

# 低ボラティリティ投資と政策ポートフォリオ

中 島 英 喜

In this paper we investigate smart beta investing, especially low volatility investing, in policy portfolio selection by institutional investors. Most of smart beta strategies except for Fundamental Index are sometimes called "factor funds". We can distinguish factor funds from classical active strategies, if we know whether a group of stocks is considered as a factor or a style. Institutional investors choose their own securities portfolio in two steps generally. Policy asset allocation is chosen first, and then individual securities portfolio selection is outsourced to professional fund manager(s). We can infer that most of investments in both active and smart beta strategies don't make this two-step decision-making inefficient, except for low volatility investing. We reveal low volatility investing makes this decision-making inefficient in principle, and demonstrate in a real quantitative simulation how much inefficient it becomes. A financial technique of leverage can resolve this problem, if the risk premium of low volatility investing is a reasonable negative value. Also we find by an empirical analysis that low volatility investing has rather unfavorable tendency in gain/loss asymmetry in both U.S. and Japan.

**Keywords:** Policy portfolio, Policy benchmark, Active investing, Smart beta, Low volatility investing, Minimum variance portfolio, Two-step decision-making, Gain/loss asymmetry

## I. アクティブ運用とスマート・ベータ

国内株式、外国株式、国内債券、外国債券。これまでに多くの機関投資家は、その投資対象をこれら4つの資産クラスに分類してきた。しかし20年ほど前、ヘッジ・ファンド (hedge fund) が注目を集め資金流入が進んだ頃から、代替投資 (alternative investment) という資産クラスを新たに加える投資家も見られるようになった。

個々のヘッジ・ファンドの投資対象は、その投資戦略によってまちまちであり、その投資成果もまたまちまちである。しかしこれら投資戦略は、ヘッジ・ファンドと一括りされ代替投資の枠に分類されることが多い。また、不動産、インフラ、未公開株式 (private equity funds) への投資も代替投資の枠内とすることが多い。したがって、クラシカルな4つの資産クラスと異なり、代替投資の投資成果に一定の傾向を認めることは難しく、その内容も投資家毎にまちまちになる。

一方、近年、スマート・ベータ (smart beta) と呼ばれる投資が新たに投資家の関心を集めている<sup>1)</sup>。スマート・ベータは主に株式を対象とする投資戦略であり、国内株式や外国株式といったクラシカルな資産クラスの枠内に含めることができる。また「市場ポートフォリオの効率性に疑義を抱き、クラシカルな資産クラスの枠内で投資効率の改善を図る」点では、従来の資産クラス毎のアクティブ運用 (active investing) と同じである。

従来のアクティブ運用に対するスマート・ベータの差異を取って言うと、「予め決めた定量ルールに基づいて機械的にポートフォリオを選択し、複製投資可能な指数を提供する」点にあると言える。なお、「定量的な手法でポートフォリオを選択し、市場ポートフォリオやその代理ポートフォリオのアウトパフォームを目指す」点では、従来のアクティブ運用におけるクオンツ投資 (Quants, quantitative investing) と同様だが、手法の公開と指数化を前提とする点で区別できるだろう。

なお、スマート・ベータの特徴である「機械的なポートフォリオ選択を行うためのルール」については、その出発点によって 2 つの立場に大別できる。一つは、各銘柄の時価総額 (market capitalization) で加重した時価加重ポートフォリオの効率性を直接疑問視する立場であり、もう一つは、市場ポートフォリオのリターン (市場リターン) と無相関のリターン (ノンシステムティック・リスク) の中に正のプレミアムを経験的に期待できるものがあると言える立場である。

市場ポートフォリオは、投資可能な全資産の時価加重ポートフォリオである。現実には投資対象を適当に制約した代理市場ポートフォリオを参照するが、その加重比率も時価総額とするのが通常である。これに対し、前者の立場は、時価総額による加重比率の妥当性を問題視し、証券の市場価格に影響されにくい代替的な加重比率を使ったポートフォリオの機械的選択 (Fundamental Index 等) を良しとする。これは、市場ポートフォリオや代理市場ポートフォリオの効率性を直接否定するものであり、よりラジカルな考え方と言える。

一方、後者の立場は、株価に関する Fama and French (1993) の 3 ファクター・モデルに源流を求める。このモデルは市場ポートフォリオの効率性を直接的には否定しない。代わりに市場ポートフォリオと無相関なリターン (ノンシステムティック・リスク) を生み出す 2 つの株式のポートフォリオ (機械的に選択された割安株と小型株) も、正の期待超過リターンを経験的に期待できると考える。その後、他のファクター・ポートフォリオにも正の期待超過リターンを認める報告が続いた。「市場ポートフォリオに加えて、これらファクター・ポートフォリオ (factor funds) を保有することで、投資効率を改善できる」と考えるのが後者の立場である。

後者の立場は、市場ポートフォリオの効率性をある程度認めつつ、そこからの乖離 (tilt) の追加によって期待リターンを改善できると考えるものであり、一見、従来のアクティブ運用と変わらないように見える。しかし従来のアクティブ運用の主要な関心は、割り切って言うなら「良い銘柄の選択」にあると言える。例えば、「割安株投資」を謳う運用会社は、割安株ポートフォリオの機械的な選択ルールやその策定能力を競うのではなく、割安株と呼ばれる限定的な銘柄群から相対的に「良い銘柄」を選択する能力を自負し、選択した銘柄の投資成果を競っ

ている。

すなわちこれらのアクティブ運用で求められるのは、株式全体に共通する普遍的な銘柄選択能力ではなく、適当な銘柄群の中で有効に働く能力である。このため「割安株投資」を謳う運用会社の主要な関心は、割安株ファクターのプレミアム獲得というより、投資対象を割安な銘柄群に絞ることで、自らの銘柄選択能力を最も有効に発揮する点にあると言える。

したがって従来のアクティブ運用では、投資対象を限定した投資は、特定の「ファクター」への投資ではなく、特定の「スタイル」の投資と呼ばれる。実際、Fama-French 流のファクター・モデルで負のプレミアムがあるとされる成長株や大型株の銘柄群でも、そこでの銘柄選択能力を謳う運用会社は存在し、成長株のアクティブ運用、もしくは大型株のファンド・マネジャー等と呼ばれている。

さらに、これら運用会社に投資を委託する投資家においては、対照的なスタイルのアクティブ運用を同時に採用することで、各資産クラスでのスタイルの偏りを抑え、スタイルの中立化を図ることがマネジャー・ストラクチャ (後述) のテーマの一つとされてきた。これは、スマート・ベータの有効性を首肯する後者の立場、すなわち機械的に選択した何らかのファクター・ポートフォリオに正の期待超過リターンを認める考え方とは基本的に異なる。

