報告番号 ※甲第 461号

主論文の要旨

題名 初期ねじれを有する各種断面形の棒の引張りおよびねじり

氏名 安田仁彦

第1章 緒論

初期ねじれを持つ一様な断面の棒の強度に関する研究は，タービン・圧縮機の翼，航空機のプロペラ，船のスクリューなどの機械部品や構造要素の設計資料を得るための基礎的な研究として工学上重要なものである．したがって，この問題は従来多くの研究者[1]~[7]によって理論的に取扱われてきた．しかし，これらの研究は初期ねじれ量がきわめてわずかな場合を取扱っているにすぎず，また特定の断面について解かれたものであって，初期ねじれ量および断面形状の変化が応力および変形に及ぼす影響について検討を加えた研究はあまり見当らない．さらに，この種の問題を実験的に解明した研究はほとんど報告されていないようである．

この論文は，初期ねじれを持つ各種断面形の棒が軸方向の引張りおよび軸のまわりのねじりを受ける場合の応力および変形を理論的

ならびに実験的に解析し，初期ねじれ量がこれらに及ぼす影響を詳細に検討して，上述の機械部品や構造要素の設計に関する基礎的資料を得ることを目的とするものである．

第2章 初期ねじれを有するだ円形断面棒の引張りおよびねじり

中心軸に沿って一定の割合の初期ねじれを持つ一様なだ円形断面棒の場合を，線形弾性問題として理論的に解析した．この問題はすでに大久保[1]によって取扱われ，初期ねじれと共に回転する回転座標軸を定め，応力を回転座標で表わすことによって三次元問題を二次元問題に変換して基礎式を導いた．そして，初期ねじれが十分小さいものと仮定して，基礎式において初期ねじれ量の2次以上の微小量を省略して解を求めている．これに対して，この章ではAncker と Goodier[8],[9]がコイルばねの問題に用いたものと類似の方法によって大久保の導いたもとの基礎式を満たす解の誘

導を行なった．すなわち，変位が初期ねじれ量をパラメータとするべき級数に展開できるものと仮定し，これを基礎式に代入して級数の各項を定めるための一連の方程式群を導いた．この方程式群は，未知量を回転座標の多項式の形におくことによって，級数解の所要の項数まで逐次解いて行くことが可能であって，初期ねじれ量の広い範囲にわたって十分な精度を持つ変位および応力を得ることができた．数値例として，断面の寸法比を種々変えた場合の精度の高い結果をもとめ，初期ねじれ量が応力および変形に及ぼす影響を検討した．その結果，初期ねじれの増加と共に，真直な棒の場合と比較してだ円の短軸端または長軸端に大きな応力が生ずること，引張りに対しては軸のまわりのねじれが，ねじりに対しては軸方向の伸びが伴うこと，さらに初期ねじれが応力および変形に及ぼす影響は断面が細長いほど著しいことなどを明らかにした．

第3章　初期ねじれを有する長方形断面棒の引張りおよびねじり

初期ねじれを有する長方形断面棒に対する従来の研究としては，だ円形断面棒の解を修正して細長い長方形断面の場合に適用した大久保の結果[1]が挙げられるにすぎず，一般の長方形断面の棒に対する解はもとめられていない．この章では，長方形断面の棒に対して側面における境界条件を厳密に満足する解を導いた．ただし，解析計算が非常に複雑になるので，初期ねじれが十分小さいものと仮定し，大久保の解法[1]と同じように基礎方程式の簡略化を行なって問題を取扱った．変位の項で表わされた平衡方程式の解を級数の形でもとめ，解に含まれる未定係数はフーリエ解析によって境界条件から定めた．この際，未定係数を定めるための関係式として連立一次方程式が導かれるが，これの解法には逐次近似法[10]を採用して，近似度の高い係数値をもとめるようにした．断面の寸法比を種々変えて数値計算

を行ない，応力および変形と初期ねじれの関係を検討した．前章と同じように，長辺の中央または短辺の中央で大きな応力が生ずること，引張りには軸まわりのねじれが，ねじりには軸方向の伸びが伴うこと，この傾向は断面が細長いほど著しいことなどが明らかになった．

第4章 初期ねじれを有する二軸対称断面棒の引張りおよびねじり

初期ねじれを有し，かつ二つの対称軸を持つ細長い各種断面形の棒の問題を理論的に解析した．応力の項で表わされた基礎方程式(3)から出発し，だ円形断面棒の曲げ(7)に用いられたものと類似の方法によって解を誘導した．すなわち，応力が初期ねじれ量および断面の寸法比をパラメータとする二重べき級数に展開できるものと仮定し，これを基礎方程式に代入すれば級数の各項を定めるための一連の方程式群が得られる．この方程式群を低次の

