、不飽和土への対応を試みる。なお、構成式へのサクション効果の導入は今後の研究課題と位置付ける。すなわち、①静的・動的問題を区別なく扱う運動方程式、②変形から破壊までを一貫して扱う有限変形論、③広範な土材料を対象にする構成式理論、④不飽和土と飽和土を区別なく扱う混合体理論、の4つの単一理論の有機的連関によって、飽和土および不飽和土の力学挙動の記述を可能とする解析コードの開発を行う。この解析コードの検証と妥当性の確認 (Verification & Validation) を行うとともに、透気性や空気の高い圧縮性が土の力学挙動へ与える影響を明らかにした上で、最後には実問題へと適用する。実問題としては、東日本大震災において未解明な課題として挙げた河川堤防の崩壊メカニズムの解明を目的として、粘性土地盤上の不飽和盛土の築造時・地震時・地震後の解析を行う。本研究の成果をもとにして、東日本大震災での課題のさらなる解決や南海トラフ巨大地震への対策に生かしていきたい。

以下に本論文の構成を示す。

第2章では、混合体理論に基づいて、空気～水～土骨格連成有限変形初期値境界値問題を解くための支配方程式を示す。ここでは、土骨格に対する間隙水または間隙空気の相対加速度が土骨格の加速度よりも十分に小さいことを仮定する $\mathbf{u}-p^w-p^a$ formulation として与えるが、サクションがゼロであっても空気が気泡として水中に封入された封入不飽和状態 (Bear, 1979 ; Kohgo et al., 1993) から飽和度 100 % の完全飽和土までの解析が可能となるように、飽和度 s^w を陽に未知数にして扱う手法を新たに提案する ($\mathbf{u}-p^w-p^a-s^w$ formulation)。さらに、updated Lagrangian に基づいた有限変形解析を実施するために、混合体 (不飽和土) の運動方程式に対して土骨格から見た物質時間微分を施すことにより、土骨格の加速度の一階微分すなわち躍度項を有する速度型の運動方程式で与える (Asaoka and Noda, 2007 ; Noda et al., 2008)。土骨格の位置座標に関して3階微分を有する不飽和土の速度型運動方程式を解くために行う弱形式化と有限要素離散化、さらには離散化の結果得られる常微分方程式の陰的差分近似解法として、躍度項が線形に変化することを仮定する線形躍度法 (Asaoka and Noda, 2007 ; Noda et al., 2008) についても示す。躍度項を有する不飽和土の速度型運動方程式とその空間離散化手法および飽和度 s^w を陽に未知数とする $\mathbf{u}-p^w-p^a-s^w$ formulation は、既往の空気～水～土骨格連成動的有限変形解析手法 (例えば Ravichandran, 2009 ; Uzuoka and Borja, 2012) には見られないオリジナリティーを有する (Noda and Yoshikawa, 2015)。次に、開発した数値解析コードの検証 (Verification) を目的として、加速度が生じる条件下での一様変形場の理論的考察とその実現を行う。第2章の最後には、新たに提案する $\mathbf{u}-p^w-p^a-s^w$ formulation の利点を、 $\mathbf{u}-p^w-p^a$ formulation を用いた場合との簡単な計算結果の比較により示す。

第3章では、背圧が大小異なる密な「飽和」砂供試体の側圧一定非排水せん断挙動の違いを、飽和といえども微量は含まれる空気の存在に注目して、「飽和」土が不飽和化する様子を

シミュレートすることにより説明する。土中に存在する空気の役割としては、その圧縮挙動が注目される。しかし、ダイレイタンシー特性を有し、塑性体積圧縮も塑性体積膨張も示す土材料にとっては、空気の膨張挙動にも注目すべきである。このシミュレーションを受けて、不飽和土は飽和土より常に強いとは限らないことも併せて示す。

第4章では、開発した解析コードの不飽和土の力学挙動に対する妥当性の確認(Validation)をするとともに、間隙空気の質量保存式を連立させる手法の有効性、すなわち、空気との連成効果を明らかにすることを目的として、不飽和シルト三軸試験を初期条件・境界条件が明確に整備された初期値・境界値問題と捉えてシミュレートする。空気の境界条件としては、一般に排気条件または非排気条件が想定されることが多いが、本章では境界で空気圧を強制的に上昇させる三軸試験(小高ら, 2006)のシミュレーションも行い、空気に関する様々な境界条件に対する不飽和土の力学挙動の記述も試みる。また、本章は今後の課題として位置付けたサクションを考慮した構成式研究への足掛かりとしての役割も果たす。

第5章では、開発した解析コードを実問題へと適用する。具体的には、東日本大震災において未解明の課題として挙げた、粘性土基礎地盤上の河川堤防の崩壊メカニズム解明を目的とした数値解析を実施する。現行の河川堤防の耐震性評価手法は、液状化が懸念される砂地盤上の堤防のみを対象としているが、東日本大震災では粘性土地盤上の堤防が随所で崩壊した。この崩壊メカニズムとして、築堤時に粘性土基礎地盤の圧密沈下に伴い、地下水位以下までめり込んだ堤体下部に飽和域(閉封飽和域)が形成され、地震時にこの領域が液状化したことが考えられている。この数値解析的解釈/実現には、飽和と不飽和の両状態を隙間なく扱えるだけでなく、圧密沈下による閉封飽和域形成過程や崩壊過程を再現するための有限変形解析や堤体施工時から地震中・地震後までも扱える静的/動的解析が必須となる。さらには、中間土を含む粘土から砂までの広範な土材料を扱える構成式も必要となる。本論文では、被災堤体では無被災堤体に比べて地下水位が高かったという報告(国土交通省東北地方整備局北上川等堤防復旧技術検討会, 2012)を受けて、地下水位が異なる粘性土地盤上の不飽和盛土の築造時・地震時・地震後の空気～水～土骨格連成有限変形解析を実施することで、この崩壊メカニズムに迫る。特に、これまで、被災した河川堤防では「地震前」からの堤体内浸潤線が存在が考えられていたが、本解析により「地震後」に堤体内に一時的に浸潤線が現れることを明らかにする。

最後に、第6章において第5章までの議論を取りまとめた本論文の結論を示す。

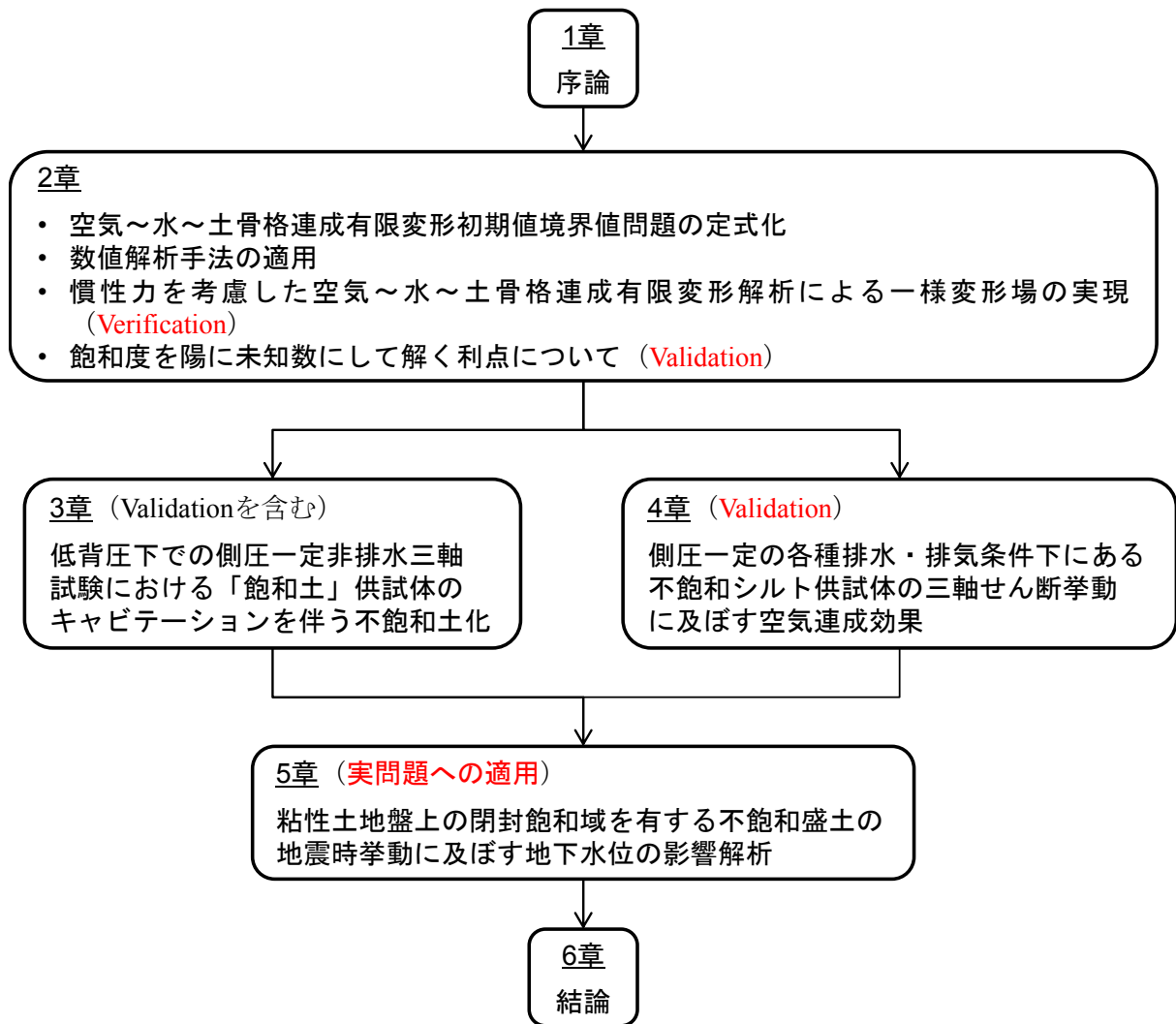


図-1 本論文の構成

2 空気～水～土骨格連成有限変形初期値境界値問題の定式化と数値解析手法の適用

2.1 はじめに

本章では、不飽和土の力学挙動を求めるために、まずその支配方程式を導出し、次にそれを空間離散化および時間離散化するための数値解析手法を示す。支配方程式は、混合体理論に基づいて定式化し、2.2 節においてその詳細を示す。数値解析手法の適用方法は 2.3 節において示す。空間離散化手法として、不飽和土の運動方程式に対して有限要素法を適用し、水（および空気）～土骨格連成式に対して有限体積法を適用する。時間離散化手法として、土骨格の変位に関しては、土骨格の加速度の 1 階の時間微分である「躍度」の線形変化を仮定する手法（Noda et al., 2008）を用い、間隙水圧、間隙空気圧および飽和度に関しては、それらの速度の線形変化を仮定する手法を用いる。

次に、2.4 節において、開発した数値解析コードの検証を目的として、加速度が生じる条件下での一様変形場の理論的考察を行い、その実現を行う。

最後に、2.5 節において、本論文で新たに提案する「飽和度を陽に未知数として解く \mathbf{u} - p^w - p^a - s^w formulation」の利点を、簡単な計算結果と共に示す。なお、本論文において「飽和度を陽に未知数として解く」とは、飽和度を最終的に解くべき連立方程式の未知数として直接解くことを意味する。

なお、2.2 節、2.3 節および 2.5 節の内容は Noda and Yoshikawa (2015) に示している。

2.2 空気～水～土骨格連成有限変形初期値境界値問題の定式化

2.2.1 はじめに

本節では、混合体理論に基づいて、空気～水～土骨格連成有限変形初期値境界値問題の定式化を行う。その際に、「不飽和土の速度型運動方程式」と「飽和度を陽に未知数にする手法」を新たに提案する。

2.2.2 混合体理論に基づく不飽和土の力学の支配方程式

混合体理論は、空間のある点を、ある時刻に占める物質が唯一でないと見え、しかも一つの連続体の排他的な運動によって全体を記述できないような、複数の構成物質からなる連続体を記述するための力学理論であり、この理論は飽和土の力学に適用されている。混合体理論に基づく多孔質体理論は多くの研究者によって永年に亘り研究がなされ、現在では飽和土だけでなく、不飽和土に対しても研究がなされている。多孔質体理論における歴史的経緯や地盤力学・地盤工学への貢献や定式化などに関する記載については、de Boer (1998), Schrefler (2002), Uzuoka & Borja (2012) が詳しい。ここでは、de Boer (1998), 西村 (1999) に倣って、不飽和土の力学として導かれる運動方程式ならびに固相と液相間および固相と気相間の幾何学的制約である連続式などを示す。以下では、不飽和土の構成要素である土骨格、間隙水および間隙空気を、それぞれ固相、液相および気相と呼び、各諸量については、下付添字 s 、 w および a を用いて表す。

(a) 固相（土骨格）、液相（間隙水）および気相（間隙空気）の運動

各相を構成する粒子の運動は、次式となる。

$$\mathbf{x}_c = \mathbf{x}_c(\mathbf{X}_c, t), \quad \mathbf{c} = (s, w, a) \quad (2.2.1)$$

ここに、 \mathbf{x}_c および \mathbf{X}_c はそれぞれ相 \mathbf{c} の粒子の空間座標と物質座標を、 t は時刻を示す。このとき、相異なる相、例えば、相 s および相 w について $\mathbf{x}_s(\mathbf{X}_s, t) = \mathbf{x}_w(\mathbf{X}_w, t)$ となってもよいとする。なお、相 \mathbf{c} については総和をとらない。

(b) 各相の質量保存則

土粒子、間隙水および間隙空気の単体としての真の密度をそれぞれ ρ^s 、 ρ^w および ρ^a と書くと、固相、液相および気相の混合体の構成要素としての密度 ρ_s 、 ρ_w および ρ_a は、それぞれ

$$\rho_c = n_c \rho^c, \quad \mathbf{c} = (s, w, a) \quad (2.2.2)$$

となり、混合体の密度 ρ は

$$\rho = \sum_c \rho_c \quad (2.2.3)$$

となる。ここに、 $n_s = 1 - n$ 、 $n_w = ns^w$ および $n_a = ns^a$ である。なお、 n は間隙率で比体積 v または間隙比 e を用いて、 $n = (v - 1)/v = e/(1 + e)$ で表される。また、 s^w は飽和度、 s^a は空気間隙比で、 $s^a = 1 - s^w$ である。

相 \mathbf{c} の質量保存則は、

$$\dot{\rho}_c + \rho_c \operatorname{div} \mathbf{v}_c = 0, \quad \mathbf{c} = (s, w, a) \quad (2.2.4)$$

となる。ここに変数の上付き“ $\dot{}$ ”はその変数の下付で表す相から見た物質時間微分で、Euler的には

$$\dot{\rho}_c \equiv \frac{\partial \rho_c}{\partial t} + \frac{\partial \rho_c}{\partial \mathbf{x}} \cdot \mathbf{v}_c, \quad \mathbf{c} = (s, w, a) \quad (2.2.5)$$

で記述され、 $\mathbf{v}_c = \dot{\mathbf{x}}_c$ である。なお、各相間の質量交換はないと仮定する。

(c) 固相、液相および気相の部分応力と骨格応力

不飽和土の混合体に作用する間隙水圧 p^w （圧縮：正）および間隙空気圧 p^a （圧縮：正）を用いて、液相と気相の部分応力 \mathbf{T}_w と \mathbf{T}_a は、

$$\mathbf{T}_w = -ns^w p^w \mathbf{I} \quad (2.2.6)$$

$$\mathbf{T}_a = -ns^a p^a \mathbf{I} \quad (2.2.7)$$

となる。混合体に作用する Cauchy（全）応力テンソル \mathbf{T} （引張：正）、および Jommi（2000）の平均化骨格応力の式を用いると、骨格応力テンソル \mathbf{T}' （引張：正）は次式のようなになる。

$$-\mathbf{T}' = -\mathbf{T} - (s^w p^w + s^a p^a) \mathbf{I} = -\mathbf{T} - p^a \mathbf{I} + s^w (p^a - p^w) \mathbf{I} \quad (2.2.8)$$

この式は、Bishop（1959）の有効応力式において $\chi = s^w$ と置いてから得られる式と同じである。このとき、固相の部分応力 \mathbf{T}_s は、

$$\mathbf{T}_s = \mathbf{T} - \mathbf{T}_w - \mathbf{T}_a = \mathbf{T} + ns^w p^w \mathbf{I} + ns^a p^a \mathbf{I} = \mathbf{T}' - (1 - n)(s^w p^w + s^a p^a) \mathbf{I} \quad (2.2.9)$$

と記述できる。不飽和土の力学において、土骨格の変形を記述するために骨格応力が用いられることが多いが、骨格応力は土骨格に作用する部分応力とは異なる。また、相 \mathbf{c} の部分応

力 \mathbf{T}_c は、式(2.2.11)で後述するように、対称性を有する。なお、 \mathbf{I} は単位テンソルであり、式(2.2.8)の第3式における $-\mathbf{T} - p^a \mathbf{I}$ は基底応力テンソルと呼ばれる。

(d) 運動方程式と相互作用力

各相の運動量保存則、角運動量保存則および質量保存則（式(2.2.4)）より相 c の運動方程式は、

$$\rho_c \dot{\mathbf{x}}_c = \text{div } \mathbf{T}_c + \rho_c \mathbf{b} + \mathbf{I}_c, \quad c = (s, w, a) \quad (2.2.10)$$

$$\mathbf{T}_c^T = \mathbf{T}_c, \quad c = (s, w, a) \quad (2.2.11)$$

となる。ここに、 \mathbf{b} は単位質量あたりの物体力ベクトルを示す。また、 \mathbf{I}_c は相 c への他の相から作用する相互作用力を表し、作用・反作用の法則により

$$\sum_c \mathbf{I}_c = \mathbf{0} \quad (2.2.12)$$

を満たす。ただし、相互作用偶力はないものとする。今、 \mathbf{I}_w と \mathbf{I}_a の形については、de Boer（1998）、西村（1999）に倣い、一様な無限の長さの円筒内の定常粘性流に対する Hagen-Poiseuille の解に基づく円筒内が受ける力の類推から、間隙率勾配による効果とあわせて、次式で与える。

$$\mathbf{I}_w = -\gamma_w n_w^2 \mathbf{K}^w (\mathbf{v}_w - \mathbf{v}_s) + p^w \text{grad } n_w \quad (2.2.13)$$

$$\mathbf{I}_a = -\gamma_w n_a^2 \mathbf{K}^a (\mathbf{v}_a - \mathbf{v}_s) + p^a \text{grad } n_a \quad (2.2.14)$$

ここに、 \mathbf{K}^w と \mathbf{K}^a はいずれも客観的な2階のテンソルで、それぞれ透水係数テンソルおよび透気係数テンソルと呼ばれる。等方性の場合、 $\mathbf{K}^w = k^w \mathbf{I}$ 、 $\mathbf{K}^a = k^a \mathbf{I}$ であり、 k^w と k^a はそれぞれ透水係数と透気係数と呼ばれる。 γ_w は圧力値を水頭値に換算する際に除する水の単位体積重量の基準値であり、本論文では、 $\gamma_w = 9.81 \text{ kN/m}^3$ とする。なお、式(2.2.13)と式(2.2.14)において、液相と気相間の相互作用力を直接的に記述していないが、この相互作用力は透水係数（テンソル）と透気係数（テンソル）を飽和度の大きさに応じて変化させることで間接的に考慮する。

式(2.2.10)を相 c について和をとると、不飽和土（混合体）の運動方程式が次式で得られる。

$$\rho_s \dot{\mathbf{x}}_s + \rho_w \dot{\mathbf{x}}_w + \rho_a \dot{\mathbf{x}}_a = \text{div } \mathbf{T} + \rho \mathbf{b} \quad (2.2.15)$$

2.2.3 有限変形場の速度型運動方程式を有する空気～水～土骨格三相系支配方程式の定式化

以下の定式化では、間隙水と間隙空気運動には等方性を仮定するとともに、土粒子は非圧縮性、間隙水と間隙空気は圧縮性と仮定して、定式化を進める。

(a) \mathbf{u} - p^w - p^a - s^w formulation に基づく不飽和土の速度型運動方程式

式(2.2.15)で示す不飽和土の運動方程式において、固相に対する液相の相対加速度 $\dot{\mathbf{v}}_w - \dot{\mathbf{v}}_s$ および固相に対する気相の相対加速度 $\dot{\mathbf{v}}_a - \dot{\mathbf{v}}_s$ が、固相の加速度 $\dot{\mathbf{v}}_s$ よりも十分小さいことを仮定する。

$$\dot{\mathbf{v}}_s \gg \dot{\mathbf{v}}_c - \dot{\mathbf{v}}_s, \quad c' = (w, a) \quad (2.2.16)$$

このとき、

$$\dot{\mathbf{v}}_{c'} = \dot{\mathbf{v}}_{c'} - \dot{\mathbf{v}}_s + \dot{\mathbf{v}}_s \cong \dot{\mathbf{v}}_s, \quad \mathbf{c}' = (\mathbf{w}, \mathbf{a}) \quad (2.2.17)$$

と近似できるため、不飽和土（混合体）の運動方程式は次式で表される。

$$\rho \dot{\mathbf{v}}_s = \text{div} \mathbf{T} + \rho \mathbf{b} \quad (2.2.18)$$

次に、Noda et al. (2008) に倣って、土骨格の構成式に増分型（速度型）の弾塑性構成式を用いるとともに、updated Lagrange 法に従って不飽和土の刻々の幾何的非線形性を考慮するため、式(2.2.18)を混合体の体積で積分した式（積分形）について固相から見た物質時間微分をとって再び局所形をとる。その結果、混合体（不飽和土）の速度型の運動方程式は、次式のようになる。

$$\rho \dot{\mathbf{v}}_s + \left\{ (\rho^w s^w + \rho^a s^a) (\text{tr} \mathbf{D}_s) + n s^w \mathbf{D}_s \rho^w + n s^a \mathbf{D}_s \rho^a + n \rho^w \mathbf{D}_s s^w + n \rho^a \mathbf{D}_s s^a \right\} (\dot{\mathbf{v}}_s - \mathbf{b}) = \text{div} (\mathbf{D}_s \mathbf{S}_t) \quad (2.2.19)$$

ここに、左辺第 1 項は、速度の 2 階微分であることから、「加速度の速度」あるいは躍度と言うべき項である。 \mathbf{D}_s は固相から見た物質時間微分を表す作用素である。また、

$$\mathbf{D}_s \mathbf{S}_t = \mathbf{D}_s \mathbf{T} + (\text{tr} \mathbf{D}_s) \mathbf{T} - \mathbf{T} \mathbf{L}_s^T \quad (2.2.20)$$

で、 $\mathbf{D}_s \mathbf{S}_t$ は固相の公称応力速度と呼び、Yatomi et al. (1989) の表記法に従っている。 \mathbf{L}_s と \mathbf{D}_s はそれぞれ固相の速度勾配テンソルとストレッチングテンソルで次の関係がある。

$$\mathbf{D}_s = \frac{1}{2} (\mathbf{L}_s + \mathbf{L}_s^T) \quad (2.2.21)$$

なお、速度、加速度および躍度には客観性がないため、式(2.2.18)または式(2.2.19)の形で表される運動方程式は客観性がない。このため、これらの式の使用を慣性系に限定するものとし、以下ではこれ以上客観性のない法則は用いないものとする（西村，1999；Noda et al., 2008）。

(b) 水（または空気）～土骨格の連成式

(b-1) 水（または空気）～土骨格間の連続式（土骨格と水（または空気）の幾何的制約条件）

式(2.2.4)で示す固相の質量保存式と液相（または気相）の質量保存式の両辺を s^w （または s^a ）で乗じた式の和をとると、水（または空気）～土骨格間の連続式として次式が得られる。

$$s^w \text{div} \dot{\mathbf{v}}_s + \frac{1}{\rho^w} \text{div} \{ \rho^w n s^w (\dot{\mathbf{v}}_w - \dot{\mathbf{v}}_s) \} + n \mathbf{D}_s s^w + \frac{n s^w}{\rho^w} \mathbf{D}_s \rho^w = 0 \quad (2.2.22)$$

$$s^a \text{div} \dot{\mathbf{v}}_s + \frac{1}{\rho^a} \text{div} \{ \rho^a n s^a (\dot{\mathbf{v}}_a - \dot{\mathbf{v}}_s) \} + n \mathbf{D}_s s^a + \frac{n s^a}{\rho^a} \mathbf{D}_s \rho^a = 0 \quad (2.2.23)$$

ここに、

$$\dot{\rho}^{c'} = \mathbf{D}_s \rho^{c'} + \text{grad} \rho^{c'} \cdot (\dot{\mathbf{v}}_{c'} - \dot{\mathbf{v}}_s), \quad \mathbf{c}' = (\mathbf{w}, \mathbf{a}) \quad (2.2.24)$$

$$\dot{s}^{c'} = \mathbf{D}_s s^{c'} + \text{grad} s^{c'} \cdot (\dot{\mathbf{v}}_{c'} - \dot{\mathbf{v}}_s), \quad \mathbf{c}' = (\mathbf{w}, \mathbf{a}) \quad (2.2.25)$$

の関係を用いている。固相に対する液相（または気相）の相対速度 $\dot{\mathbf{v}}_w - \dot{\mathbf{v}}_s$ （または $\dot{\mathbf{v}}_a - \dot{\mathbf{v}}_s$ ）は不飽和土に占める液相率 $n_w = n s^w$ （または気相率 $n_a = n s^a$ ）を乗ずれば、不飽和土における間隙水（または間隙空気）の平均的な流速を与えるので、式(2.2.22)（または式(2.2.23)）は、不飽和土における土骨格と間隙水（または間隙空気）の幾何的制約を表すことが分かる。なお、相 \mathbf{c}' についても総和をとらない。

(b-2) 間隙水（または間隙空気）の平均的な流速式（Darcy 則）

式(2.2.10)に式(2.2.13)または式(2.2.14)を適用し、液相（または気相）の運動に等方性を仮定すると、平均的な間隙水（または間隙空気）の流速式は次式のように表される。

$$ns^w(\mathbf{v}_w - \mathbf{v}_s) = \frac{k^w}{\gamma_w} \left(-\text{grad}p^w + \rho^w \mathbf{b} - \rho^w \dot{\mathbf{v}}_s \right) \quad (2.2.26)$$

$$ns^a(\mathbf{v}_a - \mathbf{v}_s) = \frac{k^a}{\gamma_w} \left(-\text{grad}p^a + \rho^a \mathbf{b} - \rho^a \dot{\mathbf{v}}_s \right) \quad (2.2.27)$$

ここに、式(2.2.17)の近似を用いている。式(2.2.26)（または式(2.2.27)）の右辺第3項は固相の加速度を含むため、準静的問題の場合は、この項が消える。この場合、通常知られている Darcy 則となるので、式(2.2.26)（または式(2.2.27)）は「加速度項の影響を考慮した間隙水（または間隙空気）の Darcy 則」とでも言うべきものである。

式(2.2.22)および式(2.2.23)ならびに式(2.2.24)および式(2.2.25)から、不飽和土の運動方程式（式(2.2.18)または式(2.2.19)）に連立させる式（「水（または空気）～土骨格連成式」）は、次式となる。

$$s^w \text{div} \mathbf{v}_s + \frac{1}{\rho^w} \text{div} \left\{ \frac{\rho^w k^w}{\gamma_w} \left(-\text{grad}p^w + \rho^w \mathbf{b} - \rho^w \dot{\mathbf{v}}_s \right) \right\} + n D_s s^w + \frac{ns^w}{\rho^w} D_s \rho^w = 0 \quad (2.2.28)$$

$$s^a \text{div} \mathbf{v}_s + \frac{1}{\rho^a} \text{div} \left\{ \frac{\rho^a k^a}{\gamma_w} \left(-\text{grad}p^a + \rho^a \mathbf{b} - \rho^a \dot{\mathbf{v}}_s \right) \right\} + n D_s s^a + \frac{ns^a}{\rho^a} D_s \rho^a = 0 \quad (2.2.29)$$

(c) 骨格応力の式

Jommi (2000) の平均化骨格応力を用いた次式で与える（式(2.2.8)を再掲）。

$$-\mathbf{T}' = -\mathbf{T} - (s^w p^w + s^a p^a) \mathbf{I} \quad (2.2.30)$$

(d) 土骨格の構成式

本研究では、土骨格の構成式は、SYS Cam-clay model (Asaoka et al., 2002 ; Asaoka, 2003) を用い、 \mathbf{T}' と \mathbf{D}_s の線形関係として与える。

$$\dot{\mathbf{T}}' = L[\mathbf{D}_s] \quad (2.2.31)$$

ここに、 $\dot{\mathbf{T}}'$ は客観性のある Cauchy 骨格応力速度テンソルで、本研究では、次式で表される Green-Nagdhi (1965) の Cauchy 骨格応力速度テンソルを用いる。

$$\dot{\mathbf{T}}' = \mathbf{D}_s \mathbf{T}' + \mathbf{T}' \boldsymbol{\Omega}_s - \boldsymbol{\Omega}_s \mathbf{T}' \quad (2.2.32)$$

ここに、 $\boldsymbol{\Omega}_s$ は $\boldsymbol{\Omega}_s = (\mathbf{D}_s \mathbf{R}_s) \mathbf{R}_s^T$ で表される固相の物質スピンテンソルで、 \mathbf{R}_s は固相の変形勾配テンソルから得られる回転テンソルである。

(e) 間隙水の状態方程式

間隙水は間隙水圧の大きさによって、次式で与えられるとする。

$$\rho^w = \rho_0^w \exp\left\{ (p^w - p_0^w) / K_w \right\} \quad (2.2.33)$$

ここに、 ρ_0^w は基準として与える間隙水圧 p_0^w のときの間隙水の単体の密度、 K_w は間隙水の体積弾性係数であり、本論文では $\rho_0^w = 1.0 \text{ g/cm}^3$ 、 $p_0^w = 0 \text{ kPa}$ 、 $K_w = 2.19 \times 10^6 \text{ kPa}$ を用いる。この式について固相（土骨格）から見た物質時間微分をとると、次式になる。

$$D_s \rho^w = \frac{\rho^w}{K_w} D_s p^w \quad (2.2.34)$$

(f) 間隙空気の状態方程式

間隙空気は理想気体の状態方程式に従うとして、次式で与えられるとする。

$$\rho^a = \frac{1}{R\Theta} (p_0 + p^a) \quad (2.2.35)$$

ここに、 p_0 は 1 気圧 (101.325 kPa)、 Θ は絶対温度で一定と仮定する。また \bar{R} は気体定数を空気の平均分子量で除したもので、値は $287.04 \text{ m}^2/\text{sec}^2/\text{K}$ である。この式について固相（土骨格）から見た物質時間微分をとると、次式になる。

$$D_s \rho^a = \frac{1}{R\Theta} D_s p^a \quad (2.2.36)$$

式(2.2.35)と式(2.2.36)から、間隙空気の体積弾性係数 K_a は次式で与えられる。

$$K_a = p_0 + p^a \quad (2.2.37)$$

(g) 不飽和浸透特性モデル

本論文では、通常行われているように、飽和度 s^w の時間変化項を比水分容量とサクシヨンの時間変化項に置き換えず、飽和度 s^w の時間変化項も陽に未知数として扱い、それを補う形で水分特性式を式(2.2.38)のように連立する。

$$f(p^w, p^a, s^w, n, D_s p^w, D_s p^a, D_s s^w, D_s n, \dots) = 0 \quad (2.2.38)$$

ここで、 f は土の水分特性を与える関数形で、用いるモデルに依存する。本論文では van Genuchten 式 (van Genuchten, 1980) に固相（土骨格）から見た物質時間微分を施して、次式のように速度型で関数形を与える。

$$\begin{cases} CD_s p^s - D_s s^w = 0 & (s^w < s_{\max}^w \text{ のとき}) \\ D_s p^s = 0 & (s^w \geq s_{\max}^w \text{ のとき}) \end{cases} \quad (2.2.39)$$

$$C = \frac{ds^w}{dp^s} = - (s_{\max}^w - s_{\min}^w) (n' - 1) \alpha (\alpha p^s)^{n'-1} \{1 + (\alpha p^s)^{n'}\}^{-m'-1} \quad (2.2.40)$$

ここに、 C は比水分容量、 n' 、 m' および α は形状パラメータであり、 n' 、 m' 'には $m' = 1 - 1/n'$ の関係を用いる。 s_{\max}^w は最大飽和度、 s_{\min}^w は最小飽和度である。固相（土骨格）から見た物質時間微分を施す前の van Genuchten 式は、

$$S_e = \{1 + (\alpha p^s)^{n'}\}^{-m'} \quad (2.2.41)$$

であり、有効飽和度 S_e は式(2.2.39)との対応から、

$$S_e = \begin{cases} \frac{s^w - s_{\min}^w}{s_{\max}^w - s_{\min}^w} & (s^w < s_{\max}^w \text{ のとき}) \\ 1 & (s^w \geq s_{\max}^w \text{ のとき}) \end{cases} \quad (2.2.42)$$

と定義する。 $s^w < s_{\max}^w$ の場合は、吸排水時のヒステリシス特性や間隙比の影響を考慮しない van Genuchten 式と全く同じである。 $s^w \geq s_{\max}^w$ の場合は、サクシオン変化がない、つまりサクシオンがゼロ ($p^s = p^a - p^w = 0$) を保持したまま、運動方程式 (式(2.2.18)または式(2.2.19)) と二つの連成式 (式(2.2.28)および式(2.2.29)) を満たす飽和度が計算される。これにより、土中の全ての空気が気泡として水中に封入された封入不飽和状態 (Bear, 1979 ; Kohgo et al., 1993) にある土の飽和度上昇を記述できるようになる。本手法の詳細および利点は 2.2.4 節お

よび 2.5 節において示す。

透水係数 k^w と透気係数 k^a は、van Genuchten (1980) 式に Mualem (1976) モデルを用いて次式で与える。

$$k^w = k_s^w \cdot S_e^{\frac{1}{2}} \left\{ 1 - \left(1 - S_e^{\frac{1}{m'}} \right)^{m'} \right\}^2 \quad (2.2.43)$$

$$k^a = k_d^a \cdot (1 - S_e)^{\frac{1}{2}} \left(1 - S_e^{\frac{1}{m'}} \right)^{2m'} \quad (2.2.44)$$

ここに、 k_s^w は飽和透水係数、 k_d^a は乾燥透気係数である。飽和度が最大飽和度以上のときは透気係数がゼロで、非排気状態になる点に注意する。なお乾燥透気係数 k_d^a は、水の粘性係数 η_w と空気の粘性係数 η_a を用いて、

$$\frac{k_d^a}{k_s^w} = \frac{\eta_w}{\eta_a} \quad (2.2.45)$$

の関係から計算する (Muskat, 1937)。

(h) 適合条件式

本来は大域的な変形場と局所的な変形場に矛盾がないことを表現する式であるが、ここでは固相の速度勾配テンソル \mathbf{L}_s の定義を示す。

$$\mathbf{L}_s = \frac{\partial \mathbf{v}_s}{\partial \mathbf{x}} \quad (2.2.46)$$

(i) 境界条件・初期条件

(a) 運動方程式～(h) 適合条件式によって、未知数の数と方程式の数が等しくなり、あとは境界条件および初期条件を与えて問題を解くことになる。

境界条件は、対象とする不飽和土に対し、応力または応力速度に関する力学的境界条件および変位、速度または加速度に関する幾何的境界条件、間隙水の圧力および流量に関する水理境界条件ならびに間隙空気の圧力および流量に関する空気の境界条件の 3 種類を設定する。すなわち、

$$\Gamma = \Gamma_t + \Gamma_v = \Gamma_{p^w} + \Gamma_{q^w} = \Gamma_{p^a} + \Gamma_{q^a} \quad (2.2.47)$$

を与える。ここに、 Γ_t は力学的境界、 Γ_v は不飽和土（混合体）の幾何的境界、 Γ_{p^w} は間隙水圧に関する境界、 Γ_{q^w} は間隙水の流量境界、 Γ_{p^a} は間隙空気圧に関する境界、 Γ_{q^a} は間隙空気の流量境界である。

表面力ベクトル \mathbf{t} が $\mathbf{t} = c(t)\mathbf{n}$ で与えられるとき、 Γ_t において速度型で与えられる境界条件は次式になる。

$$\mathbf{D}_s \mathbf{s}_t da = \mathbf{D}_s (t da) = \mathbf{D}_s (c n da) = \left[\mathbf{D}_s c + c \left\{ (\text{tr} \mathbf{D}_s) \mathbf{I} - \mathbf{L}_s^T \right\} \right] \mathbf{n} da = \mathbf{D}_s \mathbf{S}_t n da \quad \text{on } \Gamma_t \quad (2.2.48)$$

ここに、 $\mathbf{D}_s \mathbf{s}_t$ は公称表面力速度ベクトルと呼ばれる。 \mathbf{n} は境界面の外向き単位法線ベクトルである。

一方、間隙水や間隙空気に関する境界条件においては、例えば水理境界条件について境界 Γ_{q^w} が非排水の場合、単位面積あたりの流量 q^w が次のように与えられる。

$$q^w = n s^w (\mathbf{v}_w - \mathbf{v}_s) \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (2.2.49)$$

2.2.4 不飽和土の問題を実際に解く場合に連立する方程式

不飽和土の問題を実際に解く場合は、未知数である土骨格の変位（速度）成分 3 個と間隙水圧 p^w 、間隙空気圧 p^a および飽和度 s^w の計 6 個に対して、式(2.2.50)～式(2.2.53)に再掲する速度型の運動方程式、二つの連成式および水分特性式を連立させ、その他の式は適宜代入することで問題を解く。以後は、簡単のため、下付き添字に“s”が付いている式については変数の添字を省略するとともに、固相から見た物質時間微分を示す上付き“\dot{”}および微分演算子 D_s は上付き“\dot{”}に置換して表す。

$$\rho \ddot{\mathbf{v}} + \left\{ (\rho^w s^w + \rho^a s^a) (\text{tr} \mathbf{D}) + \frac{ns^w \rho^w}{K_w} \dot{p}^w + \frac{ns^a \rho^a}{K_a} \dot{p}^a + n(\rho^w - \rho^a) \dot{s}^w \right\} (\mathbf{v} - \mathbf{b}) = \text{div} \dot{\mathbf{S}}, \quad (2.2.50)$$

$$s^w \text{div} \mathbf{v} + \frac{1}{\rho^w} \text{div} \left\{ \frac{\rho^w k^w}{\gamma_w} (-\text{grad} p^w + \rho^w \mathbf{b} - \rho^w \dot{\mathbf{v}}) \right\} + n \dot{s}^w + \frac{ns^w}{K_w} \dot{p}^w = 0 \quad (2.2.51)$$

$$s^a \text{div} \mathbf{v} + \frac{1}{\rho^a} \text{div} \left\{ \frac{\rho^a k^a}{\gamma_w} (-\text{grad} p^a + \rho^a \mathbf{b} - \rho^a \dot{\mathbf{v}}) \right\} - n \dot{s}^w + \frac{ns^a}{K_a} \dot{p}^a = 0 \quad (2.2.52)$$

$$\begin{cases} C \dot{p}^s - \dot{s}^w = 0 & (s^w < s_{\max}^w \text{ のとき}) \\ \dot{p}^s = 0 & (s^w \geq s_{\max}^w \text{ のとき}) \end{cases} \quad (2.2.53)$$

通常用いられている空気～水～土骨格連成解析（例えば、金澤，2010；Uzuoka and Borja, 2012）においては、次に示す二つの連成式のように、飽和度 s^w の時間変化項を比水分容量 C とサクションの時間変化項に置き換える。このとき水分特性曲線は、運動方程式と二つの連成式に連立させない。

$$s^w \text{div} \mathbf{v} + \frac{1}{\rho^w} \text{div} \left\{ \frac{\rho^w k^w}{\gamma_w} (-\text{grad} p^w + \rho^w \mathbf{b} - \rho^w \dot{\mathbf{v}}) \right\} + nC(\dot{p}^a - \dot{p}^w) + \frac{ns^w}{K_w} \dot{p}^w = 0 \quad (2.2.54)$$

$$s^a \text{div} \mathbf{v} + \frac{1}{\rho^a} \text{div} \left\{ \frac{\rho^a k^a}{\gamma_w} (-\text{grad} p^a + \rho^a \mathbf{b} - \rho^a \dot{\mathbf{v}}) \right\} - nC(\dot{p}^a - \dot{p}^w) + \frac{ns^a}{K_a} \dot{p}^a = 0 \quad (2.2.55)$$

また、空気圧 $p^a = 0$ を仮定して、空気～土骨格連成式を用いない解析はこれまでに数多く行われてきた（例えば、加藤ら，2009；Kohgo et al., 2010）。このとき水～土骨格連成式は次式になる。

$$s^w \text{div} \mathbf{v} + \frac{1}{\rho^w} \text{div} \left\{ \frac{\rho^w k^w}{\gamma_w} (-\text{grad} p^w + \rho^w \mathbf{b} - \rho^w \dot{\mathbf{v}}) \right\} - nC \dot{p}^w + \frac{ns^w}{K_w} \dot{p}^w = 0 \quad (2.2.56)$$

加藤ら（2009）は空気の体積弾性係数 K_a をゼロと見做す仮定より、 $p^a \equiv 0$ を導出している。しかし、式(2.2.37)より、 K_a をゼロと見做すことは $p^a \equiv -p_0$ を意味し、空気圧を絶対圧力でゼロと見做す仮定であるため、ここに論理的矛盾が生じる。事実、海野ら（2013）は、非排水・非排気繰返し三軸試験のシミュレーションにおいて、間隙空気圧を大気圧で一定と仮定する手法では、空気の圧縮性を過大評価するために、試験結果を再現できないことを示している。

封入不飽和状態（Bear, 1979；Kohgo et al., 1993）を想定し、吸排気が生じず（ $k^a = 0$ ）、空気圧と水圧が等しいと仮定して（ $p^a = p^w$ ）、次式に示す連成式を用いる手法もある。

$$\text{div} \mathbf{v} + \frac{1}{\rho^w} \text{div} \left\{ \frac{\rho^w k^w}{\gamma_w} (-\text{grad} p^w + \rho^w \mathbf{b} - \rho^w \dot{\mathbf{v}}) \right\} + \left(\frac{ns^w}{K_w} + \frac{ns^a}{K_a} \right) \dot{p}^w = 0 \quad (2.2.57)$$

ただし、この場合はサクション変化が扱えないことに加えて、飽和度が初期から変化しないため、飽和度変化に伴う土の力学特性の変化を考慮できない。これに対して、式(2.2.58)と式

(2.2.59)で示すように、飽和度を未知数として扱い、それを補うために水～土骨格連成式と空気～土骨格連成式を別々に扱う手法が考えられる。

$$s^w \operatorname{div} \mathbf{v} + \frac{1}{\rho^w} \operatorname{div} \left\{ \frac{\rho^w k^w}{\gamma_w} (-\operatorname{grad} p^w + \rho^w \mathbf{b} - \rho^w \dot{\mathbf{v}}) \right\} + n \dot{s}^w + \frac{n s^w}{K_w} \dot{p}^w = 0 \quad (2.2.58)$$

$$s^a \operatorname{div} \mathbf{v} - n \dot{s}^w + \frac{n s^a}{K_a} \dot{p}^w = 0 \quad (2.2.59)$$

本論文で用いる式(2.2.51)～式(2.2.53)は、 $s^w < s_{\max}^w$ においては式(2.2.54)と式(2.2.55)に一致し、 $s^w \geq s_{\max}^w$ においては式(2.2.58)と式(2.2.59)に一致する。つまり、 $s^w < s_{\max}^w$ においては水分特性曲線を用いた通常の三相系解析であり、 $s^w \geq s_{\max}^w$ においては封入不飽和状態にある土の飽和度変化を考慮できる解析手法である。ただし本手法では、封入不飽和状態において、サクシオンがゼロを満たすという点では空気の水中への封入を想定しているが、このとき $k^a = 0$ であるため、封入空気は水と共に流れるのではなく、土骨格に留まることを仮定した点には注意する。また、式(2.2.54)と式(2.2.55)、および、式(2.2.58)と式(2.2.59)を使い分けて、解くべき方程式の元の数減らすこともできるが、次節で示す数値解析を行っていく上で、不飽和状態の選択によって式や元の数が増えるのはプログラムの上で非常に手間がかかるため、式(2.2.53)を常に連立させる手法を用いる。

2.3 数値解析手法の適用

2.3.1 はじめに

本節では、2.2 節において示した不飽和土の力学の支配方程式を解くために用いる数値解析手法を示す。ここでは、Asaoka and Noda (2007) および Noda et al. (2008) に倣って、空間離散化手法として、不飽和土の運動方程式に対して有限要素法を適用し、水（および空気）～土骨格連成式に対して Christian 流 (Christian, 1968) または田村流 (赤井・田村, 1978) の物理モデルを拡張 (Asaoka et al., 1994 ; Noda et al., 2008) して用いる。時間離散化手法として、Wilson の θ 法 (Wilson et al., 1973) に準拠した加速度の 1 階の時間微分である「躍度」の線形変化を仮定する手法 (Noda et al., 2008) を用い、間隙水圧、間隙空気圧および飽和度に関しては、それらの速度の線形変化を仮定する手法を用いる。

2.3.2 三相系の定式化に基づく速度型運動方程式の弱形式と有限要素離散化

(a) 速度型運動方程式の弱形式

有限要素法を用いて、不飽和土の初期値・境界値問題を数値的に解くために、速度型の運動方程式(2.2.50)の弱形式をとる。式(2.2.47)で示す変位速度境界 Γ_v でゼロとなり、なおかつ適合条件式(2.2.46)を満足する任意の仮想速度ベクトル $\delta \mathbf{v}$ を用いて、速度型運動方程式(2.2.50)と内積をとった上で体積積分を施し、さらに Gauss の発散定理を用いると、次式を得る。

$$\begin{aligned} & \int_V \rho \ddot{\mathbf{v}} \cdot \delta \mathbf{v} dv + \int_V \left\{ \mathbf{T}' \cdot \delta \mathbf{D} + (\text{tr } \mathbf{D}) \mathbf{T} \cdot \delta \mathbf{L} - \mathbf{T} \mathbf{L}^T \cdot \delta \mathbf{L} \right\} dv + \int_V (\rho^w s^w + \rho^a s^a) (\text{tr } \mathbf{D}) (\dot{\mathbf{v}} - \mathbf{b}) \cdot \delta \mathbf{v} dv \\ & - \int_V s^w \dot{p}^w (\text{tr } \delta \mathbf{D}) dv + \int_V \frac{n s^w \rho^w}{K_w} \dot{p}^w (\dot{\mathbf{v}} - \mathbf{b}) \cdot \delta \mathbf{v} dv - \int_V s^a \dot{p}^a (\text{tr } \delta \mathbf{D}) dv + \int_V \frac{n s^a}{R \Theta} \dot{p}^a (\dot{\mathbf{v}} - \mathbf{b}) \cdot \delta \mathbf{v} dv \quad (2.3.1) \\ & + \int_V n (\rho^w - \rho^a) \dot{s}^w (\dot{\mathbf{v}} - \mathbf{b}) \cdot \delta \mathbf{v} dv + \int_V (p^a - p^w) \dot{s}^w (\text{tr } \delta \mathbf{D}) dv = \int_a \dot{s}_t \cdot \delta \mathbf{v} da - \int_V (\boldsymbol{\Omega} \mathbf{T}' - \mathbf{T}' \boldsymbol{\Omega}) \cdot \delta \mathbf{D} dv \end{aligned}$$

ここに、積分記号の下付き v は考えている不飽和土が占めている領域、 a は式(2.2.47)で示した表面力速度境界 Γ_t を示す。この式の各項には問題を解いて決まる ρ , ρ^w , ρ^a , n , 応力 (骨格応力, 間隙水圧, 間隙空気圧), 飽和度 s^w および加速度 $\dot{\mathbf{v}}$ が含まれるため、有限要素法に基づいた計算では時間を進めるごとに各時間ステップで収束するまで繰返し計算を必要とする。

(b) 有限要素離散化 (質量マトリクス \mathbf{M} 、接線剛性マトリクス \mathbf{K} などの作成)

空間的離散化手法として、有限要素法を用い、さらに間隙水圧および間隙空気圧を要素中心に割り当てる田村 (赤井・田村, 1978)・Christian (1968) に基づく場合を示す。飽和度も要素中心に割り当てるものとする。計算領域 V をいくつかの要素に分割した各領域 v_i ($i=1, \dots, NE$, NE : 要素分割数) について、式(2.3.1)を用いて有限要素に離散化し、 $\delta \mathbf{v}$ の任意性を考慮すると、次式で表される要素の行列微分方程式を得る。

$$\mathbf{M}^i \{\ddot{\mathbf{v}}^{Ni}\} + \mathbf{K}^i \{\mathbf{v}^{Ni}\} - \mathbf{L}_w^i \dot{p}^w_i - \mathbf{L}_a^i \dot{p}^a_i - \mathbf{L}_{sw}^i \dot{s}^w_i = \{\dot{\mathbf{f}}^i\} \quad (2.3.2)$$

$$\{\ddot{\mathbf{v}}^{Ni}\} \equiv \frac{d^2}{dt^2} \{\mathbf{v}^{Ni}\} \quad (2.3.3)$$

