

- (i) T_s と T_s^{-1} はすべての $s \in [0, \epsilon]$ に対して $(W^{1,\infty}(\mathbb{R}^n))^n$ あるいは $(C^1(\mathbb{R}^n))^n$ に属する。
- (ii) 写像 $s \mapsto T_s(x)$ と $s \mapsto T_s^{-1}(x)$ はすべての $x \in \mathbb{R}^n$ に対して $(C^1([0, \epsilon]))^n$ に属する。

また、次式で定義される s に対する T_s の導関数 V を速度と呼ぶ。

$$V(x) = \frac{\partial T_s}{\partial s}(T_s^{-1}(x)) \quad x \in \Omega, \quad (3)$$

3. 材料非線形性を考慮した外力仕事最小化問題

経路依存型の材料非線形性を考慮した連続体の変形問題を記述することから始めよう。

連続体は領域 Ω で定義されていると仮定する。その連続体は、部分境界 $\Gamma_0 \subset \Gamma$ 上で指定された方向に拘束された下で、部分境界上 $x \in \Gamma_P \subset \Gamma$, 時刻 $t \in (0, T)$ において変位が拘束されていない方向に非零の境界力 $P: \Gamma_P \times (0, T) \ni (x, t) \mapsto \mathbb{R}^n$ が作用すると仮定する。ただし、初期境界力 $P|_{t=0} = 0$ と仮定する。さらに、本論文では、簡単のために、変位の拘束条件が与えられた部分境界と非零の境界力が作用する境界では領域は法線方向に変動しないと仮定する。また、簡単のために物体力は無視する。

境界力による変位は微小であると仮定して、時刻 $t \in (0, T)$ のときの変位を $u: \Omega \times (0, T) \ni (x, t) \mapsto \mathbb{R}^n$ と表せば、そのときの全ひずみ速度 $\epsilon_{,t}(u, t)$ は次式で与えられる。

$$\epsilon_{kl,t}(u, t) = \frac{1}{2} (u_{k,lt} + u_{l,kt}) \quad (4)$$

材料非線形性を次のように考慮する。実用上重要な経路依存型の材料非線形性は弾塑性変形である。古典弾塑性理論によれば、降伏関数を与えて結合流れ則を仮定すれば、応力速度テンソル $\sigma_{,t}$ と全ひずみ速度テンソル $\epsilon_{,t}$ を関連付ける剛性テンソル C は応力テンソル σ の関数 $C(\sigma)$ で与えられる。このとき、増分型の構成則は次式となる。

$$\sigma_{ij,t} = C_{ijkl}(\sigma) \epsilon_{,t} \dots \quad (5)$$

増分型の構成則が与えられたならば、増分型平衡方程式の変分形式 (弱形式) は次式で与えられる。

$$\int_0^T \{l_t(v) - a(u, t, v)\} dt = 0 \quad u \in U_0 \quad \forall v \in U \quad (6)$$

ただし、1次形式 $l_t(\cdot)$ と双1次形式 $a(\cdot, \cdot)$ は次式で定義する。

$$l_t(v) \equiv \int_{\Gamma_P} P_{i,t} v_i d\Gamma \quad (7)$$

$$\begin{aligned} a(u, t, v) &\equiv \int_{\Omega} C_{ijkl}(\sigma) \epsilon_{kl,t}(u, t) \epsilon_{ij}(v) dx \\ &= \int_{\Omega} C_{ijkl} u_{k,lt} v_{i,j} dx \end{aligned} \quad (8)$$

ここで、 v は変分変位あるいは随伴変位と呼ばれる。また、変位と変分変位の許容集合 U, U_0 は次式で与えられる。

$$U_0 = \{u \in (H^1(\Omega \times (0, T)))^n \mid \Gamma_0 \text{ 上指定方向の変位を拘束, } u|_{t=0} = 0\} \quad (9)$$

$$U = \{v \in (H^1(\Omega \times (0, T)))^n \mid \Gamma_0 \text{ 上指定方向の変位を拘束}\} \quad (10)$$

