

|      |            |
|------|------------|
| 報告番号 | 2 第 2858 号 |
|------|------------|

# 遠心ポンプを含む管路系の 圧力脈動共振に関する実験的研究

佐 野 勝 志

国・本館

遠心ポンプを含む管路系の  
圧力脈動共振に関する実験的研究

|         |        |
|---------|--------|
| 名古屋大学図書 |        |
| 和       | 949361 |

佐 野 勝 志

# 目 次

|                              |    |
|------------------------------|----|
| 記 号                          | iv |
| 第 1 章 緒 論                    | 1  |
| 第 2 章 ポンプを含む管路系の圧力脈動とポンプ等価管路 | 6  |
| 2.1 緒 言                      | 6  |
| 2.2 管内の圧力脈動                  | 6  |
| 2.2.1 実験装置と方法                | 6  |
| 2.2.2 実験結果と考察                | 8  |
| (a) 変動圧力のスペクトルと波形            | 8  |
| (b) 吸込管長と吐出し管長の影響            | 12 |
| (c) ポンプの吐出し量と回転数の影響          | 12 |
| 2.3 液柱固有振動数                  | 17 |
| 2.3.1 液柱固有振動数の理論             | 17 |
| 2.3.2 ポンプの等価長ささと等価直径         | 18 |
| 2.3.3 実験結果と考察                | 21 |
| (a) ポンプの等価長ささと等価直径           | 21 |
| (b) 液柱固有振動数                  | 24 |
| 2.4 結 言                      | 27 |
| 第 3 章 共振時の変動圧力振幅とポンプ位置       | 28 |
| 3.1 緒 言                      | 28 |
| 3.2 実験装置と方法                  | 28 |
| 3.3 波長と圧力定在波                 | 29 |
| 3.4 実験結果と考察                  | 31 |
| 3.4.1 羽根通過振動数と変動圧力振幅         | 31 |
| 3.4.2 定在波とポンプ位置による変動圧力の関係    | 34 |
| (a) 吸込管長と吐出し管長の影響            | 36 |

|       |                  |    |
|-------|------------------|----|
| (b)   | 共振時の変動圧力振幅       | 36 |
| (c)   | 脈動発生源の相当位置       | 39 |
| 3.4.3 | 共振時のモードと変動圧力振幅   | 42 |
| 3.5   | 実験結果の理論的考察       | 43 |
| 3.6   | 結 言              | 47 |
| 第4章   | ポンプの幾何学的形状の影響    | 48 |
| 4.1   | 緒 言              | 48 |
| 4.2   | 実験装置と方法          | 48 |
| 4.3   | 実験結果と考察          | 51 |
| 4.3.1 | 液柱固有振動数          | 51 |
| 4.3.2 | ポンプの等価長さと等価直径    | 51 |
| (a)   | 等価長さ             | 51 |
| (b)   | 等価直径             | 55 |
| 4.3.3 | 共振時の変動圧力振幅       | 59 |
| 4.3.4 | 脈動発生源の相当位置       | 61 |
| 4.4   | 結 言              | 65 |
| 第5章   | ポンプを含む複合管路の液柱共振  | 66 |
| 5.1   | 緒 言              | 66 |
| 5.2   | 液柱固有振動数と固有モードの理論 | 66 |
| 5.3   | 実験装置と方法          | 70 |
| 5.4   | 実験結果と考察          | 73 |
| 5.4.1 | 管振動の影響           | 73 |
| 5.4.2 | 液柱固有振動数          | 76 |
| 5.4.3 | 液柱固有モード          | 79 |
| (a)   | 吸込本管長さの影響        | 79 |
| (b)   | 本管断面積比の影響        | 81 |
| (c)   | ポンプ位置の影響         | 85 |
| (d)   | ポンプ並列運転の影響       | 85 |

|           |       |    |
|-----------|-------|----|
| 5.5 結 言   | ..... | 90 |
| 第 6 章 結 論 | ..... | 91 |
| 謝 辭       | ..... | 93 |
| 文 獻       | ..... | 94 |

## 記 号

- $a$  : 圧力波伝播速度  
 $a_d$  : 吐出し管内の圧力波伝播速度  
 $a_{eq}$  : ポンプ等価管路内の圧力波伝播速度  
 $a_s$  : 吸込管内の圧力波伝播速度  
 $a^* = a/a_s$  :  $a$  の無次元値  
 $d, D$  : 管内径  
 $d_d$  : 吐出し管内径  
 $d_{eq}$  : ポンプ等価管路内径  
 $d_{pd}$  : ポンプ吐出し口径  
 $d_{ps}$  : ポンプ吸込口径  
 $d_s$  : 吸込管内径  
 $d_d^* = d_d/d_s$  :  $d_d$  の無次元値  
 $d_{eq}^* = \left. \begin{array}{l} d_{eq}/d_s \\ d_{eq}/d_{ps} \quad (\text{第 4 章}) \end{array} \right\}$  :  $d_{eq}$  の無次元値  
 $D_2$  : 羽根車外径  
 $f$  : 振動数  
 $f_n$  :  $n$  次の固有振動数  
 $f_{zN} = zN$  : 羽根通過振動数  
 $j$  : 虚数単位  
 $l, L$  : 管路長  
 $l_d$  : 吐出し管長  
 $l_{df}$  : 吐出しケーシングのディフューザ部流路長さ  
 $l_{dv}$  : 吐出しケーシングのポリュート部流路長さ  
 $l_{eq}$  : ポンプ等価管路長  
 $l_{eqd}$  : 脈動発生源からポンプ吐出し端までの等価長さ  
 $l_{eqs}$  : 脈動発生源からポンプ吸込端までの等価長さ  
 $l_{eq1}$  : ポンプ等価管路内の変動圧力の節からポンプ吸込端までの等価長さ  
 $l_{eq2}$  : ポンプ等価管路内の変動圧力の節からポンプ吐出し端までの等価長さ

|                     |  |
|---------------------|--|
| $l_{im}$            | : 羽根車子午断面の中央流線の長さ  |
| $l_p$               | : ポンプの吸込口から吐出し口までの距離 (図 2.1)                                       |
| $l_s$               | : 吸込管長   |
| $l_{sv}$            | : 吸込ケーシングのボリュート部流路長さ   |
| $l_{tg}$            | : ポンプ吐出し口からケーシング舌部までの距離  |
| $l_a^*$             | $= l_a / d_s$ : $l_a$ の無次元値  |
| $l_{eq}^*$          | $= l_{eq} / d_s$<br>$= l_{eq} / d_{ps}$ (第 4 章) } : $l_{eq}$ の無次元値 |
| $l_s^*$             | $= l_s / d_s$ : $l_s$ の無次元値  |
| $\bar{l}_{eq}$      | : ポンプの平均流路長さ   |
| $\bar{l}_{eq}^*$    | $= \bar{l}_{eq} / d_{ps}$ : $\bar{l}_{eq}$ の無次元値                   |
| $M_u$               | $= u / a_s = \pi D_2 N / a_s$ : 無次元回転数                             |
| $n$                 | : 次数又は節点番号   |
| $N$                 | : ポンプ回転数   |
| $P$                 | : 圧力の変動量   |
| $P^*$               | $= P / \rho a_s^2$ : $P$ の無次元値                                     |
| $ P _{p-p}$         | : 変動圧力振幅の peak to peak 値 (p-p 値)                                   |
| $ P _{rms}$         | : 変動圧力振幅の実効値 (rms 値)   |
| $ P^* _{dn}$        | : 共振時の $ P^* _{p-pd}$ の値   |
| $ P^* _{p-p}$       | $=  P _{p-p} / (\rho u^2 / 2)$ : $ P _{p-p}$ の無次元値                 |
| $ P^* _{p-pd}$      | : 吐出し管内圧力定在波の腹の位置における $ P^* _{p-p}$ の値                             |
| $ P^* _{p-ps}$      | : 吸込管内圧力定在波の腹の位置における $ P^* _{p-p}$ の値                              |
| $ P^* _{sn}$        | : 共振時の $ P^* _{p-ps}$ の値   |
| $Q$                 | : 流量の変動量   |
| $Q^*$               | $= Q / (\pi/4) d_s^2 a_s$ : $Q$ の無次元値                              |
| $\bar{Q}$           | : ポンプの吐出し量 (時間平均流量)  |
| $\bar{Q}\eta_{max}$ | : ポンプ最高効率点の吐出し量  |
| $\bar{Q}^*$         | $= \bar{Q} / \bar{Q}\eta_{max}$ : $\bar{Q}$ の無次元値                  |
| $u$                 | $= \pi D_2 N$ : 羽根車外周速度  |
| $x$                 | : ポンプの吸込口又は吐出し口からの距離   |

|                |   |                    |
|----------------|---|--------------------|
| $x^*$          | $= x/d_s$ : $x$ の無次元値   |                    |
| $y$            | : 開口端補正長を含んだタンクの出口又は入口からの距離                                     |                    |
| $y^*$          | $= y/d_s$ : $y$ の無次元値   |                    |
| $z$            | : ポンプ羽根枚数   |                    |
| $Z$            | $= P/Q$ : 流体インピーダンス   |                    |
| $Z^*$          | $= P^*/Q^*$ : 無次元流体インピーダンス                                      |                    |
| $Z_c$          | $= \rho a / (\pi/4)d^2$ : 特性インピーダンス                             |                    |
| $Z_c^*$        | $= a^*/d^{*2}$ : 無次元特性インピーダンス                                   |                    |
| $\beta$        | $= 2\pi f/a$ : 波長定数   |                    |
| $\beta^*$      | $= \Omega/a^*$ : 無次元波長定数  |                    |
| $\lambda$      | : 波長  |                    |
| $\lambda_d$    | : 吐出し管内の波長  |                    |
| $\lambda_{dn}$ | : 共振時の $\lambda_d$ の値   |                    |
| $\lambda_s$    | : 吸込管内の波長   |                    |
| $\lambda_{sn}$ | : 共振時の $\lambda_s$ の値   |                    |
| $\rho$         | : 流体密度  |                    |
| $Q$            | $= 2\pi f d_s / a_s$<br>$= 2\pi f d_{ps} / a_s$ (第4章)           | } : 無次元振動数         |
| $Q_n$          | $= 2\pi f_n d_s / a_s$<br>$= 2\pi f_n d_{ps} / a_s$ (第4章)       | } : $n$ 次の無次元固有振動数 |
| $Q_{zN}$       | $= 2\pi f_{zN} d_s / a_s$<br>$= 2\pi f_{zN} d_{ps} / a_s$ (第4章) | } : 無次元羽根通過振動数     |
|                | (添字)  |                    |
| $d$            | : 吐出し管路   |                    |
| $eq$           | : ポンプ等価管路   |                    |
| $p$            | : ポンプ   |                    |
| $s$            | : 吸込管路  |                    |
| *              | : 無次元量  |                    |



## 第1章 緒 論

ポンプは、火力・原子力用及びプロセス用などとして各種プラントで用いられるほかに、上下水道用、農地用、建築設備用、一般産業用などとして様々な分野で使用されており、その用途は取水、送水、給水、排水、各種流体の輸送など多岐にわたっている。

近年、ポンプにおいても他の機械と同様その効率向上はもちろんのこと、ポンプを含むシステム全体としての高性能化のために、従来にも増して高速化、小型・軽量化、容量の増大化が強く求められている。これに伴って生じたいくつかの新たな問題についての解決を迫られているが、重要な課題の一つに遠心ポンプの場合の羽根から出た流れと舌部との干渉による圧力脈動低減の問題がある。

この圧力脈動は、その振幅が大きい場合にはポンプ及び配管系並びにこれにつながる構造物を振動させ騒音の原因となる。これに関しては、古くはアメリカのグランドクーリー・ダム（Grand Coulee Dam<sup>(1)</sup>）における65,000 HPの揚水ポンプの例が有名であるが、我国においても同種の問題に最近しばしば遭遇するようになり、都市の住宅地域内に設置されるポンプ場で厳しい騒音規制を受けることにも関連して、環境保全上、問題となっている。<sup>(2)~(4)</sup> 圧力脈動によって激しい振動が発生すると配管継手部からの漏れを招き、ポンプ、配管及びその支持部の疲労破壊につながることから、この種の振動はボイラ給水ポンプのような高圧ポンプでしばしば問題となる。また抄紙機におけるパルプ液輸送用のポンプでは、吐出し流の脈動が紙の厚さを変動させる原因にもなるが、この場合には製品の品質管理上、脈動そのものが問題となる。このようにポンプの羽根通過により圧力脈動が生じるが、その低減は最近の工業上の重要な課題になっている。

圧力脈動の振幅は、ポンプだけでなくそれにつながる管路の形状や寸法の影響も受けるが、これを低減するには二つの方法がある。その一つは、ポンプ固有の脈動が小さくなるよう羽根車とケーシングの形状及び寸法を検討の上、ポンプを設計・製作することである。他の一つは、羽根通過振動数とポンプを含む管路系の液柱固有振動数の一致による共振を避けることである。脈動の振幅が大きいため起こる前述の弊害には、この共振が関与していることが多い。また、ポンプには上述のような設計上の配慮をしてもなお脈動を完全になくすことはできず、共振を生じるとその振幅は大きくなる。したがって圧力脈動の低減のためには、共振を回避することがまず第一に必要である。

流体機械を含む管路系の液柱固有振動数の算出方法は、その管路内に含まれる機械が往

復圧縮機や容積形ポンプのような容積形機械かターボ形ポンプかで異なる。すなわち容積形機械を含む管路系では、これらの機械側を閉端と置くことにより液柱固有振動数を容易に求めることができる<sup>(5)~(7)</sup>。しかしターボ形ポンプでは、吸込管と吐出し管が羽根車を介してつながっており圧力が波動としてポンプ本体を通過するので、液柱固有振動数を求める際のポンプの扱い方は上記の容積形機械とは異なる。

ターボ形ポンプを含む管路系の圧力脈動の共振に関して、過去にいくつかの研究が発表されている。Dussourd<sup>(8)</sup>は、10段のボイラ給水ポンプの吐出し管に生じる異常圧力脈動に関して報告しており、この圧力脈動はポンプの部分流量域で発生した旋回失速が管内の液柱と共振を起こして生じたものであることを明らかにしている。そして吸込ヘッド管から吐出しヘッド管に至るポンプを含む管路系を集中定数回路に置換え、3種類の配管系統について圧力脈動の振幅のシミュレーションを行っている。Chenら<sup>(9)</sup>は、給水ポンプのリークオフ運転時に生じる圧力脈動について報告しており、吐出し管分岐部の死水域に生じるうずの振動数が液柱固有振動数と一致し、しかもこのうずの発生位置が変動圧力の節に近いことがこの圧力脈動の発生原因であることを明らかにしている。Erskineら<sup>(10)</sup>は、揚程曲線に水平部をもつ2台のポンプを正規流量の約1/2の流量で並列運転したとき生じる異常圧力脈動の原因を調べ、この脈動がポンプの不安定特性に基づくサージングと管路系の液柱との共振によるものであることを明らかにしている。Sparksら<sup>(11)</sup>は、増速機付エンジン駆動の遠心ポンプにおいてカップリング及びクランクシャフトが破損した2例を紹介し、その原因がいずれもポンプの回転数と軸のねじり固有振動数及び液柱固有振動数との一致による共振によるものであることを示している。Corley<sup>(12)</sup>は、ガスタービン駆動遠心ポンプの軸受異常振動の例を紹介し、この振動が駆動軸の曲げ振動と管路系の液柱との共振により生じる自励振動によるものであることを明らかにしている。

これらの研究においては、いずれも吸込管、ポンプ及び吐出し管を一つの液柱として扱っているが、圧力脈動の発生原因は本研究で対象としているポンプの羽根通過によるものとは異なっている。したがってその振動数はポンプの回転数と同一か又はこれより低く、本研究で対象としているものよりもかなり低い。一方、近藤ら<sup>(13)</sup>は羽根通過による脈動を対象に研究を行い液柱固有振動数の計算法を示している。しかしこの研究においては吸込管の影響を考慮していない。

従来、上述のような流体機械を含む管路系の非定常現象に関する研究においては、この機械を等価管路に置換える試みが行われている。下山ら<sup>(14)</sup>は送風機のサージングの研究に関

連して、遠心送風機に吐出しダクトをつないだ系の気柱固有振動数の実験値から、音響学的方法によって送風機の部分の等価長さを求め、送風機が管内気柱の振動に及ぼす影響を明らかにしている。甲藤<sup>(15)</sup>は、サージング発生時の軸流送風機の等価長さを下山らと同様の方法によりサージングの振動数から求めて振動の等価模型を導き、これに関し考察している。矢野<sup>(16)</sup>は、遠心送風機の吐出しダクトに設けた回転弁により脈動流を発生させ、この振動数と時間平均風量との関係から送風機の等価長さを求め、この値を用いて脈動流のもとでの送風機の性能を明らかにしている。

大橋<sup>(17)</sup>は、ポンプ吐出し量が周期的に変化するときこの吐出し量の変動量に対する全揚程の変動量の周波数応答を理論的並びに実験的に調べている。そしてポンプ本来の昇圧作用による圧力差は、吐出し口と吸込口の圧力差からポンプ内の流体の慣性によって生じる圧力差を差引くことによって求め得ることを示し、流体の圧縮性が無視できる低振動数域において慣性的に等価な管路の長さを求めている。また塚本ら<sup>(18)</sup>も、遠心ポンプ始動時の過渡性能が定常性能とどのように異なるかを実験的に調べ、ポンプ内流体の慣性によるみかけの全揚程を求めるためにポンプを等価管路に置換え、吸込口から吐出し口までの代表流線に沿った流路断面積をもとにポンプの等価長さを算出している。しかしこれらの研究はその対象がいずれも本研究とは別の現象に属するものであり、それらの振動数は本研究で対象とする脈動振動数よりも低いので、この等価管路を求める手法及び結果をそのまま適用することはできない。

上記においては、主に振動数の面に注目して過去の研究を概観したが、次にエネルギーの面からながめてみることにする。下山ら<sup>(19)</sup>は、送風機の吸込口と吐出し口にダクトを取付けた系において、これらのダクト長の和を一定に保って送風機の取付け位置を変え、これがサージングに及ぼす影響を詳細に実験している。これによると、送風機の取付け位置が圧力定在波の節（速度定在波の腹）に近いほどサージングは激しく、腹に近いほど軽微となる。Sparksら<sup>(11)</sup>は、ポンプを含む管路内の圧力脈動に関し、ポンプが圧力定在波の節（速度定在波の腹）に位置するとき脈動の振幅が大きくなることを指摘している。しかし前述したように、駆動軸系のねじり振動によって生じる圧力脈動の例を紹介するにとどまっておき、定在波とポンプの相対位置の影響に関する詳しい言及はない。一方、秋元<sup>(20)</sup>は水圧管、水車及び吸出し管から成る系において、これらを一つの液柱としてとらえまた水車を一種の絞りと考えて、この水車が圧力定在波の腹（速度定在波の節）に位置するときには脈動の減衰に影響を及ぼさなくなるため、何らかの原因で生じた圧力脈動は長時間持続するも

のと推論している。そして、これを裏付ける現象として水車で生じる異常圧力脈動の例を紹介するとともに、この現象は水車だけでなくポンプにおいても生じ得るものであることを指摘している。

これらの研究から、本研究が対象とするポンプの羽根通過による圧力脈動の場合にも、共振時の管内変動圧力振幅は定在波とポンプの相対位置によって変化することが予想できる。しかしこれに関する研究は未だ発表されていない。

管路系の液柱共振に関しては、固有振動数だけでなく変動圧力の固有モードとその性質を知ることも重要である。ポンプ場や各種プラントにおける実際の配管のように、直管、弁、テーパ管などの各種配管要素を直列及び並列に接続した複合管路では、これら配管要素が及ぼす影響も複雑となる。

酒井らは、往復圧縮機を含む複合管路系の気柱の固有振動数と固有モードを伝達マトリックス法により求める方法を示し<sup>(6)</sup>、さらにその妥当性を確認するための実験も行っている<sup>(21)</sup>。武藤ら<sup>(22)</sup>は、断面積が異なる直管を直列及び並列に接続した複合管路について、変動流量と変動圧力との周波数応答の解析と実験を行っている。これによると、入力を与える位置によりまた同一の入力位置に対しても出力の位置によって共振曲線の形は顕著に異なり、脈動圧力が最大となる振動数も変化する。Camichelら<sup>(23)</sup>は、断面積が異なる直管を直列に接続しその上流端に定圧槽を、下流端に弁をそれぞれ取付けた系について、この弁の開度を周期的に変化させた際の共振振動数を実験的に求めている。Jaeger<sup>(24)</sup>は、Allieviの単一管路に対する水撃理論を拡張することにより、上記のCamichelらが扱った直列管路系のほかに並列管路系の共振振動数を理論的に求める方法を示している。その後Streeterら<sup>(25)</sup>は、直列管路、並列管路のほかに分岐のある管路の共振振動数をインピーダンス法によって求める方法を示し、この方法による計算値がCamichelら<sup>(23)</sup>の実験値とよく一致することを確かめている。またChaudhry<sup>(26)</sup>は、Streeterらが扱った系の共振振動数を伝達マトリックス法により求める方法を示している。しかしこれらの研究では、脈動の励振源が強制的な流量変動か又は開度が周期的に変化する弁かのいずれかの場合を扱っており、本研究におけるポンプとはその特性が異なる。

一方、Zielkeら<sup>(27)</sup>は水力発電所の管路系を対象に、流体摩擦のほかにポンプ及び水車における圧力波の部分的な反射に基づくエネルギー損失を考慮して、共振振動数とそのモードを求めている。しかし対象とする振動数が本研究における羽根通過振動数より低いので、ポンプ及び水車の系を準定常として扱っており、しかもポンプ及び水車をはじめとする管

路の構成諸要素の影響に関しては、その詳細を明らかにするまでには至っていない。

以上述べたように、羽根通過による圧力脈動を対象にしたポンプを含む管路系の液柱共振条件には未だ不明の部分が多く残されている。その主なものを挙げると、第1は共振条件を求める際にポンプをどのように扱えばよいのか、第2はこの共振条件はポンプの幾何学的形状によってどのように変化するのか、第3はポンプを含む複合管路の液柱共振にポンプ及びこれにつながる管路がどのような影響を及ぼすかなどである。

本論文は、これらの問題点を明らかにするために実施した一連の研究をまとめたものである。

以下第2章においては、ポンプの吸込直管の上流及び吐出し直管の下流にタンクを持続した系の液柱固有振動数の実験を行い、この固有振動数に吸込管長、吐出し管長、ポンプの吐出し量及び回転数が及ぼす影響を明らかにするとともに、ポンプを等価管路に置換えることを試みてその妥当性を確かめた。第3章においては、ポンプの羽根通過振動数を液柱固有振動数と一致させ、このときの管内の変動圧力振幅がポンプ位置によってどのように変わるかを明らかにした。第4章においては、比速度の相違によるポンプの幾何学的形状の変化が、ポンプの等価管路及び脈動発生源の相当位置に及ぼす影響を明らかにした。第5章においては、直管、弁、テーパ管を直列及び並列に設置した場合並びに分岐管を設置した場合などの種々の複合管路について実験を行い、ポンプ位置及び配管諸要素が液柱の固有振動数、固有モード及び共振時の変動圧力振幅に及ぼす影響を明らかにした。第6章においては、以上の結果を総括した。

## 第2章 ポンプを含む管路系の圧力脈動とポンプ等価管路<sup>(28)(29)</sup>

### 2.1 緒言

ポンプの羽根通過振動数が液柱固有振動数と一致して共振を起こすと脈動の振幅が大きくなる。したがってこの振幅を小さく抑えるためには、液柱の固有振動数をあらかじめ求めておき共振を回避することがまず必要である。

ポンプを含む管路系の圧力脈動の共振現象に関する Dussourd<sup>(8)</sup>, Chen<sup>(9)</sup>, Erskine<sup>(10)</sup>, Sparks<sup>(11)</sup>, Corley<sup>(12)</sup>の研究及びポンプを等価管路に置換えることを試みている大橋<sup>(19)</sup>, 塚本<sup>(18)</sup>らの研究の対象は、いずれも本研究とは別の現象に属するものである。一方、近藤<sup>(13)</sup>の研究は羽根通過に基づく脈動を対象にしているが、脈動の強弱に対する吸込管の影響を考慮していない。ポンプの羽根通過による圧力脈動の共振条件を知るには、ポンプ系の液柱固有振動数の性質を明らかにしなければならない。

本章においては、比速度 266 ( $\text{m}^3/\text{min}$ ,  $\text{m}$ ,  $\text{rpm}$ )の両吸込うず巻ポンプを用いて吸込管長、吐出し管長、吐出し量及び回転数を広範囲に変えた実験を行い、これらが液柱固有振動数に及ぼす影響を調べた。またポンプを管路系の一要素としてとらえこれを等価管路に置換えて、その長さや直径を実験的に求め、この結果を用いた液柱固有振動数の計算値と実験値の比較検討を行った。

