

F01-3 最適化解析の最前線

Leading Edge of Optimization Analysis

○正 畔上 秀幸 (豊橋技科大)

Hideyuki AZEGAMI, Toyohashi University of Technology, 1-1 Hibarigaoka, Tempaku-cho, Toyohashi

Key Words: Optimum Design, Numerical Analysis, Finite-Element Method, Gradient Method

1. はじめに

計算力学における最適化の興味は、主に、設計工学的な見地からのシステムを最適化するための方法論であり、一方では、古典力学（材料力学、流体力学、熱力学）的な見地からの連続体力学が扱ってきた場を対象とした最適な形状や形態の決定に関する方法論にあると思われる。前者は、設計変数の数を制限しても、システム全体の挙動を考慮することを重視し、後者は、目的や制約の数を制限しても、設計変数の数を無制限にすることに価値を求めていた。著者は、前者の方法でシステム全体の最適化を行って、システム性能を左右する部品を特定し、後者の方法で特定された部品の最適化を行う手順が自然ではないかと考えている。

設計工学的な見地からの最適化に関しては、構造解析や流れ場解析などの汎用解析システムが充実してきたことを受けて、それらを利用した複合領域設計問題への応用が盛んになっている。その核になる手法は、有限個の設計変数に対する目的関数や制約関数の応答曲面を効率的に評価する方法である。応答曲面が評価されれば、数理計画法を用いることによって最適解の探索は容易に行われる。最近の動向に関しては、山崎⁽¹⁾が解説している。汎用最適化プログラムの紹介は文献^{(2)~(4)}に譲る。

そこで、本稿では、連続体力学が扱ってきた場を対象とした最適化問題の解法に限定して、どんな問題が解けるようになったのかを紹介したい。

2. 理論

形状最適化問題の感度解析に関する最近の理論研究の成果は、Cagnol, Polis and Zolésio 編集の書籍⁽⁵⁾にまとめられている。特に、電磁場の形状導関数に関する理論や、き裂のような幾何学的特異性を有した領域に対する形状導関数に関する理論が注目される。流れ場の形状最適化問題に関する理論研究の成果は、Mohammadi and Pironneau の著書⁽⁶⁾に詳しい。特に、5章において、形状導関数を直接用いた勾配法による形状修正では滑らかさを保てないとの説明と、滑らかさを保持するための局所 2 次平滑化 (local second order smoother) の方法が示されている。この方法は境界の法線方向への移動量を与える（境界上で定義された）関数を 2 階の微分方程式を用いて平滑化するという方法である。内部構造（メッシュ）の変更は、境界の変動が求められた後で、予め与えられていた関係に基づいて行おうというアイディアである。

一方、著者らは、形状導関数を Neumann 条件として用いた（領域全体で定義された）形状変動関数を 2 階の偏微分方程式を用いて平滑化する方法を力法と称して提案してきた^{(7)~(10)}。最近では、形状導関数を Robin 条件として与える方法を提案し、これまで収束解が得られなかった問題に対しても良好な収束解が得られるように改善された⁽¹¹⁾。