3.1 外力仕事最小化問題 境界力 P が作用した場合の連続体の変形を考える。連続体の定義された領域の大きさを既定値 M_0 以下に制限した下で、境界力 (外力) がした仕事の最小化問題は次のように表せる。

$$\min_{T_s(\Omega) \in D} \int_0^T l(u, t) dt \quad (11)$$

$$\text{such that Eq. (6) and } \int_{\Omega} dx \leq M_0 \quad (12)$$

ただし、1次形式 $l(\cdot)$ は次式で定義する。

$$l(u, t) = \int_{\Gamma_P} P_i u_{i,t} d\Gamma \quad (13)$$

3.1.1 形状勾配関数 この問題に Lagrange 乗数法あるいは随伴変数法を適用し、物質導関数の公式と累次積分に関する Dirichlet の変換公式を用いれば、次のような形状勾配密度関数 G (形状勾配関数は外向き単位法線ベクトルを ν として $G\nu$ で与えられる) の評価式を得る。詳細は文献を参照されたい。(1)

$$G = - \int_0^T C_{ijkl} u_{k,lt} v_{i,j} dt + \Lambda \quad (14)$$

ただし、 Λ は領域の大きさ制約式に対して導入した Lagrange 乗数、 v は平衡方程式に対する Lagrange 乗数として導入された随伴変数である。随伴変位 v の増分型支配方程式は次式となる。

$$\begin{aligned} \int_0^T a(u'_{,t}(\tau), v(\tau) + \tilde{v}(\tau)) d\tau &= \int_0^T l(u'_{,t}(\tau)) d\tau \\ \forall u \in U \quad v \in U_0 \end{aligned} \quad (15)$$

ただし、 $\tilde{v}(\tau)$ は随伴変位の剛性変動による補正項を表し、そのひずみ成分 $\epsilon_{qr}(\tilde{v}(\tau))$ は次式となる。

$$\epsilon_{op}(\tilde{v}(\tau)) = \int_{\tau}^T \frac{\partial C_{ijkl}(t)}{\partial \sigma_{mn}(t)} \frac{\partial \sigma_{mn}(t)}{\partial \sigma_{op}(\tau)} u_{k,lt}(t) v_{i,j}(t) dt \quad (16)$$

また、応力の偏導関数 $\partial \sigma_{ij}(t) / \partial \sigma_{kl}(\tau)$ は次式で定義する。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{ij}(t)}{\partial \sigma_{kl}(\tau)} &\equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\partial \sigma_{ij}(t)}{\partial \sigma_{mn}(t - \Delta t)} \frac{\partial \sigma_{mn}(t - \Delta t)}{\partial \sigma_{op}(t - 2\Delta t)} \\ &\quad \times \dots \frac{\partial \sigma_{op}(\tau + \Delta t)}{\partial \sigma_{kl}(\tau)} \end{aligned} \quad (17)$$

この増分型方程式によれば、最終時刻 T のときの随伴変位 $v|_{\tau=T}$ は、そのときの剛性テンソルを用いて境界力 $P|_{\tau=T}$ が作用したときの変位として求めることができ、さらに、 $v(\tau)$, $\tau \in (0, T)$ はそれを初期条件にして時刻 T から時刻 0 に溯りながら解くことができることを示している。

さらに、境界力が次式で与えられるような比例負荷の場合を考える

$$P|_{x \in \Gamma_P}(t) = A(t) P|_{x \in \Gamma_P}(T) \quad t \in (0, T) \quad (18)$$

ただし、係数関数 $A(t)$, $t \in (0, T)$, は境界値 $A|_{t=0} = 0$, $A|_{t=T} = 1$ をもつ時間に対して連続微分可能な単調増加関数と仮定する。このとき、次のような準自己随伴関係が成立する。

$$\epsilon_{ij}(v(\tau)) = \frac{A(\tau)}{A_t(\tau)} \epsilon_{ij}(u, t(\tau)) - \epsilon_{ij}(\tilde{v}(\tau)) \quad (19)$$

この関係は、随伴方程式を直接解かなくても、式 (16) で $\epsilon_{qr}(\tilde{v}(\tau))$ を計算しながら、随伴変位のひずみ成分 $\epsilon_{ij}(v(\tau))$ を計算できることを示している。

4. 幾何学的非線形性を考慮した変位規定問題

次に、前節と同一の変位に関する境界条件と初期条件および負荷条件を仮定して、ここでは幾何学的非線形性を考慮した連続体の変形を考える。

時間 t のときの変位を $u(t)$ と表せば、その時の Green-Lagrange のひずみテンソル (以下ひずみテンソル) $\varepsilon(u(t))$ は幾何学的非線形性を考慮した次のような関係で与えられる。

$$\varepsilon_{ij}(u(t)) = \frac{1}{2}(u_{i,j}(t) + u_{j,i}(t) + u_{k,i}(t)u_{k,j}(t)) \quad (20)$$

式 (20) の両辺を時間 t で微分し、ひずみ速度 $\varepsilon_{ij,t}$ は次式で与えられるとする。

$$\varepsilon_{ij,t}(u,t) = \frac{1}{2}(u_{i,j,t}(t) + u_{j,i,t}(t) + u_{k,i}(t)u_{k,j,t}(t) + u_{k,ii}(t)u_{k,j}(t)) \quad (21)$$