ここで、ベクトル量またはテンソル量の成分の列ベクトル表現とマトリクス表現に対して、

それぞれ記号 $\{ \}$ と $[]$ を用いた。添え字 i は注目している要素番号を示す。 $\{\mathbf{v}^{Ni}\}$ は要素番号 i の要素節点速度ベクトルを列ベクトル表現したものである。 \mathbf{M}^i は不飽和土の要素質量マトリクス、 \mathbf{K}^i は土骨格の要素接線剛性マトリクス、 \mathbf{L}_w^i , \mathbf{L}_a^i , \mathbf{L}_{sw}^i は間隙水圧、間隙空気または飽和度の時間変化率を荷重変化率に変換する要素マトリクス、 $\{\dot{\mathbf{f}}^i\}$ は要素の各節点に作用する荷重速度ベクトルである。なお、各文字の定義は次の通りである。

$$\mathbf{M}^i = \int_V \rho_i [\mathbf{N}]^T [\mathbf{N}] dv \quad (2.3.4)$$

$$\mathbf{K}^i = \int_V [\mathbf{B}]^T [\mathbf{D}^{ep}] [\mathbf{B}] dv + \int_V [\mathbf{M}]^T [\mathbf{T}_l^i] [\mathbf{M}] dv + \int_V (\rho^w_i s^w_i + \rho^a_i s^a_i) [\mathbf{N}]^T ([\mathbf{N}] \{\dot{\mathbf{v}}^{Ni}\} - \{\mathbf{b}\}) [\mathbf{B}_v] dv \quad (2.3.5)$$

$$\mathbf{L}_w^i = \int_V s^w_i [\mathbf{B}_v]^T dv - \int_V \frac{n_i s^w_i \rho^w_i}{\mathbf{K}_w} [\mathbf{N}]^T ([\mathbf{N}] \{\dot{\mathbf{v}}^{Ni}\} - \{\mathbf{b}\}) dv \quad (2.3.6)$$

$$\mathbf{L}_a^i = \int_V s^a_i [\mathbf{B}_v]^T dv - \int_V \frac{n_i s^a_i}{\mathbf{R} \Theta_i} [\mathbf{N}]^T ([\mathbf{N}] \{\dot{\mathbf{v}}^{Ni}\} - \{\mathbf{b}\}) dv \quad (2.3.7)$$

$$\mathbf{L}_{sw}^i = - \int_V (p^a_i - p^w_i) [\mathbf{B}_v]^T dv - \int_V n_i (\rho^w_i - \rho^a_i) [\mathbf{N}]^T ([\mathbf{N}] \{\dot{\mathbf{v}}^{Ni}\} - \{\mathbf{b}\}) dv \quad (2.3.8)$$

$$\{\dot{\mathbf{v}}^{Ni}\} \equiv \frac{d}{dt} \{\mathbf{v}^{Ni}\} \quad (2.3.9)$$

$$\{\dot{\mathbf{f}}^i\} = \int_a [\mathbf{N}]^T \{\dot{\mathbf{s}}_t^i\} da - \int_V [\mathbf{B}]^T \{\mathbf{T}'_\Omega\} dv \quad (2.3.10)$$

ここで、 $[\mathbf{N}]$, $[\mathbf{B}]$, $[\mathbf{M}]$, $[\mathbf{B}_v]$ は、

$$\{\mathbf{v}\} = [\mathbf{N}] \{\mathbf{v}^{Ni}\} \quad (2.3.11)$$

$$\{\mathbf{D}\} = [\mathbf{B}] \{\mathbf{v}^{Ni}\} \quad (2.3.12)$$

$$\{\mathbf{L}\} = [\mathbf{M}] \{\mathbf{v}^{Ni}\} \quad (2.3.13)$$

$$\text{tr } \mathbf{D} = [\mathbf{B}_v] \{\mathbf{v}^{Ni}\} \quad (2.3.14)$$

を満たすマトリクスである。添え字 i は注目している要素番号を示す。式(2.3.5)中において、 $[\mathbf{D}^{ep}]$ は弾塑性マトリクス、 $[\mathbf{T}_l]$ は式(2.3.1)の $(\text{tr } \mathbf{D}) \mathbf{T} \cdot \delta \mathbf{L} - \mathbf{T} \mathbf{L}^T \cdot \delta \mathbf{L}$ から得られるマトリクスである。また、式(2.3.10)については、右辺第 1 項が式(2.2.48)から得られる要素 i の表面力速度境界 Γ_t における等価な表面力速度ベクトルであり、 $\{\mathbf{T}'_\Omega\}$ は式(2.3.1)の右辺第 2 項の $(\boldsymbol{\Omega} \mathbf{T}' - \mathbf{T} \boldsymbol{\Omega}) \cdot \delta \mathbf{D}$ より得られる列ベクトルである。各マトリクスの具体形は、野田 (1994) を参照されたい。

2.3.3 慣性項を含む水（または空気）～土骨格連成式と水分特性式の物理モデル

(a) 水（または空気）～土骨格連成式の物理モデル

水（または空気）～土骨格連成式については、式(2.2.51)および式(2.2.52)を体積積分する。各要素の中心に間隙水圧または間隙空気圧を代表させる Christian 流 (Christian, 1968) または田村流 (赤井・田村, 1978) の物理モデルを拡張して用いる (Asaoka et al., 1994 ; Noda et al., 2008)。なお飽和度も要素中心に割り当てるものとする。その結果、次式を得る。

$$\frac{k^w_i}{\gamma_w} \left(\rho^w_i \mathbf{L}^i + \sum_{m=1}^s \beta_{wm}^i \mathbf{L}_{Bm}^i \right) \{\dot{\mathbf{v}}^{Ni}\} - s^w_i \mathbf{L}^i \{\mathbf{v}^{Ni}\} + \sum_{m=1}^s \alpha_{wm}^i (p^w_m - p^w_i) - c_{cw}^i \dot{p}^w_i - c_{sw}^i \dot{s}^w_i = \dot{f}_w^i \quad (2.3.15)$$

$$\frac{k^a_i}{\gamma_w} \left(\rho^a_i \mathbf{L}^i + \sum_{m=1}^s \beta_{am}^i \mathbf{L}_{Bm}^i \right) \{\dot{\mathbf{v}}^{Ni}\} - s^a_i \mathbf{L}^i \{\mathbf{v}^{Ni}\} + \sum_{m=1}^s \alpha_{am}^i (p^a_m - p^a_i) - c_{ca}^i \dot{p}^a_i + c_{sw}^i \dot{s}^w_i = \dot{f}_a^i \quad (2.3.16)$$

ここに、各文字の定義は次の通りであり、具体的な導出方法は付録 A1 において示す。

$$\mathbf{L}^i \equiv \int_v [\mathbf{B}_v] dv \quad (2.3.17)$$

$$\mathbf{L}_{Bm}^i \equiv \int_a \mathbf{n}^{mT} [N] da \quad (2.3.18)$$

$$\alpha_{c'm}^i \equiv \frac{1}{\gamma_w} \cdot \frac{\frac{\rho_{c'm} k_{c'm}^{c'} k_{c'i}^{c'}}{\|\mathbf{l}_m^m\| \|\mathbf{l}_m^i\|}}{\frac{\rho_{c'm} k_{c'm}^{c'}}{\|\mathbf{l}_m^m\|} + \frac{\rho_{c'i} k_{c'i}^{c'}}{\|\mathbf{l}_m^i\|}} \cdot \frac{\mathbf{l}_m}{\|\mathbf{l}_m\|} \cdot \mathbf{n}^m S^m, \quad c' = (w, a) \quad (i, m \text{ の総和はとらない}) \quad (2.3.19)$$

$$\beta_{c'm}^i \equiv \frac{\frac{\rho_{c'm}^2 \cdot k_{c'm}^{c'} - \rho_{c'i}^2 \cdot k_{c'i}^{c'}}{\|\mathbf{l}_m^i\|}}{\frac{\rho_{c'm} k_{c'm}^{c'}}{\|\mathbf{l}_m^m\|} + \frac{\rho_{c'i} k_{c'i}^{c'}}{\|\mathbf{l}_m^i\|}}, \quad c' = (w, a) \quad (i, m \text{ の総和はとらない}) \quad (2.3.20)$$

$$c_{cw}^i \equiv \int_v \frac{n_i S^w_i}{K_w} dv \quad (i \text{ の総和はとらない}) \quad (2.3.21)$$

$$c_{ca}^i \equiv \int_v \frac{n_i S^a_i}{\rho_i^a \bar{R} \Theta_i} dv \quad (i \text{ の総和はとらない}) \quad (2.3.22)$$

$$c_{sw}^i \equiv \int_v n_i dv \quad (2.3.23)$$

$$\dot{f}_w^i \equiv -\sum_{m=1}^s \gamma_w \alpha_{wm}^i (z_{cm}^i - z_c^i) - \sum_{m=1}^s k_{wi}^w \zeta_m^i - q^i \quad (i \text{ の総和はとらない}) \quad (2.3.24)$$

$$\zeta_m^i \equiv \left[\frac{\left\{ \rho_{wm}^w k_{wm}^w (\rho_{wm}^w - \rho_0) - \rho_{wi}^w k_{wi}^w (\rho_{wi}^w - \rho_0) \right\} + (\rho_{wi}^w - \rho_0) \frac{n_z^m S^m}{\rho_0}}{\|\mathbf{l}_m^i\| \left(\frac{\rho_{wm}^w k_{wm}^w}{\|\mathbf{l}_m^m\|} + \frac{\rho_{wi}^w k_{wi}^w}{\|\mathbf{l}_m^i\|} \right)} \right] \quad (i, m \text{ の総和はとらない}) \quad (2.3.25)$$

$$\dot{f}_a^i \equiv -\sum_{m=1}^s \frac{k_{ai}^a}{\gamma_w} (\beta_{am}^i + \rho_{ai}^a) g n_z^m S^m \quad (i \text{ の総和はとらない}) \quad (2.3.26)$$

ここに、添え字 i は注目している要素番号を示す。 m ($m=1, 2, \dots, s$) は要素内の面の通し番号である。 p_m^w は要素 i と m 番目の面で隣接する要素の間隙水圧を表し、 p_m^a , $\rho_{c'm}^c$, $k_{c'm}^c$ の添え字 m も同様である。 s は隣接要素数で、3次元条件の場合は $s=6$ 、2次元平面ひずみ条件または軸対称条件の場合は $s=4$ である。その他の文字の説明を以下に示す。

\mathbf{L}^i : 要素 i の土骨格の速度を土骨格の体積変化に変換する要素マトリクス

\mathbf{L}_{Bm}^i : 要素 i の m 番目の面の加速度を考慮するためのマトリクス

$\alpha_{c'm}^i$: 透水（または透気）性に関する係数

$\beta_{c'm}^i$, ζ_m^i : 要素 i と m 番目の面で隣接する要素間で密度と透水（または透気）係数の不均質性に起因した流れを考慮するための係数

c_{cw}^i : 連成式中の間隙水の圧縮性に関する係数

c_{ca}^i : 連成式中の間隙空気の圧縮性に関する係数

c_{sw}^i : 連成式中の飽和度変化に関する係数

z_c^i : 基準面から要素*i*の中心までの高さ

z_{cm}^i : 基準面から要素*i*と*m*番目の面で隣接する要素の中心までの高さ

q^i : 要素*i*に対して外部から供給される単位時間当たりの間隙水の流量

\mathbf{n}^m : 要素*i*の*m*番目の面の外向き単位法線ベクトル

n_z^m : \mathbf{n}^m の*z*成分

S^m : 要素*i*の*m*番目の面の面積

\mathbf{l}_m : 要素*i*の重心から見た、要素*i*と*m*番目の面で隣接する要素の重心への相対位置ベクトル

\mathbf{l}_m^i : 要素*i*の重心から見た、点*c*への相対位置ベクトル（点*c*は \mathbf{l}_m と要素*i*の*m*番目の面が交わる点であり、図-2.3.1を参照のこと）

\mathbf{l}_m^m : 点*c*から見た、要素*i*と*m*番目の面で隣接する要素の重心への相対位置ベクトル

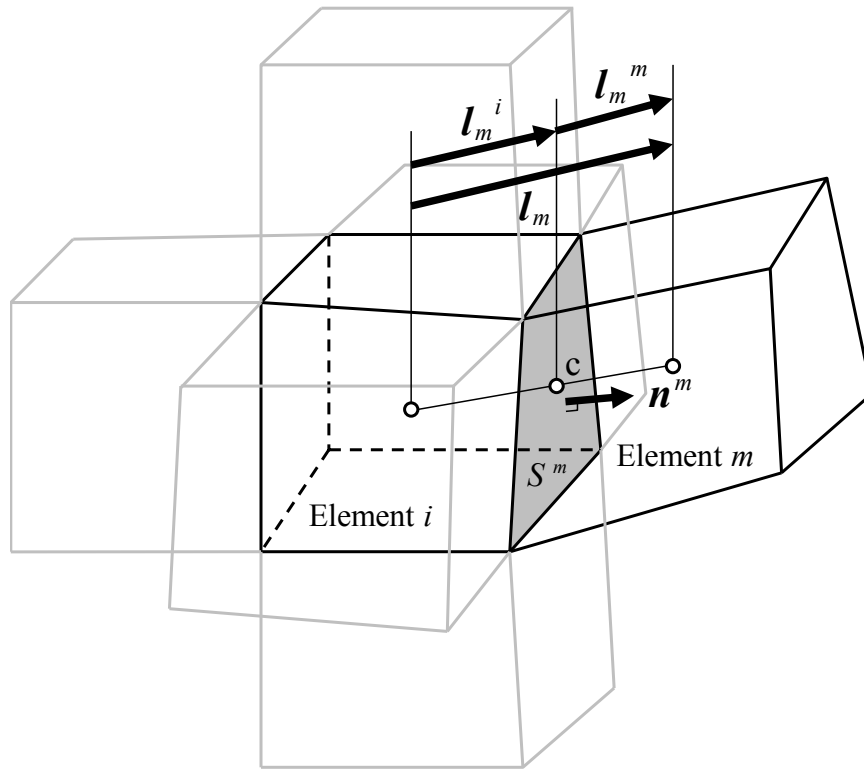


図-2.3.1 間隙水または間隙空気の流れの物理モデル（3次元の場合）

(b) 水分特性式の物理モデル

各要素の中心に間隙水圧、間隙空気圧および飽和度を割り当てると、運動方程式と二つの連成式とともに連立させる水分特性式は、式(2.2.53)および式(2.2.40)より次のようになる。

$$-c_s^i \dot{p}^w_i + c_s^i \dot{p}^a_i - c_w^i \dot{s}^w_i = 0 \quad (2.3.27)$$

ここに、

$$\begin{cases} c_s^i = -(s_{\max}^w - s_{\min}^w)^{n_i'} (n_i' - 1) \alpha_i (\alpha_i p^s)^{n_i'-1} & (s^w < s_{\max}^w \text{ のとき}) \\ c_s^i = 1 & (s^w \geq s_{\max}^w \text{ のとき}) \end{cases} \quad (2.3.28)$$

$$\begin{cases} c_w^i = \{1 + (\alpha_i p^s)^{n_i'}\}^{m_i'+1} & (s^w < s_{\max}^w \text{ のとき}) \\ c_w^i = 0 & (s^w \geq s_{\max}^w \text{ のとき}) \end{cases} \quad (2.3.29)$$

であり、

c_s^i : 水分特性式中のサクション変化に関する係数

c_w^i : 水分特性式中の飽和度変化に関する係数

を意味する

2.3.4 三相系の定式化における有限変形問題で解くべき全体連立一次常微分方程式

不飽和土（混合体）の初期値・境界値問題を解くために、式(2.3.2)、式(2.3.15)、式(2.3.16)および式(2.3.27)を各要素について重ね合わせると、最終的に次の解くべき全体連立一次常微分方程式を得る。

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{\mathbf{v}}\} \\ \{\ddot{\mathbf{p}}^w\} \\ \{\ddot{\mathbf{p}}^a\} \\ \{\ddot{\mathbf{s}}^w\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{L}_w & -\mathbf{L}_a & -\mathbf{L}_{sw} \\ \mathbf{L}_{w1} + \mathbf{L}_{Bw} & -\mathbf{S}_{cw} & \mathbf{0} & -\mathbf{S}_{sw} \\ \mathbf{L}_{a1} + \mathbf{L}_{Ba} & \mathbf{0} & -\mathbf{S}_{ca} & \mathbf{S}_{sw} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{S}_s & \mathbf{S}_s & -\mathbf{S}_w \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{\mathbf{v}}\} \\ \{\dot{\mathbf{p}}^w\} \\ \{\dot{\mathbf{p}}^a\} \\ \{\dot{\mathbf{s}}^w\} \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{L}_{w2} & \mathbf{H}_w & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{L}_{a2} & \mathbf{0} & \mathbf{H}_a & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\mathbf{v}\} \\ \{\mathbf{p}^w\} \\ \{\mathbf{p}^a\} \\ \{\mathbf{s}^w\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{\mathbf{f}\} \\ \{\dot{\mathbf{f}}_w\} \\ \{\dot{\mathbf{f}}_a\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (2.3.30)$$

ここに、

$$\{\mathbf{a}\} = \{\mathbf{a}^{1T} \quad \dots \quad \mathbf{a}^{NE T}\}^T, \quad \mathbf{a} = (\mathbf{v}, \dot{\mathbf{f}}) \quad (2.3.31)$$

$$\{\mathbf{a}\} = \{a_1 \quad \dots \quad a_{NE}\}^T, \quad \mathbf{a} = (p^w, p^a, s^w, \dot{f}_w, \dot{f}_a) \quad (2.3.32)$$

$$\mathbf{M} = \sum_{i=1}^{NE} \mathbf{M}^i \quad (2.3.33)$$

$$\mathbf{K} = \sum_{i=1}^{NE} \mathbf{K}^i \quad (2.3.34)$$

$$\mathbf{L}_{c'} = [\mathbf{L}_{c'}^{1T} \quad \dots \quad \mathbf{L}_{c'}^{NE T}], \quad \mathbf{c}' = (\mathbf{w}, \mathbf{a}, \mathbf{sw}) \quad (2.3.35)$$

$$\mathbf{L}_{c'1} = \frac{1}{\gamma_w} [\rho^{c'1} k^{c'1} \mathbf{L}^{1T} \quad \dots \quad \rho^{c'NE} k^{c'NE} \mathbf{L}^{NE T}]^T, \quad \mathbf{c}' = (\mathbf{w}, \mathbf{a}) \quad (2.3.36)$$

$$\mathbf{L}_{c'2} = [s^{c'1} \mathbf{L}^{1T} \quad \dots \quad s^{c'NE} \mathbf{L}^{NE T}]^T, \quad \mathbf{c}' = (\mathbf{w}, \mathbf{a}) \quad (2.3.37)$$

$$\mathbf{L}_{Bc'} = \frac{1}{\gamma_w} \left[k^{c'1} \sum_{m=1}^s \beta_{c'm}^1 \mathbf{L}_{Bm}^{1T} \quad \dots \quad k^{c'NE} \sum_{m=1}^s \beta_{c'm}^{NE} \mathbf{L}_{Bm}^{NE T} \right]^T, \quad \mathbf{c}' = (\mathbf{w}, \mathbf{a})$$

$$\mathbf{H}_{c'} = [\mathbf{H}_{c'}^{1T} \quad \dots \quad \mathbf{H}_{c'}^{NE T}]^T, \quad \mathbf{c}' = (\mathbf{w}, \mathbf{a}) \quad (2.3.38)$$

$$\mathbf{H}_{c'}^i = \left[\alpha_{c'1}^i \quad \dots \quad \alpha_{c's}^i \quad - \sum_{m=1}^s \alpha_{c'm}^i \right], \quad \mathbf{c}' = (\mathbf{w}, \mathbf{a}) \quad (2.3.39)$$

$$S_d = \begin{bmatrix} c_d^1 & & & & 0 \\ & \ddots & & & \\ & & c_d^i & & \\ & & & \ddots & \\ 0 & & & & c_d^{NE} \end{bmatrix}, \quad (d = cw, ca, sw, s, w) \quad (2.3.40)$$

であり、 $\{\mathbf{v}\}$ と $\{\dot{\mathbf{f}}\}$ はそれぞれ、節点 j ($j=1, \dots, NP$, NP : 節点数) の速度ベクトル \mathbf{v}^j と荷重速度ベクトル $\dot{\mathbf{f}}^j$ の全体表示である。また、 $\{p^e\}$ と $\{\dot{f}_c^e\}$ ($\mathbf{c}'=(\mathbf{w}, \mathbf{a})$) はそれぞれ、要素 i ($i=1, \dots, NE$, NE : 要素数) の間隙水圧または間隙空気圧 p^e_i と流出入する間隙水または間隙空気の流量 $\dot{f}_c^e_i$ ($\mathbf{c}'=(\mathbf{w}, \mathbf{a})$) の全体表示である。 $\{s^w\}$ は、要素 i ($i=1, \dots, NE$, NE : 要素数) の飽和度 s^w_i の全体表示である。 S_{cw} , S_{ca} および S_{sw} はそれぞれ連成式において間隙水の体積圧縮 (膨張)、間隙空気の体積圧縮 (膨張) および飽和度変化に関するマトリクスである。 S_s と S_w はそれぞれ土の水分特性においてサクション変化と飽和度変化に関するマトリクスである。

なお、三軸試験機のペデスタルのように剛で摩擦のある条件や、地震応答解析時に用いる周期境界条件などは、土骨格の変形に課される束縛条件として考慮されるが、その導入方法は Asaoka et al. (1998) および Noda et al (2008) を参照されたい。

2.3.5 三相系の有限変形問題で解くべき連立一次方程式 (「全体接線剛性方程式」)

陰的解法に基づいて慣性力の影響も考慮した解析を行うために、Noda et al. (2008) と同一の手法で、線形加速度法の考え方を躍度場に適用する。すなわち、線形加速度法の一つの拡張法である Wilson の θ 法 (Wilson et al., 1973) の考えに従い、式(2.3.30)の時間微分項を差分近似で扱う。具体的には、土骨格の変位または座標の 3 階の時間微分である躍度 $\ddot{\mathbf{v}}(t)$ が、次式のように、時刻 $t=t$ から $t=t+\theta\Delta t$ ($\theta \geq 1$) の区間で線形的に変化すると仮定する。Wilson の θ 法は、 $\theta \geq 1.37$ のときに時間刻み Δt に関係なく無条件安定になるため、本論文では $\theta=1.4$ とする。

$$\{\ddot{\mathbf{v}}\}_{t+\tau} = \{\ddot{\mathbf{v}}\}_t + \frac{\tau}{\theta\Delta t} (\{\ddot{\mathbf{v}}\}_{t+\theta\Delta t} - \{\ddot{\mathbf{v}}\}_t) \quad (2.3.41)$$

この式を τ について順次積分し、 $\tau=\theta\Delta t$ をおくと、節点の加速度ベクトル $\{\ddot{\mathbf{v}}\}$ 、速度ベクトル $\{\dot{\mathbf{v}}\}$ および位置ベクトル $\{\mathbf{x}\}$ について、次の 3 式が得られる。

$$\{\ddot{\mathbf{v}}(\theta\Delta t)^2\}_{t+\theta\Delta t} = \{\ddot{\mathbf{v}}(\theta\Delta t)^2\}_t + \frac{1}{2} \{\ddot{\mathbf{v}}(\theta\Delta t)^3\}_t + \frac{1}{2} \{\ddot{\mathbf{v}}(\theta\Delta t)^3\}_{t+\theta\Delta t} \quad (2.3.42)$$

$$\{\dot{\mathbf{v}}(\theta\Delta t)\}_{t+\theta\Delta t} = \{\dot{\mathbf{v}}(\theta\Delta t)\}_t + \{\ddot{\mathbf{v}}(\theta\Delta t)^2\}_t + \frac{1}{3} \{\ddot{\mathbf{v}}(\theta\Delta t)^3\}_t + \frac{1}{6} \{\ddot{\mathbf{v}}(\theta\Delta t)^3\}_{t+\theta\Delta t} \quad (2.3.43)$$

$$\{\mathbf{x}\}_{t+\theta\Delta t} = \{\mathbf{x}\}_t + \{\dot{\mathbf{v}}(\theta\Delta t)\}_t + \frac{1}{2} \{\ddot{\mathbf{v}}(\theta\Delta t)^2\}_t + \frac{1}{8} \{\ddot{\mathbf{v}}(\theta\Delta t)^3\}_t + \frac{1}{24} \{\ddot{\mathbf{v}}(\theta\Delta t)^3\}_{t+\theta\Delta t} \quad (2.3.44)$$

ここに、

$\{\ddot{\mathbf{v}}(\theta\Delta t)^3\}_{t+\theta\Delta t}$: 時刻 $t=t+\theta\Delta t$ における節点の躍度ベクトル ($\times (\theta\Delta t)^3$)

$\{\ddot{\mathbf{v}}(\theta\Delta t)^2\}_{t+\theta\Delta t}$: 時刻 $t=t+\theta\Delta t$ における節点の加速度ベクトル ($\times (\theta\Delta t)^2$)

$\{\dot{\mathbf{v}}(\theta\Delta t)\}_{t+\theta\Delta t}$: 時刻 $t=t+\theta\Delta t$ における節点の速度ベクトル ($\times \theta\Delta t$)

$\{\mathbf{x}\}_{t+\theta\Delta t}$: 時刻 $t=t+\theta\Delta t$ における節点の位置ベクトル

である。また、これらの時刻 $t = t + \theta\Delta t$ における諸量の下付き添字を $t + \theta\Delta t$ から t に置き換えたものは、対応する時刻 $t = t$ における諸量である。

間隙水圧、間隙空気圧および飽和度についても陰的解法として、台形公式を用いる。

$$\{A\}_{t+\theta\Delta t} = \{A\}_t + \frac{1}{2} \left(\{A\}_{t+\theta\Delta t} + \{A\}_t \right) (\theta\Delta t), \quad (A = p^w, p^a, s^w) \quad (2.3.45)$$

ここに

$\{A\}_{t+\theta\Delta t}$: 時刻 $t = t + \theta\Delta t$ における、間隙水圧、間隙空気圧または飽和度

$\{\dot{A}\}_{t+\theta\Delta t}$: 時刻 $t = t + \theta\Delta t$ における、間隙水圧速度、間隙空気圧速度または飽和度速度

である。また、これらの時刻 $t = t + \theta\Delta t$ における諸量の下付き添字を $t = t + \theta\Delta t$ から t に置き換えたものは、対応する時刻 $t = t$ における諸量である。

式(2.3.30)が時刻 $t = t + \theta\Delta t$ において成立しているとして、この式に式(2.3.42)～式(2.3.45)を代入すると、次式のように、時刻 $t = t + \theta\Delta t$ について躍度、間隙水圧、間隙空気圧および飽和度に関する連立一次方程式を最終的に得ることができる。

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \frac{1}{(\theta\Delta t)^2} M + \frac{1}{6} K & -2L_w & -2L_a & -2L_{sw} \\ -L_{\theta 1}^w + \frac{1}{2(\theta\Delta t)} L_{Bw} & H_w(\theta\Delta t) - 2S_{cw} & 0 & -2S_{sw} \\ -L_{\theta 1}^a + \frac{1}{2(\theta\Delta t)} L_{Ba} & 0 & H_a(\theta\Delta t) - 2S_{ca} & 2S_{sw} \\ 0 & -2S_s & 2S_s & -2S_w \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{v}^N(\theta\Delta t)^3\}_{t+\theta\Delta t} \\ \{p^w\}_{t+\theta\Delta t} \\ \{p^a\}_{t+\theta\Delta t} \\ \{s^w\}_{t+\theta\Delta t} \end{Bmatrix} \\ & = \left\{ \begin{aligned} & \left[\{\dot{f}(\theta\Delta t)\}_{t+\theta\Delta t} - K \left[\{v^N(\theta\Delta t)\}_t + \{\dot{v}^N(\theta\Delta t)^2\}_t + \frac{1}{3} \{\ddot{v}^N(\theta\Delta t)^3\}_t \right] \right. \\ & - 2L_w \left[\{p^w\}_t + \frac{1}{2} \{\dot{p}^w(\theta\Delta t)\}_t \right] - 2L_a \left[\{p^a\}_t + \frac{1}{2} \{\dot{p}^a(\theta\Delta t)\}_t \right] - 2L_{sw} \left[\{s^w\}_t + \frac{1}{2} \{\dot{s}^w(\theta\Delta t)\}_t \right] \\ & \quad \left. \begin{aligned} & \{\dot{f}_w(\theta\Delta t)\}_{t+\theta\Delta t} + L_{w2} \{v^N(\theta\Delta t)\}_t + L_{\theta 2}^w \{\dot{v}^N(\theta\Delta t)^2\}_t + L_{\theta 3}^w \{\ddot{v}^N(\theta\Delta t)^3\}_t \\ & - 2S_{cw} \left[\{p^w\}_t + \frac{1}{2} \{\dot{p}^w(\theta\Delta t)\}_t \right] - 2S_{sw} \left[\{s^w\}_t + \frac{1}{2} \{\dot{s}^w(\theta\Delta t)\}_t \right] \\ & - \frac{1}{2(\theta\Delta t)} L_{Bw} \left[2\{\dot{v}^N(\theta\Delta t)^2\}_t + \{\ddot{v}^N(\theta\Delta t)^3\}_t \right] \end{aligned} \right\} \\ & \quad \left\{ \begin{aligned} & \{\dot{f}_a(\theta\Delta t)\}_{t+\theta\Delta t} + L_{a2} \{v^N(\theta\Delta t)\}_t + L_{\theta 2}^a \{\dot{v}^N(\theta\Delta t)^2\}_t + L_{\theta 3}^a \{\ddot{v}^N(\theta\Delta t)^3\}_t \\ & - 2S_{ca} \left[\{p^a\}_t + \frac{1}{2} \{\dot{p}^a(\theta\Delta t)\}_t \right] + 2S_{sw} \left[\{s^w\}_t + \frac{1}{2} \{\dot{s}^w(\theta\Delta t)\}_t \right] \\ & - \frac{1}{2(\theta\Delta t)} L_{Ba} \left[2\{\dot{v}^N(\theta\Delta t)^2\}_t + \{\ddot{v}^N(\theta\Delta t)^3\}_t \right] \end{aligned} \right\} \\ & \quad \left. - 2S_s \left[\{p^w\}_t + \frac{1}{2} \{\dot{p}^w(\theta\Delta t)\}_t \right] + 2S_s \left[\{p^a\}_t + \frac{1}{2} \{\dot{p}^a(\theta\Delta t)\}_t \right] - 2S_w \left[\{s^w\}_t + \frac{1}{2} \{\dot{s}^w(\theta\Delta t)\}_t \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.3.46)$$

ここに、

$$L_{\theta n}^{c'} = \left[\gamma_{\theta n}^{c'1} L^{1T} \quad \cdots \quad \gamma_{\theta n}^{c'i} L^{iT} \quad \cdots \quad \gamma_{\theta n}^{c'NE} L^{NET} \right]^T, \quad (n=1,2,3), \quad c'=(w,a) \quad (2.3.47)$$

$$\gamma_{\theta 1}^{c'i} = \frac{1}{6} s^{c'i} - \frac{1}{2\theta\Delta t} \frac{\rho^{c'i} k^{c'i}}{\gamma_w}, \quad c'=(w,a)$$

$$\begin{aligned}\gamma_{\theta 2}^{c'i} &= s_{c'i} - \frac{1}{\theta \Delta t} \frac{\rho^{c'} k^{c'}_i}{\gamma_w}, \quad c'=(w,a) \\ \gamma_{\theta 3}^{c'i} &= \frac{1}{3} s_{c'i} - \frac{1}{2\theta \Delta t} \frac{\rho^{c'} k^{c'}_i}{\gamma_w}, \quad c'=(w,a)\end{aligned}\tag{2.3.48}$$

であり、添え字*i*は注目している要素番号を示す。

2.3.6 加速度、速度、位置ベクトルおよび各種状態量の更新方法

次に、加速度、速度、位置ベクトルおよび各種状態量の更新方法を示す。時刻 $t=t+\theta\Delta t$ と $t=t+\Delta t$ における計算式（公式）が別途必要なので、以下では各時刻に分けて述べる。

時刻 $t=t+\theta\Delta t$ における諸量

加速度、速度および位置ベクトルはそれぞれ、解 $\{\ddot{\mathbf{v}}(\theta\Delta t)\}_{|_{t+\theta\Delta t}}$ を用いて式(2.3.42)、式(2.3.43)および式(2.3.44)から求める。応力などの各状態量については、その状態量（テンソル量、ベクトル量、スカラー量など）を A' 、その速度を \dot{A}' とすると、時刻 $t=t+\theta\Delta t$ における状態量の速度 $\dot{A}'_{|_{t+\theta\Delta t}}$ が、式(2.3.43)で決めた $\{\mathbf{v}(\theta\Delta t)\}_{|_{t+\theta\Delta t}}$ より求めることができるので、状態量 $A'_{|_{t+\theta\Delta t}}$ は時刻 $t=t$ における諸量から、次式で算出する。ただし、間隙水圧、間隙空気圧および飽和度は連立一次方程式の解として求まるため、これらは除く。

$$A'_{|_{t+\theta\Delta t}} = A'_{|_t} + \frac{1}{2} \left(\dot{A}'_{|_{t+\theta\Delta t}} + \dot{A}'_{|_t} \right) (\theta\Delta t) \tag{2.3.49}$$

時刻 $t=t+\Delta t$ における諸量

時刻 $t=t+\Delta t$ における加速度、速度および位置ベクトルは、式(2.3.42)、式(2.3.43)および式(2.3.44)などの導出過程で $\tau=\Delta t$ と置いた式に基づいて、時刻 $t=t+\theta\Delta t$ における $\{\ddot{\mathbf{v}}(\theta\Delta t)^3\}_{|_{t+\theta\Delta t}}$ と、時刻 $t=t$ における $\{\ddot{\mathbf{v}}(\theta\Delta t)^2\}_{|_t}$ 、 $\{\mathbf{v}(\theta\Delta t)\}_{|_t}$ および $\{\mathbf{x}\}_{|_t}$ から算出する。また、時刻 $t=t+\Delta t$ の各状態量 $A'_{|_{t+\Delta t}}$ とその速度 $\dot{A}'_{|_{t+\Delta t}}$ については、時刻 $t=t$ と $t=t+\theta\Delta t$ における諸量から、次式で計算する。

$$\dot{A}'_{|_{t+\Delta t}}(\theta\Delta t) = \dot{A}'_{|_t}(\theta\Delta t) + \frac{2}{\theta} \left(A'_{|_{t+\theta\Delta t}} - A'_{|_t} - \dot{A}'_{|_t}(\theta\Delta t) \right) \tag{2.3.50}$$

$$A'_{|_{t+\Delta t}} = A'_{|_t} + \frac{1}{2\theta} \left\{ \dot{A}'_{|_{t+\Delta t}}(\theta\Delta t) + \dot{A}'_{|_t}(\theta\Delta t) \right\} \tag{2.3.51}$$

2.4 慣性力を考慮した空気～水～土骨格連成有限変形解析による一様変形場の実現

2.4.1 はじめに

数値解析コードを作成した場合、理論解との比較による検証（Verification）が必要である。本節では、 $\mathbf{u}\text{-}p^w\text{-}p^a(-s^w)$ formulation に基づいた慣性力対応の空気～水～土骨格連成有限変形解析コードの検証を目的として、 $\mathbf{u}\text{-}p$ formulation に基づく有限変形解析コードの検証（Noda et al., 2013）方法に倣い、加速度が生じる条件下での一様変形場を理論的に考察し、その実現を行う。なお、本節で示す一様変形場を実現する上で、用いる数値解析コードが飽和度 s^w を陽に未知数にして解く手法を採用しているかどうかは影響せず、どちらにおいても実現・検証可能である。

2.4.2 等体積条件を満たす二次元平面ひずみ一様変形場の理論的考察

上下端ともに剛で摩擦が無いようなペDESTALを介して、側圧一定の非排水・非排気条件下で完全矩形供試体に対して行う等体積・定率鉛直伸張・圧縮試験を想定する。慣性系にデカルト座標系を設定し、水平方向と鉛直方向に、基準座標として X_1 と X_2 、現座標として x_1 と x_2 をとると、土骨格の一様変形場は次式で表される。

$$\begin{cases} x_1 = \frac{1}{1+\delta t} X_1 \\ x_2 = (1+\delta t) X_2 \end{cases} \quad (2.4.1)$$

ここに、 δ は鉛直方向の単位時間・単位長さ当たりの公称伸び率、 t は時間を表す。 $X_1 X_2 = x_1 x_2$ がエレメントワイズの等体積変形を表す。式(2.4.1)は、土骨格の速度と加速度を求めると次式になる。

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\frac{\delta}{(1+\delta t)^2} X_1 \\ \dot{x}_2 = \delta X_2 \end{cases} \quad (2.4.2)$$

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 = \frac{2\delta^2}{(1+\delta t)^3} X_1 \\ \ddot{x}_2 = 0 \end{cases} \quad (2.4.3)$$

ここで、上付き“ \cdot ” は土骨格から見た物質時間微分を表す。加速度は水平方向のみに生じることに注意する。

さらに、重力を考慮せず、鉛直・水平方向に一様な変形が保たれる場合を仮定すると、 $\mathbf{u}\text{-}p^w\text{-}p^a(-s^w)$ formulation に基づく混合体の運動方程式は式(2.4.4)になる。

$$\begin{cases} \rho \ddot{x}_1 = \frac{\partial T_1}{\partial x_1} \\ \rho \ddot{x}_2 = \frac{\partial T_2}{\partial x_2} \end{cases} \quad (2.4.4)$$

ここに、 ρ は土全体の密度、 T_1, T_2 は全応力の x_1, x_2 方向の主値である。平均化骨格応力（Jommi, 2000）の式(2.2.8)を用いる場合、式(2.4.4)の右辺は次のように変形される。

$$\begin{cases} \frac{\partial T_1}{\partial x_1} = \frac{\partial}{\partial x_1} (T'_1 - s^w p^w - s^a p^a) = \frac{\partial}{\partial x_1} (T'_1 - p^a + s^w p^s) \\ \frac{\partial T_2}{\partial x_2} = \frac{\partial}{\partial x_2} (T'_2 - p^a + s^w p^s) \end{cases} \quad (2.4.5)$$

土骨格の一樣変形場を想定しているため骨格応力の空間的変化はない。さらに飽和度、すなわちサクションも空間的変化はないと仮定する。このとき式(2.4.5)は、

$$\begin{cases} \frac{\partial T_1}{\partial x_1} = -\frac{\partial p^a}{\partial x_1} \\ \frac{\partial T_2}{\partial x_2} = -\frac{\partial p^a}{\partial x_2} \end{cases} \quad (2.4.6)$$

となり、式(2.4.1)、式(2.4.3)、式(2.4.4)および式(2.4.6)より運動方程式は次式になる。

$$\begin{cases} \frac{2\rho\delta^2}{(1+\delta t)^2} x_1 = -\frac{\partial p^a}{\partial x_1} \\ 0 = -\frac{\partial p^a}{\partial x_2} \end{cases} \quad (2.4.7)$$

間隙空気圧は鉛直方向には一樣分布するが、水平方向に一樣分布するためには $\delta=0$ が必要であり、有限の載荷速度では必ず間隙空気圧勾配が生じる。サクションは一樣分布すると仮定したため、間隙水圧に関しても間隙空気圧と同様である。

ここで、式(2.4.7)を用いて、間隙空気の流速 v'_a と間隙水の流速 v'_w を式示すると次のようになる。

$$v'^a_1(x_1, t) = -\frac{k^a}{\gamma_w} \left(\frac{\partial p^a}{\partial x_1} + \rho^a \ddot{x}_1 \right) = \frac{k^a}{\gamma_w} \frac{2\delta^2}{(1+\delta t)^2} x_1 (\rho - \rho^a) \quad (2.4.8)$$

$$v'^a_2 = 0 \quad (2.4.9)$$

$$v'^w_1(x_1, t) = -\frac{k^w}{\gamma_w} \left(\frac{\partial p^w}{\partial x_1} + \rho^w \ddot{x}_1 \right) = \frac{k^w}{\gamma_w} \frac{2\delta^2}{(1+\delta t)^2} x_1 (\rho - \rho^w) \quad (2.4.10)$$

$$v'^w_2 = 0 \quad (2.4.11)$$

式(2.4.9)と式(2.4.11)より鉛直方向には流速がゼロとなるが、式(2.4.8)と式(2.4.10)より水平方向には、無限小の載荷速度でない限り流速が生じる。一方、非排水・非排気条件下での矩形供試体の一樣変形場の数値的実現を想定すると、境界では常に間隙水も間隙空気も流速がゼロとなる必要がある。よって、透気係数 k^a と透水係数 k^w をゼロ、つまり乾燥透気係数 k^a_d と飽和透水係数 k^w_s をゼロに仮定する必要がある。また材料は均質であるため、境界だけでなく土供試体全体において、 k^a_d と k^w_s をゼロとする必要があり、空気と水の流れが生じないことになる。以上から、「飽和度、すなわちサクションは一樣分布する」という仮定を満足し、「有限の載荷速度の場合は p^w と p^a が x_1 方向に分布すること」と、「間隙水と間隙空気は p^w と p^a に応じて密度が変化する」ことを併せて考えると、供試体の一樣変形場を実現するためには、間隙水に加えて間隙空気の非圧縮性の仮定も必要となる。この結果、飽和度、すなわちサクションは空間的だけでなく、時間的にも一定値となる。ここで間隙空気の非圧縮性を仮定することは不飽和土解析において現実的ではないが、ここでは解析コードの検証を目的としているため、この仮定が必要である点を強調したい。

間隙空気の非圧縮性も仮定した結果、土全体の密度 ρ が定数となるため、式(2.4.7)を x_1 に

関して積分すると Euler 表示で式(2.4.12)が得られる。

$$p^a(x_1, t) = p^a_0(t) - \frac{\rho \delta^2}{(1 + \delta t)^2} x_1^2 \quad (2.4.12)$$

ここに、 $p^a_0(t)$ は積分定数である。土供試体の幅を $2B$ ($-B \leq X_1 \leq B$) とし、セル圧 c が一定に作用している場合を想定すると、骨格応力の式(2.2.8)と式(2.4.1)により式(2.4.12)の積分定数が求まり、Lagrange 表示で

$$P^a(X_1, t) = c + T'_1 + s^w p^s - \frac{\rho \delta^2}{(1 + \delta t)^4} (X_1^2 - B^2) \quad (2.4.13)$$

となる。 p^s はサクシヨンである。式(2.4.13)は間隙空気圧の値の確認に必要である。間隙水圧は、サクシヨン一定の条件より式(2.4.14)から確認する。

$$P^w(X_1, t) = P^a(X_1, t) - p^s \quad (2.4.14)$$

2.4.3 慣性力を考慮した空気～水～土骨格連成有限変形解析コードによる一様変形場の実現

2.3 節で示した数値解析コードの検証（Verification）を目的として、2.4.2 節で考察した側圧一定の矩形供試体の一様圧縮変形場を数値解析的に実現できることを確かめる。

計算条件

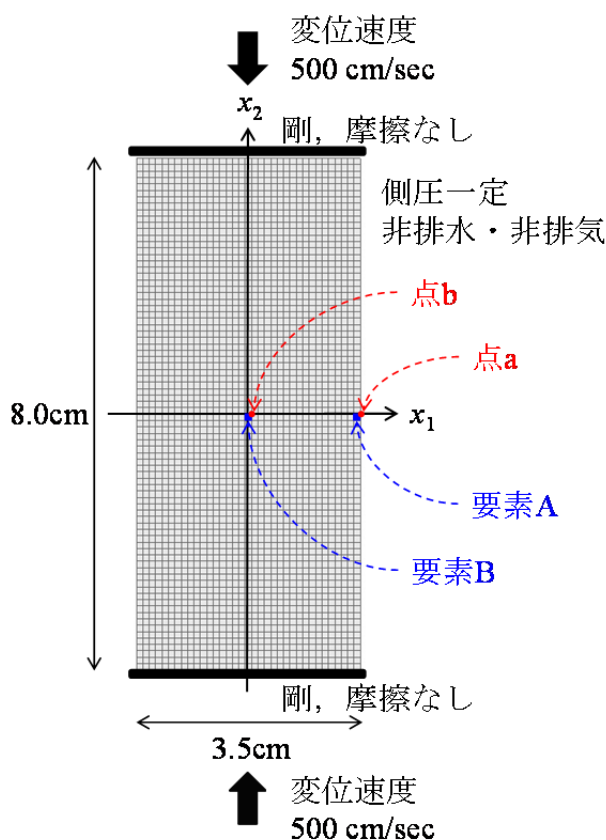


図-2.4.1 有限要素メッシュと幾何的境界条件

図-2.4.1 は有限要素メッシュと幾何的境界条件を示す。供試体の中心が原点になるように座標軸を設定した。縦 8.0 cm，横 3.5 cm， $80 \times 35 = 2800$ 要素の有限要素メッシュを、平面ひずみ条件の下、上下端から変位速度 500 cm/sec の一定速度で圧縮载荷した。この载荷は極めて速いが、これでも十分計算できることを示すためである。2.4.2 節で述べたように、上下端は剛で摩擦がなく、側方境界は非排水・非排気条件で側圧一定である。点 a と点 b および要素 A と要素 B は計算結果で着目する節点および要素を示す。

表-2.4.1 は土骨格の構成式に関する材料定数および初期値を示す。Noda et al. (2013) と同じ値を用いた。表-2.4.2 は水分特性曲線に関するパラメータおよびその他の物性値を示す。Carsel and Parrish (1988) の silty clay の値を参考にして決定した。2.4.2 節で考察したように、一様変形を実現するために k_d^a と k_s^w を 0 とし、水に加えて空気も非圧縮性とした。速度および加速度の初期値は、式(2.4.2)および式(2.4.3)を用いて各節点に与えた。セル圧は 300 kPa（一定）に設定した。初期の間隙空気圧は $X_1 = B$ で 0 kPa とし、式(2.4.13)を用いて空間的に分布させた。サクシオンは 100 kPa で一様に設定し（このときの飽和度は約 88 %）、初期の間隙水圧は式(2.4.14)より与えた。なお、計算では飽和度、すなわちサクシオンは初期のみ一様で、その後は変化してもよいものとして計算している。

表-2.4.1 土骨格の構成式に関する材料定数と初期値

弾塑性パラメータ		
$p' = 98.1, q = 0$ kPa 時の NCL 上の比体積	N	2.0
限界状態定数	M	1.55
圧縮指数	$\tilde{\lambda}$	0.108
膨潤指数	$\tilde{\kappa}$	0.025
ポアソン比	ν	0.3
発展則パラメータ		
正規圧密土化指数	m	0.2
構造劣化指数	a	0.0
構造劣化指数	b	-
構造劣化指数	c	-
構造劣化の塑性変形の進展尺度 における $-D_p^p$ と $\ \mathbf{D}_s^p\ $ の割合	c_s	-
回転硬化指数	b_r	0.0
回転硬化限界定数	m_b	-
初期値		
構造の程度	$1/R_0^*$	1.0
過圧密比	$1/R_0$	5.0
間隙比	e_0	0.718
応力比	η_0	0.0
異方性の程度	ζ_0	0.0

注) $\|\cdot\|$ はノルムを意味する記号である。

表-2.4.2 水分特性曲線に関するパラメータおよびその他の物性値

水分特性曲線		
最大飽和度 %	s_{\max}^w	100.0
最小飽和度 %	s_{\min}^w	19.4
van Genuchten パラメータ kPa^{-1}	α	0.0510
van Genuchten パラメータ	n'	1.09
van Genuchten パラメータ	m'	0.0826
飽和透水係数 m/sec	k_s^w	0.0
乾燥透気係数 m/sec	k_d^a	0.0
初期飽和度 %	s_0^w	88.1
その他の物性値		
土粒子密度 g/cm^3	ρ^s	2.65
水の体積弾性係数 kPa	K_w	∞
空気の気体定数 $\text{m}^2/\text{sec}^2/\text{K}$	\bar{R}	-
絶対温度 K	Θ	-

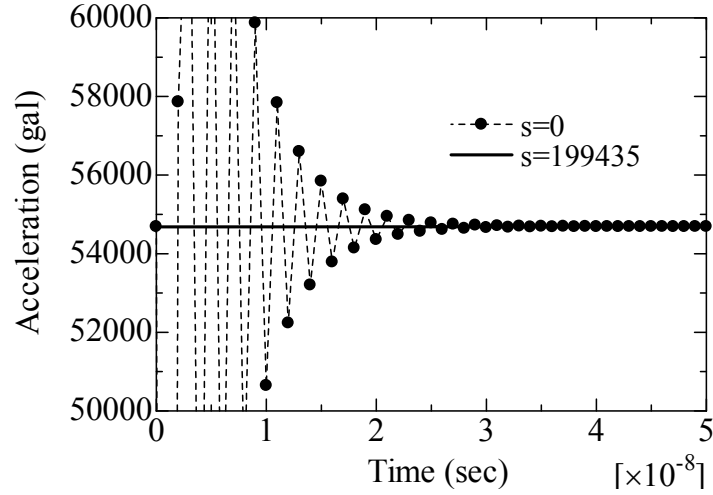
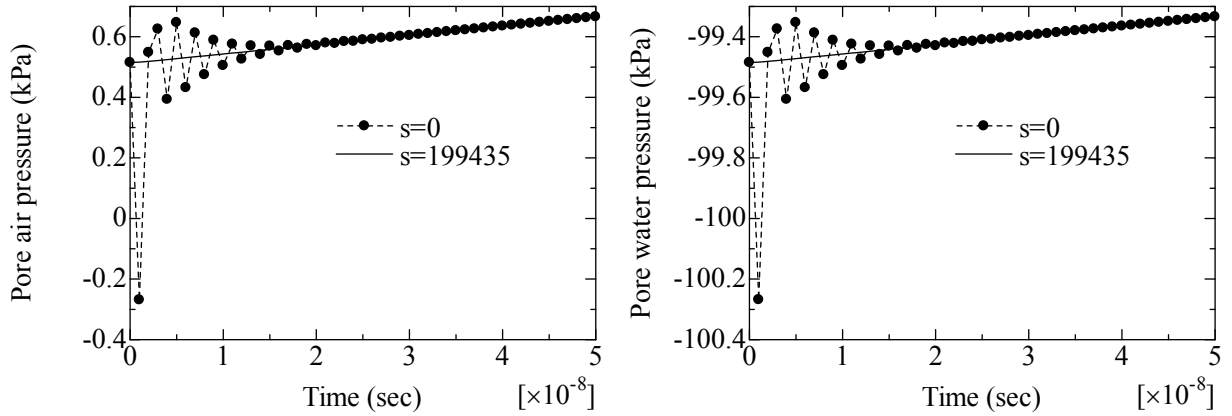


図-2.4.2 点 a の水平方向の加速度の時間変化（載荷直後）



(i) 間隙空気圧の時間変化

(ii) 間隙水圧の時間変化

図-2.4.3 要素 A の間隙空気圧および間隙水圧の時間変化（載荷直後）

図-2.4.2 は載荷直後の点 a（図-2.4.1 参照）の加速度の時間変化を示す。初期の速度と加速度に理論値を用いた場合（ $s=0$ 、 s については後述）、初期の段階において解が振動し、その後理論値とほぼ一致する様子が見られた。図-2.4.3 は載荷直後の要素 A の間隙空気圧および間隙水圧の時間変化を示す。加速度と付随して振動した後に理論値とほぼ一致した。

そこで、Wilson の θ 法に準拠した躍度（加速度の時間微分）を直線近似する考え方を参考（Noda et al., 2013）にして、式(2.4.15)と式(2.4.16)に示した方法で初期の速度と加速度を理論値よりもわずかに小さい値を用いる（ $s=199435$ ）と、解の振動はなくなった。

$$\dot{v}|_0 = \frac{4}{s\Delta t}(x|_0 - x|_{-s\Delta t}) - 3v|_{-s\Delta t} - \dot{v}|_{-s\Delta t}(s\Delta t) - \frac{1}{6}\ddot{v}|_{-s\Delta t}(s\Delta t)^2 \quad (2.4.15)$$

$$\ddot{v}|_0 = \frac{12}{(s\Delta t)^2}(x|_0 - x|_{-s\Delta t}) - \frac{12}{s\Delta t}v|_{-s\Delta t} - 5\dot{v}|_{-s\Delta t} - \ddot{v}|_{-s\Delta t}(s\Delta t) \quad (2.4.16)$$