Table 1 Applications of the traction method

場	状態	目的汎関数	制約
線形弾性体	静的荷重と強制変位による変形	ボテンシャルエネルギー最大化 ^{a(13), (14)} 規定応力と応力の 2 乗誤差部分領域積分最小化 ⁽¹⁵⁾ Mises 応力の KS 汎関数最小化 ^{b(16), (17)} 変位の KS 汎関数最小化 ^{c(16), (17)} 規定変位モードと変位の 2 乗誤差部分境界積分最小化 ⁽¹⁸⁾ 座屈荷重係数最大化 ^{(19), (20)} 部分境界上平均変位最大化 ^{(21), (22)}	体積
	固有振動 周波数応答	固有振動数最大化 ^{(23)~(25)} ひずみエネルギー一周波数応答最小化 ^{(26)~(28)} 運動エネルギー一周波数応答最小化 ^{(26)~(28)} 外力仕事の絶対値周波数応答最小化 ^{(26)~(28)} 外力仕事の絶対値最小化 ⁽²⁹⁾	体積
	過渡応答		体積
材料非線形性連続体	静的荷重と強制変位による変形	ボテンシャルエネルギー最大化 ^{a(30)}	体積
幾何学的非線形性連続体	静的荷重と強制変位による変形	規定変形モードと応答変位の 2 乗誤差部分境界時間積分最小化 ⁽³¹⁾	体積
熱伝導場	定常温度	規定温度分布と温度分布の 2 乗誤差部分境界積分最小化 ^{(32), (33)}	体積
	非定常温度	放熱量最大化 ⁽³⁴⁾ 規定温度勾配と温度勾配の 2 乗誤差部分領域時間積分最小化 ^{(35), (36)}	体積 体積
熱伝導線形弾性体	定常温度	熱膨脹ひずみによるボテンシャルエネルギー最大化 ^{(37), (38)}	体積
Stokes 流れ場	定常流速および圧力	圧力損失最小化 ^{d(34), (39)}	体積
Navier-Stokes 流れ場	定常流速および圧力	圧力損失最小化 ^{d(40)}	体積
ボテンシャル流れ場	定常流速および圧力	規定流速と流速の 2 乗誤差部分領域積分最小化 ⁽⁴¹⁾	体積
	定常流速および圧力	規定圧力分布と圧力分布の部分領域 2 乗誤差積分最小化 ⁽⁴²⁾	体積
音場	定常音圧	音圧勾配 2 乗部分領域積分最小化 ⁽⁴³⁾ 音圧 2 乗部分領域積分最小化 ⁽⁴⁴⁾	体積 体積

^a 剛性最大化 ^b 強度最大化 ^c 最大変位の最小化 ^d 散逸エネルギー最小化

3. 応用

流れ場の形状最適化問題に対する最新の応用例は先の著書⁽⁶⁾に紹介されている。一方、力法の応用例は、これまでまとめて記載されたことがなかったので、表 1 のようにまとめてみた。表の内容の一部は汎用プログラム⁽¹²⁾を用いて利用可能となっている。

文 献

- 1) 山崎光悦. 最適化法の最前線. 日本機械学会 2001 年度年次大会講演論文集, Vol. VII, No. 01-1, pp. 59~61, 2001.
- 2) 宮田悟志. 複合領域最適化システム insight の紹介. 日本機械学会計算力学部門ニュースレター, No. 26, pp. 12~14, 2001.

