学位論文

3 フレーバーパリティ 2 重項模型を用いたフレーバー 8 重項バリオンの質量、崩壊幅、軸性電荷の研究

名古屋大学　理学研究科　素粒子宇宙物理学専攻
西原　寛記

平成 29 年 2 月 24 日

目次

1 導入 4
1.1 ハドロンと量子色力学 4
1.2 本研究への導入 8

2 カイラル対称性とその自発的破れ 11
2.1 量子色力学とカイラル対称性 11
2.2 拡張された Goldberger-Treiman 関係式 17

3 パリティ 2 重項模型 20
3.1 2 フレーバー模型の構築 20
3.2 模型を用いた Goldberger-Treiman 関係式の導出 24
3.3 核子 $N(939)$ の軸性電荷 26

4 核子のカイラル不変質量 28
4.1 3 フレーバー模型の構築 28
4.2 核子の質量行列 33
4.3 拡張された Goldberger-Treiman 関係式による制限 36
4.4 数値解析 38

5 8 重項バリオンのパリティ 2 重項構造 43
5.1 明示的なカイラル対称性の破れの効果 43
5.2 簡略化された模型の数値解析 45
5.3 核子の質量のカイラル凝縮依存性 52

6 まとめと考察 54

付録 A スピン 1 を持つ中間子に対して拡張された Goldberger-Treiman 関係式 57

付録 B スピン 0 を持つ中間子に対して拡張された Goldberger-Treiman 関係式 59

付録 C バリオン場のパリティ 63

付録 D 3 フレーバーパリティ 2 重項模型の質量行列と軸性電荷 65
D.1 ハイペロンの質量行列 65
D.2 軸性電荷 67

概要

本研究では、3 フレーバーパリティ 2 重項模型を用いてフレーバー 8 重項バリオンの質量、崩壊幅、及び、軸性電荷の研究を行った。カイラル対称性は強い相互作用を記述する量子色力学が持つ対称性である。ハドロン相においてカイラル対称性はフレーバー対称性に自発的に破れている。バリオンの質量、崩壊幅、軸性電荷を通してその破れの構造やバリオンのカイラル対称性の表現について調べる。

3 フレーバーにおけるフレーバー 8 重項バリオンは、SU(3) の群構造を持つフレーバー対称性の既約表現に属する核子 (陽子と中性子)、Σ バリオン、Λ バリオン、Ξ バリオンのことである。そして、パリティ 2 重項構造とは、カイラル対称性が回復した極限において縮退を起こすフレーバー 8 重項バリオンが 2 重項を組む構造のことである。カイラル対称性の自発的破れとパリティ 2 重項構造により、拡張された Goldberger-Treiman 関係式が得られる。拡張された Goldberger-Treiman 関係式は、パリティ 2 重項バリオンの質量と軸性電荷を、パリティ 2 重項バリオンとパイ中間子の相互作用の結合定数に関係付ける式である。この関係式の制限の下で、8 重項バリオンの実験データを再現できるかは非自明である。

カイラル対称性の自発的破れとパリティ 2 重項構造が、フレーバー 8 重項バリオンの質量、崩壊幅、軸性電荷を説明し得るかを確認するために、パリティ 2 重項模型を構築し解析を行う。3 フレーバーパリティ 2 重項模型に導入する核子のカイラル対称性の表現を $[(\mathbf{3},\mathbf{6})\oplus(\mathbf{6},\mathbf{3})]$ とした場合 (2 フレーバーでは $[(\mathbf{2},\mathbf{3})\oplus(\mathbf{3},\mathbf{2})]$)、核子 $N(939)$ の軸性電荷の実験値 1.27 を再現し得ることが分かる。ただし、拡張された Goldberger-Treiman 関係式の制限により、表現 $[(\mathbf{3},\mathbf{6})\oplus(\mathbf{6},\mathbf{3})]$ とそのパリティ 2 重項のパートナーでのみ構築されたパリティ 2 重項模型は 8 重項バリオンの崩壊幅の実験値を再現できないことを示す。

フレーバー 8 重項バリオンに属する核子の質量、崩壊幅、軸性電荷を再現するために、$[(\mathbf{3},\mathbf{6})\oplus(\mathbf{6},\mathbf{3})]$ と共に $[(\mathbf{3},\bar{\mathbf{3}})\oplus(\bar{\mathbf{3}},\mathbf{3})]$,$[(\mathbf{8},\mathbf{1})\oplus(\mathbf{1},\mathbf{8})]$ のカイラル表現に属するバリオン場を模型に導入する。模型から拡張された Goldberger-Treiman 関係式を通して崩壊幅 $\Gamma\left(N(1440)\to N(939)+\pi\right)$ の上限が与えられた。そして、その上限は、その崩壊幅の実験値と矛盾しないことを確認する。その上で、核子 $N(939)(J^P=\frac{1}{2}^+)$ のカイラル表現の混合比やカイラル不変質量を計算する。核子 $N(939)$ は、カイラル表現 $[(\mathbf{3},\mathbf{6})\oplus(\mathbf{6},\mathbf{3})]$ を主成分 ($\sim 80\%$) として構成されていることを示す。そして、核子 $N(939)$ のカイラル不変質量は、概ね 500 – 800 MeV である。

次に、ハイペロンを含んだフレーバー 8 重項バリオンの質量、崩壊幅、軸性電荷を調べるために、カレントクォーク質量を考慮した模型に改良する。その上で、Model-(i)$[(\mathbf{3},\mathbf{6})\oplus(\mathbf{6},\mathbf{3})]+[(\mathbf{3},\bar{\mathbf{3}})\oplus(\bar{\mathbf{3}},\mathbf{3})]$ と Model-(ii)$[(\mathbf{3},\mathbf{6})\oplus(\mathbf{6},\mathbf{3})]+[(\mathbf{8},\mathbf{1})\oplus(\mathbf{1},\mathbf{8})]$ のカイラル表現に属するバリオン場で構築された 2 通りの簡略化された模型を用いて数値解析を行う。それぞれの簡略化した模型で、フレーバー 8 重項バリオンの質量、崩壊幅、軸性電荷の実験値をインプットとして数値解析を行い、この模型を用いて実験値を再現できるかを確認する。最後に、カイラル対称性の破れの強さを調節することで、核子 $N(939)$ のカイラルパートナーについて調べる。バリオンのカイラルパートナーは、パリティ 2 重項構造により縮退を起こす。2 通りの簡略化された模型で、それぞれ核子 $N(939)$ のカイラルパートナーが異なる。Model-(i) では、$N(1440)(J^P=\frac{1}{2}^+)$ が核子 $N(939)$ のカイラルパートナーであり、Model-(ii) では、$N(1440)(J^P=\frac{1}{2}^+)$ と $N(1535)(J^P=\frac{1}{2}^-)$ の両核子以外の励起状態の核子が、核子 $N(939)$ のカイラルパートナーであることを示す。

1　導入

1.1　ハドロンと量子色力学

原子核を構成する核子 (陽子や中性子) は核力によって束縛されている。核力はパイ中間子等の粒子が媒介することで核子間に働く。これらの核子やパイ中間子等は総称してハドロンと呼ばれる。2014 年の Particle Data Group(PDG) による「Review of Particle Physics」[1] にリストされているハドロンは 300 種類以上ある。ハドロンは、質量、スピン、パリティ変換性 $\mathcal{P}$、電荷共役変換性 $\mathcal{C}$ の他にバリオン数、アイソスピン数と呼ばれる量子数等によって分類される。図 1 に 2 GeV 以下の質量を持つハドロンを例示した。1960 年代に Gell-Mann と Zweig によるクォーク模型を用いて、ハドロンの分類や質量スペクトルについて研究が行われた [2–4]。現在ではハドロンは素粒子であるクォークの複合粒子であると考えられ、その構成によってバリオンと中間子 (メソン) に分類される。クォーク模型ではバリオンは図 2 のように 3 つのクォークから構成され、中間子は図 3 のようにクォークと反クォークから構成される。クォークは強い相互作用によって結び付けられ、ハドロンを構成する。この強い相互作用を記述する理論は素粒子標準模型の一角を成す量子色力学 (QCD: Quantum ChromeDynamics) である。そのため QCD は、ハドロン物理における第一原理に位置付けられており、その QCD の研究はハドロンの質量や相互作用等の様々なハドロンの性質の系統的な理解に繋がる。

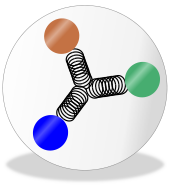


図 2　バリオンの模式図。赤、緑、青の丸はクォーク、それらをつなぐ曲線はグルーオンを表す。

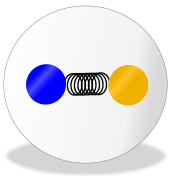


図 3　中間子の模式図。赤の丸はクォーク、シアンの丸は反クォークを表し、それらをつなぐ曲線はグルーオンを表す。

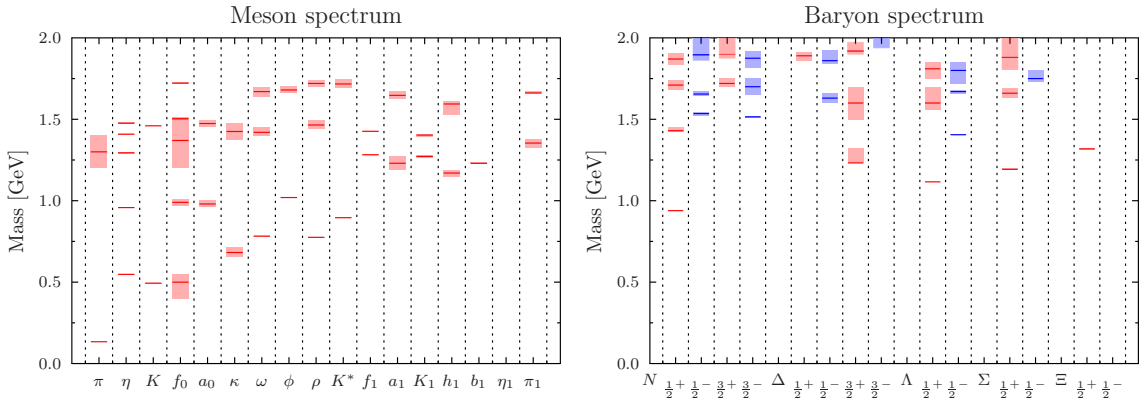


図 1　中間子の質量 (左) とバリオンの質量 (右)。質量以外の量子数が等しい粒子を同じ列に並べた。

QCD の持つ性質の一つにカイラル対称性がある。一方で、クォークはアップクォーク (u)、ダウンクォーク (d)、ストレンジクォーク (s) 等の種類があり、これはフレーバーと呼ばれる。カイラル対称性は、QCD のダイナミクスによりフレーバー対称性へ自発的に破れている。フレーバー対称性はハドロンの縮退現象等の性質として現れているが、カイラル対称性の自発的破れの証は、例えばパイ中間子のダイナミクスに見ることができる。南部-Goldstone 定理によると、対称性が自発的に破れた系においては質量を持たない粒子が存在する。この質量を持たない粒子は南部-Goldstone（NG）ボソンと呼ばれる粒子である。特に、カイラル対称性の破れに伴って現れる NG ボソンはパイ中間子であると考えられている。多くのハドロンはおよそ 1GeV の質量を持つのに対して、パイ中間子の質量は約 0.14 GeV であるため質量が小さい。厳密にパイ中間子の質量がゼロでない理由は、クォークの質量項 (カレントクォーク質量) が存在し、カイラル対称性が近似的な対称性である為である。さらに、カイラル対称性の破れから低エネルギー定理が得られる。この定理は、パイ中間子の相互作用に関していくつかの関係式を与える。Goldberger-Treiman(GT) 関係式 [5, 6] はその一例であり、この論文においても繰り返し議論する。このようにカイラル対称性の破れはハドロンの多くの性質を決定しており、カイラル対称性の破れを議論することで、ハドロンの性質やその性質の起源について考えることができる。

QCD は群 SU(3) に対するゲージ理論である。この理論に対する電荷は、視覚的な色に例えて「赤」「緑」「青」と区別され、「カラー」と呼ばれる。図 2 と図 3 において螺旋状の曲線で表されたグルーオンは、カラー間に働く強い相互作用を媒介するゲージ粒子である。この理論は漸近的自由性を持つ。この性質は、エネルギースケールが大きくなる (長さのスケールが小さくなる) に従って結合定数の大きさが小さくなり、逆に、エネルギースケールが小さくなる (長さのスケールが大きくなる) に従って結合定数の大きさが大きくなるという性質である。そのため、あるエネルギースケール ($\Lambda_{\rm QCD}$ ∼ 数 GeV) より十分高エネルギー領域でのみ結合定数に対する摂動展開が正当化できる。そして、ハドロン物理のエネルギー領域 (数 GeV) において QCD を直接的に解析するには非摂動計算が必要とされる。その非摂動的効果の結果として、カラーを持たない状態のみが観測可能であり、これを「カラー閉じ込め」と呼ぶ。ここで、カラーを持たない状態とはハドロンのことである。

ハドロン物理の性質を研究するための主な方法として、格子ゲージ理論を用いた数値計算 (格子 QCD 計算) やハドロン有効模型を構成する方法がある。格子ゲージ理論は、格子状に離散化された時空間上のゲージ場の理論である。この理論を用いて数値計算を行うと非摂動的に第一原理である QCD を計算できるという強みを持つ。一方、ハドロン有効模型はいくつかの対称性等の議論からハドロンを基本粒子とした模型を構築し、その模型を通してハドロンの質量等の性質について解析を行う。この論文では、特にカイラル対称性を伴うハドロン有効模型を構成する。ハドロン有効模型を解析する方法の利点は、物理現象の生じる機構の理解と物理量の予言に繋がる点である。ただし、ハドロンを基本粒子として扱うため、ハドロンの内部自由度であるクォークがカラー閉じ込めから解放されないことを仮定する。この他にも、南部-Jona-Lasinio (NJL) 模型や MIT バッグ模型等のクォークの自由度でハドロンを記述する模型がある。さらには、QCD 和則や Schwinger-Dyson 方程式を用いる等の方法がある。

QCD の主な特徴は、カイラル対称性と漸近的自由性の他にもいくつかある。一つは、$U(1)_A$ 量子異常 (アノマリー) と呼ばれる $U(1)_A$ 対称性の量子効果による破れである。これにより、η' 中間子は NG ボソンとは見なされず、実際に 0.958 GeV の質量を持っている。そして、SU(3) のゲージ理論では真空としてゲージ場がトポロジカルな構造を持つ θ 真空が選ばれることが知られている。ただし、その値は実験による制限 $\theta \lesssim 10^{-10}$ がある。さらに、$\theta \simeq 0$ である事と関連しているのだが、QCD の真空がパリティ変換と電荷共役変換の下での不変性を持つことも QCD の特徴である。カイラル対称性と共にこれらの性質も考慮し、ハドロン有効模型を構成する。

次に、QCD の主要な研究分野について紹介する。近年、陽子と中性子の数密度が異なる核物質 (非対称核物質) の研究で発展があった。中性子星の質量は太陽の質量の約 1.4 倍であると考えられていた [7]。そして、中性子星の典型的な半径は 7km – 15km である。中性子星の形状と質量密度分布をそれぞれ球体で一様であることを仮定すると、質量が 1.4 倍の太陽質量で半径が 10km の中性子星内部の質量密度は約 $7 \times 10^{14}\,\mathrm{g/cm^3}$ である。標準原子核密度における核物質の質量密度は約 $2.7 \times 10^{14}\,\mathrm{g/cm^3}$ であるので、中性子星内部は高密度の核物質と考えられる。そのため、中性子星内部は核物質の状態方程式を用いて記述できると期待できる。しかし、2010 年に太陽質量の 2 倍の質量を持つ重い中性子星が発見 [8] [*1] されたことにより、中性子星内部の状態方程式の候補の多くは排除された。星は、星の自己重力と物質の圧力が釣り合うことで支えられている。状態方程式が排除されたのは、原子核物理における状態方程式によって計算される中性子星の内部の物質の圧力では、自己重力を支えられないためである。

中性子星を構成する物質を理想フェルミ気体として扱う方法で中性子星内部の状態を考えてみる。いくつかの仮定の下、この方法で物質の圧力 P を計算すると、粒子の種類数 d の 2/3 乗に反比例する : $P \propto d^{-\frac{2}{3}}$。粒子の種類とは陽子や中性子等のことである。ストレンジクォークを含むバリオンはハイペロンと呼ばれるのだが、中性子星を構成する物質としてハイペロンを考慮すると種類数 d が大きくなり、物質の圧力 P が小さくなる。つまり、ハイペロンが中性子星内部に現れることで粒子の種類が増えると、星の自己重力を支えることが困難になる。ここでも、中性子星内部の物質を理想フェルミ気体として計算するとハイペロンが現れる可能性は大きい。ただし、物質を理想フェルミ気体として扱う方法では、物質がフェルミ粒子であることに由来するパウリの排他原理は考慮するが、物質間に働く核力の効果を無視される。そのため、ハイペロンの中性子星内部での出現に関しては、ハイペロンと核子間の相互作用の強さに関する研究が大きく関連する。逆の視点から見ると、2010 年に太陽質量の 2 倍の質量を持つ重い中性子星が発見は、ハイペロンと核子間の相互作用に新たな制限を与えている。

中性子星内部の状態は、陽子に比べ中性子の密度が大きい中性子過剰核 (非対称核) であると考えられている。また、理化学研究所の RIBF や韓国の RAON 等、中性子過剰核に対する実験が行われている。観測や実験において非対称核物質の物理に関する研究が発展している。

QCD は、クォークとグルーオンと呼ばれるゲージ粒子、これら 2 種類の粒子のダイナミクスを

[*1] 2010 年に発見された重い中性子星の質量は $(1.97 \pm 0.04)\,M_\odot$ [8] である。さらに、2013 年にも $(2.01 \pm 0.04)\,M_\odot$ の中性子星が発見された [9]。

記述するゲージ理論である。クォーク・グルーオンの多体系の相図として QCD 相図 (図 4) が描かれる [10, 11]。図 4 の横軸はバリオン数に対する化学ポテンシャル μ_B を、縦軸は温度 T を表している。カラー閉じ込めやカイラル対称性の自発的な破れが起き、クォークの複合粒子であるハドロンが準粒子として振る舞う相をハドロン相と呼び、図の μ_B–T 平面の左下の領域である。通常原子核内の状態はこの相に属する。さらに、液滴模型を用いた研究により、通常原子核は液体としての性質を持つことが知られている [12]。一方で、クォーク・グルーオンプラズマ (QGP) 相は、カラー閉じ込めからクォークやグルーオンが解放された状態が実現した相である [13]。この相の存在は、RHIC(BNL) や LHC(CERN) における高エネルギー実験により示唆されている。QGP 相では秩序変数の定義や臨界点の探索等の残された課題も存在する。また、カラー閉じ込めからの解放とカイラル対称性の回復の関係性についても研究途上である。QCD 相図において高密度領域の物理は、図中でクエスチョンマーク「?」を用いて表したように未知の領域である。その領域では、局所的なカイラル対称性の回復やカラー超電導相などの相の存在が理論的に研究されている。

ゼロ密度・ゼロ温度での QCD 真空は、フレーバー対称性とパリティ対称性を持つ。これは、Vafa-Witten の定理 [14, 15] により、QCD のようなベクトル型の理論において示された。つまり、明示的なカイラル対称性の破れを含まない QCD においてフレーバー対称性とパリティ対称性は自発的に破れない。そのため、Vafa-Witten の定理により保護されているフレーバー対称性とパリティ対称性に対する破れを引き起こすためには、化学ポテンシャル等の外力を系に加える必要がある。それらの外力を系に加え、フレーバー対称性とパリティ対称性に対する破れを強制的に引き起こすことで、カイラル対称性の破れに関する新たな情報が得られることが期待できる。系に加える外力としては、アイソスピン数やストレンジネス数に対する化学ポテンシャルがある。これらは、先述した中性子星内部の状態や中性子過剰核の研究に関連する分野である。特にアイソスピン数化学ポテンシャルの大きさがパイ中間子の質量を超えるとパイ中間子凝縮相が存在する可能性について多くの研究が存在する [16–42]。また、外磁場が存在する系におけるハドロンの質量や半径等の性質に関する研究も行われている [43]。これらの外力が加えられた系の研究は、図 4 の QCD 相図において「その他の軸」に対応する新たな相構造の探求である。

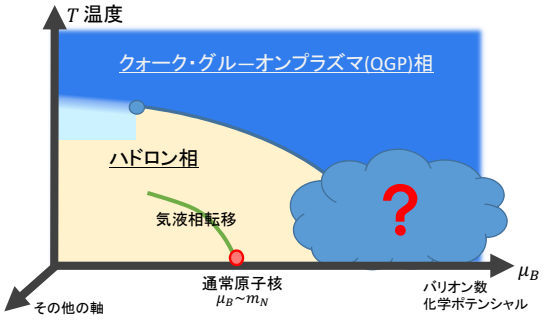


図 4　QCD 相図。

その他の分野として、重いクォーク (チャームクォーク、ボトムクォーク) を含むハドロンやエキゾチックハドロンに関する研究がある。重いクォーク (チャームクォーク、ボトムクォーク) を含むハドロンとは D, B 中間子や Σ_c, Ξ_c バリオン等のことである。これらのハドロンの研究には、カイラル対称性の他に “Heavy Quark Symmetry” が用いられる。そして、エキゾチックハドロンは、クォーク模型において図 2 や 3 のようにクォーク 2 つまたは 3 つのハドロンとして説明できず、クォーク 4 つ以上から構成されるハドロンのことである。2003 年以降に、テトラクォークと

考えられる X, Y, Z 中間子が次々に発見された。また、2015 年にはペンタクォークと考えられるバリオン $P_c(4450)$ と $P_c(4380)$ が発見された [44]。

1.2 本研究への導入

前述の通り、2010 年に太陽質量の約 2 倍の質量を持つ中性子星が発見されたことにより、それまで考えられていた多くの状態方程式が排除された [8]。そのため、中性子星内部の状態方程式を再考する必要がある。再考の際の問題点は、中性子星内部でハイペロンが存在するか否か、また、ハイペロンが存在するならば状態方程式にどれほどの影響があるのか、という点である。これらの問題に対する答えを得る為には、ハイペロンと核子の相互作用が決定しなければいけない。

カイラル対称性は、基礎理論である QCD の存在を反映した対称性である。そのため、ハドロンが粒子の適当な自由度として振る舞う任意の系において、カイラル対称性とその破れの構造は尊重されなければならない。ゼロ密度と有限密度の双方の系においても例外ではない。中性子星内部は高密度非対称核物質であると予想されるが、そのような系の状態方程式を得るためには、カイラル対称性を尊重したゼロ密度と有限密度の双方に適用可能なハドロン有効模型を構築する必要がある。ゼロ密度や標準原子核密度の系は、実験データ等の既知の情報が豊富な環境である。よって、特に格子 QCD 計算や実験のデータが多いゼロ密度に注目し、核子やハイペロンの相互作用を再現する模型を、カイラル対称性を尊重して構築することが第一ステップである。

中性子星内部では、ベータ平衡が成り立つと考えられている [7]。核子やハイペロンのベータ過程を司るのは、それぞれに対する軸性電荷である。また、中性子星が誕生する過程において、内部にある熱を放出し冷却される。この冷却は、ベータ崩壊によりできたニュートリノがエネルギーとして放出されることにより起きる。そのため、中性子星の内部の状態方程式を計算するためには、軸性電荷を再現することも重要である。

よって中性子星内部の状態方程式に対する研究においては、カイラル対称性とその破れの構造を考慮し、核子やハイペロンの質量、相互作用、軸性電荷を再現する模型を構築することが重要である。本研究の内容は、その第一ステップであるゼロ密度での研究に当たる。

本研究では、ハドロンの性質として特に、フレーバー 8 重項バリオンの質量や崩壊幅、軸性電荷について注目する。3 フレーバー (u-, d-, s-クォーク) に対するフレーバー対称性は SU(3) の群を成すが、フレーバー 8 重項バリオンとはその群の随伴表現に属するバリオンである。カイラル対称性の破れから導かれた GT 関係式は、バリオンの質量、崩壊幅、軸性電荷の間に成り立つ関係式である。そのため、カイラル対称性を尊重した理論によりバリオンの性質を説明する際には、バリオンの質量、崩壊幅、軸性電荷の間に GT 関係式が成り立つ。この GT 関係式による制限の下で、現在までに実験により発見されているバリオンの性質を説明できるかは自明ではない。よって、QCD を第一原理としてハドロンの性質を説明するためには、GT 関係式を考慮する必要がある。

スピン 1/2 のフレーバー 8 重項バリオンの基底状態は、核子 $N(939)\left(J^P = \frac{1}{2}^+\right)$ を含むフレーバー対称性の多重項である。図 1 から見て取れるように、パリティが正と負それぞれの核子が多く存在している。クォーク模型を用いた解析の結果によると表 1.2 に示されたバリオンはフレーバー

表 1 クォーク模型を用いた解析においてフレーバー 8 重項バリオンに属するとされるスピン 1/2 のバリオン (PDG [1] より)。

J^P	Octets			
$1/2^+$	$N(939)$	$\Lambda(1116)$	$\Sigma(1193)$	$\Xi(1318)$
$1/2^+$	$N(1440)$	$\Lambda(1600)$	$\Sigma(1660)$	$\Xi(1690)$
$1/2^-$	$N(1535)$	$\Lambda(1670)$	$\Sigma(1560)$	$\Xi(?)$
$1/2^-$	$N(1650)$	$\Lambda(1800)$	$\Sigma(1620)$	$\Xi(?)$
$1/2^+$	$N(1710)$	$\Lambda(1810)$	$\Sigma(1880)$	$\Xi(?)$

8 重項を構成する。本研究では 3 フレーバーのカイラル対称性を尊重したハドロン有効模型において、これらの 8 重項バリオンの質量、崩壊幅、軸性電荷を再現する。3 フレーバーでハドロン有効模型を構築することで、ハイペロンの相互作用に関する情報を得ることができ、将来的に中性子星内部の状態方程式の決定に繋がることが期待できる。

2 フレーバーパリティ 2 重項模型は 1972 年に Lee [45] によって提唱され、1989 年に DeTar・国広 [46] により改良された。2 フレーバーパリティ 2 重項模型では、核子 $N(939)$ $\left(J^P = \frac{1}{2}^+\right)$ と $N(1535)$ $\left(J^P = \frac{1}{2}^-\right)$ をパリティ 2 重項として導入される。さらに、この模型では、$N(939)$ と $N(1535)$ の質量差はカイラル対称性の破れによって生じる。そして、カイラル対称性が回復する極限において、$N(939)$ と $N(1535)$ は m_0 により表されるカイラル不変質量を持つ。この構造に関する先行研究 [46–58] は多く存在する。この模型はカイラル対称性を尊重して構成されているので、$N(939)$ の質量 $m_{N(939)}$、$N(939)$ とパイ中間子の結合定数 $g_{\pi NN}$、$N(939)$ の軸性電荷 $g_A\,(N(939))$ の間に成り立つ GT 関係式が導かれる。さらには、その GT 関係式をパリティ 2 重項のパートナーに対して拡張させた関係式も導くことができる。この関係式は、$N(939)$ と $N(1535)$ の質量差 $\left(m_{N(1535)} - m_{N(939)}\right)$ とパイ中間子との相互作用 $g_{\pi NN^*}$ の間に成り立つ関係式である。その拡張された GT 関係式を用いると、カイラル不変質量 m_0 に関する情報が得られ、値は $m_0 \lesssim 500\,\mathrm{MeV}$ (例えば、参考文献 [47, 57] を見よ) であると実験データとの整合性が良い。一方で、パリティ 2 重項模型を核物質の研究に用いた場合には、カイラル不変質量 m_0 の値はより大きい値 (例えば、$m_0 \gtrsim 800\,\mathrm{MeV}$ [59, 60], $m_0 \gtrsim 500\,\mathrm{MeV}$ [61]) であると計算された。そして、参考文献 [55, 56] の格子 QCD 解析の結果は、核子 $N(939)$ の質量の大部分がカイラル不変質量であることを示唆している。

参考文献 [51–54] は、パリティ 2 重項模型を 3 フレーバーに拡張した。その模型はカイラル対称性 $\mathrm{U(3)_L \times U(3)_R}$ の不変性を持つ。参考文献 [46] で指摘されたように、2 フレーバーの模型で核子場がカイラル群の表現 $[(\mathbf{1},\mathbf{2}) \oplus (\mathbf{2},\mathbf{1})]$ に属する場合は、核子 $N(939)$ の軸正電荷 g_A の値は $g_A \leq 1$ である。しかし、核子 $N(939)$ の軸性電荷の値は $g_A = F + D = 1.268 \pm 0.006$ であることが知られている。ここで、F と D は、参考文献 [62] において定義されたフレーバー 8 重項バリオンの基底状態の軸性結合定数である。そして、その値はバリオンのレプトン崩壊の実

験から 0.475 ± 0.004 と 0.793 ± 0.005 と計算されている [63]。この軸性電荷の値に関する問題を解決するために、参考文献 [51–54] は、カイラル対称性 $\mathrm{U(3)_L \times U(3)_R}$ の表現 $[(\mathbf{3},\bar{\mathbf{3}}) \oplus (\bar{\mathbf{3}},\mathbf{3})]$, $[(\mathbf{3},\mathbf{6}) \oplus (\mathbf{6},\mathbf{3})]$, $[(\mathbf{8},\mathbf{1}) \oplus (\mathbf{1},\mathbf{8})]$ に属するパリティが正と負バリオンを導入した。カイラル表現 $[(\mathbf{3},\mathbf{6}) \oplus (\mathbf{6},\mathbf{3})]$ に対する軸性電荷の値は 5/3 であるため、軸性電荷 $g_A(N(939))$ が 1 以上の値を持つ可能性がある。その上で、模型と実験データとの比較のために 6 つの導入されたバリオン場の中から適当な組み合わせをいくつか選び解析を行った。それぞれの組み合わせにおいて、模型の解析から得られたバリオンの質量や軸性電荷の値と実験データの整合性について議論した。

この論文では、まず、カイラル対称性の破れの秩序変数や低エネルギー定理を導く議論を行う。その後に、2 フレーバーパリティ 2 重項模型を用いて解析を行う。1 種類のカイラル表現を用いて構成した 2 フレーバーパリティ 2 重項模型では、$N(939)$ の軸性電荷の実験値とそのパリティ 2 重項のパートナーの崩壊幅の実験値の両方を説明することが困難であることを示す。これは、拡張された GT 関係式が存在による結合定数への制限があるためである。 そのため、3 フレーバーパリティ 2 重項模型に導入された 6 つ全てのバリオン場を用いて解析を行う。そして、拡張された GT 関係式が存在により、模型のパラメータの値によらずこの関係式から $N(1440) \to N(939) + \pi$ の崩壊幅に対する上限を与える。さらに、数値解析により、核子 $N(939)$ がカイラル表現 $[(\mathbf{3},\mathbf{6}) \oplus (\mathbf{6},\mathbf{3})]$ の成分をおおよそ 80% 含んでおり、$N(939)$ のカイラル不変質量が概ね 500 – 800 MeV であることを示す。このカイラル不変質量の値は参考文献 [61] の解析と無矛盾である。そして最後に、ハイペロンまで考慮して、フレーバー 8 重項の実験データと整合するパリティ 2 重項模型を構築できるかを数値解析で検証した。その際、パリティ 2 重項模型に含めるカイラル表現に対する 2 通りの組み合わせでそれぞれ解析を行った。これらの 2 通りの組み合わせは、核子 $N(939)$ の軸性電荷の実験値との整合性があると考えられる組み合わせである。フレーバー 8 重項の数値解析により、核子 $N(939)\left(J^P = \frac{1}{2}^+\right)$ のパリティ 2 重項構造のパートナーが $N(1440)\left(J^P = \frac{1}{2}^+\right)$ である可能性や、$N(1440)\left(J^P = \frac{1}{2}^+\right)$ と $N(1535)\left(J^P = \frac{1}{2}^-\right)$ の両核子以外の核子であるという可能性を指摘する。

この論文は 6 つの章で構成される。2 章では、QCD におけるカイラル対称性とその自発的破れについて議論を行う。特に、カイラル対称性の破れの構造から導かれる低エネルギー定理である Goldberger-Treiman 関係式を拡張する。3 章では、2 フレーバーパリティ 2 重項模型について述べる。この際に、核子の軸性電荷と拡張された GT 関係式により、2 フレーバーにおけるカイラル表現 $[(\mathbf{2},\mathbf{3}) \oplus (\mathbf{3},\mathbf{2})]$ を含めた模型の構築の必要性について述べる。4 章ではさらに 3 フレーバー拡張し、拡張された Goldberger-Treiman 関係式を 3 フレーバーにおいても成り立つことを確認する。カイラル表現 $[(\mathbf{3},\mathbf{6}) \oplus (\mathbf{6},\mathbf{3})]$ を含めた模型であるが、これは 2 フレーバーにおけるカイラル表現 $[(\mathbf{2},\mathbf{3}) \oplus (\mathbf{3},\mathbf{2})]$ に対応する。その上で、核子の基底状態と励起状態の実験値をこの模型が制限することを確認する。4 章で示す結果は副論文 [58] で与えた。5 章では、ハイペロンに対する質量や崩壊幅、軸性電荷を再現する 2 種類の模型を構成する。核子 $N(939)$ のパリティ 2 重項パートナーが、その 2 種類の模型において異なることを見出す。