これは、圧縮変形 ($\delta < 0$) の場合、式(2.4.1)における 1 階以上の時間に関する導関数が全て正值になるのに対し、本解析コードでは、座標に関して高々 3 階までの時間に対する導関数（躍度まで）しか扱うことができないため、理論的に完全な均質変形場を表現することができず、速度や加速度をわずかに小さく抑える必要があることを意味していると考えている (Noda et al., 2013)。実際に計算に用いた時間ステップ間隔 $\Delta t = 10^{-9}$ sec であり、点 A における理論値と低減値はそれぞれ、速度は 218.7500 cm/sec と 218.7499 cm/sec, 加速度は 54687.5 gal と 54684.4 gal であり、理論値と比べてわずかに小さい初期値を与えると、事実上理論値と一致した数値解が得られた。

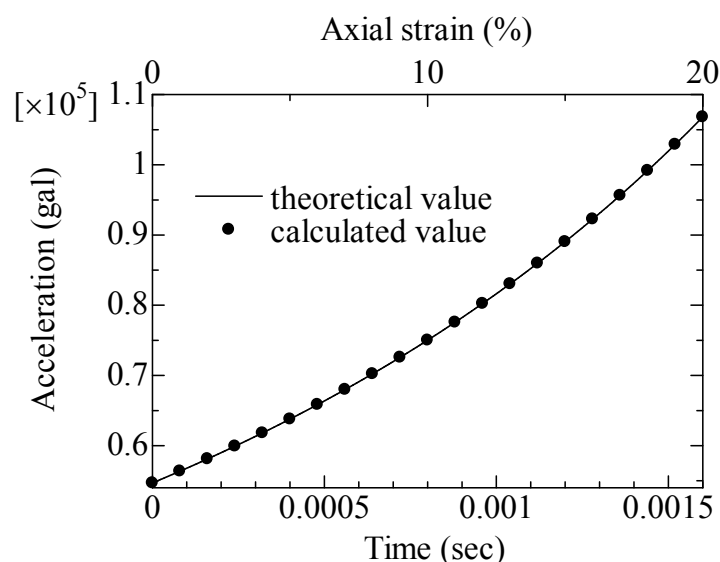


図-2.4.4 点 a の水平方向の加速度の時間変化（軸ひずみ 20%まで）

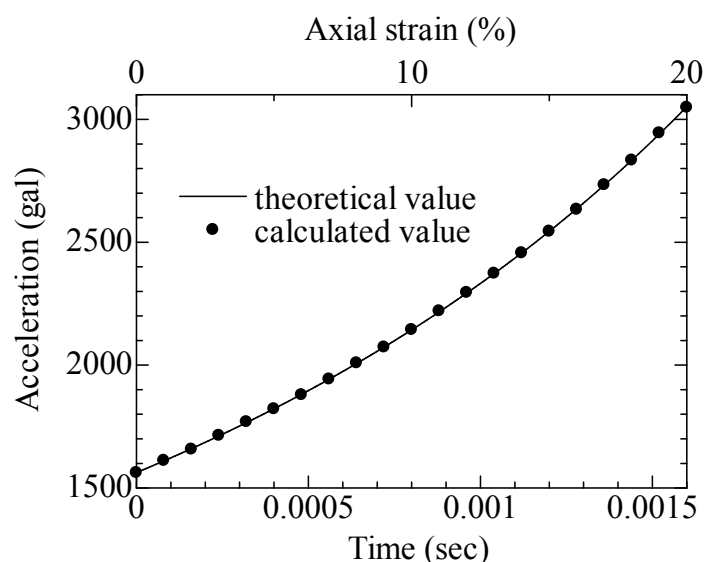
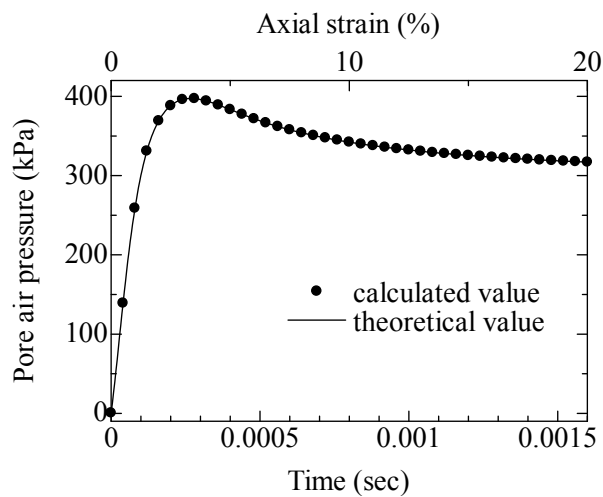
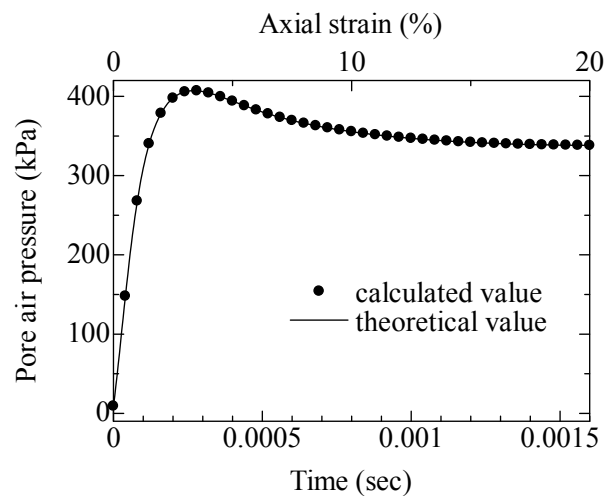


図-2.4.5 点 b の水平方向の加速度の時間変化（軸ひずみ 20%まで）

図-2.4.4 は軸ひずみ 20 %までの点 a の加速度の時間変化を理論値と計算値で比較した図で、変形が大きい範囲でも両者はほぼ一致した。図-2.4.5 は点 b の加速度の時間変化を理論値と計算値で比較した図で点 a 以外の点でも理論値と計算値がほぼ一致した。

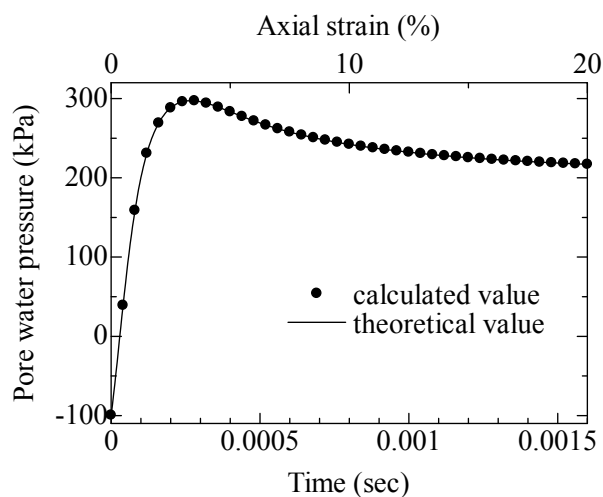


(i) 要素 A の間隙空気圧の時間変化

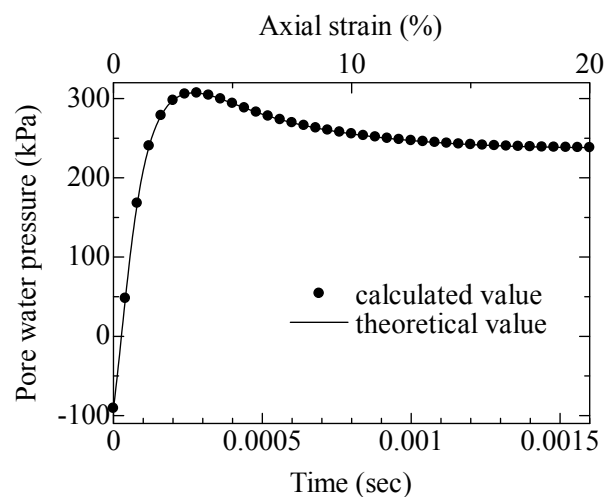


(ii) 要素 B の間隙空気圧の時間変化

図-2.4.6 間隙空気圧の時間変化（軸ひずみ 20%まで）



(i) 要素 A の間隙水圧の時間変化



(ii) 要素 B の間隙水圧の時間変化

図-2.4.7 間隙水圧の時間変化（軸ひずみ 20%まで）

図-2.4.6 と図-2.4.7 は、要素 A および要素 B の間隙空気圧と間隙水圧の計算結果を、式(2.4.13) と式(2.4.14)で示した理論値と比較した図であり、両者はほぼ一致した。

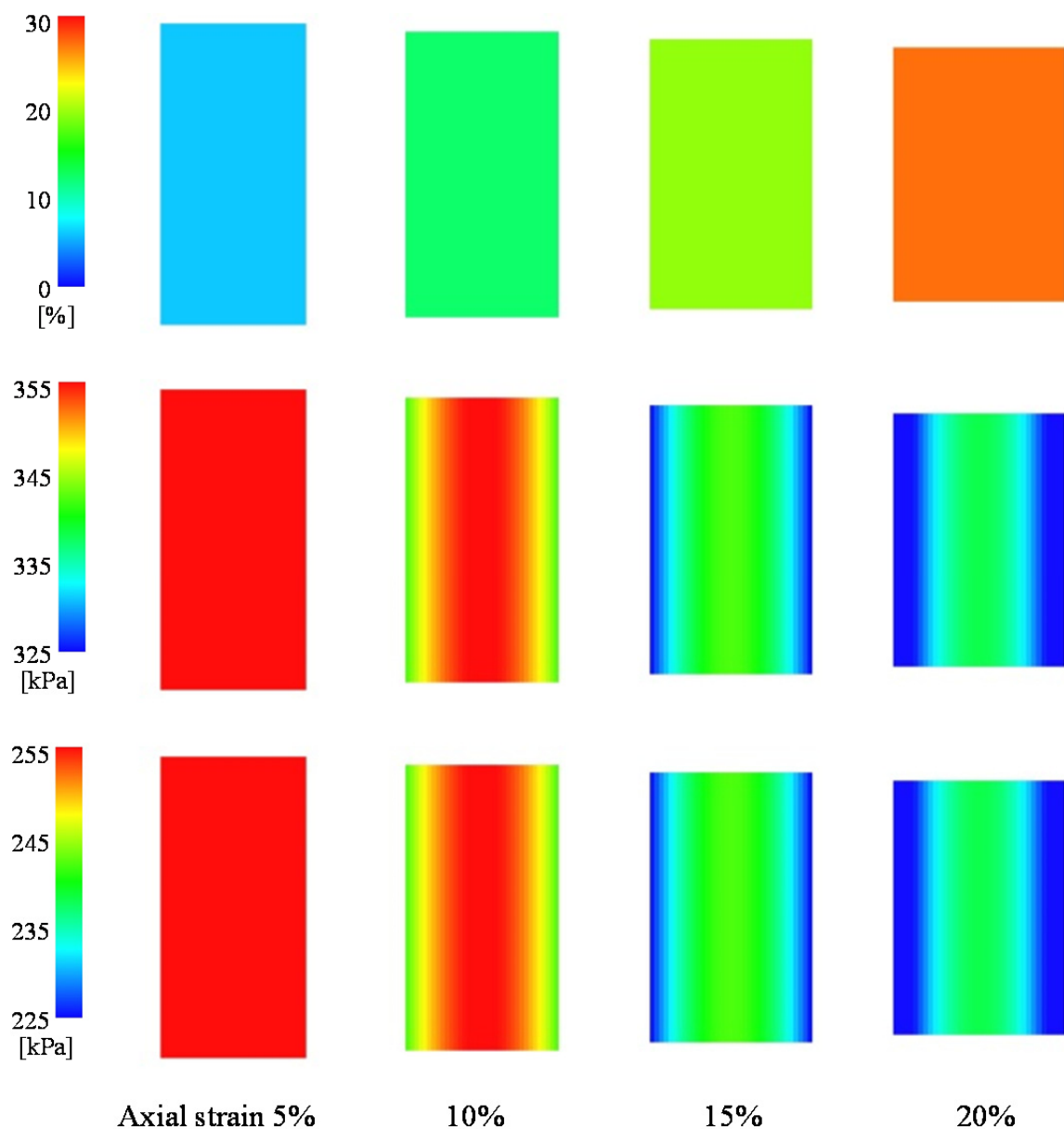


図-2.4.8 各種コンター図
(上からせん断ひずみ, 間隙空気圧, 間隙水圧)

図-2.4.8 はせん断ひずみ, 間隙空気圧および間隙水圧のコンター図を示す。せん断ひずみの図から均質に変形している。間隙空気圧は、式(2.4.12)で示した $x_1 = 0$ で頂点となる上に凸の放物線を描くが、計算結果も $x_1 = 0$ で最大値をとる形で分布している。図は省略するが、サクシオンおよび飽和度が空間的・時間的に一定となることも確認した。

2.5 飽和度 s^w を陽に未知数にして解く利点について

2.5.1 はじめに

本論文の定式化においては、2.2.3 節で述べたように、土中の全ての空気が気泡として水中に封入された封入不飽和状態 (Bear, 1979 ; Kohgo et al., 1993) にある土の飽和度変化を表現するために、飽和度 s^w を陽に未知数にして解き、水分特性曲線の最大飽和度 s_{\max}^w より高い飽和度の計算を可能としている。つまり、封入不飽和状態から飽和度 100%の状態にある「完全」飽和までを切れ目なく解析することができる。一方で、通常用いられる空気～水～土骨格連成解析においては、飽和度の時間変化項を比水分容量とサクションの時間変化項に置き換えるため、水分特性曲線の最大飽和度 s_{\max}^w を超えた飽和度の計算をすることができない。本節ではこのことを、一つの有限要素を用いたごく単純な計算結果の比較により示す。

飽和度 s^w が 85 % 以上の場合には地盤の空気は気泡の形で存在することが知られており (Schuurman, 1966)、この場合はサクション p^s が発生してない状態 ($p^w = p^a$) でも、間隙空気が間隙水の中に封入されたまま、飽和度 s^w が変化する。そこで、水分特性曲線の最大飽和度 s_{\max}^w を 85 % に設定して、初期サクションをゼロにした不飽和土三軸供試体を、側圧一定・非排水・非排気せん断する計算を実施した。非排水・非排気条件を設定した理由は、計算結果の比較・考察を容易にするためである。

また、水分特性曲線で記述される水分量として、飽和度の代わりに体積含水率または含水比を用いた場合においても、最大体積含水率または最大含水比以上の値を取り扱えないことで生じる問題点についても述べる。

2.5.2 水分特性曲線の最大飽和度以上の飽和度値を示す不飽和土三軸供試体の側圧一定・非排水・非排気せん断試験のシミュレーション

計算条件

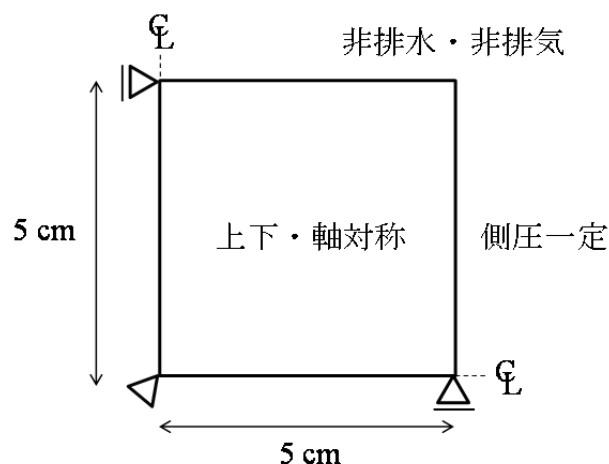


図-2.5.1 有限要素メッシュおよび幾何的境界条件

表-2.5.1 土骨格の構成式に関する材料定数と初期値

弾塑性パラメータ		
$p' = 98.1, q = 0$ kPa 時の NCL 上の比体積	N	1.81
限界状態定数	M	1.25
圧縮指数	$\tilde{\lambda}$	0.04
膨潤指数	$\tilde{\kappa}$	0.002
ポアソン比	ν	0.45
発展則パラメータ		
正規圧密土化指数	m	0.3
構造劣化指数	a	2.2
構造劣化指数	b	1.0
構造劣化指数	c	1.0
構造劣化の塑性変形の進展尺度 における $-D_p^p$ と $\ \mathbf{D}_s^p\ $ の割合	c_s	1.0
回転硬化指数	b_r	3.5
回転硬化限界定数	m_b	0.7
初期値		
構造の程度	$1/R_0^*$	4.0
過圧密比	$1/R_0$	1.0
間隙比	e_0	0.834
応力比	η_0	0.0
異方性の程度	ζ_0	0.0

表-2.5.2 水分特性曲線に関するパラメータおよびその他の物性値

水分特性曲線		
最大飽和度 %	s_{\max}^w	85.0
最小飽和度 %	s_{\min}^w	0.00
van Genuchten パラメータ kPa^{-1}	α	0.26
van Genuchten パラメータ	n'	7.1
van Genuchten パラメータ	m'	0.86
飽和透水係数 m/sec	k_s^w	2.0×10^{-4}
乾燥透気係数 m/sec	k_d^a	1.1×10^{-2}
初期飽和度 %	s_0^w	50.0
その他の物性値		
土粒子密度 g/cm^3	ρ^s	2.65
水の体積弾性係数 kPa	K_w	2.19×10^6
空気の気体定数 $\text{m}^2/\text{sec}^2/\text{K}$	\bar{R}	287.04
絶対温度 K	Θ	293.15 (20°C)

計算は、三軸供試体と载荷条件の上下・軸対称性を仮定して供試体の 1/4 断面を用いて行った。間隙水や間隙空気のマイグレーションを生じさせるペデスタルとの摩擦などの影響を除いて議論するため、図-2.5.1 に示すように、一つの有限要素を用いて上（下）端摩擦なしの条件とした。水と空気の境界条件は非排水・非排気とした。セル圧 200 kPa、初期間隙水圧と

初期間隙空気圧が 0 kPa、すなわち初期基底応力 200 kPa で初期サクシオン 0 kPa の供試体に対して、側圧一定で、軸ひずみ速度を定率 0.2 %/min で上（下）端の二つの節点に与えることでせん断した。表-2.5.1 および表-2.5.2 は材料定数および初期値を示す。これらの値は、第 3 章で用いた材料定数および初期値において、最大飽和度 s_{\max}^w を 85 %に変更することに加えて、計算結果をわかりやすくするために緩い砂を想定した初期値を設定したものである。すなわち供試体の状態は、構造を有する正規圧密状態にある土として、初期の構造の程度を $1/R_0^* = 4.0$ 、過圧密比を $1/R_0 = 1.0$ として与えた。以上の条件下で、 s^w を陽に(i)未知数にする場合と(ii)未知数にしない場合のせん断挙動を比較した。なお、(ii)の場合はサクシオン p^s が負になる場合があるため、この時は $s^w = s_{\max}^w$ で与える。

計算結果と考察

図-2.5.2 は、(i)と(ii)の側圧一定・非排水・非排気せん断の要素挙動を示す。ここで、要素挙動を示す際に用いた平均骨格応力 p' 、軸差応力 q 、体積ひずみ ε_v （圧縮：正）、せん断ひずみ ε_s の定義を次式に示す。

$$p' = -\frac{1}{3} \text{tr} \mathbf{T}' \quad (2.5.1)$$

$$q = \sqrt{\frac{3}{2} \mathbf{S} \cdot \mathbf{S}}, \quad \mathbf{S} = \mathbf{T}' + p' \mathbf{I} \quad (2.5.2)$$

$$\varepsilon_v = \frac{v_0 - v}{v_0} \quad (v_0 \text{ は初期の比体積、} v \text{ は変形後の比体積}) \quad (2.5.3)$$

$$\varepsilon_s = \sqrt{\frac{2}{3} \mathbf{e}' \cdot \mathbf{e}'}, \quad \mathbf{e}' = \mathbf{e} - \frac{1}{3} (\text{tr} \mathbf{e}) \mathbf{I}, \quad \mathbf{e} = \frac{1}{2} (\mathbf{I} - \mathbf{B}^{-1}), \quad \mathbf{B} = \mathbf{F} \mathbf{F}^T \quad (2.5.4)$$

（ \mathbf{F} は変形勾配テンソル）

(i)の場合は、飽和度 s^w は $s_{\max}^w = 85\%$ を超えても、 $p^w = p^a$ を保ち、上昇し続けることができる。これに伴って、境界が非排水・非排気条件であっても空気が顕著に圧縮するため、供試体の体積は減少する。このとき、せん断に伴う体積減少が許されるため、骨格応力経路は飽和土の排水挙動である 1:3 の勾配に近い形で挙動する。これに対して、(ii)の場合は、体積変化が許されず、等体積条件のまません断を受けるため、緩い砂や鋭敏な粘土に特有の $p' \sim q$ 空間における限界状態線の下側での軟化挙動を示す。ここで、骨格応力経路中に示した $q = M_a p'$ の直線は、SYS Cam-clay model の骨格構造概念の一つである異方性が限界まで発展した際の、塑性体積圧縮と膨張の境界線である。このとき、 $M_a = \sqrt{M^2 + 3/2 m_b^2}$ であり、 m_b （回転硬化限界定数）は異方性が限界まで発展した際の降伏曲面の回転の大きさを表す（Asaoka et al., 2002）。

これらの計算結果を詳しく考察する。(ii)飽和度を未知数としない場合は、飽和度が最大飽和度に到達した時点で比水分容量 C がゼロとなるため、通常の三相系解析で用いられる二つの連成式である式(2.2.54)と式(2.2.55)において $C = 0$ を代入すると、次のようになる。

$$s^w \text{div} \mathbf{v} + \frac{1}{\rho^w} \text{div} \left\{ \frac{\rho^w k^w}{\gamma_w} (-\text{grad} p^w + \rho^w \mathbf{b} - \rho^w \dot{\mathbf{v}}) \right\} + \frac{n s^w}{K_w} \dot{p}^w = 0 \quad (2.5.5)$$

$$s^a \text{div} \mathbf{v} + \frac{1}{\rho^a} \text{div} \left\{ \frac{\rho^a k^a}{\gamma_w} (-\text{grad} p^a + \rho^a \mathbf{b} - \rho^a \dot{\mathbf{v}}) \right\} + \frac{n s^a}{K_a} \dot{p}^a = 0 \quad (2.5.6)$$

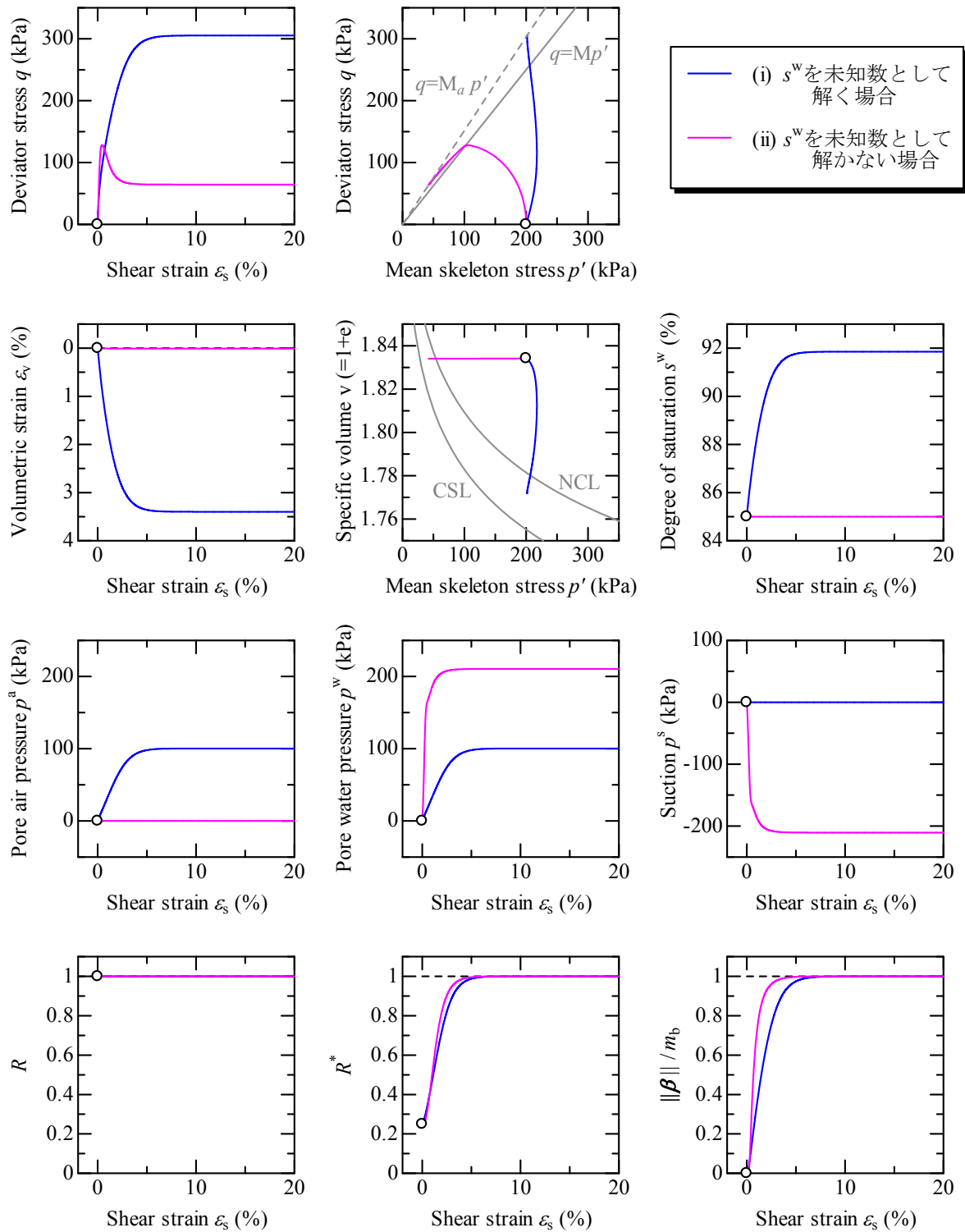


図-2.5.2 飽和度を(i)未知数にする場合と(ii)未知数にしない場合の計算結果の比較
(水分特性曲線の最大飽和度以上の飽和度値を示す不飽和土供試体の
側圧一定・非排水・非排気三軸圧縮試験のシミュレーション)

さらに、水と空気の出入りが無い非排水・非排気条件と、水の体積弾性係数 K_w が十分大きい値 (2.19×10^6 kPa) で水を非圧縮と見なせる場合を考えると、式(2.5.5)と式(2.5.6)は、

$$s^w \text{div} \mathbf{v} = 0 \quad (2.5.7)$$

$$s^a \text{div} \mathbf{v} + \frac{ns^a}{K_a} \dot{p}^a = 0 \quad (2.5.8)$$

と変形される。式(2.5.7)は土骨格の体積変化が生じないことを意味し、このとき式(2.5.8)は $\dot{p}^a = 0$ になるため、空気圧変化も生じない。よって、(ii)飽和度を未知数としない場合は、体積変化、飽和度変化および空気圧変化が生じない計算結果となった。換言すれば、「土骨格の体積変化」、「飽和度変化」および「空気圧変化」は必ず同時に生じるため、非排水・非排気条件下において水が非圧縮の場合は、飽和度変化を扱えない以上、土骨格の体積変化も空気圧変化も扱えないことになる。

一方で、(i)飽和度を未知数として与える場合は、飽和度が最大飽和度以上のとき、二つの連成式は2.2節の式(2.2.51)～式(2.2.53)より次のようになる。

$$s^w \text{div} \mathbf{v} + \frac{1}{\rho^w} \text{div} \left\{ \frac{\rho^w k^w}{\gamma_w} (-\text{grad} p^w + \rho^w \mathbf{b} - \rho^w \dot{\mathbf{v}}) \right\} + n \dot{s}^w + \frac{ns^w}{K_w} \dot{p}^w = 0 \quad (2.5.9)$$

$$s^a \text{div} \mathbf{v} + \frac{1}{\rho^a} \text{div} \left\{ \frac{\rho^a k^a}{\gamma_w} (-\text{grad} p^a + \rho^a \mathbf{b} - \rho^a \dot{\mathbf{v}}) \right\} - n \dot{s}^w + \frac{ns^a}{K_a} \dot{p}^a = 0 \quad (2.5.10)$$

$$\dot{p}^s = 0 \quad (2.5.11)$$

ここで、非排水・非排気条件と水を非圧縮と見なせる場合を考えると、式(2.5.9)～式(2.5.11)は、

$$s^w \text{div} \mathbf{v} + n \dot{s}^w = 0 \quad (2.5.12)$$

$$s^a \text{div} \mathbf{v} - n \dot{s}^w + \frac{ns^a}{K_a} \dot{p}^a = 0 \quad (2.5.13)$$

$$\dot{p}^s = 0 \quad (2.5.14)$$

と変形される。この場合は飽和度が最大飽和度以上であっても $p^w = p^a$ を保持したまま、二つの連成式と運動方程式を満たす解として飽和度が計算されるため、飽和度の上昇、土骨格の体積圧縮および空気圧の上昇が表現できる。サクションがゼロ時でも空気の圧縮性および土骨格の体積変化を評価できることは、水中に存在する空気が土の液状化強度を上昇させること（例えば Yoshimi et al., 1989）を考えれば、不飽和土の力学挙動を扱う上で極めて重要となる。

ここまで非排水・非排気状態の計算結果を例にとって飽和度を陽に解くことの利点を述べてきたが、飽和度を未知数にして解く目的は、封入不飽和状態（Bear, 1979 ; Kohgo et al., 1993）における飽和度上昇を表現可能にすることであり、このことは飽和度 100%の状態にある「完全」飽和土までを切れ目なく解析できることを意味する。特に飽和度 $s^w = 100\%$ ($s^a = 0$) の時には、透気係数 $k^a = 0$ も併せると、式(2.5.10)の空気～土骨格連成式は $D_s s^w = 0$ となる。これは s^w に変化が無いことを意味する式であるため、 $s^w = 100\%$ の状態を保持することができる。つまり、飽和度を未知数として与える場合の定式化では、 $s^w = 100\%$ の時は、空気～土骨格連成式はその状態を保証する式として働き、残りの支配方程式は飽和土としての支配方程式を維持することができる。

2.5.3 水分特性曲線において飽和度の代わりに体積含水率または含水比を用いた場合の考察

ここまで、水分特性曲線をサクションと飽和度の関数として記述した場合を述べてきた。ここでは飽和度の代わりに、水分特性曲線をサクションと「体積含水率」または「含水比」の関数として記述する場合について考察を行う。

(a) 体積含水率を用いて記述する場合

体積含水率を θ とする。このとき、間隙率 n と飽和度 s^w を用いて、 $\theta = ns^w$ と定義される。この両辺に土骨格から見た物質時間微分を施すと、

$$\dot{\theta} = \dot{n}s^w + n\dot{s}^w \quad (2.5.15)$$

であり、 $\dot{n} = \text{div} \mathbf{v} / (1+e)$ より、

$$n\dot{s}^w = \dot{\theta} - \frac{s^w}{1+e} \text{div} \mathbf{v} \quad (2.5.16)$$

となるため、これを二つの連成式である式(2.5.9)および式(2.5.10)に代入すると、次式を得る。

$$ns^w \text{div} \mathbf{v} + \frac{1}{\rho^w} \text{div} \left\{ \frac{\rho^w k^w}{\gamma_w} (-\text{grad} p^w + \rho^w \mathbf{b} - \rho^w \dot{\mathbf{v}}) \right\} + \dot{\theta} + \frac{ns^w}{K_w} \dot{p}^w = 0 \quad (2.5.17)$$

$$(1 - ns^w) \text{div} \mathbf{v} + \frac{1}{\rho^a} \text{div} \left\{ \frac{\rho^a k^a}{\gamma_w} (-\text{grad} p^a + \rho^a \mathbf{b} - \rho^a \dot{\mathbf{v}}) \right\} - \dot{\theta} + \frac{ns^a}{K_a} \dot{p}^a = 0 \quad (2.5.18)$$

ここで、体積含水率 θ の時間変化項を比水分容量 C とサクションの時間変化項に置き換える場合は、2.5.2 節と同様に非排水・非排気条件を考えると、式(2.5.17)と式(2.5.18)は最大体積含水率となったときに、

$$ns^w \text{div} \mathbf{v} + \frac{ns^w}{K_w} \dot{p}^w = 0 \quad (2.5.19)$$

$$(1 - ns^w) \text{div} \mathbf{v} + \frac{ns^a}{K_a} \dot{p}^a = 0 \quad (2.5.20)$$

と変形されるため、水を非圧縮と見なせる場合は、2.5.2 節の(ii)の場合と同様の問題が生じる。これは、体積含水率は、含水比 w と土粒子の比重 G_s を用いて、 $ns^w = es^w / (1+e) = wGs / (1+e)$ と変形できるため、含水比 w が変化しない非排水・非排気状態においては、最大体積含水率を超えた体積含水率を扱えない以上、間隙比変化が生じ得ないからである。

(b) 含水比を用いて記述する場合

含水比を w とする。このとき、土粒子単体の密度と間隙水単体の密度をそれぞれ ρ^s と ρ^w とすると、 $es^w = wGs \Leftrightarrow es^w = w\rho^s / \rho^w$ の関係があるから、この両辺に土骨格から見た物質時間微分を施すと、

$$\dot{es}^w \rho^w + es^w \dot{\rho}^w + es^w \dot{\rho}^s = \dot{w} \rho^s \quad (2.5.21)$$

となり、 $\dot{e} = (1+e) \text{div} \mathbf{v}$ より、

$$n\dot{s}^w = (1-n) \frac{\rho^s}{\rho^w} \dot{w} - s^w \text{div} \mathbf{v} - \frac{ns^w}{K_w} \dot{p}^w \quad (2.5.22)$$

と変形されるため、これを二つの連成式である式(2.5.9)および式(2.5.10)に代入すると、次式を得る。

$$\frac{1}{\rho^w} \text{div} \left\{ \frac{\rho^w k^w}{\gamma_w} (-\text{grad} p^w + \rho^w \mathbf{b} - \rho^w \dot{\mathbf{v}}) \right\} + (1-n) \frac{\rho^s}{\rho^w} \dot{w} = 0 \quad (2.5.23)$$

$$\text{div} \mathbf{v} + \frac{1}{\rho^a} \text{div} \left\{ \frac{\rho^a k^a}{\gamma_w} (-\text{grad} p^a + \rho^a \mathbf{b} - \rho^a \dot{\mathbf{v}}) \right\} - (1-n) \frac{\rho^s}{\rho^w} \dot{w} + \frac{n s^w}{K_w} \dot{p}^w + \frac{n s^a}{K_a} \dot{p}^a = 0 \quad (2.5.24)$$

ここで、式(2.5.23)中には土骨格の体積変化に関する項が無い、2.5.2 節の(ii)について指摘したような非排水・非排気状態における問題は生じない。しかし、水分特性曲線にとっての最大含水比になったときには、水～土骨格連成式は、

$$\frac{1}{\rho^w} \text{div} \left\{ \frac{\rho^w k^w}{\gamma_w} (-\text{grad} p^w + \rho^w \mathbf{b} - \rho^w \dot{\mathbf{v}}) \right\} = 0 \quad (2.5.25)$$

と変形され、土骨格に流出入する水の体積がゼロを意味する。したがって、一旦最大含水比になってしまうと、その後の吸水挙動（特に吸水体積膨張）の計算は不可能になる。

(c) まとめ

以上のように、水分特性曲線をサクションと「体積含水率」または「含水比」の関数として記述する場合においても、通常の三相系解析を用いる場合には最大体積含水率または最大含水比となったときに問題が生じるため、新たに飽和度を未知数として解くような工夫が必要となる。運動方程式および二つの連成式を体積含水率または含水比の時間変化項が陽に現れる形で記述する場合は、体積含水率または含水比を陽に未知数として解けばよい。本論文では、飽和度が 85 % 以上の場合には地盤の空気は気泡の形で存在すること (Schuurman, 1966) を受けて、封入不飽和状態へと遷移する閾値に飽和度（最大飽和度）を用いることが妥当であると考え、飽和度を未知数として解く手法を用いた。

これらの問題に対する他の解決策としては、例えば最大飽和度を状態変数として、その発展則を与える手法も考えられるが、土骨格の体積変化、間隙水と間隙空気の体積変化および間隙水と間隙空気の流出入などの要因が複雑に絡み合う発展則を与えることは難しいだろう。また、連成式の記述方法を根本から変える手法もあるが、本論文では、最大飽和度以上ではサクションがゼロを満たしたまま、飽和度は運動方程式と二つの連成式を満たす解として求められるという比較的簡単な手法を採用することとした。

なお、封入不飽和状態でサクションをゼロと仮定することは、気泡として存在する空気の圧力と周りの水の圧力が等しいことを意味する。気泡は径が小さくなるほど表面張力の影響で、気泡内の圧力が周りの水圧に比べて大きくなる。よって、この仮定はマイクロバブルなどの非常に径が小さい空気に対しては成立しないと考えられ、この仮定の適用範囲を、実験などを通じて今後検証していく必要がある。しかし、後の 4 章で示すサクションがゼロの場合の非排水・非排気試験でのシミュレーションにおいて、空気の圧縮に起因する力学挙動を十分に表現できているため、非常に径の小さい空気を扱わない限りは、妥当な仮定であると考えている。

ここまで、最大飽和度以上の領域に注目してきたが、高サクション領域における最小飽和度以下の領域に関しても同様の問題が生じる。水分特性曲線に吸排水時のヒステリシスや間隙比変化を考慮することと併せて、今後の課題としたい。

2.6 結論

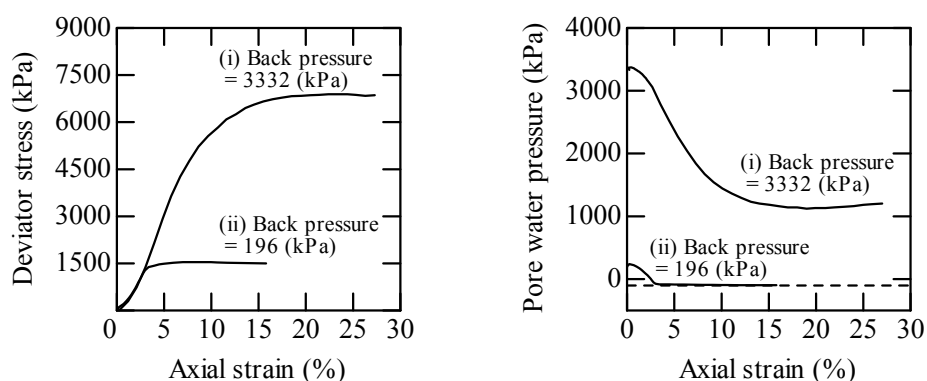
本章では、まず、不飽和土の力学挙動を求めるために、空気～水～土骨格連成有限変形初期値境界値問題を解くための支配方程式と数値解析手法の適用方法を示した。ここでは、材料非線形性と幾何学的非線形性を考慮するために、土骨格の加速度の1階の時間微分である躍度を含む「不飽和土の速度型運動方程式」と、これを数値解析的に解くための線形「躍度」法を示した。また、通常 of 三相連成解析とは異なり、飽和度 s^w を陽に未知数にして解く「 $u-p^w-p^a-s^w$ formulation」を新たに提案した。

次に、作成した数値解析コードを用いて、理論的考察に基づいた加速度が生じる条件下での一様変形場を実現することで、数値解析コードの検証 (Verification) を行った。理論的考察において、側圧一定非排水・非排気条件下にある平面ひずみ矩形供試体の等体積一様伸張圧縮変形場を実現するためには、透水係数と透気係数をゼロにするとともに、間隙水に加えて間隙空気も非圧縮性とする仮定が必要であることを示した。換言すると、事実上、慣性項を考慮した $u-p^w-p^a(-s^w)$ formulation に基づく限り不飽和土の一様変形場は生じ得ないことを明らかにした。動的有限変形の枠組において、供試体の一様変形に関する理論的および数値解析的考察を行うことは、不飽和土に不均質性をもたらす不整や分岐モードに対して基礎的な情報を得ることができるため、重要である。

最後に、本論文で新たに提案した飽和度 s^w を陽に未知数にして解く「 $u-p^w-p^a-s^w$ formulation」の利点を述べた。非排水・非排気せん断試験のシミュレーションを例にとり、通常用いられる三相系解析では最大飽和度を超える飽和度変化を扱えないために生じる問題を示した。これに対して、 $u-p^w-p^a-s^w$ formulation では、空気が気泡として水中に封入された封入不飽和状態にある土の飽和度上昇を表現可能にして、水分特性曲線の最大飽和度から飽和度 100% の状態にある「完全」飽和までを切れ目なく解析できることを示した。また、水分特性曲線の水分量として、飽和度の代わりに体積含水率または含水比を用いる場合についても、最大体積含水率または最大含水比より大きい値を扱える工夫が必要であることを示した。

3 低背圧下での側圧一定非排水三軸試験における「飽和土」供試体のキャビテーションを伴う不飽和土化

3.1 はじめに



(a) 軸差応力～軸ひずみ関係

(b) 間隙水圧～軸ひずみ関係

図-3.1 背圧の影響を受ける密な砂供試体の非排水せん断挙動（中野ら，1997）
 ((i)背圧が十分な場合、(ii)背圧が不十分な場合)

図-3.1 は、三軸試験機を用いて行った密な砂の土供試体の側圧一定条件下の非排水せん断挙動で、(i)背圧が十分な場合と(ii)不十分な場合の比較を示している（中野ら，1997）。供試体は直径 5 cm、高さ 10 cm の円筒形で、土試料に豊浦砂を用いて間隙比 0.65 に揃えて作製し、作製後の間隙圧係数 B 値は 0.97 以上である。(i)の場合は（高拘束圧試験機を用いて）セル圧 3430 kPa で背圧 3332 kPa にした後、軸ひずみ制御でひずみ速度 0.2 %/min で、(ii)の場合はセル圧 294 kPa で背圧 196 kPa にした後、応力制御 4.9 kPa/min で実施した試験である。両者の制御方法は異なるものの、同一の有効拘束圧 98 kPa の下で供試体に比較的ゆっくりとせん断を与える通常の非排水三軸試験である。この図からわかるように、(i)の背圧が十分な場合は、ゲージ圧としての間隙水圧が正值を保ったまま、最終的には軸差応力がほぼ一定になっているが、一方で、(ii)の不十分な場合は、間隙水圧の大きさが絶対圧力でゼロ（ゲージ圧で -101.325 kPa）に近づくと、急激に軸差応力の増加が止まっている。なお、図-3.1(b)中の破線は絶対圧力がゼロの線を表す。このように、飽和土として試験をする立場からこの結果を見ると、(ii)の挙動は、背圧の限界の影響を受けてしまい、全く具合が悪い。しかしながら、飽和状態・不飽和状態に関係なく地盤力学を素直に考える立場からすれば、間隙水圧がゼロ付近になると、空気存在、つまり空気の体積変化を無視し得なくなり、その結果、当初は「飽和土」であった供試体がまさしく不飽和土として振る舞うものとして、(ii)の挙動を捉えるのがきわめて自然である。本章では、開発した解析コードを用いて、図-3.1 に示した三軸試験結果を初期条件・境界条件が整備された初期値・境界値問題として「飽和」供試体が不飽和化する状況をシミュレートする。厳密には不飽和状態にある等方圧密供試体であるが、実験のように、 B 値が 1 に近く飽和度が 99.9%の「飽和」供試体と見なせる密な砂供試体を想定し、非排水（・非排気）の側圧一定の三軸試験をシミュレートする。

なお、3 章の内容は Noda and Yoshikawa (2015) に示している。

3.2 計算条件

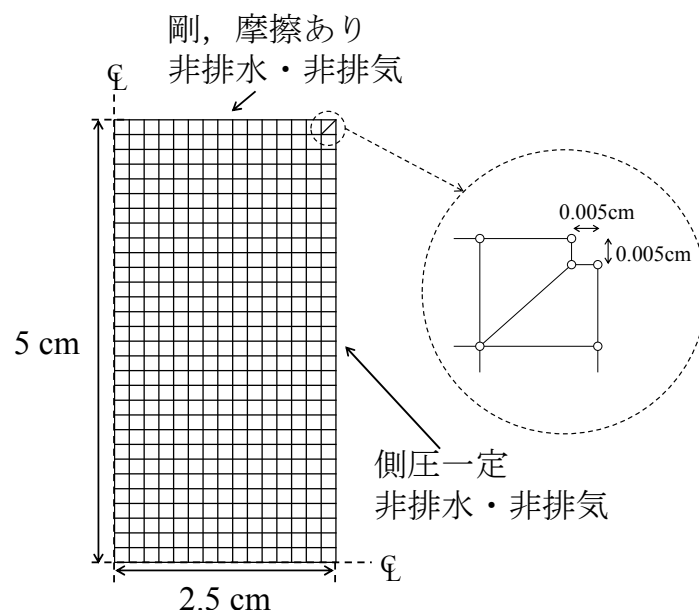


図-3.2 有限要素メッシュと各種境界条件（せん断時）

図-3.2 は計算に用いた有限要素メッシュ図と各種境界条件を示す。計算は簡単のため、円筒供試体と载荷条件の上下・軸対称性を仮定して供試体の 1/4 断面を用いて行う。重力の影響は無視し、単位質量あたりの物体力ベクトル $\mathbf{b} = \mathbf{0}$ の場合とする。上（下）端は剛・摩擦のペデスタルの条件を表現するために節点間に束縛条件（長さ不変，角度不変）を課し（Asaoka et al., 1998 ; Noda et al., 2008）、隅角部に変形の自由度を上げるための処理（Asaoka et al., 1994）を施した。せん断時は、水理条件は非排水条件、空気の境界条件は非排気条件とした。表-3.1 は土骨格の構成式 SYS Cam-clay model（Asaoka et al., 2002）に関する材料定数および初期値を、表-3.2 は水分特性に関する材料定数および初期値とその他の物性値を示す。図-3.3 は水分特性曲線および透水係数・透気係数と飽和度の関係を示す。土骨格の構成式に関する材料定数および初期値は、背圧が高い 3332 kPa の場合の実験結果を最もよく再現できるように設定した。初期の間隙比を実験と同じ値に設定し、構造を有さない密な状態とした。背圧が低い 196 kPa の場合もこれと全く同じ材料定数・初期値を用いて計算を行った。水分特性に関しては神谷・井上（2008）の豊浦砂のパラメータを用い、最大飽和度 s_{\max}^w を 100 %、最小飽和度 s_{\min}^w を 0 %とした。ここで、表-3.1 と表-3.2 で示した初期状態は、セル圧 216 kPa、背圧（間隙水圧）196 kPa の状態である。まず、この状態から非排水（・非排気）条件で、セル圧を 2.0 kPa/sec の速さ（2.2 節の式(2.2.48)において $D_s c = 2.0$ kPa/sec）で、(i) 3430 kPa まで上昇させた供試体と、(ii) 294 kPa まで上昇させた供試体を作る。このとき B 値も算出する。次に、背圧（間隙水圧）を、(i)では 3332 kPa、(ii)では 196 kPa まで下げ、有効拘束圧 98 kPa で圧密させる。背圧は所定の値まで約 2.0 kPa/sec の速さで減少させ、その後 30 分間圧密させた。最後に、側圧一定条件下で軸ひずみ速度を定率 0.2 %/min で上（下）端のペデスタル中央部（すなわち図-3.2 では左端の節点）に与える。つまり、実験と同様に、一つの初期状態からセル圧や背圧（間隙水圧）を制御することで、(i) 背圧が大きい場合：側圧 3430 kPa、背圧 3332 kPa の状態（このときの飽和度は 99.99 %）と(ii) 背圧が小さい場合：側圧 294 kPa、背圧 196 kPa

の状態（このときの飽和度は 99.90 %）の供試体をつくり、それぞれを非排水せん断して、両者の結果を比較した。また、参考までに算出した B 値は、(i)では $B=0.993$ 、(ii)では $B=0.980$ であった。B 値は、 $\Delta p^w = B\{\Delta\sigma_3 + A(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)\}$ において、 $A=1$ で、鉛直応力増分 $\Delta\sigma_1$ と水平応力増分 $\Delta\sigma_3$ に、(i)では 3214 kPa、(ii)では 78 kPa を代入することで算出した。さらに、(ii)の状態を明確にするために、初期飽和度が異なる供試体を複数用意し、(ii)と同様に鉛直応力増分 $\Delta\sigma_1$ と水平応力増分 $\Delta\sigma_3$ を 78 kPa 与えて B 値を算出すると、図-3.4 のように整理された。なお図中の○は B 値を求めた点を示す。この図から、今回の解析条件では、初期飽和度 99.7 % の時には $B=0.944$ となり、B 値が 0.95 を下回っているため、飽和砂として三軸試験をするには不十分であると予想される。ただし、B 値は材料定数や初期値に依存するため、今回算出した B 値は一例に過ぎないことに注意する。

表-3.1 土骨格の構成式に関する材料定数と初期値

弾塑性パラメータ		
$p' = 98.1, q = 0$ kPa 時の NCL 上の比体積	N	1.81
限界状態定数	M	1.25
圧縮指数	$\tilde{\lambda}$	0.04
膨潤指数	$\tilde{\kappa}$	0.002
ポアソン比	ν	0.45
発展則パラメータ		
正規圧密土化指数	m	0.3
構造劣化指数	a	2.2
構造劣化指数	b	1.0
構造劣化指数	c	1.0
構造劣化の塑性変形の進展尺度 における $-D_v^p$ と $\ \mathbf{D}_s^p\ $ の割合	c_s	1.0
回転硬化指数	b_r	3.5
回転硬化限界定数	m_b	0.7
初期値		
構造の程度	$1/R_0^*$	1.0
過圧密比	$1/R_0$	360.0
間隙比	e_0	0.65
応力比	η_0	0.0
異方性の程度	ζ_0	0.0

表-3.2 水分特性曲線に関するパラメータおよびその他の物性値

水分特性曲線		
最大飽和度 %	s_{\max}^w	100.0
最小飽和度 %	s_{\min}^w	0.00
van Genuchten パラメータ kPa^{-1}	α	0.26
van Genuchten パラメータ	n'	7.1
van Genuchten パラメータ	m'	0.86
飽和透水係数 m/sec	k_s^w	2.0×10^{-4}
乾燥透気係数 m/sec	k_d^a	1.1×10^{-2}
初期飽和度 %	s_0^w	99.9
その他の物性値		
土粒子密度 g/cm^3	ρ^s	2.65
水の体積弾性係数 kPa	K_w	2.19×10^6
空気の気体定数 $\text{m}^2/\text{sec}^2/\text{K}$	\bar{R}	287.04
絶対温度 K	Θ	293.15 (20°C)