項に対するものから逐次解いて行けば解を求めることができる．本章では，まず，二つの対称軸を持つ細長い断面形の棒を取扱い，級数解のはじめの数項を求めて初期ねじれがあまり大きくない場合に成りたつ応力の近似式を導いた．次に，これの具体的な応用例としてだ円形，長方形およびひし形断面の棒を選び，これらの断面に対する簡単な応力の表示式を求めた．このうち，だ円形断面の結果に対しては第2章の結果と比較したが，初期ねじれ量の比較的広い範囲にわたって両者はよく一致した．また，長方形断面の場合には，本解が短辺上の境界条件を満足しない近似解であること，第3章の結果が初期ねじれの十分小さい場合にのみ成りたつ解であることなどのため，初期ねじれの増加と共に両者の間に差が認められた．しかし，次章で述べる実験結果と比較することにより，本章の解は初期ねじれ量の比較的広い範囲にわたって妥当な結果を与えるものであることがわかった．

第5章　初期ねじれを有する長方形断面棒の引張りおよびねじりに関する光弾性実験

第3章および第4章において長方形断面棒の問題を理論的に解析し，それぞれわずかな初期ねじれを持つ場合に境界条件を厳密に満足する解および細長い断面の場合に成りたつ近似解を導いた．本章では，これらの解の信頼度を検討するため，凍結法光弾性実験によって三次元的に応力の解析を行なった．エポキシ樹脂を素材とし，初期ねじれを有し，かつ初期応力の存在しない試験片を注型によって製作した．応力凍結にはプログラム温度制御装置付の熱風循環式恒温槽を用い，凍結温度を135℃に選んだ．応力凍結の際には，試験片が正確に軸方向の引張りまたは軸のまわりのねじりのみを受けるように荷重装置を工夫した．理論解析の結果，強度的に特に問題となる応力は断面の境界に生ずることが明らかになったので，境界に沿ってこれに垂直な厚

さ約2.5mmのスライスをとり，斜入射法[11]を採用して境界における主応力およびその方向をもとめた．初期ねじれ量および断面の寸法比を種々変えて実験を行なった結果，引張りの場合には長辺の中央で大きな応力が生じ，ねじりの場合には初期ねじれが小さい間は長辺の中央で，初期ねじれが大きくなると短辺の中央で大きな応力が生ずることなどが明らかになった．また，本実験の結果を前述の理論解と比較したが，第3章の結果は初期ねじれがきわめて小さい場合に本実験値とよく一致し，第4章の結果は初期ねじれの比較的広い範囲にわたって実用上十分な精度で一致することがわかった．

第6章　結　論

初期ねじれを有するだ円形，長方形，ひし形など各種断面形の棒の引張りおよびねじり問題を線形理論ならびに光弾性実験によって解析し，棒の応力および変形に及ぼす初期ね

じれの影響を検討した．だ円形断面の棒に対しては，従来の研究結果に比較して初期ねじれの大きい場合にも十分な精度で成りたつ理論解を求めた．長方形断面の棒に対しては，初期ねじれが十分小さい場合に，側面における境界条件を満足する解を導いた．さらに，二つの対称軸を持つ細長い断面形の棒に成り立つ応力の近似解を導き，具体例としてだ円形，長方形およびひし形断面に対する応力の簡単な表示式を求めた．だ円形断面の棒に対しては上述の理論解と比較し，また長方形断面の場合は凍結法三次元光弾性による実験結果と比較して近似解の適用限界を検討したが，初期ねじれが比較的大きい場合にも十分妥当な結果を与えることがわかった．したがって，ここに導いた近似解は初期ねじれを有し，かつ二つの対称軸を持つ細長い各種断面の棒の強度計算を行なう上に有効な公式として利用できるものと考える．

本研究で取扱った初期ねじれ量の範囲内には，タービン翼やプロペラなどの機械部品に通常見られる大きさのものが含まれており，本研究の結果はこれらの機械部品の強度設計に対する基礎資料として適用できるものである．

参考文献

(1) H. Ōkubo, Quart. Appl. Math., 9(1951), 263.
(2) H. Ōkubo, Quart. Appl. Math., 11(1954), 488.
(3) H. Ōkubo, J. Appl. Mech., 20(1953), 273.
(4) J. Zickel, J. Appl. Mech., 22(1955), 348.
(5) L. Maunder, J. Appl. Mech., 25(1958), 67.
(6) L. Maunder & E. Reissner, J. Mech. Phys. Solids, 5(1957), 261.
(7) 清家, 機械学会論文集, 30-209(昭39-1), 80.
(8) C. J. Ancker & J. N. Goodier, J. Appl. Mech., 25 (1958), 471.
(9) C. J. Ancker & J. N. Goodier, J. Appl. Mech., 25 (1958), 484.
(10) Timoshenko & Woinowsky-Krieger, Theory of Plates and Shells, (1959), 200, McGraw-Hill
(11) R. B. Heywood, Designing by Photoelasticity (1952), 135, Chapman and Hall.