### 2.2 管内の圧力脈動

#### 2.2.1 実験装置と方法

実験装置を図 2.1 に示す。ポンプを含む管路系の液柱固有振動数を求めるには、まずポンプ部分の等価長さを明らかにしなければならない。そのため吸込管と吐出し管をともに単一直線管路とし、これら管路系の影響をできるだけ単純にして実験を行った。また境界条件を明確にするために、それぞれの管の上流と下流にタンクを接続した。供試ポンプには比速度 266 ( $1.5 \text{ m}^3/\text{min} \times 14.5 \text{ m} \times 2280 \text{ rpm}$ ), 吸込口径 150 mm, 吐出し口径 100 mm, 羽根枚数  $z = 5$  の両吸込うず巻ポンプを用いた。その外観を図 2.2 に示す。ポンプで送られた水は、吐出しタンク II (直径 1150 mm × 高さ 2100 mm) から流量測定用のオリフィスと、流量調整用の仕切弁を経て吸込タンク I (2000 mm × 1000 mm × 1000 mm) にもどるようにした。吸込管と吐出し管には、呼び径がそれぞれ 150 A (内径 155.2 mm) と 100

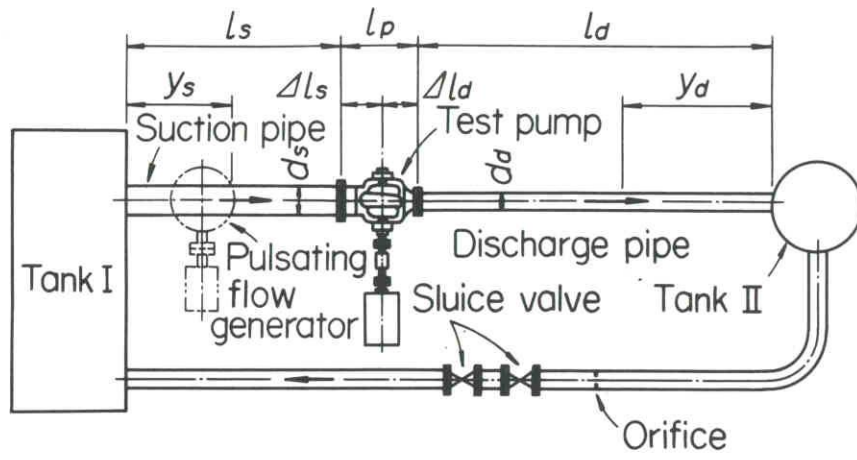


図 2.1 実験装置

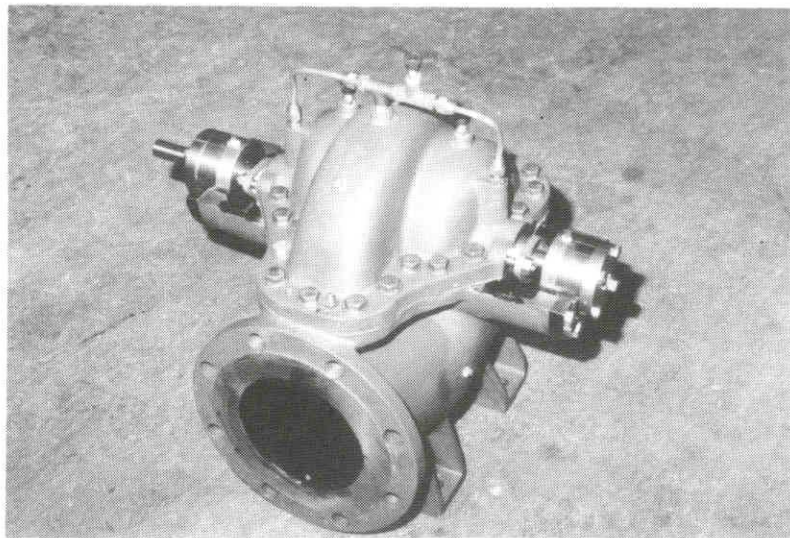


図 2.2 供試ポンプの外観

A (内径 105.3 mm) の市販鋼管を用い、吸込管長  $l_s$  , 吐出し管長  $l_d$  及びポンプ回転数  $N$  を種々に変え、そのときの変動圧力を吸込管と吐出し管の管軸に沿って 250 ~ 500 mm 間隔で同時に測定した。測定には受圧面の直径が 5.5 mm のフラッシュダイヤフラム形のひずみゲージ式圧力変換器と動ひずみ計を用い、実時間スペクトル分析器により脈動の振動数と振幅を求めた。なお実験値の整理に際し、吸込管及び吐出し管の実長に  $0.4 d^{(30)-(32)}$  の開口端補正長を加えた長さをそれぞれ  $l_s$  ,  $l_d$  とした。

以下、特に断らない限りポンプを最高効率点で運転した場合の結果を示す。

## 2. 2. 2 実験結果と考察

### (a) 変動圧力のスペクトルと波形

吐出しタンク II の上流  $y_d = 14.2 d_d$  の位置における吐出し管内変動圧力の実時間スペクトル分析結果を図 2. 3 に示す。回転数は  $N = 38.0$  rps の場合を示し、 $l^*$  は吸込管内径で無次元化した管長で  $l^* = l/d_s$  である。図からわかるように、変動圧力のスペクトルの卓越成分はポンプの回転数  $N$  ( $zN = 5N$ ) 及びその高調波成分と、これらに比べてすえ広がりピークをもつ振動数  $f_n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) とから成る。図 2. 4 は、吸込タンク I の下流  $y_s = 8.0 d_s$  の位置において、図 2. 3 と同時に測定した吸込管内の変動圧力のスペクトルである。すえ広がりピークをもつ振動数の波は、吸込管でも吐出し管と同一の振動数で現れている。

次に回転数  $N$  を同一に保ち、 $l_s^*$  及び  $l_d^*$  を変えて前述の図 2. 3 及び図 2. 4 の  $f_2$  を羽根通過振動数  $f_{zN}$  ( $= zN = 190$  Hz) と一致させ、そのとき測定した変動圧力のスペクトルを吐出し管側について示すと、図 2. 5 のようになる。この場合、測定位置のタンクからの距離は図 2. 3 と同一である。図 2. 3 と図 2. 5 の比較からわかるように、この一致振動数において吐出し管における変動圧力の振幅は著しく大きくなる。図 2. 6 に示すように、同様の現象は吸込管においても認められる。このことは波形をみればいっそう明りようとなるので、図 2. 3 ~ 図 2. 6 に対応する変動圧力の波形を図 2. 7 (a) 及び (b) に示す。同図において上が吐出し管内の、下が吸込管内の変動圧力波形である。同様の現象は別の振動数  $f_1$  ,  $f_3$  にも認められ、これらの振動数がポンプを含む管路系の液柱固有振動数であることがわかる。



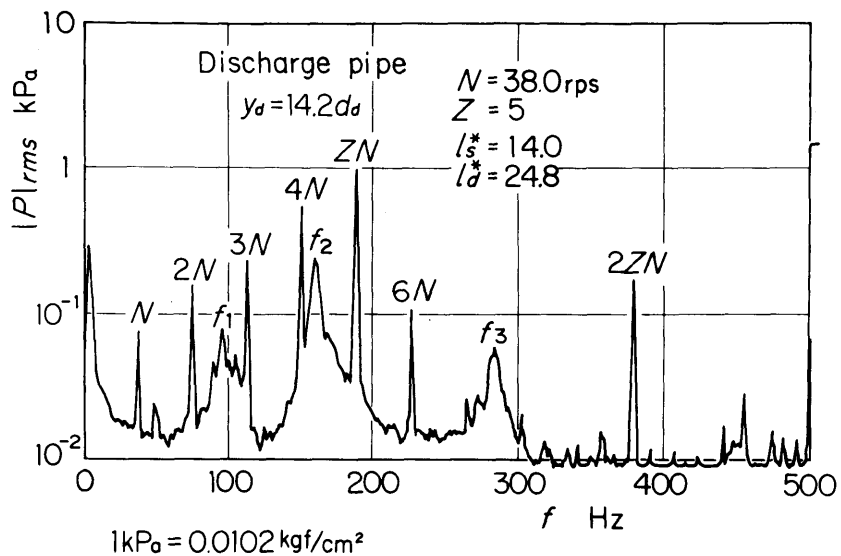


図 2.3 変動圧力の実時間スペクトル分析結果（吐出し管）

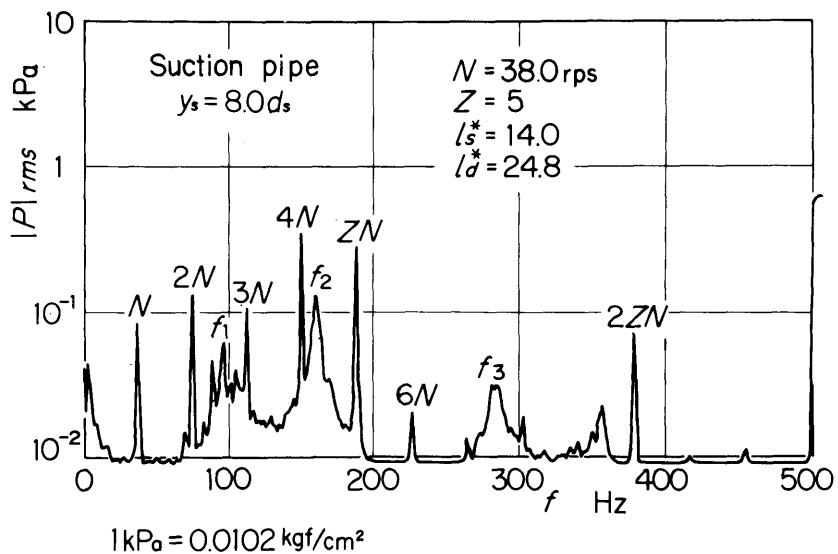


図 2.4 変動圧力の実時間スペクトル分析結果（吸込管）

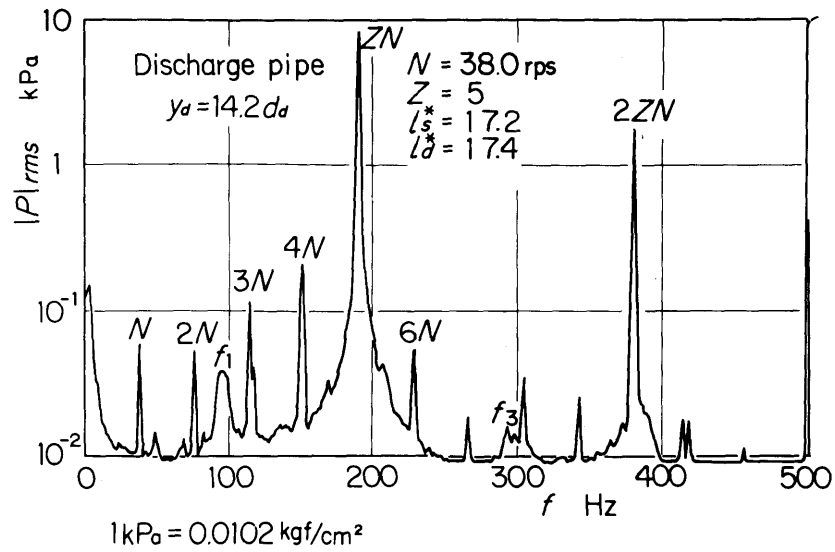


図 2.5 変動圧力の実時間スペクトル分析結果（吐出し管）

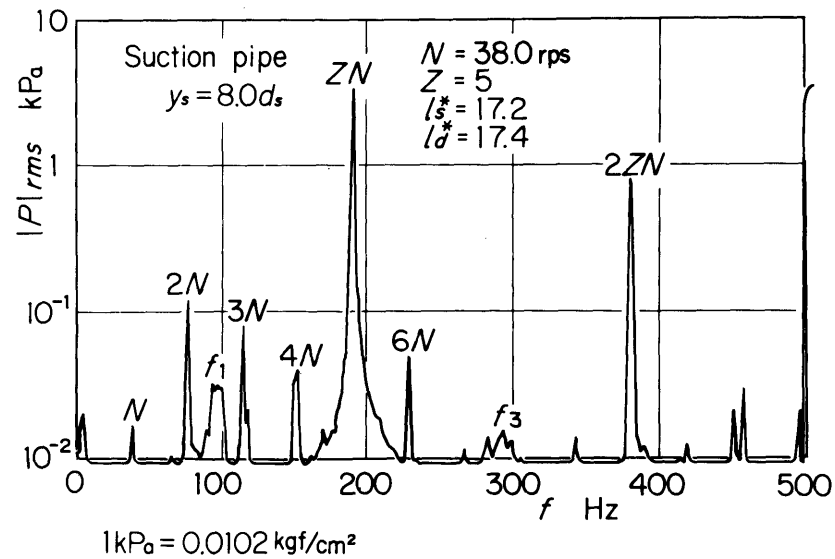
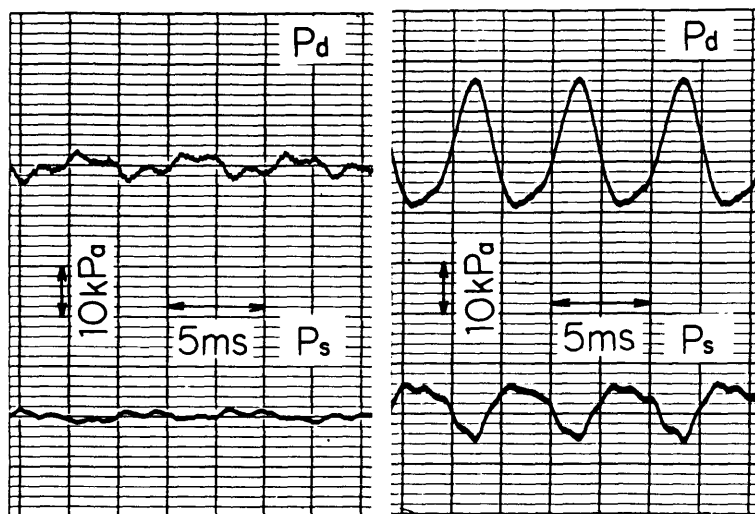


図 2.6 変動圧力の実時間スペクトル分析結果（吸込管）



$1\text{kPa} = 0.0102\text{ kgf/cm}^2$

(a)

(b)

図 2.7 変動圧力の波形

### (b) 吸込管長と吐出し管長の影響

回転数  $N$  及び吐出し管長  $l_a^*$  を同一に保ち、吸込管長  $l_s^*$  を 2 とおりに変えた場合の羽根通過振動数  $f_{ZN}$  成分の振幅を、管軸に沿って示すと図 2. 8 のようになる。ここで、 $x^*$  及び  $|P^*|_{p-p}$  は次式で定義した無次元量である。

$$x^* = x/d_s \quad (2.1)$$

$$|P^*|_{p-p} = |P|_{p-p}/(\rho u^2/2) \quad (2.2)$$

図によると、吸込管ではタンクの出口を吐出し管ではタンクの入口を節とする圧力定在波が形成され、吸込管長  $l_s^*$  の影響が吸込管だけでなく吐出し管の変動圧力の振幅にも現れている。図 2. 8 の実験点①及び②に対応する位置における変動圧力のスペクトルをそれぞれ図 2. 9 及び図 2. 10 に示す。両図からわかるように、吸込管の長さ  $l_s^*$  だけを 20.4 (図 2. 9) から 14.0 (図 2. 10) に短くすると、固有振動数が高振動数側に移動して  $f_2 \doteq f_{ZN}$  の条件を満足するために吐出し管と吸込管の変動圧力の振幅がともに大きくなる。

次に  $N$  及び  $l_s^*$  を同一に保ち吐出し管長  $l_a^*$  を 2 とおりに変えて測定した  $f_{ZN}$  成分の振幅を管軸に沿って示すと、図 2. 11 のようになる。この場合にも、吐出し管長  $l_a^*$  の影響が吐出し管だけでなく吸込管の変動圧力の振幅にも現れている。これは、吐出し管の長さ  $l_a^*$  だけを 24.8 から 19.9 に短くしても、吸込管の長さ  $l_s^*$  だけを短くした前述の例と同様、固有振動数  $f_2$  が高振動数側に移動して  $f_{ZN}$  に近づき、吐出し管と吸込管の変動圧力の振幅がともに大きくなるからである。

### (c) ポンプの吐出し量と回転数の影響

2 種類の管路長さについて、実時間スペクトル分析から求めたすえ広がりピークをもつ振動数すなわち液柱固有振動数  $f_n$  と吐出し量  $\bar{Q}$  の関係を求めると、図 2. 12 のようになる。ただし、この図は次式で定義する無次元量で表示してある。

$$\bar{Q}^* = \bar{Q}/\bar{Q}_{\eta_{\max}} \quad (2.3)$$

$$\Omega_n = 2\pi f_n d_s / a_s \quad (2.4)$$

図は代表例として次数  $n = 2$ 、無次元回転数  $M_u = u/a_s = 0.0165$  の場合を示すが、この図からわかるように無次元固有振動数  $\Omega_n$  は吐出し量  $\bar{Q}^*$  によらず一定とみなし得る。

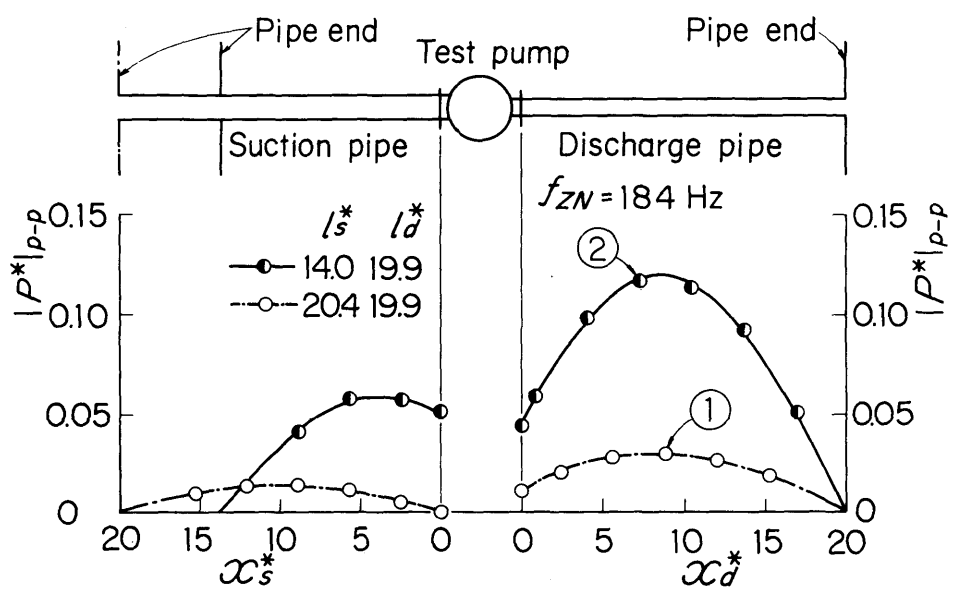


図 2.8 吸込管と吐出し管における圧力定在波  
(吸込管長の影響)

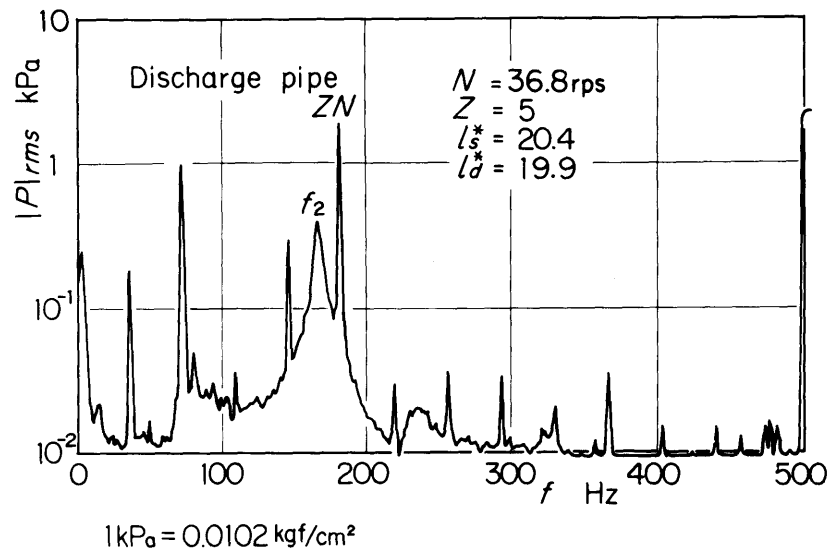


図 2.9 変動圧力の実時間スペクトル分析結果 (実験点①)

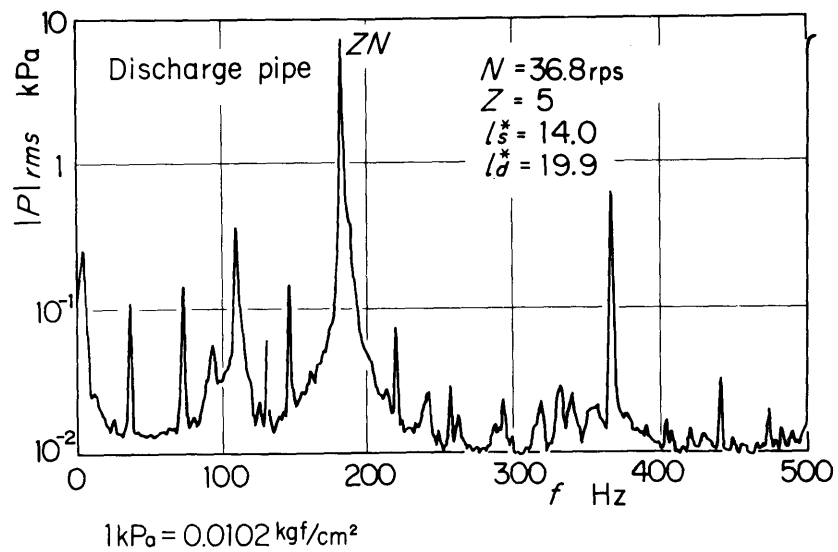


図 2.10 変動圧力の実時間スペクトル分析結果 (実験点②)

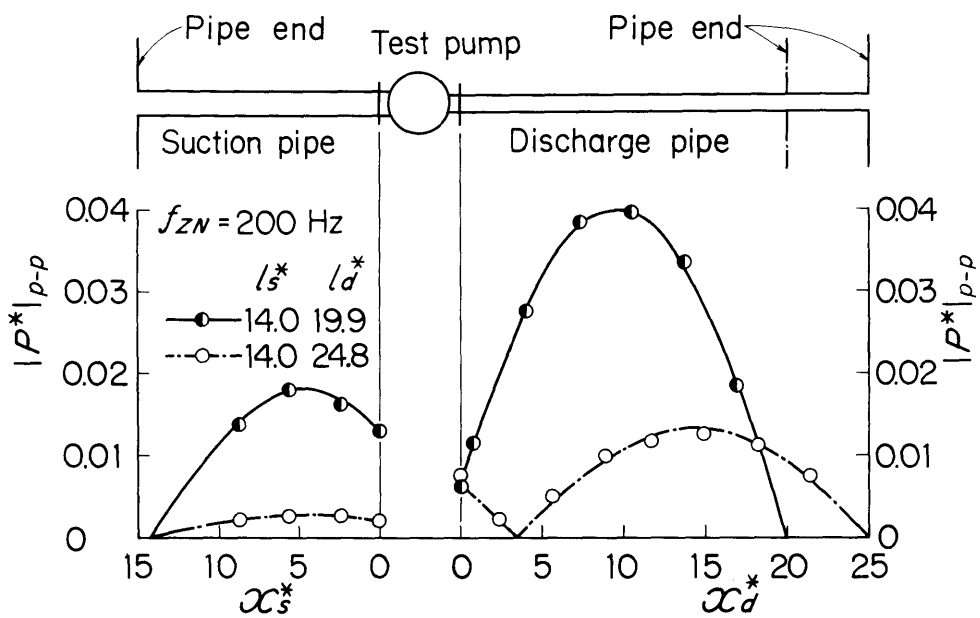


図 2.11 吸込管と吐出し管における圧力定在波  
(吐出し管長の影響)