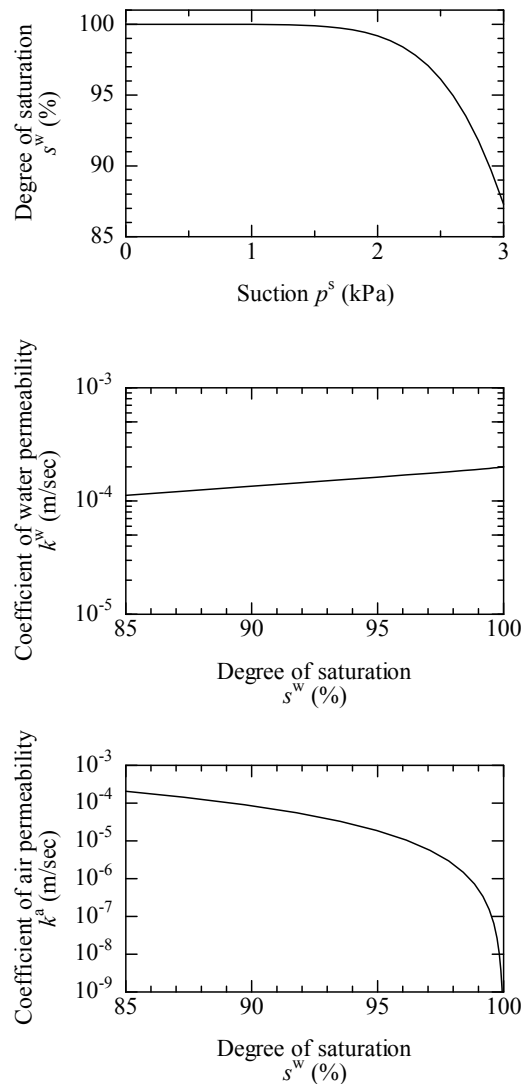


図-3.3 水分特性曲線および透水係数・透気係数と飽和度の関係

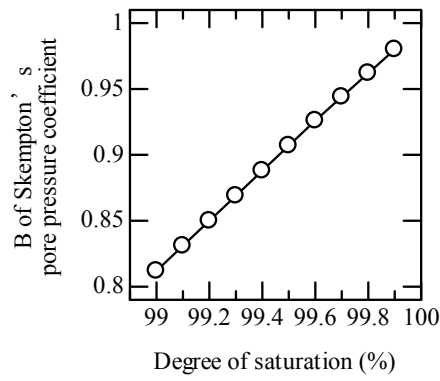


図-3.4 B 値と飽和度の関係

3.3 計算結果

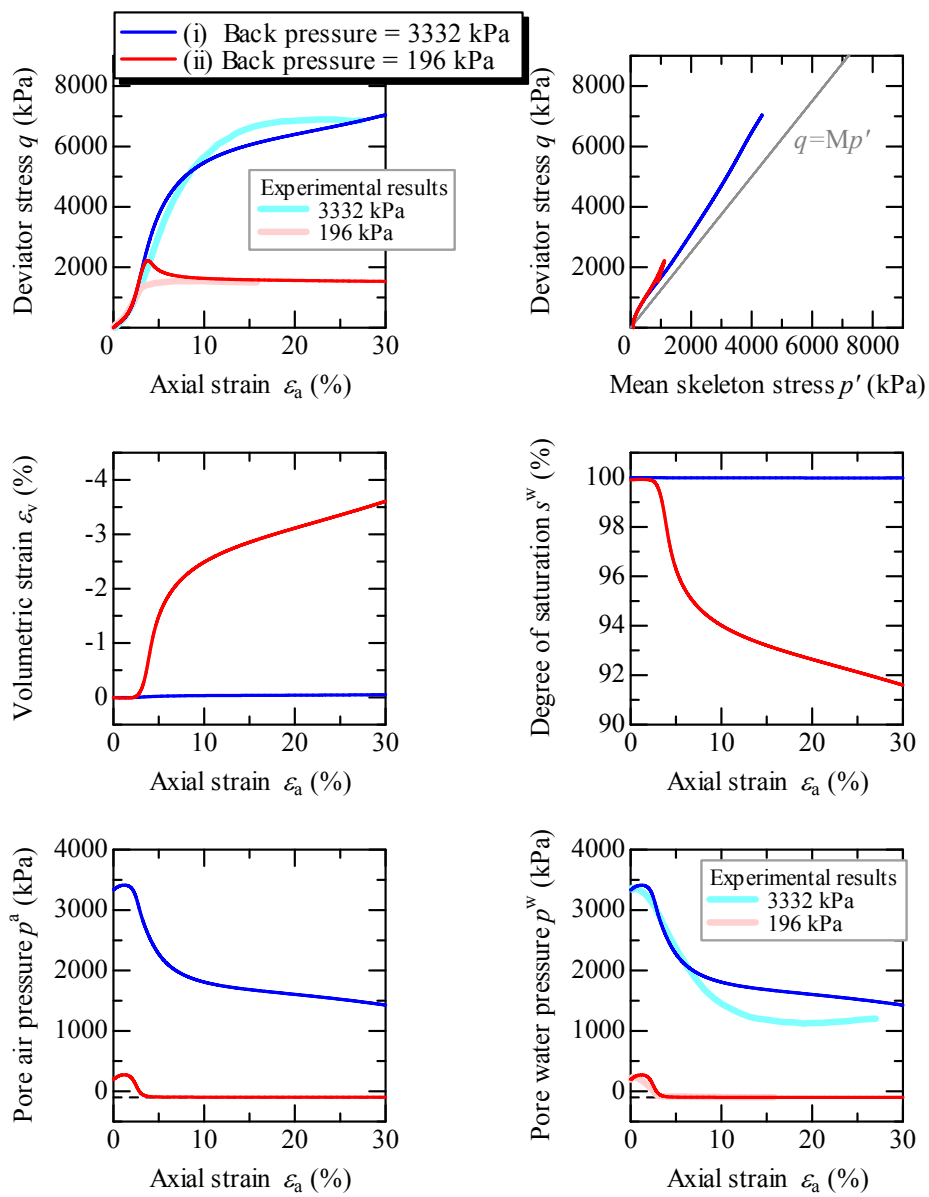


図-3.5 背圧の違いによる供試体の見かけの挙動の違い（背圧が(i)高い場合と(ii)低い場合）

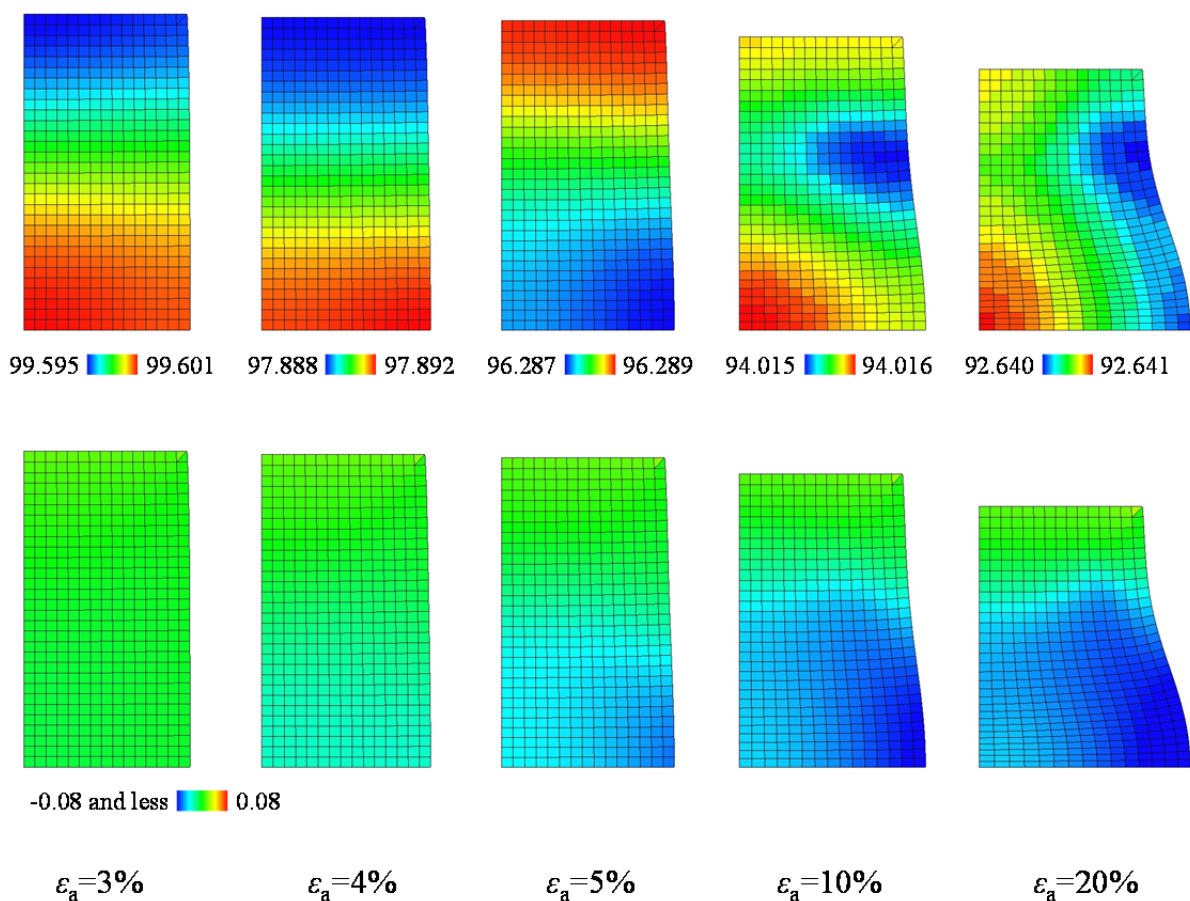


図-3.6 供試体内部の飽和度と比体積変化の分布
(上段：飽和度(%), 下段：比体積変化)

図-3.5 は、(i)と(ii)の供試体のせん断時の見かけの挙動を示す。ここに、見かけの挙動とは供試体を 1 要素として見た場合の挙動を言う。このため、ペデスタルと供試体の境界に位置する節点の等価節点力から反力を計算し、側圧を考慮して見かけの平均骨格応力 p' 、軸差応力 q を算定している。このとき、常に円筒形を仮定して断面補正を行っている。間隙水圧 p^w 、間隙空気圧 p^a は、軸対称条件を考慮してペデスタルに接する土要素の面積平均をし、見かけの体積ひずみ ϵ_v と見かけの飽和度 s^w は体積平均をして算出する。軸ひずみ ϵ_a は軸変位をせん断直前の供試体高さで除した値である。また、見かけの $p^w \sim \epsilon_a$ 関係と $p^a \sim \epsilon_a$ 関係には発生しうる最小の負の間隙空気圧の値（最小の間隙水圧値も本計算においてはほぼ同じ）、すなわちゼロ絶対圧力に相当する -101.325kPa の位置を点線で示している。 $q \sim \epsilon_a$ 関係と $p^w \sim \epsilon_a$ 関係の図には実験結果も併記した。

この図から、背圧が十分に与えられている(i)の場合は、体積変化がほぼ見られないまま q が上昇し続け、典型的な飽和した密な砂の非排水挙動を示している。これに対し背圧が低い(ii)の場合は、 ϵ_a が 3 %において p^w と p^a の値が絶対圧力でゼロになるあたりから、空気が急激に膨張するため供試体が膨張し、 q の上昇が見られなくなり、(i)と異なるせん断挙動を示す。絶対圧力がゼロ付近で空気の体積が急激に膨張する理由は、間隙空気の状態方程式として、2.2 節の式(2.2.35)に示した理想気体の状態方程式を用いているからである。温度一定かつ非排気条件（空気の物質量が一定の条件）下では、絶対圧力と体積の間に反比例の関係があるた

め、絶対圧力がゼロ付近では体積が急激に膨張する。また、実験結果と同様に計算結果においても、水圧が絶対圧力でゼロ付近になるとその減少が止まるのは、今回の解析条件（図-3.3で示した水分特性曲線を参照）では、サクションが2～3 kPa程度であり、水圧は空気圧とほぼ同じ値を示すからである。

供試体内部の分布図として、図-3.6は、背圧が小さい(ii)の場合の飽和度分布と比体積変化分布を示す。図-3.5の見かけの挙動において、不飽和化と体積膨張が顕在化する $\varepsilon_a = 3\%$ から $\varepsilon_a = 5\%$ までと、 $\varepsilon_a = 10\%$ 、 $\varepsilon_a = 20\%$ のときのコンター図を示した。ただし、飽和度分布に関しては、供試体内の不均質な分布を明確にするために、スケールの最大値と最小値を軸ひずみごとに異なる値に設定している。まず飽和度分布を見ると、 $\varepsilon_a = 3\%$ のときは全体では99.6%あたりに分布し、飽和度は高いままであるが、供試体の中央部ほど高く、ペDESTAL直下ほど低い値を示す。 $\varepsilon_a = 5\%$ あたりから飽和度の大小関係が変化し始める。 $\varepsilon_a = 20\%$ のときには全体で93%あたりまで飽和度が低下している。ただし、今回の解析条件では、水のマイグレーションが十分に生じたため、供試体内の飽和度分布の不均質性は小さかった。次に比体積変化を見ると、飽和度の大小関係が変化し始める $\varepsilon_a = 5\%$ あたりから供試体側方部の体積膨張が目立ち、飽和度が低い側方部で体積膨張している。(i)の背圧が大きい場合は、(ii)の背圧が小さい場合に比べて飽和度分布や比体積変化分布の不均質性が小さいため、図は省略する。

3.4 飽和度が異なる密詰め砂供試体の非排水せん断挙動の違い

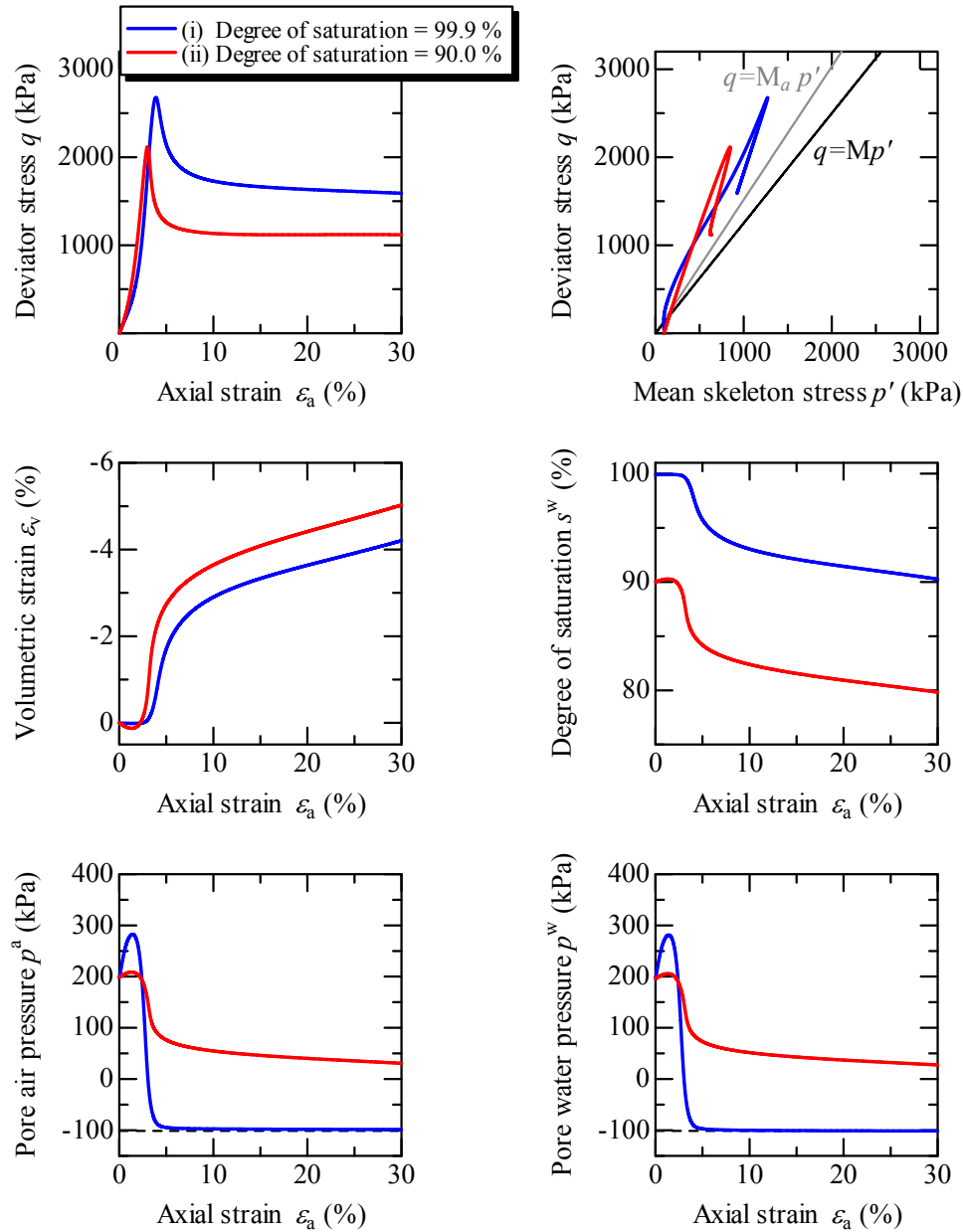


図-3.7 飽和度の違いによる供試体の見かけの挙動の違い
(i)飽和度が高い場合と(ii) 飽和度が低い場合)

3.3 節の計算結果より、密な砂や過圧密な粘土など正のダイレイタンスーを示す土が非排水（・非排気）せん断を受ける場合は、空気存在がせん断強度の低下を招く恐れがある。本節では、初期の飽和度が 99.9 %と 90.0 %の供試体を非排水（・非排気）せん断する計算を実施して、空気量の違いに注目する。図-3.7 は、その見かけの挙動を示す。解析条件は、本章で示した背圧が低い場合と同じであり、ここでは計算結果をわかりやすくするために背圧上昇過程と等方圧密過程は省略し、せん断初期の過圧密比を 100 とした。この計算結果からも、正のダイレイタンスーを示す土が非排水（・非排気）せん断を受ける場合は、空気存在がせん断強度を低下させ、不飽和土は必ずしも飽和土より強いとは限らないことが示された。

3.5 結論

密な砂の正のダイレイタンシーに着目し、厳密には不飽和状態にあるが、飽和度 99.9 %で事実上「飽和土」と見なされる密詰め砂供試体の側圧一定・非排水（・非排気）三軸試験のシミュレーションによる、飽和供試体の不飽和土化を実現した。なお、ここでは一つの状態から実験と同様の方法により、せん断前の背圧が低い状態と高い状態を実現した。この結果得られた知見は、今回の条件では供試体に負の過剰水圧が発生するが、背圧が十分に与えられる場合は、事実上、供試体は飽和土の非排水挙動と一致し、軸変位の進行とともに p' 、 q ともに大きくなり、 $p' \sim q$ 空間内の限界状態線の上側で硬化挙動を示す。これに対して、背圧が不十分な場合は、間隙水圧が正から負へと転じ、絶対圧力でゼロに近づくにつれて、空気の存在による体積膨張効果が顕著になるため、供試体は膨張し不飽和土として挙動し、軸差応力の伸びが見られなくなる。また、飽和度が大小異なる密詰め砂供試体の非排水せん断試験のシミュレートも行い、飽和度が低い（空気量が多い）供試体の方が、せん断強度が小さいことを示した。

以上より、密な砂や過圧密な粘土などの正のダイレイタンシーを示す土が非排水（・非排気）せん断を受ける場合は、空気の存在がせん断強度を低下させる恐れがあり、不飽和土は必ずしも飽和土より強いとは限らないことが示された。土中に存在する空気の役割としては、その圧縮性が注目される。しかし、ダイレイタンシー特性を有し、塑性体積圧縮も塑性体積膨張も示す土材料にとっては、空気の膨張挙動にも注目すべきである。

4 側圧一定の各種排水・排気条件下にある不飽和シルト供試体の三軸せん断挙動に及ぼす空気連成効果

4.1 はじめに

不飽和土の力学的研究としては、サクシジョンの違いに注目した力学試験や構成式の開発が数多くなされている。Alonso et al. (1990) の the Barcelona Basic Model (BBM) は、the Modified Cam-clay model (Schofield and Wroth, 1968 ; Roscoe and Burland, 1968) を基にして、不飽和土の圧縮・せん断挙動の統一的な表現に最初に取り組んだ構成式である。この構成式は、サクシジョンを降伏関数に導入することで、不飽和土の吸水に伴う圧縮挙動（コラプス）やサクシジョンの違いに応じた圧密降伏応力の増加、強度および剛性の増加などの典型的な不飽和土の力学挙動の表現を可能にしている。Kohgo et al. (1993) は、サクシジョンを降伏関数に導入するだけでなく、土の水分保持状態の違いに着目した有効応力式を提案した。サクシジョンではなく（有効）飽和度を降伏関数に取り入れた構成式（例えば Tamagnini (2004), 大野ら (2007), Zhang and Ikariya (2011)）も存在するが、主として Alonso et al. (1990) や Kohgo et al. (1993) が提案した枠組に従って、構成式の開発・精緻化が行われてきた。

一方で、土中に空気が存在する場合には、間隙空気の流れや高い圧縮性も考慮する必要がある。降雨時や地震時などの空気が十分に排出／吸入できない条件下では、間隙水圧だけでなく間隙空気圧も変化するため、間隙空気自体の体積変化に起因する間隙の体積変化が生じる。間隙の体積変化が土の力学挙動に与える影響が大きいことは、飽和土の排水せん断と非排水せん断で力学挙動が異なることから自明で、透気性や空気の高い圧縮性を考慮することは重要となる。この重要性を示すために、小高ら (2006) は排水・排気条件下に加えて、非排水・非排気条件下の DL クレーを用いた不飽和シルトの三軸試験結果を示し、Oka et al. (2010) はこの実験に関する詳述を加えている。数値解析的研究としては、Khoei and Mohammadnejad (2011) は、支配方程式において①間隙空気の質量保存式を連立させる手法と②連立させずに間隙空気圧を常に大気圧と仮定する手法によるダムの地震応答解析結果の比較を通じて、①の手法を用いることが、信頼性のある不飽和土の力学挙動の予測には必要であると述べている。海野ら (2013) は、①、②および③間隙空気圧が間隙水圧に等しいと仮定する解析手法の違いが解析結果に与える影響を調べるために、各手法を用いて非排水非排気繰返し三軸試験のシミュレーションを行い、②の間隙空気圧を大気圧で一定と仮定する手法では、空気の圧縮性を過大評価するために、試験結果を再現できないことを示した。このように、これまで間隙空気圧が一定と見做して行われてきた実験や解析だけでなく、間隙空気圧が大気圧から変化する場合の実験や解析の必要性が高まっている。

本論文では、以上のような背景を踏まえるとともに、同一材料であれば、飽和土と不飽和土の違いは、第一義的に空気の有無という状態の違いに起因して現れる初期値・境界値問題として捉えるのがごく自然であると考えて、構成式へのサクシジョン効果を導入する前に、まずは透気性や空気の高い圧縮性を **GEOASIA** に導入した解析コードを開発した (Noda and Yoshikawa, 2015)。本章では、開発した解析コードの不飽和土の力学挙動に対する妥当性の確認 (Validation) をするとともに、前述した①の間隙空気の質量保存式を連立させる手法の有効性、すなわち、空気との連成効果を明らかにすることを目的として、不飽和シルト三軸試

験を初期条件・境界条件が明確に整備された初期値・境界値問題と捉えてシミュレートする。

シミュレーションに用いる試験は、小高ら（2006）および Oka et al.（2010）の不飽和シルト三軸試験である。本試験は、排水・排気条件に加えて、空気の圧縮性が顕著に影響する非排水・非排気条件下でのせん断試験を実施している。さらに、小高ら（2006）は、非排水かつ境界で空気圧を強制的に上昇させる条件下でのせん断試験を実施していて、本論文ではそのシミュレーションも行う。シミュレーションは、実験手順と同様に「一つの初期状態」から、背圧上昇過程、圧密過程、せん断過程をシミュレートする。サクシジョンの影響を考慮しなければ表現できない挙動も明示的に述べるが、それは解析コードのさらなる精度向上に向けた今後の課題と位置付ける。なお、4章の内容は Yoshikawa et al.に示している。

4.2 参照実験の概要と解析条件

本章では、参照した小高ら（2006）の実験概要と解析条件を示す。

実験に用いた土材料は DL クレー（比重 2.65）である。(i) 含水比が 20%になるように調整した土試料を、直径 50mm、高さ 100mm の円筒形モールドの中で静的に締固めて、間隙比が 1.14、飽和度が約 46～47%の不飽和供試体を作製する。このときのサクシジョンは約 20kPa であった。(ii) この供試体を三軸試験機に設置し、非排水条件下でセル圧を 20kPa まで上昇させる。(iii) 次に、セル圧と空気圧を同時に 250kPa 上昇させて、セル圧を 270kPa、空気圧を 250kPa にする。これは、セル圧と空気圧の差を一定に保ったまま背圧を上昇させる過程である。(iv) 背圧上昇後は、所定のサクシジョン（本論文ではサクシジョンが 0、10、30、50、100kPa の結果を示す）となるように水圧のみを変化させる。(v) サクシジョンを与えてから 15 分経過後にセル圧のみ 450kPa まで上昇させて、約 1 日間圧密させる。図-4.1 に(iii)と(iv)の過程を、縦軸をサクシジョン、横軸をセル圧のグラフで整理した。

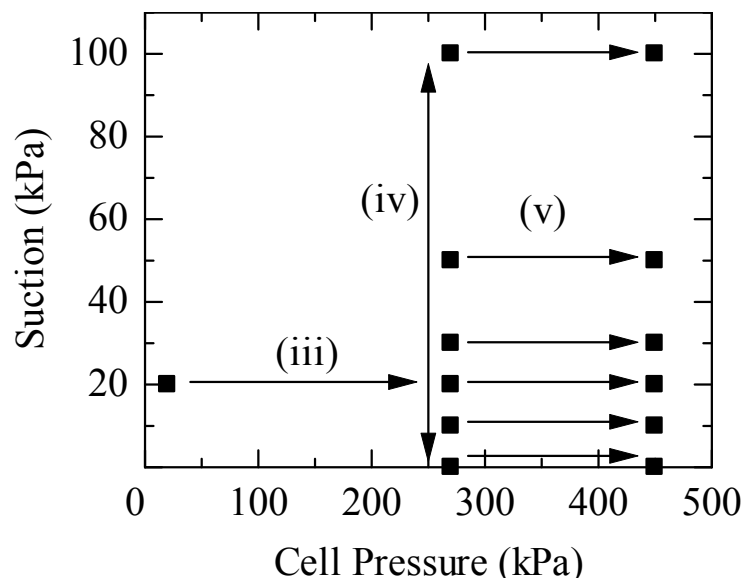


図-4.1 サクシジョンとセル圧の関係

(i)～(iv)の過程を経た供試体を、側圧一定で、(A) 排水・排気せん断、(B) 非排水・非排気せん断、および、(C) 非排水条件下で空気圧を様々に制御させたせん断試験を行う。(C)の実

験においては、せん断前のサクシオンが 50kPa の供試体を用いていて、空気圧制御の詳細な方法は 4.6 節において示す。なお、供試体の体積変化は、軸変位と、ギャップセンサーを用いて計測される側方変位から算出されている。そのため、せん断中の軸圧縮に伴う供試体の不均質な変形が顕著になるにつれて体積変化の計測精度は低下する。本実験では飽和土を用いた予備実験によって、軸ひずみ 10 %程度以降の体積ひずみの計測精度の信頼性が低いことが確認されている。また、供試体上部に撥水性のポリプロンフィルターを、下部にセラミックディスク (AEV 200kPa) 付きのペデスタルを用いることにより、供試体内の間隙水と間隙空気の外部との経路を完全に分離しており、間隙水圧はセルの外に設置した間隙水圧計で測定し、間隙空気圧はチューブなどの管路を経由させずに上部ペデスタルに直付けした間隙空気圧計で精密に計測されている (小高ら, 2006 ; Oka et al., 2010)。

表-4.1 は計算に用いた、土骨格の構成式 SYS Cam-clay model (Asaoka et al., 2002) に関する材料定数と初期値を示す。簡単のため本論文では異方性を考慮しない。なお、構造は SYS Cam-clay model (Asaoka et al., 2002) が表現する土の骨格構造の一つであり、嵩張りの程度を表す。表-4.1 の値は、図-4.2 に示すように、上記(A)～(C)の全ての実験において共通して存在する、せん断前のサクシオンが 50kPa の供試体に対して、排水・排気せん断 (Drained と表記、4.5 節を参照)、非排水・非排気せん断 (Undrained と表記、4.6 節を参照)、および、非排水条件下で空気圧を制御した定体積せん断 (Constant volume と表記、4.7 節を参照) の全ての実験結果を最もよく再現できる共通の材料定数と初期値であり、他のケースにおいてもこの値を用いて計算を実施した。この DL クレーは、構造 ($1/R_0^*$) の値から、初期に比較的高位な構造を有する状態にあるものとして表現されることがわかる。材料定数および初期値の決定に際して、限界状態定数 M 、初期間隙比 e_0 および初期応力比 η_0 は実験と同じ値を用いた。他の材料定数や初期値は、既往の研究 (Asaoka et al., 2002 ; Noda et al., 2005 ; Yamada and Nakano, 2007 ; Nakano et al., 2008) を参考にして、DL クレーが非塑性シルト (小高ら, 2006, Oka et al., 2010) であることを考慮して決定した。ここで、パラメータの決定に際してサクシオン 50 kPa の実験結果を用いたが、本来は小高ら (2006) および Oka et al. (2010) に示された飽和土の実験結果またはサクシオン 0 kPa の実験結果を用いるべきである。しかし、飽和土の実験は、せん断前の飽和化を二重負圧法により急速に行っており、今回の実験のようにサクシオンを用いてゆっくり吸排水する手法とは異なっている。また、サクシオンがゼロの場合は、4.3 節で示すように、サクシオン付与・等方圧密過程において吸水量および体積変化量が収束していない。このような状況を踏まえて、飽和土の場合と体積拘束条件が等しい非排水条件下で空気圧を制御して定体積を満たすせん断試験結果を材料定数と初期値の決定に用いた。他の 2 つの実験結果は、パラメータ決定の精度を上げるために用いた。表-4.2 は土の水分特性と透水・透気に関する材料定数と初期値を示す。van Genuchten (1980) 式と Mualem (1976) 式を用いている。図-4.3 は、表-4.2 のパラメータを用いて描いた水分特性曲線および透水係数・透気係数とサクシオン関係のグラフを示す。供試体の初期サクシオンが 20 kPa であるため、サクシオンが 0 kPa と 10 kPa は吸水過程、サクシオンが 30 kPa, 50 kPa および 100 kPa は排水過程から得られる実験結果である。水分特性曲線に吸排水時のヒステリシスや間隙比変化の影響を考慮する詳細なモデルを用いていないが、図-4.3 に示すように、せん断前までの各サクシオン値における飽和度の実験結果をできる限り再現できるようにパラメータを設

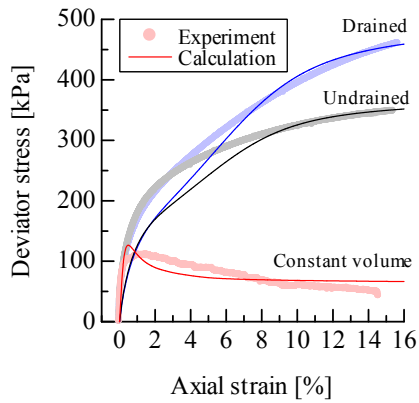
定した。飽和透水係数は、DL クレーを用いた既往の研究（Kohgo and Tokoro, 2011）の値を用いた。乾燥透気係数は空気と水の粘性係数比を用いて、飽和透水係数から算出した（Muskat, 1937）。ここで、表-4.1 と表-4.2 に示した初期値は、(ii)の供試体作製後にセル圧を 20kPa 与えたときの値であり、サクシンの大きさやせん断時の排水および排気条件が異なる場合でも、全て同じ初期値を用いて計算を開始した。

表-4.1 土骨格の構成式に関する材料定数と初期値

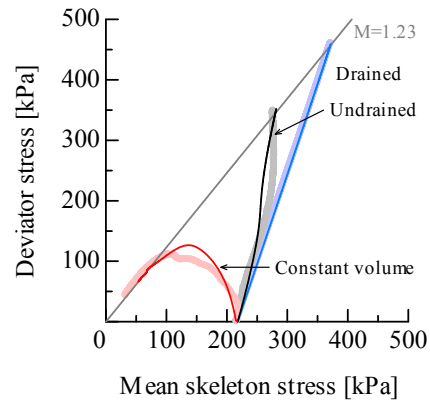
弾塑性パラメータ		
$p' = 98.1, q = 0$ kPa 時の NCL 上の比体積	N	2.04
限界状態定数	M	1.23
圧縮指数	$\tilde{\lambda}$	0.05
膨潤指数	$\tilde{\kappa}$	0.01
ポアソン比	ν	0.3
発展則パラメータ		
正規圧密土化指数	m	1.3
構造劣化指数	a	1.0
構造劣化指数	b	1.0
構造劣化指数	c	1.0
構造劣化の塑性変形の進展尺度 における $-D_p^p$ と $\ D_s^p\ $ の割合	c_s	0.8
回転硬化指数	b_r	0.0
回転硬化限界定数	m_b	-
初期値		
構造の程度	$1/R_0^*$	5.0
過圧密比	$1/R_0$	2.5
間隙比	e_0	1.13
応力比	η_0	0.0
異方性の程度	ζ_0	0.0

表-4.2 水分特性曲線に関するパラメータおよびその他の物性値

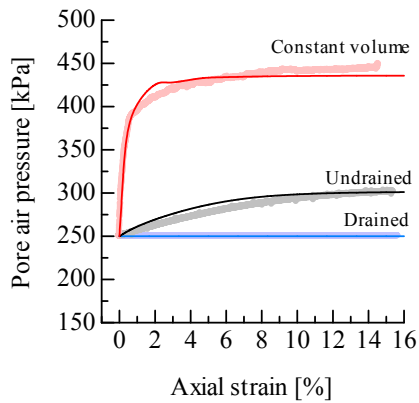
水分特性曲線		
最大飽和度 %	s_{\max}^w	70.0
最小飽和度 %	s_{\min}^w	5.00
van Genuchten パラメータ kPa^{-1}	α	0.07
van Genuchten パラメータ	n'	1.6
van Genuchten パラメータ	m'	0.375
飽和透水係数 m/sec	k_s^w	6.68×10^{-7}
乾燥透気係数 m/sec	k_d^a	3.68×10^{-5}
初期飽和度 %	s_0^w	46.5
その他の物性値		
土粒子密度 g/cm^3	ρ^s	2.65
水の体積弾性係数 kPa	K_w	2.19×10^6
空気の気体定数 $\text{m}^2/\text{sec}^2/\text{K}$	\bar{R}	287.04
絶対温度 K	Θ	293.15 (20°C)



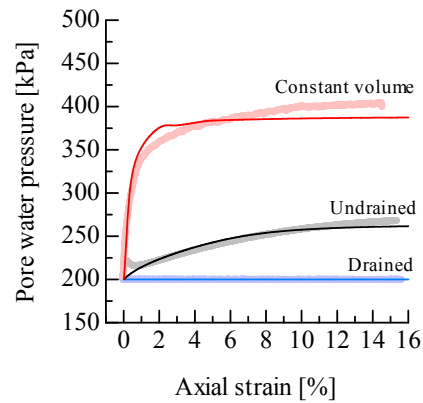
(a) Deviator stress - axial strain relationship



(b) Skeleton stress path



(c) Pore air pressure - axial strain relationship



(d) Pore water pressure - axial strain relationship

図-4.2 せん断前のサクシオンが 50kPa の供試体に対する排水・排気，非排水・非排気，非排水・空気圧制御定体積せん断試験の再現結果

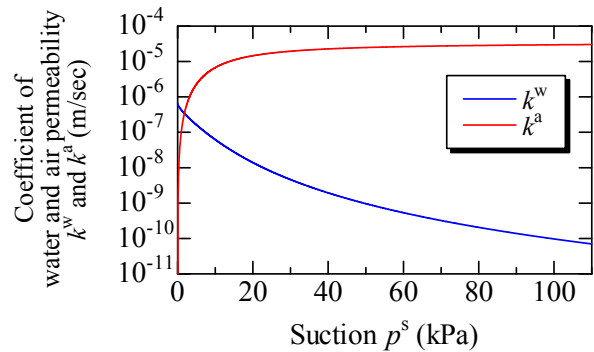
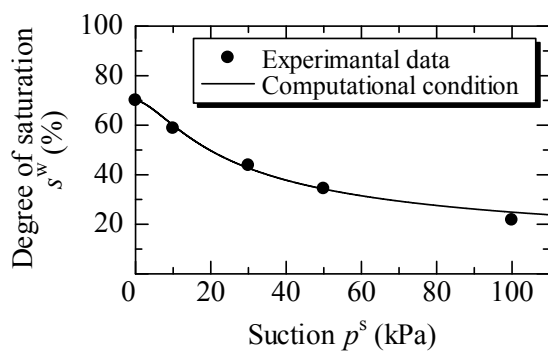


図-4.3 水分特性曲線および透水係数・透気係数とサクシオンの関係

図-4.4 は解析に用いた有限要素メッシュ図と境界条件を示す。簡単のため、円筒供試体の軸対称性を仮定して供試体の 1/2 断面を用いた。重力の影響は無視し、単位質量あたりの物体力ベクトルについて $b = 0$ とした。上下端は剛・摩擦のペデスタルの条件を表現するために節点間に束縛条件（長さ不変、角度不変）を課し（Asaoka et al., 1998 ; Noda et al., 2008）、隅角部に変形の自由度を上げるための処理（Asaoka et al., 1994）を施した。空気と水に関する境界条件は、参照実験の制御方法と同様に、上端で吸排気、下端で吸排水を制御した。背圧上昇過程、サクション付与過程および等方圧密過程における、セル圧や空気圧・水圧の増加／減少速度は約 2kPa/sec とした。せん断時は、参照実験と同様に下端を鉛直方向に固定したまま上端から軸変位速度一定で圧縮し、軸ひずみ速度を、排水・排気せん断試験は $0.05\%/min$ 、その他のせん断試験は $0.5\%/min$ に設定した。

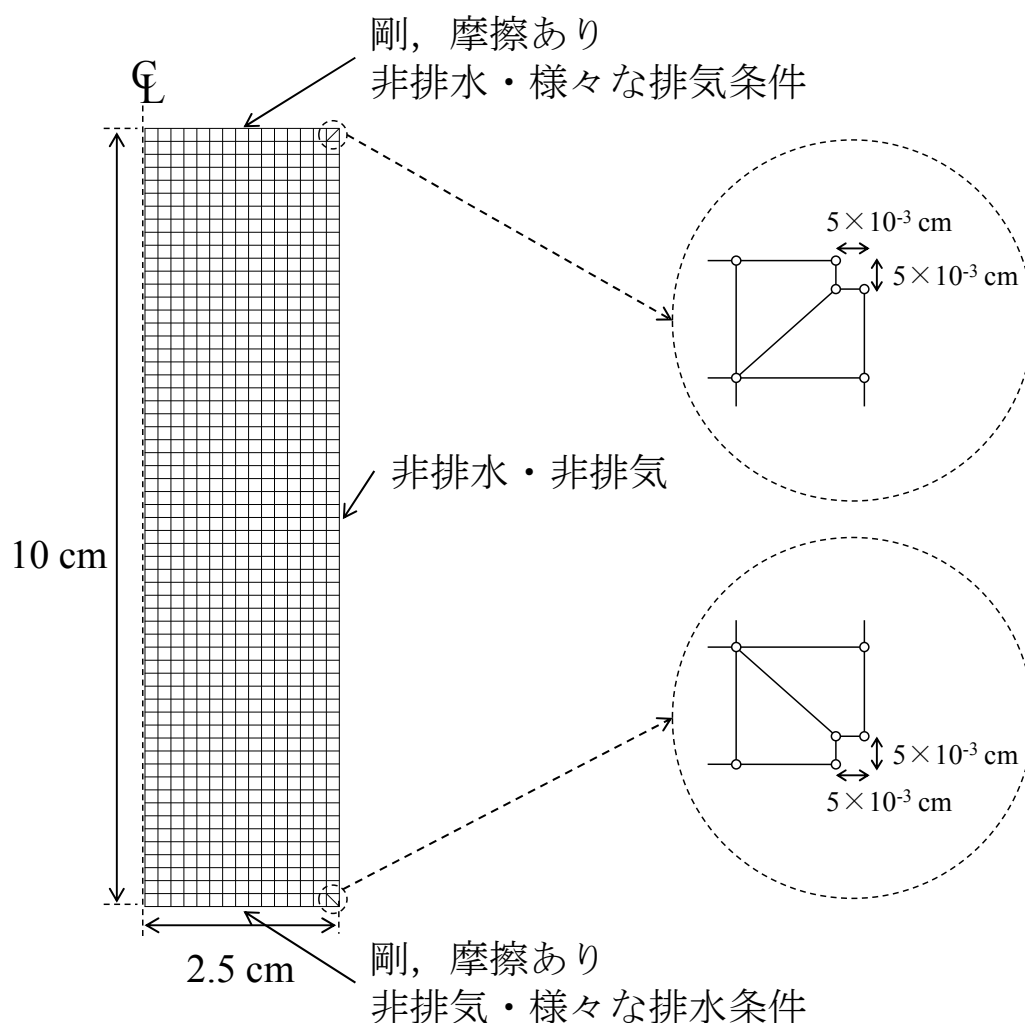


図-4.4 有限要素メッシュと境界条件

計算結果は、供試体を要素挙動として見た場合の見かけの挙動を用いて示す。ペデスタルと供試体の境界に位置する節点の等価節点力から反力を計算し、側圧を考慮して応力を算定する。このとき、常に円筒形を仮定して断面補正を行う。軸ひずみは軸変位をせん断直前の供試体高さで除した値である。間隙空気圧と間隙水圧は、非排水条件または非排気条件の場合

合には、軸対称条件を考慮してペデスタルに接する土要素について面積平均をして算出した。飽和度と体積ひずみは各要素の値を用いて供試体全体を体積平均して算出した。排水量は式(4.1)を用いて計算した。

$$\frac{\Delta V_w}{V_0} = \frac{e_0 s_0^w - e s^w}{1 + e_0} \quad (4.1)$$

ここで、 ΔV_w は排水量、 V_0 は吸排水が開始する直前の供試体体積、 e は間隙比、 s^w は飽和度を示し、下付き添え字 0 は吸排水が開始する直前の値であることを示す。実験の整理方法と同じく、サクシオン付与・等方圧密過程においては排水量 ΔV_w を用いて整理し、排水・排気せん断時は、ひずみ値 $\Delta V_w / V_0$ を用いて整理した。

次章以降では、サクシオン付与過程、等方圧密過程、せん断過程の実験結果と計算結果を示す。背圧上昇過程は、変形や平均化骨格応力の変化が小さかったため、結果の掲載を省略する。

4.3 サクシオン付与過程・等方圧密過程

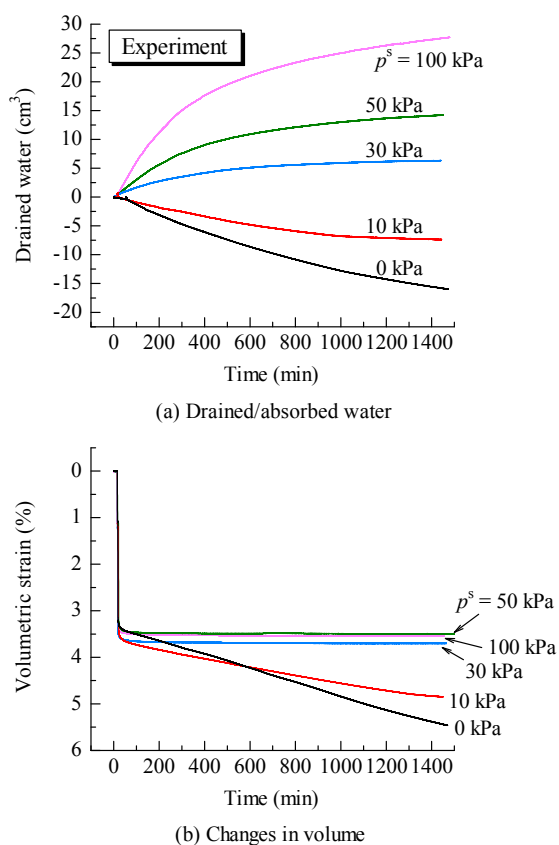


図-4.5 吸排水過程の実験結果

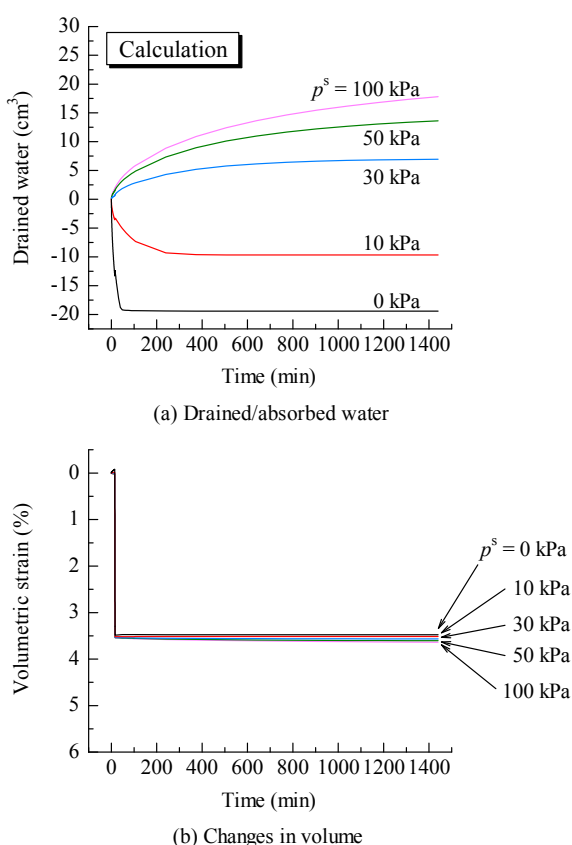


図-4.6 吸排水過程の計算結果

サクシオン付与過程と等方圧密過程に関して、図-4.5 と図-4.6 はそれぞれ実験結果と計算結果を示す。所定のサクシオン (0, 10, 30, 50, 100 kPa) を与え、その 15 分後にセル圧を 270 kPa から 450 kPa まで上昇させて等方圧密する。吸排水量を見ると、実験・計算いずれも背圧上昇後のサクシオン p^s は約 20 kPa であったため、 p^s が 30, 50, 100 kPa の場合は排水し、 p^s が

0、10 kPa の場合は吸水する。計算結果の吸排水量を見ると、サクシオンが小さい順に吸排水量が収束する時間が短い。これは図-4.3 で示したように、サクシオンが小さい、すなわち飽和度が高いほど透水係数が大きいからである。一方で実験結果に関しては、排水する p^s が 30、50、100 kPa の場合は、この順に、すなわち透水係数が大きい順に排水量が早く収束していて、これは計算結果においても同様である。なお、サクシオンが 100 kPa の場合に実験結果と計算結果の排水量が異なるのは、計算における透水係数が小さく、圧密が完全に終了していないからである。一方で、吸水する場合、特に p^s が 0 kPa の場合は、透水係数が 5 つの p^s の中では最大であるにもかかわらず吸水量が収束していない。

体積ひずみは、試験開始 15 分後のセル圧上昇時に大きく生じる。体積ひずみの計算結果は、サクシオンが大きいほど平均骨格応力 (Jommi, 2000) が大きくなるため、その分大きく圧縮する結果となった。体積ひずみの実験結果に関して、 p^s が 0、10kPa の場合に吸水に伴うコラプス挙動が生じ、特に p^s が 0kPa の場合は圧密が収束していない。Jennings and Burland (1962) が指摘したように、Bishop の有効応力式 (Bishop, 1959) を用いるだけでは、初期値・境界値問題として捉えても、吸水に伴うコラプス挙動を表現できなかった。さらに、透水係数が大きいにもかかわらず、体積変化や吸水量が長期化する挙動も表現できない。これは、吸水に伴うコラプスが生じ、土骨格の剛性が低下したことに起因するものと考えられる。今後、吸水に伴うコラプス挙動を表現できるようにすれば、吸排水量や体積ひずみ量の時間関係をうまく再現できるのではないかと考えている。

以上、サクシオン変化に伴う吸排水過程を初期値・境界値問題として捉えて解析した。この結果、サクシオン付与に伴う排水時の挙動はよく再現できることがわかった。しかし、吸水時の挙動については、Bishop の有効応力式 (Jommi (2000) の平均化骨格応力) を用いるだけでは、初期値・境界値問題として捉えても、コラプス挙動を表現できなかった。さらに、コラプスに起因して、透水係数が大きいにもかかわらず変形量や吸排水量が収束しにくい長期継続する挙動も表現できないことが明らかになった。