このように、従来のアクティブ運用でスタイルと呼ばれ、銘柄選択能力を発揮する条件に過ぎなかったものの幾つかは、スマート・ベータに関する後者の立場ではファクターと呼ばれ、それ自体にプレミアムが期待される。ファクター・ポートフォリオは定量ルールに基づいて機械的に選択されるため、高度な銘柄選択能力は不要であり、相対的に安価に提供できる。なお、こうしたアプローチは、ヘッジ・ファンドの安価な複製 (synthetic hedge funds, hedge fund replication)に通じるものがある。

前置きが長くなったが、本稿では、スマート・ベータに関する後者の立場に基づく投資 (factor funds) の内、低ボラティリティもしくは最小分散と呼ばれる投資に焦点を当て、その特徴を定量的に評価する。そして、標準的な機関投資家の意思決定における同投資の問題点を考える。その準備として、続く 2 つの節では機関投資家の標準的なポートフォリオ選択の方法を紹介する。

## II. 政策ポートフォリオとその効率性

機関投資家の多くは保有資金の効率運用を対外的に謳っており、法律等でそうした運用を義務付けられている先も少なくない。例えば、国内の代表的な機関投資家である企業年金の基金には、「運用の基本方針」と「政策的資産構成割合」の策定が2018年4月以降義務付けられている。

ここで、政策的資産構成もしくはその構成割合は一般に「政策ポートフォリオ」と呼ばれる。政策ポートフォリオの決定方法は必ずしも一意ではないが、合理性や客観性を担保する観点から、標準的なポートフォリオ選択理論に全面的もしくは部分的に依拠するのが通常である。その際、投資対象を区別しない個別証券ポートフォリオを直接選択するのは一般的でなく、トップダウンによる段階的な意思決定が採られる。

具体的には、まず投資対象を少数の資産クラスに分類し、各資産クラスへの資金配分を決定する。その上で、資産クラス毎に専門の運用会社（ファンド・マネジャー）を採用して、個別証券のポートフォリオ選択を委託する。なお1つの資産クラスで複数の運用会社を採用して個別に運用を委託することも可能であり、運用会社の選択と委託配分の決定は「マネジャー・ストラクチャ」と呼ばれる。

資産クラスとしては、国内の株式、外国の株式、国内の債券、外国の債券の4つを用いるのがクラシカルな手法である。これらの資産クラスには、それぞれ指数提供者（index provider）が複数存在し、十分な銘柄分散と低コストでの複製を考慮した資産クラス別ポートフォリオの投資成果を指数（index）として公表している。

上記の4つの古典的な資産クラスを投資対象とする場合、資産クラス毎に最も効率的かつ低コストと思われる指数を一つ選択し、その将来（例えば5年後）の変動を4変量の確率変数と見なせば、その期待値、分散、相関係数の評価値に基づいて、平均・分散効率的なポートフォリオを簡単に求めることができる。その際必要な評価値は、足下で観測できる金利を除くと高々14個であり、過去の指数の履歴を使って質の良い評価値を得られるものも少なくない。

さらに、CAPM（capital asset pricing model）と呼ばれる資産価格の標準理論では、幾つかの仮定の下で市場ポートフォリオの効率性が導かれる。このため、選択した指数が市場ポートフォリオの適切

な代理ポートフォリオに基づくとしたら、当該指数の効率性も市場ポートフォリオに準じるはずである。また、これら指数が参照するポートフォリオは、低コストでの複製が考慮されているため、その複製（passive investing）は相対的に安価な手数料で運用会社に委託できる。

すなわち、クラシカルな4つの資産クラスを投資対象として、資産クラス毎に選択した4つの指数の効率性を前提とする場合、これら4つの指数の将来リターン（確率変数）の1次と2次のモーメント（14個）の評価値を入手すれば、投資の知識や経験が十分でない投資家でも、効率的な個別証券ポートフォリオを合理的かつ安価に選択・保有できる。しかし逆に言えば、これらの前提条件はこの簡明なアプローチの問題点にもなる。

- 4つの指数の将来リターンの1次と2次のモーメントの値は自明ではない
- 選択した指数の効率性が、真の市場ポートフォリオの効率性に準じる保証はない
- 理論の仮定が真でないなら、真の市場ポートフォリオが効率的である保証もない
- 資産クラスを4つに限定することで、投資効率の改善が妨げられるかもしれない

この内、最初の問題点は技術的なものであり、投資家の評価能力が問われる。ただこれら数値の評価は投資とは直接関係しない。このため、経済、資産市場もしくは統計の専門家の助力により、評価能力が十分でない投資家でも合理的な意思決定は可能である。

また最後の問題点も技術的なものだが、こちらは投資の知識や経験と直接関係している。もしこれら4つの資産クラス以外の資産の投資やポートフォリオの管理に関して、投資家の知識や経験が十分だとしたら、新たな資産クラスの追加は理論的に投資効率の改善をもたらす。しかし、これらの知識や経験が十分でないなら、新たな資産クラスの追加は、機関投資家に求められる慎重条件（prudent man rule）に反する虞がある。

残り2つの問題点の内、2つ目の問題は、主に指数がカバーする銘柄制約の当否を問うものである。したがってこの問題は、投資家の問題である前に、指数を提供する指数提供者の技術的な問題と言える。実際、株式指数の銘柄増加（例えばS&P 500からRussell 2000）、外国株式指数の新興市場の追加、債券指数の非国債の追加は随時行われており、低コ

ストでの複製と銘柄カバレッジの拡大を目指す指数の提供は、いずれの資産クラスでも図られている。

最後に3つ目の問題だが、各資産クラスの指数が準拠する市場ポートフォリオの効率性を是認しない場合、市場ポートフォリオ（もしくは代理市場ポートフォリオ）と異なるポートフォリオの選択によって、投資効率を改善できるかもしれない。具体的には、第Ⅰ節で述べた従来型のアクティブ運用、もしくはスマート・ベータに関する2つの立場での投資（Fundamental Index 等と factor funds）が実行可能な選択肢として挙げられる。実際、最終的な個別銘柄ポートフォリオの選択をアクティブ運用の運用会社に委託する投資家は多い。また近年、新たにスマート・ベータの投資を採用する投資家も散見される。

さて、クラシカルな4つの資産クラスを投資対象として、資産クラス毎に一つ選択した指数の効率性を前提とするならば、投資の知識や経験が十分でない投資家であっても、効率的な個別証券ポートフォリオを合理的かつ安価に選択・保有できることは既に述べた。一方、これら指数の効率性を是としない投資家は、選択した指数の複製投資（passive investing）から、アクティブ運用やスマート・ベータ投資にシフトすることで投資効率の改善を目指すことができる。