上式は増分型で定義した場合の時間微分の 2 次の項を無視して線形化した Green-Lagrange ひずみ速度に相当する⁽⁴⁾。

一方、幾何学的非線形性を考慮した時間 t における平衡方程式は次式のように定義できる。

$$\int_{\Gamma_P} P_i(t)v_i(t)d\Gamma = \int_{\Omega} \sigma_{ij}(t)\varepsilon_{ij}(v(t))d\Omega \quad (22)$$

ここで、 $\sigma_{ij}(t)$ は第 2 Piola-Kirchhoff 応力とし、構成則は材料非線形性を無視した場合、剛性テンソル C を用いて次のように表される。

$$\sigma_{ij}(t) = C_{ijkl}\varepsilon_{kl}(u(t)) \quad (23)$$

ただし、 $\varepsilon_{ij}(v(t))$ は変分ひずみあるいは随伴ひずみであり、 $v(t)$ は変分変位あるいは随伴変位である。また、 $u(t)$ と $v(t)$ は変位の拘束条件を満たす式 (9) と (10) で定義された U_0 と U の要素である。式 (22) の両辺を時間 t で微分すると次のようになる。

$$\int_{\Gamma_P} \{P_{i,t}(t)v_i(t) + P_i(t)v_{i,t}(t)\}d\Gamma = \int_{\Omega} \{\sigma_{ij,t}(t)\varepsilon_{ij}(v(t)) + \sigma_{ij}(t)\varepsilon_{ij,t}(v(t))\}d\Omega \quad (24)$$

ここで、式 (22) より、上式は次のように速度型の平衡方程式として評価可能とする。

$$\int_{\Gamma_P} P_{i,t}(t)v_i(t)d\Gamma = \int_{\Omega} \sigma_{ij,t}(t)\varepsilon_{ij}(v(t))d\Omega \quad (25)$$

4.1 変位規定問題 幾何学的非線形性を考慮した変位規定問題を定式化し、この問題の形状勾配関数を理論的に導出する。ここでは簡単のため材料非線形性は無視するが、領域変動に対する剛性の変動項⁽¹⁾を考慮することにより、材料非線形性を同時に取り扱うことも可能である。

前節で定義した連続体上に、変位規定部分境界 $\Gamma_D \in \Gamma$ を考え、ここで定義される規定変位速度 $\tilde{u}_{i,t}(t)$ と応答変位速度 $u_{i,t}(t)$ の 2 乗誤差の時間積分を最小化する問題は、体積を制約条件とし、速度型の平衡方程式を用いて次のように定式化できる。

$$\min_{T_s(\Omega) \in D} \int_0^T E(u,t) - \alpha \tilde{u}_{i,t}(t), u_{i,t}(t) - \alpha \tilde{u}_{i,t}(t) dt \quad (26)$$

$$\text{such that Eq. (25) } t \in [0, T] \text{ and } \int_{\Omega} dx \leq M_0 \quad (27)$$

ただし、双 1 次形式 $E(\cdot, \cdot)$ は次式で与える。

$$E(u, v) = \int_{\Gamma_D} u_i v_i d\Gamma \quad (28)$$

4.2 形状勾配関数の導出 この問題に Lagrange 乗数法あるいは随伴変数法を適用し、物質導関数の公式を用いれば、次のような形状勾配密度関数 G (形状勾配関数は外向き単位法線ベクトルを ν として $G\nu$ で与えられる) の評価式を得る。詳細は文献を参照されたい⁽²⁾。

$$G = - \int_0^T \sigma_{ij,t}(t)\varepsilon_{ij}(v(t))dt + \Lambda \quad (29)$$

ただし、 Λ は領域の大きさ制約式に対して導入した Lagrange 乗数、 v は平衡方程式に対する Lagrange 乗関数として導入された随伴変数である。随伴変位 v の増分型支配方程式は次式ようになる。

$$\int_0^T \left\{ 2E(u,t) - \alpha \tilde{u}_{i,t}(t), u'_{i,t}(t) \right. \\ \left. - \int_{\Omega_s} C_{ijkl}\varepsilon'_{kl,t}(u(t))\varepsilon_{ij}(v(t))d\Omega \right\} dt = 0 \quad (30)$$

$$(31)$$

この式は、左辺の $2(u_{i,t}(t) - \alpha \tilde{u}_{i,t}(t))$ を変位規定境界 Γ_D に負荷される荷重とみなせば解析可能であることが理解できる。さらに、規定境界と荷重負荷境界が一致し、負荷方向と変位方向および規定変位方向が一致する仮定が導入できる場合には、準自己随伴問題として、随伴方程式を直接解くことなく、次の関係式から随伴変位を求めることが可能である。

$$v(t) = A(t)u_{i,t}(t) \quad (32)$$

ここで、 $A(t)$ は $2(u_{i,t}(t) - \alpha \tilde{u}_{i,t}(t))$ と $P_{i,t}(t)$ の比を表す。また、 α の最適性規準は次式となる。

$$\int_0^T E(u,t), \tilde{u}_{i,t}(t) dt = \alpha \int_0^T E(\tilde{u}_{i,t}(t), \tilde{u}_{i,t}(t)) dt \quad (33)$$