4.4 排水・排気（サクション一定）せん断試験

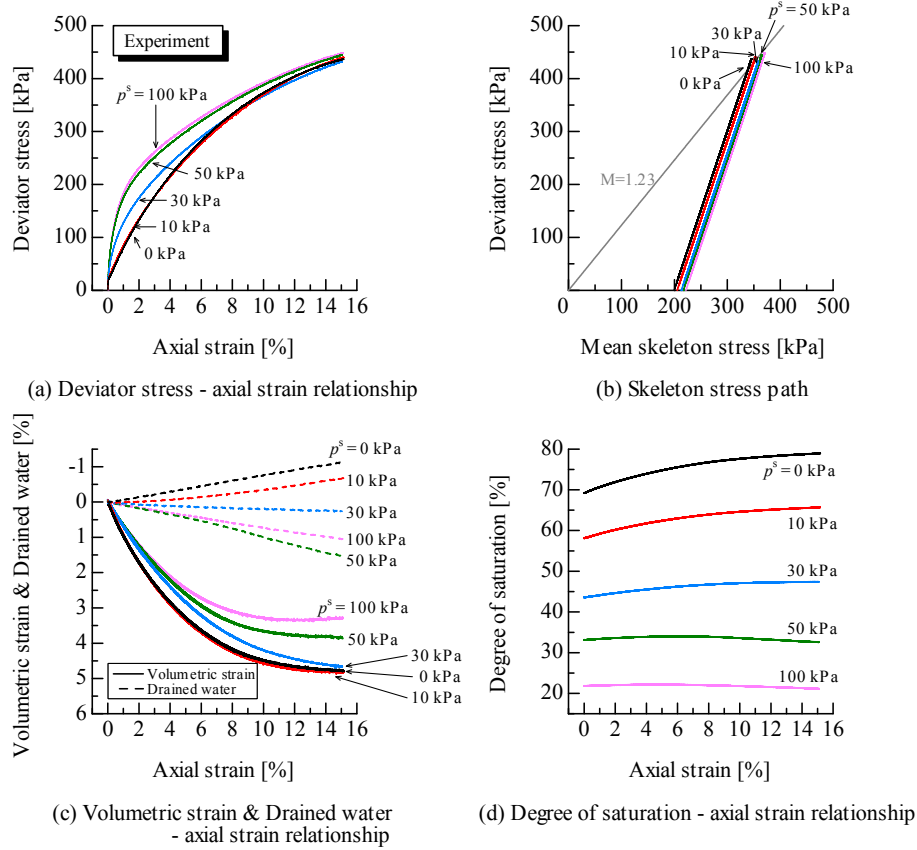


図-4.7 排水・排気せん断試験の実験結果

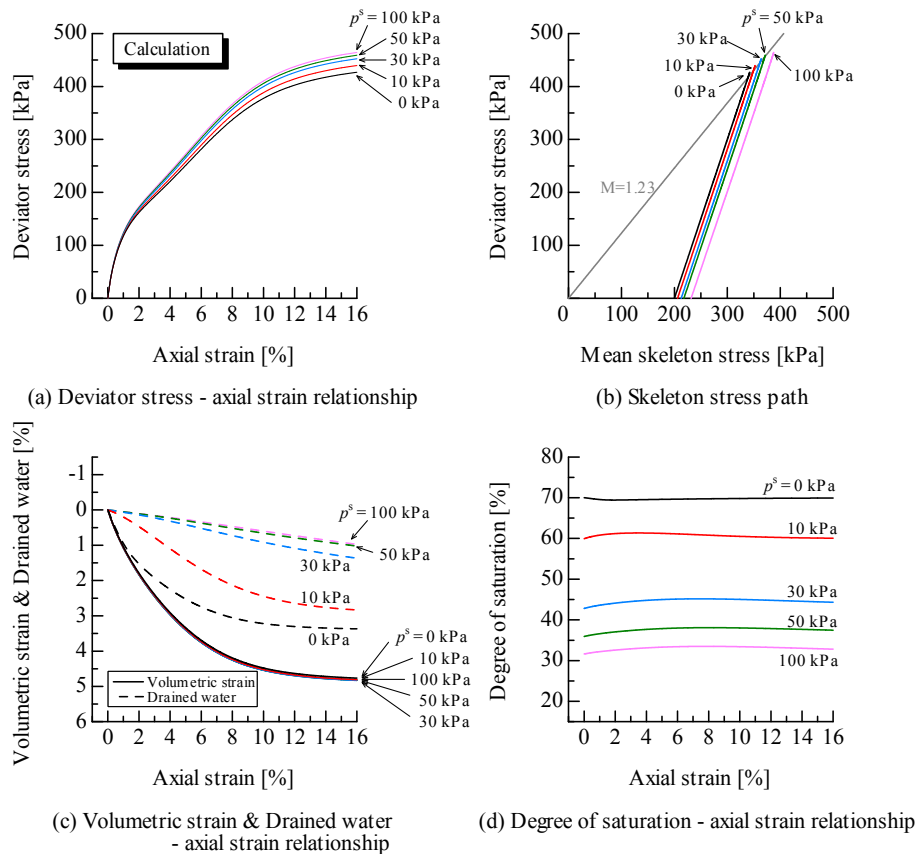


図-4.8 排水・排気せん断試験の計算結果

サクシオン付与・等方圧密後の供試体に対して、側圧一定・排水・排気条件下で行った三軸圧縮試験の実験結果と計算結果を図-4.7 と図-4.8 にそれぞれ示す。(a) 軸差応力-軸ひずみ関係を見ると、サクシオン p^s が大きいほど強度が大きい様子を表現できている。これは(b) 骨格応力経路において、 p^s が大きいほど初期の平均骨格応力 (Jommi, 2000) が大きく、側圧一定ではせん断中の骨格応力経路が約 1:3 で進むためである。ただし、サクシオンの違いによる骨格応力経路の違いは小さいために、飽和土の構成式を用いる場合には、実験結果に見られる、(a) 軸差応力-軸ひずみ関係の p^s の大きさに応じた初期剛性の差や、(c) 体積ひずみ-軸ひずみ関係の p^s の大きさに応じた体積ひずみの差を計算結果で示すことはできていない。これは既往の研究で指摘されているサクシオンが塑性変形を抑制する効果であると考えられる。排水量の実験結果に関しては、 p^s が 20kPa より小さい場合は吸水、大きい場合は排水を示したが、サクシオン付与・等方圧密過程で吸排水量が収束していない実験結果もあるため、せん断試験に限定した考察は難しい。この詳細な考察のためには、サクシオン付与過程・等方圧密過程において、より長く実験時間を費やすか、吸排水量の収束時間を短縮できる実験手法を開発する必要がある。排水量の計算結果に関しては、排水・排気せん断時、すなわちサクシオン一定時は、飽和度変化が生じない水分特性曲線を用いているため、体積ひずみが p^s に依らない以上、必然的にせん断初期の飽和度が高い順に排水量も大きくなる。(d) 飽和度-軸ひずみ関係の実験結果を見ると、特に p^s が 0 kPa の場合は飽和度が約 10%も上昇している。これも、(c)の実験結果より、吸水しながら体積圧縮しているためであるが、先述した通りサクシオン付与・等方圧密過程で吸水量が収束していないため、この結果のせん断試験に限定した考察は難しい。計算結果では、サクシオンと飽和度が一意となる水分特性を反映して、飽和度は総じて一定となっている。ただし、実験結果の p^s が 30, 50 kPa において確認できるような、排水しているにも拘わらず飽和度が若干上昇する挙動が、 p^s が 0 kPa 以外の計算結果においても表現されている。図-4.9 は、4.6 節においても計算結果を掲載する p^s が 50 kPa の場合の、供試体内の間隙水圧分布と飽和度分布のコンター図を示す。間隙水圧は排水境界から遠ざかるにつれて境界で設定した値より高く、それに伴い飽和度が上昇したことがわかる。間隙水圧が非一様に分布した理由は、載荷が比較的速く、間隙水の移動が十分にできなかったためである。図は省略するが、間隙空気圧は境界で設定した値でほぼ一様に分布した。サクシオンと飽和度が一意に決まる水分特性曲線を用いた場合でも、初期値・境界値問題として捉えることにより、見かけ上、供試体端部でサクシオンが一定でも供試体の飽和度が変化することがわかる。

以上より、応力の式に平均化骨格応力を用いていることで、サクシオンが大きいほど強度が大きい力学挙動を表現できた。また、使用した水分特性曲線からすれば、要素レベルでは、サクシオンと飽和度に一意の関係があるので、サクシオン一定下で飽和度変化は生じえないが、 p^s が 30, 50 kPa の実験結果に見られるようなせん断中に若干飽和度が上昇する現象は、載荷が比較的速く、間隙水圧の非一様分布に起因する、初期値・境界値問題の解として説明できた。ただし、排水・排気条件下では、体積変化に加えて、水分量変化も生じるため、水分特性曲線に間隙比変化を始めとした複数の影響を考慮し、より詳細なモデル化が必要であると考えられる。なお、本解析条件下では、間隙空気の移動は十分に生じて間隙空気圧が供試体内で一様分布したため、空気の圧縮性に起因する連成効果は見られなかった。

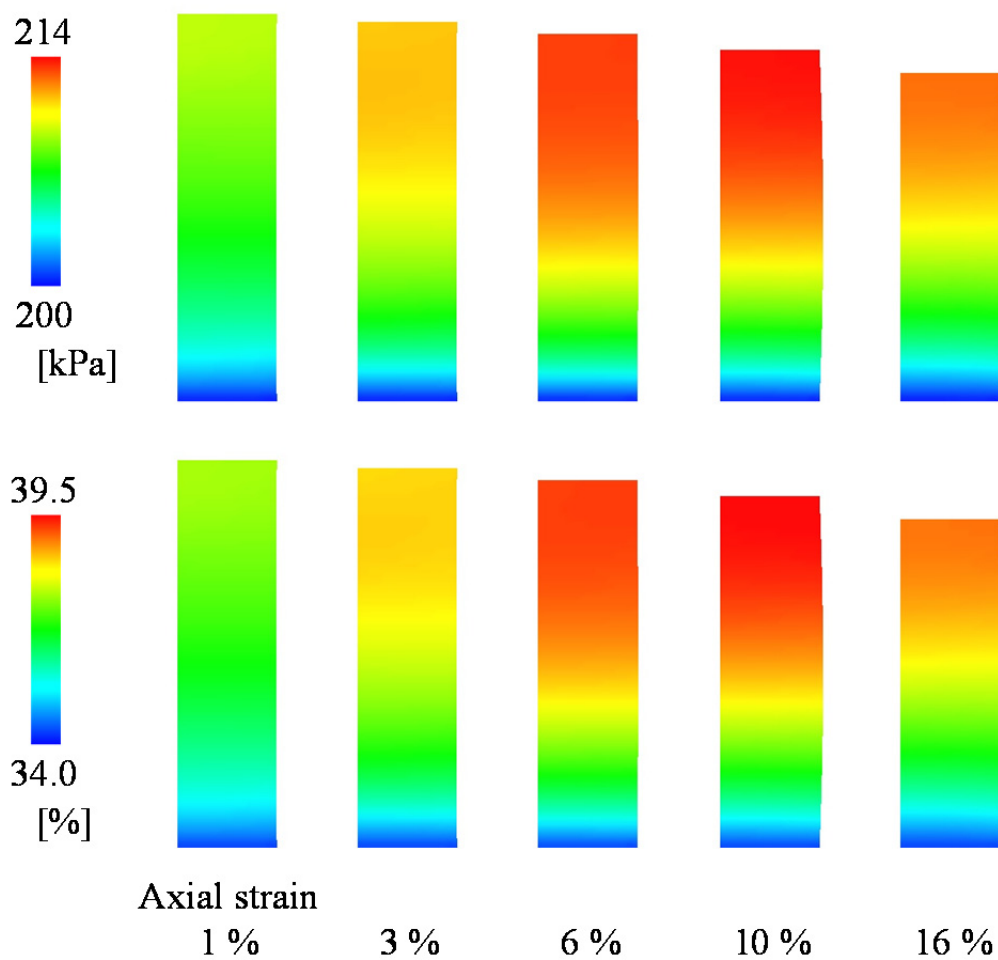


図-4.9 供試体内の間隙水圧分布および飽和度分布
 (サクシオン 50 kPa の排水排気せん断試験の計算結果)
 (上段：間隙水圧分布，下段：飽和度分布)

4.5 非排水・非排気せん断試験

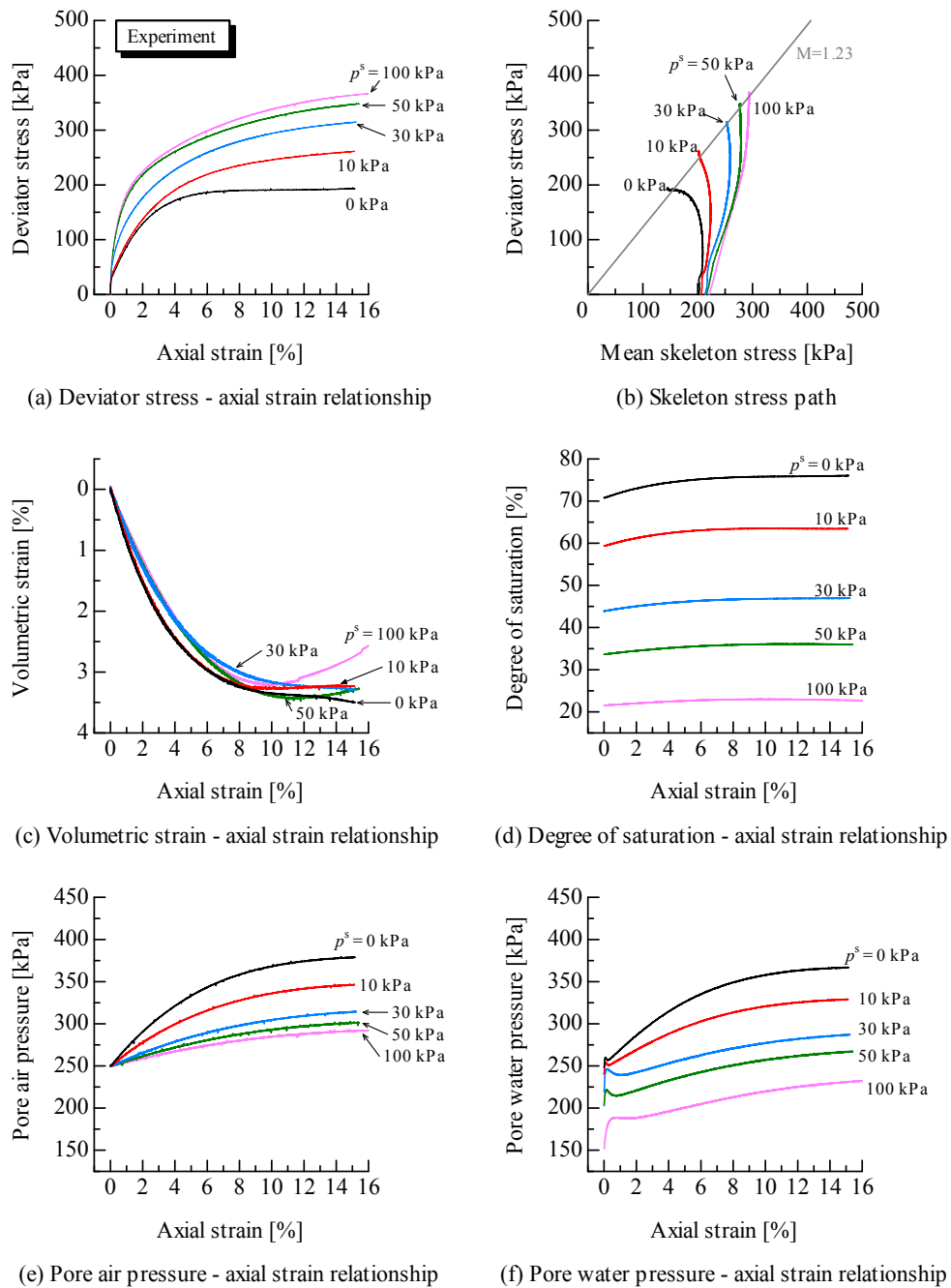
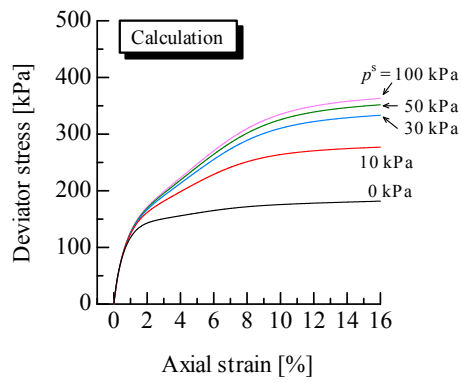
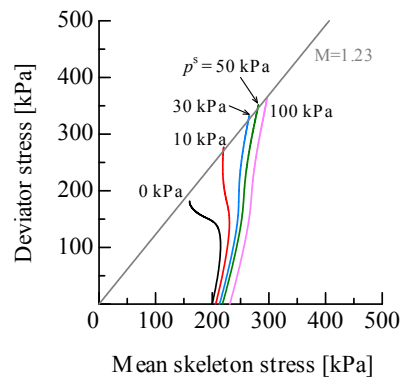


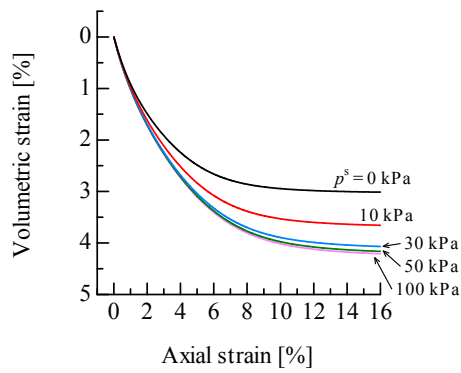
図-4.10 非排水・非排気せん断試験の実験結果



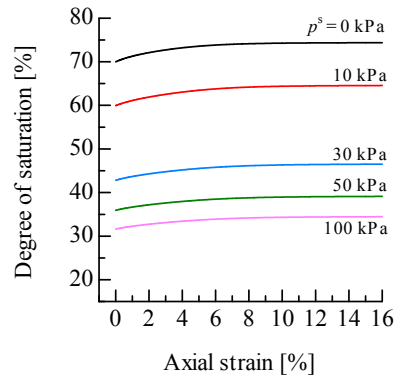
(a) Deviator stress - axial strain relationship



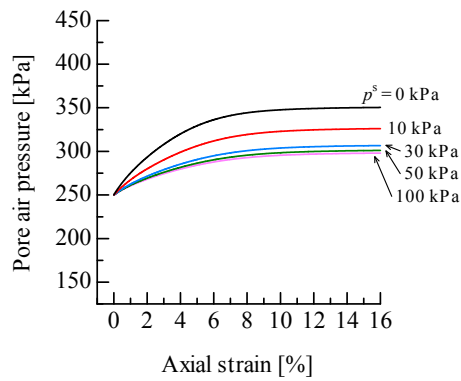
(b) Skeleton stress path



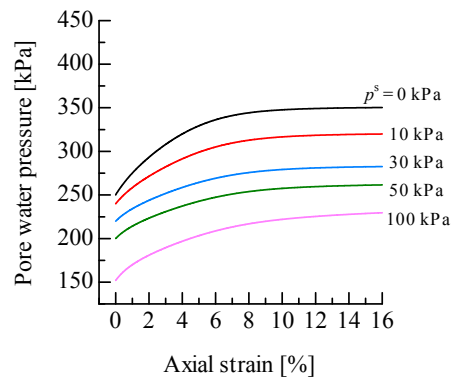
(c) Volumetric strain - axial strain relationship



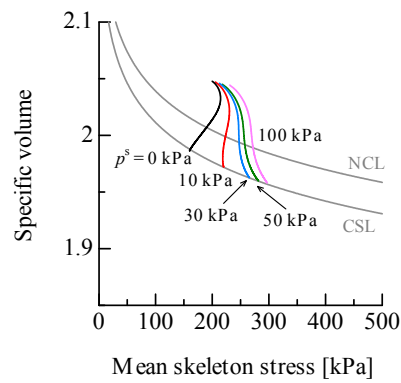
(d) Degree of saturation - axial strain relationship



(e) Pore air pressure - axial strain relationship



(f) Pore water pressure - axial strain relationship



(g) Specific volume - mean skeleton stress relationship

図-4.11 非排水・非排気せん断試験の計算結果

サクシオン付与・等方圧密後の供試体に対して、側圧一定・非排水・非排気条件下で行った三軸圧縮試験の実験結果と計算結果を図-4.10 と図-4.11 にそれぞれ示す。ただし、(b) 骨格応力経路における $M = 1.23$ の直線は、小高ら（2006）の実験結果では 8 kPa の切片を有する直線で示されているが、本論文では原点を通る直線を描いて結果を示した。(a) 軸差応力-軸ひずみ関係を見ると、サクシオン p^s が大きいほど強度が大きい様子を表現できている。これは(b) 骨格応力経路において、せん断前の p^s が大きいほど応力経路が右に進むためである。 p^s が大きい場合は飽和度が低く、空気量が多い。空気は水に比べて圧縮性が非常に高く、空気の存在が土骨格の体積圧縮を許容するために、骨格応力経路が右に進み、全応力経路に近づく。飽和土の三軸排水せん断では非排水せん断よりも有効応力経路が右に移動することと同じメカニズムである。(c) 体積ひずみ-軸ひずみ関係において、実験結果では全ての p^s で体積ひずみ量がほぼ等しいが、計算結果では p^s が大きい場合の体積ひずみが大きい。これは、計算では、図-4.11 の(g)で示すように、限界状態において平均骨格応力が大きいほど比体積が小さいためである。また、(a) 軸差応力-軸ひずみ関係の実験結果においては、 p^s が大きいほど初期剛性が大きい、計算ではそれを表現できていない。これらはサクシオンが塑性変形を抑制する効果であると考えられる。ただし、4.4 節で述べたように、サクシオン付与・等方圧密過程で p^s が 0 kPa、10 kPa の場合に体積圧縮量が収束していない点には注意する。

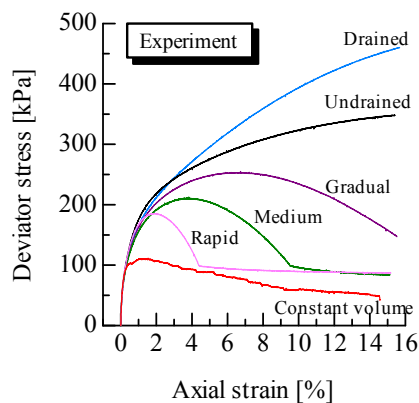
この試験では非排水・非排気条件であっても体積変化が生じるが、これは空気の圧縮性に起因する。言い換えれば、供試体の体積変化量、空気の体積変化量および飽和度変化量には一意の関係がある。例えば、 p^s が 50 kPa の場合は、せん断中とせん断前（4.3 節）の両方の体積変化量をよく再現しているため、(d) 飽和度変化量、(e) 空気圧変化量、および、(f) 水圧変化量をよく再現できている。一方で、 p^s が 0 kPa の場合は、せん断中とせん断前（4.3 節）のどちらの体積変化量も、計算結果は実験結果より小さいため、特に(e) 空気圧変化量を再現できていない。なお、 p^s が 0 kPa の飽和度の計算結果に関して、本解析コードは飽和度を未知数として解いているため、設定した最大飽和度である 70%を超えた値でも計算できることを、ここで再度強調しておく。

以上より、非排水・非排気条件下では空気の圧縮性が力学挙動に与える影響が大きい、空気の圧縮性を考慮するだけで（ p^s が 0 kPa のときにおいても）、不飽和シルトの力学挙動をよく再現できることを示した。また、実験結果と計算結果の比較から、排水・排気条件だけでなく、非排水・非排気条件下においても、サクシオンが塑性変形を抑制する効果があることを確認した。

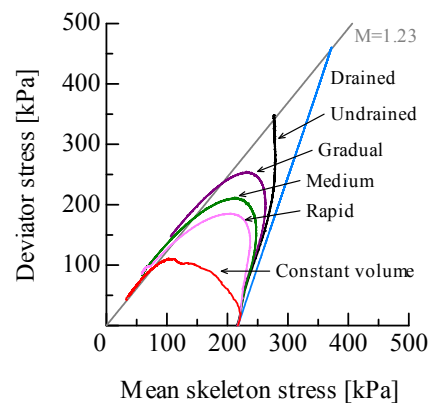
4.6 非排水・空気圧制御せん断試験

サクシオン付与・等方圧密後の供試体（せん断前のサクシオンは 50kPa）に対して、側圧一定・非排水条件下で空気圧を様々に制御して実施した三軸圧縮試験の実験結果と計算結果を図-4.12 と図-4.13 にそれぞれ示す。空気圧の制御方法は、図の(e) 間隙空気圧-軸ひずみ関係で示した通りであり、20kPa/min（図中は Rapid と表記）、10kPa/min（図中は Medium と表記）、5kPa/min（図中は Gradual と表記）の 3 種類の定率の空気圧上昇速度で制御した試験と、定体積状態を保つように制御した試験（図中は Constant volume と表記）を示した。参考として、排水・排気条件（図中は Drained と表記）と非排水・非排気条件（図中は Undrained と表記）

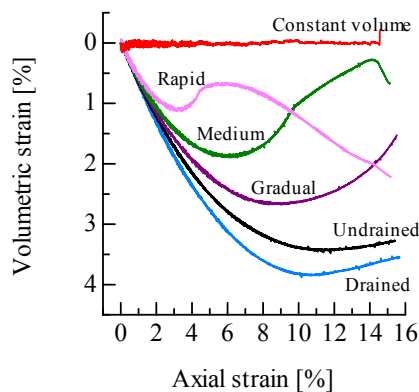
の結果も同じグラフ中に示している。空気圧を定率の上昇速度で制御する **Rapid**, **Medium** および **Gradual** のせん断試験は、例えばメタンハイドレート含有地盤において、メタンハイドレートの急激な分解により非排水条件以上にガス圧が上昇する場合を想定したせん断試験である。空気圧制御定体積せん断試験 (**Constant volume**) は、せん断時に定体積条件を保持するように空気圧を制御した試験である。なお、定体積状態を保つ計算方法に関しては、実験と同様に供試体の体積変化に応じて空気圧を試行錯誤的に変化させる方法もあるが、本論文では定体積状態を保つ空気圧値を解析的に算出した。この計算方法は付録 A2 に示した。



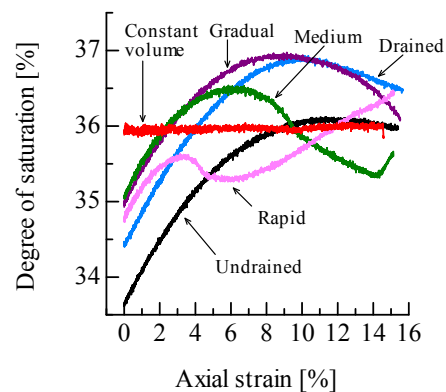
(a) Deviator stress - axial strain relationship



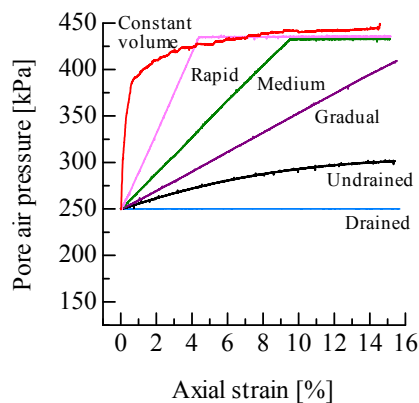
(b) Skeleton stress path



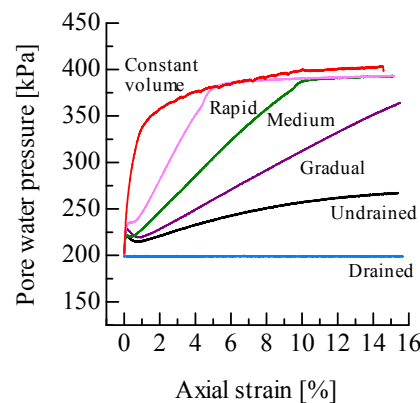
(c) Volumetric strain - axial strain relationship



(d) Degree of saturation - axial strain relationship

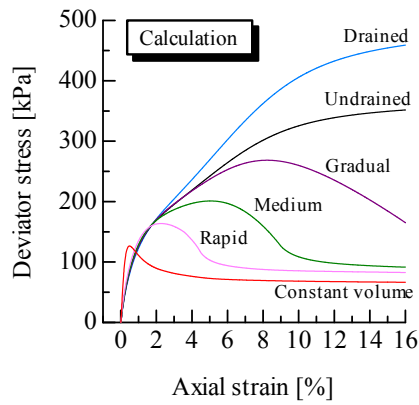


(e) Pore air pressure - axial strain relationship

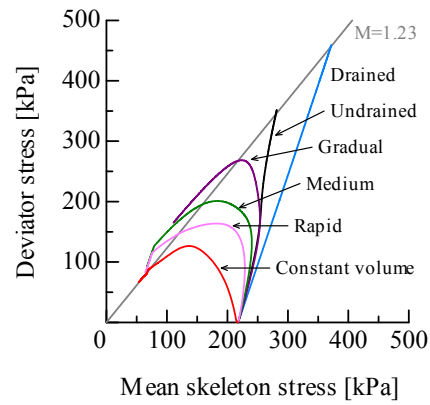


(f) Pore water pressure - axial strain relationship

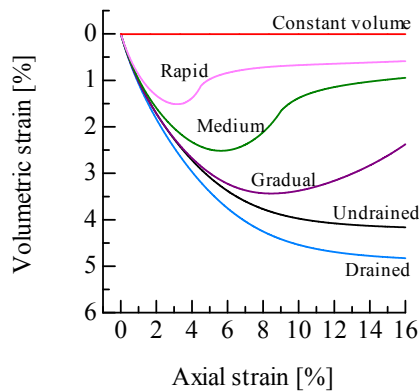
図-4.12 非排水条件下で境界の空気圧を様々な制御したせん断試験の実験結果



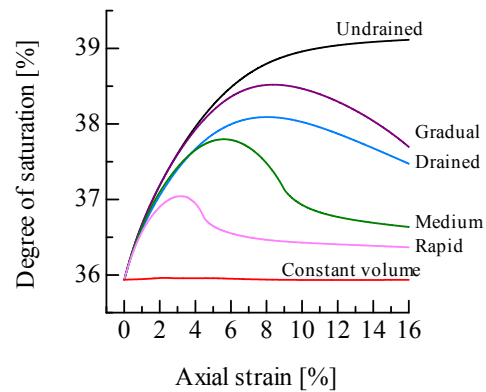
(a) Deviator stress - axial strain relationship



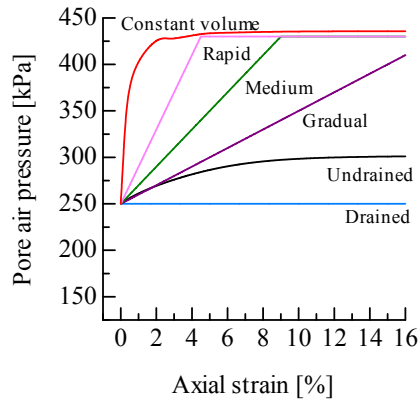
(b) Skeleton stress path



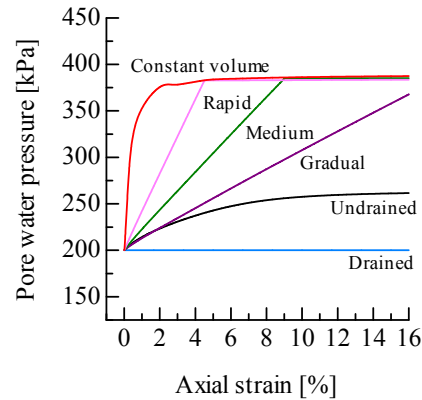
(c) Volumetric strain - axial strain relationship



(d) Degree of saturation - axial strain relationship



(e) Pore air pressure - axial strain relationship



(f) Pore water pressure - axial strain relationship

図-4.13 非排水条件下で境界の空気圧を様々な制御したせん断試験の計算結果

ここからは実験結果と計算結果の比較を行う。まず、(a) 軸差応力-軸ひずみ関係を見ると、実験と計算の両方で、体積拘束が強くなっていく順番、すなわち、Drained, Undrained, Gradual, Medium, Rapid, Constant volume の順に軟化傾向を示す。これより、間隙空気圧の上昇量が大きい場合には、ひずみ軟化挙動を示す可能性があり、地盤中に気体が急激に供給されると危険な状態になることが示唆される（小高ら，2006）。(b) 骨格応力経路を見ると、Constant volume に加えて、Rapid, Medium, Gradual の実験結果は $M = 1.23$ の直線の下側で軟化していて、計算結果もその様子を見事に再現している。これは、構造の喪失により、 $p' \sim q$ 応力

空間において限界状態線の下側での塑性圧縮を伴う軟化挙動を表現できるためである。Constant volume の実験結果は、顕著なひずみ軟化を示す飽和供試体の完全非排水条件下での有効応力経路（小高ら，2006；Oka et al., 2010）に類似しており、不飽和土の定体積せん断条件が擬似的な飽和条件でのせん断に近いことを示唆している。実務においては、一面せん断試験において定体積せん断はよく採用されており、三軸試験で定体積せん断を行った本試験結果（小高ら，2006）は、それらの試験結果の理論的な解釈にも援用できる。(c) 体積ひずみ-軸ひずみ関係を見ると、計算は実験を定量的には再現できていないが、実験結果の特徴をよく捉えている。ただし、4.2 節において記述したように、実験値の体積ひずみの信頼性は軸ひずみ 10%までであることには注意を要する。(d) 飽和度-軸ひずみ関係に関しては、実験結果において、せん断直前の飽和度が若干ばらつく点を考慮した上で実験結果と計算結果を比較すると、計算結果は実験結果の特徴をよく捉えている。これは、非排水条件下では、供試体の体積変化量と飽和度変化量に一意の関係があるためである。(e) 間隙空気圧-軸ひずみ関係と(f) 間隙水圧-軸ひずみ関係は実験結果と計算結果はよく一致している。

図-4.14 は Constant volume の場合の比体積変化分布のコンター図を示す。間隙空気と間隙水のマイグレーションにより定体積条件にもかかわらず、供試体内は圧縮する土要素も膨張する土要素も存在している点は興味深い。上下非対称に分布した理由は、せん断前までの吸排水・吸排気条件が上下非対称であることに加え、せん断時には定体積を保つように上端から吸気を行っているからである。本稿では、水分特性曲線に間隙比の影響を考慮していないが、例えばこの影響を考慮したモデルを構築する際には、供試体といえども初期値・境界値問題として捉える必要性があることを示唆している。

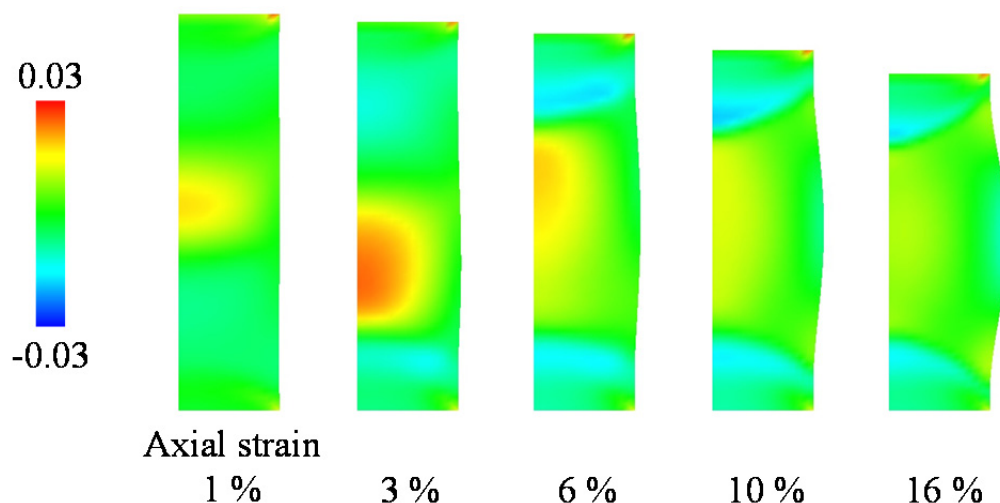


図-4.14 供試体内の比体積変化の分布図（圧縮：正）
（非排水条件下で空気圧制御により定体積条件を満たすせん断試験）

以上より、空気に関する境界条件を様々に変化させた場合に、体積拘束の強さに従って硬化挙動から軟化挙動に代わる様子を計算で表現でき、また、体積変化や飽和度変化の特徴もよく捉えられることがわかった。特に軟化挙動については SYS Cam-clay model (Asaoka et al., 2002) が表現する構造の喪失に基づいて表現できる。また、メタンハイドレートの分解等

よりガス圧が大きく上昇するような場合は、ひずみ軟化挙動を示す可能性があり、地盤は危険な状態になることが示唆される（小高ら，2006）。

4.7 各種排水・排気条件下にある不飽和シルト三軸試験の一樣変形場における構成式応答

最後に補足として、一樣変形場での三軸条件における SYS Cam-clay model（Asaoka et al., 2002）の解析手法（野田，1994）をもとに、本章で示した各種排水・排気条件下のせん断試験の解析手法を作製して、前節までと全く同じ条件で（一つの初期状態から計算を開始して）シミュレートした。図-4.15，図-4.16，図-4.17 はそれぞれ、排水・排気試験，非排水・非排気試験，非排水・空気圧制御せん断試験のシミュレートとして実施した一樣変形場における SYS Cam-clay model の応答を示す。図-4.8 と図-4.15，図-4.11 と図-4.16，図-4.13 と図-4.17 を見比べると、両者はそれぞれよく似た挙動を示すことがわかる。

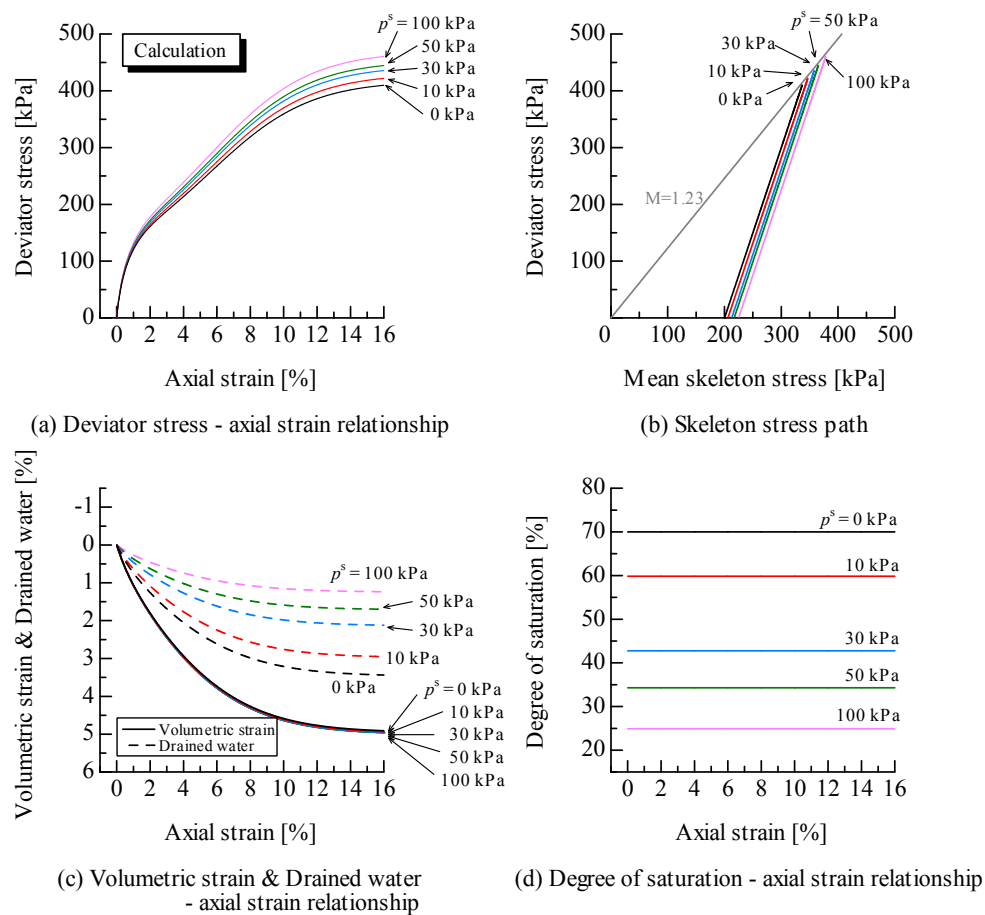
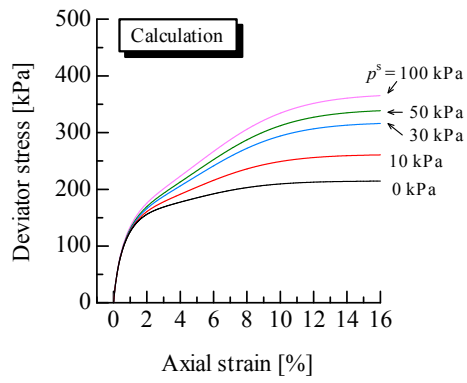
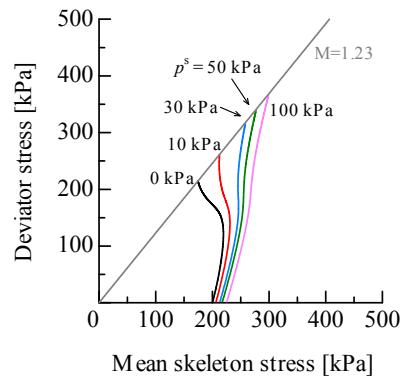


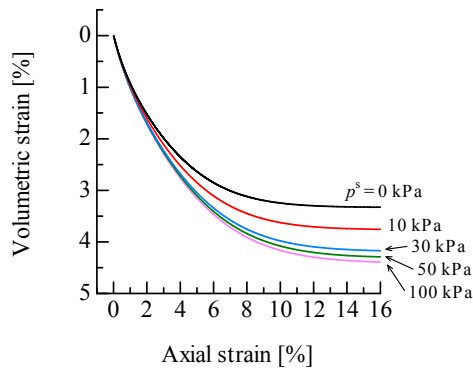
図-4.15 排水・排気せん断試験の計算結果（一樣変形場）



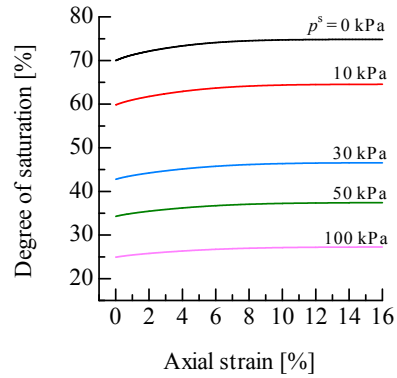
(a) Deviator stress - axial strain relationship



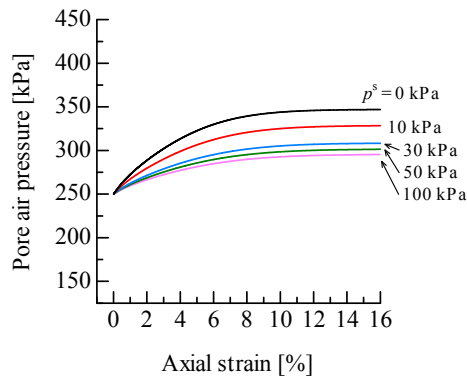
(b) Skeleton stress path



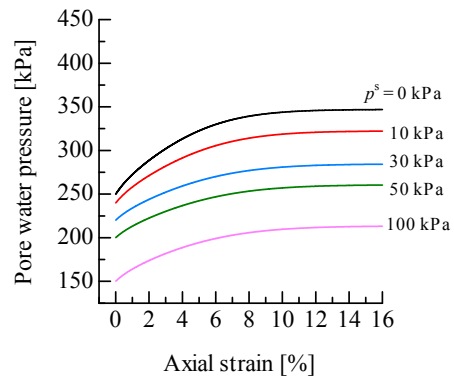
(c) Volumetric strain - axial strain relationship



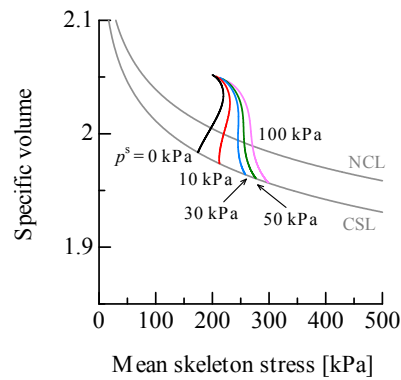
(d) Degree of saturation - axial strain relationship



(e) Pore air pressure - axial strain relationship



(f) Pore water pressure - axial strain relationship



(g) Specific volume - mean skeleton stress relationship

図-4.16 非排水・非排気せん断試験の計算結果（一様変形場）

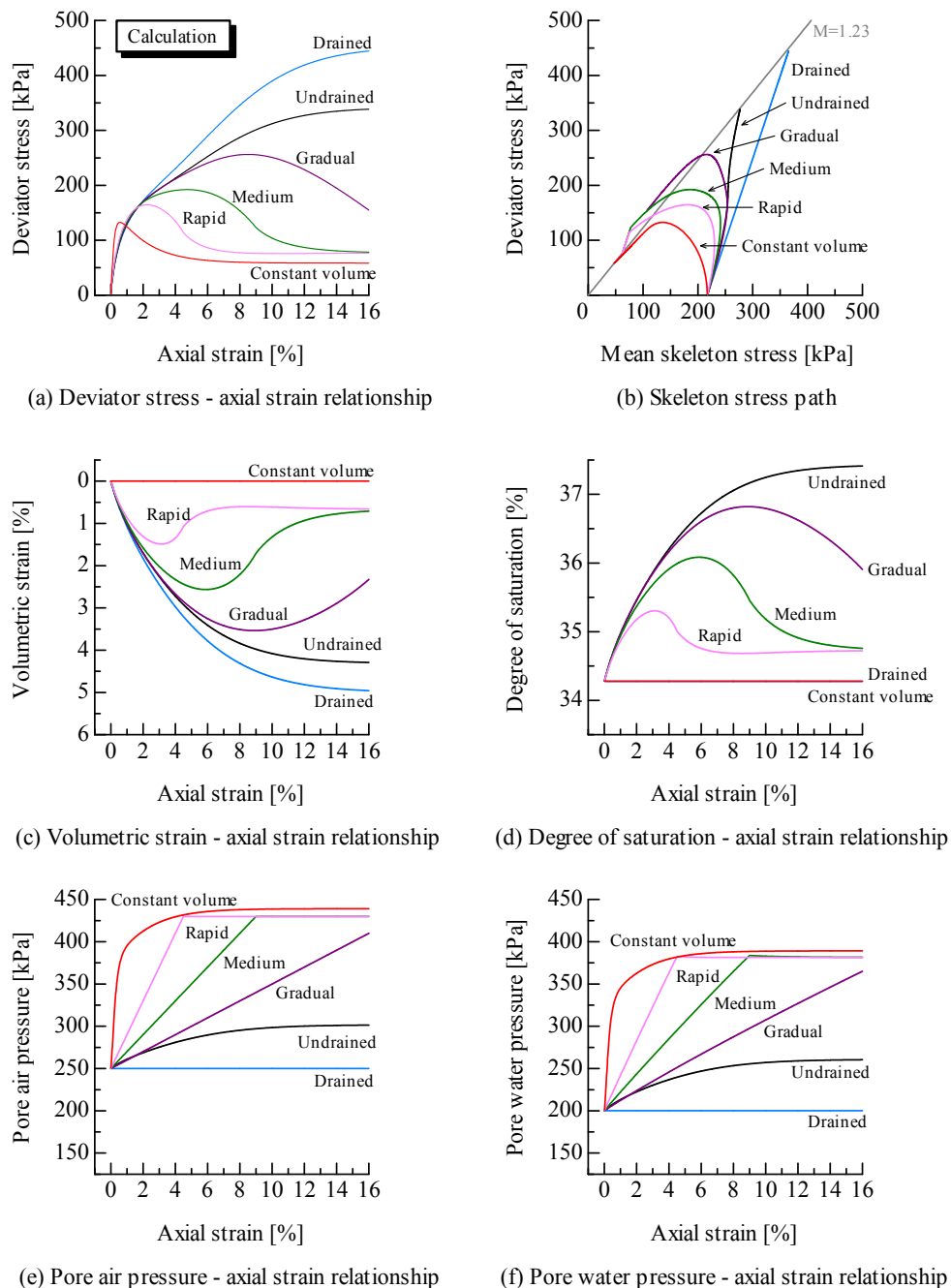


図-4.17 非排水条件下で境界の空気圧を様々に制御したせん断試験の計算結果（一様変形場）

4.8 結論

本章では、開発した解析コード、すなわち、構成式に SYS Cam-clay model (Asaoka et al., 2002) を搭載し、応力の式に平均化骨格応力 (Jommi, 2000) を適用した空気～水～土骨格連成有限変形解析コード (Noda and Yoshikawa, 2015) を用いて、各種排水・排気条件下にある不飽和シルト供試体の側圧一定三軸試験の数値シミュレーションを実施した。実験と同様に一つの初期状態から、背圧上昇、サクシオン付与、等方圧密、せん断までの一連の過程を計算した。この結果、支配方程式において空気との連成を考慮するだけで不飽和シルトの数多くの力学的特徴を表現できることが明らかになるとともに、サクシオンの影響など空気連成

効果以外のメカニズムを解析モデルに取り込まないと説明できない挙動も明らかにした。以下に、各シミュレーションで得られた知見をまとめる。

サクシオン付与過程・等方圧密過程

サクシオン付与に伴う排水時の挙動は良く再現できた。しかし、Bishop の有効応力式 (Bishop, 1959) を用いるだけでは、初期値・境界値問題として捉えても、吸水に伴うコラプス挙動を表現できなかったが、初期値・境界値問題として捉えて解析したことで、透水係数が大きいにもかかわらず変形量や吸排水量が収束しにくく長期継続することが明らかになった。このように、吸水に伴うコラプス挙動記述の必要性が初期値・境界値問題の観点からも明らかになった。

排水・排気（サクシオン一定）せん断試験

応力の式に平均化骨格応力 (Jommi, 2000) を用いることで、サクシオンが大きいほど強度が大きい力学挙動を表現できた。また、使用した水分特性曲線からすれば、要素レベルでは、サクシオンと飽和度に一意の関係があるためサクシオン一定下で飽和度変化は生じえないが、サクシオンが 30kPa や 50kPa の実験結果に見られたせん断中に若干飽和度が上昇する現象は、載荷が比較的速い時の間隙水圧の非一様分布に起因する初期値・境界値問題の解として説明できた。ただし、このシミュレーションにおいては、空気の圧縮性に関する連成効果は見られなかった。

非排水・非排気せん断試験

空気の圧縮性が力学挙動に与える影響が大きいため、空気との連成を考慮するだけで、飽和度の違いに応じた力学挙動の違いを表現できることを示した。特に本解析コードは飽和度を未知数として解き、最大飽和度以上の飽和度でも計算できるため、 p^s が 0kPa の場合においても空気の圧縮性を正しく評価できることも示した。

空気圧制御・非排水せん断試験

実験で空気に関する境界条件を様々に変化させた場合に生じる、体積拘束の強さに応じて硬化挙動から軟化挙動に代わる様子と体積変化や飽和度変化の特徴を計算でもよく捉えられることがわかった。特に軟化挙動については、SYS Cam-clay model が表現する構造の喪失によって表現できる。このことは、メタンハイドレートの分解等に伴いガス圧の上昇量が多いような地盤では、ひずみ軟化挙動を示す可能性があり、危険な状態になることを示唆する (小高ら, 2006)。