2　カイラル対称性とその自発的破れ

この章では、カイラル対称性とその自発的な破れについてまとめる。節 2.1 では、量子色力学 (QCD) の Lagrangian が持つカイラル対称性について述べた後、カイラル対称性の自発的な破れに関係する秩序変数について述べる。そして、節 2.2 では、カイラル対称性がフレーバー対称性へ自発的に破れる構造より導かれる低エネルギー定理の一つである Goldberger-Treiman(GT) 関係式を拡張した形で導出する。

2.1　量子色力学とカイラル対称性

QCD Lagrangian がカイラル対称性を持つこと確認する。そして、カイラル対称性の秩序変数を得ることで、カイラル対称性が回復した極限においてハドロンの縮退現象が起こることについて述べる。

QCD は SU(3) ゲージ理論であり、N_f 種類のクォークをディラック場として含んでいる QCD の Lagrangian は

$$\mathcal{L}_{\mathrm{QCD}} = \sum_f \bar{q}^f \left(i\not{D} - m_f\right) q^f - \frac{1}{2}\mathrm{Tr}\left[F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\right] \qquad \begin{cases} D_\mu q \equiv \left(\partial_\mu - igA_\mu\right) q \\ F_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu - ig\left[A_\mu, A_\nu\right] \end{cases} \tag{2.1}$$

と書くことができる。ここで、q_f と A_μ はそれぞれクォーク場とグルーオン場である。クォーク場を以下のように分解する：

$$q_r = P_R q\ ,\quad q_l = P_L q \qquad \left[P_{R,L} = \frac{1 \pm \gamma_5}{2}\right]\ . \tag{2.2}$$

これはカイラリティと呼ばれ、それぞれ分解されたクォークは右巻き、左巻きと呼ばれる。すると、

$$\mathcal{L}_{\mathrm{QCD}} = \sum_f \left[\bar{q}_r^f i\not{D} q_r^f + \bar{q}_l^f i\not{D} q_l^f\right] + \sum_f m_f \left(\bar{q}_l^f q_r^f + \bar{q}_r^f q_l^f\right) - \frac{1}{2}\mathrm{Tr}\left[F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\right] \tag{2.3}$$

と書くことができる。この Lagrangian は $m_f = 0$ の場合に

$$q_r^f \to \left(g_R\right)_{ff'} q_r^{f'} \qquad q_l^f \to \left(g_L\right)_{ff'} q_l^{f'} \tag{2.4}$$

のような q_r と q_l のユニタリー変換の下で不変である。この変換は群 $\mathrm{U}(N_f)_{\mathrm{R}}\times\mathrm{U}(N_f)_{\mathrm{L}}$ $(=\mathrm{SU}(N_f)_{\mathrm{R}}\times\mathrm{SU}(N_f)_{\mathrm{L}}\times\mathrm{U}(1)_{\mathrm{V}}\times\mathrm{U}(1)_{\mathrm{A}})$ を成し、この不変性はカイラル対称性と呼ばれる[*2]。

[*2] QCD Lagrangian におけるクォーク場の質量項 (カレントクォーク質量) はカイラル対称性を明示的に破る。しかし、典型的なハドロンの質量の大きさは 1GeV であるのに対して、アップクォークとダウンクォークの質量は格子 QCD 計算等より約 0.005GeV と計算されているため、これらを比べて十分に質量項の寄与は小さいと考えられる。一方で、ストレンジクォークの質量は約 0.095GeV であり、アップクォークとダウンクォークの質量に比べれば大きいが、1GeV に比べて小さいと扱うことは可能である。そのため、2 フレーバーや 3 フレーバーにおいてカイラル対称性は近似的な対称性として扱われる場合や、質量項を無視した極限 (カイラル極限) によって完全な対称性として扱われる場合がある。

QCD が古典レベルで持つカイラル対称性は、QCD のダイナミクスによりフレーバー対称性に自発的に破れる [15] : $\mathrm{SU}(N_f)_{\mathrm{R}}\times\mathrm{SU}(N_f)_{\mathrm{L}} \to \mathrm{SU}(N_f)_{\mathrm{F}}$. また、$\mathrm{U}(1)_{\mathrm{A}}$ 対称性は QCD の量子異常 (アノマリー) により破れる[*3]。自発的破れと量子異常の破れにより、カイラル対称性は $\mathrm{SU}(N_f)_{\mathrm{F}}\times\mathrm{U}(1)_{\mathrm{V}}$ に破れた QCD 真空が実現される。パイ中間子はこの自発的破れの際の南部-Goldstone(NG) 粒子として現れる。他方、QCD 真空はパリティ対称性 ($\mathcal{P}$) と電荷共役変換対称性 ($\mathcal{C}$) も保つ[*4]。

「対称性が自発的に破れる」ことは以下のように定義される。対称性 G が自発的に破れるとは、G に対する Noether カレント j_μ と、ある演算子 $\Phi(x)$ を用意した際に

$$\langle 0|\,\delta\Phi(x)\,|0\rangle \equiv \int d^3\vec{y}\,\langle 0|\,i\,[j_0(y),\Phi(x)]\,|0\rangle \neq 0 \tag{2.5}$$

を満たした場合である[*5]。そのため、$\langle 0|\,\delta\Phi(x)\,|0\rangle$ は、対称性 G の破れた相と破れていない相の間の相転移に関する秩序変数である。

そのような対称性 G が自発的に破れた相においては対称性 G に対する Noether 電荷は well-defined でない。そのため、対称性 G の Noether 電荷は、状態を特徴付ける量子数として扱うことができない。しかし、保存則を満たす Noether カレントを定義することはでき、また、南部-Goldstone 定理より、そのカレントはその対称性の破れに伴い現れたゼロ質量の南部-Goldstone 粒子と結合する。この事実が次節 2.2 で議論する低エネルギー定理を導く。

具体的に、カイラル対称性の場合には、式 (2.5) において $\mathrm{SU}(N_f)_{\mathrm{R,L}}$ に対するカレント $j^a_{R,L\mu}$ を用いることになる。一方で、 系に化学ポテンシャル等の外場を加えない限り、カイラル対称性の部分群であるフレーバー対称性は破れないことは示されている [15] ので

$$j^a_{V\mu}(x) = j^a_{R\mu} + j^a_{L\mu} = \bar{q}\gamma_\mu T^a q(x)\ , \quad j^a_{A\mu}(x) = j^a_{R\mu} - j^a_{L\mu} = \bar{q}\gamma_\mu\gamma_5 T^a q(x) \tag{2.7}$$

と取り直して、軸性カレント $j^a_{A\mu}$ に対応する変換の秩序変数について考える。

$$S(x) = \bar{q}q(x)\ , \quad P^a(x) = \bar{q}i\gamma_5 T^a q(x) \tag{2.8}$$

[*3] QCD の量子異常による $\mathrm{U}(1)_{\mathrm{A}}$ 対称性の破れは、SU(3) のゲージ理論の QCD において基本表現であるクォークの量子効果により生じる : $\partial^\mu j^0_{A\mu} = 2N_f\frac{g^2}{32\pi^2}F^{\mu\nu}\tilde{F}_{\mu\nu} + (m_q\text{の項})$。ただし、$\mathrm{U}(1)_{\mathrm{A}}$ 対称性の部分群である Z_2 対称性 ($q_{R,L}\to\pm q_{R,L}$) は破れずに残る。

[*4] 非可換ゲージ理論の真空はトポロジカルな構造を持ち、QCD では $\theta(0\le\theta<2\pi)$ というパラメータによって特徴付けられた θ 真空が選ばれる [64]。$\theta\neq 0,\pi$ に対応する真空は、$\mathcal{P}$ や $\mathcal{CP}$ を破る真空である。一方で、実験より θ に関して、$|\theta|\lesssim 10^{-10}$ [1] の制限が与えられている。そして、$\mathcal{P}$ 対称性に関しては、Vafa-Witten の定理 [14] によって $\theta=0$ において自発的に破れないことが示されている。

[*5] 演算子 $\int d^3\vec{y}\,[j_0(t,\vec{y}),\ \cdot\ ]$ は時刻 t の依存性がなく、任意の時刻でよい :

$$\frac{d}{dt}\int d^3\vec{y}\,[j_0(t,\vec{y}),\ \cdot\ ] = \int d^3\vec{y}\,[\partial_0 j_0(t,\vec{y}),\ \cdot\ ] = \int d^3\vec{y}\,\Big([\partial_0 j_0(t,\vec{y}),\ \cdot\ ] - \Big[\nabla\cdot\vec{j}(t,\vec{y}),\ \cdot\ \Big]\Big) = 0\ . \tag{2.6}$$

ここで、カレントに対する保存則 $\partial^\mu j_\mu = 0$ を用いた。

と表されたスカラー演算子 S と擬スカラー演算子 P^a は

$$\begin{aligned}\int d^3\vec{y}\, i\left[j^a_{A0}(y), P^b(x)\right]_{y_0=x_0} =& i\int d^3\vec{y}\, \Big[\left(\bar{q}(y)\gamma_0\gamma_5 T^a\right)_\beta \left\{q^\beta(y), \bar{q}_\alpha(x)\right\}\left(i\gamma_5 T^b q(x)\right)^\alpha \\ & - \left(\bar{q}(x) i\gamma_5 T^b\right)_\alpha \left\{\bar{q}_\beta(y), q^\alpha(x)\right\}\left(\gamma_0\gamma_5 T^a q(y)\right)^\beta\Big]_{y_0=x_0} \\ =& \bar{q}\left\{T^a, T^b\right\} q(x) = \frac{\delta^{ab}}{N_f^2-1}\bar{q}q(x) + d^{abc}\bar{q}T^c q(x) \\ =& \frac{\delta^{ab}}{N_f^2-1} S(x) + d^{abc}\bar{q}T^c q(x) \end{aligned} \tag{2.9}$$

のカレント代数の関係を持つ。フレーバー対称性が破れていないため、真空期待値は $\langle 0|\, \bar{q}T^c q\, |0\rangle = 0$ である。一方で、フレーバー対称性の一重項である $S = \bar{q}q$ の真空期待値 $\langle 0|\, \bar{q}q\, |0\rangle$ はカイラル対称性の秩序変数であることが分かる。

カイラル対称性の秩序変数は $\langle 0|\, \bar{q}q\, |0\rangle$ 以外にも存在する。S と P^a は式 (2.9) 同様に

$$\int d^3\vec{y}\, i\left[j^a_{A0}(y), S(x)\right] = -P^a(x) \tag{2.10}$$

を満たすので、

$$\int d^3\vec{z}\, i\left[j^a_{A0}(z), T\left\{S(x)P^b(y)\right\}\right] = T\left\{\frac{\delta^{ab}}{N_f^2-1} S(x)S(y) + d^{abc}\left(\bar{q}T^c q\right)(x) P^b(y) - P^a(x)P^b(y)\right\} \tag{2.11}$$

が得られる。ここで $T\{\cdots\}$ は T 積を表している。パリティ変換の下での不変性を課すと第 2 項の 2 点関数は消えるので

$$\delta^{ab}\langle 0|\int d^3\vec{z}\, i\left[j^a_{A0}(z), T\left\{S(x)P^b(y)\right\}\right]|0\rangle = \langle 0|\, T\left\{S(x)S(y) - P^a(x)P^a(y)\right\}|0\rangle \tag{2.12}$$

が与えられる。また、演算子

$$V^a_\mu(x) = \bar{q}(x) T^a \gamma_\mu q(x)\ ,\quad A^a_\mu(x) = \bar{q}(x) T^a \gamma_\mu\gamma_5 q(x) \tag{2.13}$$

に対しても

$$\begin{aligned}\int d^3\vec{y}\, i\left[j^a_{A0}(y), V^b_\mu(x)\right] =& -f^{abc} A^c_\mu(x)\ , \\ \int d^3\vec{y}\, i\left[j^a_{A0}(y), A^b_\mu(x)\right] =& -f^{abc} V^c_\mu(x)\end{aligned} \tag{2.14}$$

の関係があるので、

$$\begin{aligned}\langle 0|\int d^3\vec{z}\, i\left[j^a_{A0}(z), T\left\{V^b_\mu(x) A^c_\nu(y)\right\}\right]|0\rangle =& -\langle 0|\, T\left\{f^{acd} V^b_\mu(x) V^d_\nu(y) + f^{abd} A^d_\mu(x) A^c_\nu(y)\right\}|0\rangle \\ =& \frac{f^{abc}}{N_f^2-1}\langle 0|\, T\left\{V^e_\mu(x) V^e_\nu(y) - A^e_\mu(x) A^e_\nu(y)\right\}|0\rangle\end{aligned} \tag{2.15}$$

表 2　カイラル秩序変数：$\langle 0|\int d^3\vec{y} i\left[j^a_{A0}(y),\Phi(x)\right]|0\rangle = \langle 0|\,\delta\Phi(x)\,|0\rangle$。フレーバー対称性とパリティ対称性は破れていない真空 $|0\rangle$ を仮定した。

$\langle 0\|\,\delta\Phi\,\|0\rangle$	Φ
$\langle 0\|\,S(x)\,\|0\rangle$	$P^b(x)$
$\langle 0\|\,T\left\{S(x)\,S(y)-P^a(x)\,P^a(y)\right\}\|0\rangle$	$T\left\{S(x)\,P^b(y)\right\}$
$\langle 0\|\,T\left\{V^a_\mu(x)\,V^a_\nu(y)-A^a_\mu(x)\,A^a_\nu(y)\right\}\|0\rangle$	$T\left\{V^b_\mu(x)\,A^c_\nu(y)\right\}$
$\vdots$	$\vdots$

となる。式 (2.15) の最後の等号は、フレーバー対称性は破れていないという事実を用いて

$$\begin{aligned}\langle 0|\,T\left\{V^b_\mu(x)\,V^d_\nu(y)\right\}|0\rangle &= \frac{\delta^{bd}}{N_f^2-1}\,\langle 0|\,T\left\{V^e_\mu(x)\,V^e_\nu(y)\right\}|0\rangle \\ \langle 0|\,T\left\{A^d_\mu(x)\,A^c_\nu(y)\right\}|0\rangle &= \frac{\delta^{bc}}{N_f^2-1}\,\langle 0|\,T\left\{A^e_\mu(x)\,A^e_\nu(y)\right\}|0\rangle \end{aligned} \tag{2.16}$$

とした。式 (2.12) と (2.15) は

$$\langle 0|\,T\left\{S(x)\,S(y)-P^a(x)\,P^a(y)\right\}|0\rangle \ ,\quad \langle 0|\,T\left\{V^a_\mu(x)\,V^a_\nu(y)-A^a_\mu(x)\,A^a_\nu(y)\right\}|0\rangle \tag{2.17}$$

がカイラル対称性の秩序変数であることを表している。これらを表 2.1 にまとめた。このように、対称性の秩序変数は唯一ではなく、無数の可能性があり、これらはその一例である。カイラル対称性が自発的に破れるとは、それらの秩序変数のどれか一つ以上がゼロでない値をとる場合である。

次に、カイラル対称性が回復した極限 (Chiral-Symmetric Limit) を考える[*6]。式 (2.17) は秩序変数なので、カイラル対称性が回復した極限では

$$\langle 0|\,T\left\{S(x)\,S(y)\right\}|0\rangle_{\text{Chiral-Symmetric}} = \langle 0|\,T\left\{P^a(x)\,P^a(y)\right\}|0\rangle_{\text{Chiral-Symmetric}}\ , \tag{2.18}$$

$$\langle 0|\,T\left\{V^a_\mu(x)\,V^a_\nu(y)\right\}|0\rangle_{\text{Chiral-Symmetric}} = \langle 0|\,T\left\{A^a_\mu(x)\,A^a_\nu(y)\right\}|0\rangle_{\text{Chiral-Symmetric}} \tag{2.19}$$

を満たしている。式 (2.18) と (2.19) は 2 点関数が等しいことを示している。これらの $S,\ P,\ V,\ A$ の演算子はそれぞれ $f_0,\ (\pi,K),\ (\rho,K^*),\ (a_1,K_1)$ の中間子と等しい量子数を持つ。素朴には、この 2 点関数への寄与は質量が最も小さい中間子の伝搬関数から来るものが最も大きいと考えられる[*7]。実際に測定されたハドロンの質量を並べたものが図 5 である。

[*6] QCD には、カイラル対称性に対する量子異常がある。これは、カイラルアノマリーまたは軸性アノマリーと呼ばれる。この量子異常は、$\pi^0 \to 2\gamma$ や $\gamma^* \to 3\pi$ 等を生じさせる。この量子異常の効果は、任意のエネルギースケールで同様である。't Hooft のアノマリーマッチング条件 [65] のため、ハドロンを有効な粒子の自由度として扱うハドロン有効模型においても、このカイラルアノマリーを再現する必要がある。また、クォークが閉じ込めを起こしカラー 1 重項の自由度のみが存在する理論において、この対応が成り立つためには、ゼロ質量のフェルミ粒子または南部-Goldstone 粒子が存在する必要があることも示されている [66]。そのため、カイラル対称性が完全に回復した相に対してこの模型を適用することは適当ではなく、ここでは回復する極限を考える。

[*7] f_0 中間子に関しては、最も質量の小さい $f_0(500)$ の状態の主要な成分が演算子 S でない可能性がある [67–69]。

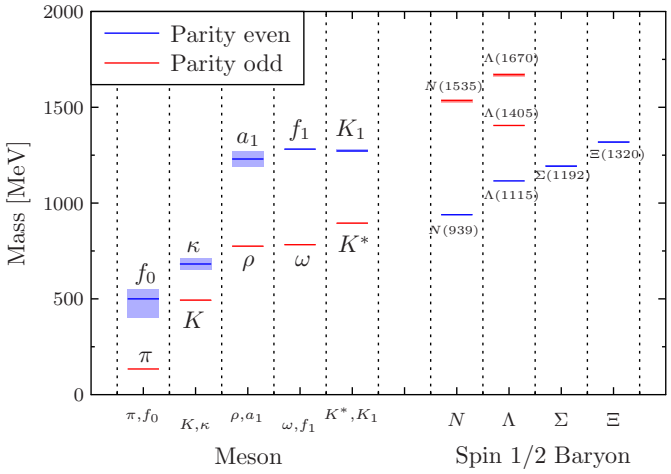


図 5　中間子とバリオンの質量の実験値。実線上下の薄い色の付いた領域は誤差を表している。

カイラル対称性が回復した極限では、同じカイラル対称性 $\mathrm{SU}(N_f)_\mathrm{L}$ と $\mathrm{SU}(N_f)_\mathrm{R}$ の電荷を持つ状態の縮退現象が起きる。スピン 0 かつバリオン数 0 の演算子は、右巻きと左巻きのクォークを用いて

$$(\bar{q}_L)^f (q_R)_F \ , \quad (\bar{q}_R)^F (q_L)_f \tag{2.20}$$

である。ここで、$F, f = 1, 2, \cdots, N_f$ であり、それぞれカイラル対称性の $\mathrm{SU}(N_f)_\mathrm{R}$ と $\mathrm{SU}(N_f)_\mathrm{L}$ の添え字である。右巻き、左巻きのクォークのカイラル表現を

$$q_R \sim (\mathbf{1}, \boldsymbol{N_f}) \ , \quad q_L \sim (\boldsymbol{N_f}, \mathbf{1}) \tag{2.21}$$

と表すと、2 つの演算子は

$$(\bar{q}_L)^f (q_R)_F \sim (\bar{\boldsymbol{N}}_{\boldsymbol{f}}, \boldsymbol{N_f}) \ , \quad (\bar{q}_R)^F (q_L)_f \sim (\boldsymbol{N_f}, \bar{\boldsymbol{N}}_{\boldsymbol{f}}) \tag{2.22}$$

の表現に属する。カイラル対称性の部分群であるフレーバー対称性 $\mathrm{SU}(N_f)_\mathrm{V}$ で既約分解して、

$$\begin{array}{ccc} \bar{q}_L q_R & \underset{\mathcal{P}}{\leftrightarrows} & \bar{q}_R q_L \\ j_A^a \uparrow\downarrow & & \uparrow\downarrow j_A^a \\ \bar{q}_L i T^a q_R & \underset{\mathcal{P}}{\leftrightarrows} & -\bar{q}_R i T^a q_L \end{array} \tag{2.23}$$

クォーク模型において 2 クォークから f_0 中間子を構成すると、軌道角運動量 1 となるため、その角運動量の分のエネルギーにより 2 クォークから f_0 中間子は約 1.2GeV の質量を持つと計算される。一方で、4 クォークから f_0 中間子を構成するとカラーに対する磁気相互作用による引力により束縛状態の質量が 0.65GeV になることが指摘された [67]。

のように表すことができる。$\mathcal{P}$ と書かれた横方向の矢印はパリティ変換を表している (パリティパートナー)。縦方向の矢印はカイラル対称性の破れた部分の変換（軸性カレント j_A^a に対応する）を表しており、変換により上下の行の演算子が混ざり合う (カイラルパートナー) : $\bar{q}_L i T^a q_R \underset{j_A^b}{\longrightarrow} -\bar{q}_L \left\{T^a, T^b\right\} q_R = -\frac{\delta^{ab}}{N_f^2-1}\bar{q}_L q_R + i d^{abc}\bar{q}_L i T^c q_R$。カイラル対称性が回復した極限においては、縦に並んだ演算子に対する 2 点関数の値が等しくなる。これは同じカイラル表現に属していた為である。さらに、パリティ固有状態に取り直すと

$$\begin{array}{c} S = \bar{q}_L q_R + \bar{q}_R q_L \\ {\scriptstyle j_A^a}\uparrow\downarrow \\ P^a = \bar{q}_L i T^a q_R - \bar{q}_R i T^a q_L \end{array} \quad , \quad \begin{array}{c} \bar{q}_L q_R - \bar{q}_R q_L \\ \uparrow\downarrow {\scriptstyle j_A^a} \\ \bar{q}_L i T^a q_R + \bar{q}_R i T^a q_L \end{array} \tag{2.24}$$

と書くことができる。縦に並んだ演算子同士はカイラルパートナーである。そのため、カイラル対称性が回復した極限においては、S と P^a の 2 点関数同士が等しくなる。

バリオンに関する議論に移る。簡単のため $N_f = 2$ ($q^f = (u,d)^T$) において考える。スピン 1/2 の核子の量子数を持つ演算子は例えば、

$$\begin{aligned}
(\mathbf{1},\mathbf{2}) \sim \quad & q_R^f \left(\epsilon_{rs} \left(q_R^r\right)^T C q_R^s\right) \ , \quad \epsilon_{rs} q_L^r \left(\left(q_R^f\right)^T C \not{\partial} q_L^s\right) \ , \\
(\mathbf{2},\mathbf{1}) \sim \quad & q_L^f \left(\epsilon_{rs} \left(q_R^r\right)^T C q_R^s\right) \ , \quad \epsilon_{rs} q_R^r \left(\left(q_L^f\right)^T C \not{\partial} q_R^s\right) \ , \\
(\mathbf{3},\mathbf{2}) \sim \quad & q_R^f \left[\left(q_L^r\right)^T C q_L^s + \left(q_L^s\right)^T C q_L^r\right] \ , \quad q_L^u \left[\delta_u^r \left(\left(q_R^f\right)^T C \not{\partial} q_L^s\right) + \delta_u^s \left(\left(q_R^f\right)^T C \not{\partial} q_L^r\right)\right] \ , \\
& \vdots
\end{aligned} \tag{2.25}$$

等がある。クォークの上付きの添え字 f, r, s はフレーバーを表している。カイラリティとカイラル対称性に対する様々な 3 クォークの組み合わせが許されていることが分かる。しかし、どの演算子が核子 $N(939)$ の主成分となっているかは未解明である。特定のカイラル表現に属したバリオンのみにより構成されたハドロン有効模型を用いて、核子 $N(939)$ とその励起状態の性質を実験データと無矛盾に説明できるかは自明ではない。バリオンを構成するカイラル表現が解れば、高温や高密度等の系においてカイラル対称性の破れの大きさが減少または増大した際に、どのようにバリオンの性質が変化していくかを予想することが可能になる。そのため、3 章以降では、2 フレーバーのカイラル表現 $[(\mathbf{2},\mathbf{1}) \oplus (\mathbf{1},\mathbf{2})]$ や $[(\mathbf{2},\mathbf{3}) \oplus (\mathbf{3},\mathbf{2})]$ に属するバリオンをハドロン有効模型に導入し、バリオンの質量や崩壊幅、軸性電荷の実験値を再現することを試みる。

図 5 の左側は、中間子のスペクトルを表している。これらのスペクトルが、カイラルパートナー構造と関係することを述べた。図の右側には、バリオンのスペクトルを示した。バリオンの質量固有状態はカイラル表現の線形結合として与えられると考えられる。1 つのカイラル表現が 2 つのバリオンの質量固有状態に含まれ、カイラル対称性が回復した極限でそれらのバリオンが縮退する場合が考えられる。そのような縮退するバリオンのカイラル表現の組を 2 重項に組んだものをパリティ 2 重項を呼ぶ。また、カイラル対称性が回復した極限で縮退する質量固有状態のバリオンは、同じカイラル表現を含むのでカイラルパートナーである。この構造を模式的に示したのが図 6 である。3 章以降では、ハドロン有効模型を用いてパリティ 2 重項について議論する。

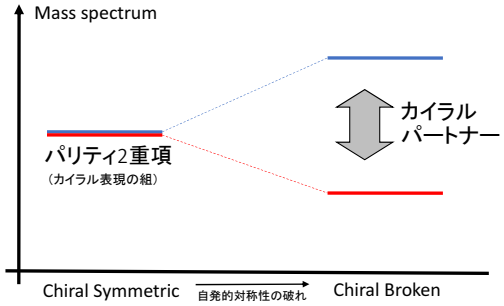


図 6　パリティ 2 重項とカイラルパートナーの質量スペクトルの関係。カイラル対称な極限 (Chiral Symmetric) とカイラル対称性の破れた相 (Chiral Broken) でのバリオンの質量スペクトルの模式図を示した。

2.2　拡張された Goldberger-Treiman 関係式

前節において、カイラル対称性の自発的な破れについて述べた。この破れの構造から一般的な定理を得ることができる。その一つとして、拡張された Goldberger-Treiman (GT) 関係式を導出する。GT 関係式とは、核子 $N(939)$ と 1 つのパイ中間子の間の結合定数 $g_{\pi NN}$ と核子 $N(939)$ の軸性形状因子 $g_A(q^2)$ の間にある

$$g_{\pi NN} = \frac{2m_N}{f_\pi} g_A\,(0) \tag{2.26}$$

の関係のことである [5, 6]。ここで、m_N と f_π はそれぞれ核子 $N(939)$ の質量とパイ中間子の崩壊定数であり、軸性形状因子 $g_A(q^2)$ の引数である運動量が $q^2 = 0$ におけるその値は核子 $N(939)$ の軸性電荷である。この関係式を得るために以下の仮定を用いた：

- カイラル対称性がアイソスピン対称性に自発的に破れ、アイソスピン対称性は破れていない
- パリティ対称性 $\mathcal{P}$ は破れていない
- 電荷共役対称性 $\mathcal{C}$ は破れていない

この節において導く拡張された GT 関係式は、核子に対する関係式をそのカイラルパートナーを含む形にまで拡張したものである。この関係式を導く際に上の仮定を用いる。ただし、簡単のためにカイラル極限において議論を行う。

核子 $N(939)$ に対する通常の GT 関係式を拡張する。スピンは 1/2 の核子 N はアイソスピン対称性 SU(2) の基本表現であり、パリティは正と負の 2 通りある。例えば、パリティが正のものは $N(939)$、$N(1440)$、$N(1710)$ があり、パリティが負のものは $N(1535)$、$N(1650)$ がある。そのため、終状態 N_2 と始状態 N_1 の核子のパリティが等しい場合と異なる場合に、図 7 に表された結合の振幅は

$$\mathcal{M}^a_\mu = \int d^4x e^{-iqx} \langle N_2(p_2)|\, j^a_{A\mu}(x)\, |N_1(p_1)\rangle$$

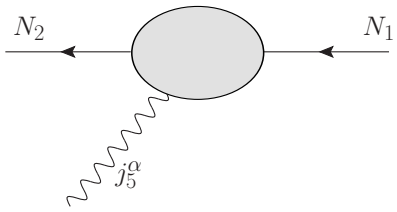


図 7　核子 N_1, N_2 と軸性カレント j_A^α の結合。

$$= \begin{cases} \bar{u}(p_2)T^a\left[\gamma_\mu g_A(q^2) + h_A(q^2)q_\mu\right]\gamma_5 u(p_1) & (\text{ パリティが等しい}) \\ \bar{u}(p_2)T^a\left[\gamma_\mu g_A(q^2) + h_A(q^2)q_\mu\right]u(p_1) & (\text{ パリティが異なる}) \end{cases} \tag{2.27}$$

の 2 通りの形で書き下すことができる。ここで $p = \frac{p_1+p_2}{2}$、$q = p_1 - p_2$ であり、$g_A(q^2)$ と $h_A(q^2)$ は形状因子である。カイラル極限においては、Ward-高橋恒等式 $q^\mu \mathcal{M}_\mu^a = 0$ が成り立つので、

$$0 = q^\mu \mathcal{M}_\mu^a = \begin{cases} \bar{u}(p_2)T^a\left[-\left(m_2+m_1\right)g_A(q^2) + h_A(q^2)q^2\right]\gamma_5 u(p_1) & (\text{ パリティが等しい}) \\ \bar{u}(p_2)T^a\left[-\left(m_2-m_1\right)g_A(q^2) + h_A(q^2)q^2\right]u(p_1) & (\text{ パリティが異なる}) \end{cases} \tag{2.28}$$

を得ることができる。途中で $u(p)$ が Dirac 方程式の解であることを用いた。m_1 や m_2 は核子の質量であるが、m_1 の符号が 2 つの場合で異なっているのは γ_5 と γ_μ の反交換性のためである。南部-Goldstone 定理より、軸性カレントの縦波成分は南部-Goldstone 粒子であるパイ中間子と結合するので、形状因子 $h_A(q^2)$ はパイ中間子の極を含む：

$$h_A(q^2) = \frac{f_\pi}{q^2} g_{N_1N_2\pi} + \cdots . \tag{2.29}$$

ダイアグラムを用いて表すと図 8 のように表され、ゼロ質量であるパイ中間子を介して核子 N_1, N_2 と軸性カレント j_5^α が結合すると q^α に比例する寄与に $\frac{1}{-q^2}$ の極が現れる。式 (2.28) と

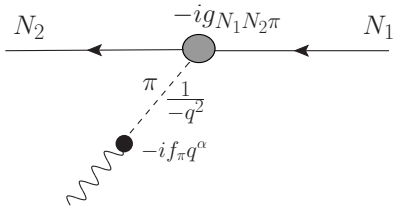


図 8　核子 N_1, N_2 と軸性カレント j_A^α のパイ中間子を介した結合。

(2.29) より、軟パイ中間子極限 $q^2 \to 0$ では

$$\begin{cases} g_{N_1N_2\pi} = \dfrac{m_2+m_1}{f_\pi} g_A(0) & (\text{ パリティが等しい}) \\ g_{N_1N_2\pi} = \dfrac{m_2-m_1}{f_\pi} g_A(0) & (\text{ パリティが異なる}) \end{cases} \tag{2.30}$$

が導かれる。この関係式が拡張された GT 関係式である。核子とパイ中間子の結合定数は、パリティが等しい場合は質量の和に、パリティが異なる場合は質量の差に比例することが分かる。また、終状態と始状態が同一粒子であった通常の GT 関係式は、パリティが等しく、$m_1 = m_2$ である場合として含まれている。

この関係式に関して注意すべき点がある。それは、もし終状態と始状態の質量差が大きい場合には、軟パイ中間子極限が適当な極限で無くなってしまうという点である。一方で、カイラル対称性が回復した極限においてパリティ 2 重項は縮退を起こすと予想できる。そのため、パリティ 2 重項構造は、カイラルパートナーを含む形に拡張された GT 関係式を保証する。

この定理を導くに際して、振幅 $\mathcal{M}^a_\mu \propto \langle N_2(p_2)| j^a_{A\mu}(x) |N_1(p_1)\rangle$ から議論を出発した。軸性カレント $j^a_{A\mu}$ の演算子はカイラル変換に対応するので、この振幅が値を持つためには状態 N_1, N_2 がカイラル変換で結び付いている必要がある。もし、N_1 と N_2 の状態がカイラルパートナーでなければ、GT 関係式において結合定数 $g_{N_1N_2\pi}$ と軸性電荷 g_A が消えることに対応する。

同様の議論は、カイラル対称性が回復する極限において縮退する 1 粒子状態を終状態と始状態に置くことで行うことができる。実際に、付録 A と付録 B において他の拡張された GT 関係式を導く。付録 A ではスピン 1 を持つ中間子に対応する GT 関係式を、付録 B ではスピン 0 を持つ中間子に対応する GT 関係式をそれぞれ導く。

3　パリティ 2 重項模型

カイラル対称性が回復する極限においては、カイラルパートナーが縮退に向かう現象について前章で議論した。この章では、パリティ 2 重項構造を再現するハドロン有効模型を構成する。この模型はパリティー 2 重項模型 [45–47] と呼ばれる。まずは 2 フレーバーで模型構築を行う。次章においてパリティ 2 重項模型を、3 種類のカイラル表現から構成された 3 フレーバー模型に拡張を行うのだが、その前に解析的な計算が簡単な、1 種類のカイラル表現から構成された 2 フレーバーの模型を扱う。この章の目的は、模型の構造理解と、3 種類のカイラル表現から構成された模型に拡張する意義を明らかにすることである。