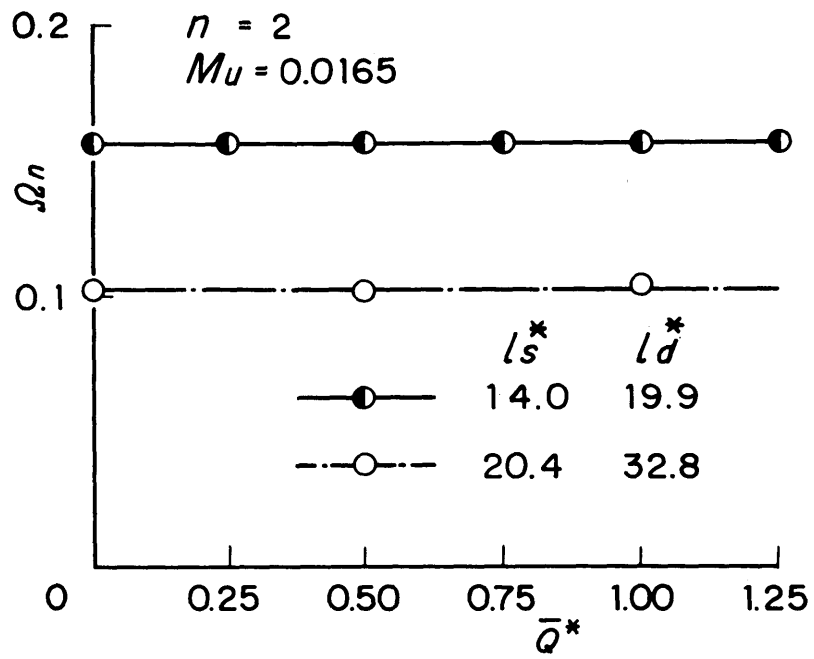


図 2.12 吐出し量と固有振動数の関係

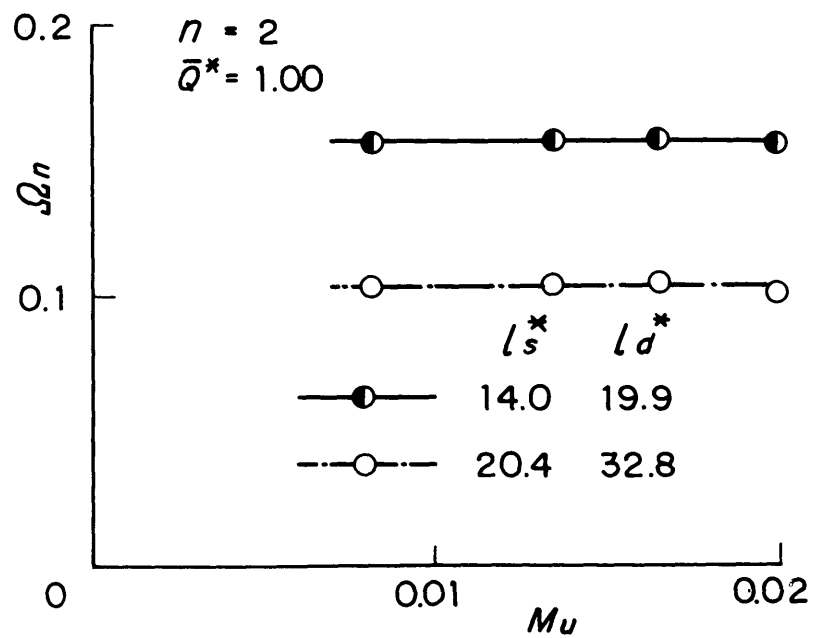


図 2.13 回転数と固有振動数の関係



次に図 2. 12 と同一の 2 種類の管路長さについて、吐出し量  $\bar{Q}^*$  を一定 (= 1.00) に保ちポンプの回転数  $N$  を変えてその影響を調べてみると、図 2. 13 のようになる。この場合も代表例として  $n = 2$  の場合を示すが、固有振動数  $\Omega_n$  は回転数  $M_u$  によらず一定とみなすことができる。

## 2. 3 液柱固有振動数

### 2. 3. 1 液柱固有振動数の理論

前項 2. 2. 2 で述べたように、ポンプを含む管路系の液柱固有振動数は、ポンプの吸込管と吐出し管において同一の振動数として現れ、吸込管と吐出し管の長さの影響を受ける。したがって圧力が波動としてポンプ本体を通過し、その伝播特性がポンプを含む管路系の液柱固有振動数に影響するものと考えられる。そこでポンプを等価管路に置換えてその長さを  $l_{eq}$ 、直径を  $d_{eq}$  で表し、図 2. 14 に示すように、吸込管の上流と吐出し管の下流をともにタンクに接続した系を考える。吸込タンク出口（添字 1）と吐出しタンク入口（添字 2）における圧力の変動量  $P$  と流量の変動量  $Q$  の関係は、代表長さ<sup>(33)</sup>と代表速度にそれぞれ吸込管内径  $d_s$  と吸込管内の圧力波伝播速度  $a_s$  をとると、流体粘性を無視した場合、次の伝達マトリックス表示で与えられる。

$$\begin{bmatrix} P_1^* \\ Q_1^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta_s^* l_s^* & j \sin \beta_s^* l_s^* \\ j \sin \beta_s^* l_s^* & \cos \beta_s^* l_s^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \beta_{eq}^* l_{eq} & j Z_{ceq}^* \sin \beta_{eq}^* l_{eq} \\ j (1/Z_{ceq}^*) \sin \beta_{eq}^* l_{eq} & \cos \beta_{eq}^* l_{eq} \end{bmatrix} \\ \times \begin{bmatrix} \cos \beta_a^* l_a^* & j Z_{ca}^* \sin \beta_a^* l_a^* \\ j (1/Z_{ca}^*) \sin \beta_a^* l_a^* & \cos \beta_a^* l_a^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_2^* \\ Q_2^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_2^* \\ Q_2^* \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

式 (2. 5) から

$$P_1^* = AP_2^* + BQ_2^* \quad (2.6)$$

境界条件は管端で

$$P_1^* = P_2^* = 0 \quad (2.7)$$

であるから、これら両式から次式を得る。

$$B = 0 \quad (2.8)$$

上式 (2. 8) を満足する  $\Omega$  を  $\Omega_n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) と表示すれば、この  $\Omega_n$  が求めるべき固有振動数である。<sup>(33)</sup>

### 2. 3. 2 ポンプの等価長さと等価直径

以上では，ポンプの運転に伴って管内に生じる羽根通過振動数成分の圧力定在波を扱ったが，ここでは，ポンプ本体の圧力波の伝播特性からポンプの等価管路を実験的に求めるために，ポンプとは別の脈動発生源により管内に生じる圧力定在波について考察する。そこで図 2. 15 に示すように，ポンプの吸込管の上流に脈動発生源があり，吐出し管の下流をタンクに接続した系を考える。この発生源からの脈動は，吸込管を伝わり供試ポンプを通過して吐出し管に達し吐出しタンクの入口で反射するので，同図の実線で示す圧力定在波を形成する。吸込管において，ポンプの吸込口から圧力の腹までの距離を  $x_1$ ，この位置に対し脈動発生源側の圧力の節までの距離を  $l_1$  とする。また圧力の変動量と流量の変動量を，ポンプ吸込口においてそれぞれ  $P_{1'}$ ， $Q_{1'}$ ， $x_1$  において  $P_{x_1}$ ， $Q_{x_1}$ ， $l_1$  において  $P_1 (= 0)$ ， $Q_1$  と表示する。吐出し管についても同様に図示のごとく記号を定める。この系において，吸込管で長さが  $l_1$  の部分，供試ポンプ及び吐出し管で長さが  $l_2$  の部分を含む区間では，前述の式 ( 2. 5 ) ~ ( 2. 8 ) と同じ考えが成立するので，式 ( 2. 8 ) で  $l_s^*$  の代わりに  $l_1^*$ ， $l_d^*$  の代わりに  $l_2^*$  と置くことにより次式を得る。

$$\tan \beta_{eq}^* l_{eq}^* = \frac{\tan \beta_s^* l_1^* + Z_{ca}^* \tan \beta_d^* l_2^*}{(Z_{ca}^*/Z_{ceq}^*) \tan \beta_s^* l_1^* \tan \beta_d^* l_2^* - Z_{ceq}^*} \quad (2.9)$$

図 2. 15 の系を吸込管路 (長さ  $l_1$ ) と，ポンプ等価管路及び吐出し管路 (長さ  $l_2$ ) の二つに分けて考える。

まず吸込管路において次の二つの式が成立する。

$$\begin{bmatrix} P_{x_1}^* \\ Q_{x_1}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{x_1} & B_{x_1} \\ C_{x_1} & D_{x_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{1'}^* \\ Q_{1'}^* \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

$$\begin{bmatrix} P_{1'}^* \\ Q_{1'}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_s & -B_s \\ -C_s & D_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1^* \\ Q_1^* \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

ここで，

$$\left. \begin{aligned} A_{x_1} &= D_{x_1} = \cos \beta_s^* x_1^* = \cos \left( \beta_s^* l_1^* - \frac{\pi}{2} \right) = \sin \beta_s^* l_1^* \\ B_{x_1} &= C_{x_1} = j \sin \beta_s^* x_1^* = j \sin \left( \beta_s^* l_1^* - \frac{\pi}{2} \right) = -j \cos \beta_s^* l_1^* \\ A_s &= D_s = \cos \beta_s^* l_1^* \\ B_s &= C_s = j \sin \beta_s^* l_1^* \end{aligned} \right\} \quad (2.12)$$

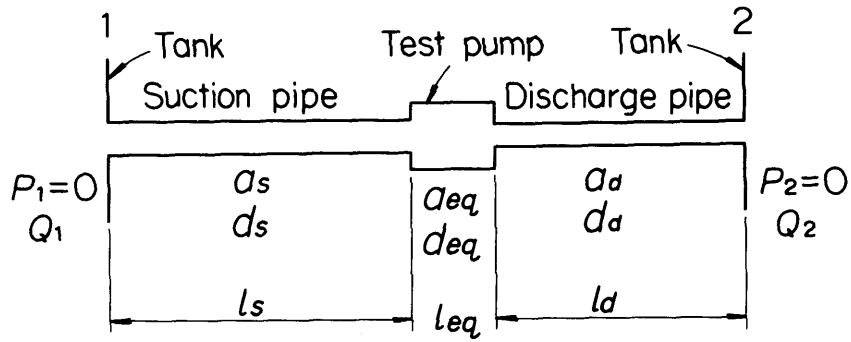


図 2.14 ポンプを含む管路系

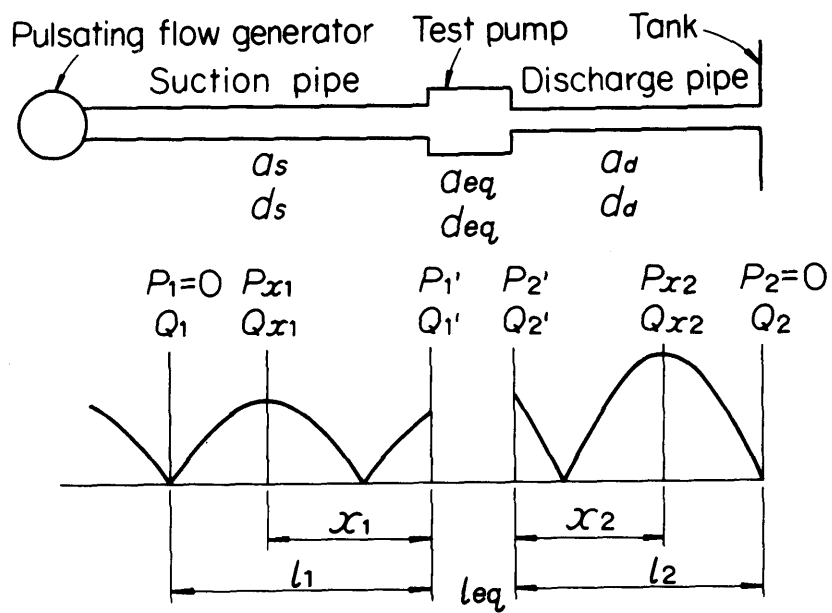


図 2.15 等価管路の求め方の説明図

またポンプの等価管路及び吐出し管路において、次式が成立する。

$$\begin{bmatrix} P_{x2}^* \\ Q_{x2}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{x2} & -B_{x2} \\ -C_{x2} & D_{x2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{eq} & -B_{eq} \\ -C_{eq} & D_{eq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1^* \\ Q_1^* \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} A_{x2} &= D_{x2} = \cos \beta_d^* x_2^* = \cos \left( \beta_d^* l_2^* - \frac{\pi}{2} \right) = \sin \beta_d^* l_2^* \\ B_{x2} &= jZ_{cd}^* \sin \beta_d^* x_2^* = jZ_{cd}^* \sin \left( \beta_d^* l_2^* - \frac{\pi}{2} \right) = -jZ_{cd}^* \cos \beta_d^* l_2^* \\ C_{x2} &= j(1/Z_{cd}^*) \sin \beta_d^* x_2^* = j(1/Z_{cd}^*) \sin \left( \beta_d^* l_2^* - \frac{\pi}{2} \right) = -j(1/Z_{cd}^*) \cos \beta_d^* l_2^* \\ A_{eq} &= D_{eq} = \cos \beta_{eq}^* l_{eq} \\ B_{eq} &= jZ_{ceq}^* \sin \beta_{eq}^* l_{eq} \\ C_{eq} &= j(1/Z_{ceq}^*) \sin \beta_{eq}^* l_{eq} \end{aligned} \right\} \quad (2.14)$$

境界条件は  $x = l_1$  で、

$$P_1^* = 0 \quad (2.15)$$

以上の式 ( 2.10 ) ~ ( 2.15 ) から次式を得る。

$$\frac{P_{x2}^*}{P_{x1}^*} = \frac{(A_{x2}A_{eq} + B_{x2}C_{eq})Z_1^* - (A_{x2}B_{eq} + B_{x2}D_{eq})}{A_{x1}Z_1^* + B_{x1}} \quad (2.16)$$

ここで、 $Z_1^* = P_1^*/Q_1^* = -B_s/D_s$  である。

式 ( 2.9 ) 及び ( 2.16 ) における未知量は、 $l_{eq}^*$ 、 $d_{eq}^*$ 、 $P_{x1}^*$ 、 $P_{x2}^*$ 、 $a_{eq}^*$ 、 $a_d^*$ 、 $l_1^*$ 、 $l_2^*$  及び  $Q$  である。そこでこれらのうち  $Q$  と  $P_{x1}^*$ 、 $P_{x2}^*$ 、 $a_{eq}^*$ 、 $a_d^*$ 、 $l_1^*$  及び  $l_2^*$  の関係を実験により求めておけば、式 ( 2.9 ) と ( 2.16 ) を連立して解くことにより、無次元振動数  $Q$  とポンプの等価長さ  $l_{eq}^*$  及び等価直径  $d_{eq}^*$  の関係を求めることができる。

### 2. 3. 3 実験結果と考察

#### (a) ポンプの等価長さと等価直径

2. 2. 2 (c) 項で述べたように、液柱固有振動数はポンプの吐出し量及び回転数によりほとんど変化しない。したがって、ポンプの等価長さ及び等価直径に及ぼすこれらの影響は非常に小さいと考えることができるので、停止した状態のポンプについて以下のように等価長さと等価直径を求めることにした。すなわち前述の図 2. 1 に示す吸込管の途中に脈動発生用のポンプを組み込み、これを吐出しタンク II の下流に設けた仕切弁を全閉にして運転した。このときの変動圧力振幅を、2. 2. 1 項と同様の方法により吸込管と吐出し管の管軸に沿って 250～500mm 間隔で測定した。この際、吸込管、吐出し管ともに 8 箇所以上の測定位置において同時測定を行った。

まず吸込管において、実験値すなわちポンプ吸込口からの距離  $x$  の位置における変動圧力の振幅  $p - p$  値  $|P|_{p-p}$  及び振動数  $f$  を次式

$$|P|_{p-p} = A_0 \sin\{(2\pi f/a)(x - x_0)\} \quad (2. 17)$$

に当てはめ、最小二乗法により  $A_0$ 、 $a$ 、 $x_0$  を求める。次に

$$\left. \begin{aligned} P_{x1}^* &= P_{x1}/\rho a^2 = A_0/\rho a^2, & a_s &= a, \\ l_1^* &= (x_0 + a/2f)/d_s, & Q &= 2\pi f d_s/a \end{aligned} \right\} \quad (2. 18)$$

なる関係を用いて、 $P_{x1}^*$ 、 $a_s$ 、 $l_1^*$ 、 $Q$  を求める。全く同様にして、吐出し管における実験値から  $P_{x2}^*$  (吸込管における変動圧力と逆位相のときは負号を付ける)、 $a_d^* (= a_d/a_s)$  及び  $l_2^*$  を求め、これらの値を式 (2. 9) 及び (2. 16) に代入すれば、無次元振動数  $Q$  と等価長さ  $l_{eq}^*$  及び等価直径  $d_{eq}^*$  の関係が求まる。脈動発生用のポンプの回転数又は羽根枚数を変えることにより脈動の振動数  $f$  を広範囲に変えた一連の実験から得られた結果を、図 2. 16 に示す (ただし  $a_{eq}^* = 1$ )。図中の○印、●印はそれぞれ  $l_{eq}^*$ 、 $d_{eq}^*$  の実験値を示す。また一点鎖線は簡単のために折線で最小二乗近似した  $l_{eq}^*$  を、実線は直線で最小二乗近似した  $d_{eq}^*$  を示す。得られた実験式は次のとおりである。

$$\left. \begin{aligned} l_{eq}^* &= 12.5 - 50.9Q & (0.05 < Q < 0.131) \\ &= 6.57 - 5.62Q & (0.131 \leq Q < 0.45) \end{aligned} \right\} \quad (2. 19)$$

$$d_{eq}^* = 0.841 - 0.678Q \quad (0.05 < Q < 0.45) \quad (2. 20)$$

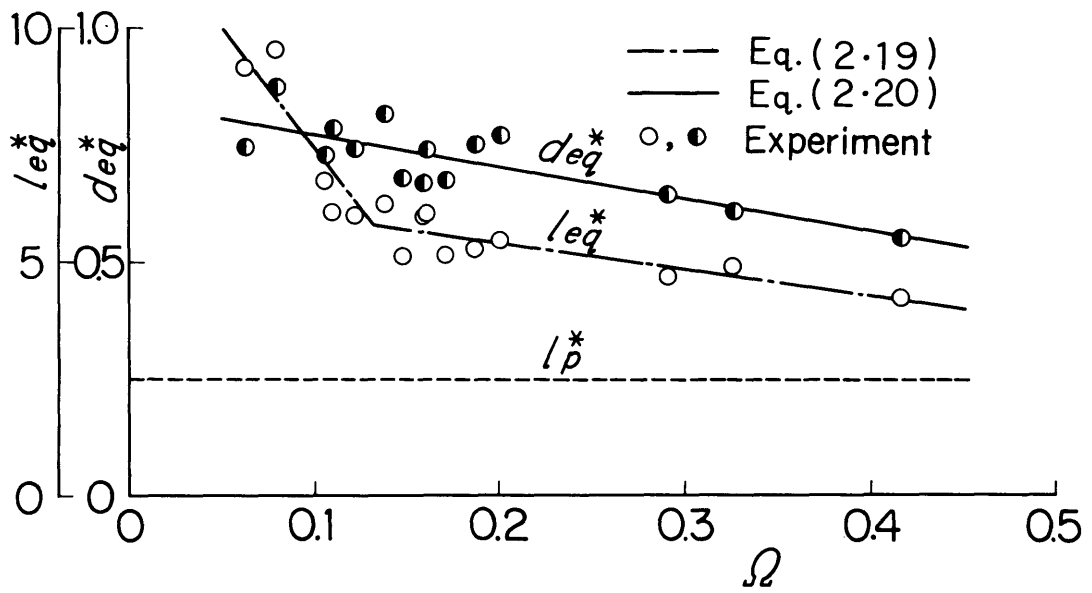


図 2.16 ポンプ等価管路の長さ と 直径

図によると、 $Q$ が増加するにつれて  $l_{e_q}^*$ 、 $d_{e_q}^*$  はともに減少する。参考のために、図中には  $l_p^* (= l_p/d_s)$  の値も示してある。

さてここで  $Q$  の物理的な意味を考察する。

定義から

$$Q = 2\pi f d_s / a_s \quad (2.21)$$

であるが、吸込管内の波長を  $\lambda_s$  とすると  $a_s$  は次の関係で与えられる。

$$a_s = \lambda_s f \quad (2.22)$$

したがって、 $Q$  と  $\lambda_s$  の関係は次のようになる。

$$Q = 2\pi d_s / \lambda_s \quad (2.23)$$

すなわち  $Q$  は代表寸法と波長の比に比例する。

図 2.16 の結果は、供試ポンプと幾何学的に相似なポンプに適用できる。いま供試ポンプ及びこれと幾何学的に相似なポンプを考える。これら二つのポンプにおいて、一般に吸込管内の圧力波伝播速度  $a_s$  は同一（管壁の弾性を無視）であるから、 $N \propto f \propto f/a_s = 1/\lambda_s$  が成立つので、回転数  $N$  が同一ならば  $\lambda_s$  も同一となる。したがって相似なポンプが供試ポンプより大形の場合には、 $d_s$  が大きいので  $Q$  が大きくなり、小形の場合には逆に小さくなる。

また 2.2.2. (c) 項の無次元回転数  $M_u$  を書き直すと、

$$M_u = u/a_s = \pi D_2 N / a_s \propto D_2 f / a_s \propto D_2 / \lambda_s \quad (2.24)$$

となる。幾何学的に相似なポンプでは  $D_2 \propto d_s$  であるから、 $M_u$  は  $d_s/\lambda_s$  に比例し、 $Q$  と物理的に同じ意味をもつ。

なお本章では、ポンプを等価管路で表示することを試みているので、代表長さとしてはポンプの羽根車直径、うず巻室の平均直径、吸込口径、吐出し口径などが考えられる。しかしポンプの等価長さ及び等価直径は、羽根車よりもポンプケーシングの方の影響が大と考え得ること、代表速度に吸込管内の圧力波伝播速度をとったことなどの理由により、ここでは吸込口径とほぼ一致する吸込管内径を代表長さにとっている。

### (b) 液柱固有振動数

式 ( 2.9 ) (ただしここでは  $l_1^*$  の代わりに  $l_s^*$  ,  $l_2^*$  の代わりに  $l_a^*$  と置く) ,  
( 2.19 ) 及び ( 2.20 ) を連立して解いた無次元固有振動数  $\Omega_n$  の計算値を実験値と比較し, その妥当性を確かめてみよう。実験は図 2.1 の装置で行い, 無次元回転数を  $M_u = 0.0165$  とした。

結果を吐出し管長  $l_a^*$  と  $\Omega_n$  の関係において示すと図 2.17 のようになる。図は吸込管長  $l_s^* = 14.0$  の場合であり, ○印は実験値で, 実線はポンプを式 (2.19) 及び (2.20) で表した等価管路に置換えたときの計算値を示す。一点鎖線は, ポンプの吸込フランジから軸心までの距離 (図 2.1 参照) を  $\Delta l_s$ , 軸心から吐出しフランジまでの距離を  $\Delta l_a$  としたとき, ポンプを長さが  $\Delta l_s^* (= \Delta l_s / d_s)$  で直径が  $d_s^* (= 1)$  に等しい管路と, 長さが  $\Delta l_a^* (= \Delta l_a / d_s)$  で直径が  $d_a^*$  に等しい管路に置換えたときの計算値を示す。また破線は, ポンプの等価長さを 0 としたときの計算値である。一点鎖線と破線で示す計算値がいずれも実験値を大きく上まわるのに対し, 実線で示す計算値は次数  $n = 1, 2, 3$  とも実験値とよく一致する。そしてこの  $\Omega_n$  は  $l_a^*$  が増加するにつれて減少する。したがって式 (2.19) 及び (2.20) は, ポンプの等価管路を適切に表現しているといえる。

$n = 1, 2, 3$  に対する  $l_s^*$  と  $\Omega_n$  の関係をそれぞれ図 2.18 ~ 図 2.20 に示す。図における計算値は, いずれもポンプを式 (2.19) 及び (2.20) で表した等価管路に置換えて得たものである。いずれの図からも,  $l_s^*$  が増加するにつれて  $\Omega_n$  は減少することがわかる。

なお  $l_a^*$  及び  $l_s^*$  を変えた一連の実験によれば, ポンプを式 (2.19) 及び (2.20) で表したときの計算値と実験値の比は 0.94 ~ 1.07 であり, 両者はよく一致する。