ではこのシフトを図る投資家にとって、非効率な指数に基づく政策ポートフォリオは非効率で、その策定は最早意味を持たないのであろうか。またこうした投資家は、アクティブ運用やスマート・ベータ投資へのシフトの内容（投資委託の規模）をどのように定めるべきなのだろうか。

### Ⅲ. 政策ポートフォリオの非効率性と投資家の意思決定

上記の問題を原理的に考えると、投資対象が資産クラス毎に選択した4つの指数から、複数のアクティブ運用やスマート・ベータ投資を含む $N$ 個のポートフォリオに増えるだけである。これらポートフォリオのリターンを確率変数と見なせば、4変量の確率変数に関する問題が、 $N$ 変量の確率変数に関する問題になるだけで基本的な解法に変わりはない。この場合、敢えて非効率な4つの指数を対象として政策ポートフォリオを策定する積極的な意義は認めにくい。

しかし現実には、多くの機関投資家は単数もしくは複数のアクティブ運用やスマート・ベータ投資を採用しつつ、（その採用理由から考えて）論理的に非効率であるはずの資産クラス毎の指数を使って政策ポートフォリオを決定している。そして（本来ならば非効率であるはずの）この政策ポートフォリオを所与として、個別のアクティブ運用やスマート・ベータへの投資委託の配分、すなわちマネジャー・ストラクチャを決定している。

一見して分かるように、この2段階の意思決定で選択されたポートフォリオの効率性は自明ではない（というかむしろ非効率である蓋然性が高い）。ではこれらの機関投資家は、 $N$ 変量の確率変数に基づく効率的なポートフォリオ選択ではなく、なぜ、効率性が保証されない4つの指数を意思決定の前提とするのであろうか。

理由はいくつか考えられる。まず投資対象が増える（4から $N$ ）ことによる技術的問題である。ただ $N$ が100程度ならば、必要な前提値が揃えば、特殊な機材やアプリケーションなしで同様に解を求めることができる。しかし運用会社の生存バイアスや営業上の各種バイアスを無視できないとしたら、前提となる低次モーメント、特にリターンの期待値のフェアな評価は容易ではない。ただこれは技術的に克服もしくは改善可能な問題であり、決定的な理由にはならないだろう。実際、資産クラス毎にマネジャー・ストラクチャを決める際、適当な評価値を用いて同様の解法を適用するケースも見受けられる。

一方、技術的な問題とは別に、法律等で政策ポートフォリオの策定を義務付けられていることが、効率性を保証できない2段階意思決定を敢えて行う理由かもしれない。効率性の観点から $N$ 個の投資を同時に扱ってポートフォリオを選択する場合、その結果から4つの資産クラス毎の資金配分を計算し、これを政策ポートフォリオと称することは可能である。しかし、これはボトムアップの結果であり、トップダウンの大元としての政策ポートフォリオとは趣旨を異にする。

もし法律等が、機関投資家のトップがその責務を十分果たす規律付けとして、ガバナンスの観点からトップダウンの政策ポートフォリオ策定を義務付けているとしたら、十分なガバナンス体制を整えた機関投資家にとっては、この義務の履行はむしろ投資効率改善の阻害要因になる。すなわちこうした投資家にとって、効率性を保証できないトップダウンの



2段階の意思決定は合理性を欠き、これを義務付ける法律等は見直しを求めるべきものになる。

#### IV. 2段階意思決定の効率性の条件

このように、機関投資家がガバナンス体制を整え、期待リターンの評価に関する技術的な問題もクリアした場合、効率性を保証できない2段階意思決定を行う積極的な理由は見当たらない。しかし、資産クラス毎に選択した4つの指数の非効率性が穏当な水準なら<sup>2)</sup>、アクティブ運用やスマート・ベータのリターンが下記の条件を満たす場合、上述の2段階意思決定の効率性は保たれる。

$$\begin{aligned} E[(r_{invest,i} - r_{PBM})r_{PBM}] = \\ E[(r_{invest,i} - r_{PBM})]E[r_{PBM}] \\ (i = 1, 2, \dots, N) \quad (1) \end{aligned}$$

ここで、 $r_{invest,i}$ は採用を検討している第*i*番目の投資の将来リターン、 $r_{PBM}$ はこの投資が属する資産クラスで採用した指数の将来リターン、 $E[\cdot]$ は確率変数の期待値を求める演算子を表す。

この条件式において、第*i*番目の投資の将来リターン  $r_{invest,i}$  は、この投資が属する資産クラスで採用した指数の将来リターン  $r_{PBM}$  を基準として、これに対する超過リターン ( $r_{invest,i} - r_{PBM}$ ) として扱われている。すなわち  $r_{PBM}$  は、政策ポートフォリオの策定の基礎であると同時に、個別投資のリターンの評価基準としての役割を果たしている。このため、 $r_{PBM}$  をもたらす指数、もしくはこのリターンを生み出すポートフォリオを「政策ベンチマーク」と呼ぶ。

すなわち上の条件式は、政策ベンチマークをリターンの評価基準として、全ての個別投資 ( $i=1, 2, \dots, N$ ) の超過リターン ( $r_{invest,i} - r_{PBM}$ ) と政策ベンチマークのリターン  $r_{PBM}$  が無相関である場合、たとえ政策ベンチマークが非効率だとしても、これを前提としたトップダウンの2段階意思決定によるポートフォリオが効率であることを意味する。

では現実の投資で、この条件は満たされているのだろうか。ここでは、データに基づく統計的な検証ではなく、個々の投資を提供する運用会社の立場からこの条件の可否を考える。

まず従来型のアクティブ運用であるが、これらの投資の定量評価は、事前、事後ともに政策ベンチマークに対する超過リターン ( $r_{invest,i} - r_{PBM}$ ) に依拠するのが通常である。これは、投資家のアクティブ運用

への期待役割が、政策ベンチマークを上回る投資成果の獲得にあることを意味する。言うまでもなくこの投資成果の上乗せは、政策ベンチマークに対する投資ポートフォリオの乖離によってもたらされる。ではこの場合、評価される投資会社は、この乖離の中にその成果を自身でコントロールできない成分、すなわち市場リターンの混入を望むだろうか。

合理的な運用会社なら、政策ベンチマークに対する投資ポートフォリオの乖離は、自身の銘柄選択能力を最大化できる範囲に限定したいはずである。この場合、この乖離がもたらす超過リターンにおいて、自身の投資能力と無関係な成分の混入は意図的に抑制される。そして政策ベンチマークが準拠する市場ポートフォリオのリターンは、正に個々の投資主体がコントロールできるものではない。この結果、合理的な運用会社が提供するアクティブ運用の超過リターン ( $r_{invest,i} - r_{PBM}$ ) は、政策ベンチマークのリターン  $r_{PBM}$  が混入しないよう管理され、超過リターン ( $r_{invest,i} - r_{PBM}$ ) と政策ベンチマークのリターン  $r_{PBM}$  の無相関は運用会社の合理的な行動によって担保されるはずである。