5. 手法

手法は、領域変動速度 V を次式で解きながら有限の増分 $\Delta s > 0$ を与えて、微小な領域変動 $V\Delta s$ を繰り返していく方法として提案されている^{(5),(6)}。このときの V の決定式は次式となる。

$$a(V, y) = -l_G(y) \quad \forall y \in D \quad (34)$$

ここで、双 1 次形式 $a(\cdot, \cdot)$ は式 (8) によって与える。ただし、剛性テンソル C_{ijkl} は線形弾性体の値を用いる。1 次形式 $l_G(\cdot)$ は次式で与える。

$$l_G(V) = \int_{\Gamma} G\nu_m V_m d\Gamma \quad (35)$$

また、領域変動速度 V の許容集合 D は次の通りである。

$$D = \left\{ V \in (H^1(\mathbb{R}^n))^n \mid \text{領域変動に関する拘束条件} \right\} \quad (36)$$

この方法は、次のように理解することができる。設計変関数 T_s と s に関するその導関数 V は、2. 節の仮定 (i) で示したように、 $(W^{1,\infty}(\mathbb{R}^n))^n$ で定義されていた。本来、勾配法では感度と設計変数の内積を必要とするために Hilbert 空間であることを要求する。 $(W^{1,\infty}(\mathbb{R}^n))^n$ はノルムに関して完備な Banach 空間ではあっても、内積によって定義されるノルムに於いて完備な Hilbert 空間ではなかった。手法は $(W^{1,\infty}(\mathbb{R}^n))^n$ を Hilbert 空間である $(H^1(\mathbb{R}^n))^n \equiv (W^{1,2}(\mathbb{R}^n))^n$ に拡張した上で、 $(H^1(\mathbb{R}^n))^n$ における勾配法を適用した方法と位置付けることができる。⁽⁷⁾

6. 解析例

本論文で示した方法の有用性を確認するために、基本的な 3 次元問題に対する解析結果を紹介する。

6.1 3 軸トラス状連続体の塑性降伏を許した外力仕事最小化問題 図 1 のような 3 軸トラス状連続体の外力仕事最小化問題を解析した。Mises の降伏関数を用いた結合流れ則の弾完全塑性体を仮定した。縦 200 mm、厚さ 30 mm の拘束面から垂直方向に 90 mm の部材端部に比例負荷の仮定を満たした外力を与えた。ただし、実際の設計では他部品との干渉から改善効果が最も望める部分の形状変更が制限されることが頻出することを勘案して、変位固定境界と境界力負荷境界に加えて、各部の上下面、さらには、上端部と下端部の両側面の一部で法線方向の形状変動を拘束した。また、形状変動が許された両側面での面内方向の移動も拘束した。計算に用いた値は $|P| = 5.5 \times 10^3$ N/mm、ヤング率 2.1×10^5 MPa、ポアソン比 0.3、降伏応力 $\sigma_a = 2.5 \times 10^2$ MPa である。

増分型の平衡方程式 (6) と領域変動速度の支配方程式 (34) の解析には汎用 FEM コード MSC/NASTRAN v.70 を利用した。式 (6) の計算において、増分の分割数に初期値として 5 を与え、汎用 FEM コードの適合増分機能によってさらに分割を追加した。式 (14) で与えられる形状勾配密度関数は、変動が許された境界上の節点のみについて次のように評価した。式 (14) 中の応力増分 $C_{ijkl}u_{k,lt}\Delta t$ は汎用 FEM コードの結果を用いた。また、式 (14) で必要となる随伴ひずみ $\varepsilon_{ij}(v)$ を与える式 (19) において、第 1 項は汎用 FEM コードの結果を用いた。第 2 項は、そこで必要となる式 (17) 中の $u_{k,lt}\Delta t$ は汎用 FEM コードの結果を用い、式 (17) で定義された $\partial\sigma_{ij}(t)/\partial\sigma_{mn}(t-\Delta t)$ は次式で評価した。

$$\frac{\partial\sigma_{ij}(t)}{\partial\sigma_{mn}(t-\Delta t)} \approx \delta_{im}\delta_{jn} + \frac{\partial C_{ijkl}(t-\Delta t)}{\partial\sigma_{mn}(t-\Delta t)} \Delta\varepsilon_{kl}(v) \quad (37)$$