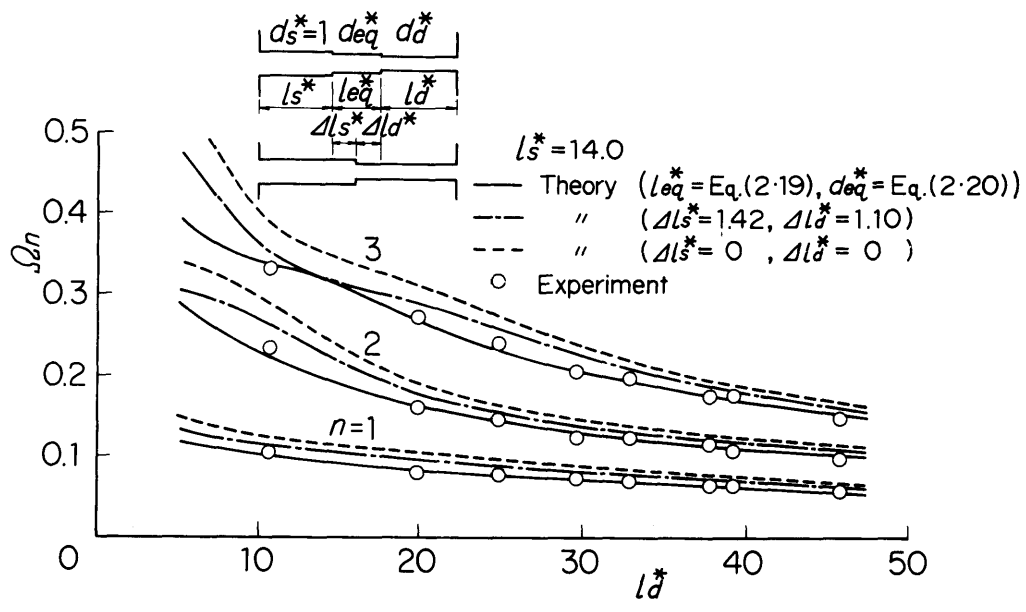


図 2.17 吐出し管長と固有振動数の関係 ( $l_s^* = 14.0$ )

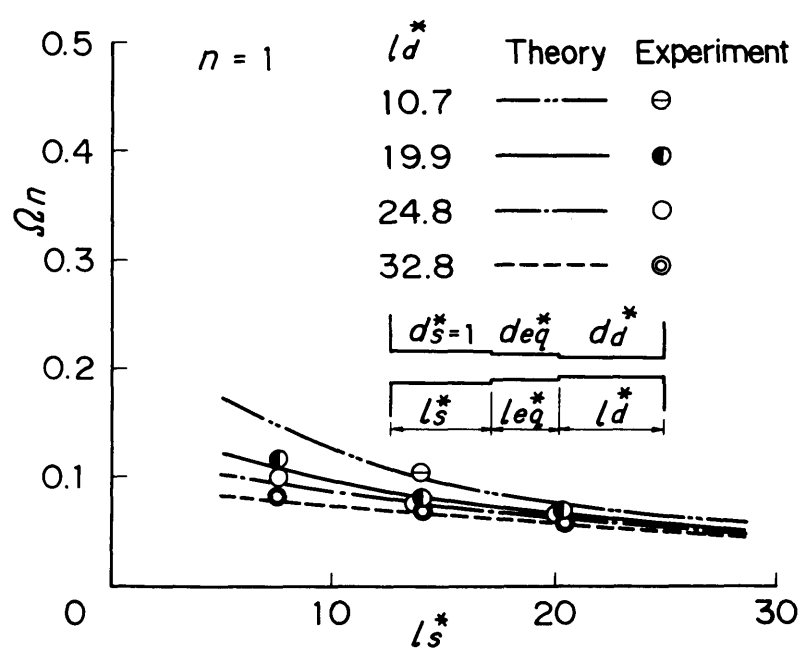


図 2.18 吸込管長と固有振動数の関係 ( $n = 1$ )

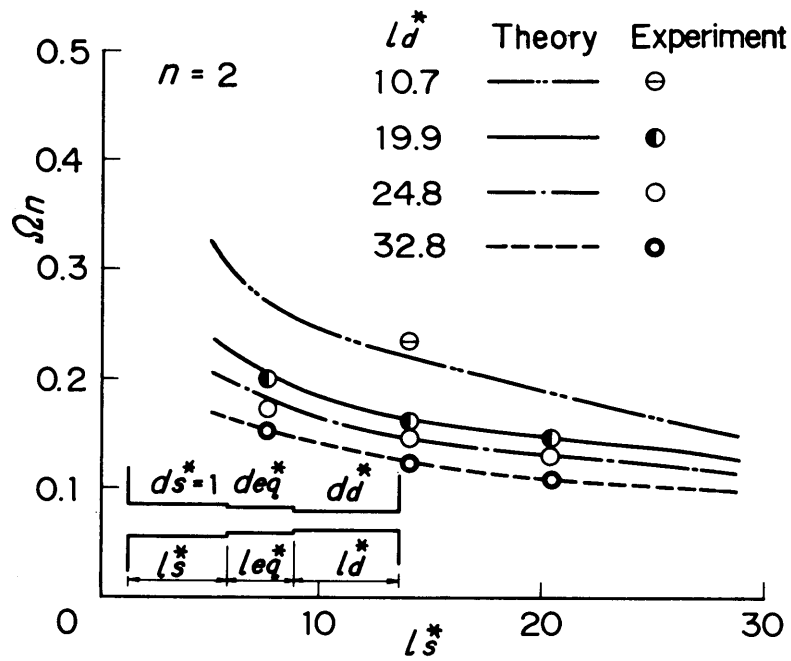


図 2.19 吸込管長と固有振動数の関係 ( $n = 2$ )

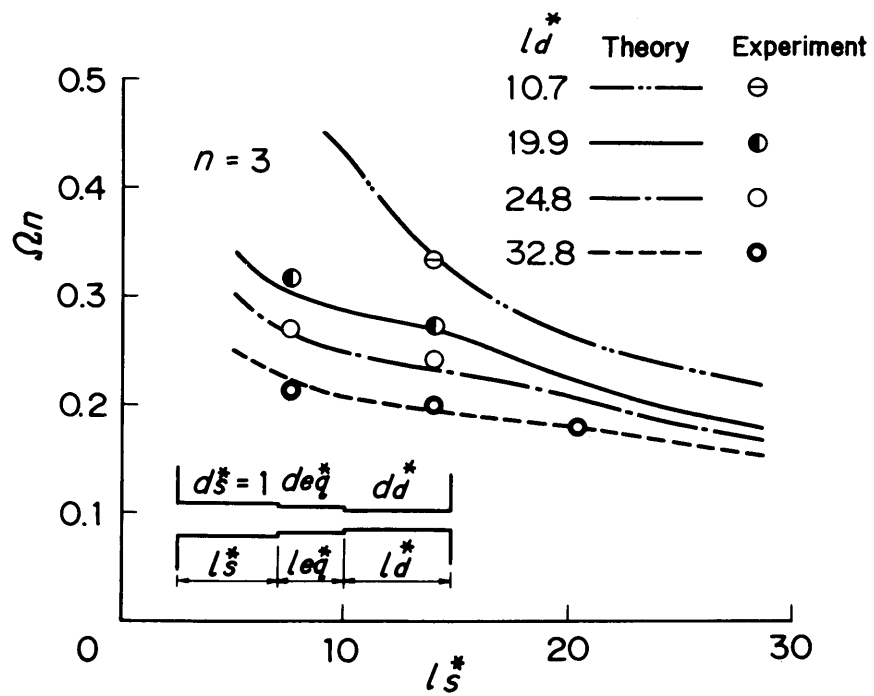


図 2.20 吸込管長と固有振動数の関係 ( $n = 3$ )

## 2.4 結 言

両吸込うず巻ポンプ〔比速度 266 (  $\text{m}^3/\text{min}$ ,  $\text{m}$ ,  $\text{rpm}$  )〕の吸込管の上流, 及び吐出管の下流にタンクを接続した系の液柱固有振動数について実験的に検討し, 以下のことを明らかにした。

(1) 式 (2.9) 及び (2.16) を用いてポンプを等価管路に置換えることにより, 液柱固有振動数を精度よく求めることができる。

(2) 液柱固有振動数は吸込管路, 吐出し管路及びポンプ等価管路に依存し, 吸込管長及び吐出し管長のいずれを長くしても減少し, またいずれを短くしても増加する。

(3) 液柱固有振動数に及ぼすポンプの吐出し量及び回転数の影響は小さく無視できる。

## 第3章 共振時の変動圧力振幅とポンプ位置<sup>(34)</sup>

### 3.1 緒言

前章においては、ポンプを等価管路に置換えることによりポンプを含む管路系の液柱固有振動数を精度よく求め得ること、この固有振動数は吸込管路、吐出し管路及びポンプ等価管路の長さに依存することなどを明らかにした。しかし羽根通過振動数が液柱固有振動数と一致して共振を起こしたときの脈動の振幅の大小には触れていない。

圧力脈動を低減するためには、まず第一に、羽根通過振動数と液柱固有振動数の一致による共振を避けなければならない。しかし省エネルギーの観点から、最近では流量調整にポンプの回転数制御を多く用いるようになり、その制御範囲が広い場合共振を避けることは困難なことが多い。一方、ポンプと定在波の相対位置によってポンプが管内の流体に与える脈動エネルギーは変化するので、共振時の変動圧力の振幅も変わるものと考えられる。したがって、ポンプ位置又は羽根通過振動数を変更してポンプと定在波の相対位置を変えることにより共振時の脈動振幅を小さく抑えることができれば、実用上、極めて有益である。

ポンプ、送風機及び水車の取付け位置が管内の変動圧力振幅に及ぼす影響に関しては古くから研究が行われているが<sup>(1)(11)(9)(20)</sup>、これらはいずれも本研究とは別の現象に関するものであり、ポンプの羽根通過振動数が液柱と共振を起こしたときのポンプ位置と脈動振幅の関係を詳細に調べた研究は未だ発表されていない。

本章では、吸込管長、吐出し管長及びポンプ回転数を変えることにより管内に生じる圧力定在波とポンプの相対位置を変え、羽根通過振動数が液柱固有振動数と一致して共振を起こしたときの変動圧力振幅とポンプ位置の関係を明らかにした。

### 3.2 実験装置と方法

ポンプの配管は、実際には直管のほかにテーパ管、弁などの種々の要素を含む複合管路から成ることが多い。このような系では、定在波とポンプの相対位置の関係並びに変動圧力の振幅の関係も複雑になる。本章においては、まずできるだけ単純な系でこれらの関係を調べることにした。そこで前章と同様、吸込管と吐出し管をともに直線単一管路とし、それぞれの管の上流及び下流に開端の条件を得るため一定容量のタンクを一つずつ接続して実験を行った。

実験装置を図 3.1 に示す。供試ポンプには、前章と同一の比速度  $266 \text{ ( m}^3/\text{min, m )}$ ,

rpm)，吸込口径 150 mm，吐出し口径 100 mm，羽根枚数  $z = 5$  の両吸込うず巻ポンプを用いた。ポンプで送られた水は，吐出しタンク II（直径 1150 mm × 高さ 2100 mm）から流量測定用のオリフィスと流量調整用の仕切弁を経て，吸込タンク I（2000 mm × 1000 mm × 1000 mm）にもどるようにした。吸込管と吐出し管には，呼び径がそれぞれ 150 A（内径 155.2 mm）と 100 A（内径 105.3 mm）の市販の鋼管を用い，吸込管長  $l_s$ ，吐出し管長  $l_d$  及びポンプの回転数  $N$  を種々に変え，そのときの変動圧力を吸込管と吐出し管の管軸に沿って 250 ~ 500 mm 間隔で同時に測定した。

なお，ポンプは最高効率点で運転した。また実験値の整理に際し，前章と同様，吸込管及び吐出し管の実長に  $0.4d$  の開口端補正長を加えた長さをそれぞれ  $l_s$ ， $l_d$  とした。

### 3.3 波長と圧力定在波

管内の変動圧力のスペクトルは，回転数  $N$  ( $zN = 5N$ ) 及びその高調波と，これに比べてすえ広がりピークをもつ振動数すなわち液柱固有振動数とから成る。これらのうち羽根通過振動数  $f_{zN} (= zN)$  の成分が一般に問題となるので，これに注目する。

この成分の振幅を実時間スペクトル分析器から求め，管軸に沿って示すと図 3.2 のようになる。図は一例として羽根通過振動数  $f_{zN} = 183 \text{ Hz}$ ，吸込管長  $l_s^* = 9.5$ ，吐出し管長  $l_d^* = 23.6$  の場合を示す。 $l^*$  は吸込管内径  $d_s$  で無次元化した管長で  $l^* = l/d_s$  である。図中の○印は，吸込タンクの出口又は吐出しタンクの入口から管軸に沿って測った実長  $y_i$ （吸込管と吐出し管には，それぞれ添字  $s, d$  を付す）における変動圧力振幅の実験値  $|P^*|_{p-p}$ （振動数は  $f_{zN}$ ）を示す。ここで  $|P^*|_{p-p}$  は式 (2.1) で定義した無次元量であるが，再記すると次のとおりである。

$$|P^*|_{p-p} = |P|_{p-p} / (\rho u^2 / 2) \quad (3.1)$$

まず，吸込管と吐出し管のそれぞれについて両端開放の場合の正規関数

$$|P^*|_{p-p} = A_0 \left| \sin\left\{ \left( \frac{2\pi f_{zN}}{a} \right) (y_i + y_0) \right\} \right| \quad (3.2)$$

に， $|P^*|_{p-p}$ ， $f_{zN}$  及び  $y_i$  の実験値を当てはめ，最小二乗法により未知量  $A_0$ ， $a$ （圧力波の伝播速度）及び  $y_0$  を求める。これらの値をもとに上式 (3.2) から  $y_i$  と  $|P^*|_{p-p}$  の関係を求めると，図 3.2 の実線のようになる。

次に  $y_i + y_0$  を  $y$  と表示し，波長  $\lambda$  を  $\lambda = a/f_{zN}$  なる関係から求める。これから求めた

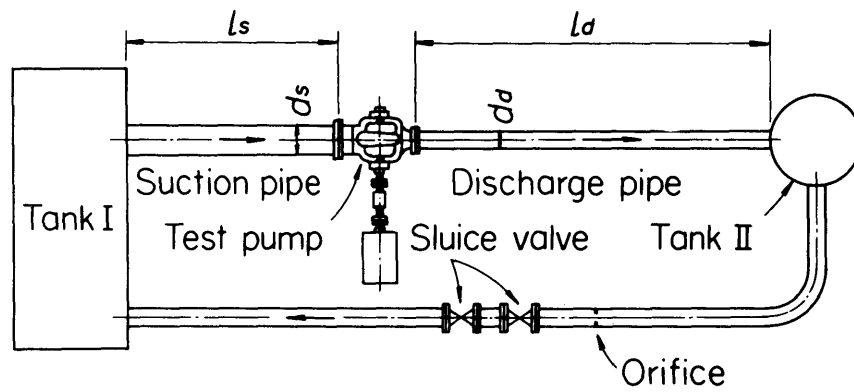


図 3.1 実験装置

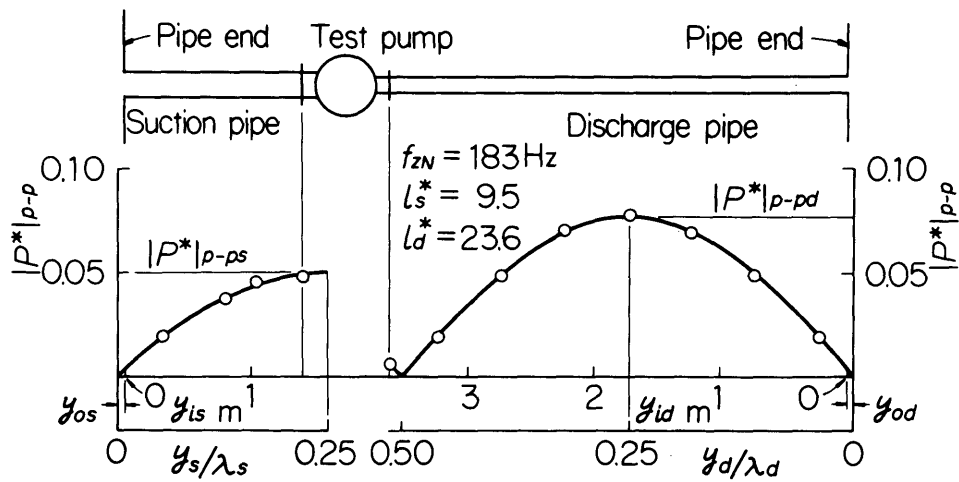


図 3.2  $\lambda_s$ ,  $\lambda_d$  並びに  $|P^*|_{p-ps}$ ,  $|P^*|_{p-pd}$  を求める説明図

比  $y/\lambda$  を図 3.2 の横軸にとると、式 (3.2) からわかるように  $|P^*|_{p-p}$  は  $y/\lambda = 0.25$  のとき極大値  $A_0$  をとる。この  $A_0$  を吐出し管では  $|P^*|_{p-pd}$  と表示する。同図の場合、ポンプが吸込タンク側に寄って吸込管が短くなり  $l_s/\lambda_s < 0.25$  となるため、変動圧力の腹は吸込管には生じない。しかしこの場合も、上式から求めた  $A_0$  を  $|P^*|_{p-ps}$  と表示する。

なお上記において求めた  $y_0$  は、吸込管、吐出し管ともに前項 3.2 で述べた開口端補正長  $0.4d$  の値とほぼ一致することから、吸込管ではタンクの出口を、吐出し管ではタンクの入口をそれぞれ節とする圧力定在波が生じていることが確かめられた。

### 3.4 実験結果と考察

#### 3.4.1 羽根通過振動数と変動圧力振幅

吸込管長  $l_s^*$  及び吐出し管長  $l_d^*$  を一定に保ちポンプの回転数  $N$  を広範囲に変えたとき、羽根通過振動数  $f_{ZN}$  と変動圧力の腹の位置の振幅  $p-p$  値  $|P^*|_{p-pd}$  及び  $|P^*|_{p-ps}$  の関係を調べた。

図 3.3 の◎印は、 $f_{ZN}$  と  $|P^*|_{p-pd}$  の関係の一例を示す。この図からわかるように 108 Hz と 200 Hz で変動圧力の振幅は極大となり、その値は 108 Hz 成分の方が大きく 200 Hz 成分の 6 倍以上となる。これら二つの振動数成分の振幅を吸込管及び吐出し管の管軸に沿って示すと、図 3.4 を得る。ここで、 $y^* = y/d_s$  である。一方、簡単のために吸込管路、吐出し管路及びポンプ等価管路のそれぞれの直径及び圧力波伝播速度が同一の場合を考え、その変動圧力と変動速度の固有モードを示すと、図 3.5 のようになる。この図と前述の図 3.4 の比較からわかるように、108 Hz と 200 Hz はそれぞれ 1 次及び 2 次の液柱固有振動数  $f_1$ 、 $f_2$  である。これはまた前章で述べた方法による液柱固有振動数の計算値からも確かめることができた。

$f_1$  と  $f_2$  がともに上記の値とほぼ同一になるような吸込管長  $l_s^*$  及び吐出し管長  $l_d^*$  の別の組合せの実験結果の一例を、図 3.3 に○印で示す。前述の◎印は、図 3.5 でポンプ位置が吸込タンク側に寄っている場合の例であるのに対し、この○印はポンプ位置が吸込タンクと吐出しタンクのほぼ中央にある場合である。図 3.3 からわかるように、108 Hz と 194 Hz において変動圧力の振幅は極大になるが、この場合は◎印とは逆に、 $f_2$  と一致する 194 Hz 成分の方が  $f_1$  と一致する 108 Hz 成分より大きく 4 倍以上の値になる。参考のためにこれら二つの振動数成分の振幅を吸込管と吐出し管の管軸に沿って示すと、図 3.6 のようになる。

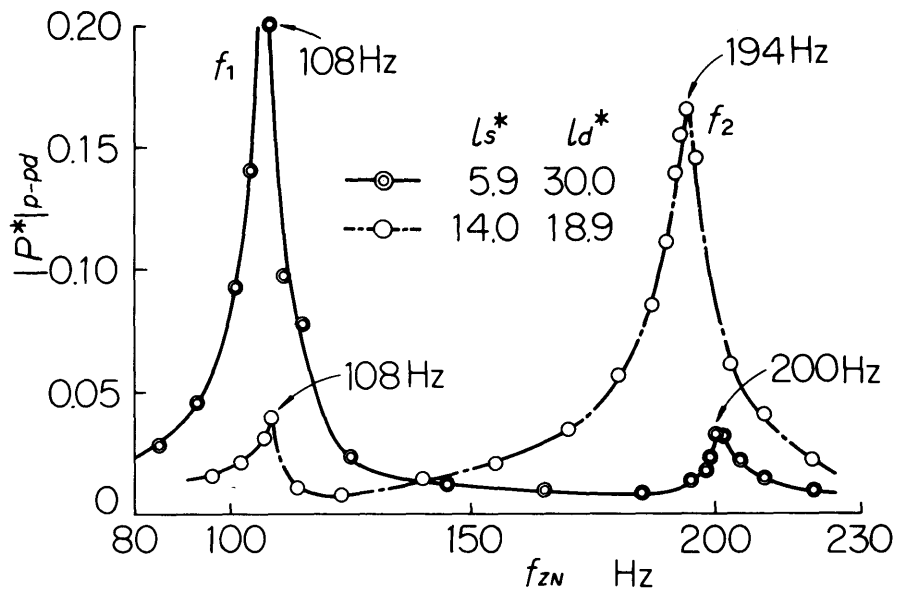


図 3.3  $f_{ZN}$  と  $|P^*|_{p-pd}$  の関係

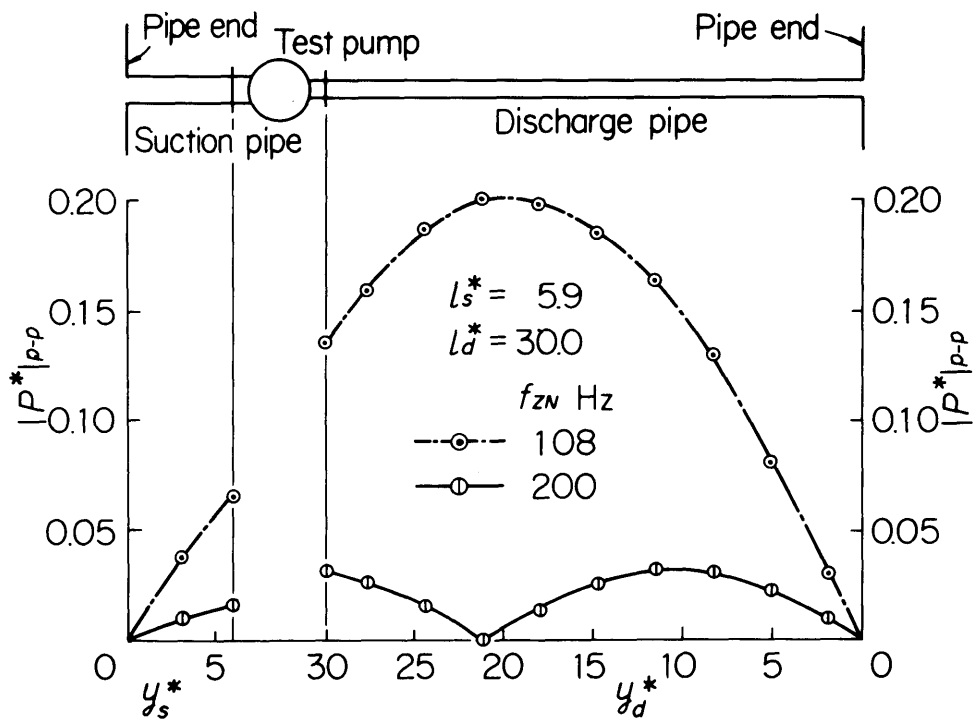


図 3.4  $y_s^*$  及び  $y_d^*$  と  $|P^*|_{p-p}$  の関係



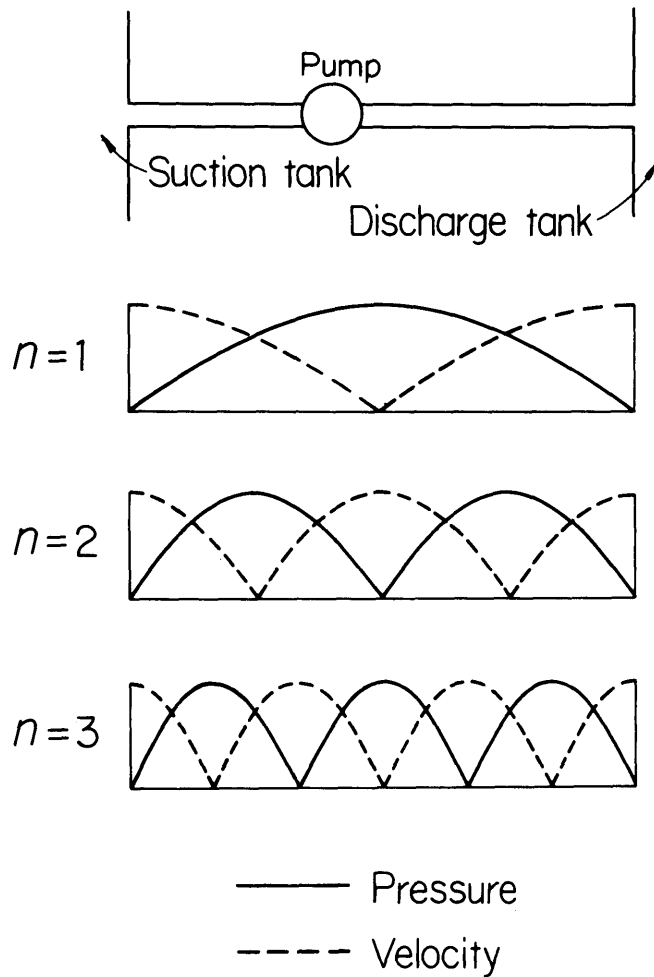


図 3.5 固有モード

次に羽根通過振動数  $f_{zN}$  と吸込管内変動圧力の腹の位置の振幅  $p - p$  値  $|P^*|_{p-ps}$  の関係の一例を、図 3.7 に示す。⊕印は  $l_s^*$  が  $l_d^*$  に比べて大きく、図 3.5 においてポンプの位置が吐出しタンク側に寄っている場合である。このとき  $f_1$  と一致する 92Hz の成分は、 $f_2$  と一致する 191 Hz の成分より大きくなる。一方、●印は図 3.3 の○印と同一配管長の場合に相当し、⊕印とは逆に  $f_1$  成分より  $f_2$  成分の方が大きくなる。