次にファクター・ポートフォリオに基づくスマート・ベータ投資 (factor funds) であるが、源流のFama-Frenchの3ファクター・モデルを見て分かるように、市場ファクター以外の2つのファクターは、株式のロング／ショート戦略を参照している。このため、参照するロング／ショート戦略のリターンにおける市場リターンの混入は概ね抑制される。

しかし、このロング／ショート戦略をそのまま提供すると、当該投資のリターン  $r_{invest,i}$  に市場リターンの成分がほとんど含まれないことになる。このため、政策ベンチマークに対する当該投資の超過リターン ( $r_{invest,i} - r_{PBM}$ ) は、政策ベンチマークを大きく売り越す形になる。これは、超過リターン ( $r_{invest,i} - r_{PBM}$ ) で運用成績を評価される運用会社にとって全く望ましくない。このため、合理的な運用会社は、提供するスマート・ベータ投資 (factor funds) の超過リターン ( $r_{invest,i} - r_{PBM}$ ) に市場リターン成分が極力混入しないようスマート・ベータの指数ポートフォリオの選択ルールを設計するだろう。これにより、上述のアクティブ運用と同様、超過リターン ( $r_{invest,i} - r_{PBM}$ ) と政策ベンチマークのリターン  $r_{PBM}$  の無相関は意図的に担保される。

なお、Fundamental Index型のスマート・ベータについては、超過リターン ( $r_{invest,i} - r_{PBM}$ ) におけ

る市場リターン成分の抑制が、その本来の目的に合致しないことがあるかもしれない。しかしその場合も、市場リターン成分の混入の方向（買越し／売越し）や程度は結果次第であり、投資リターン  $r_{invest,i}$  に含まれる市場リターン成分に特定の偏りを与える意図は本来存在しない。すなわち、超過リターン  $(r_{invest,i} - r_{PBM})$  と政策ベンチマークのリターン  $r_{PBM}$  の無相関は意図的には担保されなくても、その相関の方向（順相関／逆相関）や大きさに意図的な偏りは生じないはずである。

したがって、Fundamental Index 型のスマート・ベータを投資対象に含めない、もしくはこの種のスマート・ベータについても、超過リターン  $(r_{invest,i} - r_{PBM})$  と政策ベンチマークのリターン  $r_{PBM}$  の無相関を消極的に仮定できるとしたら、後は運用会社の合理的な行動によって、アクティブ運用やスマート・ベータのリターンに関する(1)式の条件は満たされると考えられる。ただ一つの例外を除いては。

## V. 低ボラティリティ投資

株価決定の標準理論であるCAPMによると、平均・分散効率性の評価平面において、安全資産を表す点を通る直線と効率的フロンティアの接点は、接点ポートフォリオと呼ばれる。このポートフォリオは平均・分散効率的で、均衡において市場ポートフォリオと一致する。一方、効率的フロンティアの左の極点は、保有資金全額で株式投資を行う時に、投資成果のボラティリティを最小にするポートフォリオを表し、最小分散ポートフォリオと呼ばれる。

CAPMの仮定の下では、最小分散ポートフォリオのボラティリティは市場ポートフォリオを必ず下回り、その期待リターンも市場ポートフォリオを必ず下回る。しかし近年、最小分散ポートフォリオの過去のリターンの平均が、同時期の代理市場ポートフォリオを上回るという報告があり (Clarke *et al.* (2006)), 今では、ファクター・ポートフォリオに基づくスマート・ベータ投資 (factor funds) の主要な一つになっている。

ところで前節では、政策ベンチマークが非効率な時に、これを前提としたトップダウンの2段階意思決定が効率的であるための条件を(1)式で示した。その条件とは、採用を検討している全ての投資の超過リターン  $(r_{invest,i} - r_{PBM})$  が、評価基準である政策

ベンチマークのリターン  $r_{PBM}$  と相関を持たないことである。そして、これらの投資を提供する運用会社の立場から、この無相関が意図的に満たされる蓋然性を示した。

また、Fundamental Index 型のスマート・ベータについては、この無相関の蓋然性に関する例外だと指摘したが、実は、この無相関が原理的に認められない投資がこれとは別に一つ存在する。上記の最小分散ポートフォリオがそれである。ここでは、最小分散ポートフォリオのように、ボラティリティの低い株式ポートフォリオを意図的に選択して、株式の政策ベンチマークを上回る投資成果を目指すスマート・ベータ投資を「低ボラティリティ投資」と呼ぶ。この投資の超過リターン  $(r_{lowVola} - r_{PBM})$  が、評価基準である政策ベンチマークのリターン  $r_{PBM}$  と無相関でないことは、原理的に明らかである。

まず、最小分散ポートフォリオもしくはそれに準じる低ボラティリティ投資のボラティリティ  $\sigma_{lowVola}$  は、定義上もしくはこの投資を提供する運用会社の意図により<sup>3)</sup>、株式の市場ポートフォリオの良き代理ポートフォリオである政策ベンチマークのボラティリティ  $\sigma_{PBM}$  を必ず下回る。

$$\sigma_{lowVola} < \sigma_{PBM} \quad (2)$$

ここで政策ベンチマークに対する低ボラティリティ投資のベータ（リターンの感応度）を  $\beta_{lowVola}$  とすると、低ボラティリティ投資のリターン  $r_{lowVola}$  は次のように分解できる。

$$r_{lowVola} = \beta_{lowVola} r_{PBM} + d_{lowVola} \quad (3)$$

ここで  $d_{lowVola}$  は、低ボラティリティ投資のリターン  $r_{lowVola}$  の内、政策ベンチマークのリターン  $r_{PBM}$  では説明できない部分であり、同投資の固有リターン（ノンシステマティック・リスク）に相当する。したがって  $d_{lowVola}$  と  $r_{PBM}$  は無相関になる。なお、政策ベンチマークの効率性を是とすれば、固有リターン  $d_{lowVola}$  の期待値はゼロになる ( $E[d_{lowVola}] = 0$ )。これに対し、低ボラティリティ投資の有効性を信じるなら、この期待値は正值になる ( $E[d_{lowVola}] > 0$ )。

一方、低ボラティリティ投資のリターンの分散については、政策ベンチマークの効率性や低ボラティリティ投資の有効性とかかわりなく次の関係が成立する。

$$\sigma_{lowVola}^2 = (\beta_{lowVola} \sigma_{PBM})^2 + \sigma_{d_{lowVola}}^2$$

ここで  $\sigma_{d_{lowVola}}^2$  は、低ボラティリティ投資の固有リターン  $d_{lowVola}$  の分散である。これを  $\sigma_{lowVola}$  と  $\sigma_{PBM}$  に関する上記の不等式(2)に代入すると次の関係が得られる。

$$(\beta_{lowVola} \sigma_{PBM})^2 + \sigma_{d_{lowVola}}^2 < \sigma_{PBM}^2 \quad (4)$$