一方で、せん断初期の剛性や体積ひずみ量を精度よく表現するには、排水・排気せん断時 (サクシオン一定) のみならず、非排水・非排気せん断時にも、サクシオンが塑性変形を抑制する効果が確認された。

最後に、供試体内部の諸量の分布図が示すように、供試体内には不均質性が現れる。例えば、図-4.9 のコンター図を見ると、水圧が非一様分布したため、サクシオンも非一様分布し、その結果、供試体上部は飽和度が上昇も下降もしている。また、図-4.14 の比体積変化のコンター図を見ると、供試体内の比体積は不均質になっている。実際の供試体も内部は不均質性が発達した状態にあると考えられる。今後サクシオンを考慮した構成式研究や、ヒステリシ

ス・間隙比の影響を考慮した水分特性に関する研究などにおいて、より精緻なモデルを搭載した解析コードを構築する場合には、不飽和土を用いた室内試験を初期条件・境界条件が明確に整備された初期値・境界値問題として常に捉える必要があると考えられる。

以上より、サクシヨンの効果を考慮しなければ表現できない不飽和土の力学挙動はあるものの、大局的には、開発した解析コードは不飽和土の力学挙動を表現するのに妥当な手段と考える。なお、構成式へのサクシオン効果の導入は今後の課題と位置付ける。

5 粘性土地盤上の閉封飽和域を有する不飽和盛土の地震時挙動に及ぼす地下水位影響解析

5.1 はじめに

2011年3月11日に発生した東北地方太平洋沖地震では地盤や土構造物が甚大な被害を受け、中でも河川堤防の被害は注目を集めている。河川堤防の地震被害としては、砂質土基礎地盤の液状化を中心に考えられてきたが、本地震では粘性土基礎地盤上の河川堤防の崩壊が各所で見られた。この崩壊原因として、堤体盛土築造時の粘性土基礎地盤の変形により、盛土底部が地下水位以深まで沈下して飽和域（閉封飽和域）を形成し、盛土底部の水平応力と密度が減少したことが相まって、地震時に閉封飽和域が液状化したことが考えられている（国土交通省東北地方整備局北上川等堤防復旧技術検討会，2012；地盤工学会，2012；Sasaki et al., 2012）。閉封飽和域の液状化被害は、1993年の釧路沖地震において、泥炭地盤上に築堤された河川堤防が崩壊した際に指摘されており（Sasaki et al., 1994）、東北地方太平洋沖地震で多数被害を受けたため大きく注目されるようになった。上記被災メカニズムの明確化を目的として、解析的研究や実験的研究が行われている。解析的研究としては、Uzuoka and Semba (2012) は、空気～水～土骨格三相系有限変形解析を実施し、地震応答解析を行う前に、盛土築造時からの変形を考慮する解析と考慮しない解析との比較から、前者の場合には盛土築造時の変形が盛土底部の有効応力の低下を招く結果、地震中・地震後に変形量が大きくなることを示した。実験的研究としては、Okamura et al. (2013) は盛土の築造時と地震時の遠心模型実験を実施し、盛土築造時の基礎地盤の変形により、盛土底部に形成される飽和領域の存在や盛土底部の有効応力および密度の減少を、盛土の崩壊理由と関係付けている。また、被災調査として、堤防被災箇所の実態の解釈と適切な復旧のために設置された国土交通省東北地方整備局北上川等堤防復旧技術検討会（2012）は、その報告書の中で、東北地方太平洋沖地震による堤防被災の実態及び特徴を、堤防被災箇所の基礎地盤微地形や土質特性、地下水位に注目して整理している。特に地下水位に関しては、被災後に実施された調査から、次のことが報告されている。「枝野地区及び下中ノ目上流地区では、被災断面の堤体下部に地下水位が存在しているのに対して、無被災断面の堤体下部には地下水面が存在しないことが確認される。」「砂山地区、和多田沼地区、木間塚地区、橋浦地区及び中野地区を除く16箇所では、堤内地盤高（又は高水敷高）と同程度以上の高さの地下水位が堤体内に存在することが確認されている。一方、無被災断面では堤体内に水位が存在しない又は被災断面に比べて地下水位が低いことが確認できている。」図-5.1は、被災した下中ノ目上流地区鳴瀬川左岸30.3kの断面図（国土交通省東北地方整備局北上川等堤防復旧技術検討会，2012）から一部を描き改めた図である。ここに、「堤体下部に地下水面が存在している」とは、図-5.1に示すように、地震後に上に凸型の地下水面が堤体内に観測されたことを意味する。この堤体内地下水面は、地震前の平常時から存在していたと考えられており、このような上に凸型の浸潤線の再現性向上を目的とした研究も行われているが、実降雨を用いた浸透流解析ではその再現が難しいとされている（土木学会 地盤工学委員会 堤防小委員会，2013（WG2：堤体内浸潤線の再現））。

以上の背景を踏まえて、本章では、空気～水～土骨格連成有限変形解析コード（Noda and Yoshikawa, 2015）を用いて、地下水位の違いに注目した粘性土地盤上の不飽和盛土の築造時・地震中・地震後までの数値シミュレーションを実施して、上記被災メカニズムに迫る。具体

の解析については、初期地下水位が高い場合として地表面と一致する地盤と、初期地下水位が低い場合として地表面下 2 m に存在する地盤を設定する。これら地盤に不飽和盛土を築造して、圧密が終了（過剰間隙水圧が消散）するまで計算する。その後地震応答解析を実施して、地下水位の差による力学挙動の違いを明らかにする。初期地下水位の設定に際しては、既往の研究（土木学会 地盤工学委員会 堤防小委員会，2013（WG2：堤体内浸潤線の再現））とは異なり、「地震前」から堤体内浸潤線の存在を仮定していないが、地下水位が高い場合には「地震後」に不飽和盛土内に浸潤線が一時的に形成されることを、メカニズムの考察とともに示す。

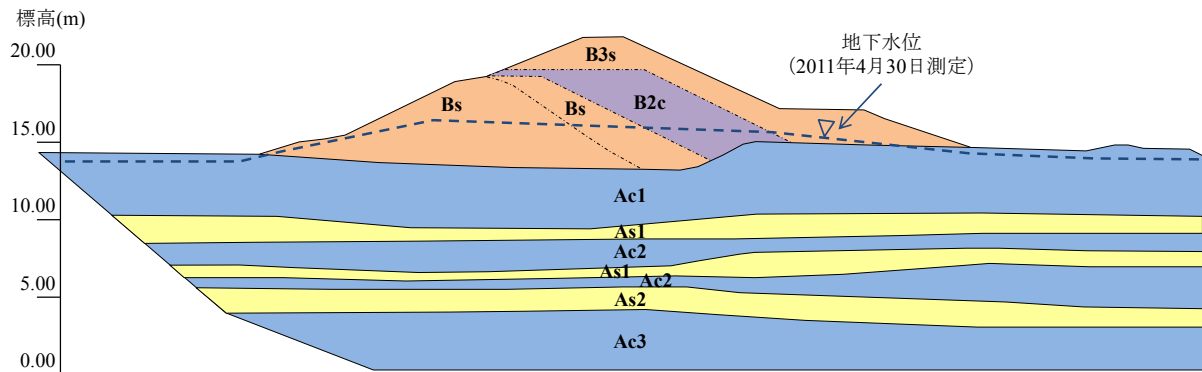


図-5.1 被災した下中ノ目上流地区鳴瀬川左岸 30.3k の断面図
（国土交通省東北地方整備局北上川等堤防復旧技術検討会（2012）から一部を描き改めた図）

5.2 解析条件

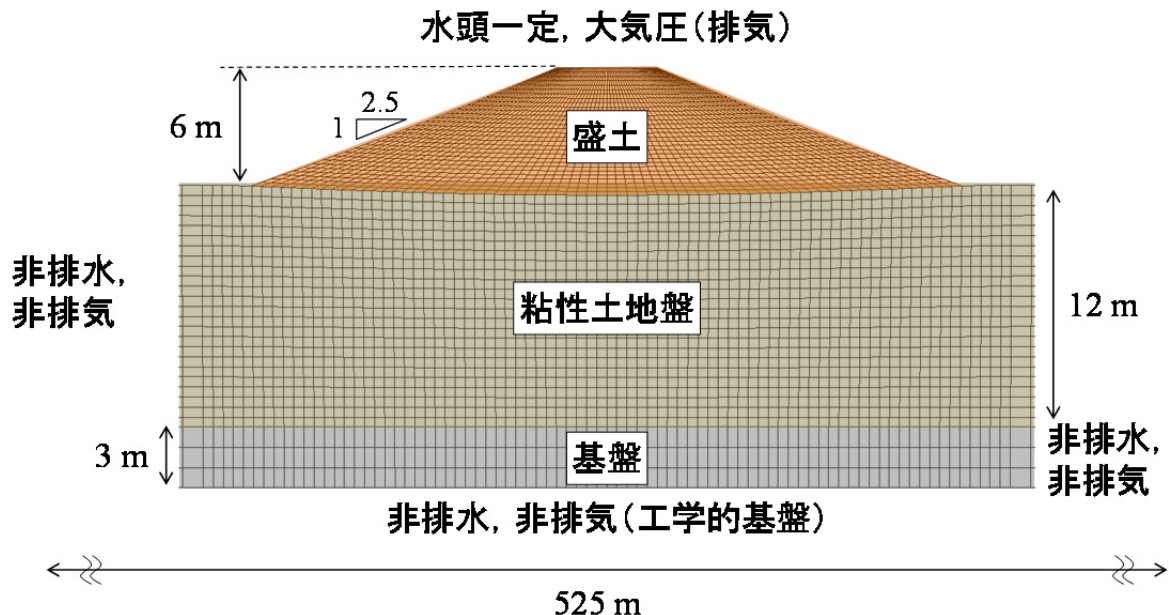


図-5.2 解析断面および水理境界条件と空気の境界条件（盛土周辺部分を拡大）

図-5.2 は解析断面の概略図で、水理境界条件と空気の境界条件を中心に示す。2 次元平面ひずみ条件を仮定し、図-5.1 を参考にして解析断面を設定した。ただし本章では、粘性土と砂質土の互層地盤や旧堤を有する下中ノ目地区などの具体の被災断面を詳細に検討するのではなく、非常に簡単な条件下で粘性土地盤上の不飽和盛土の三相有限変形解析を実施して、そこから得られる結果を考察することを目的とする。解析断面の横幅は 500m 以上の長さで設定しているが、図-5.2 は盛土周辺部分を拡大して示している。次節以降に、解析結果としてひずみや応力などの諸量の分布図を示すが、そのときも盛土周辺部分を拡大して示す。地表面と盛土表面のみ水理条件として全水頭（位置水頭+圧力水頭）一定境界、空気の境界条件として大気圧を満たす排気条件を設定して、その他は非排水・非排気条件とした。位置水頭の基準面は解析断面の下端（工学的基盤）に設定した。初期地下水位は、初期の地表面位置に一致する場合と初期の地表面下 2m に位置する場合の 2 ケースの解析を実施した。以後、初期地下水位が初期地表面位置の場合の解析を GL-0m、初期地下水位が初期地表面下 2m に位置する場合の解析を GL-2m と呼ぶ。地表面と盛土表面に設定した全水頭境界の水頭値を、前者は 15m、後者は 13m に設定した。

(a) 粘性土地盤の材料定数および初期状態の設定

粘性土地盤の材料定数および初期状態は、鳴瀬川上流 30.0k 地点（下中ノ目地区）の堤内地でサンプリングした不攪乱試料に対して実施した、非排水三軸圧縮試験と定ひずみ速度載荷圧密試験の実験結果を、一様変形場の SYS Cam-clay model（Asaoka et al., 2002）の解析手法（野田, 1994）を用いて再現することで決定した。図-5.3 はその再現結果を、表-5.1 は決定した材料定数を示す。各試験の再現に用いた初期値は表-5.2 に示す。粘性土地盤の初期値は、拘束圧 100 kPa の非排水三軸試験の再現結果から得られた構造の程度と比体積の値を各層で均一として与え、土被り圧に応じて過圧密比を鉛直方向に分布させた（Noda et al., 2007 ; Nakano et al., 2008）。なお、当該地点で別途実施したボーリング調査から、鳴瀬川の基礎地盤は、粘性土が卓越していながらも、ところどころで砂層が互層を成しており、その近傍の粘性土は砂分を多く含有していることを確認している。そのため、本章の解析において、基礎地盤を粘性土の均一層としてモデル化するにあたっては、比較的砂分を含む粘土を代表値として用いることとした。また、地盤の深部は基盤として、谷ら（2014）を参照して密な砂の材料定数と初期値を与え、粘性土地盤と同様に過圧密比を鉛直方向に分布させた。表-5.3 は水分特性曲線に関するパラメータおよびその他の物性値を示す。粘性土地盤と基盤の水分特性はそれぞれ、Carsel and Parrish(1988)の silty clay と sand の van Genuchten 式(van Genuchten, 1980) のパラメータを参考にして決定した。透水係数および透気係数と飽和度の関係には、Mualem モデル（Mualem, 1976）を用いる。ここでは簡単のために、最大飽和度は 99 %で比較的高い値に設定して、空気の封入が大きくは影響しない条件を仮定した。初期の間隙水圧は地下水位において間隙空気圧と一致させ、そこから鉛直方向に静水圧分布を仮定した。初期の間隙空気圧は、地下水位以深ではサクションがゼロであるため水圧値に等しく、地下水位以浅では初期地表面高さで間隙空気圧をゼロとして、その点を基準に空気の自重を考慮して鉛直方向に分布させた。初期の飽和度分布は、地下水位において最大飽和度として、地下水位以深では圧力に応じて空気と水の圧縮性を考慮した計算から求めた。地下水位以浅では

サクシオン値に応じて水分特性曲線から計算した。図-5.4 は上記に説明した方法で作成した地盤の初期値分布を示す。具体的な初期地盤の状態の設定方法は付録 A3 において示した。

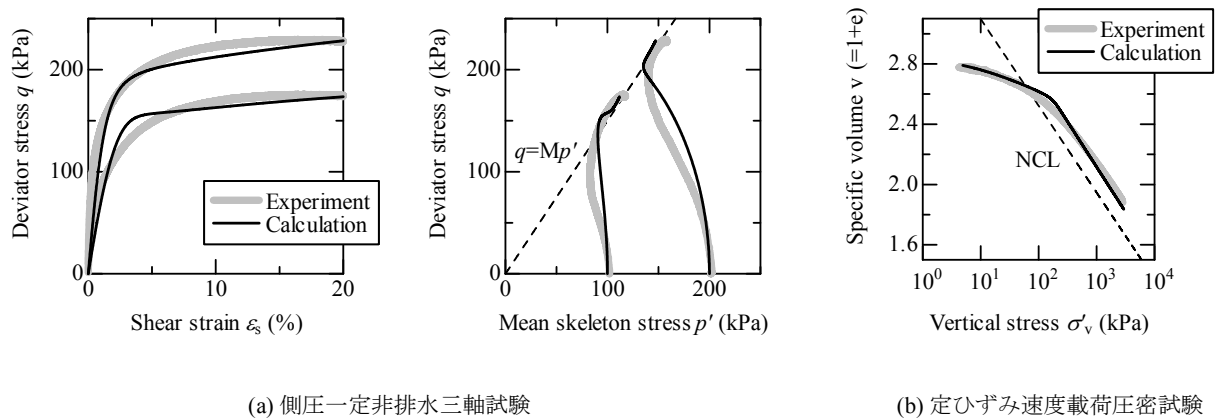


図-5.3 粘性土試料の非排水三軸試験および圧密試験とその再現結果

表-5.1 地盤の土骨格の構成式に関する材料定数と初期値

弾塑性パラメータ		粘性土地盤	基盤
$p' = 98.1, q = 0$ kPa 時の NCL 上の比体積	N	2.45	1.98
限界状態定数	M	1.5	1.2
圧縮指数	$\tilde{\lambda}$	0.25	0.045
膨潤指数	$\tilde{\kappa}$	0.07	0.002
ポアソン比	ν	0.2	0.15
発展則パラメータ			
正規圧密土化指数	m	7.0	0.08
構造劣化指数	a	0.1	2.2
構造劣化指数	b	1.0	1.0
構造劣化指数	c	1.0	1.0
構造劣化の塑性変形の進展尺度 における $-D_v^p$ と $\ D_s^p\ $ の割合	c_s	0.5	1.0
回転硬化指数	b_r	0.1	3.5
回転硬化限界定数	m_b	1.0	0.9
初期値			
構造の程度	$1/R^*_0$	2.3	1.01
過圧密比	$1/R_0$	6 - 1400	5000 - 6500
間隙比	e_0	1.39	0.623
応力比	η_0	0.545	0.545
異方性の程度	ζ_0	0.545	0.545

表-5.2 粘性土試料の力学試験の再現結果に用いた初期値

初期値		非排水三軸圧縮試験		定ひずみ 速度載荷 圧密試験
		拘束圧 100 kPa	拘束圧 200 kPa	
鉛直骨格応力 kPa	σ'_v	100.0	200.0	4.9
構造の程度	$1/R^*_0$	1.47	1.15	2.3
過圧密比	$1/R_0$	2.0	1.1	20.0
間隙比	e_0	1.39	1.28	1.79
応力比	η_0	0.0	0.0	0.0
異方性の程度	ζ_0	0.0	0.0	0.545

表-5.3 地盤の水分特性曲線に関するパラメータおよびその他の物性値

水分特性曲線		粘性土地盤	基盤
最大飽和度 %	S_{\max}^w	99.0	99.0
最小飽和度 %	S_{\min}^w	19.3	10.4
van Genuchten パラメータ kPa ⁻¹	α	0.051	1.48
van Genuchten パラメータ	n'	1.09	2.68
van Genuchten パラメータ	m'	0.0826	0.627
飽和透水係数 m/s	k_s^w	5.56×10^{-8}	8.25×10^{-5}
乾燥透気係数 m/s	k_d^a	3.06×10^{-6}	4.55×10^{-3}
その他の物性値			
土粒子密度 g/cm ³	ρ^s	2.65	2.636
水の体積弾性係数 kPa	K_w	2.19×10^6	2.19×10^6
空気の気体定数 m ² /s ² /K	\bar{R}	287.04	287.04
絶対温度 K	Θ	293.15	293.15

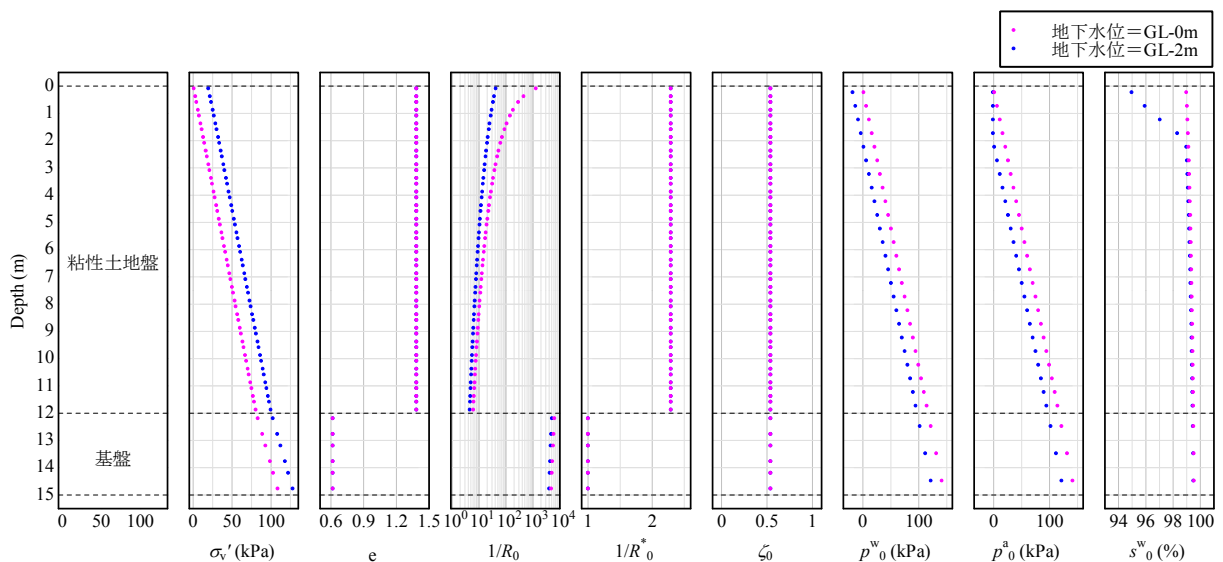


図-5.4 初期地盤の諸量の分布

(b) 盛土の材料定数および初期状態の設定

盛土の材料定数および初期値の決定に際しては、東北地方太平洋沖地震で被災した河川堤防の土材料を用いた力学試験結果を得ることが困難であった。このため本解析では、Sakai and Nakano (2013) で示された SYS Cam-clay model (Asaoka et al., 2002) の材料定数および初期値を用いた。このパラメータの選定理由は、実際の河川堤防の盛土材として用いられ、被災した河川堤防のように砂分、シルト分および粘土分を含む土試料に対して実施された力学試験を再現するように決定されたためである。初期値は締固め度 95%の値を用いた。表-5.4 にその数値を示す。盛土は、地盤と同様に初期構造の程度と比体積の値を各層で均一として与え、土被り圧に応じて過圧密比を鉛直方向に分布させた。盛土は 1 日 1 m の早さで高さ 6 m まで 30 回に分けて構築した (Takaine et al., 2010)。

表-5.4 盛土の土骨格の構成式に関する材料定数と初期値

弾塑性パラメータ		盛土
$p' = 98.1, q = 0$ kPa 時の NCL 上の比体積	N	1.71
限界状態定数	M	1.35
圧縮指数	$\tilde{\lambda}$	0.11
膨潤指数	$\tilde{\kappa}$	0.02
ポアソン比	ν	0.3
発展則パラメータ		
正規圧密土化指数	m	0.5
構造劣化指数	a	2.0
構造劣化指数	b	1.0
構造劣化指数	c	1.0
構造劣化の塑性変形の進展尺度 における $-D_p^p$ と $\ D_s^p\ $ の割合	c_s	1.0
回転硬化指数	b_r	0.1
回転硬化限界定数	m_b	0.4
初期値		
構造の程度	$1/R_0^*$	1.2
過圧密比	$1/R_0$	40 - 60
間隙比	e_0	0.64
応力比	η_0	0.375
異方性の程度	ζ_0	0.375

表-5.5 は盛土の水分特性曲線に関するパラメータおよびその他の物性値を示す。Carsel and Parrish (1988) の silt の van Genuchten 式 (van Genuchten, 1980) のパラメータを参考にして決定した。透水係数および透気係数と飽和度の関係には、Mualem モデル (Mualem, 1976) を用いた。図-5.5 は、盛土の水分特性曲線および透水係数・透気係数と飽和度の関係を示す。盛土においても最大飽和度は 99 % と比較的高い値を設定し、空気の封入が大きくは影響しない条件を仮定した。透水係数・透気係数と飽和度の関係を見ると、透気係数の方が透水係数より飽和度 98.6 % までは大きい。よって、以後の解析結果の解釈においては、動水勾配と空気圧の勾配が同じ程度であれば、盛土では透気が透水よりも先に生じると考えて差し支えない。盛土の初期飽和度は 73.4 % とした (Sakai and Nakano, 2013)。初期間隙空気圧はゼロとし、初期間隙水圧は初期飽和度に相当するサクションから計算して与えた。盛土載荷後は過剰間隙水圧が消散するまで圧密させることで地震前の状態とした。

表-5.5 盛土の水分特性曲線に関するパラメータおよびその他の物性値

水分特性曲線		盛土
最大飽和度 %	s_{\max}^w	99.0
最小飽和度 %	s_{\min}^w	7.32
van Genuchten パラメータ kPa ⁻¹	α	0.163
van Genuchten パラメータ	n'	1.37
van Genuchten パラメータ	m'	0.270
飽和透水係数 m/s	k_s^w	6.94×10^{-7}
乾燥透気係数 m/s	k_d^a	3.82×10^{-5}
初期飽和度 %	s_0^w	73.4
その他の物性値		
土粒子密度 g/cm ³	ρ^s	2.67
水の体積弾性係数 kPa	K_w	2.19×10^6
空気の気体定数 m ² /s ² /K	\bar{R}	287.04
絶対温度 K	Θ	293.15

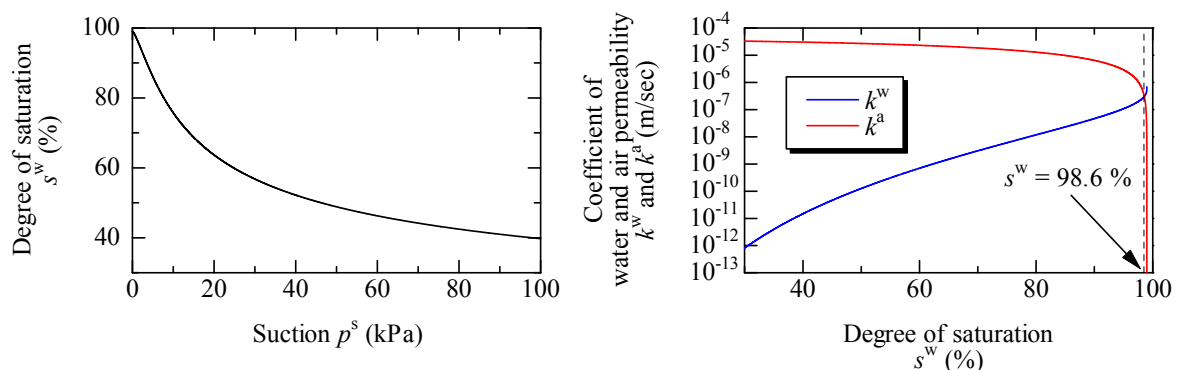


図-5.5 盛土の水分特性曲線および透水係数・透気係数と飽和度の関係

(c) 入力地震波等の境界条件

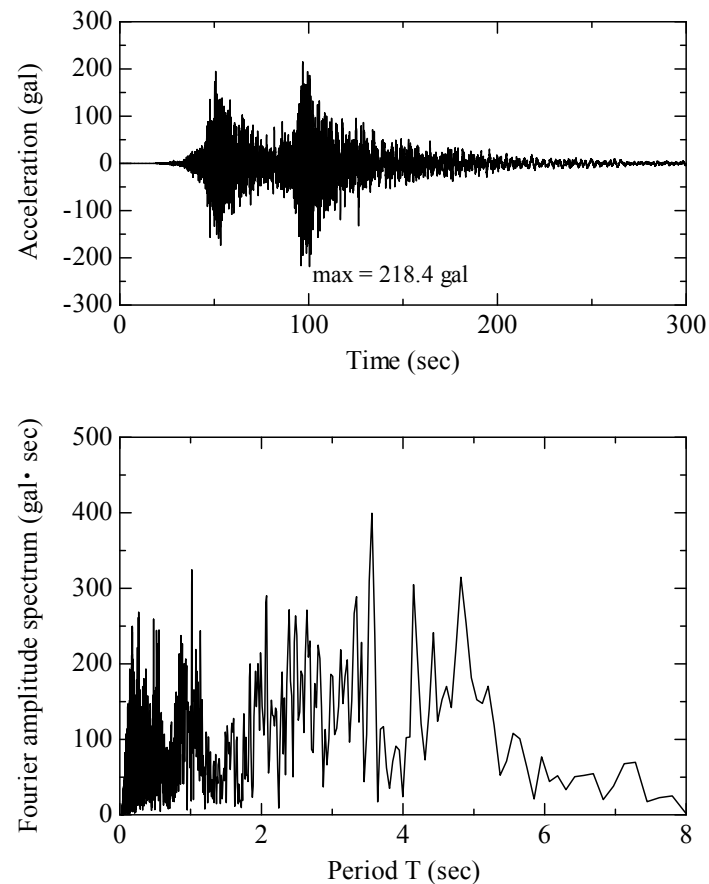


図-5.6 入力地震波とフーリエ振幅スペクトル

図-5.6 は入力地震波とそのフーリエ振幅スペクトルを示す。KiK-NET 小野田 (MYGH05, 計測深度 337m) の NS 成分地震波形を、翠川の式 (翠川, 1987) を用いてせん断波速度 $V_s = 300 \text{ m/s}$ の値に補正した。入力地震波は、地震開始後 100.45 秒で最大加速度 218.4gal を示し、3～4 秒付近に卓越周期を持つ。盛土載荷による圧密計算終了後、この地震波を 2E 波と考え、E 波を解析断面下端の水平方向に入力した。その後は引き続き圧密計算を実施した。

幾何的境界条件は、盛土築造中は、地盤側方は水平方向を固定、地盤底部は水平・鉛直ともに固定条件とした。地震入力時は、地盤底部の水平方向を粘性境界 (Lysmer and Kuhlemeyer, 1969 ; Joyner and Chen, 1975 ; Noda et al., 2009) (密度 $\rho = 2.0\text{g/cm}^3$, $V_s = 300\text{m/s}$)、鉛直方向を固定条件にして、側方には周期境界を与えた。

5.3 盛土築造時の解析結果

図-5.7 は、地下水位＝GL-0m の場合の、(a)盛土載荷終了時と、盛土内水位が最高となった(b)盛土載荷終了から 25 日後の飽和度分布を示す。図-5.8 は、図-5.7 と同時刻の過剰間隙水圧分布を示す。ここで、過剰間隙水圧は、設定した地下水位に対応する静水圧値から過剰に発生した間隙水圧値と定義する。図-5.8(a)は盛土載荷により地盤に過剰間隙水圧が発生することを示していて、これにより図-5.7 のように地盤から盛土へ水が流入し、盛土内の水位が上昇した。図-5.7(b)を見ると、盛土内水位が最高となった時には地盤と盛土下部の間に動水勾配はほとんど生じていない。なお、盛土上部の過剰間隙水圧が高いのは、各載荷段階で空間的に飽和度を一定（間隙水圧も一定）の条件で盛土を載荷したからである。位置に依らず間隙水圧が一定であれば、盛土上部ほど過剰間隙水圧は大きい値を示す。

図-5.7 において示した盛土内に浸潤線が形成されるメカニズムは、5.4 節および 5.5 節において示す地震後に盛土内に浸潤線が形成されるメカニズムと基本的には同じである。

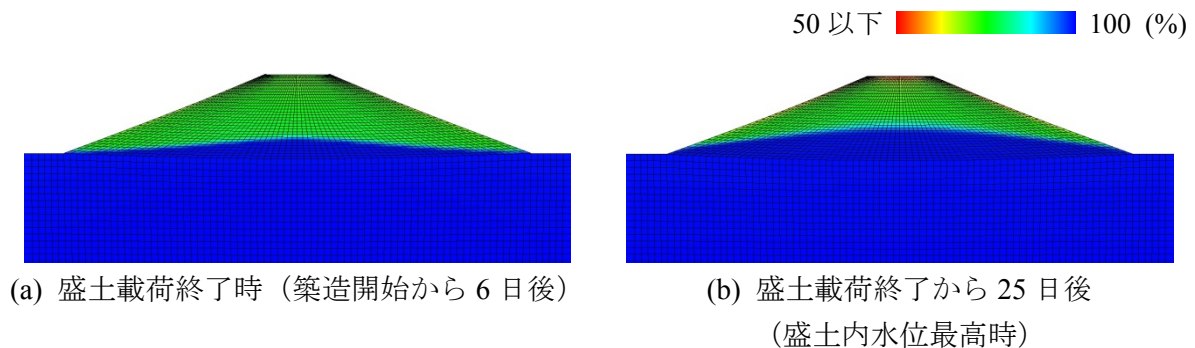


図-5.7 盛土築造時の飽和度分布（地下水位＝GL-0m の場合）

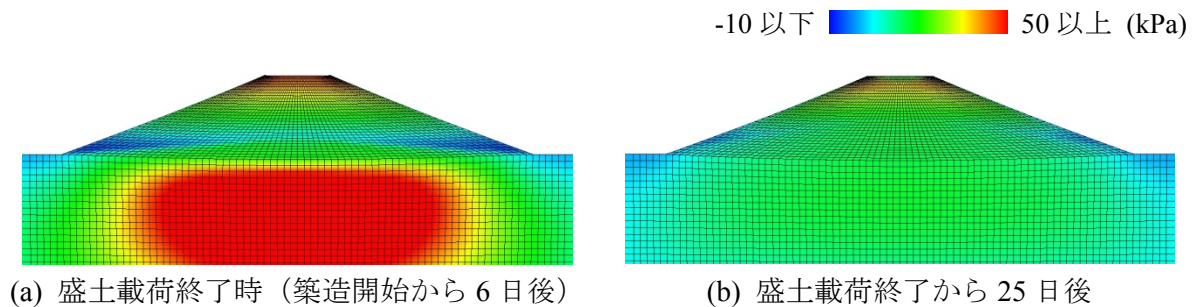


図-5.8 盛土築造時の過剰間隙水圧分布（地下水位＝GL-0m の場合）

図-5.9～図-5.12 は、(a) GL-0m と(b) GL-2m の場合について、盛土载荷による圧密が終了したときの飽和度、平均骨格応力 (Jommi, 2000)、間隙水圧およびせん断ひずみ分布を比較した図である。ここでは盛土築造開始から 20 年後のコンター図を示した。図-5.9 の飽和度分布を見ると、GL-0m の場合が GL-2m の場合より盛土底部をはじめとして全体的に飽和度が高い。(a) GL-0m について考えると、図-5.2 で示した地表面と盛土表面の全水頭 15 m の水理境界条件により、圧密終了時には解析断面全域で全水頭が 15 m になる。つまり土要素の飽和度は、地盤底面からの鉛直座標が 15 m 以上では各材料の最大飽和度以下に、鉛直座標が 15 m 以下では各材料の最大飽和度以上になる。(b) GL-2m も同様に、鉛直座標で 13 m が最大飽和度の境界となる。図-5.10 より、平均骨格応力は、GL-0m の場合が GL-2m の場合より小さい。この理由は、図-5.11 の間隙水圧分布が示すように、地表面および盛土表面に設定した水頭値の違いにより、GL-0m の場合が GL-2m の場合より解析断面全域で間隙水圧が高いためである。図-5.13 のせん断ひずみ分布を見ると、GL-0m の方が平均骨格応力が小さいため、せん断ひずみが大きい。なお、せん断ひずみの定義は 2 章の式(2.5.4)を参照されたい。

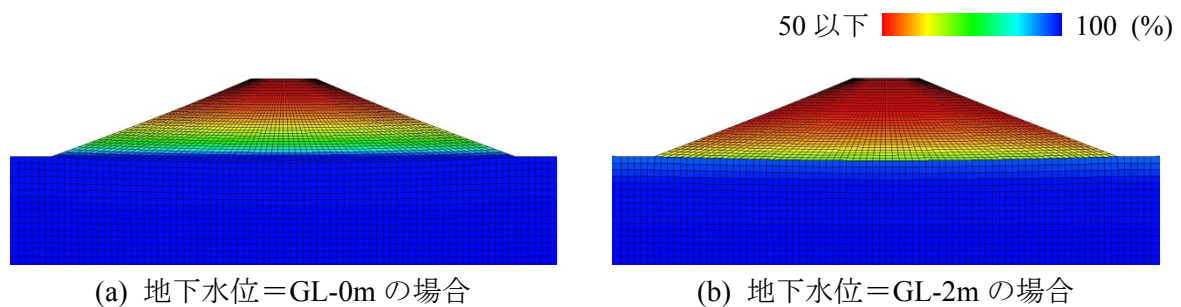


図-5.9 盛土载荷による圧密が終了したときの飽和度分布の比較

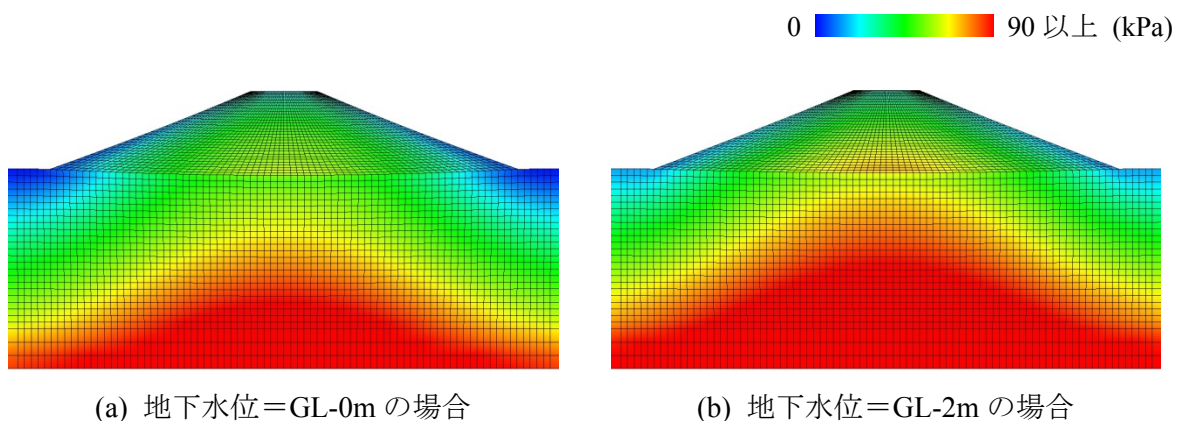


図-5.10 盛土载荷による圧密が終了したときの平均骨格応力分布の比較

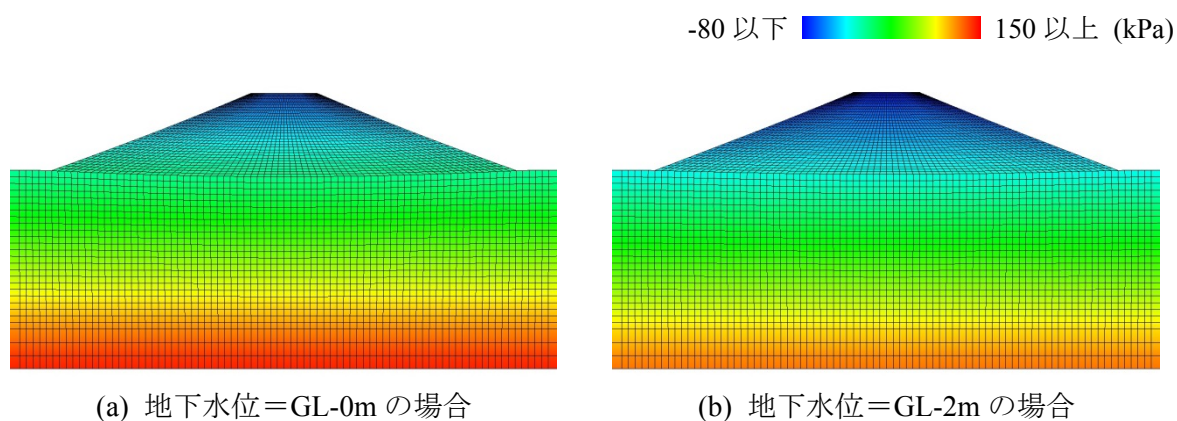


図-5.11 盛土載荷による圧密が終了したときの間隙水圧分布の比較

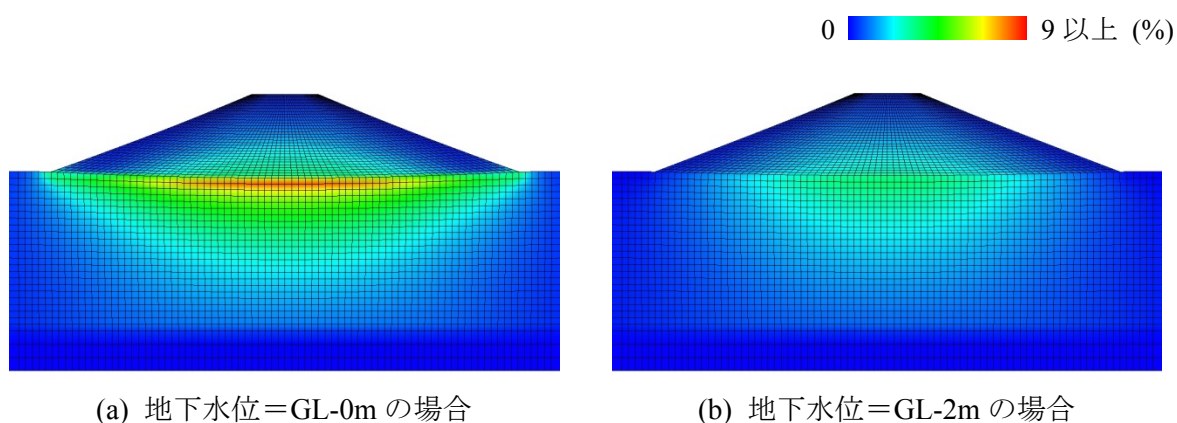


図-5.12 盛土載荷による圧密が終了したときのせん断ひずみ分布の比較

図-5.13 は盛土底部中央の沈下～時間関係を示す。GL-0m の場合が GL-2m の場合と比べて平均骨格応力が小さいため、沈下量が大きい。今、最大飽和度以上の飽和度値であることを「飽和」と定義する。このとき、GL-0m の最終沈下量は約 50 cm であるため、盛土底部中央では約 50 cm の「閉封飽和域」が形成され、一方で GL-2m の最終沈下量は約 32 cm であるため、閉封飽和域は形成されなかったと言える。

図-5.14 は盛土載荷による圧密が終了したときの盛土底部の形状（地盤の地表面形状）を示す。なお図中に示す黒塗りの点は法尻に位置する節点を示す。地盤の圧密沈下に伴い盛土底部中央は窪む形状を示しており、GL-0m では初期地表面以深まで地盤が沈下していることが閉封飽和域の形成を示している。

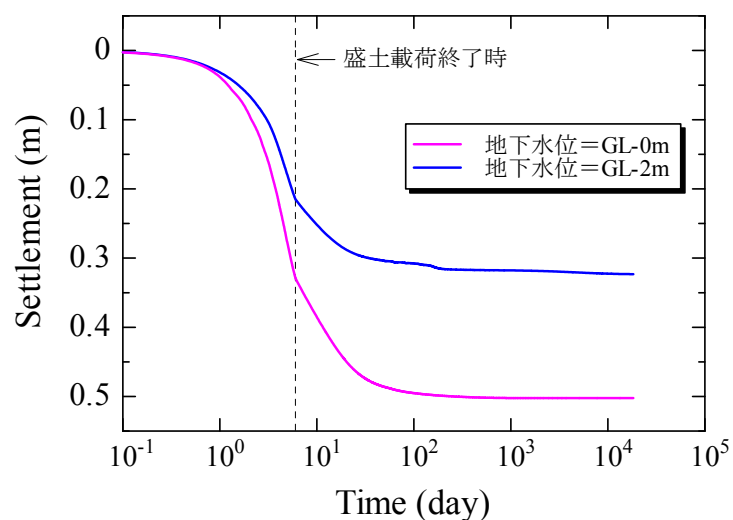
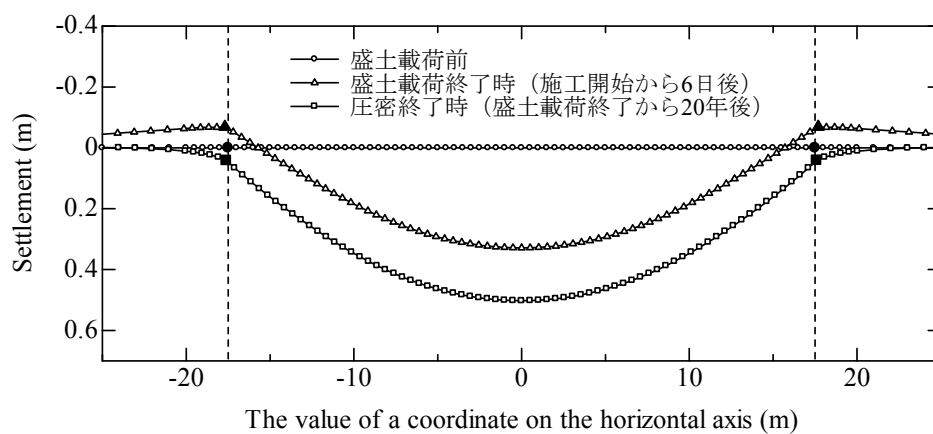
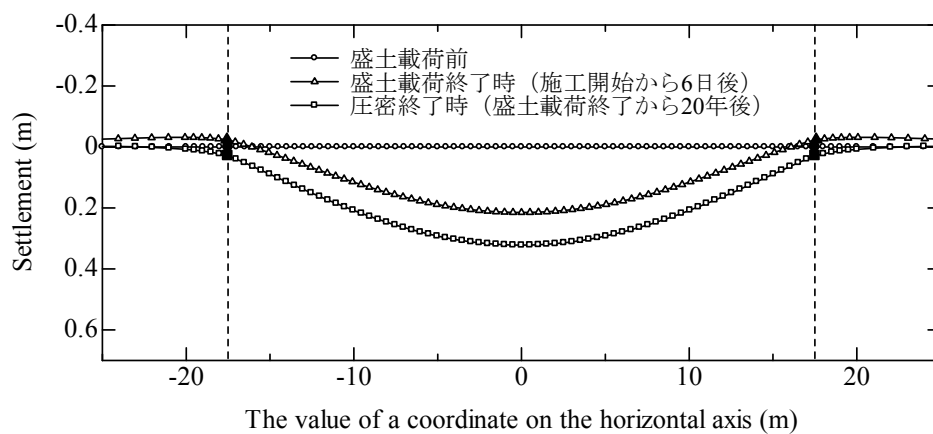


図-5.13 盛土築造過程における盛土底部中央の沈下時間関係の比較



(a) 地下水位=GL-0 m の場合
(閉封飽和域の形成あり)



(b) 地下水位=GL-2 m の場合
(閉封飽和域の形成なし)

図-5.14 盛土築造時の盛土底部の形状

5.4 地震中・地震後の解析結果

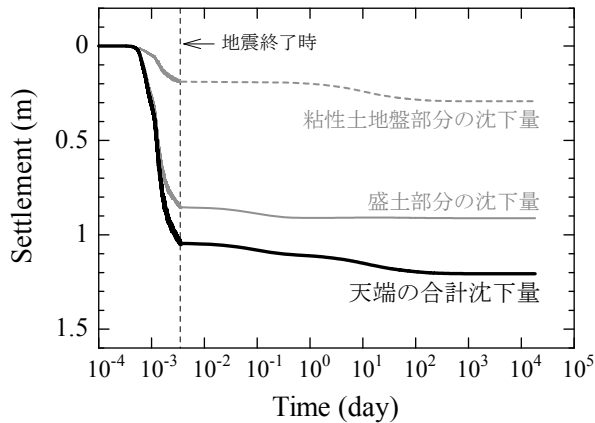


図-5.15 地下水位＝GL-0m の場合の
地震中・地震後の天端中央の沈下～時間関係

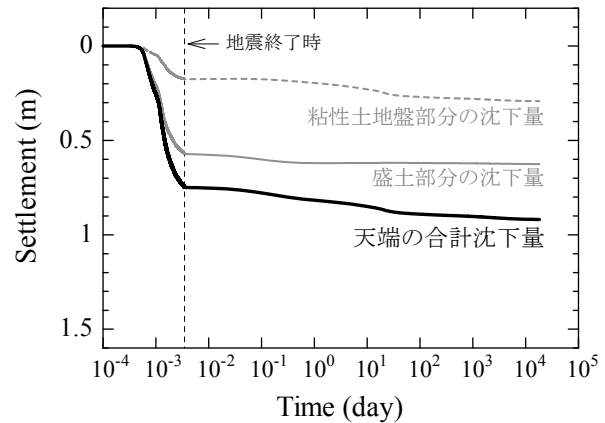


図-5.16 地下水位＝GL-2m の場合の
地震中・地震後の天端中央の沈下～時間関係

図-5.15 と図-5.16 はそれぞれ、地下水位＝GL-0m と地下水位＝GL-2m の場合の地震中・地震後の天端中央の沈下～時間関係を示す。GL-0m の方が沈下量が大きく、地震中に 1m 以上もの揺すり込み沈下が生じた。GL-0m と GL-2m のどちらにおいても、地震中の盛土部分の沈下量が大きく、最終天端沈下量の大半を占める。地下水位の違いにより沈下量に差が出た原因を明らかにするために、解析結果を詳しく見ていく。

図-5.17～図-5.20 はそれぞれ、地震終了直後におけるせん断ひずみ、平均骨格応力、過剰間隙水圧および間隙空気圧の分布を、GL-0m と GL-2m で比較した図である。まず、図-5.17 のせん断ひずみ分布を見ると、GL-0m の方が大きくせん断変形し、特に盛土底部に変形が集中している。図-5.18 の平均骨格応力分布は、GL-0m の場合が GL-2m の場合に比べて全体的に小さい。特に GL-0m の場合は盛土底部で際立って小さい値を示すが、GL-2m の場合にはその様子は見られない。図-5.19 の過剰間隙水圧分布と図-5.20 の間隙空気圧分布を見ると、GL-0m と GL-2m の両方で盛土底部の値が大きいが、GL-0m の方が盛土底部で際立って上昇している。この原因は、5.3 節で示したように、GL-0m の方が平均骨格応力が小さいことに加えて、盛土底部に閉封飽和域が存在しているからである。閉封飽和域では、地震中には等体積に近い条件でせん断されるため、平均骨格応力の低下および間隙水圧と間隙空気圧の上昇が生じる。

図-5.21 と図-5.22 はそれぞれ、GL-0m と GL-2m において、最も大きなせん断ひずみが生じた土要素の地震中の力学挙動を示す。ここで R 、 R^* および $\|\beta\|/m_b$ はそれぞれ、過圧密、構造（土の嵩張り具合）、異方性に関する量であり、詳細は Asaoka et al. (2002) を参照されたい。なお、GL-0m と GL-2m で出力要素の位置が異なるが、盛土築造時には左右対称に位置する要素である。まず GL-0m の土要素の力学挙動を見ると、せん断ひずみが 40 % 以上も生じ、平均骨格応力が約 10 kPa まで低下している。飽和度は、最大飽和度 99% 以上の値で推移し、高い飽和度を維持しているため、地震のような短時間の外力では吸排水が生じず、体積変化がほぼ生じていない。そのため、土骨格の塑性圧縮により平均骨格応力が減少し、間隙水圧や間隙空気圧が上昇した。なお、封入不飽和状態にあるため、サクションはゼロのまま飽和度変化が生じる (Noda and Yoshikawa, 2015)。一方で GL-2m では、GL-0m と比べて平均骨格応力の減少が抑えられている。これは 5.3 節で示したように、地震直前の平均骨格応力が大きいことに加えて、飽和度が 65 % であり、地震のような