ただし、 δ_{ij} は Kronecker デルタである。さらに、式 (16) と式 (37) で必要となる導関数 $\partial C_{ijkl}(t)/\partial\sigma_{mn}(t)$ は、 $C(t)$ が $\sigma(t)$ の陽な関数で与えられることから、解析的に導出される $6 \times 6 \times 6$ の理論式に汎用 FEM コードで得られた $\sigma(t)$ を代入することによって求めた。

図 2 に材料非線形性を考慮した場合と考慮しない場合の最適化形状と塑性領域の比較を示す。図 3 は材料非線形性を考慮した場合の目的汎関数 (外力仕事) と制約汎関数 (体積) の収束履歴を示す。図 4 は荷重-変位線図を初期形状と最適形状とで比較した結果である。

この例題では、材料非線形性を考慮した場合と考慮しない場合の最適化形状に差異が現れた。上傾斜部の断面 1 (図 2 参照) では材料非線形性を考慮しない場合の断面が材料非線形性を考慮した場合の断面より大きくなっているのに対して、中央部の断面 2 では逆に材料非線形性を考慮した場合の断面が大きくなっている。その理由は次のように考えられる。本例題では上下の傾斜部では塑性ヒンジが発生する。材料非線形性を考慮しない場合には、上下の傾斜部で塑性ヒンジが発生し難くするように (応力を緩和させるように) 補強する結果しか見出せない。それに対して、材料非線形性を考慮した場合には、上下の傾斜部を補強することと、中央部を補強することの調和を保ちながら補強することができた結果、中央部で負荷を分担させる解を見出せたためであると考えられる。

材料非線形性を考慮した場合の収束履歴の結果は、外力仕事事が 27% まで減少したことを示している。材料非線形性を考慮しない場合には 32% であった。この結果から、本論文で示した方法が有効に機能することが裏付けられた。

さらに、荷重-変位線図の結果を示した図 4 からは、負荷点変位を同一にした条件で比較しても、初期形状のときの最終変位を基準にした場合、初期形状に比べ約 5% 増加し、材料非線形性を考慮しない形状最適化の結果と比べても約 3% 増加する結果となった。この結果は、形状最適化において材料非線形性を考慮することの実用性を示している。

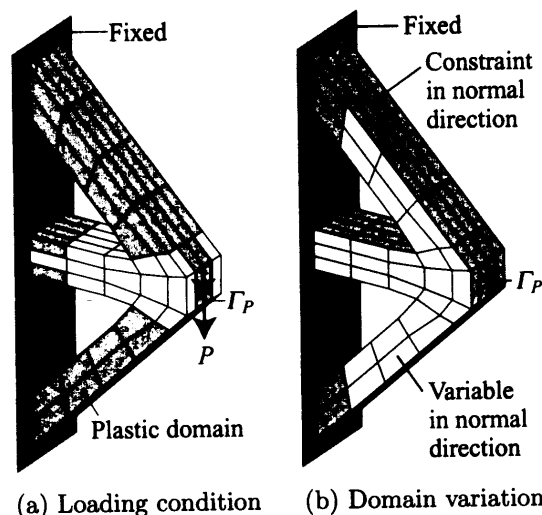


Fig. 1 Shape optimization problem of three-bar-truss-like continuum

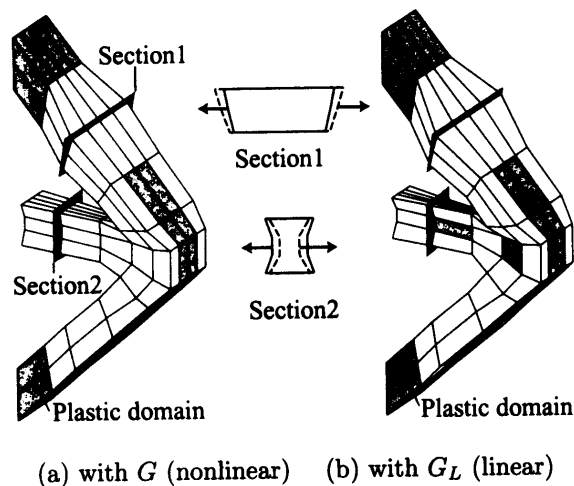


Fig. 2 Optimized shapes of three-bar-truss-like continuum

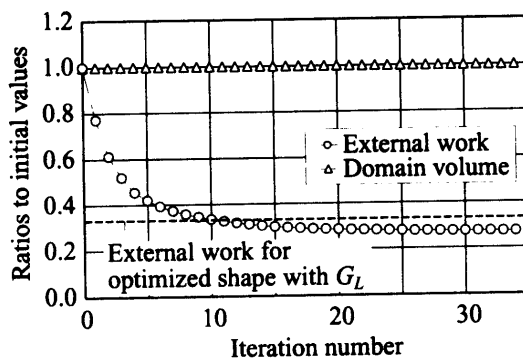


Fig. 3 Iteration histories for three-bar-truss-like continuum optimization problem