したがって、政策ベンチマークに対する低ボラティリティ投資のベータ値  $\beta_{lowVola}$  は、その定義上、必ず1を下回る（なお不等式(4)より下記不等式(5)の√内は正値になる）。

$$\beta_{lowVola} < \sqrt{1 - \frac{\sigma_{d_{lowVola}}^2}{\sigma_{PBM}^2}} < 1 \quad (5)$$

これにより下記の不等式(6)が導かれ、低ボラティリティ投資の超過リターン  $(r_{lowVola} - r_{PBM})$  と政策ベンチマークのリターン  $r_{PBM}$  の相関係数  $\rho_{lowVola, PBM}$  は負になることが分かる。すなわち両者は原理的に無相関たりえず、必ず逆相関になる。これは、2段階意思決定の効率性に関する前節(1)式の条件が満

たされないことを意味する。

$$\rho_{lowVola, PBM} = \frac{\beta_{lowVola} - 1}{\sqrt{\beta_{lowVola}^2 + \frac{\sigma_{d_{lowVola}}^2}{\sigma_{PBM}^2}}} < 0 \quad (6)$$

## VI. 低ボラティリティ投資の追加による2段階意思決定の非効率性

図1と表1は、4つのクラシカルな資産クラスと標準的な政策ベンチマーク（4つ）に基づく政策ポートフォリオ（期待収益率は年率3%とする）を出発点として、投資対象にアクティブ運用と低ボラティリティ投資を順次追加した時の、平均・分散効率的なポートフォリオをそれぞれ求めたものである。なお、これらポートフォリオは、4～6個の投資対象を同時に最適化した結果であり、2段階意思決定は採用していない。

なお、図1の上段と表1の左側は年率期待ターン

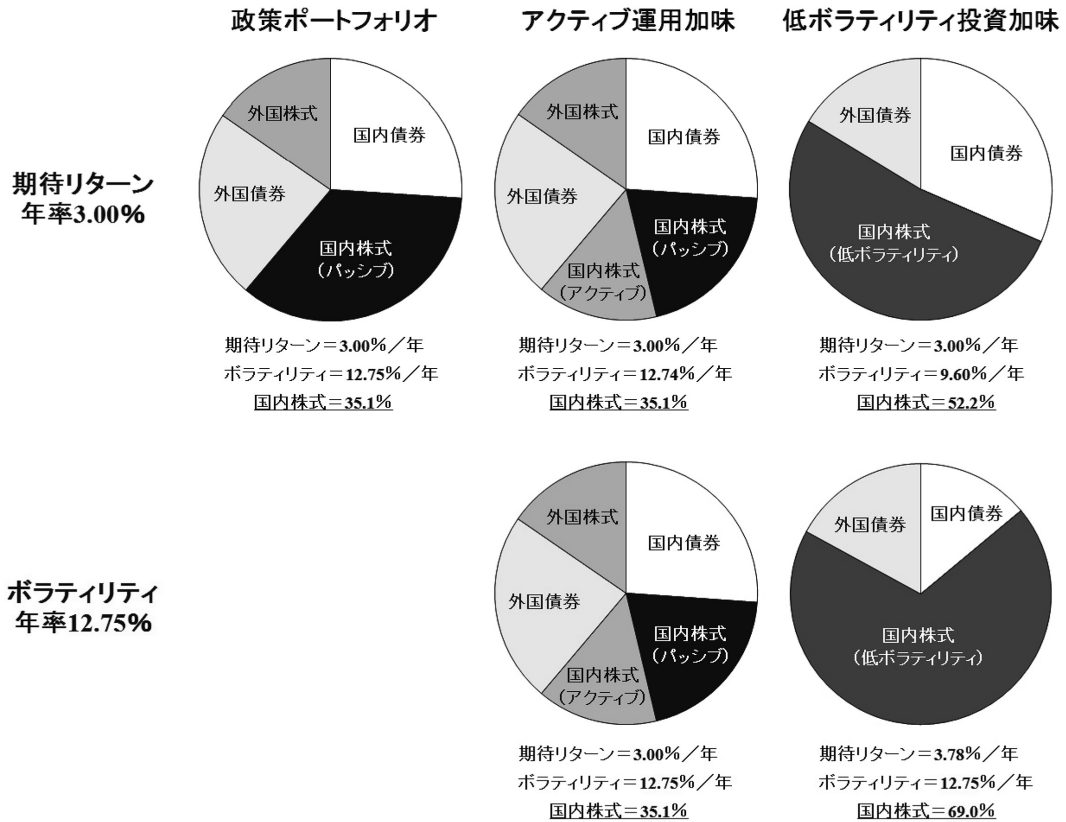


図1. 同時最適化による効率的ポートフォリオ選択（投資対象は左から4, 5, 6個）

表 1. 同時最適化による効率的ポートフォリオ選択

制約条件	期待リターン＝年率3.00%			ボラティリティ＝年率12.75%		
投資対象	政策ベンチマーク	アクティブ運用追加	低ボラティリティ投資追加	政策ベンチマーク	アクティブ運用追加	低ボラティリティ投資追加
(投資対象の数)	(4個)	(5個)	(6個)	(4個)	(5個)	(6個)
国内債券	26.0%	26.1%	31.5%	26.0%	26.1%	14.0%
国内株式	35.1%	35.1%	52.2%	35.1%	35.1%	69.0%
(政策ベンチマーク)	35.1%	20.2%	0.0%	35.1%	20.2%	0.0%
(アクティブ運用)		14.9%	0.0%		14.9%	0.0%
(低ボラティリティ投資)			52.2%			69.0%
外国債券	23.5%	23.5%	16.3%	23.5%	23.4%	17.0%
外国株式	15.4%	15.3%	0.0%	15.4%	15.4%	0.0%
期待リターン(年率)	3.00%	3.00%	3.00%	3.00%	3.00%	3.78%
ボラティリティ(年率)	12.75%	12.74%	9.60%	12.75%	12.75%	12.75%

3.00%を制約条件とし、同図下段と同表右側は年率ボラティリティ12.75%を制約条件として課している。さらに簡単のため、アクティブ運用と低ボラティリティ投資の追加は国内株式に限定している。

また、ポートフォリオ選択に必要な投資対象のリターンの低次モーメントの内、4つの政策ベンチマークについては、国内の代表的な機関投資家が利用・公表している評価値を用いている<sup>4)</sup>。また、国内株式のアクティブ運用については、国内株式の政策ベンチマークに対する超過リターンが、各政策ベンチマークのリターンと無相関で、前節(1)式の条件式を満たすと仮定した。同アクティブ運用と低ボラティリティ投資に関するその他の詳細は文末の注記を参照されたい<sup>5)</sup>。