以上の考察からわかるように、共振時に  $f_1$  と  $f_2$  のいずれの成分が大きくなるかは、定在波とポンプの相対位置によって大きな影響を受ける（3.4.3 項参照）。したがって以下においては、1 次モードに比べて圧力定在波の節及び腹をも含む広範囲にポンプ位置を変えることができる 2 次モードに注目して考察する。

### 3.4.2 定在波とポンプ位置による変動圧力の関係

前章から、ポンプを含む管路系の液柱固有振動数はポンプ等価管路、吸込管路及び吐出し管路の長さ、直径及び圧力波伝播速度に依存することが明らかになった。したがって、共振時の変動圧力振幅にポンプ位置がどのように影響するかを知るには、管路長としては無次元化した  $l_{eq}^*(=l_{eq}/d_s)$ 、 $l_s^*$  及び  $l_d^*$  の三つを考慮して考察しなければならない。しかし 3.3 節で述べたように、ポンプで発生した圧力波は吸込管と吐出し管に伝わり、それぞれの上流及び下流に接続したタンクで反射して管内に圧力定在波を生じる。このようにここで扱っている圧力定在波は、吸込管ではタンクの出口を、吐出し管ではタンクの入口を節としていずれもタンク側の条件から規定されるので、とりあえず管路長としては  $l_s^*$ 、 $l_d^*$  だけを考える。

共振時の変動圧力振幅は、ポンプが管内の流体に与える仕事と流体が各種の抵抗のために失うエネルギーが平衡するという関係から定まる。したがってポンプが流体に与える仕事は同一でも、系の抵抗が小さければ共振時の変動圧力振幅は大きくなり、抵抗が大きければ逆に振幅は小さくなる。したがって抵抗が同一の系で共振時の変動圧力振幅を比較することにより、ポンプ位置の影響を明らかにすることができる。前述の図 3.1 に示す装置でポンプ位置を変えた実験を行う場合、吸込管と吐出し管の内径が異なることによる抵抗の差をほかの要因による抵抗に比べて小さいとして無視すると、この抵抗一定の条件は変動の振動数及び吸込管長と吐出し管長の和を一定に保てば満足できる。

実験に先立ち、前章で述べた液柱固有振動数の計算法を用いて、2 次の無次元固有振動数  $\Omega_2(=2\pi f_2 d_s/a_s)$  が一定となるような吸込管長と吐出し管長の組合せを求めてみると、

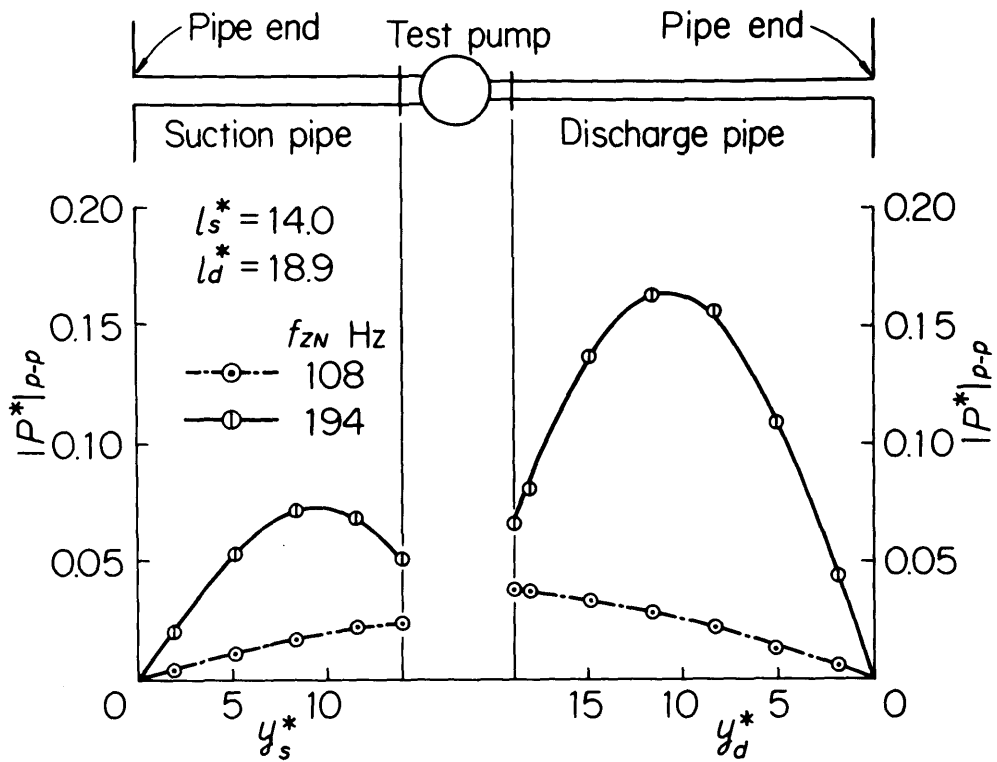


図 3.6  $y_s^*$  及び  $y_d^*$  と  $|P^*|_{p-p}$  の関係

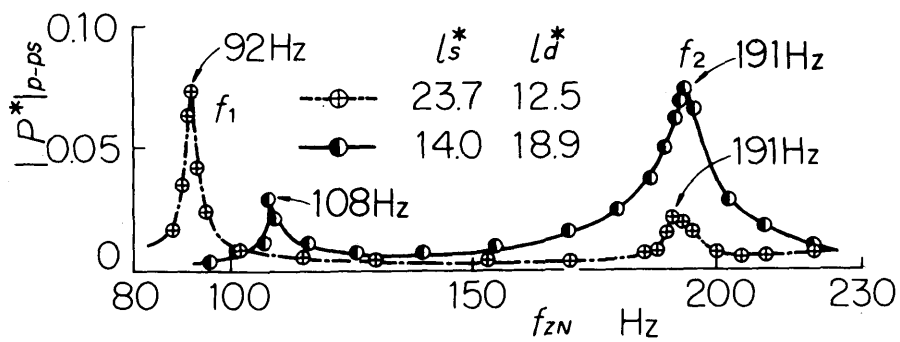


図 3.7  $f_{ZN}$  と  $|P^*|_{p-ps}$  の関係

これらの和もほぼ一定となる。このようにして定めた配管長を用いて、ポンプの回転数を詳細に変えることにより羽根通過振動数を2次の液柱固有振動数に一致させて、以下の実験を行った。

#### (a) 吸込管長と吐出し管長の影響

実験結果の数例を、吐出し管長と吐出し管内変動圧力の腹の位置における振幅との関係で示すと、図3.8のようになる。ただしここでは  $l_d/\lambda_d$ 、 $|P^*|_{p-pd}$  なる無次元表示が用いてある。図からわかるように、 $l_s^* + l_d^*$  及び  $\Omega_2$  をほぼ一定に保ち吸込管長  $l_s^*$  を短くし吐出し管長  $l_d^*$  を長くする（ポンプを吸込タンク側に移動する）と、羽根通過振動数  $f_{ZN}$  が液柱固有振動数  $f_2$  と一致して変動圧力の振幅  $|P^*|_{p-pd}$  が極大値をとるときの  $l_d/\lambda_d$  の値も大きい方に移動するが、それとともに極大値そのものの値も変化する。

次に吸込管長  $l_s/\lambda_s$  と吸込管内変動圧力の腹の位置の振幅  $|P^*|_{p-ps}$  の関係を、図3.9に示す。図によると、 $l_s^* + l_d^*$  及び  $\Omega_2$  をほぼ一定に保ち吸込管長  $l_s^*$  を長くして吐出し管長  $l_d^*$  を短くする（ポンプを吐出しタンク側に移動する）と、前述の図3.8の場合と同様変動圧力の振幅  $|P^*|_{p-ps}$  が極大値をとる  $l_s/\lambda_s$  の値も大きい方に移動するが、それとともに極大値そのものの値も変化する。

#### (b) 共振時の変動圧力振幅

吸込管長  $l_s^*$  及び吐出し管長  $l_d^*$  を変えた一連の実験 ( $\Omega_2 = 0.152 \sim 0.175$ ) から、図3.8及び図3.9における変動圧力振幅の極大値に相当する値を求めると、図3.10を得る。図中の○印は吐出し管に関する実験値であり、 $l_d/\lambda_{dn}$  と  $|P^*|_{dn}$  の関係を、●印は吸込管の場合であり  $l_s/\lambda_{sn}$  と  $|P^*|_{sn}$  の関係をそれぞれ示している。ここで  $\lambda_{dn}$  は、図3.8において振幅  $|P^*|_{p-pd}$  が極大値をとるときの波長  $\lambda_d$  を、 $|P^*|_{dn}$  はその振幅の極大値（共振振幅）を表す。同様に  $\lambda_{sn}$  は、図3.9において振幅  $|P^*|_{p-ps}$  が極大値をとるときの波長  $\lambda_s$  を、 $|P^*|_{sn}$  はその振幅の極大値（共振振幅）を表す。なお図中で同一の記号を付してある実験値は、同一の実験から吸込管と吐出し管で得た値である。図からわかるように  $l_d/\lambda_{dn}$  とともに  $|P^*|_{dn}$  は変化するが、その値は  $l_d/\lambda_{dn} = 0.41 \sim 0.42$  のとき最大となり  $0.65 \sim 0.68$  のとき最小となる。吐出し管と同様に、吸込管においても  $l_s/\lambda_{sn}$  によって  $|P^*|_{sn}$  が変化する。

次に、図3.10に示した実験値のうち同一の記号を付してあるものから、吐出し管と吸込

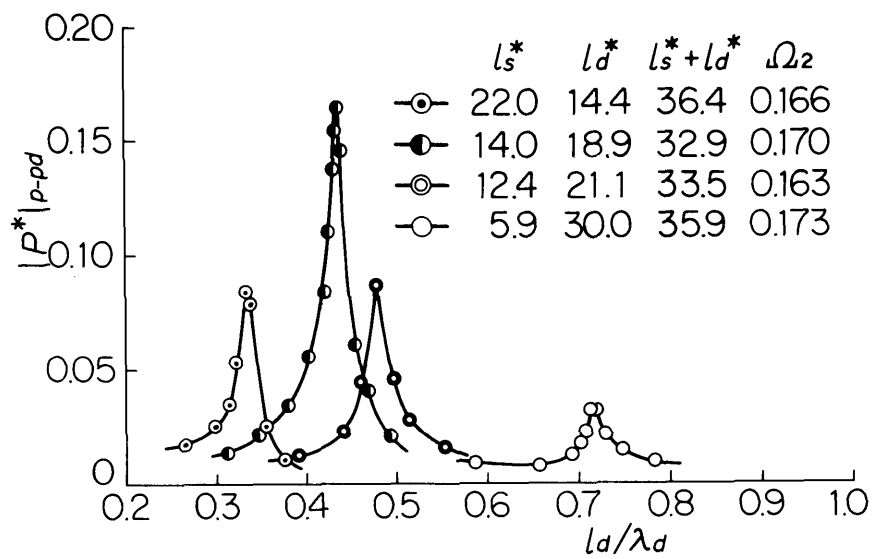


図 3.8  $l_d/\lambda_d$  と  $|P^*|_{p-pd}$  の関係

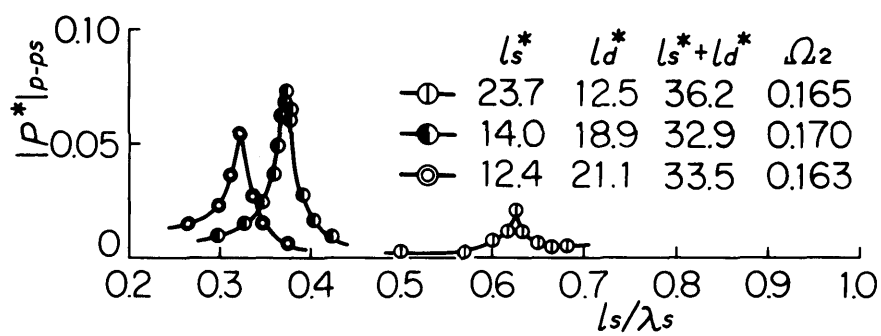


図 3.9  $l_s/\lambda_s$  と  $|P^*|_{p-ps}$  の関係

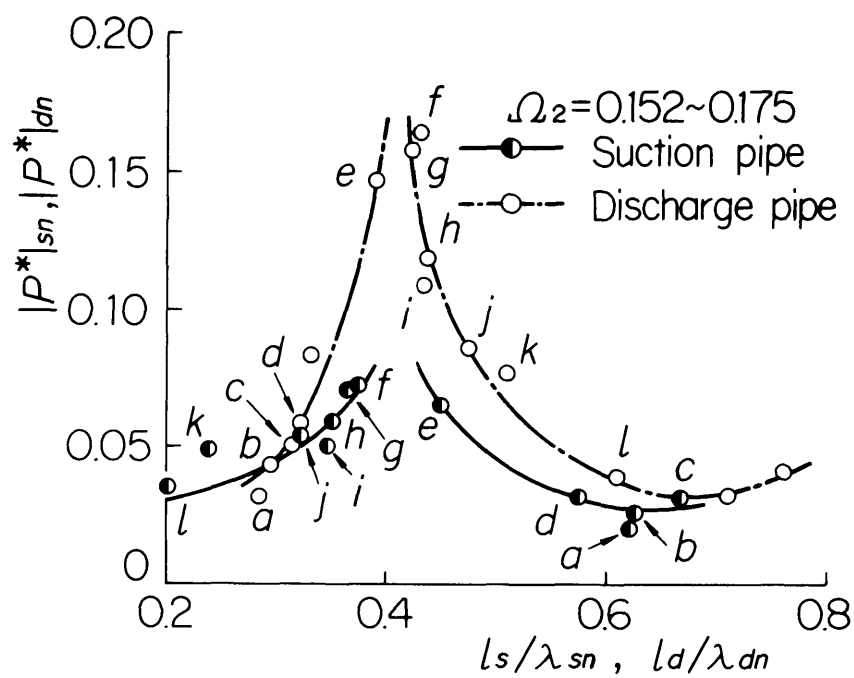


図 3. 10  $l_s/\lambda_{sn}$  と  $|P^*|_{sn}$  並びに  $l_d/\lambda_{dn}$  と  $|P^*|_{dn}$  の関係

管における共振振幅の比  $|P^*|_{dn}/|P^*|_{sn}$  を求め、これを吐出し管長  $l_d/\lambda_{dn}$  との関係で示すと、図 3.11 のようになる。図によるとこの比は  $l_d/\lambda_{dn}$  によって変化し、 $|P^*|_{dn}$  が最大となる  $l_d/\lambda_{dn} = 0.41 \sim 0.42$  において比そのものも最大となる。また  $|P^*|_{dn}$  が最小となる  $l_d/\lambda_{dn} = 0.65 \sim 0.68$  において、比そのものも最小となる。

以上に関しては、次節でさらに詳しく考察する。

### (c) 脈動発生源の相当位置

この実験ではモードが2次の共振を扱っているので、 $l_s/\lambda_{sn} < 0.5$  でかつ  $l_d/\lambda_{dn} < 0.5$  の場合、圧力定在波の節に相当する位置は吸込管と吐出し管の中間のポンプ等価管路の中に存在することになる。この節に相当する位置からポンプ吸込端及び吐出し端までの等価長さを、それぞれ  $l_{eq1}, l_{eq2}$  ( $l_{eq} = l_{eq1} + l_{eq2}$ ) と表示する。図 3.10 において上記の条件を満足する実験 e ~ j について、吸込管側の変動圧力のモードから  $l_{eq1}$  を吐出し管側の変動圧力のモードから  $l_{eq2}$  を求めて、吐出し管における共振振幅  $|P^*|_{dn}$  を  $l_{eq1}/(l_{eq1} + l_{eq2})$  との関係において示すと、図 3.12 のようになる。

ここで、 $l_{eq1}$  は具体的には次のようにして求める。吸込管の入口と出口におけるそれぞれの変動圧力  $P$  及び変動流量  $Q$  の関係を与える伝達マトリックスを導入して吸込管入口での境界条件を用いると、吸込管出口（添字 Y）において次式が成り立つ<sup>33)</sup>（記号は図 3.12 参照）。

$$\frac{P_{1'}}{Q_{1'}} = -jZ_{cs} \tan \beta_s l_s \quad (3.3)$$

一方、等価管路においても同様にその吸込端において次式を得る。

$$\frac{P_{1'}}{Q_{1'}} = jZ_{ceq} \tan \beta_{eq} l_{eq1} \quad (3.4)$$

式 (3.3) 及び (3.4) から  $l_{eq1}$  を求めると、次のようになる。

$$l_{eq1} = \frac{1}{\beta_{eq}} \tan^{-1} \left( -\frac{Z_{cs}}{Z_{ceq}} \tan \beta_s l_s \right) \quad (3.5)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} \beta_{eq} &= \Omega_2/d_s, Z_{cs}/Z_{ceq} = d_{eq}^{*2} \\ \beta_s l_s &= 2\pi(l_s/\lambda_{sn}) \end{aligned} \right\} \quad (3.6)$$

$\Omega_2$  及び  $l_s/\lambda_{sn}$  に図 3.10 の実験値を、 $d_{eq}^*$  に前章で得た実験式 (2.20) から算出した値

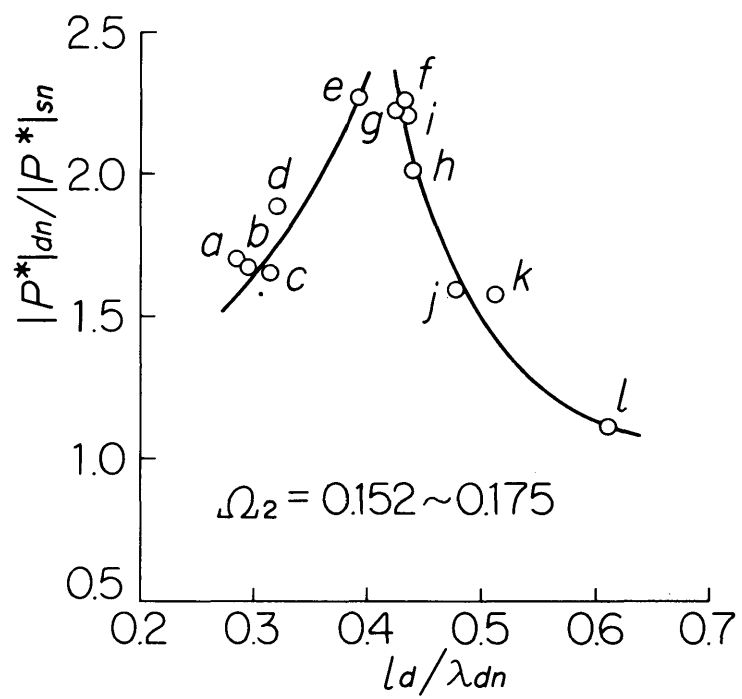


図 3.11  $l_d/\lambda_{dn}$  と  $|P^*|_{dn}/|P^*|_{sn}$  の関係



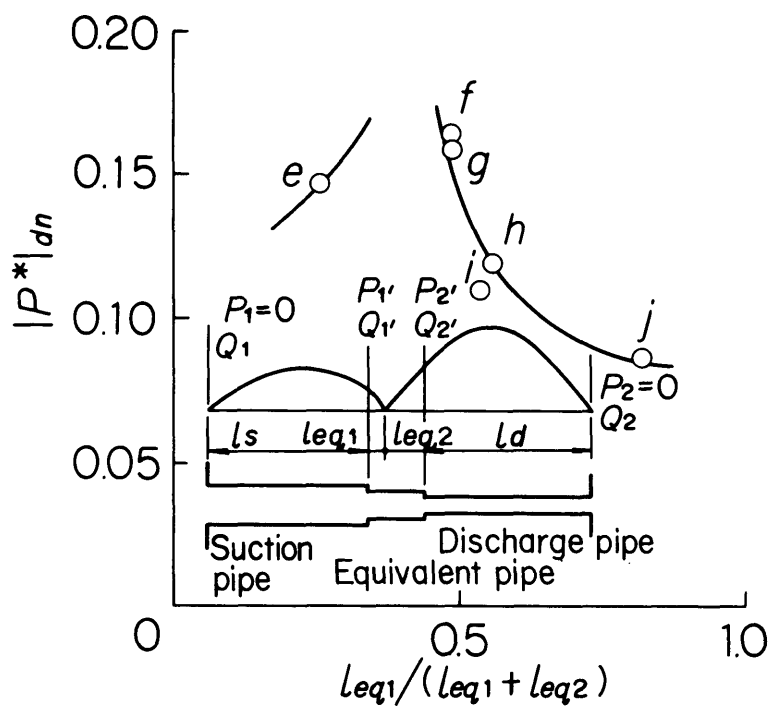


図 3.12 脈動発生源の相当位置

を、 $d_s$  には吸込管内径 0.1552 m を用いれば、式 (3.5) 及び (3.6) から  $l_{eq1}$  を求めることができる。 $l_{eq2}$  も同様にして求めることができる。

図 3.12 は、等価管路のほぼ中央に変動圧力の節（速度の腹）があると、共振振幅は最大になることを示している。また前述の図 3.10 において、 $l_a/\lambda_{an} = 0.41 \sim 0.42$  のとき共振振幅が最大になり、 $l_a/\lambda_{an}$  がこれから約 0.25 ずれた 0.65 ~ 0.68 のとき最小となることから、ポンプ等価管路のほぼ中央に変動圧力の腹（速度の節）があると共振振幅は最小になることがわかる。以上からわかるように、ポンプの脈動発生源は等価管路中の一断面に集中して考えてよく、供試ポンプの場合、その位置は等価管路のほぼ中央にあるとみなし得る。

### 3.4.3 共振時のモードと変動圧力振幅

羽根通過振動数  $f_{zv}$  が液柱固有振動数  $f_1$  又は  $f_2$  と一致して共振を起こしたとき、 $f_1$  と  $f_2$  のいずれの成分が大きくなるかは定在波とポンプの相対位置によって異なることを 3.4.1 項で述べた 3.4.2 項における考察からその理由を次のように説明できる。

前述の図 3.3 の◎印のように吸込管を短くしてポンプを吸込タンク側に寄せるか、又は図 3.7 の⊕印のように吐出し管を短くしてポンプを吐出しタンク側に寄せると、1 次モードに対してはポンプの脈動発生源の相当位置は変動圧力の節（速度の腹）に近くなるが、2 次モードに対しては逆に変動圧力の腹（速度の節）に近くなる。このため共振時の振幅は、 $f_1$  成分の方が  $f_2$  成分より大きくなる。ところが図 3.3 の○印で示す実験のようにポンプ位置が吸込タンクと吐出しタンクのほぼ中央にあると、2 次モードのときにポンプの脈動発生源の相当位置が変動圧力の節（速度の腹）に近くなる。このため  $f_2$  成分の方が  $f_1$  成分より大きくなる。