3.1　2 フレーバー模型の構築

2 種類の核子を導入するため、右巻きと左巻きのカイラリティを持つ場を 4 種類導入する：

$$\psi_{1l}\ ,\quad \psi_{1r}\ ,\quad \psi_{2l}\ ,\quad \psi_{2r}\ . \tag{3.1}$$

それらのカイラル対称性 $\mathrm{SU(2)_R}\times\mathrm{SU(2)_L}$ の下での変換を

$$\begin{aligned}\psi_{1l}\to& g_L\psi_{1l}\ ,\quad \psi_{1r}\to g_R\psi_{1r}\ ,\\ \psi_{2l}\to& g_R\psi_{2l}\ ,\quad \psi_{2r}\to g_L\psi_{2r}\end{aligned} \tag{3.2}$$

とし、カイラリティは

$$\gamma_5\psi_{il}=-\psi_{il}\ ,\quad \gamma_5\psi_{ir}=+\psi_{ir}\qquad [\text{for } i=1,2] \tag{3.3}$$

と定義する。ここで、$g_{R,L}$ は $\mathrm{SU(2)_{R,L}}$ の元である。また、中間子場 M を、カイラル対称性の下で

$$M\to g_L\cdot M\cdot g_R^\dagger \tag{3.4}$$

と変換する場として導入する。バリオン場のカイラリティとカイラル変換性の組み合わせをこのように導入する方法を「Mirror assignment」と呼ぶこの方法では、以下で見るようにカイラル対称性がある場合でもバリオンに質量を与えることができ、この質量をカイラル不変質量と呼ぶ。

$\psi_{2l,r}$ に対するカイラル変換性として式 (3.2) の変換を採用せずに

$$\psi_{2l}\to g_L\psi_{2l}\ ,\quad \psi_{2r}\to g_R\psi_{2r} \tag{3.5}$$

とすることも可能であり、このような取り方を「Naive assignment」と呼ぶ。しかし、この取り方はカイラル不変質量項がカイラル対称性により禁止される。また、この模型において質量固有状態である 2 つの核子状態を $N_\pm$ とすると、それらとパイ中間子との間の結合定数 $g_{\pi N_+N_-}$ は消える[*8]。4 章以降で具体的に議論するように、核子の励起状態がパイ中間子を放出して核子 $N(939)$

[*8] これは線形シグマ模型の構造上、M の真空期待値に比例した質量行列を対角化することにより、非対角成分である N_+, N_- と M の結合が消えるためである。ただし、M の微分を含む結合を用いる可能性は残されている。また、Mirror assignment においては各質量固有状態の軸性電荷が逆符号なのに対して、Naive assignment では同符号になるため核子のループ効果による量子異常の効果が打ち消されない [47]。

に崩壊する過程を再現したいので、この論文においては Naive assignment を採用しないことにする。

式 (3.2) と (3.4) のカイラル変換性より、各場に対する共変微分を

$$\begin{aligned} D_\mu\psi_1 \equiv& (\partial_\mu - iP_L\mathcal{L}_\mu - iP_R\mathcal{R}_\mu)\,\psi_1 = (\partial_\mu - i\mathcal{V}_\mu - i\gamma_5\mathcal{A}_\mu)\,\psi_1 \ , \\ D_\mu\psi_2 \equiv& (\partial_\mu - iP_R\mathcal{L}_\mu - iP_L\mathcal{R}_\mu)\,\psi_2 = (\partial_\mu - i\mathcal{V}_\mu + i\gamma_5\mathcal{A}_\mu)\,\psi_2 \ , \\ D_\mu M \equiv& \partial_\mu M - i\mathcal{L}_\mu M + iM\mathcal{R}_\mu = \partial_\mu M - i\,[\mathcal{V}_\mu, M] - i\,\{\mathcal{A}_\mu, M\} \end{aligned} \tag{3.6}$$

と定義する。ここで、$\mathcal{R}_\mu$ と $\mathcal{L}_\mu$ はカイラル対称性をゲージ化することで導入された外ゲージ場であり、$\mathcal{V}_\mu$ と $\mathcal{A}_\mu$ は $\mathcal{V}_\mu, \mathcal{A}_\mu \equiv \frac{1}{2}\left(\mathcal{R}_\mu \pm \mathcal{L}_\mu\right)$ とした。

核子場 $\psi_{1,2} \equiv \psi_{1,2r} + \psi_{1,2l}$ と中間子場 M に対するパリティ変換 ($\mathcal{P}$) と電荷共役変換 ($\mathcal{C}$) は

$$\begin{aligned} &\psi_{1,2} \underset{\mathcal{P}}{\longrightarrow} \gamma^0\psi_{1,2} \ , \quad \psi_{1,2} \underset{\mathcal{C}}{\longrightarrow} C\bar{\psi}^T_{1,2} \quad \left[C \equiv i\gamma^2\gamma^0\right] \ , \\ &M \underset{\mathcal{P}}{\longrightarrow} M^\dagger \ , \qquad M \underset{\mathcal{C}}{\longrightarrow} M^T \end{aligned} \tag{3.7}$$

で与えられる。参考文献 [47] のように $\psi_{1,2}$ に対する $\mathcal{P}$ 変換において符号が付くように定義することも可能である: 例えば、$\psi_{1,2} \underset{\mathcal{P}}{\longrightarrow} \pm\gamma^0\psi_{1,2}$。しかし、この節内や付録 C で議論するように、その符号は質量固有状態のパリティを決定する際の再定義に吸収されるため重要ではない。カイラル対称性と共にパリティ変換と電荷共役変換の下での不変性を Lagrangian に課すと、Lagrangian は

$$\begin{aligned} \mathcal{L} =& \bar{\psi}_{1r}i\not{D}\,\psi_{1r} + \bar{\psi}_{1l}i\not{D}\,\psi_{1l} + \bar{\psi}_{2r}i\not{D}\,\psi_{2r} + \bar{\psi}_{2l}i\not{D}\,\psi_{2l} - m_0\left(\bar{\psi}_{1l}\psi_{2r} + \bar{\psi}_{1r}\psi_{2l} + \bar{\psi}_{2l}\psi_{1r} + \bar{\psi}_{2r}\psi_{1l}\right) \\ &- 2g_1\left[\bar{\psi}_{1l}M\psi_{1r} + \bar{\psi}_{1r}M^\dagger\psi_{1l}\right] - 2g_2\left[\bar{\psi}_{2r}M\psi_{2l} + \bar{\psi}_{2l}M^\dagger\psi_{2r}\right] \\ =& \bar{\psi}_1 i\not{D}\,\psi_1 + \bar{\psi}_2 i\not{D}\,\psi_2 - m_0\left(\bar{\psi}_1\psi_2 + \bar{\psi}_2\psi_1\right) \\ &- g_1\bar{\psi}_1\left[\left(M + M^\dagger\right) + \left(M - M^\dagger\right)\gamma_5\right]\psi_1 - g_2\bar{\psi}_2\left[\left(M + M^\dagger\right) - \left(M - M^\dagger\right)\gamma_5\right]\psi_2 \end{aligned} \tag{3.8}$$

と書き下すことができる [45, 46] [*9]。M は $M = \frac{1}{2}\sigma\mathbf{1} + i\pi^a t^a$ にパラメートライズできる[*10]。ただし、t^a はアイソスピン対称性 SU(2) の生成子であり、Pauli 行列 τ^a を用いて $t^a = \tau^a/2$ である。

この模型においてカイラル対称性の破れは M の真空期待値

$$\langle M\rangle = \frac{1}{2}\sigma_0\mathbf{1} \tag{3.9}$$

として現れる。付録 B において確かめるように、中間子場 M の運動項においてパイ中間子と軸性ベクトル外ゲージ場との結合より $\sigma_0 = f_\pi$ の関係が得られる。真空期待値を取り除いたスカラー

[*9] Lee によって構築されたパリティ 2 重項模型 [45] の Lagrangian は、Lagrangian(3.8) において $g_1 = g_2$ であるようなものに対応する。そして、$g_A = 0$ や $g_{\pi NN} = 0$ を導いたため、彼はこの模型が有用でないと結論付けた。

[*10] M に対する $\mathrm{U(1)_A}$ 変換を議論するためには、a_0 と η を含むように $M = \left(\frac{1}{2}\sigma\mathbf{1} + i\pi^a t^a\right) + \left(\frac{1}{2}\eta\mathbf{1} + i\,(a_0)^a\,t^a\right)$ の形にパラメートライズする必要がある。しかし、ここでは a_0 と η 中間子について注目しないため、露わには扱わない。

場の揺らぎ部分を $\tilde{\sigma} \equiv \sigma - \sigma_0$ とすると、Lagrangian は

$$\begin{aligned}\mathcal{L} =& \bar{\psi}_1 i\partial\!\!\!/ \psi_1 + \bar{\psi}_2 i\partial\!\!\!/ \psi_2 - \begin{pmatrix}\bar{\psi}_1 & \bar{\psi}_2\end{pmatrix}\begin{pmatrix} g_1\sigma_0 & m_0 \\ m_0 & g_2\sigma_0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\psi_1 \\ \psi_2\end{pmatrix} \\ & - \begin{pmatrix}\bar{\psi}_1 & \bar{\psi}_2\end{pmatrix}\begin{pmatrix} g_1 & 0 \\ 0 & g_2\end{pmatrix}\tilde{\sigma}\begin{pmatrix}\psi_1 \\ \psi_2\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}\bar{\psi}_1 & \bar{\psi}_2\end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2g_1 & 0 \\ 0 & -2g_2\end{pmatrix} i\pi^a t^a \gamma_5 \begin{pmatrix}\psi_1 \\ \psi_2\end{pmatrix} \\ & + \begin{pmatrix}\bar{\psi}_1 & \bar{\psi}_2\end{pmatrix}\gamma^\mu \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1\end{pmatrix}\mathcal{V}_\mu \begin{pmatrix}\psi_1 \\ \psi_2\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\bar{\psi}_1 & \bar{\psi}_2\end{pmatrix}\gamma^\mu\gamma_5 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1\end{pmatrix}\mathcal{A}_\mu \begin{pmatrix}\psi_1 \\ \psi_2\end{pmatrix}\end{aligned} \tag{3.10}$$

と書くことができる。式 (3.10) の第 1 行目から核子の質量行列を読み取ることができる：

$$M_N = \begin{pmatrix} g_1\sigma_0 & m_0 \\ m_0 & g_2\sigma_0\end{pmatrix} . \tag{3.11}$$

また、同様に π と核子の結合定数、核子の軸性電荷をそれぞれ行列形式で読み取ると

$$G_{\pi NN} = \begin{pmatrix} 2g_1 & 0 \\ 0 & -2g_2\end{pmatrix} , \quad (g_A)_{2\times 2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1\end{pmatrix} \tag{3.12}$$

である。質量行列を対角化することにより、固有値とその固有状態は

$$\begin{aligned}\lambda_{1,2} =& \frac{1}{2}\left[(g_1+g_2)\,\sigma_0 \mp \sqrt{(g_1-g_2)^2\,\sigma_0^2 + 4m_0^2}\right] , \\ \begin{pmatrix} N_1' \\ N_2'\end{pmatrix} =& \begin{pmatrix}\cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\psi_1 \\ \psi_2\end{pmatrix} \qquad \left[\tan 2\theta \equiv \frac{2m_0}{(g_1-g_2)\,\sigma_0}\right]\end{aligned} \tag{3.13}$$

と得られる。カイラル対称性が回復した極限 $\sigma_0 \to 0$ においても、固有値は $\pm m_0$ という有限の値をとる。この固有値は核子の質量に対応するため m_0 を核子のカイラル不変質量と呼ぶ。$N_{1,2}'$ のプライム記号「'」は、固有値 $\lambda_{1,2}$ が負であった場合にパリティを正しく取り扱うための再定義が必要であるが、その再定義がされていないことを表している。λ_i の正負はパラメータの値により決まるが、質量行列 M_N の項全体の符号はバリオン場を

$$\psi_1 \to i\gamma_5\psi_1 \quad \psi_2 \to i\gamma_5\psi_2 \tag{3.14}$$

と取り直す[*11] ことで選択できる。この取り直しは、$\mathrm{U(1)_A}$ 電荷を持つ中間子場 M については操作していないため、$\mathrm{U(1)_A}$ 変換とは別の独立なバリオン場の位相に関する自由度である。そして、この取り直しは質量行列 M_N に関係する項全体の符号を入れ替える取り直しであるため、Lagrangian はこの取り直しの下で不変ではない。つまりこの取り直しは対称性ではない。

[*11] この取り直しをカイラリティで分解して表すと

$$\psi_{1r} \to e^{i\frac{\pi}{2}}\psi_{1r} \quad \psi_{1l} \to e^{-i\frac{\pi}{2}}\psi_{1l} \quad \psi_{2r} \to e^{i\frac{\pi}{2}}\psi_{2r} \quad \psi_{2l} \to e^{-i\frac{\pi}{2}}\psi_{2l} \quad M \to M \tag{3.15}$$

と書くことができる。つまり、核子場 ψ の位相の再定義である。

Lagrangian を式 (3.13) の固有状態を用いて書き下すと

$$\begin{aligned}\mathcal{L} =&\bar{N}_1' \left(i\partial\!\!\!/ - \lambda_1\right) N_1' + \bar{N}_2' \left(i\partial\!\!\!/ - \lambda_2\right) N_2' \\ &- \begin{pmatrix}\bar{N}_1' & \bar{N}_2'\end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{g_1+g_2}{2} + \frac{g_1-g_2}{2}\cos 2\theta & \frac{g_1-g_2}{2}\sin 2\theta \\ \frac{g_1-g_2}{2}\sin 2\theta & \frac{g_1+g_2}{2} - \frac{g_1-g_2}{2}\cos 2\theta \end{pmatrix} \tilde{\sigma} \begin{pmatrix} N_1' \\ N_2' \end{pmatrix} \\ &- \begin{pmatrix}\bar{N}_1' & \bar{N}_2'\end{pmatrix} \begin{pmatrix} (g_1-g_2) + (g_1+g_2)\cos 2\theta & (g_1+g_2)\sin 2\theta \\ (g_1+g_2)\sin 2\theta & (g_1-g_2) - (g_1+g_2)\cos 2\theta \end{pmatrix} i\pi^a t^a \gamma_5 \begin{pmatrix} N_1' \\ N_2' \end{pmatrix} \\ &+ \begin{pmatrix}\bar{N}_1' & \bar{N}_2'\end{pmatrix} \gamma^\mu \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mathcal{V}_\mu \begin{pmatrix} N_1' \\ N_2' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\bar{N}_1' & \bar{N}_2'\end{pmatrix} \gamma^\mu\gamma_5 \begin{pmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{pmatrix} i\mathcal{A}_\mu \begin{pmatrix} N_1' \\ N_2' \end{pmatrix}\end{aligned} \tag{3.16}$$

を得る。式 (3.16) の第 1 行目は核子の自由 Lagrangian であり、第 3 行目はパイ中間子との相互作用である。

核子 $N(939)$ は最も質量の小さい核子であるので、この模型に核子 $N(939)$ を含めて考える。絶対値が小さい方の固有値を核子 $N(939)$ の質量 $m_{N(939)}$ とする。先述の式 (3.14) の取り直しによる質量行列 M_N の項の符号の調整を用いて[*12]、以下の 2 つの場合

$$\begin{aligned}&\text{(a)} \quad \begin{cases} m_{N(939)} = \lambda_1 = \frac{1}{2}\left[(g_1+g_2)\,\sigma_0 - \sqrt{(g_1-g_2)^2\,\sigma_0^2 + 4m_0^2}\right], & N(939) = N_1' \\ m_{N^*} = \lambda_2 = \frac{1}{2}\left[(g_1+g_2)\,\sigma_0 + \sqrt{(g_1-g_2)^2\,\sigma_0^2 + 4m_0^2}\right], & N^* = N_2' \end{cases} \\ &\text{(b)} \quad \begin{cases} m_{N(939)} = -\lambda_1 = \frac{1}{2}\left[\sqrt{(g_1-g_2)^2\,\sigma_0^2 + 4m_0^2} - (g_1+g_2)\,\sigma_0\right], & N(939) = \gamma_5 N_1' \\ m_{N^*} = \lambda_2 = \frac{1}{2}\left[\sqrt{(g_1-g_2)^2\,\sigma_0^2 + 4m_0^2} + (g_1+g_2)\,\sigma_0\right], & N^* = N_2' \end{cases}\end{aligned} \tag{3.17}$$

に分けられる。ここで、N^* は核子 $N(939)$ のカイラルパートナーである。また、(b) の場合には $N(939) = \gamma_5 N_1'$ とすることで、質量が正になるように調節した。(a) の場合の $N(939) = N_1'$ か、(b) 場合の $N(939) = \gamma_5 N_1'$ かという違いは、パイ中間子と核子の相互作用に違いを与える。核子 $N(939)$ とそのカイラルパートナー N^* とパイ中間子 π の 3 つの粒子間の相互作用を、式 (3.16) の第 3 行目から (a) と (b) それぞれの場合で読み取ると

$$\begin{aligned}&\text{(a)} \qquad -\frac{g_1+g_2}{2}\sin 2\theta \left[\bar{N}(939) i\pi^a\tau^a\gamma_5 N^* + \bar{N}^* i\pi^a\tau^a\gamma_5 N(939)\right] \\ &\text{(b)} \qquad -\frac{g_1+g_2}{2}\sin 2\theta \left[-\bar{N}(939) i\pi^a\tau^a N^* + \bar{N}^* i\pi^a\tau^a N(939)\right]\end{aligned} \tag{3.18}$$

と表される。この 2 つの大きな違いは γ_5 の存在である。核子 $N(939)$ のパリティーは正、かつ、パイ中間子は擬スカラー粒子であるため、カイラルパートナー N^* のパリティはそれぞれ、(a) の場合は正、(b) の場合は負である。つまり、質量行列の固有値の正負が、カイラルパートナー N^* のパリティに関係している。そして、このパリティ 2 重項模型においては核子 $N(939)$ のカイラル

[*12] $(g_1+g_2)\,\sigma_0 > 0$ となるように調整した。

パートナー N^* のパリティは負とは限らない。パリティ 2 重項模型におけるパリティの決定について付録 C でもう少し一般的に議論する。

パリティ 2 重項模型においては表 3 にまとめたように、2 通りのパリティの取り方がある。そのため、核子 $N(939)$ のカイラルパートナー N^* の候補は、パリティが負の $N(1535)$ だけではなく、パリティが正の $N(1440)$、$N(1650)$ 等様々な可能性がある。

表 3　核子 $N(939)$ とそのカイラルパートナー N^* のパリティに関する場合分け。

	$\lambda_1 > 0$	Mass	State	Parity
(a)	$N(939)$	$m_{(939)} = \lambda_1$	$N(939) = N_1'$	$+$
	N^*	$m_{N^*} = \lambda_2$	$N^* = N_2'$	$+$
	$\lambda_1 < 0$	Mass	State	Parity
(b)	$N(939)$	$m_{(939)} = -\lambda_1$	$N(939) = \gamma_5 N_1'$	$+$
	N^*	$m_{N^*} = \lambda_2$	$N^* = N_2'$	$-$

パリティ 2 重項構造は、カイラルパートナーの構造と関係している。式 (3.13) より質量固有状態は

$$\begin{aligned} N_1' &= (P_R + R_L)\, N_1' = \cos\theta\psi_{1r} - \sin\theta\psi_{2r} + \cos\theta\psi_{1l} - \sin\theta\psi_{2l}\ , \\ N_2' &= (P_R + R_L)\, N_2' = \sin\theta\psi_{1r} + \cos\theta\psi_{2r} + \sin\theta\psi_{1l} + \cos\theta\psi_{2l} \end{aligned} \tag{3.19}$$

である。式 (3.1) で導入されたバリオン場 ψ はそれぞれがカイラル対称性のある表現に属している。よって、同一のバリオン場 ψ を含む質量固有状態 $(N_1'\ , N_2')$ はカイラルパートナーである。

3.2　模型を用いた Goldberger-Treiman 関係式の導出

次に、節 2.2 で得た拡張された GT 関係式をパリティ 2 重項模型から導く。式 (3.11) と (3.12) から

$$G_{\pi NN} = \frac{1}{f_\pi}\left\{M_N, (g_A)_{2\times 2}\right\} \tag{3.20}$$

が成り立つことがわかる。質量固有状態の結合定数と軸性電荷は、

$$g'_{\pi N_i N_j} = u_i^T \cdot G_{\pi NN} \cdot u_j\ , \qquad (g_A)_{ij} = u_i^T \cdot (g_A)_{2\times 2} \cdot u_j \tag{3.21}$$

である。$u_i\ (i = 1, 2)$ は質量固有ベクトル $u_1 = (\cos\theta, \sin\theta)^T$、$u_2 = (-\sin\theta, \cos\theta)^T$ であり、定義より $M_N \cdot u_i = \lambda_i u_i$ を満たす。よって式 (3.20) の両辺に対して左右から質量固有ベクトルを掛けると

$$g'_{\pi N_i N_j} = \frac{1}{f_\pi} u_i^T \cdot \left\{M_N, (g_A)_{2\times 2}\right\} \cdot u_j = \frac{\lambda_i + \lambda_j}{f_\pi}\,(g_A)_{ij} \tag{3.22}$$

となる。この関係式は、カイラルパートナーに拡張した 2 フレーバーにおける GT 関係式である。

表 3 の (a) の場合と (b) の場合でそれぞれ GT 関係式を書き直す。(a) の場合は

$$g_{\pi NN} = \frac{2m_N}{f_\pi}\,(g_A)_{NN}\ ,\quad g_{\pi NN^*} = \frac{m_N^* + m_N}{f_\pi}\,(g_A)_{NN^*}\ ,\quad g_{\pi N^*N^*} = \frac{2m_{N^*}}{f_\pi}\,(g_A)_{N^*N^*} \tag{3.23}$$

と書くことができ、(b) の場合は

$$g_{\pi NN} = \frac{2m_N}{f_\pi}\,(g_A)_{NN}\ ,\quad g_{\pi NN^*} = \frac{m_N^* - m_N}{f_\pi}\,(g_A)_{NN^*}\ ,\quad g_{\pi N^*N^*} = \frac{2m_{N^*}}{f_\pi}\,(g_A)_{N^*N^*} \tag{3.24}$$

と書くことができる。ただし、Lagrangian(3.8) から読み取れるように軸性電荷は

$$(g_A)_{NN} = \cos 2\theta\ ,\quad (g_A)_{NN^*} = \sin 2\theta\ ,\quad (g_A)_{N^*N^*} = -\cos 2\theta \tag{3.25}$$

である。パリティ 2 重項模型から得た GT 関係式は、式 (2.30) において一般的な議論により得た GT 関係式と矛盾がないことを確かめることができた。

GT 関係式の導出は、カイラル対称性の破れの強さ σ_0 によらないので、当然任意の $\sigma_0(\neq 0)$ において GT 関係式は満たされているはずである。ただし、この模型において $\sigma_0 = 0$ ではカイラルアノマリーが再現されない。つまり、$\sigma_0 = 0$ において't Hooft のアノマリーマッチング条件 [65] を破るため、$\sigma_0 = 0$ ではこの模型を QCD の低エネルギー有効理論として扱うことはできない。

カイラル対称性が回復する極限 $\sigma_0 \to 0$ において、この模型はどのような振る舞いをするかを見ていく。$\sigma_0 \to 0$ の極限において、式 (3.13) で定義された 2 つのバリオン場の混合角は

$$|\tan 2\theta| = \left|\frac{2m_0}{(g_1 - g_2)\,\sigma_0}\right|_{\sigma_0 \to 0} \to \infty \tag{3.26}$$

に向かう。そのため、軸性電荷は $\sigma_0 \to 0$ の極限において

$$\begin{aligned} |(g_A)_{NN}| = |(g_A)_{N^*N^*}| &= \sqrt{\frac{1}{1+\tan^2 2\theta}} \simeq \left|\frac{(g_1 - g_2)\,\sigma_0}{2m_0}\right|_{\sigma_0 \to 0} \to 0\ , \\ |(g_A)_{NN^*}| &= \sqrt{\frac{\tan^2 2\theta}{1+\tan^2 2\theta}} \simeq \left[1 - \frac{1}{2}\left(\frac{(g_1 - g_2)\,\sigma_0}{2m_0}\right)^2\right]_{\sigma_0 \to 0} \to 1 \end{aligned} \tag{3.27}$$

に向かう。また、その極限では式 (3.17) の場合分けで (b) に分類されるが、2 核子の質量は

$$\begin{aligned} m_{N(939)} &= \frac{1}{2}\left[\sqrt{(g_1 - g_2)^2\,\sigma_0^2 + 4m_0^2} - (g_1 + g_2)\,\sigma_0\right]_{\sigma_0 \to 0} \simeq \left[m_0 - \frac{1}{2}\,(g_1 + g_2)\,\sigma_0\right]_{\sigma_0 \to 0} \to m_0\ , \\ m_{N^*} &= \frac{1}{2}\left[\sqrt{(g_1 - g_2)^2\,\sigma_0^2 + 4m_0^2} + (g_1 + g_2)\,\sigma_0\right] \simeq \left[m_0 + \frac{1}{2}\,(g_1 + g_2)\,\sigma_0\right]_{\sigma_0 \to 0} \to m_0 \end{aligned} \tag{3.28}$$

である。よって、式 (3.24) の各関係式の右辺の分母の f_π を σ_0 に置き換えて、極限 $\sigma_0 \to 0$ をとると

$$\begin{aligned}
\left|\frac{2m_N}{\sigma_0}\left(g_A\right)_{NN}\right|_{\sigma_0\to 0} &\simeq \left|\frac{2m_0}{\sigma_0}\frac{\left(g_1-g_2\right)\sigma_0}{2m_0}\right|_{\sigma_0\to 0} \to |g_1-g_2| \ , \\
\left|\frac{m_N^*-m_N}{\sigma_0}\left(g_A\right)_{NN^*}\right|_{\sigma_0\to 0} &\simeq \left|\frac{1}{\sigma_0}\left\{\left(m_0+\frac{1}{2}\left(g_1+g_2\right)\sigma_0\right)-\left(m_0-\frac{1}{2}\left(g_1+g_2\right)\sigma_0\right)\right\}\right|_{\sigma_0\to 0} \\
&\to |g_1+g_2| \ , \\
\left|\frac{2m_{N^*}}{\sigma_0}\left(g_A\right)_{N^*N^*}\right|_{\sigma_0\to 0} &\simeq \left|\frac{2m_0}{\sigma_0}\frac{\left(g_1-g_2\right)\sigma_0}{2m_0}\right|_{\sigma_0\to 0} \to |g_1-g_2|
\end{aligned} \tag{3.29}$$

を得ることができる。つまり、極限 $\sigma_0 \to 0$ においても、核子とパイ中間子の結合定数 ($g_{\pi NN}$ 等) は有限値であることがわかる。

カイラル対称性が回復する近傍 $\sigma \simeq 0$ では (b) の場合である。そのため、$\sigma_0 = f_\pi$ において (a) の場合であれば、$0 \le \sigma_0 \le f_\pi$ の領域において固有値の符号が入れ替わることになる。この符号の入れ替わりは節 5.3 の結果に見ることができる。

3.3　核子 $N(939)$ の軸性電荷

測定された核子 $N(939)$ の軸性電荷 $g_A\left(N(939)\right)$ の値は

$$g_A^{(3)}\left(N(939)\right)\Big|_{\text{exp.}} = 1.2723 \pm 0.0023 \tag{3.30}$$

である [1]。つまり、1 より大きな値であるのだが、Lagrangian (3.8) から得られる軸性電荷は必ず 1 以下である。これは、カイラル対称性の $[(\mathbf{2},\mathbf{1})\oplus(\mathbf{1},\mathbf{2})]$ 表現の核子場を用いて構成されたことに由来する。軸性電荷は核子と軸性外ゲージ場の結合定数であるが、これは核子場の共変微分から現れる。つまり、核子場のカイラル対称性の表現を決定した段階で軸性電荷の最大値[*13]は決定される。$[(\mathbf{2},\mathbf{1})\oplus(\mathbf{1},\mathbf{2})]$ 表現の場合軸性電荷の最大値が 1 であった。そのため、フレーバー 2 重項である核子に 1 以上の軸性電荷を持たせるためには、軸性電荷の最大値が 5/3 である $[(\mathbf{2},\mathbf{3})\oplus(\mathbf{3},\mathbf{2})]$ 表現を用いる方法が考えられる。$[(\mathbf{2},\mathbf{3})\oplus(\mathbf{3},\mathbf{2})]$ 表現は、例えば式 (2.25) にあるように 3 つのクォークで構成できる。しかし、この方法においても以下に述べるような問題がある。

核子 $N(939)$ の軸性電荷と GT 関係式は、$[(\mathbf{2},\mathbf{3})\oplus(\mathbf{3},\mathbf{2})]$ 表現を用いる方法では

$$\begin{aligned}
g_A^{(3)}(N(939)) &= \frac{5}{3}\cos 2\theta \ , \\
g_{\pi NN^*} &= \begin{cases} \frac{m_N-m_{N^*}}{f_\pi}\frac{5}{3}\sin 2\theta & (N^*:\text{Parity Odd}) \\ \frac{m_N+m_{N^*}}{f_\pi}\frac{5}{3}\sin 2\theta & (N^*:\text{Parity Even}) \end{cases}
\end{aligned} \tag{3.31}$$

と得られる。ここで、係数 $\frac{5}{3}$ はカイラル対称性の表現を $[(\mathbf{2},\mathbf{3})\oplus(\mathbf{3},\mathbf{2})]$ 表現に替えたため現れた定数である。そして θ は核子 $N(939)$ とそのカイラルパートナー N^* との混合角である。

[*13] Mirror Assignment では、2 つの核子場 ψ_1, ψ_2 は異なる軸性電荷を持つので、質量固有状態は、核子場 ψ_1, ψ_2 の混合によりその最大値以下の軸性電荷であれば持ち得る。

$g_A^{(3)}(N(939)) = 1.27$ を用いると混合角が決まる。そのため、$m_N = 939\,\mathrm{MeV}$ と $f_\pi = 92.4\,\mathrm{MeV}$ を用いるとカイラルパートナーの質量 m_{N^*} に依存して結合定数 $g_{\pi NN^*}$ が GT 関係式を通して決定される。つまり、$N^* \to \pi N$ の崩壊幅 $\Gamma\,(N^* \to N\pi)$ を m_{N^*} の関数として得ることができる。この結果が図 9 に示されている。核子 $N(939)$ のカイラルパートナー N^* の候補は $N(1535)$ または $N(1440)$ である。この図は、$[(\mathbf{2},\mathbf{3}) \oplus (\mathbf{3},\mathbf{2})]$ 表現を用いたパリティ 2 重項模型から得た結果が、実験結果 (図中の灰色の領域) と一致しないことを示している。

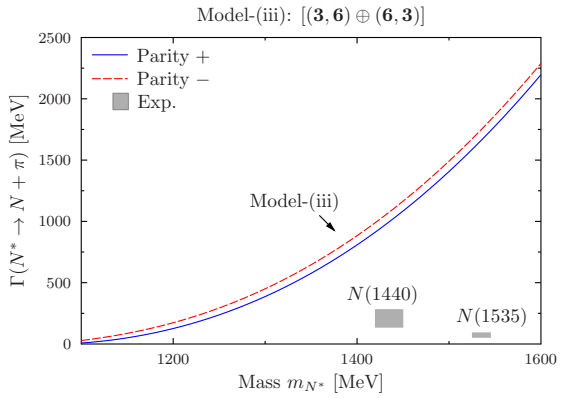


図 9　核子 $N(939)$ のパリティ 2 重項のパートナー N^* の崩壊幅 $\Gamma(N^* \to N + \pi)$ の質量依存性。灰色の長方形の領域は実験データを表している。「Model-(iii)」は式 (5.10) において定義するが、$[(\mathbf{2},\mathbf{3}) \oplus (\mathbf{3},\mathbf{2})]$ 表現に属する核子場のみを用いたパリティ 2 重項模型であることを表している。

実験値 1.27 という 1 より大きい値の軸性電荷 $g_A^{(3)}\,(N(939))$ を再現するためにはカイラル対称性の $[(\mathbf{2},\mathbf{3}) \oplus (\mathbf{3},\mathbf{2})]$ 表現を用いる方法がある。しかし、$[(\mathbf{2},\mathbf{3}) \oplus (\mathbf{3},\mathbf{2})]$ 表現のみを含んだ模型では GT 関係式の存在により核子 $N(939)$ のパートナー N^* の崩壊幅を再現できなかった。そのため、$[(\mathbf{2},\mathbf{3}) \oplus (\mathbf{3},\mathbf{2})]$ 表現に $[(\mathbf{2},\mathbf{1}) \oplus (\mathbf{1},\mathbf{2})]$ の表現を加えて模型を構築する等の方法が必要である。この方法について次章で議論する。

4　核子のカイラル不変質量

この章では、パリティ 2 重項構造を持つバリオンを導入し、バリオンとスピン 0 を持つ中間子を含む Lagrangian を構成する。次章では、3 フレーバーにおける 8 重項バリオンに注目するので、その準備も兼ねて 3 フレーバーのカイラル極限で模型の構築を行う。その際、カイラル表現 $(\mathbf{3},\bar{\mathbf{3}})$, $(\mathbf{3},\mathbf{6})$, $(\mathbf{8},\mathbf{1})$ をバリオン場として導入する。これらの表現は、3 クォークの直積から構成でき、かつ、フレーバー 8 重項バリオンを内包するようなカイラル表現である。そして、特に $(\mathbf{3},\mathbf{6})$ 表現は、2 フレーバーにおける $(\mathbf{2},\mathbf{3})$ 表現に対応するので、核子 $N(939)$ の軸性電荷の 1.27 の値を再現することが可能である。また、この 3 フレーバー模型においても拡張された GT 関係式を導出できる。この関係式は核子の励起状態の崩壊幅の大きさに制限を与える。この制限は、さらに、パリティ 2 重項としてそれぞれの表現ごとに対となるバリオン場を「Mirror assignment」で導入する。よって、バリオンのカイラル不変質量が許されるので、核子 $N(939)$ のカイラル不変質量の大きさについて調べる。