さて、これらの図表で、政策ベンチマークの効率性を仮定して選択した政策ポートフォリオと、この仮定を一部緩めて国内株式のアクティブ運用を追加した時の効率的ポートフォリオを比較する。これによると、4つの資産クラスに対する最適投資比率は同じであることが分かる(端数の違いは無視)。これは上記の仮定(同アクティブ運用が(1)式を満たすこと)から当然であり、政策ポートフォリオを所与としたトップダウンの2段階意思決定の効率性が保たれることを意味する。

次に、国内株式のアクティブ運用に加えて、国内株式の低ボラティリティ投資を追加した時の効率的ポートフォリオを上述のポートフォリオと比較する。これによると、国内株式の投資が全て低ボラティリ

ティ投資になるとともに、4つの資産クラスに対する最適投資比率が大きく変化することが分かる。具体的には、国内株式への投資比率が大きく増えると同時に外国株式への投資がゼロになり、外国債券の投資比率も相当減っている。また国内債券についても、その増減は制約条件によって異なるが、低ボラティリティ投資を加える前とは大きく変わっている。

国内株式の低ボラティリティ投資の追加による以上の結果は、(5)式で示したように低ボラティリティ投資のベータが原理的に1を下回ることによる。このため、低ボラティリティ投資を投資対象に加える場合、(1)式の条件式は満たされず、政策ポートフォリオを所与としたトップダウンの2段階意思決定の効率性も最早認められない。

## VII. 政策ポートフォリオに対する低ボラティリティ投資の干渉

スマート・ベータにおける低ボラティリティ投資は、政策ベンチマークに対するベータが原理的に1を下回る。このため、その超過リターンは政策ベンチマークと逆相関になり、同投資を投資対象に加えると、標準的なトップダウンの2段階意思決定は非効率になる。

$$\begin{aligned}
 r_{lowVola} - r_{PBM} &= -(1 - \beta_{lowVola})r_{PBM} + d_{lowVola} \\
 &= -0.3r_{PBM} + d_{lowVola}
 \end{aligned}
 \tag{3a}$$



(3a)式は、(3)式を用いて低ボラティリティ投資の超過リターンを分解したものである。なお、低ボラティリティ投資のベータ  $\beta_{lowVola}$  は0.7と仮定している（過去20年の実績値に基づく：文末の注記5参照）。これによると、1単位の低ボラティリティ投資は、政策ベンチマークを0.3単位空売りし、代わりに政策ベンチマークと無相関のリターン  $d_{lowVola}$  を狙う市場中立投資（market neutral fund）を同額購入するのと等価であることが分かる。

言うまでもなく、市場中立投資はヘッジ・ファンドであり、国内株式を対象とする投資であっても、資産クラスとしては代替投資（alternative investment）に分類される。したがって、低ボラティリティ投資の導入は、資産クラス単位でのポートフォリオの変更を意味する。すなわち、低ボラティリティ投資は各資産クラスの政策ベンチマークに対して中立ではなく代替関係を有する。

これに対し、アクティブ運用や低ボラティリティ投資以外のスマート・ベータ投資（factor funds）は、政策ベンチマークに対するベータを1と見なす蓋然性がある（第IV節参照）。このため、これらの投資で(3a)式と同じ分解を行うと、その右辺は固有リターン  $d_{invest,i}$  のみになる。すなわち、これ等の投資は各資産クラスの政策ベンチマークに対して中立で代替関係は生じない。

このように、アクティブ運用や低ボラティリティ投資以外のスマート・ベータ投資を含む最適ポートフォリオを考える場合、非効率な政策ベンチマークに基づく政策ポートフォリオを所与としてその枠内で固有リターン  $d_{invest,i}$  の最適投資を考えても、大局的な効率性は保たれる。これに対し、低ボラティリティ投資は、(3a)式の右辺に政策ベンチマークのリターン  $r_{PBM}$  の成分が残る。このため、この成分と固有リターン  $d_{lowVola}$  を切り離して考えることができず、その最適投資は、政策ベンチマークに基づく政策ポートフォリオの選択に干渉し、両者にコンフリクトが生じる。

ただ、このコンフリクトの技術的解消の可能性はある。上述のように、このコンフリクトは、(3)式もしくは(3a)式の  $\beta_{lowVola}$  が1を下回ることで生じる。これは原理的なものであるので如何ともし難いが、レバレッジによって低ボラティリティ投資のエクスポージャーを  $1/\beta_{lowVola}$  に増やす、もしくは政策ベンチマークを参照する先物を  $(1-\beta_{lowVola})$  単位加えるといったプロダクトは提供できる。ただし、 $\beta_{lowVola}$  が0.7

程度の低ボラティリティ投資で、政策ベンチマークに対する期待超過リターンが非負の場合、(1)式の前提条件（政策ベンチマークが過度に非効率でないこと）は通常満たされない。このため、こうしたプロダクトについても政策ベンチマークとの代替関係が生じ、2段階意思決定の効率性は保たれない。

しかし我々は、低ボラティリティ投資の期待リターンを過大評価しているのかもしれない<sup>6)</sup>。こうした低ボラティリティ投資は、政策ベンチマークに対する期待超過リターンが負値だとしても、それがゼロを大きく下回らない限り、ポートフォリオの平均・分散効率性の改善に資する。逆に言うと、低ボラティリティ投資の期待超過リターンが穏当な負値ならば、政策ベンチマークの非効率性もまた穏当な水準となり、(1)式の前に記した前提条件が満たされる。この場合、上述のプロダクトを使えば、2段階意思決定の効率性は保たれる。ただ現実には、期待超過リターンが負値の投資の採用は、多くの機関投資家にとって壁が高いだろう。

## VIII. 低ボラティリティ投資とフロア効果

低ボラティリティ投資については、「市場の下落局面の損失を減らしてダウンサイド・リスクを抑制する点が投資家にとって魅力」といった記述が少なくない（例えばファロン等（2017））。しかし(3a)式を見る限り、このリスクの低減は、リスク資産である株式の市場エクスポージャーの削減によると考えるのが自然である。もしそうなら、このダウンサイド・リスクの抑制は、市場の上昇局面における利益低減と完全にトレードオフになる。このため、市場局面に依存しない無条件の期待リターンが十分大きくない限り、2段階意思決定における同投資の採用は、政策ポートフォリオからの非効率な潜脱になってしまう。

しかし、市場の下落局面の損失低減と上昇局面の利益低減が非対象（gain/loss asymmetry）で、前者の大きさが後者の大きさを傾向的に上回るとしたら、投資成果に関する何らかの（緩やかな）フロアを形成し、ポートフォリオ・インシュランスに似た効果を期待できるかもしれない。もしこうした効果を期待できるなら、低ボラティリティ投資は、単純な平均・分散効率性では評価できない魅力を持つことになる。