短時間の外力に対しても瞬時に圧縮可能な空気が多く存在しているためである。空気が圧縮したことは、飽和度の上昇、体積の圧縮、および空気圧の上昇から確認できる。

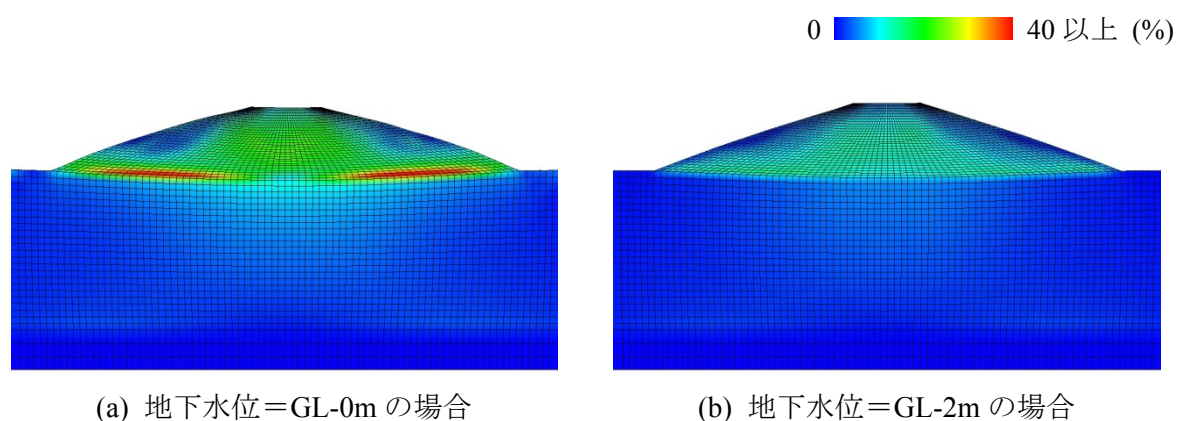


図-5.17 地震終了直後のせん断ひずみ分布の比較

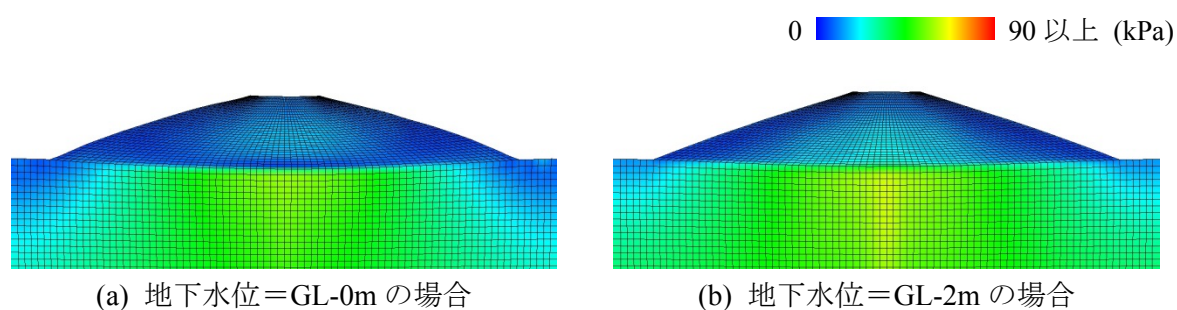


図-5.18 地震終了直後の平均骨格応力分布の比較

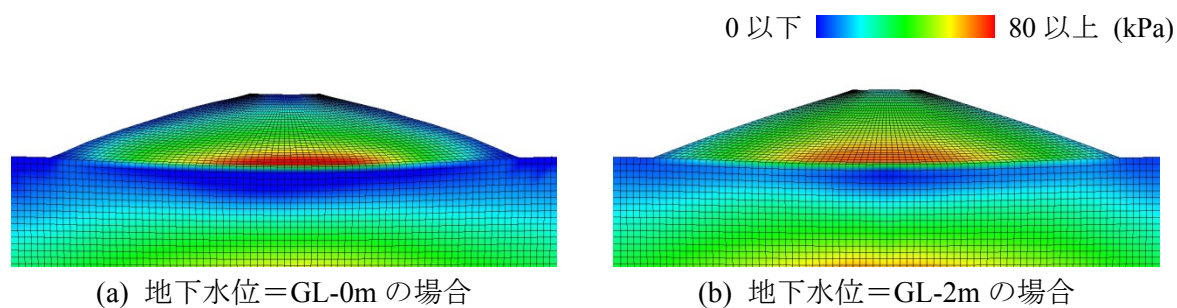


図-5.19 地震終了直後の過剰間隙水圧分布の比較

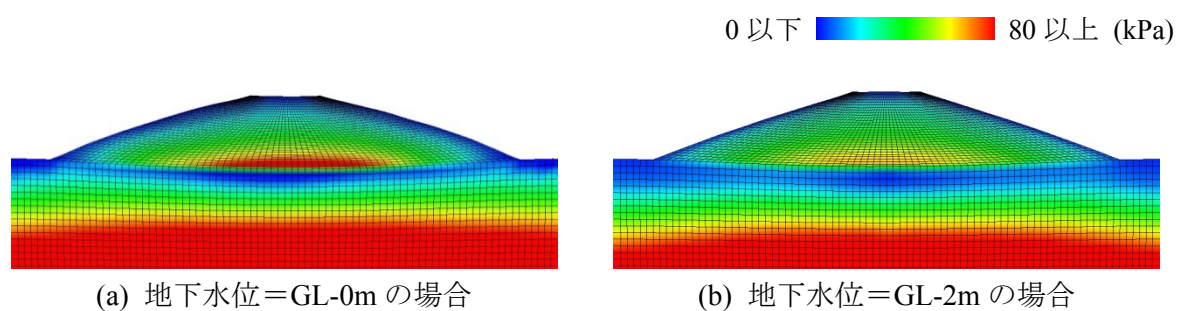


図-5.20 地震終了直後の間隙空気圧分布の比較

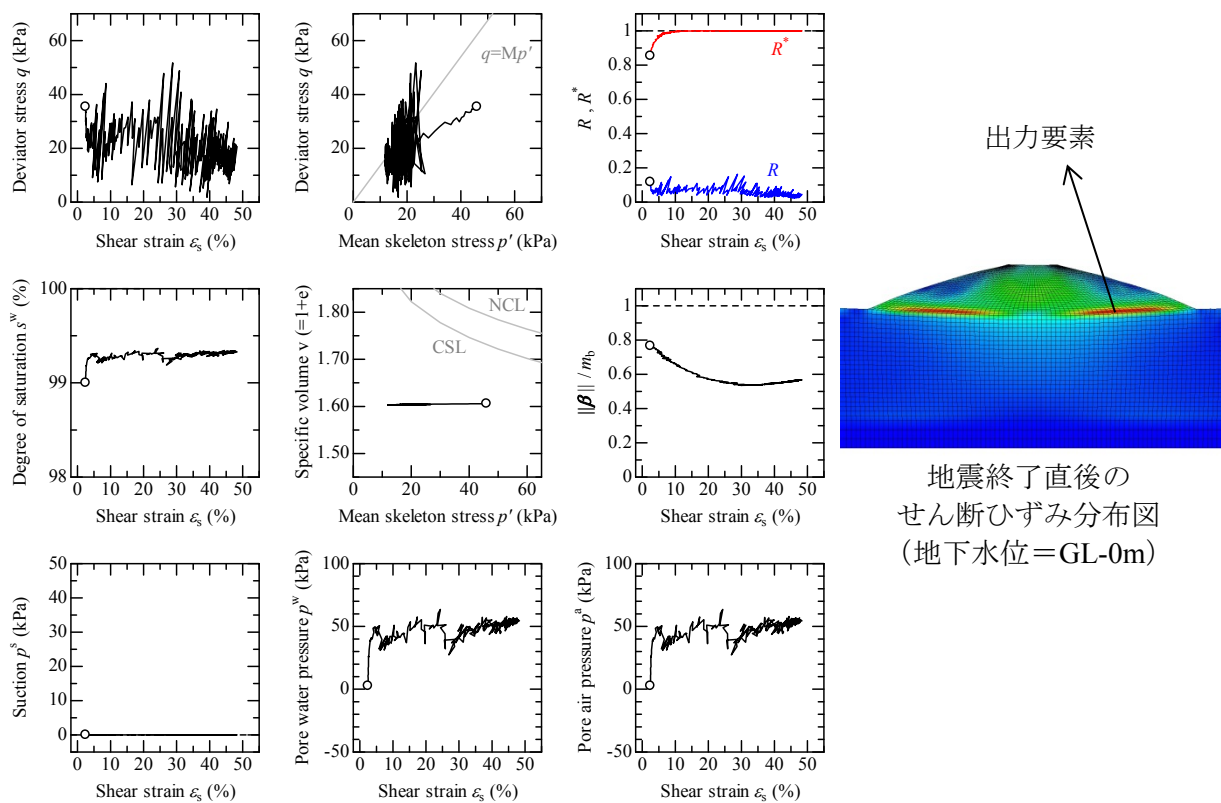


図-5.21 地下水位=GL-0m の場合の地震中の土要素の力学挙動

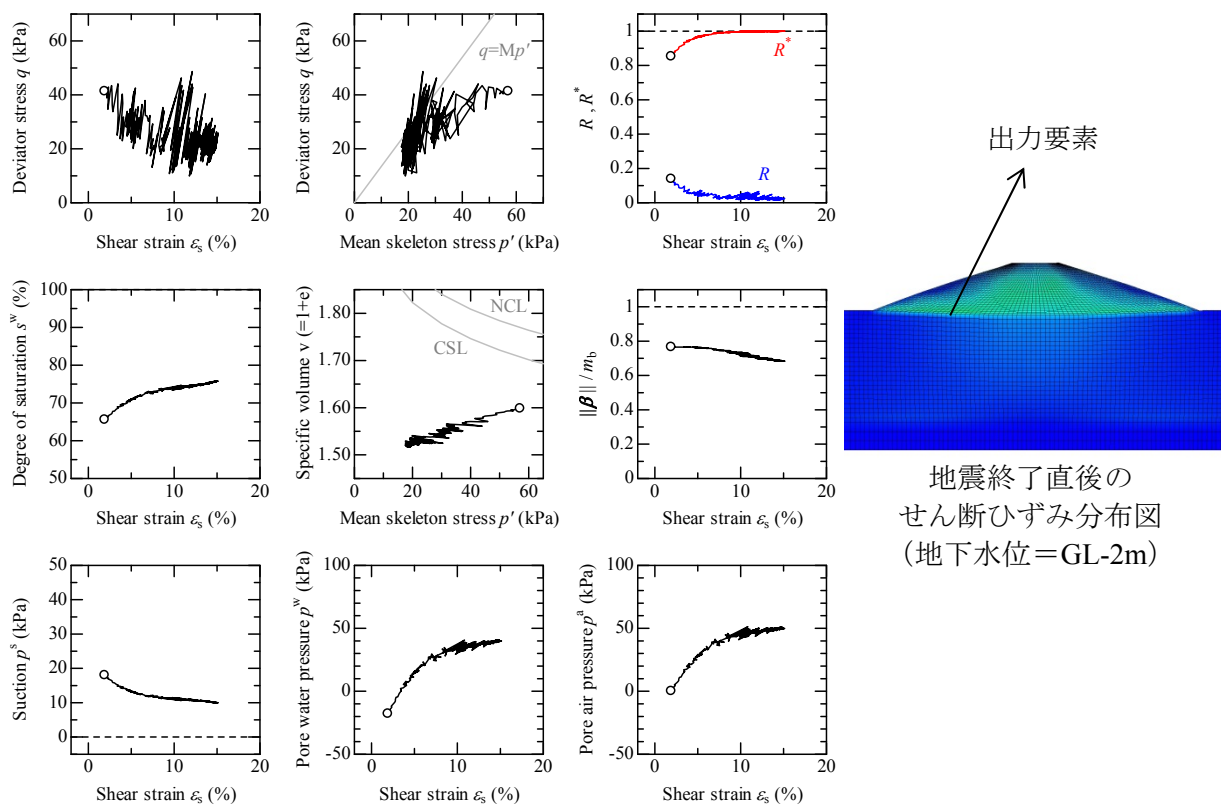


図-5.22 地下水位=GL-2m の場合の地震中の土要素の力学挙動

図-5.23 は、GL-0m の場合と GL-2m の場合の、地震前と地震直後の盛土の変形の様子を示す。図-5.24 は、東日本大震災における被災形態の分類案（国土交通省東北地方整備局北上川等堤防復旧技術検討会（2012））である。この図に従って、東日本大震災を受けて緊急復旧工事を実施した河川堤防 29 箇所の内、津波被災及び樋門被災を除く 22 箇所について分類すると、Ⅱ型 1 箇所、Ⅴ型 2 箇所、Ⅵ型 19 箇所となり、堤防全体が計画高水位以下に沈下したⅥ型がほとんどであったと報告されている（国土交通省東北地方整備局北上川等堤防復旧技術検討会（2012））。今回実施した解析においても、被災事例として最も多く報告されたⅥ型の、堤体の沈下およびはらみ出しの様子が示されていて、GL-0mの方が沈下・はらみ出し量が多い。

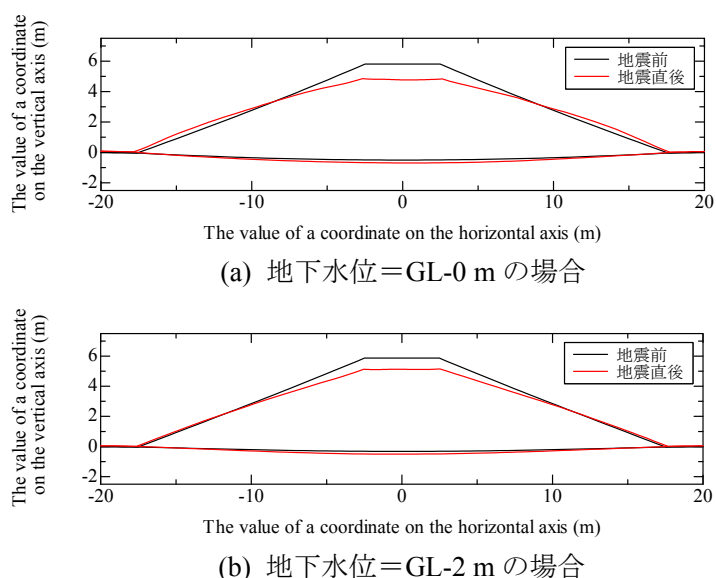


図-5.23 地震前後の盛土の変形の様子

堤防の被災形態分類（地震）	
被災形態	残存機能
Ⅰ 縦断亀裂（HWLより浅い）	<ul style="list-style-type: none"> 堤防天端全体に亀裂がある場合を除けば、堤防としての機能は概ね残っていると考えられる。 緊急性は低い。 切り直し等で緊急復旧できる。
Ⅱ 縦断亀裂（HWLより深い）	<ul style="list-style-type: none"> 亀裂の軽や深さの規模、位置を勘案して残存機能を判断する。 緊急性はやや高い。 堤防機能に応じて緊急対策は異なる。（仮締切または裏腹付け等）
Ⅲ 横断亀裂（HWLより浅い）	<ul style="list-style-type: none"> 堤防天端全体に亀裂がある場合を除けば、堤防としての機能は概ね残っていると考えられる。 緊急性は低い。 切り直し等で緊急復旧できる。
Ⅳ 横断亀裂（HWLより深い）	<ul style="list-style-type: none"> 堤防としての機能は残っていない。 仮締切りを行って復旧する。 緊急性は高い。（緊急復旧まで時間を要する。）
Ⅴ 堤体のすべり崩壊または、深い縦断亀裂、陥没	<ul style="list-style-type: none"> 堤防としての機能は残っていない。 仮締切りを行って復旧する。 緊急性は高い。（緊急復旧まで時間を要する。）
Ⅵ 堤体の沈下、陥没、はらみ出し（変形がHWLより深い）	<ul style="list-style-type: none"> 堤防としての機能は残っていない。 仮締切りを行って復旧する。 緊急性は高い。（緊急復旧まで時間を要する。）
Ⅵ' 堤体の沈下、陥没、はらみ出し（変形がHWLより浅い）	<ul style="list-style-type: none"> 堤防としての機能は残っている。 緊急性は低い。
Ⅶ 堤防本体以外の被災 ・樋管樋門 ・高水敷の亀裂、沈下 ・低水護岸の変形	<ul style="list-style-type: none"> 堤防機能には直接影響はないが、修復する必要がある。

図-5.24 東日本大震災における河川堤防の被災形態（国土交通省東北地方整備局北上川等堤防復旧技術検討会（2012））

図-5.25 と図-5.26 は、GL-0m の場合と GL-2m の場合の地震直後と地震後の圧密終了時のせん断ひずみ分布である。図-5.15 と図 5.16 の沈下時間関係でも示したように、GL-0m と GL-2m のどちらにおいても、地震中の盛土部分の変形が大きく、地震後の変形が小さいことを確認できる。

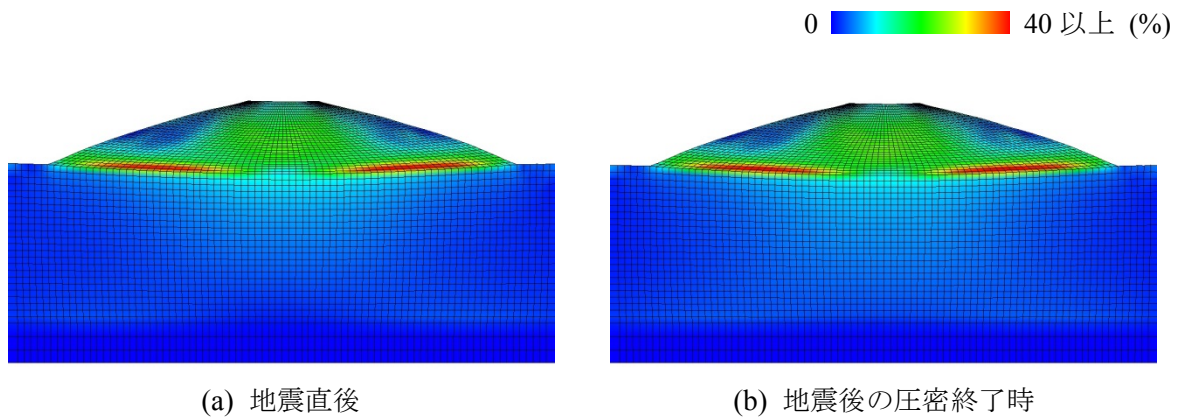


図-5.25 地震直後と地震後の圧密終了時のせん断ひずみ分布（地下水位＝GL-0m の場合）

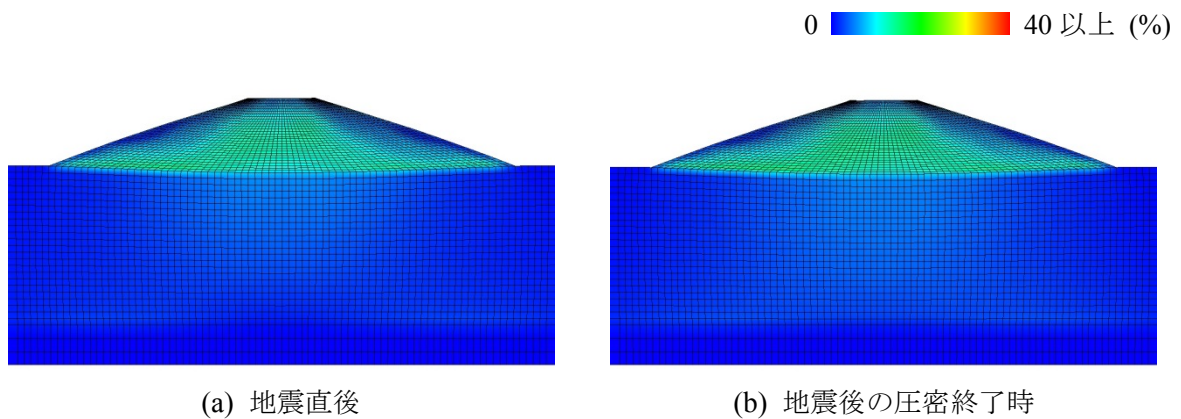


図-5.26 地震直後と地震後の圧密終了時のせん断ひずみ分布（地下水位＝GL-2m の場合）

今回の解析の地震後の特徴的な挙動は、5.1 節で述べたように、地下水位が上昇することである。次に「地震後の地下水位の上昇現象」に関して考察していく。

図-5.27 は、GL-0m の場合の飽和度分布であり、(a)地震直前、(b)水位が最高となる地震後 30 日、(c)水位が概ね元の位置に戻った地震後 1 年経過時のコンター図を示す。さらに、浸潤線を飽和度が最大飽和度 99 %になっている土要素を結んだ線であると考えて、コンター図で示す数値の最大値と最小値を、最大飽和度 99 %からプラスマイナス 0.5%に設定して出力したコンター図も示した。図-5.27 より、地震後に水位が上昇して、盛土内に浸潤線が一時的に形成されることがわかる。図-5.28 は、GL-2m の場合の飽和度分布であり、(a)地震直前、(b)水位が最高となる地震後 50 日、(c)水位が概ね元の位置に戻った地震後 1 年半経過時のコンター図を示す。GL-2m でも水位は上昇したが、元々の水位が低かったため、盛土内には浸潤線が現れなかった。一度上昇した水位は、地表面および盛土表面に設定した全水頭境界により、地震後 1~2 年で元の位置に戻った。

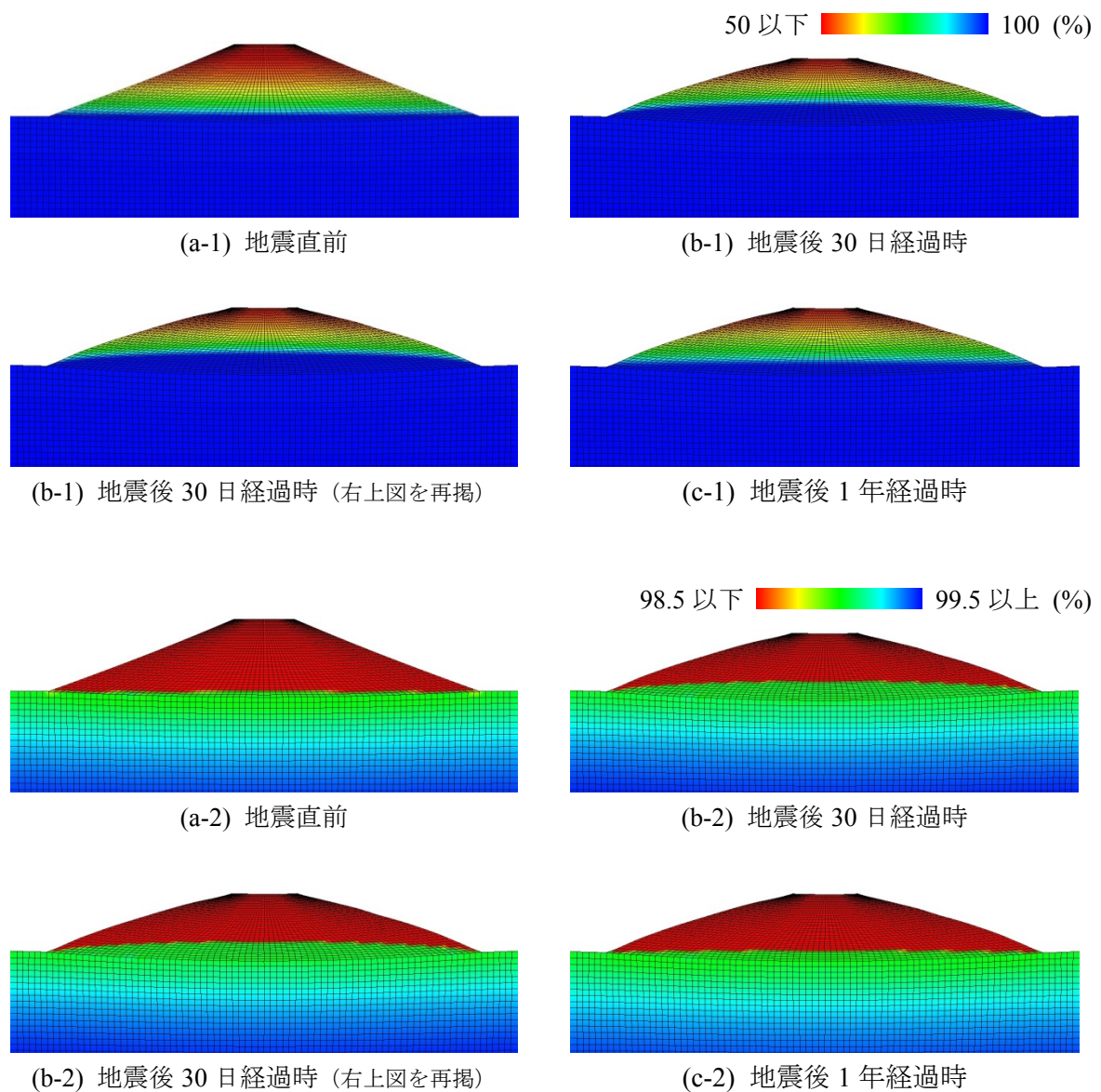


図-5.27 地震後の水位上昇を示す飽和度分布：堤体内に浸潤線が形成される
(地下水位=GL-0m の場合)

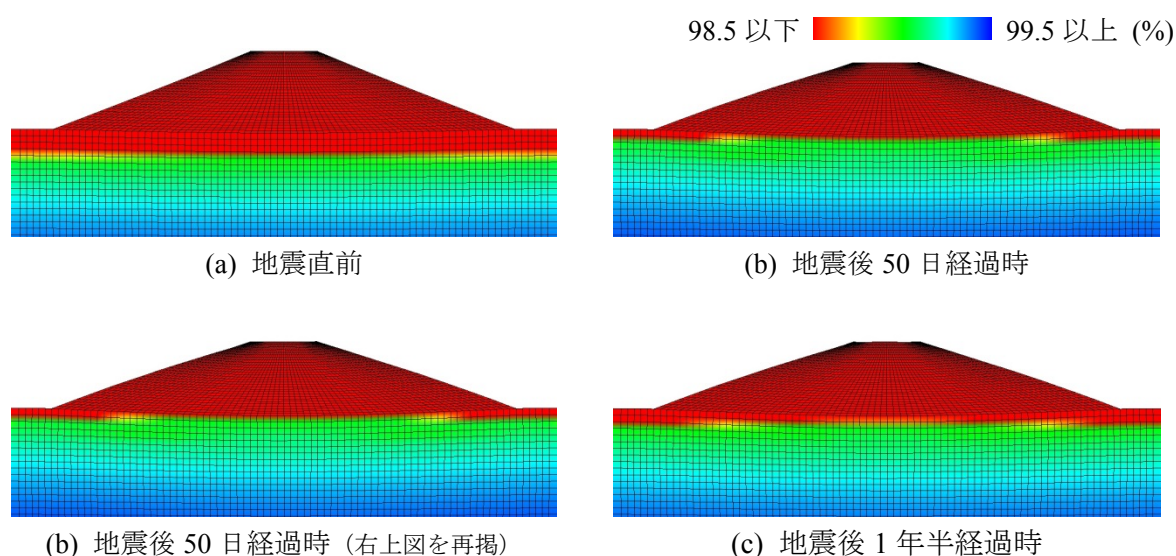


図-5.28 地震後の水位上昇を示す飽和度分布：堤体内には浸潤線が形成されない
(地下水位=GL-2m の場合)

GL-0m の場合を例にとって、水位上昇過程の考察を行う。図-5.29～図-5.32 はそれぞれ、地震後の過剰間隙水圧分布、間隙空気圧分布、平均骨格応力分布および飽和度分布を示す。図-5.18～図-5.20 の地震終了直後の分布と比較すると、(b)地震後 12 時間経過時には、盛土の平均骨格応力が回復し、過剰間隙水圧の消散と間隙空気圧の低下を確認できる。5.2 節の(b)で述べたように、飽和度が 98.6 %以下では盛土の透気係数は透水係数よりも大きく、また盛土部分の地震終了直後の過剰間隙水圧分布と間隙空気圧分布はよく似ているため、盛土表面からは排水よりも先に排気が生じる。この排気により、平均骨格応力の回復、空気圧の低下および水圧の低下が生じる。また、(b)地震後 12 時間経過時の飽和度分布を見ると、盛土底部は飽和度が上昇して浸潤域が拡大している。この理由は、次節でより簡単な条件での解析結果を用いて考察するが、閉封飽和域を除く盛土部分では排気により過剰間隙水圧が消散して、過剰間隙水圧の上昇が著しかった閉封飽和域から水が供給されたためである。一方で粘性土地盤に関しては、過剰間隙水圧の分布図に注目すると、地震中の塑性体積圧縮により上昇した水圧は地震後 12 時間経過時にも変化していない。よって、粘性土地盤と過剰間隙水圧が消散した盛土との間には動水勾配が生じる。この動水勾配により、遅れて地盤から盛土へと水が流入する。そのため地震後 30 日経過時には、地震後 12 時間経過時よりも浸潤域がさらに拡大する。地震後 30 日経過時には、粘性土地盤の過剰間隙水圧が消散し、平均骨格応力が回復している様子も見られる。

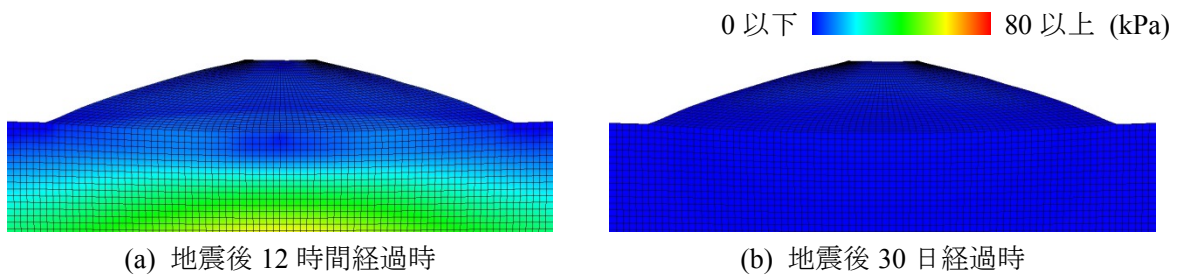


図-5.29 地震後の過剰間隙水圧分布（地下水位＝GL-0m の場合）

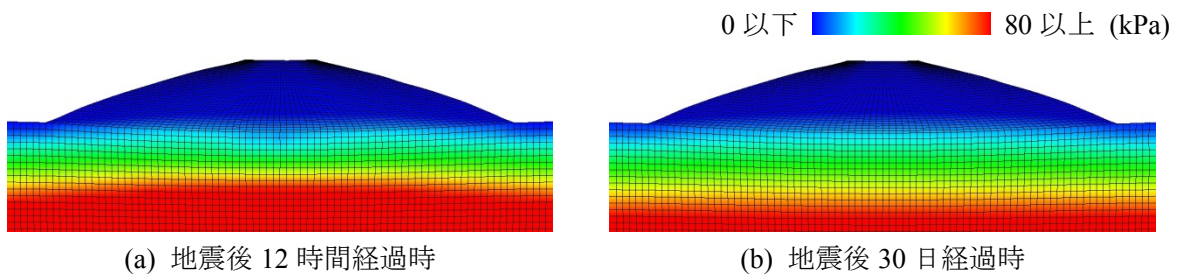


図-5.30 地震後の間隙空気圧分布（地下水位＝GL-0m の場合）

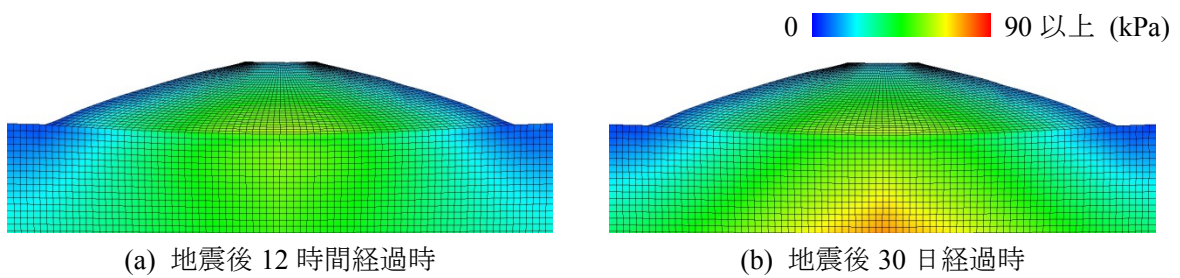


図-5.31 地震後の平均骨格応力分布（地下水位＝GL-0m の場合）

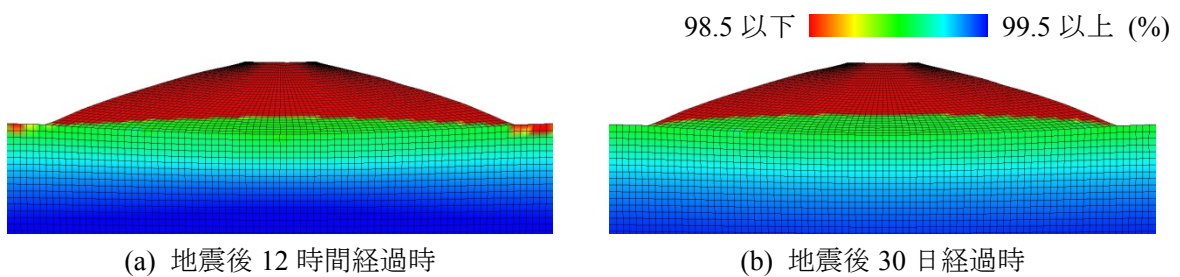


図-5.32 地震後の飽和度分布（地下水位＝GL-0m の場合）

5.5 盛土内で地震後に生じる水位上昇のメカニズム

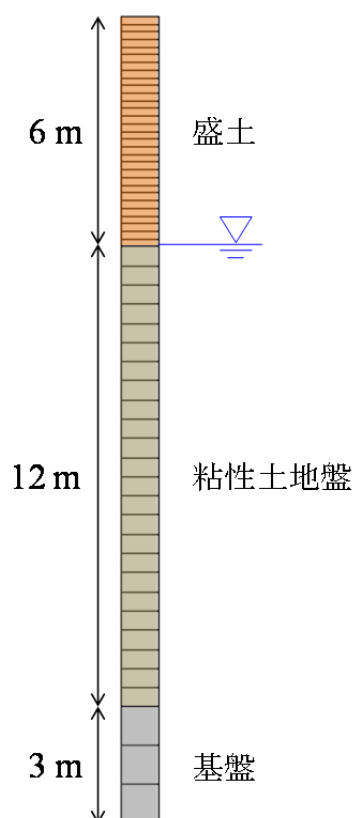


図-5.33 水位上昇現象の理解のための一次元解析の断面図

地震後の不飽和盛土内の水位上昇現象に関して、特に盛土内に流れ込む水の供給源を明確にするために、非常に簡単な条件を設定して解析を行った。図-5.33 は解析断面を示す。横 1 要素の簡単な有限要素メッシュを用いた解析（2 次元平面ひずみ条件）を実施した。ここでは水理境界条件は解析断面の上下左右全てで非排水として、解析断面の外との水のやり取りを遮断した。空気の境界条件は上端のみ排気条件として、その他は非排気条件を設定した。さらに、計算結果の理解を容易にするために、盛土の载荷過程は計算せず、盛土部分も含めてあらかじめ力のつり合いを満足する形で設定した地盤を地震前の初期状態として地震応答解析を実施した。初期の地下水位は、粘性土地盤と盛土の境界に設定して、材料定数はこれまでと同じ値を用いた。幾何的境界条件および力学的境界条件は、下端の鉛直方向のみを固定し、下端の水平方向には粘性境界、左右端には周期境界を設定して、下端の水平方向に図-5.6 で示した地震波をこれまでと同様に入力した。

図-5.34 は飽和度、間隙水圧および吸排水量分布を示す。地震前と地震後の比較を行うと、(a)飽和度分布より、水が外部から供給されないにもかかわらず、水位は上昇する。(b)間隙水圧分布からも、水位上昇によって地震後には静水圧が上昇する様子を確認できる。ただし、5.4 節の場合とは異なり、全ての境界で非排水条件を設定したため水位は元の位置まで戻らない。(c)吸排水量のコンター図は、地震前の初期状態をゼロとして、奥行 1m あたりの吸排水量を体積 (cm^3) で算出した。この図より、主として水位上昇箇所に位置する盛土部分で吸水して、飽和度が高い盛土底部と粘性土地盤から排水する。この解析結果から水位上昇現象は次

のように理解できる。すなわち、飽和土の上端排水下端非排水の一次元圧密を考えると、「地盤の沈下量＝地盤からの排水量」であるから、圧密時の排水により生じる上澄みの水位は、蒸発や降雨等を考えなければ圧密前の地表面高さに等しい。今回の解析においても、盛土底部や粘性土地盤は飽和土と考えても差しつかえのないくらい飽和度が高く、地震外力の結果圧密した。しかし、圧密により排出された水は上澄みとしてではなく、盛土のより上部の不飽和土要素に供給される。上澄み水だけの場合と異なり、土要素には土粒子が存在するため、土粒子分の体積だけ余分に水位が上昇する。仮に圧密による排水量が等しければ、上部土要素の間隙が小さく、土粒子が密に存在しているほど高くまで水位が上昇して、間隙が無限小の場合は理論上無限大まで水位が上昇する。このことから、Sasaki et al. (2012) が示しているように、東北地方太平洋沖地震発生から約 50 日後の観測地下水位が周辺の地表面よりも高い状態で堤体内に現れ、さらに約 45 日後の観測地下水位が低下していたのはこのような現象が生じていたためではないかと推察される。

なお、本節で示した水位上昇現象は、土を弾性体と仮定した解析では表現できない。飽和度が高い盛土底部や粘性土地盤が地震外力によって圧密排水（塑性体積圧縮）した結果生じるため、三相系解析を用いることに加えて、土を弾塑性体として捉えることで表現できる。

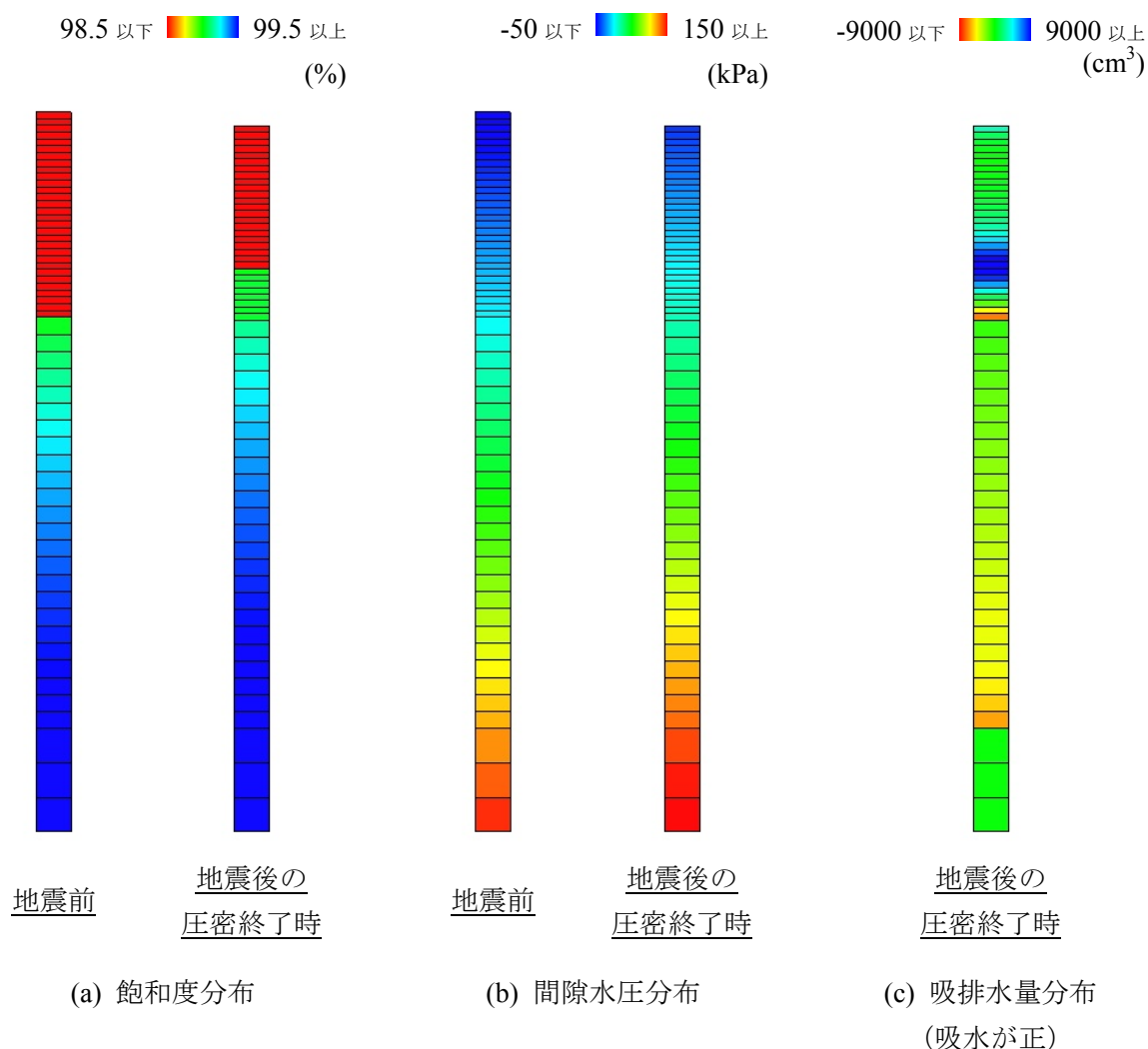


図-5.34 飽和度、間隙水圧および吸排水量分布

5.6 二相系解析と三相系解析の比較

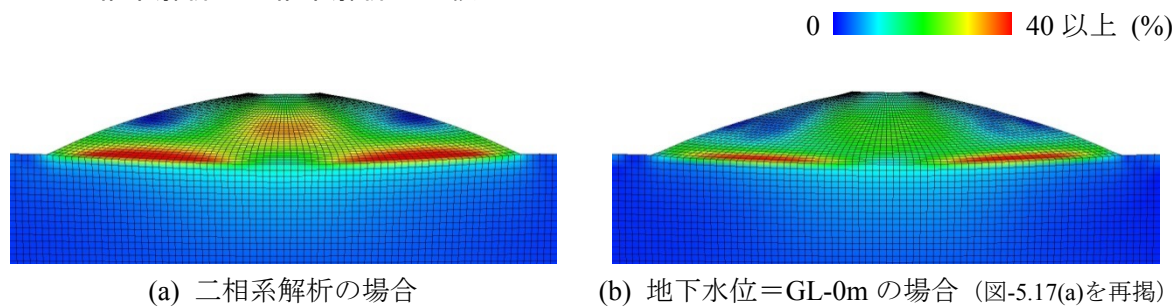


図-5.35 二相系解析と三相系解析（地下水位=GL-0m 場合）の地震終了直後のせん断ひずみ分布の比較

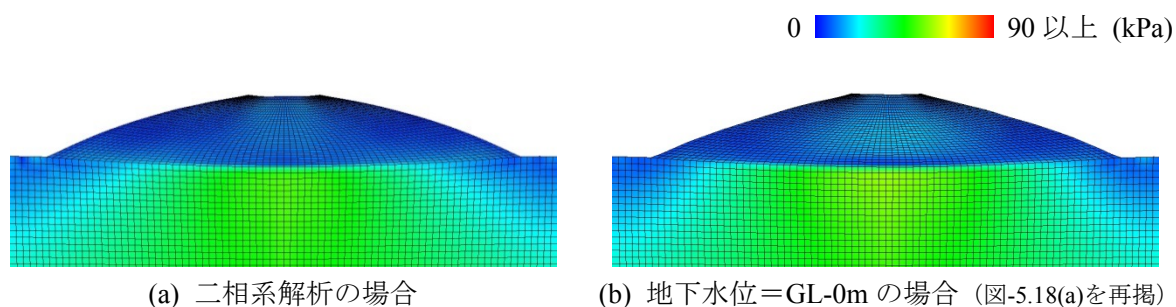


図-5.36 二相系解析と三相系解析（地下水位=GL-0m 場合）の地震終了直後の平均骨格応力分布の比較

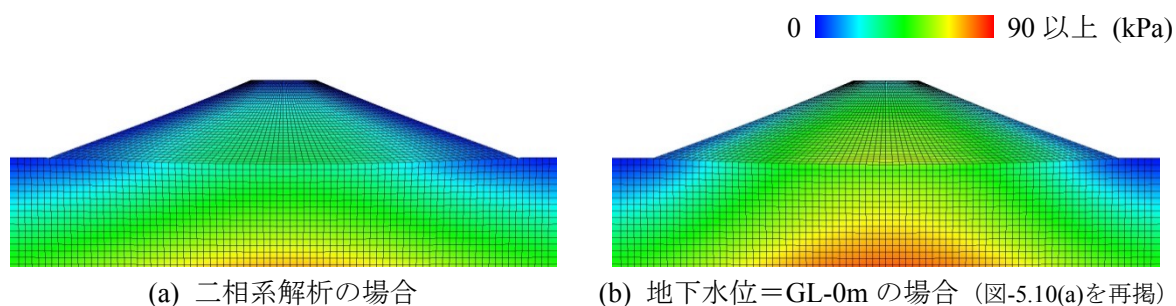


図-5.37 二相系解析と三相系解析（地下水位=GL-0m 場合）の地震前（盛土載荷による圧密が終了したとき）の平均骨格応力分布の比較

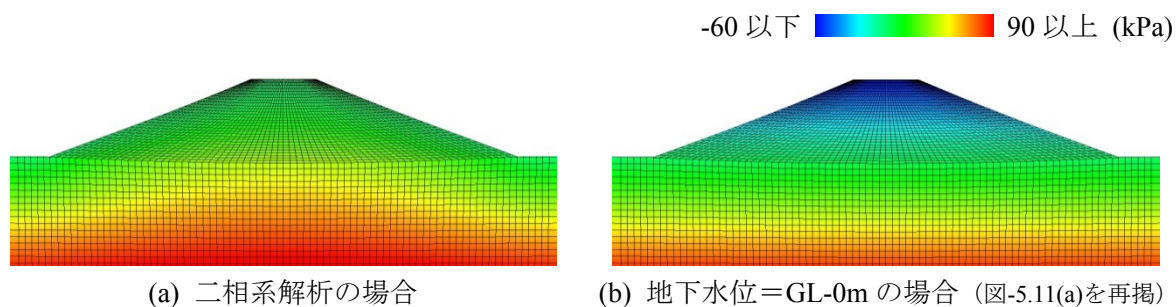


図-5.38 二相系解析と三相系解析（地下水位=GL-0m 場合）の地震前（盛土載荷による圧密が終了したとき）の間隙水圧分布の比較

最後に、二相系解析 (Noda et al., 2008) と地下水位＝GL-0m の場合の三相系解析の結果の比較を行った。二相系解析においては、三相系解析との比較を意識して、盛土の載荷重が等しくなるように、土粒子密度を飽和度の値を考慮して換算 ($2.67 \text{ g/cm}^3 \rightarrow 2.50 \text{ g/cm}^3$) した。また、水理境界条件に関しては、飽和土であることを意識して、地表面および盛土表面には大気圧を満たす条件を設定した。図-5.35 は地震終了直後のせん断ひずみ分布の比較を示す。二相系解析では、三相系解析の場合と比べて、盛土の広範囲で大きなせん断変形を生じている。図-5.36 は地震終了直後の平均骨格応力分布の比較を示す。二相系解析では、盛土底部だけでなく盛土全体において平均骨格応力が小さい。図-5.37 と図-5.38 はそれぞれ、地震前 (盛土載荷による圧密が終了したとき) の平均骨格応力分布と間隙水圧分布の比較を示す。平均骨格応力は、二相系解析の方が三相系解析の場合と比べて小さい値を示す。これは、図-5.38 で示すように、地表面および盛土表面の水理境界条件の違いにより、大気圧を満たす境界を設定した二相系解析の方が、地下水位に相当する全水頭境界を与えた三相系解析の場合よりも、地震前の水圧値が解析断面全域で高いためである。今回実施した二相系解析が三相系解析と比べて広範囲で大きなせん断変形を生じた理由としては、圧縮性の高い空気が存在しないことに加えて、水理境界の違いに起因して骨格応力が小さいことも関係している。

なお、3 章の 3.4 節において説明したように、飽和土よりも不飽和土の方が弱い場合がある点には注意する。

5.7 結論

本章では、東北地方太平洋沖地震で多数被災した粘性土地盤上の河川堤防の崩壊メカニズムを明らかにするために、空気～水～土骨格連成有限変形解析コード (Noda and Yoshikawa, 2015) を用いて、地下水位の違いに注目した粘性土地盤上の不飽和盛土の築造時・地震中・地震後シミュレーションを、非常に簡単な条件下で実施した。築造時に関しては、地下水位が高い場合 (GL-0m) は低い場合 (GL-2m) と比べて平均骨格応力が小さく、盛土底部には閉封飽和域が形成される。これにより、地震中に地下水位が高い方が盛土底部を中心に大きなせん断変形が生じることを示した。さらに、地震後に地下水位が高い場合には盛土内に一時的に浸潤線が形成されることを明らかにした。このような地下水位の差による力学挙動の違いは、東北地方太平洋沖地震の被災報告に合致した結果である。以下に本章で得られた知見をより具体的に示す。

盛土築造時について：

- (1) 全水頭境界の与え方に起因して、地下水位が高い場合は地下水位が低い場合と比べて圧密終了時の水圧が高いために、平均骨格応力が小さく、飽和度が高い。
- (2) 盛土載荷による粘性土地盤の圧密沈下により、地下水位以深まで沈下した土要素の飽和度は最大飽和度以上を示し、閉封飽和域が形成される。今回の解析では、地下水位＝GL-0m の場合に天端中央直下で約 50 cm の厚さの閉封飽和域が形成された。

地震中・地震後について：

- (3) 地下水位が高い場合は、盛土底部の閉封飽和域において (正の) 過剰間隙水圧と間隙空気圧の大きな発生を伴って、平均骨格応力が著しく低下する。今回の解析では GL-0m の場合に、地震中に天端が 1m 以上も沈下して、その沈下量の大半は盛土部分が占める。
- (4) 地下水位が低い場合は、地下水位が高い場合と比べて、平均骨格応力が大きい。また、盛土