この章において示す結果は副論文 [58] において与えたものである。

4.1　3 フレーバー模型の構築

この節では、3 フレーバーパリティ 2 重項模型を構築する [51,58]。その際に、$\mathrm{U(3)_L}\times\mathrm{U(3)_R}$ カイラル対称性やパリティ、電荷共役変換の下での不変性を課す。ただし、参考文献 [51] は同様の Lagrangian を構成しているが、我々の記法と異なる記法を用いて模型を構築している。

$\mathrm{SU(3)_L}\times\mathrm{SU(3)_R}$ カイラル対称性におけるクォークの表現は、

$$q_L \sim (\mathbf{3},\mathbf{1})\ ,\quad q_R \sim (\mathbf{1},\mathbf{3}) \tag{4.1}$$

である。ここで、括弧内の $\mathbf{3}$ と $\mathbf{1}$ はそれぞれ SU(3) の下での 3 重項と 1 重項を表している。また、$\mathrm{U(1)_L}\times\mathrm{U(1)_R}$ 対称性の下でそれらのクォークは

$$\begin{aligned} q_L &\to e^{i\theta_L} q_L \equiv e^{i\frac{1}{3}\theta_V - i\theta_A} q_L\ , \\ q_R &\to e^{i\theta_R} q_R \equiv e^{i\frac{1}{3}\theta_V + i\theta_A} q_R \end{aligned} \tag{4.2}$$

と変換する。θ_V や θ_A は $\mathrm{U(1)_V}\times\mathrm{U(1)_A}$ 対称性の変換に対する変換パラメータである。右巻きと左巻きクォークの $\mathrm{U(1)_A}$ 電荷はそれぞれ $+1$ と -1 を持つようにした。$\mathrm{U(1)_A}$ 電荷まで露わに表記した記法として、

$$q_L \sim (\mathbf{3},\mathbf{1})_{-1}\ ,\quad q_R \sim (\mathbf{1},\mathbf{3})_{+1} \tag{4.3}$$

を用いることとする。バリオンを 3 つのクォークの直積として表すと、バリオンのカイラル対称性

の下での表現として

$$\begin{aligned} q_L \otimes q_R \otimes q_R &\sim (\mathbf{3},\mathbf{1})_{-1} \otimes (\mathbf{1},\mathbf{3})_{+1} \otimes (\mathbf{1},\mathbf{3})_{+1} \\ &\sim (\mathbf{3},\bar{\mathbf{3}})_{+1} \oplus (\mathbf{3},\mathbf{6})_{+1} \ , \qquad (4.4) \\ q_L \otimes q_L \otimes q_L &\sim (\mathbf{3},\mathbf{1})_{-1} \otimes (\mathbf{3},\mathbf{1})_{-1} \otimes (\mathbf{3},\mathbf{1})_{-1} \\ &\sim (\mathbf{1},\mathbf{1})_{-3} \oplus 2(\mathbf{8},\mathbf{1})_{-3} \oplus (\mathbf{10},\mathbf{1})_{-3} \ , \qquad (4.5) \end{aligned}$$

と、それぞれに対して q_L と q_R を入れ替えた組み合わせが可能である。カイラル対称性は自発的に破れることにより、その部分群である $\mathrm{SU(3)_F}$ フレーバー対称性に破れる。陽子や中性子はフレーバー対称性の 8 重項に属するため、フレーバー対称性の 8 重項を含む $(\mathbf{3},\bar{\mathbf{3}})_{-1}$、$(\mathbf{3},\mathbf{6})_{-1}$、$(\mathbf{8},\mathbf{1})_{-3}$ の 3 つの表現に注目し、これらのカイラル対称性の表現を持つバリオンを導入する。また、ここではスピン 1/2 を持つバリオンに注目する。

バリオン場として以下のカイラル表現を持つものを導入する：

$$\begin{aligned} &\Psi_{1l} \sim (\mathbf{3},\bar{\mathbf{3}})_{+1} \ , \quad \Psi_{1r} \sim (\bar{\mathbf{3}},\mathbf{3})_{-1} \ , \quad \Psi_{2l} \sim (\bar{\mathbf{3}},\mathbf{3})_{-1} \ , \quad \Psi_{2r} \sim (\mathbf{3},\bar{\mathbf{3}})_{+1} \ , \\ &\eta_{1l} \sim (\mathbf{3},\mathbf{6})_{+1} \ , \quad \eta_{1r} \sim (\mathbf{6},\mathbf{3})_{-1} \ , \quad \eta_{2l} \sim (\mathbf{6},\mathbf{3})_{-1} \ , \quad \eta_{2r} \sim (\mathbf{3},\mathbf{6})_{+1} \ , \\ &\chi_{1l} \sim (\mathbf{8},\mathbf{1})_{-3} \ , \quad \chi_{1r} \sim (\mathbf{1},\mathbf{8})_{+3} \ , \quad \chi_{2l} \sim (\mathbf{1},\mathbf{8})_{+3} \ , \quad \chi_{2r} \sim (\mathbf{8},\mathbf{1})_{-3} \ . \qquad (4.6) \end{aligned}$$

これらは、後に導入される中間子場 M と共に表 4 にリストする。l や r の添え字はカイラリティ

表 4　カイラル表現。

fields	Ψ_{1l}	Ψ_{1r}	Ψ_{2l}	Ψ_{2r}	η_{1l}	η_{1r}	η_{2l}	η_{2r}
$\mathrm{SU(3)_L{\times}SU(3)_R}$	$(\mathbf{3},\bar{\mathbf{3}})$	$(\bar{\mathbf{3}},\mathbf{3})$	$(\bar{\mathbf{3}},\mathbf{3})$	$(\mathbf{3},\bar{\mathbf{3}})$	$(\mathbf{3},\mathbf{6})$	$(\mathbf{6},\mathbf{3})$	$(\mathbf{6},\mathbf{3})$	$(\mathbf{3},\mathbf{6})$
$\mathrm{U(1)_A}$ charge	$+1$	-1	-1	$+1$	$+1$	-1	-1	$+1$
fields	χ_{1l}	χ_{1r}	χ_{2l}	χ_{2r}	M			
$\mathrm{SU(3)_L{\times}SU(3)_R}$	$(\mathbf{8},\mathbf{1})$	$(\mathbf{1},\mathbf{8})$	$(\mathbf{1},\mathbf{8})$	$(\mathbf{8},\mathbf{1})$	$(\mathbf{3},\bar{\mathbf{3}})$			
$\mathrm{U(1)_A}$ charge	-3	$+3$	$+3$	-3	-2			

を表している：

$$\begin{aligned} &\gamma_5\Psi_{il} = -\Psi_{il} \ , \quad \gamma_5\Psi_{ir} = +\Psi_{ir} \ , \\ &\gamma_5\eta_{il} = -\eta_{il} \ , \quad \gamma_5\eta_{ir} = +\eta_{ir} \ , \\ &\gamma_5\chi_{il} = -\chi_{il} \ , \quad \gamma_5\chi_{ir} = +\chi_{ir} \qquad [\text{for } i = 1,2] \ . \qquad (4.7) \end{aligned}$$

全ての場に対して「Mirror Assignment」を採用した。

パリティ変換 ($\mathcal{P}$) と電荷共役変換 ($\mathcal{C}$) は

$$\begin{aligned} &\psi_{1l,1r} \xrightarrow{\mathcal{P}} \gamma_0 \ \psi_{1r,1l} \ , \qquad \psi_{2l,2r} \xrightarrow{\mathcal{P}} -\gamma_0 \ \psi_{2r,2l} \ , \\ &\psi_{1l,1r} \xrightarrow{\mathcal{C}} C\left(\bar{\psi}_{1r,1l}\right)^T \ , \quad \psi_{2l,2r} \xrightarrow{\mathcal{C}} -C\left(\bar{\psi}_{2r,2l}\right)^T \qquad (4.8) \end{aligned}$$

表 5　カイラル対称性、$\mathcal{P}$ 変換、$\mathcal{C}$ 変換の下での不変性を満たす、中間子場 M(-2 の $\mathrm{U(1)_A}$ 電荷を持つ) を 1 つ含む項。“×” は不変性を満たすように構成できないことを表している。

fields	-	Ψ_{1l}	Ψ_{1r}	Ψ_{2l}	Ψ_{2r}	η_{1l}	η_{1r}	η_{2l}	η_{2r}	χ_{1l}	χ_{1r}	χ_{2l}	χ_{2r}
-	$\mathrm{U(1)_A}$	$+1$	-1	-1	$+1$	$+1$	-1	-1	$+1$	-3	$+3$	$+3$	-3
$\bar{\Psi}_{1l}$	-1	×	$\mathcal{W}_R^{(1)}$	×	×	×	$\mathcal{O}_R^{(1)}$	×	×	×	$\mathcal{O}_R^{(2)}$	×	×
$\bar{\Psi}_{1r}$	$+1$	$\mathcal{W}_L^{(1)}$	×	×	×	$\mathcal{O}_L^{(1)}$	×	×	×	$\mathcal{O}_L^{(2)}$	×	×	×
$\bar{\Psi}_{2l}$	$+1$	×	×	×	$\mathcal{W}_R^{(2)}$	×	×	×	$\mathcal{O}_R^{(3)}$	×	×	×	$\mathcal{O}_R^{(4)}$
$\bar{\Psi}_{2r}$	-1	×	×	$\mathcal{W}_L^{(2)}$	×	×	×	$\mathcal{O}_L^{(3)}$	×	×	×	$\mathcal{O}_L^{(4)}$	×
$\bar{\eta}_{1l}$	-1	×	$\mathcal{O}_L^{(1)\dagger}$	×	×	×	$\mathcal{W}_R^{(3)}$	×	×	×	$\mathcal{O}_R^{(5)}$	×	×
$\bar{\eta}_{1r}$	$+1$	$\mathcal{O}_R^{(1)\dagger}$	×	×	×	$\mathcal{W}_L^{(3)}$	×	×	×	$\mathcal{O}_L^{(5)}$	×	×	×
$\bar{\eta}_{2l}$	$+1$	×	×	×	$\mathcal{O}_L^{(3)\dagger}$	×	×	×	$\mathcal{W}_R^{(4)}$	×	×	×	$\mathcal{O}_R^{(6)}$
$\bar{\eta}_{2r}$	-1	×	×	$\mathcal{O}_R^{(3)\dagger}$	×	×	×	$\mathcal{W}_L^{(4)}$	×	×	×	$\mathcal{O}_L^{(6)}$	×
$\bar{\chi}_{1l}$	$+3$	×	$\mathcal{O}_L^{(2)\dagger}$	×	×	×	$\mathcal{O}_L^{(5)\dagger}$	×	×	×	×	×	×
$\bar{\chi}_{1r}$	-3	$\mathcal{O}_R^{(2)\dagger}$	×	×	×	$\mathcal{O}_R^{(5)\dagger}$	×	×	×	×	×	×	×
$\bar{\chi}_{2l}$	-3	×	×	×	$\mathcal{O}_L^{(4)\dagger}$	×	×	×	$\mathcal{O}_L^{(6)\dagger}$	×	×	×	×
$\bar{\chi}_{2r}$	$+3$	×	×	$\mathcal{O}_R^{(4)\dagger}$	×	×	×	$\mathcal{O}_R^{(6)\dagger}$	×	×	×	×	×

と定義される。ただし、$\psi = \Psi,\ \eta,\ \chi$ であり、$C \equiv i\gamma^2\gamma^0$ である。

カイラル群の下での変換性を明らかにするために、バリオンのカイラル群に対する添え字を陽に

$$
\begin{aligned}
&(\Psi_{1l})^a_\alpha \ , \quad (\Psi_{1r})^\alpha_a \ , \quad (\Psi_{2l})^\alpha_a \ , \quad (\Psi_{2r})^a_\alpha \ , \\
&\eta_{1l}^{(a,\alpha\beta)} \ , \quad \eta_{1r}^{(ab,\alpha)} \ , \quad \eta_{2l}^{(ab,\alpha)} \ , \quad \eta_{2r}^{(a,\alpha\beta)} \ , \\
&(\chi_{1l})^a_b \ , \quad (\chi_{1r})^\alpha_\beta \ , \quad (\chi_{2l})^\alpha_\beta \ , \quad (\chi_{2r})^a_b \ ,
\end{aligned}
\tag{4.9}
$$

と表す。ここで、$a, b = 1, 2, 3$ は $\mathrm{SU(3)_L}$ に、$\alpha, \beta = 1, 2, 3$ は $\mathrm{SU(3)_R}$ に対する添え字である。そして、ab や $\alpha\beta$ のような添え字は対称化されており、**6** 表現を表している。既にカイラル対称性の下での表現が定義されたので、各場に対する共変微分は

$$
\begin{aligned}
D_\mu \Psi_{1l,2r} &= \partial_\mu \Psi_{1l,2r} - i\mathcal{L}_\mu \Psi_{1l,2r} + i\Psi_{1l,2r}\mathcal{R}_\mu \ , \\
D_\mu \Psi_{1r,2l} &= \partial_\mu \Psi_{1r,2l} - i\mathcal{R}_\mu \Psi_{1r,2l} + i\Psi_{1r,2l}\mathcal{L}_\mu \ , \\
(D_\mu \eta_{1l,2r})^{(a,\alpha\beta)} &= \partial_\mu \eta_{1l,2r}^{(a,\alpha\beta)} - i\,(\mathcal{L}_\mu)^a_b\, \eta_{1l,2r}^{(b,\alpha\beta)} - i\left[(\mathcal{R}_\mu)^\alpha_\rho\, \delta^\beta_\sigma + \delta^\alpha_\rho\, (\mathcal{R}_\mu)^\beta_\sigma\right] \eta_{1l,2r}^{(a,\rho\sigma)} \ , \\
(D_\mu \eta_{1r,2l})^{(ab,\alpha)} &= \partial_\mu \eta_{1r,2l}^{(ab,\alpha)} - i\,(\mathcal{R}_\mu)^\alpha_\beta\, \eta_{1r,2l}^{(ab,\beta)} - i\left[(\mathcal{L}_\mu)^a_c\, \delta^b_d + \delta^a_c\, (\mathcal{L}_\mu)^b_d\right] \eta_{1r,2l}^{(cd,\alpha)} \ , \\
D_\mu \chi_{1l,2r} &= \partial_\mu \chi_{1l,2r} - i\mathcal{L}_\mu \chi_{1l,2r} + i\chi_{1l,2r}\mathcal{L}_\mu \ , \\
D_\mu \chi_{1r,2l} &= \partial_\mu \chi_{1r,2l} - i\mathcal{R}_\mu \chi_{1r,2l} + i\chi_{1r,2l}\mathcal{R}_\mu
\end{aligned}
\tag{4.10}
$$

と表される。$\mathcal{L}_\mu$ と $\mathcal{R}_\mu$ はカイラル対称性 $\mathrm{U(3)_L \times U(3)_R}$ をゲージ化することで導入される外ゲージ場である。電弱相互作用に対するゲージ場である W ボソン $W^\pm_\mu$、Z ボソン Z_μ、光子 A_μ との結

合を考える場合には、外ゲージ場を

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_\mu =& eQA_\mu + \frac{g}{\cos\theta_W}\left(T_z - Q\sin^2\theta_W\right)Z_\mu + \frac{g}{\sqrt{2}}\left(T_+W_\mu^+ + T_-W_\mu^-\right)\ ,\\ \mathcal{R}_\mu =& eQA_\mu - \frac{g}{\cos\theta_W}Q\sin^2\theta_W Z_\mu\end{aligned} \tag{4.11}$$

とすることでハドロンとそれらのゲージ場との結合を考慮できる。ここで、e と g はそれぞれ電磁気と弱い相互作用に対する結合定数であり、Weinberg 角 θ_W はそれらの比と $\sin\theta_W = \frac{e}{g}$ の関係を持つ。また、Q, T_z, $T_\pm$ で表された行列は

$$Q = \frac{1}{3}\begin{pmatrix}2&0&0\\0&-1&0\\0&0&-1\end{pmatrix}\ ,\quad T_z = \frac{1}{2}\begin{pmatrix}1&0&0\\0&-1&0\\0&0&-1\end{pmatrix}\ ,\quad T_+ = \begin{pmatrix}0&V_{ud}&V_{us}\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}\ ,\quad T_- = (T_+)^\dagger \tag{4.12}$$

である。ベクトル･軸性ベクトル型の外ゲージ場を用いる場合には、それらを $\mathcal{V}, \mathcal{A}_\mu \equiv \frac{1}{2}\left(\mathcal{R}_\mu \pm \mathcal{L}_\mu\right)$ と定義する。

次に、クォークと反クォークから構成されたスカラー中間子と擬スカラー中間子の 9 重項を表す 3×3 行列 M を導入する。$\mathrm{SU(3)_L}\times\mathrm{SU(3)_R}\times\mathrm{U(1)_A}$ の下での M の表現は

$$M \sim (\mathbf{3}, \bar{\mathbf{3}})_{-2}\ , \tag{4.13}$$

であり、これは M が $(\bar{q}_R q_L)$ から構成された場であることに対応している。パリティ変換と電荷共役変換も

$$M \xrightarrow{\mathcal{P}} M^\dagger\ ,\quad M \xrightarrow{\mathcal{C}} M^T \tag{4.14}$$

と定義できる。

カイラル対称性 $\mathrm{U(3)_L}\times\mathrm{U(3)_R}$ の変換の下で不変な一般的な Lagrangian を構成する [*14]。ここでの解析では、バリオンセクターにはカイラル不変質量の項と共に、中間子場 M 1 つとバリオン場の間の非微分湯川相互作用項を含めることとする。表 5 は対称性から許された湯川相互作用項をまとめたものである。$\mathcal{W}$ は同種のバリオン (例えば、Ψ_{1l} や Ψ_{1r}) で構成された相互作用項であり、$\mathcal{O}$ は異種のバリオンで構成された相互作用項である。それらを表 8 と表 6 にそれぞれ露わな形で与えた。同様に、運動項 $\mathcal{K}$ とカイラル不変質量項 $\mathcal{Q}$ は表 7 と表 9 にそれぞれリストした。

パリティ変換 ($\mathcal{P}$) の下で、各項は

$$\mathcal{K}_L \overset{\mathcal{P}}{\leftrightarrows} \mathcal{K}_R\ ,\quad \mathcal{W}_L \overset{\mathcal{P}}{\leftrightarrows} \mathcal{W}_R\ ,\quad \mathcal{O}_L \overset{\mathcal{P}}{\leftrightarrows} \mathcal{O}_R\ ,\quad \mathcal{Q}_L \overset{\mathcal{P}}{\leftrightarrows} \mathcal{Q}_R \tag{4.15}$$

と変換する。そのため、それらの線形結合の

$$\begin{aligned}&\mathcal{K} \equiv \mathcal{K}_L + \mathcal{K}_R\ ,\quad \mathcal{W} \equiv \mathcal{W}_L + \mathcal{W}_R\ ,\\ &\mathcal{O} \equiv \mathcal{O}_L + \mathcal{O}_R\ ,\quad \mathcal{Q} \equiv \mathcal{Q}_L + \mathcal{Q}_R\end{aligned} \tag{4.16}$$

[*14] $\mathrm{U(1)_A}$ 対称性は量子異常の効果により陽に破れている。量子異常の効果を生じさせる項として $\ln\left(\det M/\det M^\dagger\right)$ を導入する。その上で、それ以外の全ての項は $\mathrm{U(1)_A}$ 変換の下で不変であるものとする。

表 6　湯川相互作用項のリスト： $\mathcal{O}_{L,R}$.

k	$\mathcal{O}_L^{(k)}$	$\mathcal{O}_R^{(k)}$
1	$\epsilon_{abc}\left(\bar{\Psi}_{1r}\right)_\alpha^a (M)_\beta^b \left(\eta_{1l}\right)^{(c,\alpha\beta)}$	$\epsilon_{\alpha\beta\sigma}\left(\bar{\Psi}_{1l}\right)_a^\alpha \left(M^\dagger\right)_b^\beta \left(\eta_{1r}\right)^{(ab,\sigma)}$
2	$\mathrm{Tr}\left[\bar{\Psi}_{1r}M^\dagger\chi_{1l}\right]$	$\mathrm{Tr}\left[\bar{\Psi}_{1l}M\chi_{1r}\right]$
3	$\epsilon_{\alpha\beta\sigma}\left(\bar{\Psi}_{2r}\right)_a^\alpha \left(M^\dagger\right)_b^\beta \left(\eta_{2l}\right)^{(ab,\sigma)}$	$\epsilon_{abc}\left(\bar{\Psi}_{2l}\right)_\alpha^a (M)_\beta^b \left(\eta_{2r}\right)^{(c,\alpha\beta)}$
4	$\mathrm{Tr}\left[\bar{\Psi}_{2r}M\chi_{2l}\right]$	$\mathrm{Tr}\left[\bar{\Psi}_{2l}M^\dagger\chi_{2r}\right]$
5	$\epsilon^{acd}\left(\bar{\eta}_{1r}\right)_{(ab,\alpha)}\left(M^\dagger\right)_c^\alpha \left(\chi_{1l}\right)_d^b$	$\epsilon^{\alpha\sigma\rho}\left(\bar{\eta}_{1l}\right)_{(a,\alpha\beta)}(M)_\sigma^a \left(\chi_{1r}\right)_\rho^\beta$
6	$\epsilon^{\alpha\sigma\rho}\left(\bar{\eta}_{2r}\right)_{(a,\alpha\beta)}(M)_\sigma^a \left(\chi_{2l}\right)_\rho^\beta$	$\epsilon^{acd}\left(\bar{\eta}_{2l}\right)_{(ab,\alpha)}\left(M^\dagger\right)_c^\alpha \left(\chi_{2r}\right)_d^b$

表 7　運動項のリスト：$\mathcal{K}_{L,R}$.

k	$\mathcal{K}_L^{(k)}$	$\mathcal{K}_R^{(k)}$
1	$\mathrm{Tr}\left[\bar{\Psi}_{1l}i\not{D}\Psi_{1l}\right]$	$\mathrm{Tr}\left[\bar{\Psi}_{1r}i\not{D}\Psi_{1r}\right]$
2	$\mathrm{Tr}\left[\bar{\Psi}_{2l}i\not{D}\Psi_{2l}\right]$	$\mathrm{Tr}\left[\bar{\Psi}_{2r}i\not{D}\Psi_{2r}\right]$
3	$\left(\bar{\eta}_{1l}\right)_{(a,\alpha\beta)} i\not{D}\left(\eta_{1l}\right)^{(a,\alpha\beta)}$	$\left(\bar{\eta}_{1r}\right)_{(ab,\alpha)} i\not{D}\left(\eta_{1r}\right)^{(ab,\alpha)}$
4	$\left(\bar{\eta}_{2l}\right)_{(ab,\alpha)} i\not{D}\left(\eta_{2l}\right)^{(ab,\alpha)}$	$\left(\bar{\eta}_{2r}\right)_{(a,\alpha\beta)} i\not{D}\left(\eta_{2r}\right)^{(a,\alpha\beta)}$
5	$\mathrm{Tr}\left[\bar{\chi}_{1l}i\not{D}\chi_{1l}\right]$	$\mathrm{Tr}\left[\bar{\chi}_{1r}i\not{D}\chi_{1r}\right]$
6	$\mathrm{Tr}\left[\bar{\chi}_{2l}i\not{D}\chi_{2l}\right]$	$\mathrm{Tr}\left[\bar{\chi}_{2r}i\not{D}\chi_{2r}\right]$

はパリティ変換の下で不変であることがわかる。パリティ変換の下での不変性を要求すると Lagrangian は以下のように書ける：

$$\mathcal{L}_0 = \sum_{k=1}^{6}\mathcal{K}^{(k)} + \sum_{k=1}^{4} g_k \mathcal{W}^{(k)} + \sum_{k=1}^{6} y_k\left(\mathcal{O}^{(k)} + \mathcal{O}^{(k)\dagger}\right) + \sum_{k=1}^{3} m_0^{(k)}\left(\mathcal{Q}^{(k)} + \mathcal{Q}^{(k)\dagger}\right) + \mathcal{L}_{\mathrm{meson}}\ . \tag{4.17}$$

ここで、$g^k, y^k, m_0^{(k)}$ は実定数である。これらのパラメータが実となるのは、カイラル不変な各項が電荷共役変換の下で

$$\mathcal{K} \overset{C}{\leftrightarrows} \mathcal{K}\ ,\quad \mathcal{W} \overset{C}{\leftrightarrows} \mathcal{W}\ ,\quad \mathcal{O} \overset{C}{\leftrightarrows} \mathcal{O}^\dagger\ ,\quad \mathcal{Q} \overset{C}{\leftrightarrows} \mathcal{Q}^\dagger \tag{4.18}$$

と変換するためである。

Lagrangian の中間子セクター $\mathcal{L}_{\mathrm{meson}}$ は

$$\mathcal{L}_{\mathrm{meson}} = \mathrm{Tr}\left[D_\mu M \cdot D^\mu M^\dagger\right] - V(M) \tag{4.19}$$

と書くことができ、$V(M)$ は中間子のポテンシャルである。このポテンシャルは量子異常により $\mathrm{U(1)_A}$ 対称性を破る項を含んでいる。M の共変微分は

$$D_\mu M \equiv \partial_\mu M - i\mathcal{L}_\mu M + iM\mathcal{R}_\mu \tag{4.20}$$

表 8　湯川相互作用項のリスト：$\mathcal{W}_{L,R}$.

k	$\mathcal{W}_L^{(k)}$	$\mathcal{W}_R^{(k)}$
1	$\epsilon_{abc}\epsilon^{\alpha\beta\sigma}\left(\bar{\Psi}_{1r}\right)_\alpha^a (M)_\beta^b (\Psi_{1l})_\sigma^c$	$\epsilon^{abc}\epsilon_{\alpha\beta\sigma}\left(\bar{\Psi}_{1l}\right)_a^\alpha \left(M^\dagger\right)_b^\beta (\Psi_{1r})_c^\sigma$
2	$\epsilon^{abc}\epsilon_{\alpha\beta\sigma}\left(\bar{\Psi}_{2r}\right)_a^\alpha \left(M^\dagger\right)_b^\beta (\Psi_{2l})_c^\sigma$	$\epsilon_{abc}\epsilon^{\alpha\beta\sigma}\left(\bar{\Psi}_{2l}\right)_\alpha^a (M)_\beta^b (\Psi_{2r})_\sigma^c$
3	$(\bar{\eta}_{1r})_{(ab,\alpha)} (M)_\beta^a (\eta_{1l})^{(b,\alpha\beta)}$	$(\bar{\eta}_{1l})_{(a,\alpha\beta)} \left(M^\dagger\right)_b^\alpha (\eta_{1r})^{(ab,\beta)}$
4	$(\bar{\eta}_{2r})_{(a,\alpha\beta)} \left(M^\dagger\right)_b^\alpha (\eta_{2l})^{(ab,\beta)}$	$(\bar{\eta}_{2l})_{(ab,\alpha)} (M)_\beta^a (\eta_{2r})^{(b,\alpha\beta)}$

表 9　カイラル不変質量項のリスト：$\mathcal{Q}_{L,R}$.

k	$\mathcal{Q}_L^{(k)}$	$\mathcal{Q}_R^{(k)}$
1	$-\mathrm{Tr}\left[\bar{\Psi}_{1r}\Psi_{2l}\right]$	$\mathrm{Tr}\left[\bar{\Psi}_{1l}\Psi_{2r}\right]$
2	$-\left(\bar{\eta}_{1r}\right)_{(ab,\alpha)} (\eta_{2l})^{(ab,\alpha)}$	$\left(\bar{\eta}_{1l}\right)_{(a,\alpha\beta)} (\eta_{2r})^{(a,\alpha\beta)}$
3	$-\mathrm{Tr}\left[\bar{\chi}_{1r}\chi_{2l}\right]$	$\mathrm{Tr}\left[\bar{\chi}_{1l}\chi_{2r}\right]$

と定義される。

4.2　核子の質量行列

前節において、カイラル対称性 $\mathrm{U(3)_L}\times\mathrm{U(3)_R}$ の下での不変性を要求することで Lagrangian を構成することができた。核子の性質を調べるために、カイラル表現で導入されたバリオン場をフレーバー対称性の既約表現に分解する。この手続きを行うことにより、核子の質量行列を得ることができる。

式 (4.19) で与えられた中間子ポテンシャル $V(M)$ は M の真空期待値を与える：

$$\langle M\rangle = \begin{pmatrix} v_1 & 0 & 0 \\ 0 & v_2 & 0 \\ 0 & 0 & v_3 \end{pmatrix} . \tag{4.21}$$

この真空期待値はカイラル対称性 $\mathrm{U(3)_L}\times\mathrm{U(3)_R}$ を自発的に破る。アイソスピン対称性を要請して、$v_1 = v_2$ とする。次に、中間子場 M の運動項から、パイ中間子の崩壊定数と M の真空期待値の間に関係を見出すことができる：$v_1 = f_\pi/2$。パイ中間子の崩壊定数の値は $f_\pi = 92.4$ MeV を用いる。この先、この章ではハイペロンの質量を計算しないので v_3 の具体的な値を用いない。ただし、次章ではこの値 v_3 も重要になる。

カイラル対称性の既約表現をフレーバー対称性の既約表現に

$$\Psi_i = B_i^{(1)} + \frac{1}{\sqrt{3}}\Lambda_i^{(4)}\mathbf{1} \qquad [\text{for } i = 1l,\ 1r,\ 2l,\ \text{or } 2r] \ ,$$

$$\begin{cases} \eta_{1l,2r}^{(a,\alpha\beta)} = \Delta_{1l,2r}^{a\alpha\beta} + \frac{1}{\sqrt{6}}\left(\epsilon^{\alpha ac}\delta_k^\beta + \epsilon^{\beta ac}\delta_k^\alpha\right)\left(B_{1l,2r}^{(2)}\right)_c^k \\ \eta_{1r,2l}^{(ab,\alpha)} = \Delta_{1r,2l}^{ab\alpha} + \frac{1}{\sqrt{6}}\left(\epsilon^{a\alpha c}\delta_k^b + \epsilon^{b\alpha c}\delta_k^a\right)\left(B_{1r,2l}^{(2)}\right)_c^k \end{cases} ,$$

$$\chi_i = B_i^{(3)} \qquad [\text{for } i = 1l,\ 1r,\ 2l,\ \text{or } 2r] \tag{4.22}$$

と分解できる。ここで、Δ, B, Λ はぞれぞれフレーバー対称性の 10 重項、8 重項、 1 重項に属する。この先、簡単のため Dirac スピノールを用いる：

$$\begin{aligned} B_1 &\equiv B_{1l} + B_{1r}\ , \quad B_2 \equiv B_{2l} + B_{2r}\ , \\ \Delta_1 &\equiv \Delta_{1l} + \Delta_{1r}\ , \quad \Delta_2 \equiv \Delta_{2l} + \Delta_{2r}\ , \\ \Lambda_1 &\equiv \Lambda_{1l} + \Lambda_{1r}\ , \quad \Lambda_2 \equiv \Lambda_{2l} + \Lambda_{2r}\ . \end{aligned} \tag{4.23}$$

8 重項バリオン B の各成分には

$$\begin{aligned} B_b^a &= \begin{pmatrix} B_1^1 & B_2^1 & B_3^1 \\ B_1^2 & B_2^2 & B_3^2 \\ B_1^3 & B_2^3 & B_3^3 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}\Sigma^0 + \frac{1}{\sqrt{6}}\Lambda & \Sigma^+ & p \\ \Sigma^- & \frac{-1}{\sqrt{2}}\Sigma^0 + \frac{1}{\sqrt{6}}\Lambda & n \\ \Xi^- & \Xi^0 & \frac{-2}{\sqrt{6}}\Lambda \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{4.24}$$

と各バリオンが割り当てられている。同様に、10 重項バリオン Δ $(J = 1/2)$ に対しても、

$$\begin{gathered} \Delta^{111} = \Delta^{++}\ , \quad \Delta^{112} = \frac{1}{\sqrt{3}}\Delta^{+}\ , \quad \Delta^{122} = \frac{1}{\sqrt{3}}\Delta^{0}\ , \quad \Delta^{222} = \Delta^{-}\ , \\ \Delta^{113} = \frac{1}{\sqrt{3}}\Sigma^{+(4)}\ , \quad \Delta^{123} = \frac{1}{\sqrt{6}}\Sigma^{0(4)}\ , \quad \Delta^{223} = \frac{1}{\sqrt{3}}\Sigma^{-(4)}\ , \\ \Delta^{133} = \frac{1}{\sqrt{3}}\Xi^{0(4)}\ , \quad \Delta^{233} = \frac{1}{\sqrt{3}}\Xi^{-(4)}\ , \\ \Delta^{333} = \Omega \end{gathered} \tag{4.25}$$