- (3) 倉光俊喜雄. 最適設計支援プログラム「optimus」のご紹介. 日本機械学会計算力学部門ニュースレター, No. 26, pp. 14–16, 2001.
- (4) 山本秀夫. 統計的設計支援ソフトウェア「designdirector」の概要. 日本機械学会計算力学部門ニュースレター, No. 26, pp. 16–18, 2001.
- (5) J. Cagnol, M. P. Polis, and J. P. Zolésio, editors. *Shape optimization and optimal design*. Marcel Dekker, New York, Basel, 2001.
- (6) B. Mohammadi and O. Pironneau. *Applied shape optimization for fluids*. Clarendon Press, Oxford, 2001.
- (7) 畑上秀幸. 領域最適化問題の一解法. 日本機械学会論文集 (A編), Vol. 60, pp. 1479–1486, 1994.
- (8) H. Azegami, M. Shimoda, E. Katamine, and Z. C. Wu. A domain optimization technique for elliptic boundary value problems. In S. Hernandez, M. El-Sayed, and C. A. Brebbia, editors, *Computer Aided Optimization Design of Structures IV, Structural Optimization*, pp. 51–58. Computational Mechanics Publications, Southampton, 1995.
- (9) H. Azegami, S. Kaizu, Shimoda M., and E. Katamine. Irregularity of shape optimization problems and an improvement technique. In S. Hernandez and C. A. Brebbia, editors, *Computer Aided Optimization Design of Structures V*, pp. 309–326. Computational Mechanics Publications, Southampton, 1997.
- (10) H. Azegami. Solution to boundary shape identification problems in elliptic boundary value problems using shape derivatives. In M. Tanaka and G.S. Dulikravich, editors, *In Inverse Problems in Engineering Mechanics II*, pp. 277–284. Elsevier, Tokyo, 2000.
- (11) 竹内誠善, 畑上秀幸. 力法による形状最適化スキームにおける収束性の改善. 日本機械学会 2001 年度年次大会講演論文集, Vol. V, pp. 39–40, 2001.
- (12) 萩高文, 李闇明. Msc.nastran におけるノンパラメトリック形状最適化解析機能の開発. 第 6 回日本計算工学会講演論文集, Vol. 2, pp. 555–558, 2001.
- (13) 畑上秀幸, 吳志強. 槍形弾性問題における領域最適化解析 (力法によるアプローチ). 日本機械学会論文集 (A編), Vol. 60, pp. 2312–2318, 1994.
- (14) 下田昌利, 吳志強, 畑上秀幸, 桜井俊明. 汎用 FEM コードを利用した領域最適化問題の数値解析法 (力法によるアプローチ). 日本機械学会論文集 (A編), Vol. 60, pp. 2418–2425, 1994.
- (15) 下田昌利, 畑上秀幸, 桜井俊明. 応力分布を規定した連続体の境界形状決定. 日本機械学会論文集 (A編), Vol. 62, pp. 2393–2400, 1996.
- (16) 下田昌利, 畑上秀幸, 桜井俊明. 形状最適化におけるミニマックス問題の数値解法 (最大応力と最大変位の最小設計). 日本機械学会論文集 (A編), Vol. 63, pp. 610–617, 1997.
- (17) M. Shimoda, H. Azegami, and T. Sakurai. Numerical solution for min-max problems in shape optimization: Minimum design of maximum stress and displacement. *JSME International Journal, Ser. A*, Vol. 41, pp. 1–9, 1998.
- (18) 下田昌利, 畑上秀幸, 桜井俊明. ホモガス変形を目的とする連続体の形状決定. 日本機械学会論文集 (A編), Vol. 62, pp. 2831–2837, 1996.
- (19) H. Azegami, Y. Sugai, and M. Shimoda. Shape optimization with respect to buckling. In Kassab A. J. Hernandez, S. and C. A. Brebbia, editors, *Computer Aided Optimization Design of Structures VI*, pp. 57–66. WIT Press, Southampton, 1999.
- (20) 畑上秀幸, 須貝康弘, 下田昌利. 座屈に対する形状最適化. 日本機械学会論文集 (A編), Vol. 66, pp. 1262–1267, 2000.
- (21) 畑上秀幸, 児玉和美. 変形の最大化を目指した形状最適化問題の解法. 日本計算工学会計算工学講演会論文集, Vol. 4, No. 1, pp. 5311–534, 1999.
- (22) H. Azegami and K. Kodama. Solution of shape optimization problems to maximize deformation under constraints on stiffness and strength. In Y. X. Gu, B. Y. Duan, H. Azegami, and E. M. Kwak, editors, *Proceedings of the First China-Japan-Korea Joint Symposium on Optimization of Structural and Mechanical Systems*, pp. 17–23. Xidian University Press, Xi'an, China, 1999.