6.2 球面シェル状連続体の飛び移り座屈抑制問題

図 5 のような球面シェル状連続体の飛び移り座屈抑制問題を線形な規定経路に近づけることにより、飛び移り座屈の抑制を試みた。本計算例は軸対称問題と仮定し、計算モデルは領域の内角 20 度の扇形に 8 節点 6 面体要素を板厚方向に 2 層配置した。境界 Γ_P は上下方向のみ変形可能とし、その境界力は $|P| = 1.5 \times 10$ MPa、ヤング率 2.1×10^5 MPa、ポアソン比 0.3、降伏応力 $\sigma_a = 2.5 \times 10^2$ MPa である。

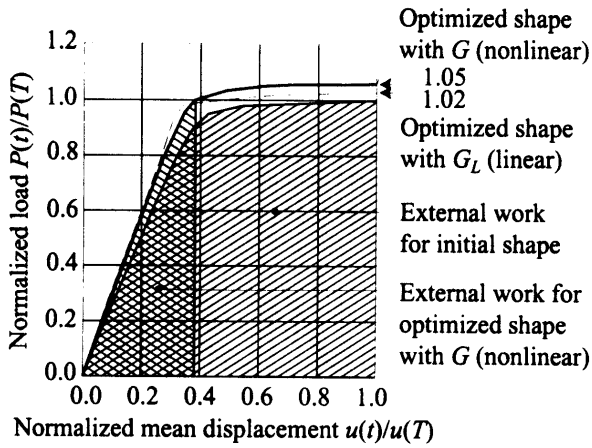


Fig. 4 Load-displacement curves for three-bar-truss-like continuum optimization problem

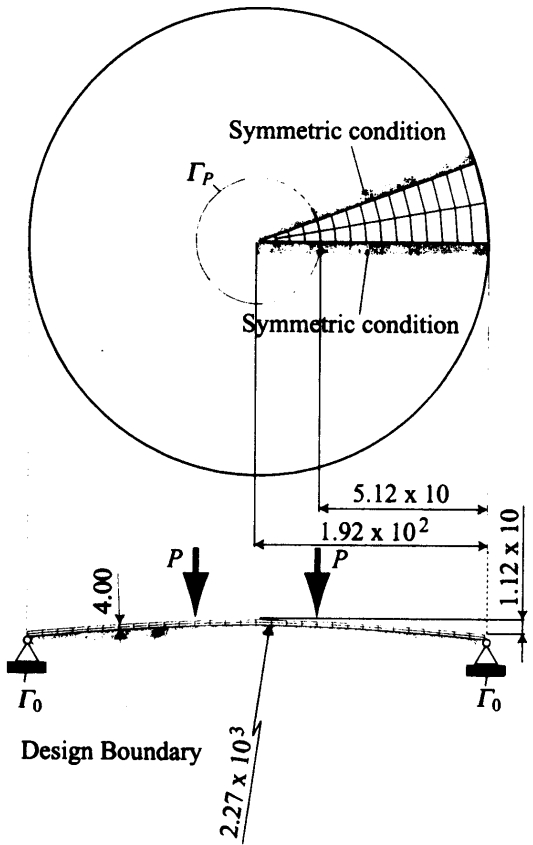


Fig. 5 Boundary condition

アソシエーション比 0.3 とした。ただし、形状変動は球面の内側のみとした。また、変数 α について、次の 4 つの場合で結果を比較した。

- CASE1 : α を式 (33) によって決定した場合
- CASE2 : $\alpha = 1.0$ に指定した場合
- CASE3 : $\alpha = 0.5$ に指定した場合
- CASE4 : $\alpha = 0.0$ に指定した場合