と割り当てることができる。

スカラーと擬スカラー中間子場 M は

$$M \equiv S + i\phi \tag{4.26}$$

とパラメートライズでき、S は 9 重項スカラー中間子場であり、ϕ も

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}\pi^0 + \frac{1}{\sqrt{6}}\eta_8 + \frac{1}{\sqrt{3}}\eta_0 & \pi^+ & K^+ \\ \pi^- & -\frac{1}{\sqrt{2}}\pi^0 + \frac{1}{\sqrt{6}}\eta_8 + \frac{1}{\sqrt{3}}\eta_0 & K^0 \\ K^- & \bar{K}^0 & -\frac{2}{\sqrt{6}}\eta_8 + \frac{1}{\sqrt{3}}\eta_0 \end{pmatrix} \tag{4.27}$$

と各成分が割り当てられた 9 重項擬スカラー中間子場である。

F 型と D 型の軸性結合[*15] [62] は運動項からカイラル表現によって決まる：

$$\mathrm{Tr}\left[\bar{B}\gamma_5\gamma^\mu\left(D\right)_{6\times6}\left\{A_\mu, B\right\}\right] + \mathrm{Tr}\left[\bar{B}\gamma_5\gamma^\mu\left(F\right)_{6\times6}\left[A_\mu, B\right]\right] \tag{4.28}$$

[*15] F 型の結合は、随伴表現の交換関係を伴い”F-term” と呼ばれる。D 型の結合は、反交換関係を伴い”D-term” と呼ばれる。F 型の結合は SU(3) の構造定数 f^{abc} に、D 型の結合は $d^{abc} \equiv 2\mathrm{Tr}\left(T^a\left\{T^b, T^c\right\}\right)$ にそれぞれ比例する。

ここで、

$$
\begin{aligned}
(F)_{6\times 6} &= \mathrm{diag}\left(0,\ \frac{2}{3},\ -1,\ 0,\ -\frac{2}{3},\ 1\right)\ , \\
(D)_{6\times 6} &= \mathrm{diag}\left(-1,\ 1,\ 0,\ 1,\ -1,\ 0\right)\ , \\
B^T &\equiv \begin{pmatrix} B_1^{(1)} & B_1^{(2)} & B_1^{(3)} & B_2^{(1)} & B_2^{(2)} & B_2^{(3)} \end{pmatrix}\ .
\end{aligned}
\tag{4.29}
$$

トレースはフレーバー空間について作用する。

この章においては明示的なカイラル対称性の破れを導入しないので、以後ハイペロンを無視して、核子 $N(=p,n)$ とその励起状態について注目する。明示的なカイラル対称性の破れを導入は次章で行う。

核子の質量行列を導出しよう。この先、簡単のために

$$
\psi_1' = \psi_1\ ,\quad \psi_2' = \gamma_5\psi_2 \qquad \left[\ \text{for}\ \psi = N^{(1)},\ N^{(2)}, N^{(3)}\ \right] \tag{4.30}
$$

と再定義する。$N^{(1)},\ N^{(2)},\ N^{(3)}$ の定義はそれぞれ、$B^{(1)},\ B^{(2)},\ B^{(3)}$ の行列の中の核子のアイソスピン 2 重項である成分である。式 (4.30) の再定義により、それらのパリティはすべて正である：例えば、$N'^{(1)}_{1,2} \xrightarrow{\mathcal{P}} \gamma_0 N'^{(1)}_{1,2}$。節 3.1 において導入した核子場は、この再定義後のものに対応する。

式 (4.17) から得られる N に対する質量項は以下である：

$$
-\bar{N}' M'_{N0} N'\ . \tag{4.31}
$$

ここで、

$$
N'^T \equiv \begin{pmatrix} N'^{(1)}_1 & N'^{(2)}_1 & N'^{(3)}_1 & N'^{(1)}_2 & N'^{(2)}_2 & N'^{(3)}_2 \end{pmatrix}\ . \tag{4.32}
$$

であり、質量行列 M'_{N0} [*16]は

$$
M'_{N0} = \begin{pmatrix}
\frac{g_1}{2} f_\pi & -\frac{3y_1}{2\sqrt{6}} f_\pi & -\frac{y_2}{2} f_\pi & m_0^{(1)} & 0 & 0 \\
-\frac{3y_1}{2\sqrt{6}} f_\pi & \frac{g_3}{4} f_\pi & -\frac{3y_5}{2\sqrt{6}} f_\pi & 0 & m_0^{(2)} & 0 \\
-\frac{y_2}{2} f_\pi & -\frac{3y_5}{2\sqrt{6}} f_\pi & 0 & 0 & 0 & m_0^{(3)} \\
m_0^{(1)} & 0 & 0 & -\frac{g_2}{2} f_\pi & \frac{3y_3}{2\sqrt{6}} f_\pi & \frac{y_4}{2} f_\pi \\
0 & m_0^{(2)} & 0 & \frac{3y_3}{2\sqrt{6}} f_\pi & -\frac{g_4}{4} f_\pi & \frac{3y_6}{2\sqrt{6}} f_\pi \\
0 & 0 & m_0^{(3)} & \frac{y_4}{2} f_\pi & \frac{3y_6}{2\sqrt{6}} f_\pi & 0
\end{pmatrix}
\tag{4.33}
$$

で与えられる。この質量行列を対角化することで質量固有状態を得ることができるが、それを

$$
N'^T_{\mathrm{phys}} = \begin{pmatrix} N'^{(1)}_+ & N'^{(2)}_+ & N'^{(3)}_+ & N'^{(1)}_- & N'^{(2)}_- & N'^{(3)}_- \end{pmatrix}_{\mathrm{phys}} \tag{4.34}
$$

と表すことにする。その固有値は λ_{N_i} とする。“$-$” の添え字を持つ場に対して式 (4.30) の再定義を逆に行うと、“$-$” の添え字を持つ場のパリティは負に変わる：つまり、$N_\pm \underset{\mathcal{P}}{\longrightarrow} \pm\gamma_0 N_\pm$。この章

[*16] M'_{N0} の下付き添え字の “0” は、カイラル極限での質量行列であることを表している。

の解析においては、質量固有状態を

$$N^T_{\rm phys} = \big(N(939)\ \ N(1440)\ \ N(1710)\ \ N(1535)\ \ N(1650)\ \ N^{\rm 6th}\big)_{\rm phys} \tag{4.35}$$

と同定することとする。ここで、未定としたバリオン $N^{\rm 6th}$ の候補の一つは $N(1895)(J^P = \frac{1}{2}^-)$ である。

4.3　拡張された Goldberger-Treiman 関係式による制限

この節では、拡張された Goldberger-Treiman (GT) 関係式から核子の励起状態の崩壊幅に対する上限値を得る。

Lagrangian から核子とパイ中間子の相互作用は

$$\bar{N}' C'_{\pi NN} i\gamma_5 \pi N' \tag{4.36}$$

と得られる。ここで、$\pi = \pi^a \cdot \tau^a$ であり、

$$C'_{\pi NN} = \begin{pmatrix} -\frac{g_1}{2} & -\frac{y_1}{2\sqrt{6}} & \frac{y_2}{2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{y_1}{2\sqrt{6}} & \frac{5g_3}{12} & -\frac{y_5}{2\sqrt{6}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{y_2}{2} & -\frac{y_5}{2\sqrt{6}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{g_2}{2} & -\frac{y_3}{2\sqrt{6}} & \frac{y_4}{2} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{y_3}{2\sqrt{6}} & \frac{5g_4}{12} & -\frac{y_6}{2\sqrt{6}} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{y_4}{2} & -\frac{y_6}{2\sqrt{6}} & 0 \end{pmatrix} \tag{4.37}$$

である。

$(F)_{6\times6}$, $(D)_{6\times6}$, M'_{N0}, $C'_{\pi NN}$ の 4 つの行列を用いると、拡張された GT 関係式を得ることができる：

$$C'_{\pi NN} = \frac{1}{2f_\pi}\left\{(F+D)_{6\times6}, M'_{N0}\right\}\ . \tag{4.38}$$

この行列表記は、質量固有状態 $N'_{\rm phys}$ ではなく、カイラル対称性の表現を基底とする N' に対する行列である。質量固有状態に対する結合定数 $g'_{\pi N_i N_j}$ は

$$\begin{aligned} g'_{\pi N_i N_j} &\equiv u_i^T \cdot C'_{\pi NN} \cdot u_j \\ &= \frac{\lambda_{N_i} + \lambda_{N_j}}{2f_\pi}\ \left[u_i^T \cdot (F+D)_{6\times6} \cdot u_j\right] \end{aligned} \tag{4.39}$$

とすることで得られる。ここで、u_i は質量行列 M'_{N0} の固有ベクトルであり、その固有値は λ_{N_i} である。固有ベクトル u_1 は核子 $N(939)$ に対応するベクトルになるようにする。ここで得た関係式が、3 章において導出した 2 フレーバーパリティ 2 重項構造の拡張された GT 関係式 [46, 47] と一致することは簡単に確認できる。ただし、式 (4.36) の相互作用項におけるパイ中間子場を $\pi = \pi^a \cdot \frac{\tau^a}{2}$ とする場合と $\pi = \pi^a \cdot \tau^a$ とする場合がある。そのため、この定義の違いは GT 関係式の係数の違いとして現れるので、比較の際に注意が必要である。

この関係式は

$$\sum_j \frac{f_\pi^2}{\left(\lambda_{N_i}+\lambda_{N_j}\right)^2}\left(g'_{\pi N_i N_j}\right)^2 = \frac{1}{4}\left[u_i^T\cdot(F+D)^2_{6\times6}\cdot u_i\right] \tag{4.40}$$

を与える。左辺は

$$\frac{1}{4}\left[u_i^T\cdot(F+D)^2_{6\times6}\cdot u_i\right] \leq \frac{25}{36}\ , \tag{4.41}$$

のように上限値を持つことに注目すると、模型のパラメータによらずに次のような制限を与えることができる：

$$\frac{1}{4}\left(g_A\right)^2 + \sum_{N^*}\tilde{\Gamma}\left(N^*\right) \leq \frac{25}{36}\ . \tag{4.42}$$

ここで、g_A は

$$g_A = u_1^T\cdot(F+D)_{6\times6}\cdot u_1 \tag{4.43}$$

で与えられる核子 $N(939)$ の軸性電荷である。さらに、$\tilde{\Gamma}(N^*)$ は[*17]

$$\begin{aligned}\tilde{\Gamma}\left(N^*\right) \equiv & \frac{4\pi}{3}\frac{m_{N^*}}{|\vec{p}|}\left[\sqrt{|\vec{p}|^2+m_N^2}\mp m_N\right]^{-1}\frac{f_\pi^2}{\left(m_{N^*}\pm m_N\right)^2} \\ & \times\Gamma(N^*\to N+\pi)\ .\end{aligned} \tag{4.44}$$

で定義される。

次に、どのように式 (4.42) の制限とバリオンの性質が関係しているのかを調べる。そのために、この制限が最も緩くなる場合 $\tilde{\Gamma}\left(N^{6\text{th}}\right)=0$ で考える[*18]。表 10 に示した実験値、パイ中間子質量 $m_\pi = 137$ MeV と崩壊定数 $f_\pi = 92.4$ MeV、軸性電荷 $g_A = 1.268\pm0.006$ [63] を用いると、

$$\begin{aligned}\frac{1}{4}g_A^2 &= 0.402\pm0.004\ , \\ \tilde{\Gamma}^{\exp}\left(N\left(1440\right)\right) &= 0.063\ \pm\ 0.022\ , \\ \tilde{\Gamma}^{\exp}\left(N\left(1535\right)\right) &= 0.012\ \pm\ 0.003\ , \\ \tilde{\Gamma}^{\exp}\left(N\left(1650\right)\right) &= 0.010\ \pm\ 0.004\ , \\ \tilde{\Gamma}^{\exp}\left(N\left(1710\right)\right) &= 0.0011\ \pm\ 0.0018\ ,\end{aligned} \tag{4.45}$$

[*17] $N^*\to N+\pi$ の崩壊幅は

$$\Gamma(N^*\to N(939)+\pi) = \frac{3g^2_{\pi N^* N}}{4\pi}\frac{|\vec{p}|}{m_{N^*}}\left[\sqrt{|\vec{p}|^2+m_N^2}\mp m_N\right]$$

と計算でき、括弧内の “−” 符号は N^* のパリティが正であるときに選ばれる。核子の運動量 $|\vec{p}|$ は、$m_{N^*} = \sqrt{|\vec{p}|^2+m_N^2}+\sqrt{|\vec{p}|^2+m_\pi^2}$. を満たす。

[*18] 当然、崩壊幅がゼロである粒子が実際に存在する訳ではない。

と評価できる。これらの値は

$$\frac{1}{4}\left(g_A\right)^2 + \sum_{N^*} \tilde{\Gamma}\left(N^*\right) = 0.49 \ \pm \ 0.02 \ . \tag{4.46}$$

を与える。式 (4.42) の右辺の 25/36 の値はおおよそ 0.69 なので、実験値の中心値は式 (4.42) の制限から許されている。

もし、式 (4.45) にある $\tilde{\Gamma}^{\mathrm{exp}}\left(N(1440)\right)$ 以外の値を用いると、式 (4.42) は

$$\tilde{\Gamma}\left(N(1440)\right) \leq 0.269 \pm 0.007 \tag{4.47}$$

を満たす必要があることを示している。$\tilde{\Gamma}\left(N\left(1440\right)\right)$ は、式 (4.44) で表されるように質量 $m_{N(1440)}$ と崩壊幅 $\Gamma\left(N\left(1440\right) \to N + \pi\right)$ の関数であるので、この不等式は図 10 にあるような質量 $N(1440)$ と崩壊幅 $\Gamma\left(N\left(1440\right) \to N + \pi\right)$ の間に制限を与える。この図は、模型のパラメータの値の詳細に

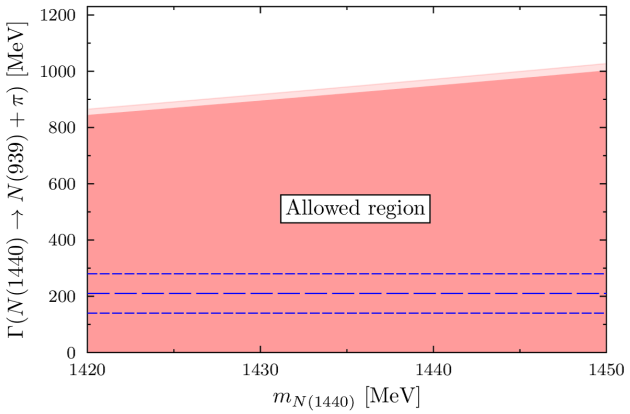


図 10　式 (4.47) の制限を満たす $N(1440) \to N(939) + \pi$ の崩壊幅と質量 $N(1440)$ の領域（赤の領域）。質量 $m_{N(1440)}$ と崩壊幅 $\Gamma\left(N(1440) \to N + \pi\right)$ の実験値はそれぞれ 1420 – 1450 MeV と 210 ± 70 MeV(青の破線) である。

よらない議論において、崩壊幅の実験値 210 ± 70 MeV [1] が $N(1440) \to N(939) + \pi$ の崩壊幅に対する上限と無矛盾であることを示している。

4.4　数値解析

前節において、模型のパラメータによらず $N(1440)$ の崩壊幅の上限を得ることができた。この節では、模型のパラメータを数値解析により決定し、$\Gamma(N(1440))$ と共にいくつかの物理量を得る。

表 10　バリオンの質量と崩壊幅の実験値 [1]。質量 $m_{N(939)}$ の実験値の「±1.3 MeV」は、陽子と中性子の質量差を表している。

Baryon	Mass (MeV)	Partial width (MeV) $\Gamma_{N^*\to N\pi}$
$N(939)$	939.0 ± 1.3	—
$N(1440)$	1420 – 1450 (≈ 1430)	$\sim \quad 210 \pm 70$
$N(1535)$	1525 – 1545 (≈ 1535)	$\sim \quad 70 \pm 19$
$N(1650)$	1645 – 1670 (≈ 1655)	$\sim \quad 100 \pm 35$
$N(1710)$	1680 – 1740 (≈ 1710)	$\sim \quad 13^{+20}_{-13}$

まず、この模型のパラメータは

$$\begin{aligned} &m_0^{(1)}\ ,\ \ m_0^{(2)}\ ,\ \ m_0^{(3)}\ , \\ &g_1\ ,\ \ g_2\ ,\ \ g_3\ ,\ \ g_4\ , \\ &y_1\ ,\ \ y_2\ ,\ \ y_3\ ,\ \ y_4\ ,\ \ y_5\ ,\ \ y_6 \end{aligned} \tag{4.48}$$

の 13 個である。パラメータを決定するために、$F^{\rm exp} = 0.475 \pm 0.004$ と $D^{\rm exp} = 0.793 \pm 0.005$ の値と、表 10 にある核子の質量や崩壊幅の実験値を用いる。 しかし、崩壊幅 $\Gamma^{\rm exp}\,(N(1440))$ の値は用いない。これは、式 (4.38) の拡張された GT 関係式の存在により、崩壊幅 $\Gamma^{\rm exp}\,(N(1440))$ を独立なインプットとして扱うことができない可能性があるためである。この先、$N^{\rm 6th}(J^P = \frac{1}{2}^-)$ を核子 $N(1895)$ と同定して解析を行う。

上記の 10 個のインプットを用いても、未決定であるパラメータが 3 つ存在する。しかしながら、前節で得た拡張された GT 関係式の存在による $N(1440) \to N(939) + \pi$ の崩壊幅に関する上限の存在について議論することができる。図 11 では、崩壊幅 $\Gamma(N(1440) \to N(939) + \pi)$ の許される値を $N(1895)$ の質量を横軸にとって表した[*19]。各赤と青の点は、未決定の 3 つのパラメータを任意に選ぶことでプロットされている。この図は、約 700 MeV に $N(1895)$ の質量に関係なく上限が存在することがわかる。

励起状態の核子の軸性電荷に対する予言を与える。崩壊幅の実験値 $\Gamma(N(1440) \to N(939) + \pi) = 210 \pm 70\,{\rm MeV}$ は、GT 関係式の制限がある中でも許されることを、図 11 において確認できた。そのため、さらに崩壊幅 $\Gamma(N(1440) \to N(939)+\pi) = 210 \pm 70\,{\rm MeV}$ をインプットとして用いる。この崩壊幅をインプットとして用いたことで、素朴には未決定のパラメータが 3 個から 2 個に減ったと考えられる。この時、軸性電荷 $g_A(N(1535))$ と $g_A(N(1650))$ の値に対して図 12 のような結果を得る。この結果から軸性電荷に対しても上限値があることがわかる：$g_A(N(1535)) \lesssim 0.9$, $g_A(N(1650)) \lesssim 0.9$, $g_A(N(1535)) + g_A(N(1650)) \lesssim 0.0$。つまり、$g_A(N(1535))$ と $g_A(N(1650))$ のどちらかは負であることを示している。これは、式 (4.38) にある GT 関係式に類似した関係式が存在し、その結果として軸性電荷に制限が付いたと思われる。図 12 で示した予言は、将来の実

[*19] PDG [1] では、$N(1895)$ の質量の実験値がリストされている：1895 ± 15, 2180 ± 80, 1880 ± 20。

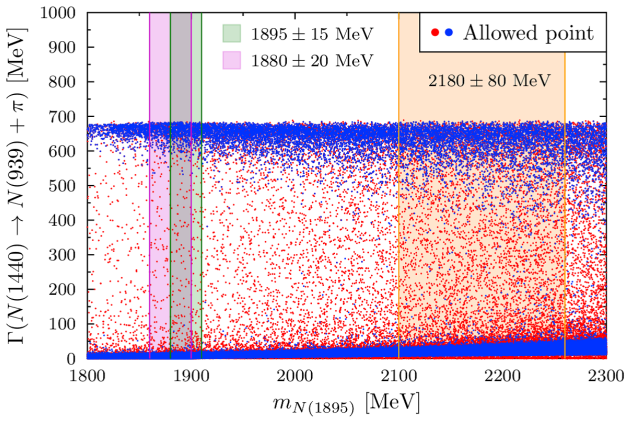


図 11　崩壊幅 $\Gamma(N(1440) \to N(939) + \pi)$ の許される値 (赤と青の点)。紫、緑、オレンジの領域は $m_{N(1895)} = 1880 \pm 20\,\mathrm{MeV}$, $1895 \pm 15\,\mathrm{MeV}$, $2180 \pm 80\,\mathrm{MeV}$ にそれぞれ対応する。

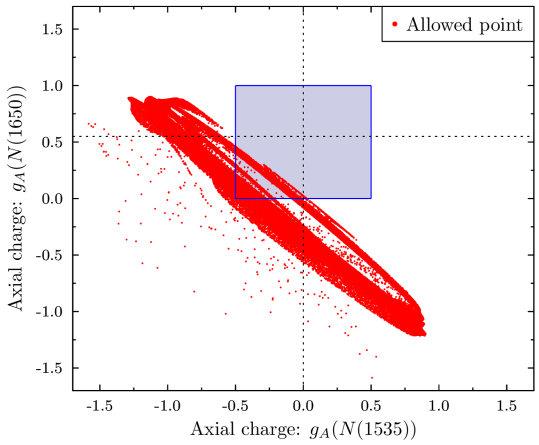


図 12　軸性電荷 $g_A(N(1535))$ と $g_A(N(1650))$ の値。青色の領域は $|g_A(N(1535))| \leq 0.5$ と $0.0 \leq g_A(N(1650)) \leq 1.0$ を表している。

験において確認することができると考えられる。

格子 QCD 解析で得られた $N(1535)$ と $N(1650)$ の軸正電荷の値 $g_A(N(1535)) = \mathcal{O}(0.1)$、$g_A(N(1650)) \sim 0.55$ [72] を用いて、図 12 の結果を制限する。この章のこの先の解析においては、$|g_A(N(1535))| \leq 0.5$ と $0.0 \leq g_A(N(1650)) \leq 1.0$(図 12 の青色の領域) の両方を満たすパラメータセットを用いることにする[*20]。ただし、実験値 $\Gamma(N(1440) \to N(939) + \pi) = 210 \pm 70\,\mathrm{MeV}$ は

[*20] 図 11 の青色と赤色の点は、それぞれ $|g_A(N(1535))| \leq 0.5$ と $0.0 \leq g_A(N(1650)) \leq 1.0$ の制限を満たすパラ

インプットとして用いず、結果を図示する際に横軸として用いる。

さらに、PDG [1] において核子 $N(1895)$ の質量に関する最も新しい実験結果である $m_{N(1895)} = 1895\,\mathrm{MeV}$ を用いる。この値を用いて、核子 $N(939)$ のカイラル表現の混合比とカイラル不変質量と共に励起状態の核子の軸正電荷の値に関して議論する。

図 13 では、$N(1440) \to N(939) + \pi$ の崩壊幅が $\Gamma(N(1440)) = 120 - 300\,\mathrm{MeV}$ の値であるときの励起状態の核子の軸性電荷の値をプロットした。崩壊幅の値に依存せず軸性電荷の値はおおよ

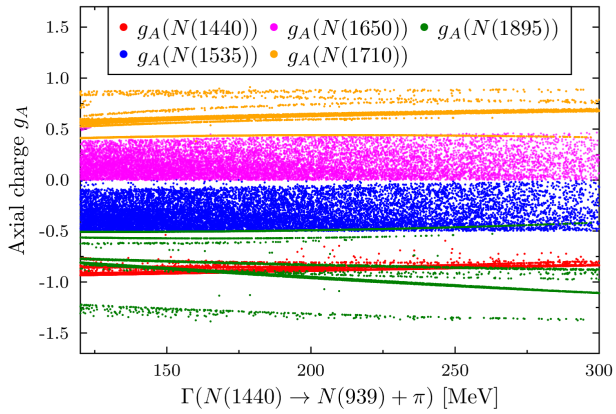


図 13　励起状態核子の軸性電荷の崩壊幅 $\Gamma(N(1440) \to N(939) + \pi)$ 依存性。

そ一定であることが図から読み取れる。これらの量は拡張された Goldberger-Treiman 関係式が存在することが反映されている。インプットとして核子の質量と様々な崩壊幅、核子 $N(939)$ の軸性電荷の値を用い、さらに横軸として崩壊幅 $\Gamma(N(1440) \to N(939) + \pi)$ を採ったので、GT 関係式を通して、これらの値と軸正電荷の値に関係が付いている。

核子 $N(939)$ のカイラル表現の混合比についても調べる。図 14 において、基底状態核子 $N(939)$ の質量固有状態に含まれるカイラル表現のパーセンテージをプロットした。この図は、カイラル表現 $[(\mathbf{3},\mathbf{6}) \oplus (\mathbf{6},\mathbf{3})]$ に属する η_1 が核子 $N(939)$ の主成分 ($\sim 80\,\%$) であることを示している。この理由は、η_1 の表現のみが 1 以上の軸性電荷を持つためである。

この章の最後に、カイラル不変質量の値を図 15 に示す。ここで、$m_0^{(1)}$, $m_0^{(2)}$, $m_0^{(3)}$ はそれぞれ $[(\mathbf{3},\bar{\mathbf{3}}) \oplus (\bar{\mathbf{3}},\mathbf{3})]$, $[(\mathbf{3},\mathbf{6}) \oplus (\mathbf{6},\mathbf{3})]$, $[(\mathbf{8},\mathbf{1}) \oplus (\mathbf{1},\mathbf{8})]$ 表現のカイラル不変質量である。 図 15 は、崩壊幅 $\Gamma(N(1440) \to N(939) + \pi)$ の値の変化に関係せず、カイラル不変質量はほぼ同じ値をとり、$m_0^{(2)} \sim 550 - 800\,\mathrm{MeV}$ である。つまり、核子 $N(939)$ の主な成分は $[(\mathbf{3},\mathbf{6}) \oplus (\mathbf{6},\mathbf{3})]$ の表現であり、その表現に対応するカイラル不変質量の値が $500 - 800\,\mathrm{MeV}$ である。そのため、核子 $N(939)$ のカイラル不変質量は、概ね $500 - 800\,\mathrm{MeV}$ である。参考として、パリティ 2 重項模型を用いて核物質中の性質を議論した参考文献 [61] においても、核子 $N(939)$ のカイラル不変質量の大きさ

メータセットと満たさないパラメータセットを表している。

は 500 – 900 MeV とされている。

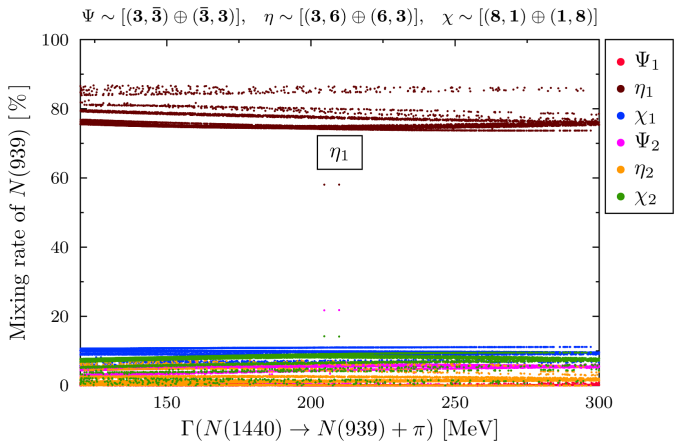


図 14　基底状態核子 $N(939)$ の混合比。縦軸は、$N(939)$ の質量固有状態に含まれるカイラル表現のパーセンテージを表している。Ψ, η, χ は、それぞれ $[(\mathbf{3},\bar{\mathbf{3}}) \oplus (\bar{\mathbf{3}},\mathbf{3})]$, $[(\mathbf{3},\mathbf{6}) \oplus (\mathbf{6},\mathbf{3})]$, $[(\mathbf{8},\mathbf{1}) \oplus (\mathbf{1},\mathbf{8})]$ の表現に属している。

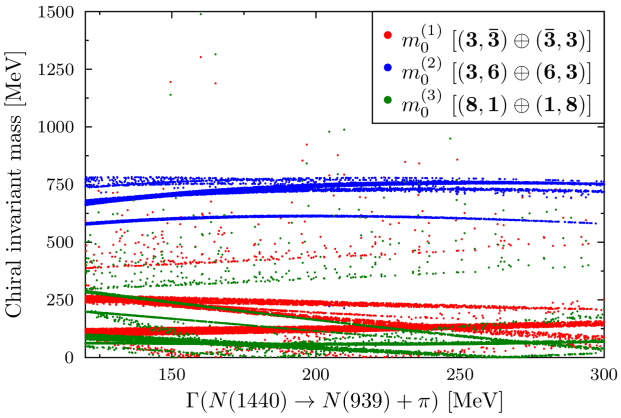


図 15　カイラル不変質量：$m_0^{(1)}$, $m_0^{(2)}$, $m_0^{(3)}$.