の飽和度が低く圧縮性の高い空気が多く存在する。このため地震時の変形が小さい。

- (5) 地震後に生じる盛土表面からの排気によって、盛土内の間隙空気圧のみならず間隙水圧が減少し、平均骨格応力が回復する。
- (6) (5)により盛土内の過剰間隙水圧が消散したため、塑性体積圧縮を生じて過剰間隙水圧が上昇していた閉封飽和域や粘性土地盤から、不飽和盛土へ向かって水が流入して地下水位が上昇する。特に地下水位が高い GL-0m の場合には、地震後に盛土内に浸潤線が一時的に形成される。
- (7) この水位上昇現象は、三相系解析を実施することに加えて、土骨格を塑性体積変化が記述できる弾塑性体として扱う場合に表現可能である。

図-5.39 は、新潟県中越地震で被災した粘性土地盤上の高速道路盛土において、地震後にボックスカルバートの水抜き穴より湧水したことを示す。このように、東北地方太平洋沖地震だけでなく、新潟県中越地震においても、地震後に不飽和土構造物内の水位が上昇していたと考えられることを、現場技術者は証言している。今後は、この現象の実験的検証に加え、同様の堤体の耐震性評価・対策原理の開発などを行ってゆきたい。



図-5.39 新潟県中越地震で被災した粘性土地盤上の高速道路盛土のボックスカルバート
～カルバートの水抜き穴より湧水している様子～
(地震発生：2004 年 10 月 23 日，写真撮影：2004 年 11 月 5 日)
(写真提供： NEXCO 中日本（株）の稲垣太浩氏)

6 結論

本論文は、東日本大震災で多発した河川堤防・造成宅地盛土の崩壊や、集中豪雨時に頻発する斜面崩壊など、土の不飽和状態に起因する現象の解明を目的として、土骨格の構成式に SYS Cam-clay model を搭載した静的／動的の水～土骨格連成有限変形解析コード **GEOASIA** に、透気性や空気の高い圧縮性を導入することで、飽和土から不飽和土までの力学挙動の記述を可能とする空気～水～土骨格連成有限変形解析コードを開発した。開発した解析コードは、支配方程式において、材料非線形性と幾何学的非線形性を考慮するための「不飽和土の速度型運動方程式」を有する。また、土中の空気が水中に気泡として封入された封入不飽和状態にある土の飽和度上昇を表現するために、飽和度 s^w を陽に未知数にして解く「 $u-p^w-p^a-s^w$ formulation」に基づく定式化を新たに提案した。「 $u-p^w-p^a-s^w$ formulation」の定式化により、不飽和土から飽和度 100 %を示す完全飽和土までを切れ目なく解析できることを示した。なお、構成式へのサクシオン効果の導入は今後の課題と位置付けた。

次に開発した解析コードの検証 (Verification) をするとともに、低背圧下にある密詰め飽和砂供試体が非排水せん断時にキャビテーションを伴って不飽和化する様子や、各種排水・排気条件下の不飽和シルト三軸試験のシミュレーションを通じて、開発した解析コードの不飽和土の力学挙動に対する妥当性 (Validation) を確認した。

最後に、東日本大震災で多数被災した粘性土地盤上の河川堤防の崩壊メカニズムを明らかにするために、地下水位の違いに注目した粘性土地盤上の不飽和盛土の築造時・地震中・地震後シミュレーションを実施した。地下水位が高い方が、盛土底部の閉封飽和域を中心に大きなせん断変形が生じ、地震後には盛土内に一時的に浸潤線が形成されることを明らかにした。このような地下水位の差による力学挙動の違いは、東北地方太平洋沖地震の被災報告に合致した結果である。

今後は、本研究の成果を足掛かりにして、東日本大震災で課題として挙げられた、千葉県浦安市などの戸建住宅地で浅層不飽和域の本震時飽和化が原因と考えられている余震時液状化のメカニズムや、造成宅地崩壊に及ぼしたとされる不飽和・飽和域の影響を明らかにしていくことで、南海トラフ巨大地震による被害が現実のものとならぬよう堤防の耐震強化策だけでなく、高速道路用盛土や造成宅地など土構造物の強化策を導きだし、東海地域を中心とする防災・減災に貢献していきたい。

最後に各章で得られた知見を以下にまとめて本論文の結論とする。

第 2 章では、まず、空気～水～土骨格連成有限変形初期値境界値問題を解くための支配方程式と数値解析手法の適用方法を示した。躍度を含む「不飽和土の速度型運動方程式」と、これを数値解析的に解くための線形「躍度」法を示した。また、通常三相連成解析とは異なり、飽和度 s^w を陽に未知数にして解く「 $u-p^w-p^a-s^w$ formulation」を新たに提案した。

次に、数値解析コードの検証 (Verification) を目的として、加速度が生じる条件下での一様変形場を実現した。理論的考察において、側圧一定非排水・非排気条件下にある平面ひずみ矩形供試体の等体積一様伸張圧縮変形場を実現するためには、透水係数と透気係数をゼロにするとともに、間隙水に加えて間隙空気も非圧縮性とする仮定が必要であることを示した。つまり、事実上、慣性項を考慮した $u-p^w-p^a(-s^w)$ formulation に基づく限り不飽和土の一様変形場は生じ得ないことを明らかにした。

最後に、封入不飽和状態にある土の飽和度上昇を表現可能になる「 $u-p^w-p^a-s^w$ formulation」の利点を、非排水・非排気せん断試験のシミュレーションを例にとりて説明した。また、水分特性曲線の水分量として、飽和度の代わりに体積含水率または含水比を用いる場合についても、最大体積含水率または最大含水比より大きい値を扱える工夫が必要であることを示した。

第3章では、密な砂の正のダイレイタンスに着目し、厳密には不飽和状態にあるが、事実上「飽和土」と見なされる密詰め砂供試体の側圧一定・非排水（・非排気）三軸試験のシミュレーションを実施した。この結果、背圧が不十分な場合は、間隙水圧が正から負へと転じ、絶対圧力でゼロに近づくにつれて、空気存在による体積膨張効果が顕著になるため、供試体は膨張して、軸差応力の伸びが見られなくなることを示した。併せて、密詰め砂または超過圧密な粘土の非排水（・非排気）せん断時には、不飽和土は飽和土よりもせん断強度が小さくなるという計算結果も示した。

第4章では、開発した解析コード、すなわち、構成式に SYS Cam-clay model を搭載し、応力の式に平均化骨格応力を適用した空気～水～土骨格連成有限変形解析コードを用いて、各種排水・排気条件下にある不飽和シルト供試体の側圧一定三軸試験の数値シミュレーションを実施した。実験と同様に一つの初期状態から、背圧上昇、サクシオン付与、等方圧密、せん断までの一連の過程を計算した。この結果、透気性や空気の高い圧縮性を考慮するだけで不飽和シルトの数多くの力学的特徴を表現できることが明らかになった。一方で、せん断初期の剛性や体積変化量などは、サクシオンの影響を解析モデルに取り込まないと精度よく表現できないことを示した。また、今後サクシオンを考慮した構成式研究や、ヒステリシス・間隙比の影響を考慮した水分特性に関する研究など、より精緻なモデルを搭載した解析コードを構築する場合には、不飽和土を用いた室内試験を初期条件・境界条件が明確に整備された初期値・境界値問題として常に捉える必要があることを示唆した。

第5章では、東日本大震災で多数被災した粘性土地盤上の河川堤防の崩壊メカニズムを明らかにするために、地下水位の違いに注目した粘性土地盤上の不飽和盛土の築造時・地震中・地震後シミュレーションを、非常に簡単な条件下で実施した。築造時に関しては、地下水位が高い場合（地下水位＝GL-0m）は低い場合（地下水位＝GL-2m）と比べて平均骨格応力が小さく、盛土底部には閉封飽和域が形成される。これにより、地震中に地下水位が高い方が盛土底部を中心に平均骨格応力が著しく低下して、大きなせん断変形が生じることを示した。さらに、地震後に地下水位が高い場合には、盛土内に一時的に浸潤線が形成されることを明らかにした。この水位上昇現象は、地表面・盛土表面からの排気をきっかけに、閉封飽和域や粘性土地盤から盛土に向かって水が供給されることで生じ、三相系解析を実施することに加えて、土骨格を塑性体積変化が記述できる弾塑性体として扱う場合に表現可能である。

参考文献

- 赤井浩一・田村武 (1978) : 弾塑性構成式による多次元圧密の数値解析, 土木学会論文報告集, 第 269 号, 95-104.
- 海野寿康・渦岡良介・仙頭紀明・風間基樹 (2013) : 不飽和砂質土の繰返しせん断変形解析における間隙空気圧のモデル化の影響, 土木学会論文集, C, 69(3), 386-403.
- 大野進太郎・河井克之・橘伸也 (2007) : 有効飽和度を剛性に関する状態量とした不飽和土の弾塑性構成モデル, 土木学会論文集, C, 63(4), 1132-1141.
- 加藤亮輔・岡二三生・木元小百合・小高猛司・角南進 (2009) : 不飽和浸透-変形連成解析手法と河川堤防への適用, 土木学会論文集, C, 65(1), 226-240.
- 金澤伸一 (2010) : 不飽和土の数値モデルに基づく締固め土構造物の力学挙動評価, 神戸大学大学院自然科学研究所, 学位請求論文.
- 神谷浩二・井上光弘 (2008) : 水分特性曲線を用いて不飽和土の透気係数と飽和度の関係を推定する関数モデルの考察, 土木学会論文集, C, 64(3), 650-661.
- 国土交通省東北地方整備局北上川等堤防復旧技術検討会 (2012) : 北上川等堤防復旧技術検討会 報告書 本編.
<<http://www.thr.mlit.go.jp/Bumon/B00097/K00360/taiheiyouokijishinn/kenntoukai/houkokusho.pdf>> (2015/4/22 アクセス)
- 小高猛司・鈴木宏尚・岡二三生 (2006) : 排気・排水条件を制御した不飽和シルトの三軸圧縮試験, 第 18 回中部地盤工学シンポジウム, 地盤工学会中部支部, 6.
<<http://www.jgs-chubu.org/download/syn5/pdf/18/s1806.pdf>> (2015/4/22 アクセス)
- 地盤工学会 (2012) : 地震時における地盤災害の課題と対策, 2011 年東日本大震災の教訓と提言 (第二次).
- 谷和夫・松下克也・橋本隆雄・山本彰・竹内秀克・野田利弘・規矩大義・大林淳・清田隆 (2014) : 浅層盤状改良工法による戸建て住宅の液状化被害軽減効果の検証と経済性評価, 地盤工学ジャーナル, 9(4), 533-553.
- 土木学会 地盤工学委員会 堤防小委員会 (2013) : 第 1 回地盤工学から見た堤防技術シンポジウム委員会報告・講演概要集.
<<http://www.cee.ehime-u.ac.jp/~gm/Dike%20symposium.pdf>> (2015/4/22 アクセス)
- 中野正樹・野田利弘・浅岡顕・淡中泰雄 (1997) : 密な砂供試体の限界状態に至るまでの非排水せん断挙動と破壊モードの観察, 第 9 回中部地盤工学シンポジウム, 地盤工学会中部支部, 19.
<<http://www.jgs-chubu.org/download/syn5/pdf/09/s0919.pdf>> (2015/4/22 アクセス)
- 西村直志 (1999) : (社)地盤工学会 地盤工学ハンドブック, 第 3 章土質力学, 55-64.
- 野田利弘 (1994) : 限界状態近傍における粘土の弾塑性挙動と水～土骨格連成有限変形解析に関する研究, 名古屋大学学位請求論文.
- 翠川三郎 (1987) : 関東平野を対象とした震度分布予測, 構造工学論文集, 33B, 43-48.
- 安田進, 原田健二, 石川敬祐 (2012) : 東北地方太平洋沖地震による千葉県の被害, 地盤工学ジャーナル, 7(1), 103-115.
- 若井明彦, 佐藤真吾, 三辻和弥, 森友宏, 風間基樹, 古関潤一 (2011) : 東北地方太平洋沖地

- 震による被害調査報告 地域別編 宮城県内陸－仙台市内の造成宅地を中心に－, 地盤工学ジャーナル, 7(1), 79-90.
- Alonso E.E., Gens A. and Josa A. (1990): A constitutive model for partially saturated soils, *Géotechnique*, 40(3), 405-430.
- Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T. (1994): Soil-water coupled behaviour of saturated clay near/at critical state, *Soils and Foundations*, 34(1), 91-106.
- Asaoka, A., Noda, T. and Kaneda, K. (1998): Displacement/traction boundary conditions represented by constraint conditions on velocity field of soil, *Soils and Foundations*, 38(4), 173-181.
- Asaoka, A., Noda, T., Yamada, E., Kaneda, K. and Nakano, M. (2002): An elasto-plastic description of two distinct volume change mechanisms of soils, *Soils and Foundations*, 42(5), 47-57.
- Asaoka, A. (2003): Consolidation of clay and compaction of sand – an elastoplastic description, *Proc. of 12th Asian Regional Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering (12th ARC)*, Keynote Paper, Singapore, 2, 1157-1195.
- Asaoka, A. and Noda, T. (2007): All soils all states all round geo-analysis integration, *International Workshop on Constitutive Modelling - Development, Implementation, Evaluation, and Application*, Hong Kong, China, 11-27.
- Bear, J. (1979): *Hydraulics of Groundwater*, New York; McGraw-Hill, 190-224.
- Bishop, A.W. (1959): The principle of effective stress, *Tecnisk Ukeblad*, 39, 859-863.
- Carsel, R.F. and Parrish, R.S. (1988): Developing joint probability distribution of soil water retention characteristics, *Water Resources Research*, 24(5), 755-769.
- Christian, J.T. (1968): Undrained stress distribution by numerical method, *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, 94(SM6), 1333-1345.
- de Boer, R. (1998): Theory of porous media -past and present-, *Z. Angew. Math. Mech.*, 78, 441-446.
- Green, A.E. and Naghdi, P.M. (1965): A general theory of an elastic-plastic continuum, *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 18, 251-281.
- Jennings, J.E.B. and Burland, J.B. (1962): Limitations to the use of effective stresses in partly saturated soils, *Géotechnique*, 12(2), 125-144.
- Jommi, C. (2000): Remarks on the constitutive modelling of unsaturated soils, *Experimental Evidence and Theoretical Approaches in Unsaturated Soils* (eds. by Tarantino, A. and Mancuso, C.), Balkema, 139-153.
- Joyner, W.B. and Chen, A.T.F. (1975): Calculation of nonlinear ground response in earthquakes, *Bulletin of the Seismological Society of America*, 65(5), 1315-1336.
- Khoei, A.R. and Mohammadnejad, T. (2011): Numerical modeling of multiphase fluid flow in deforming porous media: A comparison between two- and three-phase models for seismic analysis of earth and rockfill dams, *Computers and Geotechnics*, 38, 142-166.
- Kohgo, Y., Nakano, M. and Miyazaki, T. (1993): Theoretical aspects of constitutive modeling for unsaturated soils, *Soils and Foundations*, 33(4), 49-63.
- Kohgo, Y., Takahashi, A. and Suzuki, T. (2010): Centrifuge model tests of rockfill dam and simulation using consolidation analysis method, *Soils and Foundations*, 50(2), 227-244.
- Kohgo, Y. and Tokoro, N. (2011): Simulation of behavior of a slope model with a shallow subsurface

- sand layer due to rainfall, 5th Asian Pacific Conference on Unsaturated Soils, 741-746.
- Lysmer, J. and R.L. Kuhlemeyer (1969): Finite dynamic model for infinite media, ASCE, 95(EM4), 859-877.
- Mualem, Y. (1976): A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media, Water Resources Research, 12, 513-522.
- Muskat, M (1937): The flow of homogeneous fluid through porous media, Mcgraw-Hill, 69-74.
- Nakano, M., Yamada, E. and Noda, T. (2008): Ground improvement of intermediate reclaimed land by compaction through cavity expansion of sand piles, Soils and Foundations, 48(5), 653-671.
- Noda, T., Asaoka A., Nakano, M., Yamada, E. and Tashiro, M. (2005): Progressive consolidation settlement of naturally deposited clayey soil under embankment loading, Soils and Foundations, 45(5), 39-52.
- Noda, T., Asaoka, A. and Yamada, S. (2007): Some bearing capacity characteristics of a structured naturally deposited clay soil, Soils and Foundations, 47(2), 285-301.
- Noda, T., Asaoka, A. and Nakano, M. (2008): Soil-water coupled finite deformation analysis based on a rate-type equation of motion incorporating the SYS Cam-clay model, Soils and Foundations, 48(6), 771-790.
- Noda, T., Takeuchi, H., Nakai, K. and Asaoka, A. (2009): Co-seismic and post-seismic behavior of an alternately layered sand-clay ground and embankment system accompanied by soil disturbance, Soils and Foundations, 49(5), 739-756.
- Noda, T., Xu, B. and Asaoka, A. (2013): Realization of uniform deformation of soil specimen based on soil-water coupled finite deformation analysis considering inertia forces, Soils and Foundations, 53(6), 937-950.
- Noda, T. and Yoshikawa, T. (2015): Soil-water-air coupled finite deformation analysis based on a rate-type equation of motion incorporating the SYS Cam-clay model, Soils and Foundations, 55(1), 45-62.
- Oka, F., Kodaka, T., Suzuki, H., Kim, Y.-S., Nishimatsu, N. and Kimoto, S. (2010): Experimental study on the behavior of unsaturated compacted silt under triaxial compression. Soils and Foundations, 50(1), 27-44.
- Okamura, M., Tamamura, S. and Yamamoto, R. (2013): Seismic stability of embankment subjected to pre-deformation due to foundation consolidation, Soils and Foundations, 53(1), 11-22.
- Ravichandran, N. (2009): Fully coupled finite element model for dynamics of partially saturated soils, Soil Dynamics and Earthquake Engineering 2009, 29, 1294-1304.
- Roscoe, K.H. and Burland, J.B. (1968): On the generalized stress-strain behaviour of 'wet' clay, Engineering Plasticity (eds. by Heyman, J. and Leckie, F.A.), Cambridge University Press, 535-609.
- Sakai T. and Nakano M. (2013): Interpretation of the effect of compaction on the mechanical behavior of embankment materials based on the soil skeleton structure concept, Proceedings of the 18th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, 1179-1182.
- Sasaki, Y., Oshiki, H. and Nishikawa, J. (1994): Embankment failure caused by the Kushiro-Oki earthquake of January 15, 1993, Session publication during the 13th ICSMGE, Delhi, 61-68.
- Sasaki Y., Towhata I., Miyamoto K., Shirato M., Narita A., Sasaki T. and Sako S. (2012):

- Reconnaissance report on damage in and around river levees caused by the 2011 off the Pacific coast of Tohoku earthquake, *Soils and Foundations*, 52(5), 1016-1032.
- Schofield, A.N. and Wroth, C.P. (1968): *Critical State Soil Mechanics*, McGRAW-HILL.
- Schrefler, B.A. (2002): Mechanics and thermodynamics of saturated/unsaturated porous materials and quantitative solutions, *Applied Mechanics Reviews*, ASME, 55(4), 351-388.
- Schuurman, E. (1966): The compressibility of an air-water mixture and a theoretical relation between the air and water pressures, *Geotechnique*, 16, 269
- Takaine, T., Tashiro, M., Shiina, T., Noda, T. and Asaoka, A. (2010): Predictive simulation of deformation and failure of peat-calcareous soil layered ground due to multistage test embankment loading, *Soils and Foundations*, 50(2), 245-260.
- Tamagnini, R. (2004): An extended Cam-clay model for unsaturated soils with hydraulic hysteresis, *Géotechnique*, 54(3), 223-228.
- Uzuoka, R. and Semba, K. (2012): Numerical analysis of liquefaction in a river levee on soft cohesive ground, *Journal of Disaster Research*, 7(6), 711-717.
- van Genuchten, M. T. (1980): A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils, *Soil Science Society of America Journal*, 44, 892-898.
- Wilson, E.L., Farhoomand, I. and Bathe, K.J. (1973): Nonlinear dynamic analysis of complex structures, *International Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1, 241-252.
- Yamada, E. and Nakano, M. (2007): Improvement of manmade island filled with intermediate soils by SCP method, *Proc. of 13th Asian Regional Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering (13th ARC)*, Kolkata, India, 787-790.
- Yatomi, C., Yashima, A., Iizuka, A. and Sano, I. (1989): General theory of shear bands formation by a non-coaxial Cam-clay model, *Soils and Foundations*, 29(3), 41-53.
- Yoshikawa, T., Noda, T. and Kodaka, T.: Effects of air coupling on triaxial shearing behavior of unsaturated silty specimens under constant confining pressure and various drained and exhausted conditions, *Soils and Foundations*, accepted.
- Yoshimi, Y., Tanaka, K. and Tokimatsu, K. (1989): Liquefaction resistance of a partially saturated sand, *Soils and Foundations*, 29(3), 157-162.
- Zhang, F. and Ikariya, T. (2011): A new model for unsaturated soil using skeleton stress and degree of saturation as state variables, *Soils and Foundations*, 51(1), 67-81.

謝辞

本論文は、著者が名古屋大学大学院博士課程在学中に行った研究成果をまとめたものです。本論文をまとめるにあたってご指導、ご鞭撻を賜りました名古屋大学野田利弘教授、中野正樹教授、山田正太郎准教授、中井健太郎准教授に深く感謝いたします。

野田利弘先生は、本論文を書き上げるまでの間、最も直接的にご指導いただいた先生です。野田先生との出会いは、学部2年生のときの講義でした。その中で野田先生が力学・数学を非常にわかりやすく丁寧に講義されていたことが、地盤研を希望した最大の理由です。うやむやにしない野田先生の研究姿勢、それを可能にする力学・数学の力に常に憧れています。学部4年生のときには、Terzaghiの一次元圧密方程式を教材として、水～土骨格連成問題の基礎中の基礎をご指導いただきました。修士1年生のときには、連続体力学と有限要素法を学び、修士2年生からは**GEOASIA**に関する勉強を始め、修士論文では空気～水～土骨格連成解析コードがひとまず形になりました。このときに勉強した**GEOASIA**のノートとプログラムは、力学・数学の最高の教材であり、この勉強により著者の基礎が作られています。博士後期課程に進学してからは、野田先生との討論を重ねる中で、まず2章で示した飽和度を未知数として解く手法が生まれました。野田先生がうやむやにしない姿勢を大事にご指導くださったからこそ、本手法が生まれたものと思います。次に、3章で示した背圧が低い場合には密詰め砂供試体の強度増加が止まる現象を、空気存在に注目して説明する発想は、著者には到底思いつかないものでした。この計算結果を、楽しそうにご覧になられていたことは非常に印象に残っています。4章の不飽和三軸試験のシミュレーションでは、**GEOASIA**はどのような複雑な境界条件でもシミュレート可能だということを改めて実感しました。最後の5章で示した不飽和盛土内の水位上昇現象に関しては、野田先生が疑問に思われて、ご指示いただいたことを一つずつ行っていくと、自ずと水の供給源が明らかになり、この結果には非常に驚きました。このように、学部4年生から、野田先生と一つ一つ積み上げてきたことで、本論文をまとめることができました。

中野正樹先生には、東日本大震災や迫りくる南海トラフ巨大地震など、今、そして将来我々が直面する課題に土木技術者・地盤工学者がどう取り組むかを熱心に伝えていただき、著者は気を引き締めて研究に取り組むことができました。また、中野先生の「皆さんの研究が全て研究室を大きくしていきます」という言葉が、学部4年生のころから研究に邁進する力になりました。熱意があり、常に優しい中野先生が名大地盤研のボスであったからこそ、安心して研究を進められました。

山田正太郎先生には、ご自身の経験をよくお話いただきました。正太郎先生が博士後期課程の頃のお話は大変印象に残っています。当時の名大地盤研の様子や、名大地盤研のこれまでの歴史をお聞きしたことは、研究を進める上で大変重要なことでした。また、著者の研究の話をちらっとただけなのに、その内容をすぐに理解され、その際にいただいたアドバイスが研究を進める上でヒントになったことも多々あります。

中井健太郎先生は、著者が地盤研に入ってから最も身近にいた先生です。学部4年生の時に、三軸試験の実験方法や試験機の仕組みを教えていただき、その経験は本論文の3章や4章の、実験を計算機でシミュレートする際に大変役立ちました。中井先生は常に全力で

あり、不飽和土の三軸試験を実施していくと決まった際に、一緒に全力でやっていこうと声をかけてくださったことは大変嬉しく思いました。中井先生の周りはいつも笑いや話題が絶えず、これは何事にも全力で取り組まれているからだと考えています。

名古屋大学の田代むつみ先生は、中井先生と同じく、著者が地盤研に入ってから最も身近にいた先生です。研究だけでなく、細かな部分でも研究室を支えてくださり、研究に集中できる環境を作っていただきました。博士後期 2 年のころに著者が委員長を務めた名古屋大学拠点博士課程学生交流セミナーでは講師としてご講演いただき、セミナーは成功に終わりました。このセミナーの成功は、著者の今後の研究生活にとって大事なものとなっています。深く感謝いたします。

防衛大学の野々山栄人先生は、著者が修士 2 年のときに名大地盤研に来られて、このときから最も近くにいた博士の先輩です。ご自身の経験を惜しむことなくアドバイスいただき、著者が今後研究者として生活していく上で、必要なことを非常に多くお伝えいただきました。深く感謝いたします。

名古屋工業大学の檜尾正也先生には、先生が名古屋大学にいらっしゃるときに盛土の維持管理に関して、多くのことを学ばせていただきました。深く感謝いたします。

名古屋大学の酒井崇之氏は、著者が学部 4 年のときの修士 2 年生で、それ以来の先輩です。著者の些細な質問にも優しくお答えいただき、多くのことを学びました。今後は一緒に、切磋琢磨していけたら嬉しいです。野中俊宏氏は、年齢の近い先輩として、研究だけでなく、私生活の面でも様々なアドバイスをいただき、非常に勉強になりました。秘書の山田ひとみ氏には、研究室の裏方として、多くのことをサポートしていただきました。深く感謝いたします。

公益財団法人地震予知総合研究振興会の浅岡顕先生には、励ましの言葉を何度もかけていただきました。深く感謝いたします。野田先生からお聞きした、浅岡先生との当時の研究室のお話は、研究を進める上でヒントになりました。まだまだ未熟者ですが、頑張っ参ります。

名城大学の小高猛司先生には、4 章の不飽和三軸試験と 5 章の不飽和盛土の地震時挙動に関する研究を中心に、有益なご助言を多数いただきました。深く感謝いたします。

名古屋工業大学の前田健一先生には、本論文を審査していただき、大変有益なご助言をいただきました。深く感謝いたします。

GEOASIA 研究会の高稲敏浩氏には、**GEOASIA** を解析しやすいように整備していただくとともに、ソルバーの使い方などパソコン・Fortran に関することを教えていただきました。

(株) 不動テトラの竹内秀克氏には、一緒に研究させていただいたときを中心に、様々な面で相談に乗っていただき、大変お世話になりました。論文提出時期には毎年差し入れをいただきました。中部電力(株)の山田英司氏には、**GEOASIA** をはじめ、パソコンを使う上でご助言いただきました。深く感謝いたします。

NEXCO 中日本(株)の稲垣太浩氏には、新潟県中越地震で被災した高速道路盛土の写真をご提供いただきました。その際に有益なご助言をいただきました。深く感謝いたします。

徐賓賓氏、清水亮太氏、Nguyen Hong Son 氏とは、博士後期課程をともに過ごせて、大変心強かったです。また、後輩のサポートもあって、楽しく研究生活を送ることができました。

大変感謝しております。

最後に、長い学生生活における筆者の研究と生活を支え、いつも暖かく励ましてくれた家族に心より感謝いたします。

A1 水（または空気）～土骨格連成式の有限要素表現における具体式の導出

2.3.3 節「慣性項を含む水（または空気）～土骨格連成式と水分特性式の物理モデル」において示した具体式の導出方法を示す。なお、諸量の定義は特にことわらない限り、2 章に順ずるものとする。

図-A1.1（図-2.3.1 を再掲）に示す物理モデルを考える。

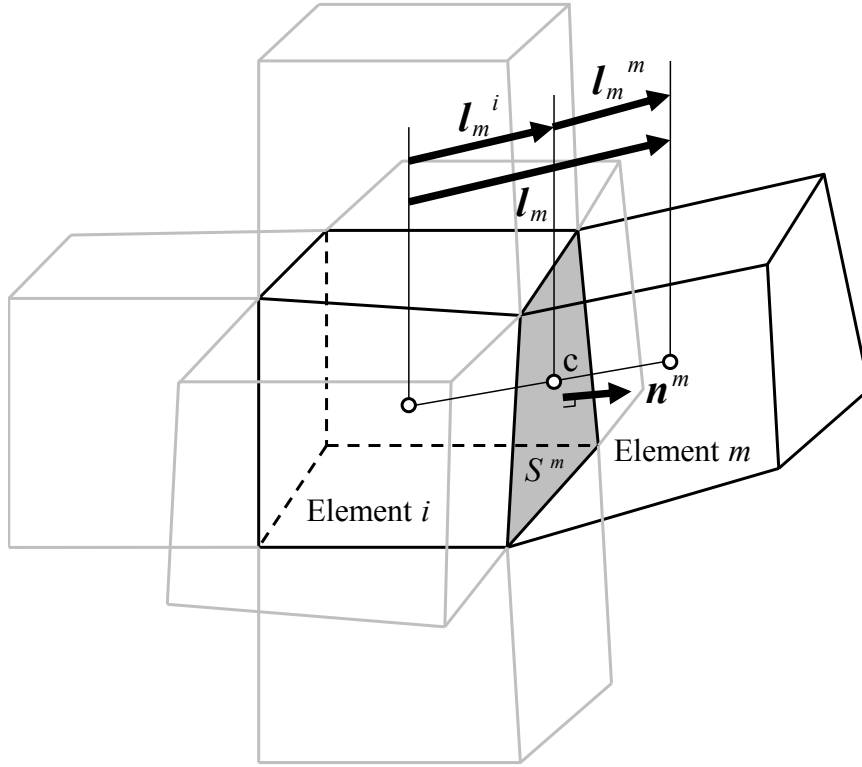


図-A1.1 間隙水または間隙空気の流れの物理モデル（3 次元の場合）（図-2.3.1 を再掲）

(a) 水～土骨格連成式の場合

まず、ある面を通過する間隙水の流量は次式で与えられる。

$$\int_a \mathbf{v}'_w \cdot \mathbf{n} da = - \int_a k^w \text{grad } h \cdot \mathbf{n} da - \int_a k^w \left(\frac{\rho^w}{\rho_0} - 1 \right) n_z da - \int_a \frac{\rho^w k^w}{\gamma_w} \dot{\mathbf{v}}_s \cdot \mathbf{n} da \quad (\text{A1.1})$$

ここに、 \mathbf{v}'_w は間隙水の流速ベクトルである。

隣り合う要素間での連続式を考えると、次の方程式が成り立つ。

$$\begin{aligned} & \rho^w_i \left\{ k^w_i \frac{h_c - h_i}{\| \mathbf{l}_m^i \|} \frac{\mathbf{l}_m}{\| \mathbf{l}_m \|} \cdot \mathbf{n}^m S^m + k^w_i \left(\frac{\rho^w_i}{\rho_0} - 1 \right) n_z^m S^m + \frac{k^w_i}{\gamma_w} \rho^w_i \int_a \{ \mathbf{n}^m \}^T [N] \{ \dot{\mathbf{v}}^{Ni} \} da \right\} \\ &= \rho^w_m \left\{ k^w_m \frac{h_m - h_c}{\| \mathbf{l}_m^m \|} \frac{\mathbf{l}_m}{\| \mathbf{l}_m \|} \cdot \mathbf{n}^m S^m + k^w_m \left(\frac{\rho^w_m}{\rho_0} - 1 \right) n_z^m S^m + \frac{k^w_m}{\gamma_w} \rho^w_m \int_a \{ \mathbf{n}^m \}^T [N] \{ \dot{\mathbf{v}}^{Ni} \} da \right\} \end{aligned} \quad (\text{A1.2})$$

ここに、 h_i 、 h_m および h_c は、要素 i の中心、要素 m の中心および点 c での全水頭を表す。

式(A1.1)は、

$$\int_a \mathbf{v}'_w \cdot \mathbf{n} da = -\sum_{m=1}^S k^w_i \frac{h_c - h_i}{\|\mathbf{l}_m^i\|} \frac{\mathbf{l}_m}{\|\mathbf{l}_m\|} \cdot \mathbf{n}^m S^m - \sum_{m=1}^S k^w_i \left(\frac{\rho^w_i}{\rho_0} - 1 \right) n^m_z S^m - \frac{k^w_i}{\gamma_w} \rho^w_i \mathbf{l}^i \{ \dot{\mathbf{v}}^{Ni} \} \quad (\text{A1.3})$$

となり、式(A1.2)を h_c について解いて、式(A1.3)に代入すると最終的には次式を得る。

$$\begin{aligned} \int_a \mathbf{v}'_w \cdot \mathbf{n} da \\ = -\sum_{m=1}^S \alpha^i_{wm} \left\{ (p^w_m - p^w_i) + \gamma_w (z_{cm}^i - z_c^i) \right\} - \frac{k^w_i}{\gamma_w} \left(\rho^w_i \mathbf{l}^i + \sum_{m=1}^S \beta^i_{wm} \mathbf{l}_{Bm}^i \right) \{ \dot{\mathbf{v}}^{Ni} \} - \sum_{m=1}^S k^w_i \zeta_m^i \end{aligned} \quad (\text{A1.4})$$

また、隣接要素間の計算ではなく、非排水条件となる面では、 $\alpha^i_{wm} = 0$ 、 $\beta^i_{wm} = -\rho^w_m$ 、 $\zeta_m^i = 0$ とすればよい。水圧が既知の面では、

$$\int_a k^w \text{grad } h \cdot \mathbf{n} da = \frac{k^w_i}{\gamma_w} \frac{1}{\|\mathbf{l}_m^i\|} \frac{\mathbf{l}_m}{\|\mathbf{l}_m\|} \cdot \mathbf{n}^m S^m \left\{ (p^w_B - p^w_m) + \gamma_w (z_{cB}^i - z_c^i) \right\} \quad (\text{A1.5})$$

として計算すればよい。ここに、 p^w_B は既知の水圧値、 z_{cB}^i は水圧既知の面の中心高さである。

(b) 空気～土骨格連成式の場合

間隙水の場合と同様に考える。

まず、ある面を通過する間隙空気の流量は次式で与えられる。

$$\int_a \mathbf{v}'_a \cdot \mathbf{n} da = -\int_a \frac{k^a}{\gamma_w} \text{grad } p^a \cdot \mathbf{n} da - \int_a \frac{k^a}{\gamma_w} \rho^a g n_z da - \int_a \frac{\rho^a k^a}{\gamma_w} \dot{\mathbf{v}}_s \cdot \mathbf{n} da \quad (\text{A1.6})$$

ここに、 \mathbf{v}'_a は間隙空気の流速ベクトルである。

隣り合う要素間での連続式を考えると、次の方程式が成り立つ。

$$\begin{aligned} \rho^a_i \left\{ \frac{k^a_i}{\gamma_w} \frac{p^a_c - p^a_i}{\|\mathbf{l}_m^i\|} \frac{\mathbf{l}_m}{\|\mathbf{l}_m\|} \cdot \mathbf{n}^m S^m + \frac{k^a_i}{\gamma_w} \rho^a_i g n^m_z S^m + \frac{k^a_i}{\gamma_w} \rho^a_i \int_a \{ \mathbf{n}^m \}^T [N] \{ \dot{\mathbf{v}}^{Ni} \} da \right\} \\ = \rho^a_m \left\{ \frac{k^a_m}{\gamma_w} \frac{p^a_m - p^a_c}{\|\mathbf{l}_m^m\|} \frac{\mathbf{l}_m}{\|\mathbf{l}_m\|} \cdot \mathbf{n}^m S^m + \frac{k^a_m}{\gamma_w} \rho^a_m g n^m_z S^m + \frac{k^a_m}{\gamma_w} \rho^a_m \int_a \{ \mathbf{n}^m \}^T [N] \{ \dot{\mathbf{v}}^{Ni} \} da \right\} \end{aligned} \quad (\text{A1.7})$$

ここに、 p^a_i 、 p^a_m および p^a_c は、要素 i の中心、要素 m の中心および点 c での空気圧値を表す。

式(A1.6)は、

$$\int_a \mathbf{v}'_a \cdot \mathbf{n} da = -\sum_{m=1}^S \frac{k^a_i}{\gamma_w} \frac{p^a_c - p^a_i}{\|\mathbf{l}_m^i\|} \frac{\mathbf{l}_m}{\|\mathbf{l}_m\|} \cdot \mathbf{n}^m S^m - \sum_{m=1}^S \frac{k^a_i}{\gamma_w} \rho^a_i g n^m_z S^m - \frac{k^a_i}{\gamma_w} \rho^a_i \mathbf{l}^i \{ \dot{\mathbf{v}}^{Ni} \} \quad (\text{A1.8})$$

となり、式(A1.7)を p^a_c について解いて、式(A1.8)に代入すると最終的には次式を得る。

$$\int_a \mathbf{v}'_a \cdot \mathbf{n} da = -\sum_{m=1}^S \alpha^i_{am} (p^a_m - p^a_i) - \frac{k^a_i}{\gamma_w} \left(\rho^a_i \mathbf{l}^i + \sum_{m=1}^S \beta^i_{am} \mathbf{l}_{Bm}^i \right) \{ \dot{\mathbf{v}}^{Ni} \} + \dot{f}_a^i \quad (\text{A1.9})$$

また、隣接要素間の計算ではなく、非排気条件となる面では、 $\alpha^i_{am} = 0$ 、 $\beta^i_{am} = -\rho^w$ とすればよい。空気圧が既知の面では、

$$\int_a \frac{k^a_i}{\gamma_w} \text{grad } p^a \cdot \mathbf{n} da = \frac{k^a_i}{\gamma_w} \frac{1}{\|\mathbf{l}_m^i\|} \frac{\mathbf{l}_m}{\|\mathbf{l}_m\|} \cdot \mathbf{n}^m S^m (p^a_B - p^a_m) \quad (\text{A1.10})$$

として計算すればよい。ここに、 p^a_B は既知の空気圧値である。

A2 空気圧制御により定体積状態を満たす境界の空気圧を算出する方法

4 章で示した非排水条件下で空気圧制御（吸気または排気）により定体積を満たすせん断試験のシミュレーションにおいて、実験と同様に境界の空気圧を試行錯誤的に変化させることで定体積を保つ方法も考えられるが、本論文では図-4.4 で示した有限要素メッシュの上（下）端の境界の空気圧を未知数にし、増えた 1 つの未知数を補うために供試体全体の体積が変化しない条件式 (A2.1) を連立させて解く手法を用いた。

$$D_s \left(\int_v dv \right) = \int_v \text{tr} \mathbf{D} dv = 0 \quad (\text{A2.1})$$

ここで、 D_s は土骨格から見た物質時間微分の作用素、 \mathbf{D} は土骨格のストレッチングテンソル、 v は体積を表す。式(A2.1)を空間離散化すると次式になる。

$$\sum_{i=1}^{NE} \int_{v^i} [B_v^i] \{v^i\} dv = 0 \quad (\text{A2.2})$$

ここで、添え字の i は要素番号、 NE は要素数を表す。 $\{v^i\}$ は要素内節点の土骨格の速度ベクトルを列表示したベクトルであり、 $[B_v^i]$ は、

$$\text{tr} \mathbf{D}^i = [B_v^i] \{v^i\} \quad (\text{A2.3})$$

を満たすマトリックスである。式(A2.2)を、全節点の土骨格の速度ベクトルを列表示したベクトル $\{v\}$ と、それに対応するように重ね合わせたマトリックス $[C_v]$ を用いると、次式のように表せる。

$$[C_v] \{v\} = 0 \quad (\text{A2.4})$$

式(A2.4)が時刻 $t = t + \theta \Delta t$ のときに成立すると考えて時間離散化すれば、解くべき連立方程式が得られる。境界の間隙圧を未知数として与える計算手法は、今回示した定体積を満足させる計算に限らず、境界において等水圧や等空気圧の条件を満たす計算などにも応用でき、解析の幅が広がる。

A3 地盤の初期状態の計算方法

本章では、二相系解析の場合の地盤の初期状態の計算方法 (Noda et al., 2007; Nakano et al., 2008) に倣って、三相系解析に拡張した場合の地盤の初期状態の計算方法を示す。なお、重力は鉛直方向下向きに作用しているものとする。

A3.1 深さ方向に均質な初期過圧密比・構造・異方性を有する地盤の間隙比と応力の決定法

初期過圧密比 $1/R_0$ ，初期構造の程度 $1/R^*_0$ および初期異方性 ζ_0 を有する水平方向に均質な地盤が、一次元圧縮状態（初期側圧係数 $K_0 = (3 - \eta_0)/(3 + 2\eta_0) = \text{一定}$ ， η_0 ：初期応力比）にあるとする。このとき、鉛直座標（上向きが正） $z = z$ における間隙比を $e(z)$ とすると、比体積 $1 + e(z)$ は、次式で表される。

$$1 + e(z) = N_0 - \tilde{\lambda} \ln \frac{1 + 2K_0}{3} \sigma'_v(z) \quad (\text{A3.1})$$

ここに、 $\sigma'_v(z)$ は $z = z$ における鉛直骨格応力であり、Jommi (2000) の平均化骨格応力の式を用いると、次式で表される。

$$\begin{aligned} \sigma'_v(z) = & \delta + \int_z^{z_0} \frac{\rho^s + e(z')s^w(z')\rho^w(z') + e(z')s^a(z')\rho^a(z')}{1 + e(z')} g dz' \\ & - p^a(z) + s^w(z)(p^a(z) - p^w(z)) \end{aligned} \quad (\text{A3.2})$$

ここに、重力加速度を g ，地表面位置を $z = z_0$ ，地表面に作用する等分布荷重を δ ， $z = z$ における間隙水圧を $p^w(z)$ ，間隙空気圧を $p^a(z)$ ，飽和度を $s^w(z)$ ($s^a(z) = 1 - s^w(z)$)，間隙水の密度を $\rho^w(z)$ ，間隙空気の密度を $\rho^a(z)$ ，土粒子密度を ρ^s （土粒子は非圧縮と仮定）とする。また、式 (A3.1) 中の N_0 は見かけの一次元圧縮曲線の切片であり、異方性の無い繰り返し正規圧密土の等方圧密試験より得られる NCL の切片 N ，傾き $\tilde{\lambda}$ ，膨潤線の傾き $\tilde{\kappa}$ を用いて、次式で表される。

$$N_0 = N - (\tilde{\lambda} - \tilde{\kappa}) \ln \left[\frac{M^2 + (\eta_0 - \zeta_0)^2}{M^2} \frac{R^*_0}{R_0} \right] \quad (\text{A3.3})$$

ここで、式 (A3.1) を $\sigma'_v(z)$ について解くと、

$$\sigma'_v(z) = \frac{3}{1 + 2K_0} \exp \left(\frac{N_0 - 1 - e(z)}{\tilde{\lambda}} \right) \quad (\text{A3.4})$$

となり、これを z で微分すると次式になる。

$$\frac{d\sigma'_v}{dz} = \frac{3}{1 + 2K_0} \exp \left(\frac{N_0 - 1 - e(z)}{\tilde{\lambda}} \right) \left(-\frac{1}{\tilde{\lambda}} \frac{de}{dz} \right) \quad (\text{A3.5})$$

式 (A3.2) を用いて、式 (A3.5) を変形すると、次式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{de}{dz} = & \tilde{\lambda} \frac{1 + 2K_0}{3} \exp \left(\frac{1 + e(z) - N_0}{\tilde{\lambda}} \right) \frac{\rho^s + e(z)s^w(z)\rho^w(z) + e(z)s^a(z)\rho^a(z)}{1 + e(z)} g \\ & - \frac{d}{dz} \{ p^a(z) - s^w(z)(p^a(z) - p^w(z)) \} \end{aligned} \quad (\text{A3.6})$$

地表面位置における間隙比は、式 (A3.1) および式 (A3.2) において $z = z_0$ とおけば、

$$e(z_0) = N_0 - 1 - \tilde{\lambda} \ln \left[\frac{1 + 2K_0}{3} \{ \delta - p^a(z_0) + s^w(z_0)(p^a(z_0) - p^w(z_0)) \} \right] \quad (\text{A3.7})$$

となるため、式(A3.6)および式(A3.7)を用いて、 $e(z_0)$ より深さ方向に少しずつ Newton-Raphson 法を用いて繰り返し計算を行いながら、 $z = z$ におけるガウス点の $e(z)$ を決定する。

A3.2 深さ方向に均質な初期構造（または過圧密比）・異方性・間隙比を有する地盤の過圧密比（または構造）と応力の決定法

A3.1 節と同様に、 $z = z$ において式(A3.1)～式(A3.3)が成立する。式(A3.1)を見かけの一次元圧縮曲線の切片 N_0 について解くと、次式になる。

$$N_0 = 1 + e(z) + \tilde{\lambda} \ln \frac{1 + 2K_0}{3} \sigma'_v(z) \quad (\text{A3.8})$$

N_0 は式(A3.3)で表されるため、これを R_0 または R^*_0 について解くと次式を得る。

$$R_0 = R^*_0 \frac{M^2 + (\eta_0 - \zeta_0)^2}{M^2} \exp\left(\frac{N_0 - N}{\tilde{\lambda} - \tilde{\kappa}}\right) \quad (\text{A3.9})$$

$$R^*_0 = R_0 \frac{M^2}{M^2 + (\eta_0 - \zeta_0)^2} \exp\left(\frac{N - N_0}{\tilde{\lambda} - \tilde{\kappa}}\right) \quad (\text{A3.10})$$

よって、式(A3.8)を式(A3.9)または式(A3.10)に代入することで、初期過圧密比または初期構造分布が得られる。なお、 $z = z$ での鉛直骨格応力 $\sigma'_v(z)$ は式(A3.2)により与えられる。

A3.3 初期間隙水圧分布の与え方

鉛直座標 $z = z_{\text{HW}}^w$ に地下水面が位置し、 $z = z_{\text{HW}}^w$ のときの水圧を $p^w = p_{\text{HW}}^w$ とする。このとき、位置 $z = z$ における静水圧 $p^w(z)$ は次式で表される。

$$p^w(z) = p_{\text{HW}}^w + \int_z^{z_{\text{HW}}^w} \rho^w g dz' \quad (\text{A3.11})$$

ここに ρ^w は水の密度、 g は重力加速度である。

水圧が 0 kPa のときの水の密度を ρ_0 ($=1.0 \text{ g/cm}^3$) とおくと、水圧 $p^w = p^w$ のときの水の密度 $\rho^w(p^w)$ は次式で表される。ただし温度変化は考慮しないものとする。

$$\rho^w(p^w) = \rho_0 \exp\left(\frac{p^w}{K_w}\right) \quad (\text{A3.12})$$

ここに K_w は水の体積弾性係数（定数）である。

式(A3.12)を用いて、式(A3.11)の方程式を解くと次式を得る。

$$p^w(z) = -K_w \ln \left\{ \exp\left(-\frac{p_{\text{HW}}^w}{K_w}\right) + \frac{\rho_0 g (z - z_{\text{HW}}^w)}{K_w} \right\} \quad (\text{A3.13})$$

本論文では、式(A3.13)を用いて初期間隙水圧分布を与えた。

A3.4 地下水位以浅の初期間隙空気圧分布の与え方

鉛直座標（上向きが正） $z = z_0^a$ のときに、空気圧が $p^a = p_0^a$ とする。このとき、位置 $z = z$ における空気の自重を考慮した空気圧 $p^a(z)$ は次式で表される。

$$p^a(z) = p_0^a + \int_z^{z_0^a} \rho^a g dz' \quad (\text{A3.14})$$

ここに ρ^a は空気の密度である。

空気は理想気体の状態方程式に従うとすると、空気圧 $p^a = p^a$ のときの空気の密度 $\rho^a(p^a)$ は次

式で表せる。ただし温度変化は考慮しないものとする。

$$\rho^a(p^a) = \frac{1}{R\Theta}(p_0 + p^a) \quad (\text{A3.15})$$

ここに p_0 は 1 気圧 (=101.325 kPa)、 Θ は絶対温度である。 \bar{R} は気体定数を空気の平均分子量で除したもので、値は $287.04 \text{ m}^2/\text{sec}^2/\text{K}$ である。理想気体の状態方程式は絶対圧力で記述されるため、 p^a に p_0 を加えている。

式(A3.15)を用いて、式(A3.14)の方程式を解くと次式を得る。

$$p^a(z) = (p_0 + p_0^a) \exp\left\{\frac{g}{R\Theta}(z_0^a - z)\right\} - p_0 \quad (\text{A3.16})$$

本論文では、初期地表面位置での空気圧が 0 kPa であるとして (5 章では、 $z_0^a = 15 \text{ m}$, $p_0^a = 0 \text{ kPa}$)、式(A3.16)を用いて地下水位以浅の初期間隙空気圧分布を与えた。なお、地下水位以深ではサクシオンがゼロであると考えて、間隙空気圧は間隙水压に等しいとして与えた。

A3.5 地下水位以深の初期飽和度分布の与え方

地下水位以深では、サクシオンがゼロで、間隙空気は間隙水に気泡として取り込まれた封入不飽和状態 (Bear, 1979 ; Kohgo et al., 1993) にある。間隙水压 (および間隙空気圧) が $p^w = p_0^w$ のときに飽和度が $s^w = s_0^w$ であるとして、これと同じ状態にある間隙水および間隙空気は、深さ方向に上昇する圧力にしたがって圧縮するとして計算する。したがって、間隙水压 (および間隙空気圧) が $p^w = p^w$ のときの飽和度 $s^w(p^w)$ は、そのときの間隙水の密度 $\rho^w(p^w)$ および間隙空気の密度 $\rho^a(p^w)$ 、ならびに、間隙水压 (および間隙空気圧) が $p^w = p_0^w$ のときの間隙水の密度 ρ_0^w および間隙空気の密度 ρ_0^a を用いると、次式で与えられる。

$$s^w(p^w) = \frac{\frac{\rho_0^w}{\rho^w(p^w)}}{\frac{\rho_0^w}{\rho^w(p^w)} + \frac{\rho_0^a}{\rho^a(p^w)} \frac{1-s_0^w}{s_0^w}} \quad (\text{A3.17})$$

最終的には、式(A3.17)に式(A3.12)と式(A3.15)を代入した式を用いて、地下水位以深の初期飽和度分布を与えた。本論文では、間隙水压 (および間隙空気圧) が 0 kPa のときに、水分特性曲線の最大飽和度 s_{\max}^w になると考えて、 $p_0^w = 0 \text{ kPa}$ 、 $s_0^w = s_{\max}^w$ とした。なお地下水位以浅の飽和度分布は、サクシオン値に応じて水分特性曲線から計算して与えた。