以上の例は 1 次と 2 次の共振に関するものであるが、3 次以上の場合も同様に考察することができる。

### 3.5 実験結果の理論的考察

以下においては，ポンプの吸込管の上流及び吐出し管の下流にタンクを接続した系において，2次モードの共振の場合を考える。

吸込管路の長さ，直径及び圧力波伝播速度をそれぞれ  $l_s$ ， $d_s$  及び  $a_s$  と表示し，ポンプ等価管路と吐出し管路についても同様に図 3.13のごとく記号を定める。圧力定在波の腹の位置における変動流量を，吸込管と吐出し管についてそれぞれ  $P_{x1}$ ， $Q_{x1}$  及び  $P_{x2}$ ， $Q_{x2}$  と表す（ $x_1$ ， $x_2$  は図 3.13 参照）。またポンプ等価管路を脈動発生源の吸込側と吐出し側に 2 分割して，それぞれの長さを  $l_{eqs}$ ， $l_{eqd}$  とし，脈動発生源における変動圧力と変動流量をそれぞれ  $P_0$ ， $Q_0$  と表示する。

$x_1$  と  $l_s$  の間に成立つ次式

$$\begin{aligned}\cos \beta_s^* x_1^* &= \sin \beta_s^* l_s^* \\ \sin \beta_s^* x_1^* &= -\cos \beta_s^* l_s^*\end{aligned}$$

を用いると，吸込タンク出口からポンプの脈動発生源までの区間で，次の二つの式が成立する<sup>(33)</sup>。

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} P_{x1}^* \\ Q_{x1}^* \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \sin \beta_s^* l_s^* & -j \cos \beta_s^* l_s^* \\ -j \cos \beta_s^* l_s^* & \sin \beta_s^* l_s^* \end{bmatrix} \\ &\times \begin{bmatrix} \cos \beta_{eq}^* l_{eqs} & jZ_{ceq}^* \sin \beta_{eq}^* l_{eqs} \\ j(1/Z_{ceq}^*) \sin \beta_{eq}^* l_{eqs} & \cos \beta_{eq}^* l_{eqs} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0^* \\ Q_0^* \end{bmatrix} \quad (3.7)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} P_0^* \\ Q_0^* \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos \beta_{eq}^* l_{eqs} & -jZ_{ceq}^* \sin \beta_{eq}^* l_{eqs} \\ -j(1/Z_{ceq}^*) \sin \beta_{eq}^* l_{eqs} & \cos \beta_{eq}^* l_{eqs} \end{bmatrix} \\ &\times \begin{bmatrix} \cos \beta_s^* l_s^* & -j \sin \beta_s^* l_s^* \\ -j \sin \beta_s^* l_s^* & \cos \beta_s^* l_s^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1^* \\ Q_1^* \end{bmatrix} \quad (3.8)\end{aligned}$$

また吸込タンク出口での境界条件から，次式が成立する。

$$P_1^* = 0 \quad (3.9)$$

式 (3.8) 及び (3.9) を用いて式 (3.7) の第 1 式を変形することにより次式を得る。

$$|P_{x1}^*| \equiv |P^*|_{sn} = \left| \frac{P_0^*}{\sin \beta_s^* l_s^* \cos \beta_{eq}^* l_{eqs} + Z_{ceq}^* \cos \beta_s^* l_s^* \sin \beta_{eq}^* l_{eqs}} \right| \quad (3.10)$$

また式 (3.8) から  $|P_0^*/Q_0^*|$  を求めると次式を得る。

$$\left| \frac{P_0^*}{Q_0^*} \right| = \left| \frac{\sin \beta_s^* l_s^* \cos \beta_{eq}^* l_{eqs}^* + Z_{ceq}^* \cos \beta_s^* l_s^* \sin \beta_{eq}^* l_{eqs}^*}{(1/Z_{ceq}^*) \sin \beta_s^* l_s^* \sin \beta_{eq}^* l_{eqs}^* - \cos \beta_s^* l_s^* \cos \beta_{eq}^* l_{eqs}^*} \right| \quad (3.11)$$

いま圧力定在波と脈動発生源の相対位置によらず  $|P_0^*|$  が一定であると考え、脈動発生源の相当位置が変動圧力の節と一致すると式 (3.11) の左辺  $|P_0^*/Q_0^*|$  は極小となるため右辺の分子も極小となる。したがって式 (3.10) から  $|P_{x1}^*| \equiv |P^*|_{sn}$  は極大値をとることがわかる。一方、脈動発生源の相当位置が変動圧力の腹と一致すると、式 (3.11) の左辺  $|P_0^*/Q_0^*|$  は極大となるため右辺の分子も極大となる。したがってこの場合は、式 (3.10) から  $|P_{x1}^*| \equiv |P^*|_{sn}$  は極小値をとることがわかる。以上は吸込管に関するものであるが、吐出し管における変動圧力の振幅  $|P_{x2}^*| \equiv |P^*|_{an}$  についても同様の考察が成り立つ。

次に、吐出し管と吸込管における共振振幅の比  $|P^*|_{an}/|P^*|_{sn}$  について考察する。

前章の式 (2.9) 及び (2.16) を、図 3.13 の記号に従って再記するとそれぞれ次のようになる。

$$\tan \beta_{eq}^* l_{eq}^* = \frac{\tan \beta_s^* l_s^* + Z_{ca}^* \tan \beta_a^* l_a^*}{(Z_{ca}^*/Z_{ceq}^*) \tan \beta_s^* l_s^* \tan \beta_a^* l_a^* - Z_{ceq}^*} \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} \frac{P_{x2}^*}{P_{x1}^*} &= \sin \beta_{eq}^* l_{eq}^* \left( Z_{ceq}^* \sin \beta_a^* l_a^* \cos \beta_s^* l_s^* + \frac{Z_{ca}^*}{Z_{ceq}^*} \cos \beta_a^* l_a^* \sin \beta_s^* l_s^* \right) \\ &+ \cos \beta_{eq}^* l_{eq}^* (\sin \beta_a^* l_a^* \sin \beta_s^* l_s^* - Z_{ca}^* \cos \beta_a^* l_a^* \cos \beta_s^* l_s^*) \end{aligned} \quad (3.13)$$

上式 (3.13) の左辺の絶対値は前項 3.4.2 (b) で定義した  $|P^*|_{an}/|P^*|_{sn}$  にほかならないことから次式を得る。

$$\begin{aligned} \left| \frac{P_{x2}^*}{P_{x1}^*} \right| &\equiv \left| \frac{P^*|_{an}}{P^*|_{sn}} \right| = \left| \sin \beta_{eq}^* l_{eq}^* \left( Z_{ceq}^* \sin \beta_a^* l_a^* \cos \beta_s^* l_s^* + \frac{Z_{ca}^*}{Z_{ceq}^*} \cos \beta_a^* l_a^* \sin \beta_s^* l_s^* \right) \right. \\ &\left. + \cos \beta_{eq}^* l_{eq}^* (\sin \beta_a^* l_a^* \sin \beta_s^* l_s^* - Z_{ca}^* \cos \beta_a^* l_a^* \cos \beta_s^* l_s^*) \right| \end{aligned} \quad (3.14)$$

この式 (3.14) による計算値と前述の図 3.11 の実験値 ( $\Omega_2 = 0.152 \sim 0.175$ ) を比較するために、実験諸元及び前章で求めた等価管路の長さ、直径から  $\Omega = 0.164$  に対して定数を求めると、 $Z_{ceq}^* = 1.88$ 、 $Z_{ca}^* = 2.50$ 、 $\beta_{eq}^* = 0.164$ 、 $l_{eq}^* = 5.65$  となる。これらの

諸数値を式 (3.12) 及び (3.14) に代入し、 $\beta_a^* l_a^* = 2\pi(l_a/\lambda_{an})$  なる関係を考慮して  
 $|P^*|_{an}/|P^*|_{sn}$  を  $l_a/\lambda_{an}$  との関係で示すと、図 3.14 の一点鎖線のようになる。この一点  
 鎖線で示す計算値は吐出し管長  $l_a/\lambda_{an}$  によって変化し、 $l_a/\lambda_{an} = 0.393$  のとき最大値  
 を、 $0.643$  のとき最小値をとり○印で示す実験値とよく一致している。式 (3.12) 及び  
 (3.14) によると、 $|P^*|_{an}/|P^*|_{sn}$  は一般には  $Z_{ceq}^*$ 、 $Z_{ca}^*$ 、 $\beta_s^* l_s^* (= 2\pi l_s/\lambda_{sn})$ 、 $\beta_{eq}^* l_{eq}^*$   
 及び  $\beta_a^* l_a^* (= 2\pi l_a/\lambda_{an})$  の関数であるが、 $Z_{ceq}^* = Z_{ca}^* = 1$  のときには  $\beta_s^* l_s^*$ 、 $\beta_{eq}^* l_{eq}^*$   
 及び  $\beta_a^* l_a^*$  によらず  $|P^*|_{an}/|P^*|_{sn} = 1$  となる。図 3.14 で  $|P^*|_{an}/|P^*|_{sn}$  が  $l_a/\lambda_{an}$   
 によって変化ししかもこの比が 1 より大きいのは、供試ポンプの場合、その吸込管路、等  
 価管路及び吐出し管路の特性インピーダンス  $Z_c^*$  がそれぞれ異なる値をとり、 $Z_{cs}^* (=1)$   
 $< Z_{ceq}^* < Z_{ca}^*$  なる関係があるからである。

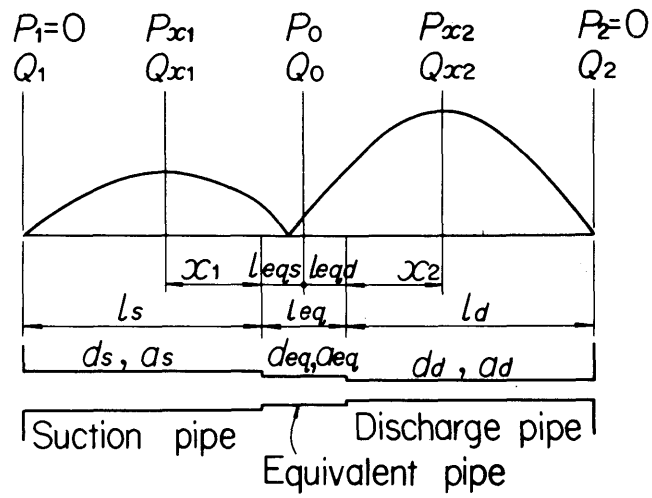


図 3.13 管内の圧力定在波（2次の共振時）

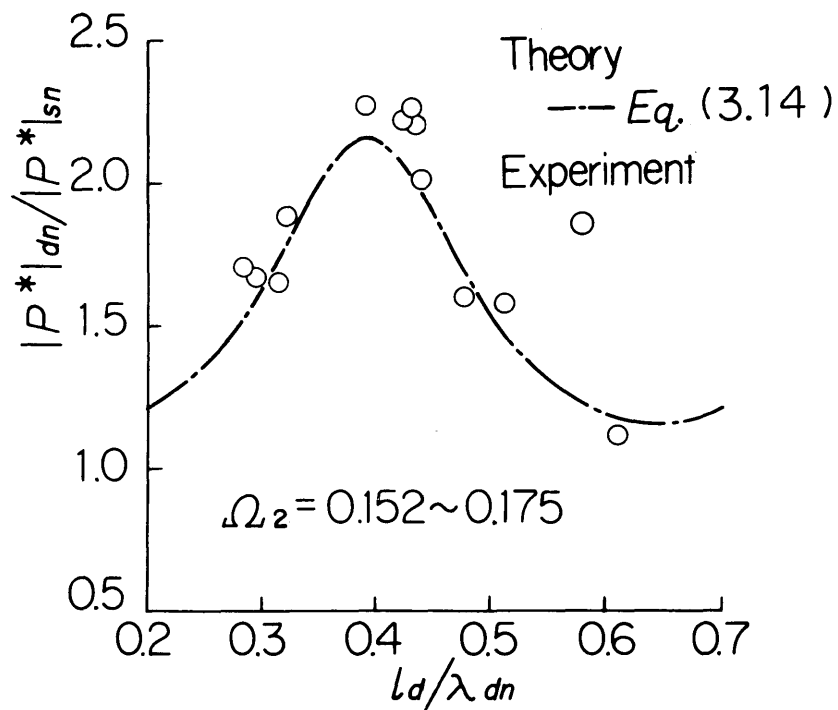


図 3.14  $|P^*|_{dn}/|P^*|_{sn}$  の実験値と計算値の比較

### 3.6 結 言

前章と同一の両吸込うず巻ポンプを用い，その吸込管の上流及び吐出し管の下流にタンクを接続した系において，吸込管長と吐出し管長の和をほぼ一定に保ち回転数を種々に変えることにより管内に生じる圧力定在波とポンプの相対位置を変えた。そして，羽根通過振動数が液柱固有振動数と一致して共振を起こしたときの変動圧力振幅にこのポンプ位置が及ぼす影響を調べ，以下のことを明らかにした。

(1) ポンプの脈動発生源はポンプ等価管路中の一断面に集中して考えてよく，この位置が変動圧力の節と一致すると共振時の変動圧力振幅は最大となり，腹と一致すると最小になる。

(2) 吸込管路，ポンプ等価管路及び吐出し管路の特性インピーダンス  $Z_c^*$  の値がそれぞれ異なると，吐出し管と吸込管における変動圧力の共振振幅の比  $|P^*|_{dn}/|P^*|_{sn}$  は，吐出し管長  $l_d/\lambda_{dn}$  だけでなく吸込管長  $l_s/\lambda_{sn}$  によっても変化する。

## 第4章 ポンプの幾何学的形状の影響<sup>(35)</sup>

### 4.1 緒言

以上において、ポンプを含む管路系の液柱共振条件を明らかにしてきた。すなわち、ポンプの羽根通過振動数が液柱固有振動数と一致し、しかもこのポンプの脈動発生源位置が変動圧力の節と一致するとき最も激しい共振が生じること、また液柱固有振動数を求める際にはポンプを等価管路に置換えればよいことなどを示した。ただしこれは、比速度  $266$  ( $\text{m}^3/\text{min}$ ,  $\text{m}$ ,  $\text{rpm}$ ) をもつポンプを用いて得られた結果である。

ポンプの圧力波伝播特性及び脈動発生源の位置は、ポンプを含む管路系の液柱共振条件と密接に関係するが、これらは羽根車及びケーシングの形状により変化するものと考えられる。したがってこれらの影響を知ることは実用上、重要であるにもかかわらずその方面の研究はなされていないので詳細は不明である。

本章では、代表的な遠心ポンプとして両吸込うず巻ポンプを使用し、比速度を  $160 \sim 380$  ( $\text{m}^3/\text{min}$ ,  $\text{m}$ ,  $\text{rpm}$ ) の範囲で4とおりに変え、この比速度の相違によるポンプの幾何学的形状の変化が、ポンプ等価管路及び脈動発生源の相当位置に及ぼす影響を実験的に明らかにした。

### 4.2 実験装置と方法

供試ポンプの諸元を、表4.1に示す。いずれも両吸込うず巻形で羽根枚数は5であるが、P1及びP2は吐出しケーシングが二重うず巻形である。また比速度はP1、・・・、P4の順に大きく、その値は160から380 ( $\text{m}^3/\text{min}$ ,  $\text{m}$ ,  $\text{rpm}$ ) の範囲にあり、遠心ポンプとして普通用いられる範囲をほぼ網らしている。なおP2は、第2章及び第3章で用いた供試ポンプである。

実験の装置(図4.1参照)及び方法は前章までとほぼ同様であるので、以下要点について説明する。吸込管の上流及び吐出し管の下流には、開端の条件を得るため一定容量のタンクを一つずつ接続し、吸込管長  $l_s$  , 吐出し管長  $l_d$  , ポンプの回転数及び吐出し量を種々に変えた。吸込管及び吐出し管には、その内径がポンプの口径とほぼ一致する市販の鋼管を用いた。そしてそのときの変動圧力を、吸込管の管軸に沿って125～500mmの間隔で測定した。

またポンプ等価管路の長さや直径を求める実験の場合には、図4.1に示す吸込管の途中



表 4.1 供試ポンプの諸元

| Pump | Dia. of suc.<br>nozzle $d_{ps}$ mm | Dia. of del.<br>nozzle $d_{pd}$ mm | Impeller<br>dia. $D_z$ mm | No. of blade | Type of suc. | Volute casing | Specific speed<br>( $m^3/min, m, rpm$ ) |
|------|------------------------------------|------------------------------------|---------------------------|--------------|--------------|---------------|---|
| P 1  | 150                                | 100                                | 282                       | 5            | Double       | Double        | 160                                     |
| P 2  | 150                                | 100                                | 155.9                     | 5            | Double       | Double        | 266                                     |
| P 3  | 120                                | 90                                 | 111.6                     | 5            | Double       | Single        | 361                                     |
| P 4  | 150                                | 150                                | 163.5                     | 5            | Double       | Single        | 380                                     |

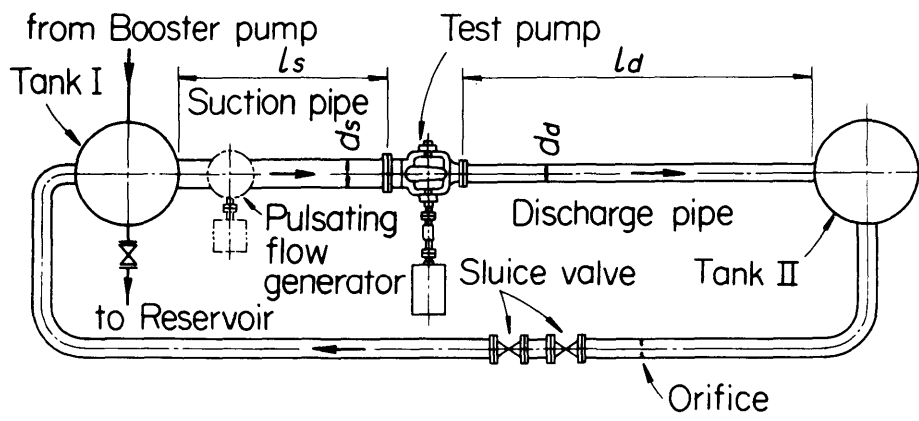


图 4.1 实验装置

に脈動発生用のポンプを組み込み、タンクIIの下流に設けた仕切弁を全閉にしてこのポンプを運転した。そして供試ポンプの吸込管と吐出し管の管軸に沿って、脈動の振動数と振幅を測定した。

#### 4.3 実験結果と考察

##### 4.3.1 液柱固有振動数

ポンプP1, P3及びP4について吸込管長  $l_s^*$  ( $= l_s / d_s$ ) , 吐出し管長  $l_d^*$  ( $= l_d / d_s$ ) , ポンプの吐出し量  $\bar{Q}^*$  ( $= \bar{Q} / \bar{Q}_{\max}$ ) 及び無次元回転数  $M_u$  ( $= u/a_s$ ) を, それぞれ  $5.4 \leq l_s^* \leq 31.8$  ,  $7.4 \leq l_d^* \leq 36.6$  ,  $0 \leq \bar{Q}^* \leq 1.25$  及び  $0.005 \leq M_u \leq 0.020$  と広範囲に変えて, 液柱固有振動数を測定した。その結果, いずれのポンプも第2章で述べたポンプP2と同様, この固有振動数は吸込管長  $l_s^*$  と吐出し管長  $l_d^*$  に依存するが, ポンプの吐出し量  $\bar{Q}^*$  と無次元回転数  $M_u$  による変化は極めて小さいことがわかった。

##### 4.3.2 ポンプの等価長さと同価直径

変動圧力の振幅を小さく抑えるために, ポンプ等価管路の長さと同直径を知り, 上述の液柱固有振動数及び4.4節で後述する共振時の変動圧力振幅の吐出し管における値と吸込管における値の比などを予測することが実際上は重要である。

前項4.3.1の事実から, ポンプ等価管路の長さと同直径に及ぼすポンプ吐出し量と回転数の影響は非常に小さいと考えることができる。そこで停止した状態のポンプについてその等価管路の長さと同直径を, 第2章2.3.1項と同じ方法で求めることにする。

###### (a) 等価長さ

第2章においては, ポンプの等価長さ  $l_{eq}$  及び等価直径  $d_{eq}$  を無次元化する際に吸込管内径  $d_s$  を代表長さにとっている。本章では比速度や口径などの異なる種々のポンプについて  $l_{eq}$  及び  $d_{eq}$  を求めるので, これらのポンプに関連する諸量の無次元化に際しては代表長さにポンプ固有の寸法の一つである吸込口径  $d_{ps}$  をとることとする。なお,  $d_{ps}$  は  $d_s$  よりわずかに小さく, 4種類の供試ポンプに対し  $d_{ps} / d_s = 0.966 \sim 0.977$  である。

ポンプの吸込口径  $d_{ps}$  で割って無次元化した等価長さ  $l_{eq}^*$  を, 無次元振動数  $\Omega$  ( $= 2\pi f d_{ps}/a_s$ ) に対して示すと, 図4.2のようになる。この図によれば, 同一の振動数で比較する

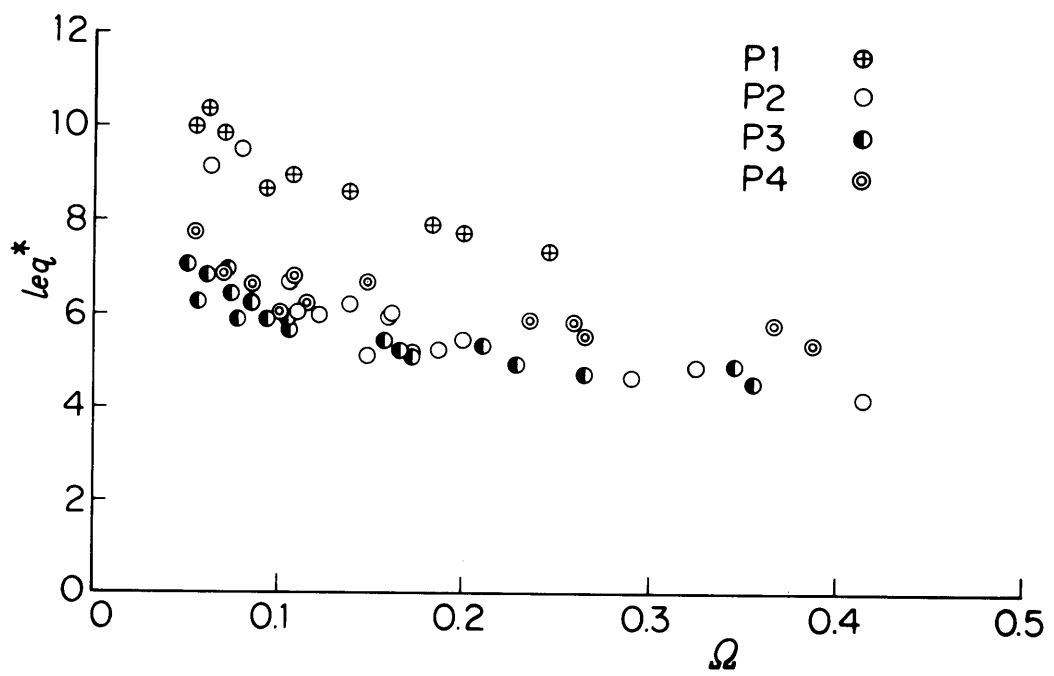


図 4.2  $\Omega$  と  $l_{eq}^*$  の関係

と供試ポンプの中で比速度が最小のポンプ P 1 の等価長さ  $l_{eq}^*$  が最も大きい。また比速度の差が大きいポンプ P 2 と P 3 の  $l_{eq}^*$  がほぼ同一の値となるのに対し、ポンプ P 3 と比速度がほぼ等しいポンプ P 4 の  $l_{eq}^*$  はこれらの値より若干大きい。そこで、脈動していない状態のポンプの代表流路長さ  $\overline{l_{eq}}^*$  を用いて、ポンプの等価長さ  $l_{eq}^*$  を整理し直すことにする。

脈動のない状態においても、ポンプの吸込口から吐出し口に至る代表流路長さを正確に求めることは、流路形状と流れの複雑さのために容易ではない。そこでここでは実用上の簡便さを重視して、まずポンプを吸込ポリユート、羽根車、吐出しポリユート及びディフューザの四つに分け、図 4.3 (a)~(c)を参照してそれぞれの長さを取りあえず次のように定める。