5　8 重項バリオンのパリティ 2 重項構造

前章において、3 フレーバーパリティ 2 重項模型を構築した。その模型から拡張された GT 関係式を導出し、核子のカイラル不変質量の大きさについて議論を行った。次に、ハイペロンまで含めたフレーバー 8 重項バリオンのパリティ 2 重項構造の性質について調べる。そのためには明示的なカイラル対称性の破れの効果を導入する必要があり、まず節 5.1 ではその効果を取り入れた模型を構築する。しかし構築した模型は、数値的にパラメータを決定するにはパラメータの数が多い。よって、節 5.2 では Lagrangian に含まれるカイラル対称性の表現を制限することで模型の簡略化を行った上で数値解析を行う。

5.1　明示的なカイラル対称性の破れの効果

8 重項バリオンの質量には、ストレンジクォークのカレントクォーク質量の効果によって差が存在する。この質量差も考慮するためには、3 フレーバーパリティ 2 重項模型に明示的なカイラル対称性の破れを含める必要がある。

式 (4.19) で与えた中間子ポテンシャル $V(M)$ に含まれる量子異常の効果による $\mathrm{U(1)_A}$ の破れ以外、Largangian(4.17) の全ての項はカイラル対称性 $\mathrm{U(3)_L}\times\mathrm{U(3)_R}$ の変換の下で不変に構成された。次に、QCD Lagnragian においてカレントクォークが存在することによるカイラル対称性の明示的な破れの効果を導入する。この効果の存在は、特にストレンジクォークを含むバリオンであるハイペロンの質量に大きく影響を与える。明示的な破れの効果を取り入れるために、我々はスプリオン場 (spurious field) を含む項を式 (4.17) の Lagrangian に加える。仮にカレントクォーク質量 m_q がカイラル表現 $(\mathbf{3},\bar{\mathbf{3}})_{-2}$ に属していたとすると QCD Lagrangian の質量項 $m_q\bar{q}q$ はカイラル対称性 $\mathrm{U(3)_L}\times\mathrm{U(3)_R}$ の変換の下で不変になる。そのため、スプリオン場 $\mathcal{M}$ を

$$\mathcal{M}\sim(\mathbf{3},\bar{\mathbf{3}})_{-2} \tag{5.1}$$

と定義し、$\mathcal{M}$ は真空期待値

$$\langle\mathcal{M}\rangle^a_\alpha=\begin{pmatrix}m_u&0&0\\0&m_d&0\\0&0&m_s\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\mathcal{M}_1&0&0\\0&\mathcal{M}_2&0\\0&0&\mathcal{M}_3\end{pmatrix} \tag{5.2}$$

を持つものとして扱う。アイソスピン対称を保つために $\mathcal{M}_1=\mathcal{M}_2$ $(m_u=m_d)$ とした。パイ中間子と K 中間子の質量比から $\mathcal{M}_3/\mathcal{M}_1$ の比の値を与えることができる [70]：

$$\frac{\mathcal{M}_3+\mathcal{M}_1}{\mathcal{M}_1+\mathcal{M}_2}=\frac{m_s+m_u}{m_u+m_d}=\frac{m^2_{K^0}}{m^2_{\pi^0}}=13.6\quad\Rightarrow\quad\frac{\mathcal{M}_3}{\mathcal{M}_1}=26.1\ . \tag{5.3}$$

ここで、中性中間子の質量 $m_{\pi^0}=135\,\mathrm{MeV}$ と $m_{K^0}=497\,\mathrm{MeV}$ を用いた。$\mathcal{M}_3/\mathcal{M}_1\neq1$ であることから、$\mathcal{M}$ の真空期待値はフレーバー対称性も破る。式 (5.1) のカイラル表現は中間子場 M の表現と同じである。そのため、湯川相互作用項 $\mathcal{W}$, $\mathcal{O}$ において中間子場 M をスプリオン場 $\mathcal{M}$ に置

表 11　明示的なカイラル対称性の破れの項のリスト：$\mathcal{Z}$。

k	$\mathcal{Z}_L^{(k)}$	$\mathcal{Z}_R^{(k)}$
1	$\epsilon_{abc}\epsilon^{\alpha\beta\sigma}\left(\bar{\Psi}_{1r}\right)_\alpha^a\left(\mathcal{M}\right)_\beta^b\left(\Psi_{1l}\right)_\sigma^c$	$\epsilon^{abc}\epsilon_{\alpha\beta\sigma}\left(\bar{\Psi}_{1l}\right)_a^\alpha\left(\mathcal{M}^\dagger\right)_b^\beta\left(\Psi_{1r}\right)_c^\sigma$
2	$\epsilon^{abc}\epsilon_{\alpha\beta\sigma}\left(\bar{\Psi}_{2r}\right)_a^\alpha\left(\mathcal{M}^\dagger\right)_b^\beta\left(\Psi_{2l}\right)_c^\sigma$	$\epsilon_{abc}\epsilon^{\alpha\beta\sigma}\left(\bar{\Psi}_{2l}\right)_\alpha^a\left(\mathcal{M}\right)_\beta^b\left(\Psi_{2r}\right)_\sigma^c$
3	$\left(\bar{\eta}_{1r}\right)_{(ab,\alpha)}\left(\mathcal{M}\right)_\beta^a\left(\eta_{1l}\right)^{(b,\alpha\beta)}$	$\left(\bar{\eta}_{1l}\right)_{(a,\alpha\beta)}\left(\mathcal{M}^\dagger\right)_b^\alpha\left(\eta_{1r}\right)^{(ab,\beta)}$
4	$\left(\bar{\eta}_{2r}\right)_{(a,\alpha\beta)}\left(\mathcal{M}^\dagger\right)_b^\alpha\left(\eta_{2l}\right)^{(ab,\beta)}$	$\left(\bar{\eta}_{2l}\right)_{(ab,\alpha)}\left(\mathcal{M}\right)_\beta^a\left(\eta_{2r}\right)^{(b,\alpha\beta)}$

表 12　明示的なカイラル対称性の破れの項のリスト：$\mathcal{S}$。

k	$\mathcal{S}_L^{(k)}$	$\mathcal{S}_R^{(k)}$
1	$\epsilon_{abc}\left(\bar{\Psi}_{1r}\right)_\alpha^a\left(\mathcal{M}\right)_\beta^b\left(\eta_{1l}\right)^{(c,\alpha\beta)}$	$\epsilon_{\alpha\beta\sigma}\left(\bar{\Psi}_{1l}\right)_a^\alpha\left(\mathcal{M}^\dagger\right)_b^\beta\left(\eta_{1r}\right)^{(ab,\sigma)}$
2	$\mathrm{Tr}\left[\bar{\Psi}_{1r}\mathcal{M}^\dagger\chi_{1l}\right]$	$\mathrm{Tr}\left[\bar{\Psi}_{1l}\mathcal{M}\chi_{1r}\right]$
3	$\epsilon_{\alpha\beta\sigma}\left(\bar{\Psi}_{2r}\right)_a^\alpha\left(\mathcal{M}^\dagger\right)_b^\beta\left(\eta_{2l}\right)^{(ab,\sigma)}$	$\epsilon_{abc}\left(\bar{\Psi}_{2l}\right)_\alpha^a\left(\mathcal{M}\right)_\beta^b\left(\eta_{2r}\right)^{(c,\alpha\beta)}$
4	$\mathrm{Tr}\left[\bar{\Psi}_{2r}\mathcal{M}\chi_{2l}\right]$	$\mathrm{Tr}\left[\bar{\Psi}_{2l}\mathcal{M}^\dagger\chi_{2r}\right]$
5	$\epsilon^{acd}\left(\bar{\eta}_{1r}\right)_{(ab,\alpha)}\left(\mathcal{M}^\dagger\right)_c^\alpha\left(\chi_{1l}\right)_d^b$	$\epsilon^{\alpha\sigma\rho}\left(\bar{\eta}_{1l}\right)_{(a,\alpha\beta)}\left(\mathcal{M}\right)_\sigma^a\left(\chi_{1r}\right)_\rho^\beta$
6	$\epsilon^{\alpha\sigma\rho}\left(\bar{\eta}_{2r}\right)_{(a,\alpha\beta)}\left(\mathcal{M}\right)_\sigma^a\left(\chi_{2l}\right)_\rho^\beta$	$\epsilon^{acd}\left(\bar{\eta}_{2l}\right)_{(ab,\alpha)}\left(\mathcal{M}^\dagger\right)_c^\alpha\left(\chi_{2r}\right)_d^b$

き換えることで、カイラル対称性の下で不変な項 $\mathcal{Z}$, $\mathcal{S}$ を得ることができる；$\mathcal{Z}^{(k)} \equiv \mathcal{Z}_L^{(k)} + \mathcal{Z}_R^{(k)}$、$\mathcal{S}^{(k)} \equiv \mathcal{S}_L^{(k)} + \mathcal{S}_R^{(k)}$。この置き換えを行って得られた項を表 11 と表 12 にリストした。式 (4.17) で与えた Lagrangian $\mathcal{L}_0$ に、カイラル対称性の明示的な破れの効果を加えることで Lagrangian を

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \sum_{k=1}^{4} \tilde{g}^k \mathcal{Z}^{(k)} + \sum_{k=1}^{8} \tilde{y}^k \left(\mathcal{S}^{(k)} + \mathcal{S}^{(k)\dagger}\right) + \mathcal{L}_{\mathrm{meson}} \tag{5.4}$$

と書き下すことができる。但し、$\mathcal{Z}^{(k)}$ はエルミートである。$\mathcal{L}_0$ は式 (4.17) で与えた Lagrangian である。

式 (4.21) で与えた M の真空期待値にも明示的なカイラル対称性の破れの効果が影響する。$\mathcal{M}_3/\mathcal{M}_1 \neq 1$ により、フレーバー対称性は完全な対称性ではない。よって、フレーバー対称性は自発的に破れないという Vafa-Witten の定理 [15] による制限は崩れる。そのため、M の真空期待値 $v_1(=v_2)$ と v_3 の値が違う可能性がある。擬スカラー中間子の崩壊定数と M の真空期待値の間に関係を見出すことができる：

$$f_\pi = v_1 + v_2 \ , \quad f_K = v_1 + v_3 \ . \tag{5.5}$$

ここで、f_π と f_K はそれぞれパイ中間子と K 中間子の崩壊定数である。PDG [1] における $f_\pi = 92.4$ MeV と $f_K/f_\pi = 1.20$ の値を用いることで、v_1 と v_3 の値を計算できる。$v_{1,2}$ と v_3 の比が 1 からズレることは、フレーバー対称性 $\mathrm{SU(3)_F}$ の破れを表している[*21]。

[*21] カレントクォーク質量がゼロである完全なカイラル対称性を持つ QCD においてフレーバー対称性は破れない [15]。そのため、この模型においても、スプリオン場によるカイラル対称性の明示的な破れを導入しない場合には $v_1 = v_2 = v_3 = f_\pi$ を要請する。

式 (4.31) では、カイラル極限での核子 $N = p, n$ の質量行列を得た。カイラル対称性の明示的な破れの効果を取り入れると、質量項は

$$-\bar{N}' M'_N N' \tag{5.6}$$

と書ける。ここで、$N' \equiv \left(N_1^{(1)}, N_1^{(2)}, N_1^{(3)}, \gamma_5 N_2^{(1)}, \gamma_5 N_2^{(2)}, \gamma_5 N_2^{(3)}\right)$ であり、質量行列は

$$M'_N = \begin{pmatrix} G^1 & -\sqrt{\frac{3}{2}}F^1 & -F^2 & m_0^{(1)} & 0 & 0 \\ -\sqrt{\frac{3}{2}}F^1 & \frac{1}{2}G^3 & -\sqrt{\frac{3}{2}}F^5 & 0 & m_0^{(2)} & 0 \\ -F^2 & -\sqrt{\frac{3}{2}}F^5 & 0 & 0 & 0 & m_0^{(3)} \\ m_0^{(1)} & 0 & 0 & -G^2 & \sqrt{\frac{3}{2}}F^3 & F^4 \\ 0 & m_0^{(2)} & 0 & \sqrt{\frac{3}{2}}F^3 & -\frac{1}{2}G^4 & \sqrt{\frac{3}{2}}F^6 \\ 0 & 0 & m_0^{(3)} & F^4 & \sqrt{\frac{3}{2}}F^6 & 0 \end{pmatrix} \tag{5.7}$$

であるが、各成分はパラメータの線形結合である

$$G^k = g^k v_1 + \tilde{g}^k \mathcal{M}_1 \ , \quad F^k = y^k v_1 + \tilde{y}^k \mathcal{M}_1 \ , \quad G_s^k = g^k v_3 + \tilde{g}^k \mathcal{M}_3 \ , \quad F_s^k = y^k v_3 + \tilde{y}^k \mathcal{M}_3 \tag{5.8}$$

を用いて表した。同様に、ハイペロンに対する質量行列を得ることも可能であり、次節の数値解析ではそれらの行列を用いる。具体的な質量行列の形は節 D.1 でまとめて書く。

シグマ項 $\sigma_{\pi N}$ は

$$\sigma_{\pi N} = \langle N(939)| \, m_q \bar{q} q \, |N(939)\rangle \equiv \nu_{0\mathrm{th}}^T \cdot (M'_N - M'_{N0}) \cdot \nu_{0\mathrm{th}} \tag{5.9}$$

と定義する[*22]。ここで、$\nu_{0\mathrm{th}}$ は核子 $N(939)$ に対応する質量行列 M'_N の質量固有ベクトルである。

5.2　簡略化された模型の数値解析

式 (5.4) の Lagrangian は 25 個のパラメータを持つ。この模型を数値解析を行うために簡略化する。簡略化された模型の候補は、以下のカイラル表現に属するバリオン場から構成された模型である：

$$\begin{aligned} &\text{Model-(i)} \quad [(\mathbf{3},\mathbf{6}) \oplus (\mathbf{6},\mathbf{3})] + [(\mathbf{3},\bar{\mathbf{3}}) \oplus (\bar{\mathbf{3}},\mathbf{3})] \ , \\ &\text{Model-(ii)} \quad [(\mathbf{3},\mathbf{6}) \oplus (\mathbf{6},\mathbf{3})] + [(\mathbf{1},\mathbf{8}) \oplus (\mathbf{8},\mathbf{1})] \ , \\ &\text{Model-(iii)} \quad [(\mathbf{3},\mathbf{6}) \oplus (\mathbf{6},\mathbf{3})] \ . \end{aligned} \tag{5.10}$$

[*22] QCD Hamiltonian H_{QCD} のカレントクォーク質量項が $m_q \bar{q} q$ であり、$\langle N(939)| \, H_{\mathrm{QCD}} \, |N(939)\rangle$ は核子の質量を表す。よって、カイラル対称性の明示的な破れを考慮した核子質量からカイラル極限での質量を引くことで、$m_q \bar{q} q$ に対応する量を得られると期待できる。また、参考文献 [71] でカイラル極限におけるパイ中間子の崩壊定数は $f_\pi^{(0)} = 86.4\,\mathrm{MeV}$ と計算されている。カイラル極限での核子の質量が重要であるため、式 (4.33) で与えたカイラル極限での核子の質量行列 M'_{N0} の各成分に含まれるパイ中間子の崩壊定数の値は $f_\pi^{(0)} = 86.4\,\mathrm{MeV}$ を用いる。

核子 $N(939)$ が 1 以上の軸性電荷を持ち得るために、候補として $[(\mathbf{3},\mathbf{6})\oplus(\mathbf{6},\mathbf{3})]$ 表現を含むものを選んだ。Model-(iii) は $[(\mathbf{3},\mathbf{6})\oplus(\mathbf{6},\mathbf{3})]$ 表現のみから構成された最も簡単な模型である。しかし、3.3 節で議論したように、この Model-(iii) では GT 関係式の存在により、核子 $N(939)$ とそのカイラルパートナーの性質を再現できなかった (図 9 参照)。そのため、以降では Model-(i) と-(ii) の簡略化された模型を用いて数値解析を行う。

表 13　インプットに用いる実験値と各簡略化された模型における最適なパラメータセットの結果。

		Experiment	Model-(i)	Model-(ii)
	$F^{\text{Model-(i)}}/\text{d.o.f.}\big\vert_{\text{best}}$	–	$8.4/8\,(\simeq 1.1)$	$11.1/4\,(\simeq 2.8)$
$N(\frac{1}{2}^+:0\text{th})$		$N(939)$		
	Mass (MeV)	939	980	987
	$(g_1/f_1)_{n\to p}$	1.27	1.19	1.20
$N(\frac{1}{2}^+:1\text{st})$		$N(1440)$		
	Mass (MeV)	1430	1510	1527
	Decay width $\Gamma_{N\to N\pi}$ (MeV)	210 ± 70	162	199
$N(\frac{1}{2}^-:0\text{th})$		$N(1535)$		
	Mass (MeV)	1535	1543	1465
	Decay width $\Gamma_{N\to N\pi}$ (MeV)	70 ± 19	64	70
$\Lambda(\frac{1}{2}^+:0\text{th})$		$\Lambda(1116)$		
	Mass (MeV)	1116	1111	1126
	$(g_1/f_1)_{\Lambda\to p}$	0.718	0.72	0.73
$\Lambda(\frac{1}{2}^+:1\text{st})$		$\Lambda(1600)$		
	Mass (MeV)	1600	1564	1565
	Decay width $\Gamma_{\Lambda\to N\bar{K}}$ (MeV)	34 ± 25	36	26
	Decay width $\Gamma_{\Lambda\to\Sigma\pi}$ (MeV)	53 ± 51	41	72
$\Sigma(\frac{1}{2}^+:0\text{th})$		$\Sigma(1192)$		
	Mass (MeV)	1192	1148	1155
	$(g_1/f_1)_{\Sigma^-\to n}$	-0.340	-0.35	-0.34
$\Sigma(\frac{1}{2}^+:1\text{st})$		$\Sigma(1660)$		
	Mass (MeV)	1660	1624	1670
	Decay width $\Gamma_{\Sigma\to N\bar{K}}$ (MeV)	20 ± 20	2	28
$\Xi(\frac{1}{2}^+:0\text{th})$		$\Xi(1318)$		
	Mass (MeV)	1318	1318	1305
	$(g_1/f_1)_{\Xi^-\to\Lambda}$	0.25	0.27	0.20
	$(g_1/f_1)_{\Xi^0\to\Sigma^+}$	1.22	1.22	1.22

我々の模型におけるあるパラメータセットが、どれだけ実験値を再現できているかを判定するための関数として、関数 F を定義する。この関数 F は

$$F\equiv\sum_i\frac{\left(m_i^{\text{theo.}}-m_i^{\text{exp.}}\right)^2}{(50\text{MeV})^2}+\sum_i\frac{\left((g_1/f_1)_i^{\text{theo.}}-(g_1/f_1)_i^{\text{exp.}}\right)^2}{\left(\delta\,(g_1/f_1)_i\right)^2}+\sum_i\frac{\left(\Gamma_i^{\text{theo.}}-\Gamma_i^{\text{exp.}}\right)^2}{(\delta\Gamma_i)^2} \tag{5.11}$$

表 14　最適なパラメータセットの値：$G^k \equiv g^k v_1 + \tilde{g}^k \mathcal{M}_1$, $G_s^k \equiv g^k v_3 + \tilde{g}^k \mathcal{M}_3$, $F^k \equiv y^k v_1 + \tilde{y}^k \mathcal{M}_1$, $F_s^k \equiv y^k v_3 + \tilde{y}^k \mathcal{M}_3$. G^k, G_s^k, F^k, F_s^k の値はすべて、真空期待値 $v_1 = f_\pi/2 = 46.2\,\mathrm{MeV}$ で割られた値である。

	$m_0^{(1)}$ [MeV]	$m_0^{(2)}$ [MeV]	$m_0^{(3)}$ [MeV]							
Model-(i)	1519	304	·							
Model-(ii)	·	1086	1447							
	G^1	G^2	G^3	G^4	F^1	F^2	F^3	F^4	F^5	F^6
Model-(i)	37	12	61	−63	17	·	−13	·	·	·
Model-(ii)	·	·	30	101	·	·	·	·	5.3	1.1
	G_s^1	G_s^2	G_s^3	G_s^4	F_s^1	F_s^2	F_s^3	F_s^4	F_s^5	F_s^6
Model-(i)	79	23	63	−72	3.3	·	−13	·	·	·
Model-(ii)	·	·	40	120	·	·	·	·	−17	−34

と定義するが、「theo.」の付いた量は模型において計算した物理量であり、模型のパラメータに依存する。「exp.」の付いた量は実験値であり、表 13 の「Experiment」の列にリストされている。表にリストされている我々が用いるインプットの数は 18 個である。フレーバー 8 重項バリオンの定性的な議論に興味があるため、バリオンの質量に対する電磁相互作用による寄与は無視し、かつ、模型から得られる結果が実験値の中心値に対して 5% の範囲内であることを要請する。式 (5.11) の関数 F の定義の第一項の分母にある “50 MeV” の値は、バリオンが約 1 GeV、または、それ以上の質量を持つので、その値の約 5% を意味している。軸性電荷 g_1/f_1 に対して、軸性電荷の実験値 $(g_1/f_1)^{\mathrm{exp.}}$ が、もしその中心値の 5% 以下の誤差を持つときには、$\delta(g_1/f_1)$ として $\delta(g_1/f_1) = 5\% \times (g_1/f_1)^{\mathrm{exp.}}$ とする。その中心値の 5% より大きい誤差を持つ場合は、その誤差の値を $\delta(g_1/f_1)$ とする。

上述の実験値を用いた数値解析により得られたパラメータセットは、$\sigma_{\pi N}$ や $\left|g_A^{(3)}(N(1535))\right|$ に対して様々な値を与える。しかし、現象論的な解析や格子 QCD 計算では、$20\,\mathrm{MeV} \lesssim \sigma_{\pi N}|_{\mathrm{phenom.}} \lesssim 80\,\mathrm{MeV}$ [73–77], $g_A^{(3)}(N(1535))\Big|_{\mathrm{lattice}} \sim \mathcal{O}(0.1)$ [72] である結果が得られている。そのため、

$$0\,\mathrm{MeV} \leq \sigma_{\pi N} \leq 100\,\mathrm{MeV}\ , \qquad \left|g_A^{(3)}(N(1535))\right| \leq 0.6 \tag{5.12}$$

を満たすパラメータセットに限定する。

さらに、崩壊幅についても制限を与えた。今考えているバリオンの質量は $\mathcal{O}(1)\,\mathrm{GeV}$ である。もし崩壊幅が質量と同じ程度の大きさであると、それを粒子としてみなすことができない。また、フレーバー対称性の破れは大きくないとすると、核子 $N(1535)(J^R = \frac{1}{2}^-)$ を含むフレーバー 8 重項バリオンの質量は核子 $N(1535)$ の質量から大きくかけ離れていないと考えられる。よって、パリティ負で質量が最も小さいハイペロンは 3 GeV 以下の質量を持つと制限した。その上で、そのパリティ負のハイペロンから擬スカラー中間子を放出しパリティ正の基底状態フレーバー 8 重項バリオンへ

遷移する崩壊過程:$\Sigma \to N+\bar{K}$, $\Sigma \to \Lambda+\pi$, $\Lambda \to N+\bar{K}$, $\Lambda \to \Sigma+\pi$, $\Xi \to \Sigma+\bar{K}$, $\Xi \to \Lambda+\bar{K}$ の部分崩壊幅が 3 GeV 以下であるという制限を加え、パラメータを限定した。

関数 F を最小化することで、各簡略化された模型に対する最適なパラメータセットを見つけることができた：$F^{\text{Model-(i)}}/\text{d.o.f.}\big|_{\text{best}} = 8.4/8 \simeq 1.1$ と $F^{\text{Model-(ii)}}/\text{d.o.f.}\big|_{\text{best}} = 11.1/4 \simeq 2.8$。そのパラメータセットを表 14 にまとめる。この先の解析においては、その最適なセットを基準として $F \leq F|_{\text{best}} + 1$ を満たすようなパラメータセットを用いて解析を進める。以下では、簡略化された模型 Model-(i) と-(ii) の結果を 2 つの項に分けて示す。

5.2.1　Model-(i) : $[(\mathbf{3},\mathbf{6}) \oplus (\mathbf{6},\mathbf{3})] + [(\mathbf{3},\bar{\mathbf{3}}) \oplus (\bar{\mathbf{3}},\mathbf{3})]$

この項では、14 個の模型パラメータを持つ簡略化された模型 Model-(i) に注目する：

$$
\begin{aligned}
&m_0^{(1)}\ ,\quad m_0^{(2)}\ ,\\
&g^1\ ,\quad g^2\ ,\quad g^3\ ,\quad g^4\ ,\quad y^1\ ,\quad y^2\ ,\\
&\tilde{g}^1\ ,\quad \tilde{g}^2\ ,\quad \tilde{g}^3\ ,\quad \tilde{g}^4\ ,\quad \tilde{y}^1\ ,\quad \tilde{y}^2\ .
\end{aligned}
\tag{5.13}
$$

パラメータセットは $F \leq F|_{\text{best}} + 1$ を満たすものを用いる。図 16 は、カイラル不変質量 $m_0^{(1)}$ と $m_0^{(2)}$ がそれぞれ約 1500 MeV と約 300 MeV であることを示している。

バリオンの質量と軸性電荷はそれぞれ図 18、17 に示されている。これらの図において、青色の線はインプットとして用いた実験値を表している。一方で赤色の線はインプットとして用いていない実験値を表している。図 17 は、Model-(i) が基底状態の 8 重項バリオン（$J^P = \frac{1}{2}^-$）の軸性電荷の実験値を再現できていることを示している。図 18 は、負パリティを持つ基底状態の Ξ バリオンの質量が、約 1500 MeV よりも小さいことを示している。

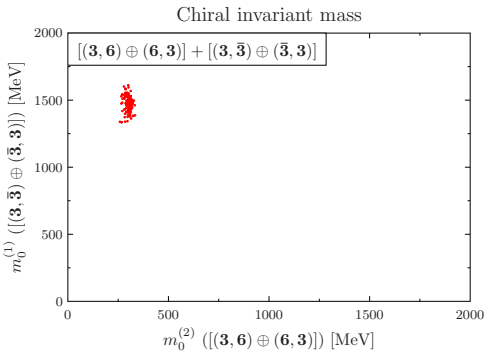


図 16　Model-(i) におけるカイラル不変質量：$m_0^{(2)}$ versus $m_0^{(1)}$。

図 19 は、正パリティを持つ基底状態核子 $N(939)$ の主成分がカイラル表現 $\eta_1[(\mathbf{3},\mathbf{6}) \oplus (\mathbf{6},\mathbf{3})]$ であることを示している。これは、軸性電荷 $g_A(N(939)) = 1.27 > 1$ の値をインプットとして用いたためであるが、この結果は前章の図 15 の結果と無矛盾である。また、図では示していないが、核子 $N(939)$ を含む正のパリティを持つフレーバー 8 重項バリオン全てが、主に

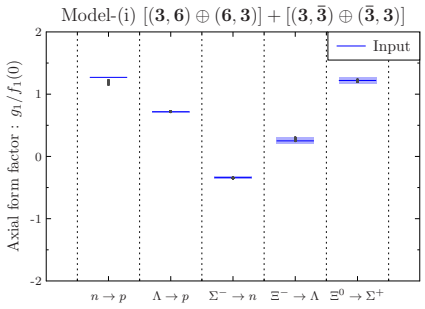


図 17　Model-(i) から得られた基底状態のフレーバー 8 重項バリオンの軸性電荷。青い線はインプットとして用いた実験値を表している。

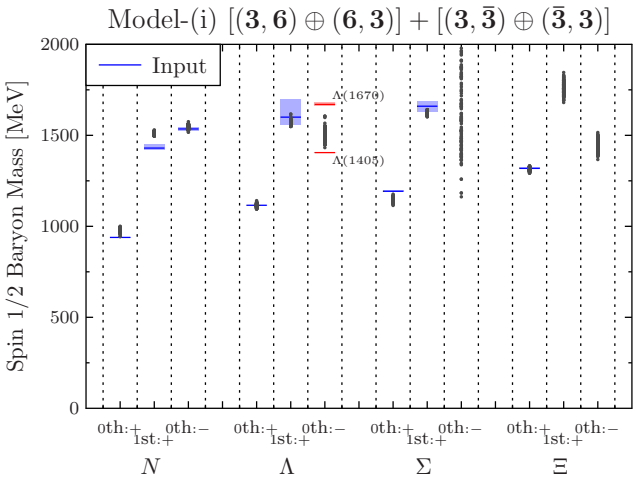


図 18　Model-(i) から得られたフレーバー 8 重項バリオンの質量。青い線はインプットとして用いた実験値を表している。赤い線はインプットとして用いていない実験値である。パリティ正負それぞれで、最も質量が小さいバリオン (基底状態) は”0th : ±” とした。次に大きい質量を持つバリオン (第一励起状態) は”1th : ±” と表した。

$\eta_1[(\mathbf{3},\mathbf{6})\oplus(\mathbf{6},\mathbf{3})]$ から構成されていることが分かった。$\eta_1[(\mathbf{3},\mathbf{6})\oplus(\mathbf{6},\mathbf{3})]$ に対応するカイラル不変質量が $m_0^{(2)}\simeq 300\,\mathrm{MeV}$ であるので、正パリティを持つ基底状態のフレーバー 8 重項バリオンのカイラル不変質量は、およそ 300 MeV であると考えられる。一方で、核子 $N(1440)$ と核子 $N(1535)$ の混合比は図 20、21 にそれぞれ示した。核子 $N(1440)$ の主成分は $\eta_2[(\mathbf{3},\mathbf{6})\oplus(\mathbf{6},\mathbf{3})]$ であるのに対して、核子 $N(1535)$ は $\Psi_2[(\mathbf{3},\bar{\mathbf{3}})\oplus(\bar{\mathbf{3}},\mathbf{3})]$ から構成されている。この結果は、Model-(i) において核子 $N(939)$ のカイラルパートナーは核子 $N(1440)$ であることを示している。

5.2.2　Model-(ii): $[(\mathbf{3},\mathbf{6})\oplus(\mathbf{6},\mathbf{3})]+[(\mathbf{1},\mathbf{8})\oplus(\mathbf{8},\mathbf{1})]$

次に、Model-(ii) を用いて得た結果を示す。この模型には 10 個のパラメータが残されている：

$$\begin{aligned} &m_0^{(2)}\ ,\quad m_0^{(3)}\ ,\\ &g^3\ ,\quad g^4\ ,\quad y^5\ ,\quad y^6\ ,\\ &\tilde{g}^3\ ,\quad \tilde{g}^4\ ,\quad \tilde{y}^5\ ,\quad \tilde{y}^6\ . \end{aligned} \tag{5.14}$$

数値解析を行うことで、これらのパラメータに対する適当な値のパラメータセット ($F\le F|_{\mathrm{best}}+1$ を満たす) を得ることができた。図 22 に見ることができるように、カイラル不変質量 $m_0^{(1)}$ と $m_0^{(2)}$ の値は、それぞれ約 1500 MeV と 800 – 1700 MeV である。

バリオンの質量は図 24 に示されており、基底状態の $\Xi(J^P=\frac{1}{2}^-)$ バリオンの質量は約 1300 MeV であることがわかる。$\Lambda(1405)$ バリオンの主成分が $\bar{K}N$ の結合状態である可能性 [78, 79] がある。

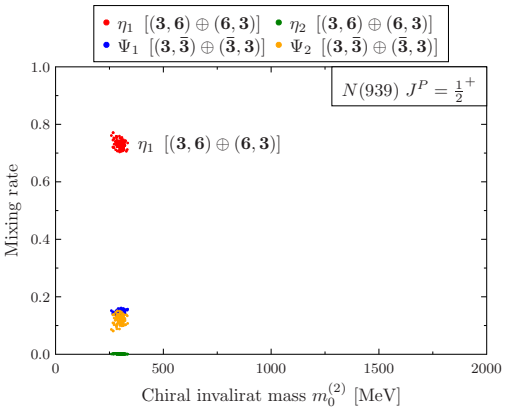


図 19　Model-(i) における核子 $N(939)$ のカイラル表現の混合比。

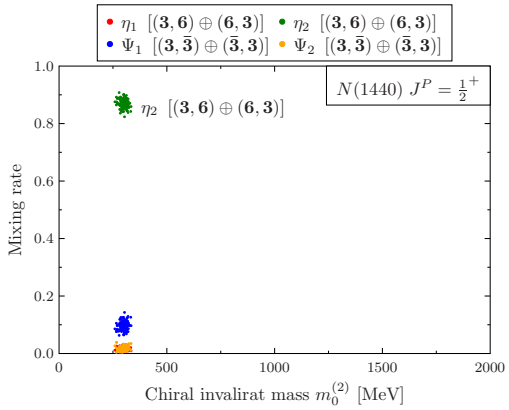


図 20　Model-(i) における核子 $N(1440)$ のカイラル表現の混合比。

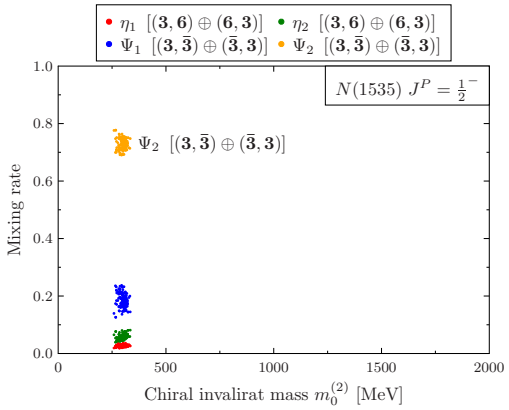


図 21　Model-(i) における核子 $N(1535)$ のカイラル表現の混合比。

そのため、我々の模型において $\Lambda(1405)$ バリオンの質量を再現できるか、は興味深い点である。Model-(i) において現れた $\Lambda(J^P=\frac{1}{2}^-)$ バリオンが明確に $\Lambda(1405)$ と $\Lambda(1670)$ のどちらであるかは判別できなかったのに対して、Model-(ii) においては現れた $\Lambda(J^P=\frac{1}{2}^-)$ バリオンの質量が $\Lambda(1405)$ の方に近いことがわかる。パリティ正の基底状態のフレーバー 8 重項バリオンの軸性電荷の結果は図 23 に与えた。この結果においても、パリティ正の基底状態のフレーバー 8 重項バリオンの軸性電荷に対する実験値を再現していることを見て取ることができる。

図 25 は、図 19 と同様に正パリティを持つ基底状態核子 $N(939)$ の主成分がカイラル表現 $\eta_1[(\mathbf{3},\mathbf{6})\oplus(\mathbf{6},\mathbf{3})]$ であることを示している。また、Model-(i) でも述べたが、核子 $N(939)$ を含む正のパリティを持つフレーバー 8 重項バリオン全ての主成分は、カイラル表現 $[(\mathbf{3},\mathbf{6})\oplus(\mathbf{6},\mathbf{3})]$ に属する η_1 である。Model-(ii) では $\eta_1[(\mathbf{3},\mathbf{6})\oplus(\mathbf{6},\mathbf{3})]$ に対応するカイラル不変質量が $m_0^{(2)}\simeq 800$ – 1500 MeV であるので、正パリティを持つ基底状態のフレーバー 8 重項バリオンのカイラル不変質量も、概ね 800 – 1500 MeV であると考えられる。図 26、27 はそれぞれ核子 $N(1440)$ と

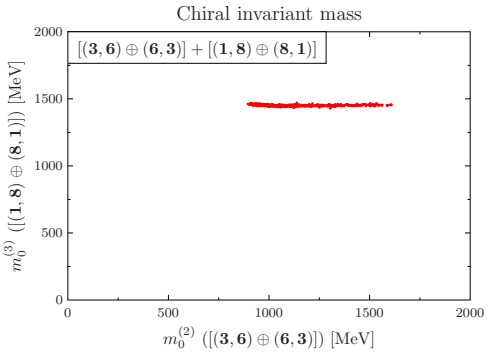


図 22　Model-(ii) におけるカイラル不変質量： $m_0^{(2)}$ versus $m_0^{(1)}$。

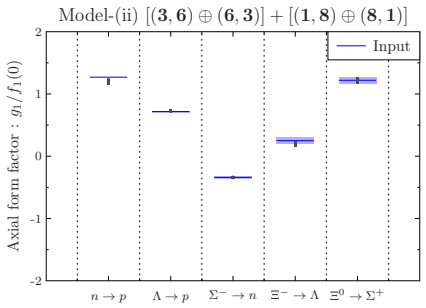


図 23　Model-(ii) から得られた基底状態のフレーバー 8 重項バリオンの軸性電荷。青い線はインプットとして用いた実験値を表している。

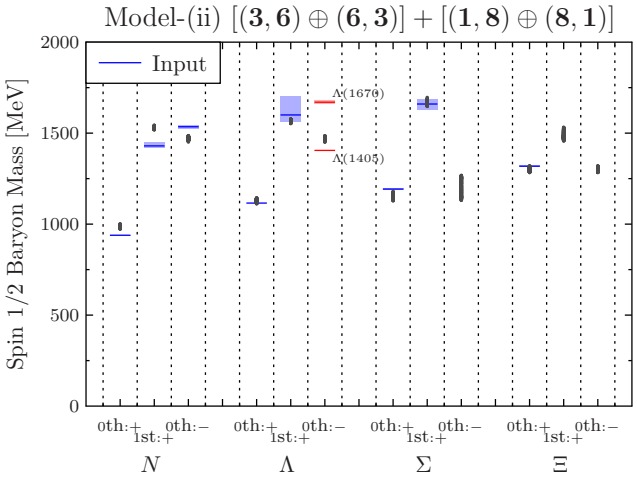


図 24　Model-(ii) から得られたフレーバー 8 重項バリオンの質量。青い線はインプットとして用いた実験値を表している。赤い線はインプットとして用いていない実験値である。パリティ正負それぞれで、最も質量が小さいバリオン (基底状態) は”0th : ±” とした。次に大きい質量を持つバリオン (第一励起状態) は”1th : ±” と表した。

核子 $N(1535)$ の混合比を示している。核子 $N(1440)$ と $N(1535)$ は主に $\chi_1[(\mathbf{1},\mathbf{8})\oplus(\mathbf{8},\mathbf{1})]$ と $\chi_2[(\mathbf{1},\mathbf{8})\oplus(\mathbf{8},\mathbf{1})]$ から構成されている。つまり、Model-(ii) では核子 $N(1440)$ と $N(1535)$ がカイラルパートナーであることが分かる。そのため、この結果は、Model-(ii) において核子 $N(939)$ のカイラルパートナーは核子 $N(1440)$ と $N(1535)$ の両核子以外の励起状態の核子であることを示している。