CASE1 から CASE4 の収束履歴を図 6 に示す。すべての CASE において体積制約を満足しながら、目的汎関数が停留した。

初期形状と CASE1 から CASE4 の最適化形状の比較を図

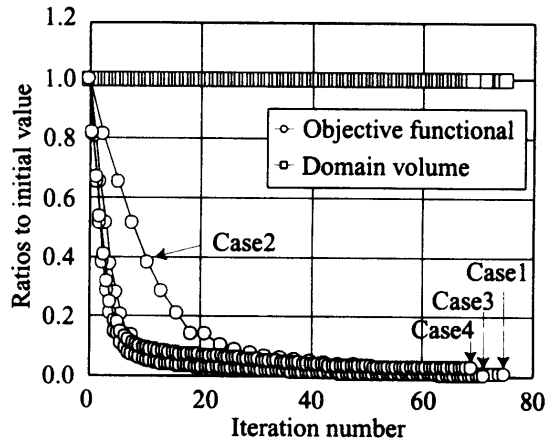


Fig. 6 Iteration histories

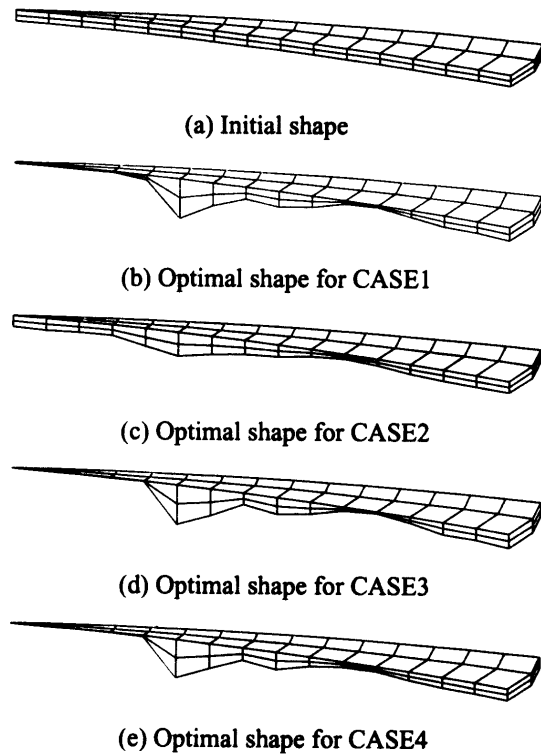


Fig. 7 Initial and Optimal shapes

7 に示し、各形状の変形図を図 8 に示す。ただし、変形図は変形状態の観察と比較を容易にするため、変形量を 4 倍にしている。すべての CASE でほぼ同じ傾向の形状になり、狙い通り飛び移り座屈の抑制に成功していることがわかる。

荷重-変位曲線の比較を図 9 に示す。ここでも、初期形状において荷重 $LOAD=10.8kN$ から $LOAD=12.0kN$ の間で起こっている飛び移り座屈が、最適化後の各形状では抑制されていることがわかる。また、 α を式 (33) によって決定した CASE1 は変形経路がほぼ線形になり、CASE1 における α の最終値 $\alpha = 0.52$ に最も近い $\alpha = 0.5$ を指定した CASE3 の変形経路も、ほぼ規定経路通り線形になった。これに対し、CASE2 における最適化形状では飛び移り座屈は抑制されているものの、 $\alpha = 1.0$ を指定したにも拘わらず初期形状ほど変形しなかった。CASE4 の最適化形状でも、飛び移り座屈は抑制されているものの、指定した変形しない経路を実現することはできず、規定経路と変形経路は一致しなかった。また、