すなわち、吸込ポリユート(a)では流路 A B O の長さ  $l_{sv} [= l_{ps} + (\pi/2 - 1) h ]$  をとる。羽根車(b)では本来は絶対流線の長さをとるべきであるが、この流線は空間的な曲がりをもつためにその長さを正確に見積ることは容易ではないこと、脈動成分は流れの定常成分速度よりはるかに大きな速度で羽根車内を伝播するので、脈動成分に対応する代表流路長さは絶対流線で表される流路とは異なったものとなり長さもこれより短くなると考えられることなどの理由により、ここでは羽根車流路の最短長さである子午断面における中央流線 C D E の長さ  $l_{im}$  をとる。吐出しポリユートにおける流路長さは、舌部の直後に羽根車からポリユートに吐出される流れと舌部の直前に吐出される流れとではポリユートの円周分だけ食い違うことから、まずポリユートの各断面の図心を結んだ流路 G H I J の長さ  $l_{dv}$  を求め、代表流路長さとしてはその半分をとる<sup>(36)</sup>。またディフューザ部では流路 J K L の長さ  $l_{df} (= \widehat{JK} + l_{tg} )$  をとる〔図 4.3 (c)参照〕。

なおポンプ P 1 及び P 2 のように二重うず巻ケーシングの場合は、図 4.3 (d)に示す流路 F' G H I' J' (流路 H I' J' は本来ディフューザであるが、ここでは便宜上ポリユートに含める) 及び F' G' H' の平均直径を  $D_m$  として  $l_{dv} = \pi D_m$  から  $l_{dv}$  を求め、吐出しポリユートの代表流路長さとしてはその半分を、ディフューザ部としては流路 K L M の長さ  $l_{df} (= \widehat{KL} + l_{tg1} )$  をとる。

これらの和を  $\overline{l_{eq}}^*$  と表示し、 $d_{ps}$  で割って無次元化することにより次式を得る。

$$\overline{l_{eq}}^* = l_{sv}^* + l_{im}^* + 0.5 l_{dv}^* + l_{df}^* \quad (4.1)$$

上式 (4.1) から  $\overline{l_{eq}}^*$  を求めると、供試ポンプ P 1, . . . , P 4 に対してそれぞれ 8.94,

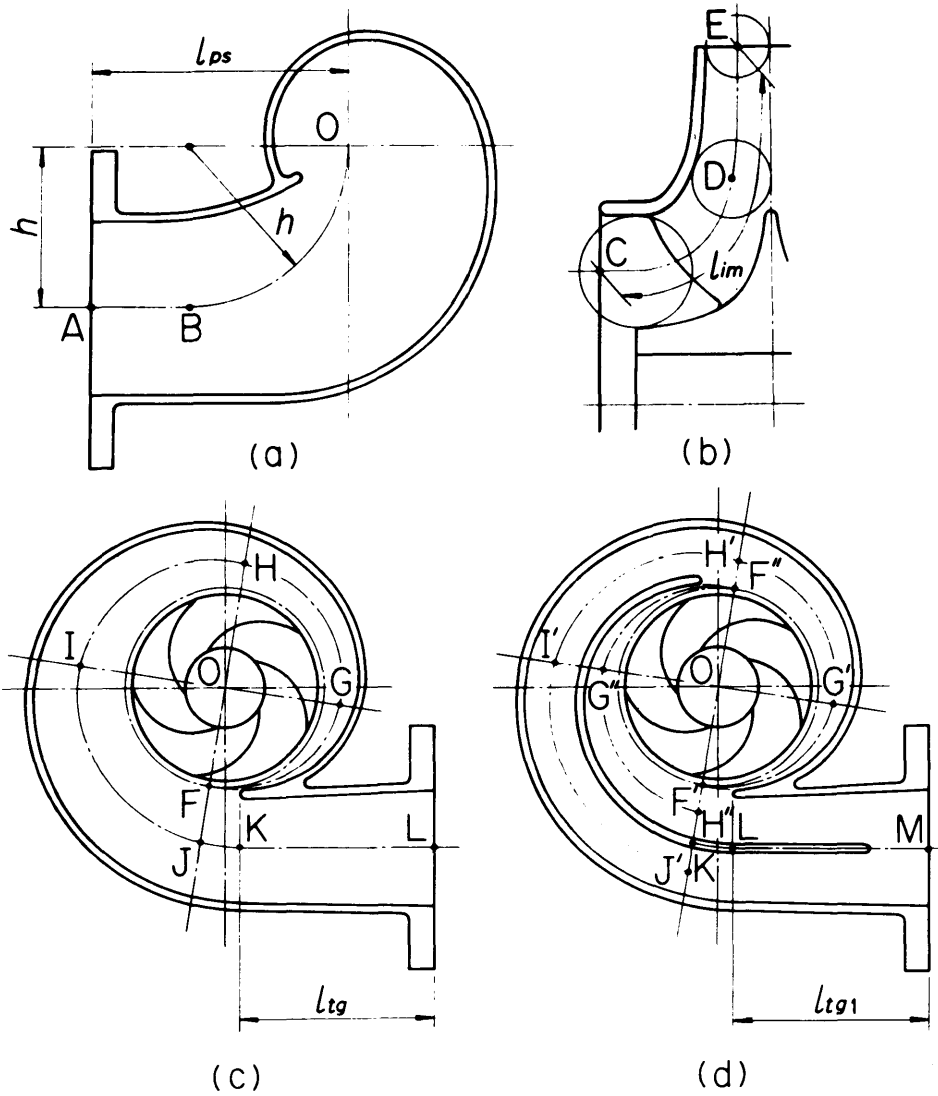


図 4.3 ポンプ各部の流路長さ

6.16, 6.35, 6.54となる。前述の図 4.2 の実験値をこれらの値で割って  $l_{eq}^*/\bar{l}_{eq}^*$  を求め、 $Q$  との関係で示すと図 4.4 を得る。このように整理すると、ポンプ P 2 の実験値のうち  $Q < 0.1$  における 2 点を除けば、比速度の異なる 4 種類のポンプの実験値はいずれも一本の曲線の上に乗ることがわかる。

さて、式 (4.1) の  $l_{sv}^*$  と  $l_{im}^*$  はそれぞれ吸込ポリュート及び羽根車の流路長さを表すものであるが、これらは空間的な曲がりをもつため、実質的長さは図 4.3 に示す寸法よりも若干長いことが考えられる。また式 (4.1) において吐出しポリュートの寸法を  $l_{dv}^*/2$  ととったが、この寸法は実質的には脈動の振動数により大きく変化し、この振動数が高まると流量の変動成分は舌部直前に集中して通過するようになるため、その実質的長さは  $l_{dv}^*/2$  よりも小さくなる<sup>(36)(37)</sup>。一方、ケーシングのディフューザ部では、その形状から推察できるように長さは振動数に依存せず前述の  $l_{df}^*$  に等しい。

前述の図 4.4 において、振動数  $Q$  がほぼ 0.1 より小さくなると  $l_{eq}^*/\bar{l}_{eq}^*$  の値が 1 より大きくなるのは、吸込ポリュート部と羽根車部の長さがそれぞれ式 (4.1) の右辺第 1 項の  $l_{sv}^*$  及び第 2 項の  $l_{im}^*$  より大きくなることの影響を強く受けるためであり、振動数  $Q$  が増すと  $l_{eq}^*/\bar{l}_{eq}^*$  が減少するのは、振動数が高くなると吐出しポリュート部の等価長さが減少するためである。

### (b) 等価直径

振動数  $Q$  とポンプの等価直径  $d_{eq}^* (= d_{eq} / d_{ps})$  の関係を示すと、図 4.5 のようになる。同図中の点線、実線、一点鎖線及び破線はそれぞれポンプ P 1, . . . , P 4 に対する実験値を最小二乗法により直線近似したものである。同一の  $Q$  で比較すると、ポンプ P 1, P 2, P 3 の  $d_{eq}^*$  の値はほぼ同一となるが、ポンプ P 4 だけはこれらよりかなり大きい。

そこで、前項 4.3.2 (a) で説明したポンプの代表流路長さ  $\bar{l}_{eq}$  でポンプ本体の内容積  $V$  を割って求めた直径  $\bar{d}_{eq}$  を用いて、図 4.5 の結果を整理し直すことにする。 $\bar{d}_{eq}/d_{ps}$  を  $\bar{d}_{eq}^*$  と表示すれば、上記から次式を得る。

$$\bar{d}_{eq}^* = \sqrt{\frac{4V}{\pi \bar{l}_{eq}^* d_{ps}^3}} \quad (4.2)$$

各供試ポンプについて  $V$  を実験的に求め（吸込口と吐出し口を密閉し、そのときにポンプ本体を満たすに要する水の容積から求めた）、上式 (4.2) から  $\bar{d}_{eq}^*$  を求めると、P 1,

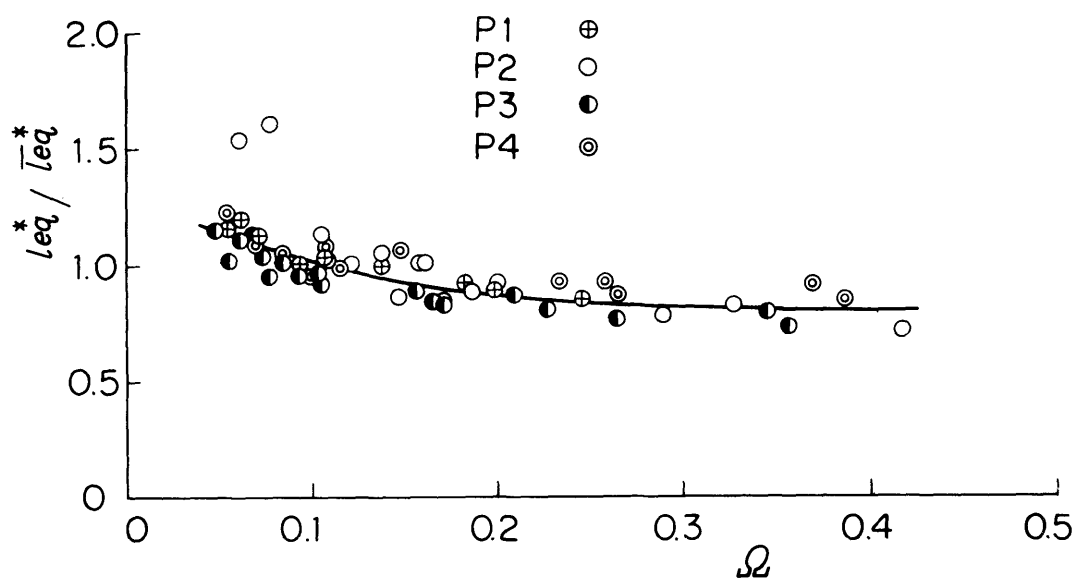


図 4.4  $\Omega$  と  $l_{eq}^*/\bar{T}_{eq}^*$  の関係



・・・, P 4 に対してそれぞれ 0.900, 0.860, 0.842, 1.01 となる。この  $\overline{deq}^*$  を用いて得た  $deq^*/\overline{deq}^*$  と無次元振動数  $\Omega$  との関係は図 4.6 のようになり, 前述の図 4.5 の整理に比べポンプの比速度による差が小さくなる。とくに  $\Omega < 0.1$  では,  $deq^*/\overline{deq}^*$  はほぼ 1 とみなすことができる。しかし前述の図 4.4 のポンプ等価長さのようには, 広範囲の振動数にわたって比速度によらず一本の曲線で整理することはできない。これはポンプの吸込口から吐出し口に向って流路面積が複雑に変化し, その変化のし方がポンプの比速度によって異なることなどによると考える。

供試ポンプ P 1 及び P 4 の場合,  $leq^*$  と  $deq^*$  を求める実験において, 振動数  $\Omega$  が大きくなるとポンプの吸込管に生じる圧力定在波の節の位置における変動圧力の振幅が大きくなって 0 とはみなし得なくなる。またこの節を境にその上流と下流で変動圧力の位相が逆になるという関係も成立しなくなる。この現象の生じない  $\Omega$  の上限値は, ポンプ P 1 及び P 4 に対してそれぞれ 0.246, 0.386 であり, これらの値より小さい  $\Omega$  の範囲における  $leq^*$  と  $deq^*$  の実験値をそれぞれ図 4.4 及び図 4.6 に示してある。供試ポンプ P 2 及び P 3 の場合,  $leq^*$  及び  $deq^*$  を求める実験はそれぞれ  $\Omega = 0.417, 0.356$  まで行ったが, この現象は認められなかった。

さて無次元振動数の定義式

$$\Omega = 2\pi f d_{ps} / a_s \quad (4.3)$$

に次の関係式

$$\left. \begin{aligned} f &= a_s / \lambda_s \\ d_{ps} &= leq / leq^* \end{aligned} \right\} \quad (4.4)$$

を代入すると次式を得る。

$$leq / \lambda_s = \Omega leq^* / 2\pi \quad (4.5)$$

上式 (4.5) の  $\Omega$  に上述の値を, また  $leq^*$  にはそれぞれに対応する実験値 7.35, 4.25, 4.55 及び 5.40 を代入すると, ポンプ P 1, …, P 4 に対して  $leq / \lambda_s = 0.29, 0.28, 0.26, 0.33$  となる。したがって, ポンプの等価長さ  $leq^*$ , 等価直径  $deq^*$  をそれぞれ図 4.4 及び図 4.6 のように表し得るのは, 上記  $leq / \lambda_s$  の最小値をとって, 一応

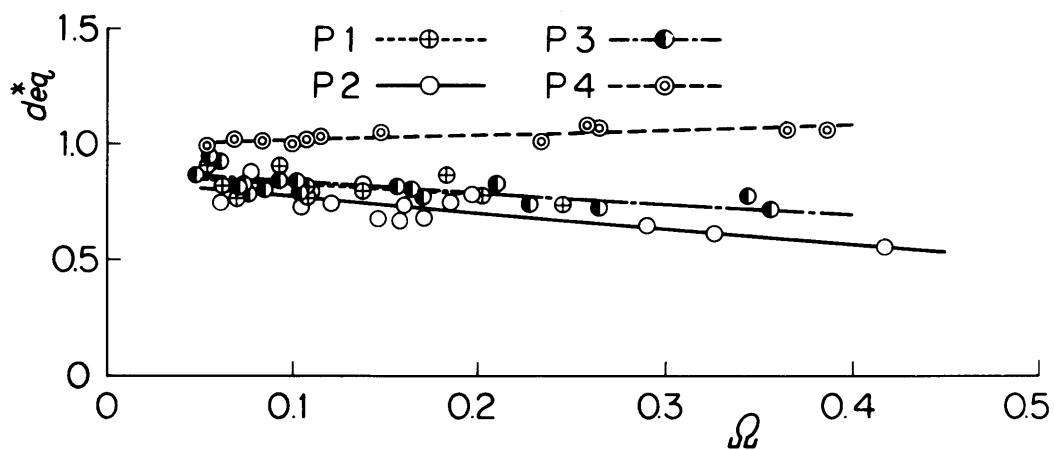


図 4.5  $\Omega$  と  $d_{eq}^*$  の関係

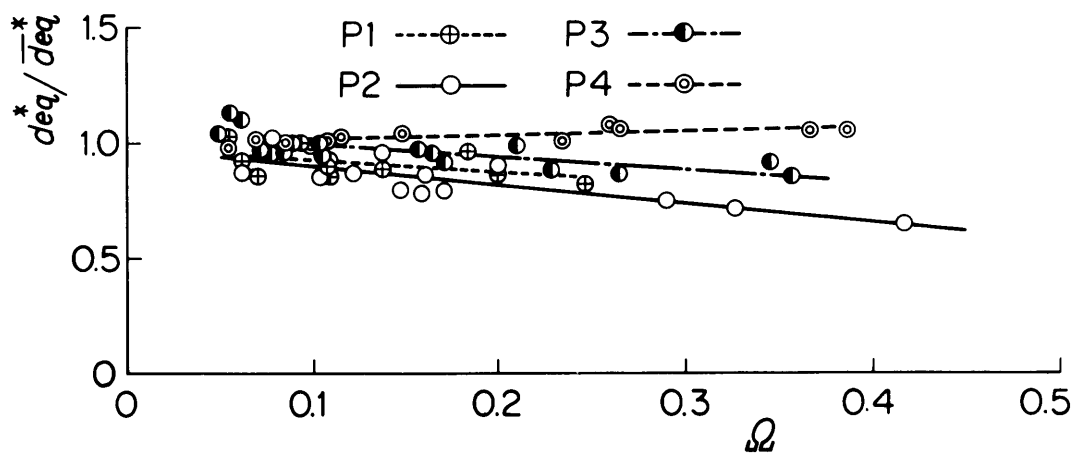


図 4.6  $\Omega$  と  $d_{eq}^*/\bar{d}_{eq}^*$  の関係

$l_{eq}/\lambda_s \leq 0.26$  であるといえる。

なお、上記のような現象が生じる原因としては、供試ポンプ各部の振動、流体粘性に基づく損失などが考えられる。

#### 4.3.3 共振時の変動圧力振幅

ポンプ位置と共振時の変動圧力振幅の関係を調べるために、以下の実験を行った。第3章と同様、吸込管長  $l_s^*$  と吐出し管長  $l_d^*$  の和をほぼ一定に保ってポンプの取付け位置だけを変え、このポンプの羽根通過振動数  $\Omega_{zN} (= 2\pi f_{zN} d_{ps} / a_s)$  が2次の液柱固有振動数と一致する回転数においてポンプをその最高効率点で運転し、このときの変動圧力の振幅を管軸に沿って求めた。ここで2次の共振に注目したのは、変動圧力の節と腹をも含む広範囲にポンプ位置を変えることができるからである。実験はポンプP3及びP4について行ったが、第3章で得たポンプP2の結果と合わせて以下考察する。

吐出し管長  $l_d/\lambda_{dn}$  と吐出し管内変動圧力の共振振幅  $|P^*|_{dn}$  の関係を求めると、図4.7のようになる。ここで、 $l_s^* + l_d^*$  は供試ポンプP3及びP4に対してそれぞれ29.9~33.0、4.26である。同図からわかるようにいずれのポンプにおいても  $|P^*|_{dn}$  は  $l_d/\lambda_{dn}$  とともに変化し、 $|P^*|_{dn}$  が最大値をとる  $l_d/\lambda_{dn}$  の値はポンプによって異なる。同様の傾向は、吸込管長  $l_s/\lambda_{sn}$  と吸込管における共振振幅  $|P^*|_{sn}$  の間にも認められる。これらの理由については、4.3.4項で後述する。なお図4.7において、 $|P^*|_{dn}$  の最大値が供試ポンプの種類によって異なるのは、ポンプ固有の脈動の大きさが各ポンプごとに異なることのほかに、ポンプ、吸込管及び吐出し管における抵抗が各ポンプに対応する実験装置ごとに異なることによる。

次に、上記の共振振幅の吐出し管における値と吸込管における値の比  $|P^*|_{dn}/|P^*|_{sn}$  を求め、 $l_d/\lambda_{dn}$  との関係で示すと図4.8のようになる。いずれのポンプも、この比は  $|P^*|_{dn}$  と同様に  $l_d/\lambda_{dn}$  によって変化するが、ポンプP2及びP3に比べポンプP4ではその最大値及び最小値はともに小さい。同図には前章で得た式(3.14)から求めた計算値も示してあるが、実験値とよく一致している。

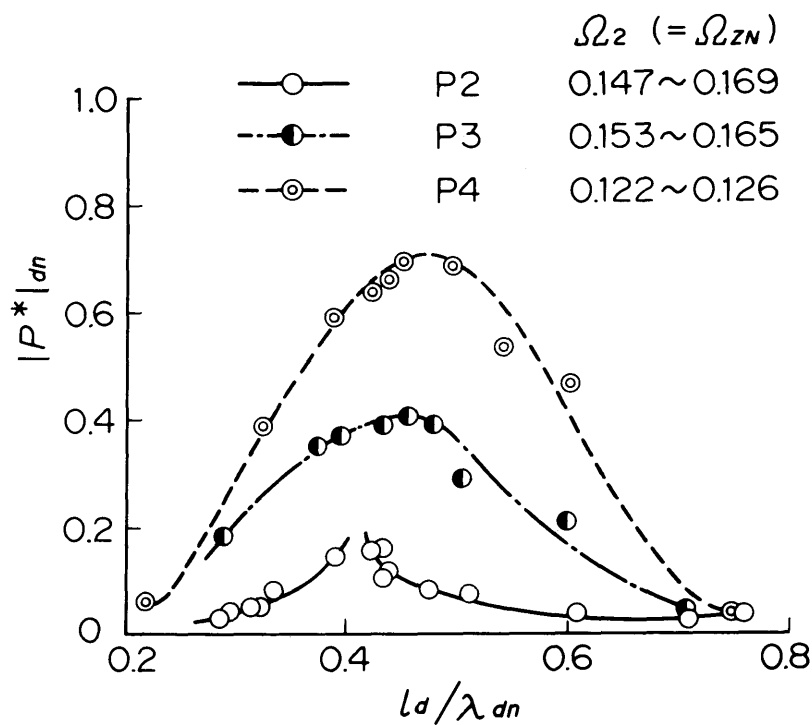


図 4.7  $l_d/\lambda_{dn}$  と  $|P^*|_{dn}$  の関係

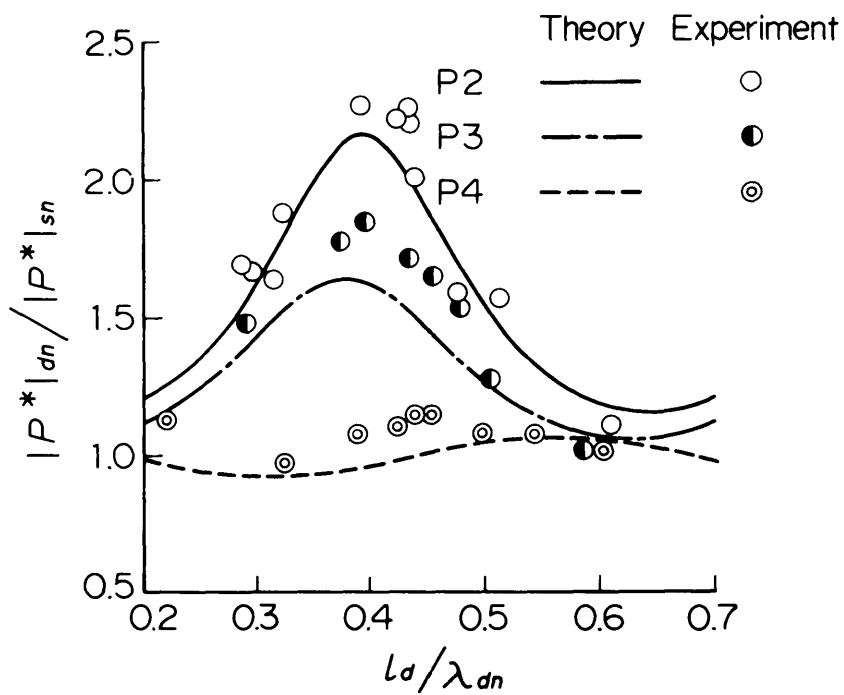


図 4.8  $l_d/\lambda_{dn}$  と  $|P^*|_{dn}/|P^*|_{sn}$  の関係

#### 4. 3. 4 脈動発生源の相当位置

前述のように，共振時の変動圧力の振幅  $|P^*|_{dn}$  及び  $|P^*|_{sn}$  はポンプの取付け位置によって変化し，これらが最大値をとる  $l_d/\lambda_{dn}$  の値は供試ポンプによって異なる。この事実は，ポンプの脈動発生源の相当位置がポンプの種類によって異なることを示している。この位置を知ることは，共振時の変動圧力の振幅を小さく抑える必要がある実際上の問題と関連して重要であるので，以下これを求めることにする。

4. 3. 3 項の実験ではモードが2次の共振を扱っているので， $l_s/\lambda_{sn} < 0.5$  でかつ  $l_d/\lambda_{dn} < 0.5$  の場合，圧力定在波の節に相当する位置は吸込管と吐出し管の中間のポンプ等価管路の中に存在することになる。この節に相当する位置からポンプの吸込端及び吐出し端までの等価長さをそれぞれ  $l_{eq1}$ ,  $l_{eq2}$  ( $l_{eq} = l_{eq1} + l_{eq2}$ ) とし，前章 3. 4. 2 項(c)で述べた方法を用いて上記条件を満足する実験値から  $l_{eq1}/(l_{eq1} + l_{eq2})$  と  $|P^*|_{dn}$  の関係を求めると，図 4. 9 を得る。等価管路における脈動発生源の相当位置は， $|P^*|_{dn}$  が最大値をとるときの  $l_{eq1}/(l_{eq1} + l_{eq2})$  の値として求まり，ポンプ P 2, P 3, P 4 に対してそれぞれおよそ 0.4, 0.7, 0.8 となる。このように供試ポンプによって脈動発生源の相当位置が異なるので，前述の図 4. 7 において  $|P^*|_{dn}$  が最大値をとる  $l_d/\lambda_{dn}$  の値も異なる。