この損益の非対称性は、(3)式のベータ  $\beta_{lowVola}$  が

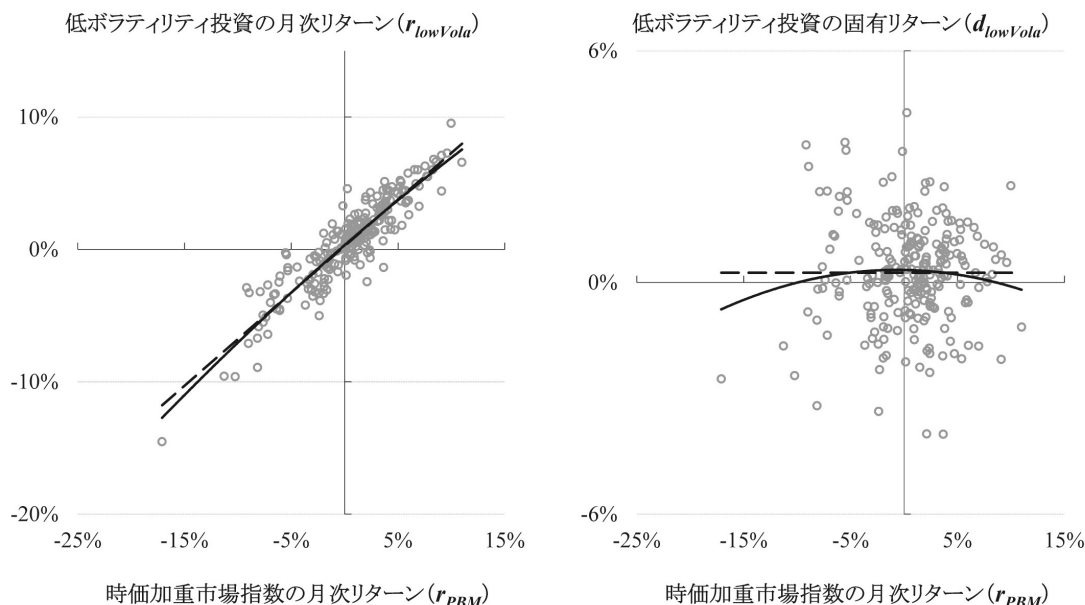


図 2. 米国株式を対象とした低ボラティリティ投資と市場リターンの関係

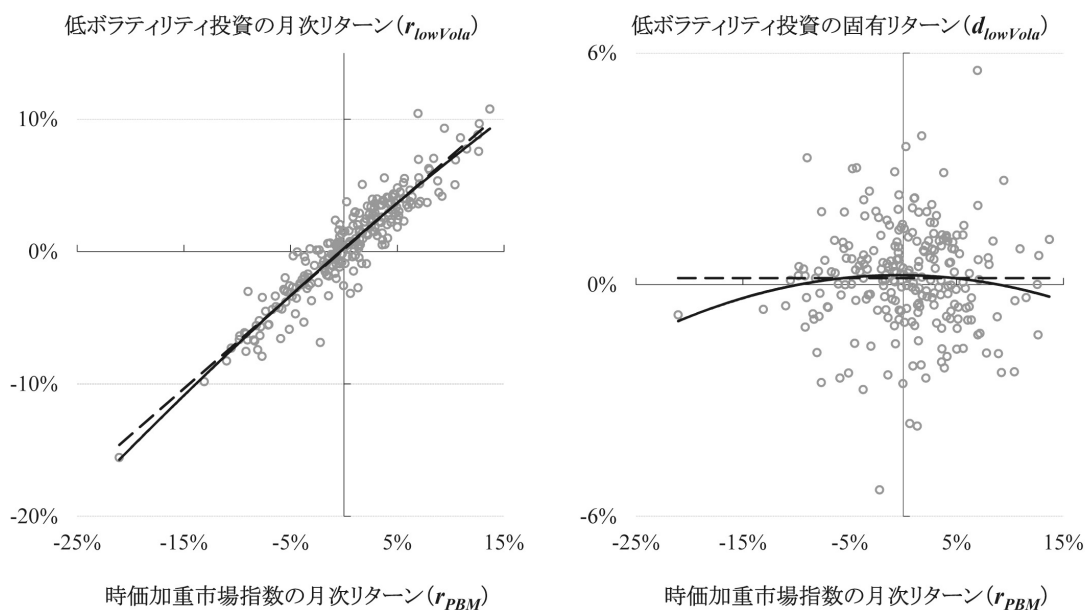


図 3. 日本株式を対象とした低ボラティリティ投資と市場リターンの関係

市場リターン  $r_{PBM}$  に対して累進性を持つためと考えることもできるし、固有リターン  $d_{lowVola}$  が市場リターン  $r_{PBM}$  に対してスマイル・カーブ「U」の傾向を持つためと考えることもできる。

図 2 および図 3 の 4 つのグラフは、これら 2 つの解釈に基づき、米国および日本の株式を対象とした

低ボラティリティ投資に関して、それぞれベータの累進性、もしくは固有リターンのスマイル・カーブ傾向の有無を、過去 20 年 (120 ヶ月) の実績値を用いて確認したものである<sup>7)</sup>。

各グラフには、線形関数によるトレンド評価 (回歸直線：破線) と 2 次関数によるトレンド評価 (実

線)を付記している。これによると、日米ともに、低ボラティリティ投資のベータの累進性、もしくは固有リターン・カーブ傾向は認められない。むしろ両市場とも、ベータの逆進性や固有リターンの反スマイル・カーブ「 $\cap$ 」の傾向が認められる。

両図で用いた実績値は、世紀の変わり目に生じたITバブル(dot-com bubble)とその崩壊、およびその後生じた信用バブル(subprime mortgage bubble)とリーマン・ショック(the 2008 financial crisis)の両方を含む。この期間、両国の株価指数は継続的もしくは大幅な上昇と暴落と言うべき大幅下落を経験している。それにも関わらず、これら両国の低ボラティリティ投資には、累進性やスマイル・カーブ傾向が認められない。そうすると、市場の下落局面における低ボラティリティ投資の損失抑制が上昇局面の利益逸失を超えると期待したり、同投資に平均・効率性を超える効果を求めたりするのは難しいと思われる<sup>8)</sup>。

## IX. まとめ

本稿では、機関投資家の標準的な意思決定と効率的なポートフォリオ選択の観点から、近年投資家の関心を集めているスマート・ベータ投資に関する評価と分析を行った。具体的には、まず、従来のアクティブ投資やヘッジ・ファンドとの比較で、スマート・ベータ投資の特徴と位置づけを整理した。次に、機関投資家の標準的な意思決定が、政策ポートフォリオの決定と個別銘柄のポートフォリオ選択の2段階であることを紹介し、市場ポートフォリオの効率性が疑われる場合、このトップダウンの2段階意思決定の効率性が自明でないことを指摘した。