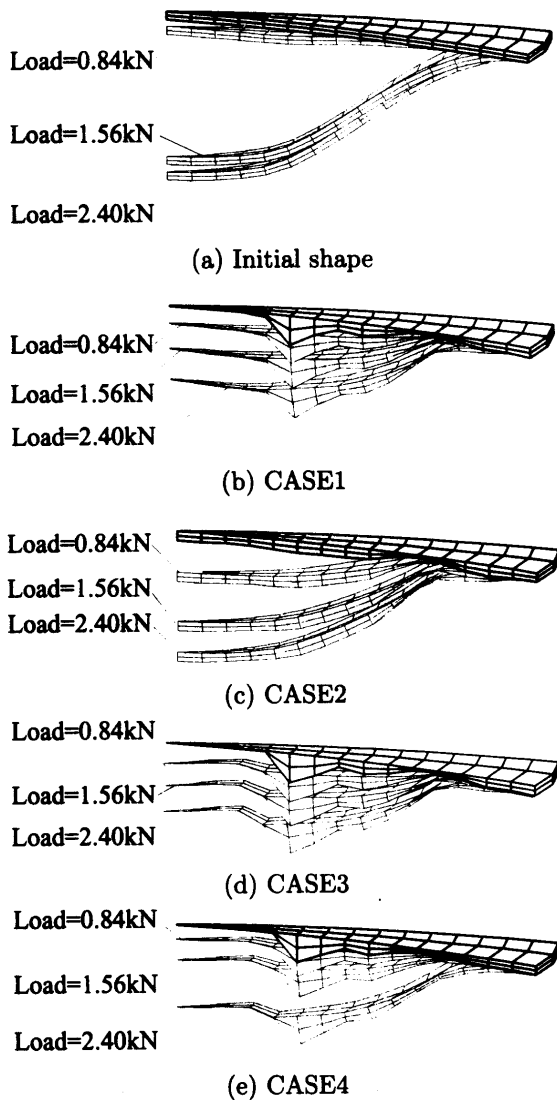


Fig. 8 Deformations

CASE4において、 $\alpha = 0.0$ を指定することは負荷点変位速度の2乗の時間積分を最小化することになるが、最終荷重レベルでの負荷点変位量を最小化する問題ではないため、CASE1やCASE3よりも最終的な変形量が大きくなった。CASE2とCASE4の結果は、 α の設定値によって実現困難な変形経路が指定されたことを示しているが、このような場合においても、目的汎関数が停留していることから、算出された結果は、設定した制約条件の範囲内では規定変位と応答変位の2乗誤差を極小値に停留させる最良の形状であると考えられる。これは設定した変形経路が実現不可能であっても設定した経路に最も近い妥協解を算出可能であることを示しており、実際の構造設計に適用する際に極めて有用な情報を提供し得るのである。

7. おわりに

結合流れ則に従う塑性変形を念頭においた経路依存型の材料非線形性に注目し、その材料非線形性を有した連続体の外力仕事最小化問題を定式化し、その問題に対する形状勾配関数を理論的に導出した。さらに、比例負荷の仮定を用いれば準自己随伴関係が成立し、随伴方程式を解かなくても形状勾配関数が評価できることを示した。また、幾何学的非線形性を考慮した変位規定問題の形状勾配関数も導出した。この問題においても、変位規定境界と負荷境界が一致し、負荷方向が

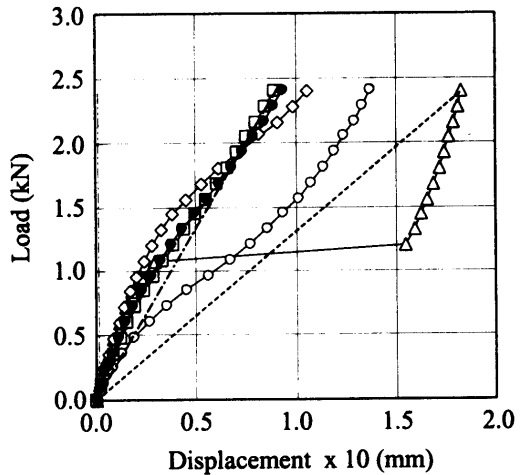
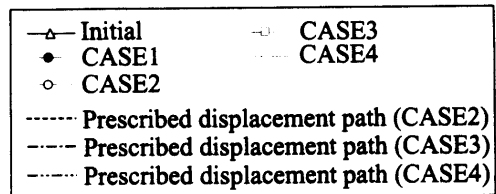


Fig. 9 Load-displacement curves

変化しないとみなせる場合には準自己随伴関係が成立し、随伴方程式を解かなくても形状勾配関数が評価できることを示した。形状勾配関数が解析可能であれば力法の適用が可能となる。解析例として、3軸トラス状連続体の塑性降伏を許した外力仕事最小化問題と球面シェル状連続体の飛び移り座屈抑制問題に対する解析結果を紹介した。

文 献

- (1) 井原久, 畔上秀幸, 下田昌利, 渡邊勝彦. 材料非線形性を考慮した形状最適化問題の解法. 日本機械学会論文集 投稿中.
- (2) 井原久, 畔上秀幸, 下田昌利. 幾何学的非線形性を考慮した変形経路制御問題に対する形状最適化(感度の導出と力法の適用). 日本機械学会論文集 投稿中.
- (3) J. Sokolowski and J. P. Zolésio. *Introduction to Shape Optimization: Shape Sensitivity Analysis*. Springer-Verlag, New York, 1991.
- (4) 日本機械学会. 計算力学ハンドブック. 丸善, 1998.
- (5) 畔上秀幸. 領域最適化問題の解法. 日本機械学会論文集 (A編), Vol. 60, pp. 1479-1486, 1994.
- (6) H. Azegami, M. Shimoda, E. Katamine, and Z. C. Wu. A domain optimization technique for elliptic boundary value problems. In S. Hernandez, M. El-Sayed, and C. A. Brebbia, editors, *Computer Aided Optimization Design of Structures IV, Structural Optimization*, pp. 51-58. Computational Mechanics Publications, Southampton, 1995.
- (7) H. Azegami. Solution to boundary shape identification problems in elliptic boundary value problems using shape derivatives. *Proceedings of International Symposium on Inverse Problems in Engineering Mechanics*, pp. 125-128, 2000.