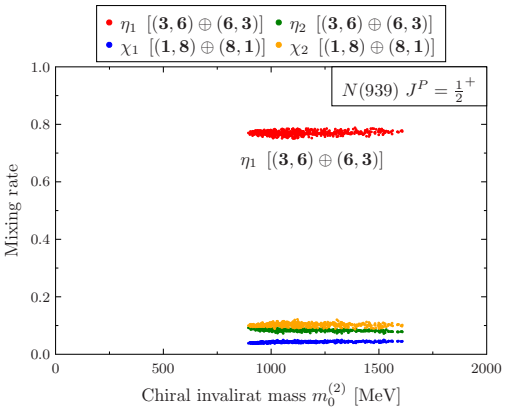


図 25　Model-(ii) における核子 $N(939)$ のカイラル表現の混合比。

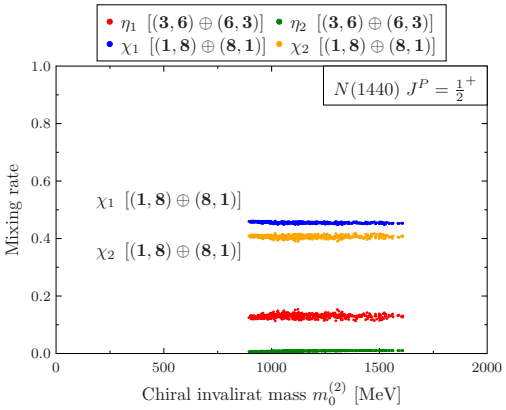


図 26　Model-(ii) における核子 $N(1440)$ のカイラル表現の混合比。

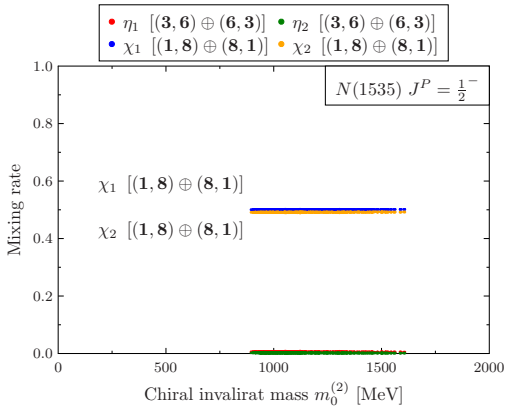


図 27　Model-(ii) における核子 $N(1535)$ のカイラル表現の混合比。

5.3　核子の質量のカイラル凝縮依存性

カイラル不変質量が存在することによって、バリオンはカイラル対称性が回復に向かったとしても、有限の質量を持つことが許される。この節では、核子の質量がカイラル対称性の破れの強さにどのように依存しているかを簡略化された模型を用いて計算する。カイラル対称性の自発的な破れの強さを以下のように定義する[*23]：

$$R_{\rm SB} \equiv \frac{v_1}{\left(\frac{f_\pi}{2}\right)} \ . \tag{5.15}$$

[*23] f_π は通常の真空でのパイ中間子の崩壊定数の値であり、$f_\pi = 92.4\,\mathrm{MeV}$ を表している。$v_1 \neq \frac{f_\pi}{2}$ である系において、パイ中間子の崩壊定数 f_π^* の値は 92.4 MeV ではない。

v_1 は式 (4.21) で与えた中間子場 M の真空期待値であるが、その v_1 の大きさはカイラル凝縮の大きさに対応する。v_1 の値を変化させることでカイラル対称性の破れの強さを変えていく。$R_{\rm SB}=1$ は、カイラル凝縮が $v_1=\frac{f_\pi}{2}$ である “通常” の真空を表している。ただし、我々はスプリオン場 $\mathcal{M}$ を通して明示的なカイラル対称性の破れを導入しているので、たとえ $R_{\rm SB}=0$ であったとしてもカイラル対称性の破れは存在する。

図 28 と 29 はそれぞれ Model-(i) と-(ii) における核子の質量とカイラル凝縮の間の依存性を示している。これら図の結果を導いた計算に用いたパラメータセットは表 14 にあるパラメータセットである。これらの図において、青色の実線と赤色の破線はそれぞれパリティの正と負を表している。各図の $R_{\rm SB}=1$ において、青色の曲線で表された最も質量が小さいパリティ正の核子は基底状態の核子 $N(939)$ に対応する。Model-(i) に対応する図 28 では、基底状態の核子 $(J^P=\frac{1}{2}^+)$ の質量は $R_{\rm SB}\simeq 0.25$ においてゼロになる。その際、第 1 励起状態の質量が $R_{\rm SB}=1$ の時に比べて減少している。Model-(ii) に対応する図 29 では基底状態の核子 $(J^P=\frac{1}{2}^+)$ の質量はおおよそ一定である。この結果は、密度や温度等の影響によりカイラル凝縮が小さくなる状況があれば、これらの模型を区別することが可能であることを示している。一方で、およそ $R_{\rm SB}=0.65-0.80$ において、基底状態の核子の質量は 10% – 30% 程の減少であることがわかる。2 フレーバーパリティ 2 重項模型を用いた核物質中の研究 [61] では、標準原子核密度におけるカイラル対称性の破れの強さが通常の真空 $(R_{\rm SB}=1)$ の 65% – 80% になると計算されている。そのため、我々の結果は、標準原子核密度における基底状態の核子の質量が 70% – 90% 程になることを示唆している。通常の真空で核子 $N(939)$ の質量が約 939 MeV であるのに対して、標準原子核密度では核物質は 16 MeV の束縛エネルギーを持つと考えられる。標準原子核密度での核物質の研究と我々の結果に大きな矛盾はない。

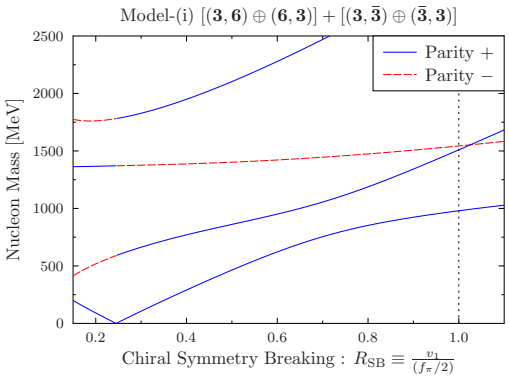


図 28　Model-(i) における核子質量のカイラル対称性の破れの強さ $R_{\rm SB}$ 依存性。

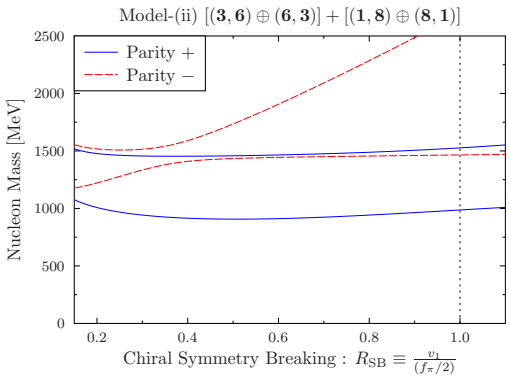


図 29　Model-(ii) における核子質量のカイラル対称性の破れの強さ $R_{\rm SB}$ 依存性。

6　まとめと考察

はじめに、カイラル対称性の破れの秩序変数について議論した。その後、カイラル対称性が破れから導かれる低エネルギー定理の一つとして、パリティ 2 重項に対して拡張された Goldberger-Treiman (GT) 関係式を得た。通常の GT 関係式が核子の質量 m_N、パイ中間子との相互作用の結合定数 $g_{\pi NN}$、軸性電荷 g_A の間に関係がある。これに対して、拡張された GT 関係式はパリティ 2 重項の 2 核子の質量差または和 $m_{N^*} \pm m_N$、それらのパイ中間子との相互作用の結合定数 $g_{\pi NN^*}$、軸性電荷 $(g_A)_{NN^*}$ の間に成り立つ関係式であった。

パリティ 2 重項構造について具体的に考察するために、パリティ 2 重項模型を構成し、解析を行った。2 フレーバーのパリティ 2 重項模型においても、拡張された GT 関係式を導出できることを確認した。拡張された GT 関係式により、パリティ 2 重項の 2 核子とパイ中間子との相互作用の結合定数が、それらの質量と軸性電荷と独立でない。その結果として、核子 $N(939)$ のカイラルパートナーの崩壊幅の実験値を再現できなかった。アイソスピン 2 重項である核子の 2 フレーバーのカイラル対称性 $\mathrm{SU(2)_L \times SU(2)_R}$ の表現の候補は $[(\mathbf{1},\mathbf{2}) \oplus (\mathbf{2},\mathbf{1})]$ と $[(\mathbf{3},\mathbf{2}) \oplus (\mathbf{2},\mathbf{3})]$ である。核子 $N(939)$ の軸性電荷の実験値は約 1.27 であるが、これを再現するためには表現 $[(\mathbf{3},\mathbf{2}) \oplus (\mathbf{2},\mathbf{3})]$ に属するバリオン場の導入が不可欠であることを示した。しかし、表現 $[(\mathbf{3},\mathbf{2}) \oplus (\mathbf{2},\mathbf{3})]$ とそのパリティ 2 重項を組むパートナーのバリオン場のみを導入した場合にも、拡張された GT 関係式の存在のために核子 $N(939)$ のカイラルパートナーの崩壊幅の実験値を再現できなかった。

この問題を解決するために、我々は、パリティ 2 重項構造を 3 種類導入した。3 種類のパリティ 2 重項はそれぞれ 3 フレーバーのカイラル対称性 $\mathrm{SU(3)_L \times SU(3)_R}$ の表現 $[(\mathbf{3},\bar{\mathbf{3}}) \oplus (\bar{\mathbf{3}},\mathbf{3})]$, $[(\mathbf{3},\mathbf{6}) \oplus (\mathbf{6},\mathbf{3})]$, $[(\mathbf{8},\mathbf{1}) \oplus (\mathbf{1},\mathbf{8})]$ に属している。模型の Lagrangian の構築に際してはカイラル対称性 $\mathrm{U(3)_L \times U(3)_R}$ と共にパリティ対称性と電荷共役変換性の下での不変性を課した。この模型においても拡張された GT 関係式が得られた。この関係式は、図 10 に示されたように、励起状態の核子 $N(1440)$ の崩壊幅に制限を与えるが、その崩壊幅の実験値はこの制限と無矛盾であった。

さらに、3 種類のパリティ 2 重項から説明できる 6 種類のバリオンは核子 $N(939)$, $N(1440)$, $N(1535)$, $N(1650)$, $N(1710)$, $N(1895)$ であると仮定し、3 フレーバーパリティ 2 重項構造の数値解析を行った。$\Gamma(N(1440))$ の上限値が約 700 MeV であるという結果を得た。この上限値は実験値 210 ± 70 MeV と矛盾しない。さらに、軸性電荷 $N(1535)$ と $N(1650)$ の値にも制限があることを見つけた : $g_A(N(1535)) \lesssim 0.9$, $g_A(N(1650)) \lesssim 0.9$, $g_A(N(1535)) + g_A(N(1650)) \lesssim 0.0$。この軸性電荷に対する制限は将来の格子 QCD 解析、または、実験により確かめられることが期待できる。仮に我々の結果と矛盾する実験結果が得られた場合には、核子をパリティ 2 重項構造で説明できない可能性がある。その場合、パリティ 2 重項構造に修正が必要になる。修正の候補として以下の 2 通りが考えられる。(i) 核子 $N(939)$ のカイラルパートナーが存在しない。励起状態の核子にはカイラルパートナーが存在するが、基底状態の核子にカイラルパートナーが存在しない。(ii) この解析で考察したいくつかの核子が、分子状態またはペンタクォーク状態である。その場合には、5 つのクォークの直積から与えられる分子状態またはペンタクォーク状態のカイラル表現を考慮す

る必要がある。そのような、フレーバー 8 重項バリオンを含むカイラル表現は

$$
\begin{aligned}
&(\bar{\mathbf{3}},\mathbf{3})_{-1}\ ,\ (\mathbf{6},\mathbf{3})_{-1}\ ,\ (\bar{\mathbf{15}},\mathbf{3})_{-1}\ ,\\
&(\mathbf{3},\bar{\mathbf{3}})_{-5}\ ,\ (\bar{\mathbf{6}},\bar{\mathbf{3}})_{-5}\ ,\ (\mathbf{15},\bar{\mathbf{3}})_{-5}\ ,\\
&(\bar{\mathbf{6}},\bar{\mathbf{3}})_{+1}\ ,\ (\mathbf{15},\bar{\mathbf{3}})_{+1}\ ,\ (\mathbf{15},\mathbf{6})_{+1}\ ,\\
&(\mathbf{8},\mathbf{1})_{-3}\ ,\ (\mathbf{1},\mathbf{8})_{-3}\ ,\ (\mathbf{8},\mathbf{8})_{-3}\ ,\ (\mathbf{10},\mathbf{8})_{-3}
\end{aligned}
\tag{6.1}
$$

と、そのパリティ 2 重項のパートナーである。

基底状態の核子 $N(939)$ の混合比を調べるために、核子 $N(1895)$ の質量 $m_{N(1895)} = 1895\,\mathrm{MeV}$ と軸性電荷に対して $|g_A(N(1535))| \leq 0.5$ と $0.0 \leq g_A(N(1650)) \leq 1.0$ の格子 QCD 計算から来る制限を用いて、パラメータの値にさらに制限を与えた。結果として、核子 $N(939)$ は約 80% がカイラル表現 $[(\mathbf{3},\mathbf{6}) \oplus (\mathbf{6},\mathbf{3})]$ の成分から構成され、$N(939)$ のカイラル不変質量の値は概ね 500 – 800 MeV であった。$N(939)$ の質量の大部分はカイラル不変質量から来ることを示唆している。この結果は、格子 QCD 計算 [55, 56] の結果と一致している。

式 (4.17) の Lagrangian に、カレントクォーク質量による明示的なカイラル対称性の破れを生じさせる項を加えた。解析を簡略化するために、導入するバリオン場を

$$
\begin{aligned}
&\text{Model-(i)}\quad [(\mathbf{3},\mathbf{6}) \oplus (\mathbf{6},\mathbf{3})] + [(\mathbf{3},\bar{\mathbf{3}}) \oplus (\bar{\mathbf{3}},\mathbf{3})]\ ,\\
&\text{Model-(ii)}\quad [(\mathbf{3},\mathbf{6}) \oplus (\mathbf{6},\mathbf{3})] + [(\mathbf{1},\mathbf{8}) \oplus (\mathbf{8},\mathbf{1})]
\end{aligned}
\tag{6.2}
$$

に限った簡略化された模型を用いて数値解析を行った。その結果、いずれの模型においてもフレーバー 8 重項バリオンの質量、崩壊幅、軸性電荷の実験データを再現するパラメータセットを見つけることができた。そして、基底状態の核子 $N(939)$ のカイラルパートナーは、Model-(i) の場合は核子 $N(1440)(J^P = \frac{1}{2}^+)$ であり、Model-(ii) の場合は核子 $N(1440)(J^P = \frac{1}{2}^+)$ と $N(1535)(J^P = \frac{1}{2}^-)$ の両核子以外の核子であることを示した。パリティ 2 重項のパートナーの違いは、カイラル対称性の破れの強さが変化した際にバリオンの質量の縮退現象として現れる。そのため、カイラル対称性の破れの強さが通常の強さから異なると考えられる高温や高密度の系等の研究により、Model-(i) と-(ii) の 2 つの簡略化された模型を区別できると期待できる。

また、カイラル表現 $[(\mathbf{3},\mathbf{6}) \oplus (\mathbf{6},\mathbf{3})]$ は、フレーバー対称性の既約表現としてフレーバー 10 重項を含む。つまり、Δ バリオン等のスペクトルもこの模型により解析できると考えられる。Δ バリオンの解析は、カイラル表現の混合比に関する情報を与えるため、核子 $N(939)$ のカイラルパートナーに関する手掛かりを期待できる。一方で、今回の解析では、核子 $N(939)$ の軸性電荷の値を再現するためにカイラル表現 $[(\mathbf{3},\mathbf{6}) \oplus (\mathbf{6},\mathbf{3})]$ を $N(939)$ の主成分となるように模型を構築を行った。これに対して、模型の相互作用項として、微分相互作用項を加えることで軸性電荷と崩壊幅の再現できる可能性は残されている：例えば 2 フレーバーで、

$$
\frac{1}{i}\left[\bar{\psi}'_{1r}\gamma^\mu D_\mu M^\dagger \cdot M\psi'_{1r} + \bar{\psi}'_{1l}\gamma^\mu D_\mu M \cdot M^\dagger \psi'_{1l}\right]
\tag{6.3}
$$

(参考：付録 B)。この場合には軸性電荷は中間子場 M の真空期待値に比例するため、カイラル対称性の破れの強さに大きく依存すると予想できる。この可能性についての研究のためにも、パリティ 2 重項模型を高温や高密度の系へ将来的に応用することは重要である。

また、本研究は中性子星内部の状態方程式を得るという目標の第一ステップである。ゼロ密度の系において、カイラル対称性とその破れの構造を考慮し、核子やハイペロンの質量、相互作用、軸性電荷を再現する模型を構築した。つまり、第一ステップであるゼロ密度の解析において適切な模型を構築できた。次のステップは、標準原子核密度の核物質中における核子やハイペロンの性質をこれらの模型が再現できるように拡張することである。核子やハイペロンの性質とは、それらの束縛エネルギー、対称エネルギー、そのバリオン密度依存性 (スロープパラメータ)、非圧縮率等である。ゼロ密度と標準原子核密度双方における核子やハイペロンの性質を再現するハドロン有効模型を用いることは最終目標に到達する準備である。そのため、この模型を用いた標準原子核密度系での解析は、この目標の為にも重要なステップとなる。

謝辞

本論文を書き上げるまでには、多くの方のご指導とご助力を頂いた。原田正康教授には、私が学部 4 年時に研究室に配属されてから、ハドロン物理の魅力を紹介いただき様々な物理の世界へ引き入れてくださった。また、研究においては、その進行方法や結果の物理的な解釈の仕方から始まり、具体的な計算手法に至るまで多くのご指導と助言を頂いた。野中千穂準教授と松崎真也特任助教からは自主セミナーや研究室内でのジャーナル発表などを通して、私が研究において直接触れない分野に視野を広げる機会を頂いた。そして、H 研（クォーク・ハドロン理論研究室）の院生の皆さんにも謝意を表したいと思う。皆さんによって、研究室が和気藹々と、かつ、活発に研究に取り組む雰囲気に保たれていたと思う。特に、本廣優一君には事あるごとに幾多の助けを受けた。少し疑問に思った事や思い付きに関する議論を持ちかけた際には、丁寧に議論に付き合って頂いた。彼との議論により、物理に対する深い理解や新たな解析方法のアイデアを得ることができた。

最後に、EHQG セミナーや研究室のイベントに際して関わることの多かった E 研 (素粒子論研究室) と QG 研 (重力・素粒子的宇宙論研究室) 所属の方々にも感謝の意を示したい。

本研究は JSPS 科研費 JP16J03578 の助成を受けたものである。

付録 A　スピン 1 を持つ中間子に対して拡張された Goldberger-Treiman 関係式

節 2.2 において議論した拡張された Goldberger-Treiman(GT) 関係式の導出は、スピン 1 を持つ中間子 $(\rho, \omega, a_1, \rho', \omega', b_1, f_1, h_1)$ にも拡張が可能である。参考文献 [80, 81] においてこれらの中間子は QCD に現れる対称性 SU(4) によって縮退すると示唆され[*24]、研究されている [80–85]。節 2.2 の最後に述べたように、始状態と終状態の質量差が大きくないことが低エネルギー定理を導く際に重要であるのだが、この SU(4) 対称性の存在がスピン 1 中間子に対する低エネルギー定理を保証している。

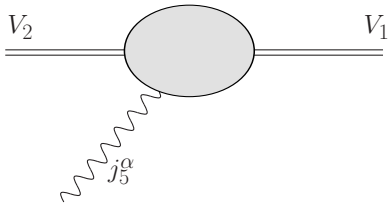


図 30　スピン 1 を持つ中間子と軸性カレント j_A^α の結合。

始状態と終状態をスピン 1 中間子の一粒子状態である場合に GT 関係式を拡張する。ただし、スピン 1 中間子の始状態と終状態のパリティが異なる場合に限る。ローレンツ対称性の共変性とパリティ不変性を要請すると、スピン 1 を持つ中間子が軸性カレント j_A^α と結合する振幅（図 30）は

$$\begin{aligned}\mathcal{M}^\alpha =& \int d^4x e^{-iqx} \langle V_\mu(p_2)| j_A^\alpha(x) |V_\nu(p_1)\rangle \\ =& \epsilon_\mu^*(p_2) \Big[g_1(q^2) g^{\mu\nu} ip^\alpha + g_2(q^2) \frac{q^\mu q^\nu}{m_1^2 + m_2^2} ip^\alpha + g_3(q^2) \left(iq^\mu g^{\nu\alpha} + iq^\nu g^{\mu\alpha}\right) \\ & + g_4(q^2) \left(iq^\mu g^{\nu\alpha} - iq^\nu g^{\mu\alpha}\right) + h_1(q^2) g^{\mu\nu} iq^\alpha + h_2(q^2) \frac{q^\mu q^\nu}{m_1^2 + m_2^2} iq^\alpha \Big] \epsilon_\nu(p_1)\end{aligned} \tag{付録 A.1}$$

と書き下すことができる[*25]。ここで $p = \frac{p_1+p_2}{2}$、$q = p_1 - p_2$、$g_i(q^2)$ $(i = 1, 2, 3, 4)$ であり、$h_j(q^2)$ $(j = 1, 2)$ は一般的に複素関数である独立な形状因子である。カイラル極限において軸性カ

[*24] Dirac 演算子の基底固有値に対する状態密度は、Banks-Casher 関係式 [86] によりカイラル対称性の破れの大きさと関係している。Glozman 等 [80, 81] は、格子 QCD 計算において Dirac 演算子の基底固有値からある大きさの固有値までに対応する固有状態の寄与を取り除いてスピン 1 の中間子の 2 点関数を計算した。これにより、カイラル対称性の破れを取り除かれた 2 点関数において $(\rho, \omega, a_1, \rho', \omega', b_1, f_1, h_1)$ 中間子が縮退する傾向を発見した。彼らは、この縮退現象を QCD のカイラル対称性を包括する SU(4) 対称性を用いて説明した。他にも彼らは、スピン 2 中間子やバリオンに関しても同様の SU(4) 対称性による縮退現象を発見している [87, 88]。ただし、f_1 中間子は、$(\rho, \omega, a_1, \rho', \omega', b_1, h_1)$ 中間子が SU(4) 対称性の 15 重項であるのに対して、1 重項である。

[*25] アイソスピンの添え字は省略した。始状態と終状態のパリティが同じ場合には、$\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}$ を含む項も許される。

レント $j^a_{A\mu}$ は保存するので、Ward-高橋恒等式 $q_\alpha \mathcal{M}^\alpha = 0$ が存在し、

$$g_1(q^2)\,(p\cdot q)\,(\epsilon^*\cdot\epsilon) + g_2(q^2)\,(p\cdot q)\,\frac{(\epsilon^*\cdot q)\,(q\cdot\epsilon)}{m_1^2+m_2^2} + 2g_3(q^2)\,(\epsilon^*\cdot q)\,(q\cdot\epsilon)$$
$$+ h_1(q^2)q^2\,(\epsilon^*\cdot\epsilon) + h_2(q^2)q^2\frac{(\epsilon^*\cdot q)\,(q\cdot\epsilon)}{m_1^2+m_2^2} = 0 \qquad \text{(付録 A.2)}$$

が得られる。形状因子 $h_1(q^2)$ と $h_2(q^2)$ は軸性カレントの縦波モードに対応するため、パイ中間子の極を含む。よって

$$h_n(q^2) = \frac{f_\pi}{q^2} G^{(n)}_{V_1V_2\pi} + \cdots \qquad [\text{for } n = 1,2] \qquad \text{(付録 A.3)}$$

としてパイ中間子の極部分を取り出すことができる。軟パイ中間子極限 $q^2 \to 0$ をとることにより、式 (付録 A.2) の左辺は

$$(\text{式 (付録 A.2) の左辺}) = \left[g_1(0)\frac{m_1^2-m_2^2}{2} + f_\pi\, G^{(1)}_{V_1V_2\pi}\right](\epsilon^*\cdot\epsilon)\ , \qquad \text{(付録 A.4)}$$

が残る。ここで、$p\cdot q = \frac{m_1^2-m_2^2}{2}$ を用いた。この式より

$$G^{(1)}_{V_1V_2\pi} = -\frac{m_1^2-m_2^2}{2f_\pi} g_1(0) \qquad \text{(付録 A.5)}$$

が導かれ、これがスピン 1 の中間子の質量差、パイ中間子との結合定数と軸性形状因子の間の拡張された Goldberger-Treiman 関係式である。

付録 B　スピン 0 を持つ中間子に対して拡張された Goldberger-Treiman 関係式

スピン 0 中間子セクターにおけるカイラル対称性から得られる拡張された Goldberger-Treiman (GT) 関係式を導く。ただし、この章でもカイラル極限での議論に限る。

まずは、参考文献 [89] の解析を基に、カイラル対称性を持つ Lagrangian から GT 関係式を得る。カイラル対称性 $\mathrm{SU(2)_R}\times\mathrm{SU(2)_L}$ を課した中間子の Lagrangian を

$$\mathcal{L} = \mathrm{Tr}\left[D_\mu M \cdot D^\mu M^\dagger\right] - V(M) \tag{付録 B.1}$$

とする。中間子場のカイラル変換性は $M \to g_L \cdot M \cdot g_R^\dagger$ なので、$M = \frac{1}{2}\sigma\mathbf{1} + i\pi^a t^a$ とパラメートライズされた成分のカイラル無限小変換は

$$\begin{aligned}
\delta_R\sigma =& \delta_R\left[M + M^\dagger\right] = -i\delta\theta_R^a\left(Mt^a - t^aM^\dagger\right) = \delta\theta_R^a\pi^b\left\{t^a, t^b\right\} = \frac{1}{2}\delta\theta_R^a\pi^a \ , \\
\delta_R\pi^a =& \frac{1}{i}\left\{\delta_R\left[M - M^\dagger\right], t^a\right\} = -\delta\theta_R^b\left\{Mt^b + t^bM^\dagger, t^a\right\} \\
=& -\delta\theta_R^b\left\{2\sigma t^b - i\pi^c\left[t^b, t^c\right], t^a\right\} = -\delta\theta_R^b\left(\sigma\delta^{ab} + \frac{1}{2}\epsilon^{bca}\pi^c\right) \ , \\
\delta_L\sigma =& \delta_L\left[M + M^\dagger\right] = i\delta\theta_L^a\left(t^aM - M^\dagger t^a\right) = -\delta\theta_L^a\pi^b\left\{t^a, t^b\right\} = -\frac{1}{2}\delta\theta_L^a\pi^a \ , \\
\delta_L\pi^a =& \frac{1}{i}\left\{\delta_L\left[M - M^\dagger\right], t^a\right\} = \delta\theta_L^b\left\{t^bM + M^\dagger t^b, t^a\right\} \\
=& \delta\theta_L^b\left\{2\sigma t^b + i\pi^c\left[t^b, t^c\right], t^a\right\} = \delta\theta_L^b\left(\sigma\delta^{ab} - \frac{1}{2}\epsilon^{bca}\pi^c\right)
\end{aligned} \tag{付録 B.2}$$

である。ここで、$\delta\theta_{L,R}$ は無限小カイラル変換パラメータである。ポテンシャル $V(\sigma,\pi)$ はカイラル不変であるので

$$\delta_{L,R}V(\sigma,\pi) = \frac{\partial V(\sigma,\pi)}{\partial\sigma}\delta_{L,R}\sigma + \frac{\partial V(\sigma,\pi)}{\partial\pi^a}\delta_{L,R}\pi^a = 0 \tag{付録 B.3}$$

である。任意の無限小変換に対してカイラル不変を要求すると、この関係式より

$$\begin{aligned}
&\begin{cases}
\frac{\partial V(\sigma,\pi)}{\partial\sigma}\frac{1}{2}\pi^a\delta^{ab} - \frac{1}{2}\frac{\partial V(\sigma,\pi)}{\partial\pi^a}\left(\sigma\delta^{ab} + \frac{1}{2}\epsilon^{bca}\pi^c\right) = 0 \\
\frac{\partial V(\sigma,\pi)}{\partial\sigma}\frac{1}{2}\pi^a\delta^{ab} - \frac{1}{2}\frac{\partial V(\sigma,\pi)}{\partial\pi^a}\left(\sigma\delta^{ab} - \frac{1}{2}\epsilon^{bca}\pi^c\right) = 0
\end{cases} \\
\Rightarrow &\begin{cases}
\frac{\partial V(\sigma,\pi)}{\partial\sigma}\pi^a - \sigma\frac{\partial V(\sigma,\pi)}{\partial\pi^a} = 0 \\
\epsilon^{abc}\frac{\partial V(\sigma,\pi)}{\partial\pi^b}\pi^c = 0
\end{cases}
\end{aligned} \tag{付録 B.4}$$

を得る。特に上の恒等式に注目する：

$$\frac{\partial V(\sigma,\pi)}{\partial\sigma}\pi^a - \sigma\frac{\partial V(\sigma,\pi)}{\partial\pi^a} = 0 \ . \tag{付録 B.5}$$

これを π^b について微分すると、

$$\frac{\partial V(\sigma,\pi)}{\partial\sigma}\delta^{ab}+\frac{\partial^2 V(\sigma,\pi)}{\partial\sigma\partial\pi^b}\pi^a-\sigma\frac{\partial^2 V(\sigma,\pi)}{\partial\pi^a\partial\pi^b}=0 \qquad \text{(付録 B.6)}$$

となり、さらに σ について微分すると、

$$\frac{\partial^2 V(\sigma,\pi)}{\partial\sigma\partial\sigma}\delta^{ab}+\frac{\partial^2 V(\sigma,\pi)}{\partial\sigma\partial\sigma\partial\pi^b}\pi^a-\frac{\partial^2 V(\sigma,\pi)}{\partial\pi^a\partial\pi^b}-\sigma\frac{\partial^3 V(\sigma,\pi)}{\partial\sigma\partial\pi^a\partial\pi^b}=0 \qquad \text{(付録 B.7)}$$

となる。それぞれの真空期待値はポテンシャル V の極値における σ と π の値であり、その真空期待値はカイラル対称性をアイソスピン対称に破るものであると仮定すると

$$\left\langle\frac{\partial V(\sigma,\pi)}{\partial\sigma}\right\rangle=0\ ,\quad \left\langle\frac{\partial V(\sigma,\pi)}{\partial\pi^a}\right\rangle=0\ ,\quad \langle\sigma\rangle=\sigma_0\ ,\quad \langle\pi^a\rangle=0 \qquad \text{(付録 B.8)}$$

である。さらに、その真空期待値をとるポテンシャルの極値近傍において、ポテンシャル V の場の 2 階微分や 3 階微分はそれぞれ質量と結合定数を表すので、

$$\left\langle\frac{\partial^2 V(\sigma,\pi)}{\partial\sigma\partial\sigma}\right\rangle=m_\sigma^2\ ,\quad \left\langle\frac{\partial^2 V(\sigma,\pi)}{\partial\pi^a\partial\pi^b}\right\rangle=m_\pi^2\delta^{ab}\ ,\quad \left\langle\frac{\partial^3 V(\sigma,\pi)}{\partial\sigma\partial\pi^a\partial\pi^b}\right\rangle=g_{\sigma\pi^a\pi^b} \qquad \text{(付録 B.9)}$$

と表すことができる。この時の σ による微分は、揺らぎ $\tilde{\sigma}\equiv\sigma-\sigma_0$ による微分と読み替えている。式 (付録 B.6) と (付録 B.7) について、それぞれの真空期待値を代入することにより、

$$m_\pi^2=0\ ,\qquad g_{\sigma\pi^a\pi^b}=\frac{m_\sigma^2}{\sigma_0}\delta^{ab} \qquad \text{(付録 B.10)}$$

の関係を得ることができる。この関係式はカイラル対称性の仮定により得た関係式である。一つ目は、パイ中間子が南部-Goldstone 粒子であることを示している。

M に対する共変微分は

$$D_\mu M=\partial_\mu M-i\left[\mathcal{V}_\mu,M\right]-i\left\{\mathcal{A}_\mu,M\right\} \qquad \text{(付録 B.11)}$$

であるので、運動項より

$$\mathrm{Tr}\left[D_\mu M\cdot D^\mu M^\dagger\right]\Rightarrow-\sigma_0\delta^{ab}\partial^\mu\pi^a\mathcal{A}_\mu^b-2\delta^{ab}\frac{\tilde{\sigma}\partial^\mu\pi^a-\pi^a\partial^\mu\tilde{\sigma}}{2}\mathcal{A}_\mu^b \qquad \text{(付録 B.12)}$$

の結合を見出すことができる。そのため、パイ中間子の崩壊定数は $f_\pi=\sigma_0$ となり、式 (付録 B.10) の二つ目の関係式は

$$g_{\sigma\pi^a\pi^b}=\frac{m_\sigma^2}{2f_\pi}2\delta^{ab} \qquad \text{(付録 B.13)}$$

