318 固有振動数制約付き Mindlin 板・シェル構造の重量最小形状設計

Minimum Weight Shape Design for Mindlin Plate and Shell Structures Subject to Natural Frequency Constraint

○正 下田 昌利（湘南工科大） 正 辻 二郎（三菱自動車ｴﾝｼﾞﾆｱﾘﾝｸﾞ）
神田 康宏（MMCｺﾝﾋﾟｭｰﾀﾘｻｰﾁ） 正 畔上 秀幸（名古屋大）

Masatoshi SHIMODA, Shonan Institute of Technology, 1-1-25 Nishikaigan Tsujido Fujisawa
Jiro TSUJI, Mitsubishi Automotive Engineering Corp.
Yasuhiro KANDA, MMC Computer Research Ltd.
Hideyuki AZEGAMI, Nagoya University

In this paper, we present a solution to shape optimization of plate and shell structures for a natural frequency problem. The weight is minimized under a natural frequency constraint. The designed boundaries are assumed to be movable only to in-plane directions. Optimized structures are discretized by the plane elements based on the Mindlin-Reissner's plate theory. A non-parametric, or a distributed shape optimization problem is formulated and the shape gradient function is theoretically derived using the material derivative method and the Lagrange multiplier method. The traction method, or the shape optimization method developed by authors is applied to obtain the optimal shape in this problem. The validity of this numerical solution to minimize the weight of plate and shell structures is verified through simple and practical examples.

Key Words: Optimum Design, Shape Optimization, Finite Element Method, Shell, Traction Method

概　要

薄板構造として軽量化への寄与が大きいシェル構造は自動車，家電，船舶，航空機，建築構造，圧力容器等に基本構造として幅広く用いられており，その振動，騒音対策は設計上，非常に重要となっている．本報では指定した固有振動モードを追跡しながら，その振動固有値を制約条件として体積を最小化する問題について，定式化から解法までを示す．シェルの形状を決定する設計変数としては，面外の形状変動と面内の形状変動の両者が考えられるが，図A１のように設計境界の面内方向の変動とし，その範囲で自由境界形状，すなわち速度場$\boldsymbol{V}$を求める．また，状態変数を求めるためのシェルの有限要素解析には膜要素と曲げ要素を組み合わせた平面要素を用いる．板曲げに関する理論についはMindlin-Reissnerの理論を用い，簡単のため，膜力と曲げ力の連成は考慮しないこととした．

上記の固有振動問題を分布系の形状最適化問題として定式化し，物質導関数法とラグランジュ乗数法を用いることにより，最終的に次式の感度関数が導出される．

$$\boldsymbol{G}=[1-\Lambda\{(-c^{B}_{\alpha\beta\gamma\delta}\theta_{(r)_{(\gamma,\delta)}}\bar{\theta}_{(\alpha,\beta)}-kc^{S}_{\alpha\beta}(w_{(r),\beta}-\theta_{(r)\beta})(\bar{w}_{,\alpha}-\bar{\theta}_{\alpha})$$
$$-c^{M}_{\alpha\beta\gamma\delta}u_{0(r)\gamma,\delta}\bar{u}_{0\alpha,\beta}+\lambda_{(r)}\rho\{h(w_{(r)}\bar{w}+u_{0(r)\alpha}\bar{u}_{0\alpha})+I\theta_{(r)\alpha}\bar{\theta}_{\alpha}\}\}]\boldsymbol{n}$$

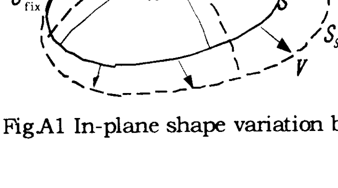
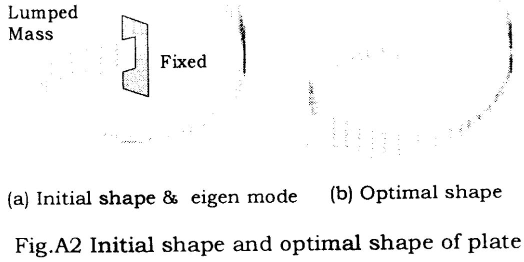


Fig.A1 In-plane shape variation by $\boldsymbol{V}$

ここで，Λは体積制約のためのLagrange乗数，$c^{B}_{\alpha\beta\gamma\delta}\theta_{(r)_{(\gamma,\delta)}}\bar{\theta}_{(\alpha,\beta)}$，$kc^{S}_{\alpha\beta}(w_{(r),\beta}-\theta_{(r)\beta})(\bar{w}_{,\alpha}-\bar{\theta}_{\alpha})$，$c^{M}_{\alpha\beta\gamma\delta}u_{0(r)\gamma,\delta}\bar{u}_{0\alpha,\beta}$はそれぞれ，曲げ，横せん断，膜力に関するひずみエネルギー密度に相当する項を表す．$\lambda_{(r)}\rho\{h(w_{(r)}\bar{w}+u_{0(r)\alpha}\bar{u}_{0\alpha})$と$I\theta_{(r)\alpha}\bar{\theta}_{\alpha}$の項はそれぞれ並進方向の慣性と回転慣性に関する運動エネルギー密度を表す．$\boldsymbol{n}$は法線方向ベクトルを表す．

得られた感度関数を著者らがこれまで開発してきたノンパラメトリック形状最適化手法の力法に適用して得られた板バネの曲げ２次モードに対する最適形状を図A2に示す．なお，初期形状の曲率を保持するため，形状変動の解析において面外法線方向への変動を拘束している．この解析により，固有振動数一定で，約１７％軽量化した収束形状が得られた．板・シェル構造の固有振動問題を対象に，軽量化を目的とした形状最適化手法を提示し，解析例を通して有効性を確認した．



(a) Initial shape & eigen mode　(b) Optimal shape

Fig.A2 Initial shape and optimal shape of plate spring shell (2nd. eigen value)