その上で、市場ポートフォリオの効率性が疑われる状態にあって、この2段階意思決定の効率性が維持される条件を示し、従来のアクティブ運用や多くのスマート・ベータ投資がこの条件を満たす蓋然性を考察、確認した。そして、スマート・ベータの主要投資の一つである低ボラティリティ投資はその例外で、上記の条件が原理的に満たされないことを示した。

さらに標準的な前提に基づくシミュレーションにより、低ボラティリティ投資を投資対象に含める場合、2段階意思決定が非効率になることを確認した。その上で、同投資を投資対象に含める時に2段階意思決定の効率性を保つ方策の一つを示し、この方策が

妥当する条件を整理した。

最後に、低ボラティリティ投資のリターンの累進性、すなわち市場の下落局面の損失抑制が上昇局面の利益逸失を上回るか否か実証的に検証した。その結果、過去20年間の実績値を用いた分析により、日本、米国いずれの株式市場においてもむしろ逆進的な傾向が認められた。すなわち、同投資のダウンサイドのリスク抑制は、アップサイドの利益逸失を上回るものでないと考えるのが妥当だろう。

## 注

- 1) Research Affiliates会長のRobert Arnottによると、「スマート・ベータ」という用語はロンドンに拠点を置くコンサルタント会社Willis Towers Watsonが2007年に作ったという。(https://www.etf.com/sections/features-and-news/smart-beta-vs-factor-funds-whats-difference)
- 2) 指数とアクティブ運用等を同時に扱うポートフォリオ選択において、指数が完全には駆逐されない状態を指す。
- 3) ポートフォリオ単位の相対的なボラティリティ( $\sigma_{invest,i} - \sigma_{PBM}$ )の推定精度が良好な点も背景にある。
- 4) ボラティリティと相関係数は、年金積立金管理運用独立行政法人(GPIF)の「2017年度の業務概況書」に記載の数値(過去20年間の実績値に基づく)を用いた。一方、期待リターンの評価値は実績値ベースではなく全体的にやや大きい印象だったので、独立行政法人勤労者退職金共済機構が2017年に作成した資料の数値を利用した。
- 5) 国内株式のアクティブ運用については、国内株式の政策ベンチマークに対する超過リターンが各政策ベンチマークと無相関で、同超過リターンのボラティリティが年率3%と仮定した。また同超過リターンの期待値については、国内株式における同アクティブ運用の最適比率が半分程度になる水準を仮定した。一方、低ボラティリティ投資については、国内株式の政策ベンチマークに対するベータ $\beta_{lowVola}$ が0.7で、同ベンチマークで説明できない固有リターン $d_{lowVola}$ のボラティリティがアクティブ運用の超過リターンのボラティリティ(年率3%)と等しいと仮定した。なおベータの評価値0.7は、政策ベンチマークに準じて過去20年間の実績値に基づくものである(下記の注記7参照)。そしてこれらの仮定に基づき、国内株式と外国株式の政策ベンチマークとの相関係数を評価した。また低ボラティリティ投資の期待リターンは、アクティブ運用の期待リターンと同水準と仮定した。
- 6) Suhonen *et al.* (2017) は、スマート・ベータを含む代替ベータ戦略のバックテストにおいて、期待リターンが過大に評価される傾向を指摘している(ただし低ボラティリティ投資は分析に含まれない)。またArnott *et al.* (2016) はファクター・ポートフォリ

オ型のスマート・ベータのパフォーマンスが今後悪化する可能性を指摘している。

- 7) 日米ともにMSCI発表の指数(代理市場ポートフォリオとしての時価加重指数と最小分散投資指数)に基づく。評価対象は直近20年とし、1999年1月から2018年12月までの各指数の配当込み税引き前の月次リターンを用いた。
- 8) Downing *et al.* (2015) は、リターンの非対象性(累進性や逆進性)ではなく、下落局面のダウサイド・リスクのみに着目した実証分析を行っている。これによると、下方リスクの評価に特化した投資戦略より、単純な低ボラティリティ投資の方が下方リスク抑制の効果があるとされる。

## 参考文献

- 独立行政法人勤労者退職金共済機構 (ホームページ), 「中退共資産等に係る基本ポートフォリオの見直しについて」(平成29年2月1日).  
([https://www.taisyokukin.go.jp/assets/PDF/cyu\\_portfolio\\_h2902.pdf](https://www.taisyokukin.go.jp/assets/PDF/cyu_portfolio_h2902.pdf))
- 年金積立金管理運用独立行政法人 (ホームページ), 「2017年度の業務概況書」.  
([https://www.gpif.go.jp/operation/state/pdf/h29\\_q4.pdf](https://www.gpif.go.jp/operation/state/pdf/h29_q4.pdf))
- ファロン・ジェームス, キャラハン・クリストファー, デイビス・ディノ, ポール・ニコラス (2017), 「低ボラティリティ戦略: 金利上昇下における戦略的資産配分」, MFS White Paper Series.  
(<https://www.mfs.com/content/dam/>

[mfs-enterprise/pdfs/thought-leadership/japan/mfse\\_lowvol\\_wp\\_2\\_17\\_jp.pdf](https://www.mfs.com/content/dam/mfs-enterprise/pdfs/thought-leadership/japan/mfse_lowvol_wp_2_17_jp.pdf))

- Arnott, R., Beck, N., Kalesnik, V. and West, J. (2016), "How Can "Smart Beta" Go Horribly Wrong?", Research Affiliates, LLC.  
([https://www.researchaffiliates.com/en\\_us/publications/articles/442\\_how\\_can\\_smart\\_beta\\_go\\_horribly\\_wrong.html](https://www.researchaffiliates.com/en_us/publications/articles/442_how_can_smart_beta_go_horribly_wrong.html))
- Clarke, R., De Silva, H. and Thorley, S. (2006), "Minimum-Variance Portfolios in the U.S. Equity Market", *Journal of Portfolio Management* 33 (1), 10-24.
- Downing, C., Madhavan, A., Ulitsky, A. and Singh, A. (2015), "Portfolio Construction and Tail Risk", *Journal of Portfolio Management* 42 (1), 85-102.
- Fama, E. and ; French, K. (1993), "Common risk factors in the returns on stocks and bonds", *Journal of Financial Economics* 33 (1), 3-56.
- Suhonen, A., Lennkh, M. and Perez, F. (2017), "Quantifying Backtest Overfitting in Alternative Beta Strategies", *Journal of Portfolio Management* 43 (2), 90-104.

(名古屋大学大学院経済学研究科)