と書くことができる。これもまた、GT 関係式を拡張した関係式である。結合定数 $g_{\sigma\pi^a\pi^b}$ を、カイラル対称性が回復した極限において縮退する 2 つの粒子 σ–π の組と 1 つのパイ中間子の間の相互作用に関する結合定数と見ることができる。さらに、式 (付録 B.12) より、δ^{ab} の係数の 2 は σ – π の軸性電荷とみなすことができる。

ただし、例えば

$$c\mathrm{Tr}\left[D_\mu M\cdot M^\dagger\cdot D^\mu M\cdot M^\dagger + D_\mu M^\dagger\cdot M\cdot D^\mu M^\dagger\cdot M\right] \tag{付録 B.14}$$

のような微分を含む高次項があれば、この高次項から

$$\Rightarrow c\frac{(\sigma_0+\tilde\sigma)^2}{2}\left[\frac{1}{2}\left(\partial_\mu\tilde\sigma\right)^2-\frac{1}{2}\left(\partial_\mu\pi^a\right)^2\right]+c\frac{\sigma_0^3}{2}\delta^{ab}\partial^\mu\pi^a\mathcal{A}_\mu^b+2c\sigma_0^2\delta^{ab}\frac{\tilde\sigma\partial^\mu\pi^a-\partial^\mu\tilde\sigma\pi^a}{2}\mathcal{A}_\mu^b \tag{付録 B.15}$$

の形の項が現れる。この項は $\sigma-\pi$ の軸性電荷を 2 からズラす効果を生じさせる。$\tilde\sigma$ と π の場を

$$\begin{aligned}\tilde\sigma_r \equiv& Z_\sigma^{\frac{1}{2}}\tilde\sigma \qquad Z_\sigma=\frac{1}{1+c\frac{\sigma_0^2}{2}}\ ,\\ \pi_r \equiv& Z_\pi^{\frac{1}{2}}\pi \qquad Z_\pi=\frac{1}{1-c\frac{\sigma_0^2}{2}}\end{aligned} \tag{付録 B.16}$$

と規格化し直すと、パイ中間子の崩壊幅は

$$f_\pi=\left(1-c\frac{\sigma_0^2}{2}\right)\sigma_0 Z_\pi^{\frac{1}{2}}=\sigma_0 Z_\pi^{-\frac{1}{2}} \tag{付録 B.17}$$

となる。また、場の再規格化を行ったので質量も $m_{\sigma r}^2\equiv Z_\sigma m_\sigma^2$ となる。その上で $\sigma-\pi$ の軸性電荷と結合定数に注目すると

$$\begin{aligned}g_A^{\sigma\pi}=&2\left(1-c\sigma_0^2\right)Z_\sigma^{\frac{1}{2}}Z_\pi^{\frac{1}{2}}\ ,\\ g^r_{\sigma\pi^a\pi^b}=&\left(\left\langle\frac{\partial^3V(\sigma,\pi)}{\partial\sigma\partial\pi^a\partial\pi^b}\right\rangle-c\sigma_0\left(2m_{\sigma r}^2\right)\delta^{ab}\right)Z_\sigma^{\frac{1}{2}}Z_\pi\end{aligned} \tag{付録 B.18}$$

であるので、加えた高次項の係数 c によっては $g_A^{\sigma\pi}\neq 2$ となり得る。$g^r_{\sigma\pi^a\pi^b}$ の式の括弧内の第 2 項にある $2m_{\sigma r}^2$ は、σ に対する外線運動量が on-shell であることを用いた結果である。この時、式 (付録 B.10) の関係式を用いて、

$$g^r_{\sigma\pi^a\pi^b}=\left(\frac{Z_\sigma^{-1}m_{\sigma r}^2}{2\sigma_0}2\delta^{ab}-2c\sigma_0 m_{\sigma r}^2\delta^{ab}\right)Z_\sigma^{\frac{1}{2}}Z_\pi=\frac{m_\sigma^2}{2f_\pi}g_A^{\sigma\pi}\delta^{ab} \tag{付録 B.19}$$

が得られ、GT 関係式は保たれている。

式 (付録 B.13) の GT 関係式を付録 A と同様の議論から導く。式 (付録 A.1) における始状態と終状態を σ 中間子とパイ中間子の一粒子状態に取り替えた振幅を用いた場合には

$$\mathcal{M}^\alpha=\int d^4x e^{-iqx}\left\langle\pi(p_2)\right|j_A^{a\alpha}(x)\left|\sigma^b(p_1)\right\rangle=\left[g_A^{\sigma\pi}(q^2)ip^\alpha+h(q^2)iq^\alpha\right]\delta^{ab} \tag{付録 B.20}$$

と書き下すことができる。ここで $p=\frac{p_1+p_2}{2}$、$q=p_1-p_2$、$g_A^{\sigma\pi}(q^2)$ と $h(q^2)$ は形状因子である。Ward-高橋恒等式 $q_\alpha\mathcal{M}^\alpha=0$ より

$$g_A^{\sigma\pi}(q^2)\left(p\cdot q\right)+h(q^2)q^2=0 \tag{付録 B.21}$$

が得られる。形状因子 $h(q^2)$ は軸性カレントの縦波モードに対応するため、パイ中間子の極を含む。よって

$$h(q^2) = \frac{f_\pi}{q^2} g_{\sigma\pi\pi} + \cdots \tag{付録 B.22}$$

としてパイ中間子の極部分を取り出すことができる。軟パイ中間子極限 $q^2 \to 0$ をとることにより、この式から、

$$g_{\sigma\pi\pi} = \frac{m_\sigma^2}{2f_\pi} g_A^{\sigma\pi}(0) \tag{付録 B.23}$$

が導かれる。ここで、$p \cdot q = \frac{m_\sigma^2 - m_\pi^2}{2}$ を用いた。この関係式は、$\sigma - \pi$ 中間子に拡張された Goldberger-Treiman 関係式である。

付録 C　バリオン場のパリティ

バリオンは正、又は、負の何れかのパリティを持つ。特に核子 $N(939)$ は正のパリティを持つ核子と定義されている。$N_f = 3$ において 8 重項バリオンに注目して議論する。

n 個のバリオン場を縦に並べて B' とすると、バリオン場 B' の 2 次の部分とパイ中間子相互作用の部分は

$$\bar{B}' \left(i\partial\!\!\!/ - M'_{n\times n} \right) B' + \bar{B}' i\gamma_5 C'_{n\times n} \pi B' \tag{付録 C.1}$$

と書くことができる。パリティ変換の下で n 個すべての場が

$$B' \underset{\mathcal{P}}{\longrightarrow} +\gamma^0 B' \tag{付録 C.2}$$

と変換するものとして導入した。$n \times n$ の質量行列 $M_{n\times n}$ を対角化すると、n 個の固有値を得ることができる：

$$-m_{-n_-},\ \cdots,\ -m_{-0},\ m_{+0},\ \cdots,\ m_{+n_+} \tag{付録 C.3}$$

ここで、$m_{\pm k} \geq 0,\ n_+ + n_- + 2 = n$ である。対応する固有ベクトルは

$$\nu_{-n_-}, \cdots, \nu_{-0}, \nu_{+0}, \cdots, \nu_{+n_+} \tag{付録 C.4}$$

で与えられるとすると、バリオン場 B' は

$$B' = \sum_{j=0}^{n_+} \nu_{+j} \cdot \psi'_{+j} + \sum_{j=0}^{n_-} \nu_{-j} \cdot \psi'_{-j} \tag{付録 C.5}$$

のように固有ベクトルの線形結合で書くことができる。ここで、$\psi'_{\pm j}$ は、スピノールやフレーバーの足を持つバリオン場である。バリオン場 ψ'_{+0} は核子 $N(939)$ を含む 8 重項バリオンとする。式 (付録 C.1) に代入すると、

$$\begin{aligned}
&\sum_{j=0}^{n_+} \bar{\psi}'_{+j} \left(i\partial\!\!\!/ - m_{+j} \right) \psi'_{+j} + \sum_{j=0}^{n_-} \bar{\psi}'_{-j} \left(i\partial\!\!\!/ + m_{-j} \right) \psi'_{-j} \\
&+ \sum_{i,j} g_{+i,+j} \bar{\psi}'_{+i} \pi\gamma_5 \psi'_{+j} + \sum_{i,j} g_{-i,-j} \bar{\psi}'_{-i} \pi\gamma_5 \psi'_{-j} \\
&+ \sum_{i,j} g_{-i,+j} \bar{\psi}'_{-i} \pi\gamma_5 \psi'_{+j} + \sum_{i,j} g_{+i,-j} \bar{\psi}'_{+i} \pi\gamma_5 \psi'_{-j}
\end{aligned} \tag{付録 C.6}$$

を得る。ここで、結合定数は $g_{+i,+j} \equiv \nu_{+i}^T \cdot C'_{n\times n} \cdot \nu_{+j}$ 等である。第 2 項の m_{-j} の項の前の符号を負になるように

$$\psi_{+j} \equiv \psi'_{+j}\ , \quad \psi_{-j} \equiv \gamma_5 \psi'_{-j} \tag{付録 C.7}$$

とバリオン場を再定義する。すると

$$\begin{aligned}
&\sum_{j=0}^{n_+} \bar{\psi}_{+j} \left(i\partial\!\!\!/ - m_{+j} \right) \psi_{+j} + \sum_{j=0}^{n_-} \bar{\psi}_{-j} \left(i\partial\!\!\!/ - m_{-j} \right) \psi_{-j} \\
&+ \sum_{i,j} g_{+i,+j} \bar{\psi}_{+i} \pi \gamma_5 \psi_{+j} - \sum_{i,j} g_{-i,-j} \bar{\psi}_{-i} \pi \gamma_5 \psi_{-j} \\
&- \sum_{i,j} g_{-i,+j} \bar{\psi}_{-i} \pi \psi_{+j} + \sum_{i,j} g_{+i,-j} \bar{\psi}_{+i} \pi \psi_{-j} \ , \qquad \text{(付録 C.8)}
\end{aligned}$$

が得られる。最後の 4 項はパイ中間子との相互作用を表している。

式 (付録 C.8) の最後の 2 項は γ_5 はない、第 2 行目は γ_5 がある。よって、最後の 2 項は s-波相互作用なのに対して、第 2 行目は p-波パイ中間子放出である。パリティ変換の下で $\psi_{+0} \underset{\mathcal{P}}{\longrightarrow} +\gamma^0 \psi_{+0}$ と変換し、核子 $N(939)$ を含む ψ_{+0} は正のパリティを持つと定義されている。そのため、ψ_{+j} と ψ_{-j} はそれぞれ正と負のパリティを持つ。つまり、パリティ変換の下で同符号を伴って変換する複数の場を導入した際には、質量行列の固有値の符号がパリティの正負と関係する。

付録 D　3 フレーバーパリティ 2 重項模型の質量行列と軸性電荷

4 章で構築した 3 フレーバーパリティ 2 重項模型から得られるハイペロンの質量行列や基底 8 重項バリオンの軸性電荷を与える行列についてまとめ。

D.1　ハイペロンの質量行列

ハイペロンの質量行列をこの節にまとめる。ハイペロンの質量項は

$$-\bar{\Sigma}' M'_\Sigma \Sigma' - \bar{\Lambda}' M'_\Lambda \Lambda' - \bar{\Xi}' M'_\Xi \Xi' \tag{付録 D.1}$$

と書かれる。ここで、Σ'、Λ'、Ξ' は

$$\begin{aligned}
\Sigma' &= \begin{pmatrix} \Sigma_1^{(1)} & \Sigma_1^{(2)} & \Sigma_1^{(3)} & \Sigma_1^{(4)} & \gamma_5\Sigma_2^{(1)} & \gamma_5\Sigma_2^{(2)} & \gamma_5\Sigma_2^{(3)} & \gamma_5\Sigma_2^{(4)} \end{pmatrix}^T , \\
\Xi' &= \begin{pmatrix} \Xi_1^{(1)} & \Xi_1^{(2)} & \Xi_1^{(3)} & \Xi_1^{(4)} & \gamma_5\Xi_2^{(1)} & \gamma_5\Xi_2^{(2)} & \gamma_5\Xi_2^{(3)} & \gamma_5\Xi_2^{(4)} \end{pmatrix}^T , \\
\Lambda' &= \begin{pmatrix} \Lambda_1^{(1)} & \Lambda_1^{(2)} & \Lambda_1^{(3)} & \Lambda_1^{(4)} & \gamma_5\Lambda_2^{(1)} & \gamma_5\Lambda_2^{(2)} & \gamma_5\Lambda_2^{(3)} & \gamma_5\Lambda_2^{(4)} \end{pmatrix}^T ,
\end{aligned} \tag{付録 D.2}$$

である。Σ バリオンと Ξ バリオンの質量行列は

$$M'_\Sigma = \begin{pmatrix}
G_s^1 & -\frac{1}{\sqrt{6}}\left(F_s^1 + 2F^1\right) & -F^2 & -\frac{1}{\sqrt{3}}\left(F_s^1 - F^1\right) \\
-\frac{1}{\sqrt{6}}\left(F_s^1 + 2F^1\right) & -\frac{1}{6}\left(G_s^3 - 4G^3\right) & -\frac{1}{\sqrt{6}}\left(2F_s^5 + F^5\right) & -\frac{1}{3\sqrt{2}}\left(G_s^3 - G^3\right) \\
-F^2 & -\frac{1}{\sqrt{6}}\left(2F_s^5 + F^5\right) & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}}\left(F_s^5 - F^5\right) \\
-\frac{1}{\sqrt{3}}\left(F_s^1 - F^1\right) & -\frac{1}{3\sqrt{2}}\left(G_s^3 - G^3\right) & \frac{1}{\sqrt{3}}\left(F_s^5 - F^5\right) & -\frac{1}{3}\left(G_s^3 + 2G^3\right) \\
m_0^{(1)} & 0 & 0 & 0 \\
0 & m_0^{(2)} & 0 & 0 \\
0 & 0 & m_0^{(3)} & 0 \\
0 & 0 & 0 & m_0^{(2)}
\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}
m_0^{(1)} & 0 & 0 & 0 \\
0 & m_0^{(2)} & 0 & 0 \\
0 & 0 & m_0^{(3)} & 0 \\
0 & 0 & 0 & m_0^{(2)} \\
-G_s^2 & \frac{1}{\sqrt{6}}\left(F_s^3 + 2F^3\right) & F^4 & \frac{1}{\sqrt{3}}\left(F_s^3 - F^3\right) \\
\frac{1}{\sqrt{6}}\left(F_s^3 + 2F^3\right) & \frac{1}{6}\left(G_s^4 - 4G^4\right) & \frac{1}{\sqrt{6}}\left(2F_s^6 + F^6\right) & \frac{1}{3\sqrt{2}}\left(G_s^4 - G^4\right) \\
F^4 & \frac{1}{\sqrt{6}}\left(2F_s^6 + F^6\right) & 0 & -\frac{1}{\sqrt{3}}\left(F_s^6 - F^6\right) \\
\frac{1}{\sqrt{3}}\left(F_s^3 - F^3\right) & \frac{1}{3\sqrt{2}}\left(G_s^4 - G^4\right) & -\frac{1}{\sqrt{3}}\left(F_s^6 - F^6\right) & \frac{1}{3}\left(G_s^4 + 2G^4\right)
\end{pmatrix} ,$$

$$M'_{\Xi}=\begin{pmatrix}
G^1 & -\frac{1}{\sqrt{6}}\left(2F_s^1+F^1\right) & -F_s^2 & \frac{1}{\sqrt{3}}\left(F_s^1-F^1\right) \\
-\frac{1}{\sqrt{6}}\left(2F_s^1+F^1\right) & \frac{1}{6}\left(4G_s^3-G^3\right) & -\frac{1}{\sqrt{6}}\left(F_s^5+2F^5\right) & \frac{1}{3\sqrt{2}}\left(G_s^3-G^3\right) \\
-F_s^2 & -\frac{1}{\sqrt{6}}\left(F_s^5+2F^5\right) & 0 & -\frac{1}{\sqrt{3}}\left(F_s^5-F^5\right) \\
\frac{1}{\sqrt{3}}\left(F_s^1-F^1\right) & \frac{1}{3\sqrt{2}}\left(G_s^3-G^3\right) & -\frac{1}{\sqrt{3}}\left(F_s^5-F^5\right) & -\frac{1}{3}\left(2G_s^3+G^3\right) \\
m_0^{(1)} & 0 & 0 & 0 \\
0 & m_0^{(2)} & 0 & 0 \\
0 & 0 & m_0^{(3)} & 0 \\
0 & 0 & 0 & m_0^{(2)}
\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}
m_0^{(1)} & 0 & 0 & 0 \\
0 & m_0^{(2)} & 0 & 0 \\
0 & 0 & m_0^{(3)} & 0 \\
0 & 0 & 0 & m_0^{(2)} \\
-G^2 & \frac{1}{\sqrt{6}}\left(2F_s^3+F^3\right) & F_s^4 & -\frac{1}{\sqrt{3}}\left(F_s^3-F^3\right) \\
\frac{1}{\sqrt{6}}\left(2F_s^3+F^3\right) & -\frac{1}{6}\left(4G_s^4-G^4\right) & \frac{1}{\sqrt{6}}\left(F_s^6+2F^6\right) & -\frac{1}{3\sqrt{2}}\left(G_s^4-G^4\right) \\
F_s^4 & \frac{1}{\sqrt{6}}\left(F_s^6+2F^6\right) & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}}\left(F_s^6-F^6\right) \\
-\frac{1}{\sqrt{3}}\left(F_s^3-F^3\right) & -\frac{1}{3\sqrt{2}}\left(G_s^4-G^4\right) & \frac{1}{\sqrt{3}}\left(F_s^6-F^6\right) & \frac{1}{3}\left(2G_s^4+G^4\right)
\end{pmatrix},$$

(付録 D.3)

そして、Λ バリオンの質量行列は

$$M_{\Lambda}=\begin{pmatrix}
-\frac{1}{3}\left(G_s^1-4G^1\right) & -\frac{1}{\sqrt{6}}\left(F_s^1+2F^1\right) & -\frac{1}{3}\left(2F_s^2+F^2\right) & -\frac{\sqrt{2}}{3}\left(G_s^1-G^1\right) \\
-\frac{1}{\sqrt{6}}\left(F_s^1+2F^1\right) & \frac{1}{2}G_s^3 & -\sqrt{\frac{3}{2}}F^5 & -\frac{1}{\sqrt{3}}\left(F_s^1-F^1\right) \\
-\frac{1}{3}\left(2F_s^2+F^2\right) & -\sqrt{\frac{3}{2}}F^5 & 0 & \frac{\sqrt{2}}{3}\left(F_s^2-F^2\right) \\
-\frac{\sqrt{2}}{3}\left(G_s^1-G^1\right) & -\frac{1}{\sqrt{3}}\left(F_s^1-F^1\right) & \frac{\sqrt{2}}{3}\left(F_s^2-F^2\right) & -\frac{2}{3}\left(G_s^1+2G^1\right) \\
m_0^{(1)} & 0 & 0 & 0 \\
0 & m_0^{(2)} & 0 & 0 \\
0 & 0 & m_0^{(3)} & 0 \\
0 & 0 & 0 & m_0^{(1)}
\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}
m_0^{(1)} & 0 & 0 & 0 \\
0 & m_0^{(2)} & 0 & 0 \\
0 & 0 & m_0^{(3)} & 0 \\
0 & 0 & 0 & m_0^{(1)} \\
\frac{1}{3}\left(G_s^2-4G^2\right) & \frac{1}{\sqrt{6}}\left(F_s^3+2F^3\right) & \frac{1}{3}\left(2F_s^4+F^4\right) & \frac{\sqrt{2}}{3}\left(G_s^2-G^2\right) \\
\frac{1}{\sqrt{6}}\left(F_s^3+2F^3\right) & -\frac{1}{2}G_s^4 & \sqrt{\frac{3}{2}}F^6 & \frac{1}{\sqrt{3}}\left(F_s^3-F^3\right) \\
\frac{1}{3}\left(2F_s^4+F^4\right) & \sqrt{\frac{3}{2}}F^6 & 0 & -\frac{\sqrt{2}}{3}\left(F_s^4-F^4\right) \\
\frac{\sqrt{2}}{3}\left(G_s^2-G^2\right) & \frac{1}{\sqrt{3}}\left(F_s^3-F^3\right) & -\frac{\sqrt{2}}{3}\left(F_s^4-F^4\right) & \frac{2}{3}\left(G_s^2+2G^2\right)
\end{pmatrix}$$

(付録 D.4)

と書き下される。

D.2　軸性電荷

核子 $N(939)$ を含むフレーバー 8 重項バリオンの軸性電荷は $B \to B + l + \bar{\nu}_l$ $(l = e, \mu)$ の実験で測定されている [63]。この節では、3 フレーバーパリティ 2 重項模型における基底フレーバー 8 重項バリオンの軸性電荷の計算についてまとめる。

バリオンの質量固有状態は、D.1 の質量行列を対角化することで得られる。その質量固有状態を用いて、ベクトル形状因子と軸性ベクトル形状因子はそれぞれ、

$$\begin{aligned} \left\langle \bar{B}_A \right| j_{V\mu} \left| B_B \right\rangle =& \bar{u}_A(p_A) \left[f_1(q^2)\gamma_\mu + i f_2(q^2)\sigma_{\mu\nu}q^\nu \right] u_B(p_B) \ , \\ \left\langle \bar{B}_A \right| j_{A\mu} \left| B_B \right\rangle =& \bar{u}_A(p_A) \left[g_1(q^2)\gamma_\mu\gamma_5 + i g_3(q^2)\gamma_5 q_\mu \right] u_B(p_B) \end{aligned} \qquad \text{(付録 D.5)}$$

と書くことができる。ここで $q = p_B - p_A$ であり、$u_{A,B}$ は対応するスピノールベクトルである。A や B の添え字は、フレーバー 8 重項バリオンに属するバリオン N、Σ、Λ、Ξ を表す。また、終状態と始状態は共に基底状態であり、同一のフレーバー 8 重項バリオンに属するとした。形状因子の引数である運動量 q^2 がゼロでの形状因子の値は電荷の大きさに対応するため、軸性電荷は $g_1(0)$ や $g_3(0)$ である。

3 フレーバーパリティ 2 重項模型においてバリオン場の共変微分から外ゲージ場との結合を読み取ることができ、ベクトルと軸性ベクトルの結合定数行列をそれぞれ $(g_V)^{B\to A}$ と $(g_A)^{B\to A}$ とすると、電荷は

$$\begin{aligned} (f_1)_{B\to A} =& \nu_A^T \cdot (g_V)^{B\to A} \cdot \nu_B \ , \\ (g_1)_{B\to A} =& \nu_A^T \cdot (g_A)^{B\to A} \cdot \nu_B \end{aligned} \qquad \text{(付録 D.6)}$$

である。ここで、ν_A と ν_B はバリオンの基底状態に対応する質量固有状態である： $\nu_N, \nu_\Lambda, \nu_\Sigma, \nu_\Xi$。運動項 $\mathcal{K}^{(k)}$ を露わに展開することによって $g_{V,A}$ を得ることができる：例えば、

$$\begin{aligned} (g_V)^{\Lambda\to p} =& -\sqrt{\frac{3}{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \ , \\ (g_A)^{\Lambda\to p} =& \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2\sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 2\sqrt{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3 & 0 \end{pmatrix} \ . \end{aligned} \qquad \text{(付録 D.7)}$$

参考文献

[1] K. A. Olive *et al.* [Particle Data Group Collaboration], Chin. Phys. C **38**, 090001 (2014).

[2] M. Gell-Mann, Phys. Lett. **8**, 214 (1964).

[3] G. Zweig, CERN-TH-401.

[4] G. Zweig, Developments in the Quark Theory of Hadrons, Volume 1. Edited by D. Lichtenberg and S. Rosen. pp. 22-101.

[5] M. L. Goldberger and S. B. Treiman, Phys. Rev. **110**, 1478 (1958).

[6] M. L. Goldberger and S. B. Treiman, Phys. Rev. **111**, 354 (1958).

[7] M. Prakash, I. Bombaci, M. Prakash, P. J. Ellis, J. M. Lattimer and R. Knorren, Phys. Rept. **280**, 1 (1997).

[8] P. Demorest, T. Pennucci, S. Ransom, M. Roberts and J. Hessels, Nature **467**, 1081 (2010).

[9] J. Antoniadis, P. C. C. Freire, N. Wex, T. M. Tauris, R. S. Lynch, M. H. van Kerkwijk, M. Kramer and C. Bassa *et al.*, Science **340**, 6131 (2013).

[10] K. Fukushima and T. Hatsuda, Rept. Prog. Phys. **74**, 014001 (2011).

[11] K. Fukushima and C. Sasaki, Prog. Part. Nucl. Phys. **72**, 99 (2013).

[12] H. A. Bethe and R. F. Bacher, Rev. Mod. Phys. **8**, 82 (1936).

[13] K. Yagi, T. Hatsuda and Y. Miake, Camb. Monogr. Part. Phys. Nucl. Phys. Cosmol. **23**, 1 (2005).

[14] C. Vafa and E. Witten, Phys. Rev. Lett. **53**, 535 (1984).

[15] C. Vafa and E. Witten, Nucl. Phys. B **234**, 173 (1984).

[16] D. T. Son and M. A. Stephanov, Phys. Rev. Lett. **86**, 592 (2001).

[17] J. B. Kogut and D. K. Sinclair, Phys. Rev. D **66**, 014508 (2002).

[18] J. B. Kogut and D. K. Sinclair, Phys. Rev. D **66**, 034505 (2002).

[19] W. Detmold, K. Orginos and Z. Shi, Phys. Rev. D **86**, 054507 (2012).

[20] D. Toublan and J. B. Kogut, Phys. Lett. B **564**, 212 (2003).

[21] A. Barducci, R. Casalbuoni, G. Pettini and L. Ravagli, Phys. Rev. D **69**, 096004 (2004).

[22] L. -y. He, M. Jin and P. -f. Zhuang, Phys. Rev. D **71**, 116001 (2005).

[23] L. He, M. Jin and P. Zhuang, Phys. Rev. D **74**, 036005 (2006).

[24] D. Ebert and K. G. Klimenko, J. Phys. G **32**, 599 (2006).

[25] D. Ebert and K. G. Klimenko, Eur. Phys. J. C **46**, 771 (2006).

[26] L. y. He, M. Jin and P. f. Zhuang, Mod. Phys. Lett. A **22**, 637 (2007).

[27] J. O. Andersen and L. Kyllingstad, J. Phys. G **37**, 015003 (2009).

[28] B. Klein, D. Toublan and J. J. M. Verbaarschot, Phys. Rev. D **68**, 014009 (2003).

[29] Y. Nishida, Phys. Rev. D **69**, 094501 (2004).

[30] H. Abuki, Phys. Rev. D **87**, no. 9, 094006 (2013).
[31] D. Toublan and J. B. Kogut, Phys. Lett. B **605**, 129 (2005).
[32] Y. Kim, C. H. Lee and H. U. Yee, Phys. Rev. D **77**, 085030 (2008).
[33] A. Parnachev, JHEP **0802**, 062 (2008).
[34] O. Aharony, K. Peeters, J. Sonnenschein and M. Zamaklar, JHEP **0802**, 071 (2008).
[35] P. Basu, J. He, A. Mukherjee and H. H. Shieh, JHEP **0911**, 070 (2009).
[36] M. Ammon, J. Erdmenger, M. Kaminski and P. Kerner, JHEP **0910**, 067 (2009).
[37] B. H. Lee, S. Mamedov, S. Nam and C. Park, JHEP **1308**, 045 (2013).
[38] D. Albrecht and J. Erlich, Phys. Rev. D **82**, 095002 (2010).
[39] F. Rust, Adv. High Energy Phys. **2010**, 564 (2010).
[40] Y. Kim, Y. Seo, I. J. Shin and S. J. Sin, EPJ Web Conf. **20**, 03005 (2012).
[41] H. Nishihara and M. Harada, Phys. Rev. D **89**, 076001 (2014).
[42] H. Nishihara and M. Harada, Phys. Rev. D **90**, no. 11, 115027 (2014).
[43] V. A. Miransky and I. A. Shovkovy, Phys. Rept. **576**, 1 (2015).
[44] R. Aaij *et al.* [LHCb Collaboration], Phys. Rev. Lett. **115**, 072001 (2015).
[45] B. Lee, Cargese Lect. Phys. **5**, 119 (1972).
[46] C. E. Detar and T. Kunihiro, Phys. Rev. D **39**, 2805 (1989).
[47] D. Jido, M. Oka and A. Hosaka, Prog. Theor. Phys. **106**, 873 (2001).
[48] Y. Nemoto, D. Jido, M. Oka and A. Hosaka, Phys. Rev. D **57**, 4124 (1998).
[49] D. Jido, Y. Nemoto, M. Oka and A. Hosaka, Nucl. Phys. A **671**, 471 (2000).
[50] D. Jido, T. Hatsuda and T. Kunihiro, Phys. Rev. Lett. **84**, 3252 (2000).
[51] H. X. Chen, V. Dmitrašinović and A. Hosaka, Phys. Rev. D **81**, 054002 (2010).
[52] H. X. Chen, V. Dmitrašinović and A. Hosaka, Phys. Rev. D **83**, 014015 (2011).
[53] H. X. Chen, V. Dmitrašinović and A. Hosaka, Phys. Rev. C **85**, 055205 (2012).
[54] V. Dmitrašinović, H. X. Chen and A. Hosaka, Phys. Rev. C **93**, no. 6, 065208 (2016).
[55] L. Y. Glozman, C. B. Lang and M. Schrock, Phys. Rev. D **86**, 014507 (2012).
[56] G. Aarts, C. Allton, S. Hands, B. Jäger, C. Praki and J. I. Skullerud, Phys. Rev. D **92**, no. 1, 014503 (2015).
[57] S. Gallas and F. Giacosa, Int. J. Mod. Phys. A **29**, no. 17, 1450098 (2014).
[58] H. Nishihara and M. Harada, Phys. Rev. D **92**, no. 5, 054022 (2015).
[59] D. Zschiesche, L. Tolos, J. Schaffner-Bielich and R. D. Pisarski, Phys. Rev. C **75**, 055202 (2007).
[60] V. Dexheimer, S. Schramm and D. Zschiesche, Phys. Rev. C **77**, 025803 (2008).
[61] Y. Motohiro, Y. Kim and M. Harada, Phys. Rev. C **92**, no. 2, 025201 (2015).
[62] N. Cabibbo, Phys. Rev. Lett. **10**, 531 (1963).
[63] T. Yamanishi, Phys. Rev. D **76**, 014006 (2007).
[64] T. Schäfer and E. V. Shuryak, Rev. Mod. Phys. **70**, 323 (1998).

[65] G. 't Hooft, NATO Sci. Ser. B **59**, 135 (1980).
[66] Y. Frishman, A. Schwimmer, T. Banks and S. Yankielowicz, Nucl. Phys. B **177**, 157 (1981).
[67] R. L. Jaffe, Phys. Rev. D **15**, 267 (1977).
[68] A. H. Fariborz, R. Jora and J. Schechter, Phys. Rev. D **79**, 074014 (2009).
[69] M. Wakayama, T. Kunihiro, S. Muroya, A. Nakamura, C. Nonaka, M. Sekiguchi and H. Wada, Phys. Rev. D **91**, no. 9, 094508 (2015).
[70] M. A. Shifman, A. I. Vainshtein and V. I. Zakharov, Nucl. Phys. B **147**, 385 (1979).
[71] J. Gasser and H. Leutwyler, Nucl. Phys. B **250**, 517 (1985).
[72] T. T. Takahashi and T. Kunihiro, Phys. Rev. D **78**, 011503 (2008).
[73] J. Gasser, H. Leutwyler and M. E. Sainio, Phys. Lett. B **253**, 252 (1991).
[74] M. M. Pavan, I. I. Strakovsky, R. L. Workman and R. A. Arndt, PiN Newslett. **16**, 110 (2002), [hep-ph/0111066].
[75] R. D. Young and A. W. Thomas, Phys. Rev. D **81**, 014503 (2010).
[76] J. M. Alarcon, J. Martin Camalich and J. A. Oller, Phys. Rev. D **85**, 051503 (2012).
[77] Y. B. Yang *et al.* [xQCD Collaboration], Phys. Rev. D **94**, no. 5, 054503 (2016).
[78] Y. Akaishi and T. Yamazaki, Phys. Rev. C **65**, 044005 (2002).
[79] T. Yamazaki and Y. Akaishi, Phys. Lett. B **535**, 70 (2002).
[80] M. Denissenya, L. Y. Glozman and C. B. Lang, Phys. Rev. D **91**, no. 3, 034505 (2015).
[81] L. Y. Glozman, Eur. Phys. J. A **51**, no. 3, 27 (2015).
[82] L. Y. Glozman and M. Pak, Phys. Rev. D **92**, no. 1, 016001 (2015).
[83] T. D. Cohen, Phys. Rev. D **93**, no. 3, 034508 (2016).
[84] M. Shifman, Phys. Rev. D **93**, no. 7, 074035 (2016).
[85] H. Nishihara and M. Harada, arXiv:1607.06559 [hep-ph].
[86] T. Banks and A. Casher, Nucl. Phys. B **169**, 103 (1980).
[87] M. Denissenya, L. Y. Glozman and M. Pak, Phys. Rev. D **91**, no. 11, 114512 (2015).
[88] M. Denissenya, L. Y. Glozman and M. Pak, Phys. Rev. D **92**, no. 7, 074508 (2015) Erratum: [Phys. Rev. D **92**, no. 9, 099902 (2015)].
[89] A. H. Fariborz, R. Jora and J. Schechter, Phys. Rev. D **77**, 034006 (2008).