- (23) 吳志強, 畑上秀幸. 固有振動問題における領域最適化解析 (力法によるアプローチ). 日本機械学会論文集 (C編), Vol. 61, pp. 930–937, 1995.
- (24) 吳志強, 畑上秀幸, 下田昌利, 桜井俊明. 固有振動問題における領域最適化解析 (質量最小化問題). 日本機械学会論文集 (C編), Vol. 61, pp. 2691–2696, 1995.
- (25) H. Azegami and Z. C. Wu. Domain optimization analysis in linear elastic problems (approach using traction method). *JSME International Journal, Ser. A*, Vol. 39, pp. 272–278, 1996.
- (26) 吳志強, 畑上秀幸. 周波数応答問題における領域最適化解析 (力法によるアプローチ). 日本機械学会論文集 (C編), Vol. 61, pp. 3968–3975, 1995.
- (27) Z. C. Wu, Y. Sogabe, and H. Azegami. Shape optimization analysis for frequency response problems of solids with proportional viscous damping. *Key Engineering Materials*, Vol. 145–149, pp. 272–278, 1997.
- (28) 吳志強, 曽我部雅次, 畑上秀幸. 比例粘性減衰を考慮した周波数応答問題における領域最適化解析. 日本機械学会論文集 (C編), Vol. 64, pp. 2618–2624, 1998.
- (29) Z. C. Wu, Y. Sogabe, T. Arimitsu, and H. Azegami. Shape optimization analysis of transient and random vibration problems. In M. Tanaka and G. S. Dulikravich, editors, *Inverse Problems in Engineering Mechanics II*. Elsevier, Tokyo.
- (30) 井原久, 畑上秀幸, 下田昌利, 渡邊勝彦. 材料非線形性を考慮した形状最適化問題の解法. 日本機械学会論文集 (A編), Vol. 66, pp. 1111–1118, 2000.
- (31) 井原久, 畑上秀幸, 下田昌利. 幾何学的非線形性を考慮した変位経路制御問題に対する形状最適化. 日本機械学会論文集 (A編), Vol. 67, pp. 611–617, 2001.
- (32) 片峯英次, 畑上秀幸, 小嶋雅美. 定常熱伝導場における境界形状決定. 日本機械学会論文集 (B編), Vol. 65, pp. 275–281, 1999.
- (33) E. Katamine, H. Azegami, and M. Kojima. Boundary shape determination of steady-state heat-conduction fields. *Heat Transfer-Asian Research*, Vol. 30, No. 3, pp. 245–258, 2001.
- (34) 片峯英次, 仲野伸二, 畑上秀幸. 定常熱伝導場における形状最適化. 日本機械学会 1999 年度年次大会講演論文集, Vol. 1, pp. 565–566, 1999.
- (35) 片峯英次, 畑上秀幸, 松浦易広. 非定常熱伝導場における形状同定問題の解法. 日本機械学会論文集 (B編), Vol. 66, pp. 227–234, 2000.
- (36) E. Katamine, H. Azegami, and Y. Matuura. Solution to shape determination problem on unsteady heat-conduction fields. In M. Tanaka and G. S. Dulikravich, editors, *Inverse Problems in Engineering Mechanics II*. Elsevier, Tokyo.
- (37) 畑上秀幸, 横山誠二. 熱弾性変形に関する形状最適化問題の解法. 日本機械学会第 12 回計算力学講演会講演論文集, pp. 441–442, 1999.
- (38) H. Azegami, S. Yokoyama, and E. Katamine. Solution to shape determination problem on unsteady heat-conduction fields. In *Proceedings of International Symposium on Inverse Problems in Engineering Mechanics 2001*, pp. 33–36. 2001.
- (39) 片峯英次, 畑上秀幸. 粘性流れ場の領域最適化問題の解法 (力法によるアプローチ). 日本機械学会論文集 (B編), Vol. 60, pp. 2312–2318, 1994.
- (40) 片峯英次, 畑上秀幸. 粘性流れ場の領域最適化解析 (対流項を含む場合). 日本機械学会論文集 (B編), Vol. 61, pp. 1646–1653, 1995.
- (41) 片峯英次, 畑上秀幸. ポテンシャル流れ場の領域最適化解析. 日本機械学会論文集 (B編), Vol. 61, pp. 103–108, 1995.
- (42) 片峯英次, 畑上秀幸, 山口正太郎. ポテンシャル流れ場の形状同定解析 (圧力分布規定問題と力法による解法). 日本機械学会論文集 (B編), Vol. 64, pp. 1063–1070, 1998.
- (43) 畑上秀幸, 松浦易広. 音場を対象とした形状最適化問題の解法 (コンサートホール問題). 日本機械学会 2000 年度年次大会講演論文集, Vol. 1, pp. 127–128, 2000.
- (44) 畑上秀幸, 松浦易広, 丸山新一. 音場を対象とした形状最適化問題の解法 (車内音低減問題). 日本機械学会第 13 回計算力学講演会講演論文集, Vol. 1, pp. 311–312, 2000.