以上においては，供試ポンプについて等価管路における脈動発生源の相当位置を求めたが，次に脈動発生源位置とケーシング舌部位置の関係を考察する。そこで，ポンプ吐出しケーシングのディフューザ部をこれと断面積の等しいテーパ管に置換え，このテーパ管と吐出し直管（その下流はタンクに接続）から成る系に注目して，テーパ管の入口が変動圧力の節と一致するときのテーパ管の長さ  $l$  を求めることにする。

図 4. 10 のように記号を定め，まずテーパ管入口（添字 1）と吐出し直管出口（添字 2）における変動圧力  $P$  と変動流量  $Q$  の関係を考察する。テーパ管入口と吐出し直管出口における境界条件から，次の二つの式を得る。

$$\text{入口： } P_1 = 0 \quad (4. 6)$$

$$\text{出口： } P_2 = 0 \quad (4. 7)$$

$P_1$  ,  $Q_1$  と  $P_2$  ,  $Q_2$  の間に成立つ伝達マトリックスにおいて，上式 (4. 6) 及び (4. 7) を用いると次式を得る<sup>(33)(38)</sup>。

$$[1 + \{(m-1)/\beta l_T\} \tan \beta l_T] \tan \beta l_d + \tan \beta l_T = 0 \quad (4. 8)$$

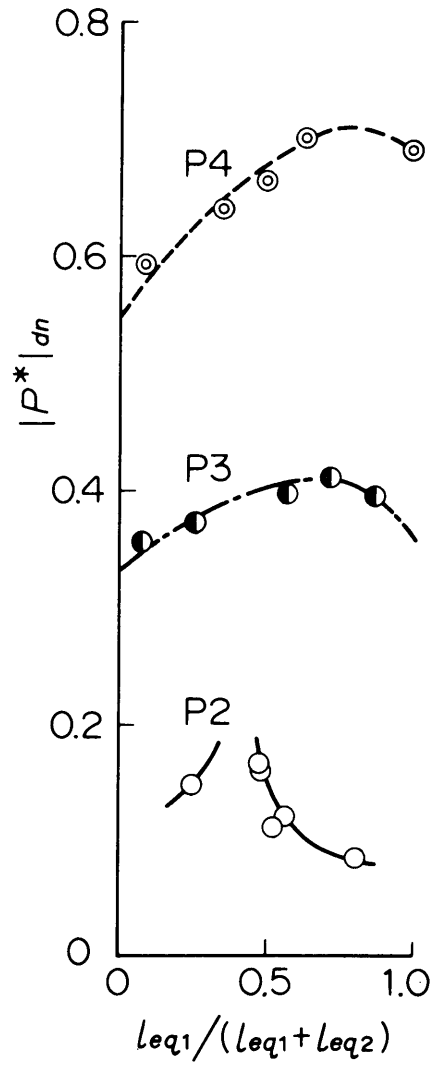


図 4.9  $leq_1/(leq_1+leq_2)$  と  $|P^*|_{dn}$  の関係

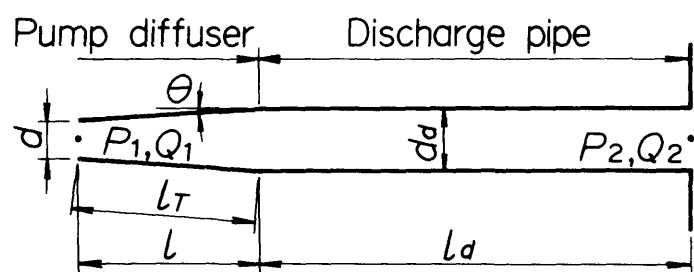


図 4.10 脈動発生源の位置を求める説明図

ここで

$$\left. \begin{aligned} m &= d/d_d \\ d &= d_d - 2l_T \sin \theta \\ \beta &= 2\pi/\lambda_{dn} \end{aligned} \right\} \quad (4.9)$$

これらの式(4.8)及び(4.9)から $l_T$ の値を求め、 $l = l_T \cos \theta$ なる関係から $l$ を求めると、この $l$ はポンプ吐出し口から脈動発生源までの距離を表すことになる。

以下 $l_T$ の値を供試ポンプについて具体的に求めてみる。まず図4.7から、ポンプ吐出し管における共振振幅 $|P^*|_{dn}$ が最大値をとるときの $l_d/\lambda_{dn}$ 及び $\lambda_{dn}$ の値を求める。この際、 $l_d/\lambda_{dn}$ には図4.7から直接読取った値を、また $l_d/\lambda_{dn}$ とともに $l_d$ は変化するが $\lambda_{dn}$ はほぼ一定であることから、 $\lambda_{dn}$ には $|P^*|_{dn}$ の最大値の近傍にある実験点3個の $\lambda_{dn}$ の平均値を用いることにする。次にポンプディフューザ部の幾何学的形状から $\theta$ の値を算出して(ポンプP2, P3, P4に対してそれぞれ $3.5^\circ$ ,  $2.3^\circ$ ,  $6.6^\circ$ )、吐出し管内径 $d_d$ の値とともに式(4.8)及び(4.9)に代入すれば $l_T$ の値が求まる。

この $l_T$ から求めた $l$ と、ポンプ吐出し口からケーシング舌部までの距離 $l_{tg}$ (図4.3(c)参照)の比 $l/l_{tg}$ は、ポンプP3及びP4に対してそれぞれ0.91, 0.98となる。このように脈動発生源の相当位置は、ケーシング舌部の位置とほぼ一致する。二重うず巻ケーシングを有するポンプP2についても $l$ を同様に求めると、ポンプ吐出し口から吐出し口側の舌部までの距離を $l_{tg1}$ としたとき、 $l/l_{tg1} = 1.74$ を得る。一方、ポンプ吐出し口からもう一方の舌部までの距離を $l_{tg2}$ 〔 $= l_{tg1} + \widehat{HI'J'}$ , 図4.3(d)参照〕とすると、

$l_{tg2}/l_{tg1} = 3.16$ となる。ここでは簡単のために、 $l/l_{tg1} \leq 1$ における $\theta$ の値が

$l/l_{tg1} > 1$ においても拡張して適用できるとして計算を行ったので、ポンプP2における $l/l_{tg1}$ の上記の値をポンプP3及びP4の場合とそのまま比較することはできない。しかしこの結果は、二重うず巻ケーシングの場合舌部は2箇所あるがその中間に脈動発生源の相当位置があるとみなし得ることを示している。



#### 4.4 結 言

代表的な遠心ポンプとして両吸込うず巻ポンプを取上げ、その比速度が160～380 ( $\text{m}^3/\text{min}$ , m, rpm) の範囲にある4種類について、これらを等価管路に置換えたときの長さ $l$ と直径 $d$ を求めた。次に吸込管長と吐出し管長の和をほぼ一定に保ち、ポンプをその取付け位置を変えて運転し、羽根通過振動数が液柱固有振動数と一致して共振を起こしたときの変動圧力を求める実験を行い、以下の結論を得た。

(1) ポンプの等価長さ  $l_{eq}^*$  と、脈動していない状態のポンプの代表流路長さ  $\overline{l_{eq}}^*$  [式 (4.1)] の比  $l_{eq}^*/\overline{l_{eq}}^*$  は、比速度によらず一本の曲線で整理できる。

(2) 共振時の変動圧力振幅  $|P^*|_{an}$  が最大値をとる吐出し管長  $l_d/\lambda_{an}$  の値はポンプの種類によって異なるが、これは脈動発生源の相当位置が異なるためである。この相当位置は、ケーシング舌部の位置とほぼ一致する。ただし二重うず巻ケーシングの場合、この位置は2箇所 $\lambda_{an}$ の舌部の中間にあるとみなすことができる。

## 第5章 ポンプを含む複合管路の液柱共振<sup>(39)</sup>

### 5.1 緒言

前章までにおいては、ポンプの吸込直管の上流と吐出し直管の下流にそれぞれタンクを一つずつ接続した系について検討してきた。これは、管路系の液柱共振条件を求める際にポンプをどのように扱えばよいのか、またこれがポンプの幾何学的形状によってどのように変化するかをまず明らかにするために、管路系の影響をできるだけ単純にする必要があったからである。しかしポンプ場や各種プラントにおける実際の配管はこのような系とは異なり、ポンプ及び直管のほかに弁、テーパ管などの各種配管要素を含む複合管路であるため、液柱の固有振動数と固有モードはこれら要素の影響を受けて複雑に変化する。

複合管路内の流体の共振に関しては、酒井ら<sup>(6)(21)</sup>、武藤ら<sup>(22)</sup>、Camichelら<sup>(23)</sup>、Jaeger<sup>(24)</sup>、Streeterら<sup>(25)</sup>、Chaudhry<sup>(26)</sup>、Zielkeら<sup>(27)</sup>の研究がある。しかしこれらにおいては、本研究で対象とするポンプの羽根から出た流れと舌部との干渉による圧力脈動とは励振源の特性が異なる場合を扱っている。ポンプを含む複合管路における羽根通過による圧力脈動の液柱共振に関する研究は未だ発表されておらず、この共振にポンプ及びこれにつながる管路がどのような影響を及ぼすかその詳細は不明である。

本章においては、第2章及び第3章と同一の両吸込うず巻ポンプを用い管路として直管、弁、テーパ管を直列及び並列に設置した場合、並びに並列管を設置した場合など9とおりについて実験を行った。そして、液柱固有振動数と固有モード並びに羽根通過による圧力脈動が液柱と共振を起こしたときの変動圧力振幅に、ポンプと定在波の相対位置及び配管諸要素が及ぼす影響を明らかにした。

### 5.2 液柱固有振動数と固有モードの理論

一般に、ポンプを含む管路系の液柱固有振動数は、伝達マトリックス法によって求めることができる。しかし本章で扱うような管路網をも含む複合管路にこの方法を適用すると、計算が煩雑になる。そこでここでは、複雑な管路の液柱固有振動数の計算に適した剛性マトリックス法<sup>(40)</sup>を、ポンプを含む管路系に適用する。

以下その方法を、図5.1に示す管路を例にとって説明する。この系はポンプ、直管、テーパ管で構成されているものとし、系をこれらの各要素に分割し、要素とその両端の節点に番号を付ける。同図の場合①～⑦は要素番号を、1～8は節点番号を表す。任意の要素

⑦の剛性マトリックスを  $M_{\text{⑦}}$ , その節点  $n$  における変動流量及び変動圧力をそれぞれ  $Q_{\text{⑦}n}$ ,  $P_{\text{⑦}n}$  と表示すれば, 例えば要素①では次の剛性方程式が成り立つ<sup>(40)</sup>。

$$\begin{bmatrix} Q_{\text{①}1}^* \\ Q_{\text{①}2}^* \end{bmatrix} = M_{\text{①}} \begin{bmatrix} P_{\text{①}1}^* \\ P_{\text{①}2}^* \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

ここで,  $Q^* = Q / (\pi/4)d_0^2 a_0$ ,  $P^* = P / \rho a_0^2$ ,  $d_0$ : 代表長さ,  $a_0$ : 代表速度である。

上記の剛性マトリックス  $M$  は, 流体粘性を無視するとポンプ等価管路に対して次のように書ける。

$$\text{ポンプ等価管路} : \frac{j}{Z_{ceq}^* \sin \beta_{eq}^* l_{eq}^*} \begin{bmatrix} -\cos \beta_{eq}^* l_{eq}^* & 1 \\ 1 & -\cos \beta_{eq}^* l_{eq}^* \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

ここで,  $Q = 2\pi f d_0 / a_0$ ,  $l_{eq}^* = l_{eq} / d_0$ ,  $a_{eq}^* = a_{eq} / a_0$ ,  $d_{eq}^* = d_{eq} / d_0$ , である。

同様に直管<sup>(40)</sup> 及びテーパ管<sup>(38)</sup> の剛性マトリックス  $M$  は, 図 5.2 (a), (b) (図中の添字 1 及び 2 は, それぞれ管の入口及び出口を表す) を参照して, 次のように書ける。

$$\text{直 管} : \frac{j}{Z_c^* \sin \beta^* l^*} \begin{bmatrix} -\cos \beta^* l^* & 1 \\ 1 & -\cos \beta^* l^* \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

$$\text{テーパ管} : \frac{j}{G} \begin{bmatrix} -G_{11} & 1 \\ 1 & -G_{22} \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} G &= (a^* / d_1^* d_2^*) \sin \beta^* l^* \\ G_{11} &= m \cos \beta^* l^* + \frac{1-m}{\beta^* l^*} \sin \beta^* l^* \\ G_{22} &= \frac{1}{m} \cos \beta^* l^* + \frac{1-\frac{1}{m}}{\beta^* l^*} \sin \beta^* l^* \\ m &= \frac{d_1}{d_2} \end{aligned} \right\} \quad (5.5)$$

節点のうち要素の結合部では, 変動圧力と変動流量の連続の式が成り立つものとすれば, 例えば節点 2 では次式を得る。

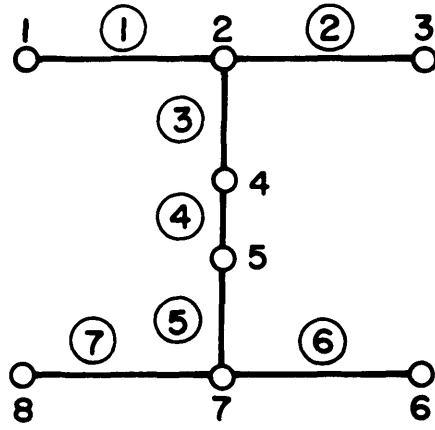
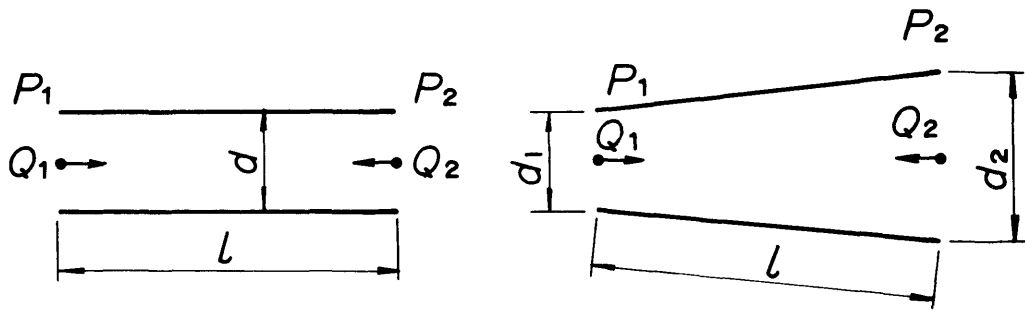


図 5.1 要素の分割例



(a) 直 管

(b) テーパー管

図 5.2 配管要素

$$P_2^* = P_{\textcircled{1}2}^* = P_{\textcircled{2}2}^* = P_{\textcircled{3}2}^* \quad (5.6)$$

$$Q_2^* = Q_{\textcircled{1}2}^* + Q_{\textcircled{2}2}^* + Q_{\textcircled{3}2}^* = 0 \quad (5.7)$$

また節点 1, 3, 6 及び 8 における境界条件から次式を得る。

$$P^* = 0(\text{開端}) \text{ または } Q^* = 0(\text{閉端}) \quad (5.8)$$

以上の各要素で成立つ剛性方程式, 節点のうち要素の結合部における変動圧力と変動流量の連続の式及び管端における境界条件を用いれば, 次の全体剛性マトリックスを得る<sup>(40)</sup>。

$$\begin{bmatrix} Q_1^* \\ Q_2^* \\ \vdots \\ Q_8^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{18} \\ A_{21} & & & \\ \vdots & & & \\ A_{81} & \cdots & \cdots & A_{88} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1^* \\ P_2^* \\ \vdots \\ P_8^* \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

ここで,  $A_{ik}$  ( $i = 1, 2, \dots, 8; k = 1, 2, \dots, 8$ ) は全体剛性マトリックスの要素を表す。

上式 (5.9) を満足する無次元振動数  $\Omega$  を  $\Omega_n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) と表示すれば, この  $\Omega_n$  が求めるべき固有振動数である。  $\Omega_n$  を求めるには具体的には以下の方法による。すなわち境界の節点 1, 3, 6 及び 8 のうち任意の一点を選び, その節点が開端の場合は  $Q^*$  の値を仮定し, それに対する  $P^*$  の値が 0 となる  $\Omega$  を上式から求めるとこれが  $\Omega_n$  である。もし節点が開端の場合には  $P^*$  の値を仮定し, それに対する  $Q^*$  の値が 0 となる  $\Omega$  を求めるとよい。

以上の  $\Omega_n$  を求める計算の過程で, 各  $\Omega_n$  に対して各節点の変動圧力  $P_{\textcircled{1}1}^*, P_{\textcircled{1}2}^*, \dots, P_{\textcircled{7}7}^*, P_{\textcircled{7}8}^*$  は式 (5.6) 及び (5.9) から求められる。そこでこれらの各要素両端の  $P^*$  の値から, 伝達マトリックス法<sup>(41)~(43)</sup> を用いてまず要素両端の変動流量  $Q^*$  の値を計算する。次にこれらの  $P^*$  と  $Q^*$  の値をもとに, その要素内の任意の位置における変動圧力と変動流量を計算すれば固有モードが得られる。

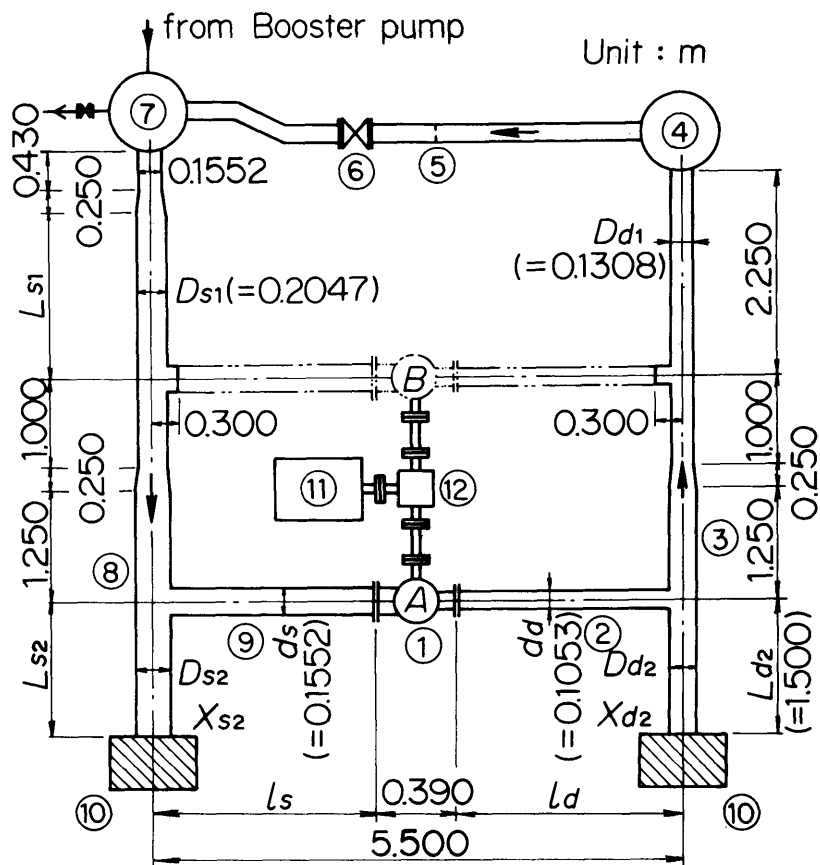
### 5.3 実験装置と方法

5.2節で述べた計算法の妥当性を確認するため、ポンプ場や各種プラントにおける実際の配管のように、ポンプ及び直管のほかに弁、テーパ管を直列及び並列に設置した場合、並びに分岐管を設置した場合などの複合管路について、以下の実験を行った。

その装置の概要を図5.3に、実験した配管の組合せを表5.1に示す。供試ポンプ①は第2章及び第3章で用いたものと同一で、比速度266 ( $m^3/min, m, rpm$ )、吸込口径150mm、吐出し口径100mm、羽根枚数 $z=5$ の両吸込うず巻ポンプである。吐出し管②の下流には②より断面積の大きな本管③を接続し、その一端には管壁の縦振動が管内の流体の変動圧力に影響するのを避けるためブロック⑩を設け、他端には開端の条件を得るため一定容量のタンクII④（内径1150mm、高さ2100mm）を取付けた。吸込本管においても、同じ理由によりその一端にはブロック⑩を、他端にはタンクIIと同一寸法のタンクI⑦を取付けた。そして同図の位置Aにポンプを取付けて、吸込本管の一部の長さ $L_{s1}$ と $L_{s2}$ 、吸込管長 $l_s$ と吐出し管長 $l_d$ を変え、また断面積比 $(D_{s2}/d_s)^2$ 及び $(D_{d2}/d_d)^2$ を変えた。さらに管路中に弁をそう入し、また位置AとBの両方にポンプを取付けて、それぞれを単独であるいは並列で運転した。

その際、ポンプの回転数 $N$ を13.0～48.0 rps（羽根通過振動数 $f_{zN} = zN = 65 \sim 240$  Hz）の範囲に変えて、羽根通過振動数を液柱固有振動数と一致させた。そして管内の変動圧力を、タンクI⑦から供試ポンプ①並びにタンクII④に至る区間の管軸に沿った約24箇所と同時に測定した。この結果から、実時間スペクトル分析器により羽根通過振動数成分の振幅を定め、これから固有モードを求めた。

なお、直管には市販の鋼管を用いた。ポンプの吐出し量の調整は、タンクII④とタンクI⑦の間に設けた仕切弁⑥により行い、ポンプを最高効率点で運転した。またブースタポンプにより、タンクI⑦の圧力をゲージ圧0.147 MPa ( $1.5 \times 10^4 \text{ kgf/m}^2$ )の一定値に保ち、流量調整用の仕切弁⑥及び供試ポンプ①におけるキャビテーションの発生を避けるよう配慮した。



- ① Test pump      ② Discharge pipe      ③ Discharge header pipe
- ④ Tank II      ⑤ Orifice      ⑥ Sluice valve
- ⑦ Tank I      ⑧ Suction header      ⑨ Suction pipe
- ⑩ Block      ⑪ Electric motor      ⑫ Gear box

图 5.3 实 验 装 置

表 5.1 供試配管の組合せ

| 実験<br>番号 | $l_s$ m        | $l_a$ m        | $L_{s2}$ m | $L_{s1}$ m | $D_{s2}$ m | $D_{s1}$ m | ポンプの<br>位 置 | 備 考                           |
|----------|----------------|----------------|------------|------------|------------|------------|-------------|-------------------------------|
| 1        | 2.550          | 2.560          | 1.875      | 1.675      | 0.2047     | 0.1308     | A           |                               |
| 2        | 2.550          | 2.560          | 1.250      | 0.250      | 0.2047     | 0.1308     | A           |                               |
| 3        | 2.550          | 2.560          | 1.250      | 0.250      | 0.3398     | 0.1801     | A           |                               |
| 4        | 2.550          | 2.560          | 1.250      | 0.250      | 0.2047     | 0.1308     | A           | テーパ管, 仕切弁および逆止め弁を<br>そう入      |
| 5        | 1.550          | 3.560          | 1.250      | 0.250      | 0.2047     | 0.1308     | A           |                               |
| 6        | 2.550          | 2.560          | 1.250      | 0.250      | 0.2047     | 0.1308     | A, B        | Bポンプだけを運転                     |
| 7        | 2.550          | 2.560          | 1.250      | 0.250      | 0.2047     | 0.1308     | A, B        | 並列運転 (2台のポンプ間で翼は同<br>位相)      |
| 8        | 2.550          | 2.560          | 1.250      | 0.250      | 0.2047     | 0.1308     | A, B        | 並列運転 (2台のポンプ間で翼は逆<br>位相)      |
| 9        | 2.550<br>2.920 | 2.560<br>2.190 | 1.250      | 0.250      | 0.2047     | 0.1308     | A<br>B      | 並列運転 (2台のポンプの回転数が<br>わずかに異なる) |



## 5.4 実験結果と考察

### 5.4.1 管振動の影響

一般に、管壁の振動が管内流体の変動圧力に影響を及ぼす<sup>(44)(45)</sup> ことがあるので、まず一端が閉鎖している本管分岐部（図 5.3 において長さ  $L_{s2}$  及び  $L_{d2}$  の区間）の管壁の縦振動に注目して、以下の実験を行った。

結果の一例を、図 5.4 に示す。●印は、実験番号 1 の配管において吐出し本管の閉鎖部（図 5.3 の  $X_{d2}$ ）と吸込本管の閉鎖部（同図の  $X_{s2}$ ）をともにピアノ線で吊り（図 5.5）、管がその軸方向に自由に振動できる状態にしたときの変動圧力振幅  $|P^*|_{p-p}$  を、吐出し管と吐出し本管の管軸に沿って示したものである。

同図の実験値は、羽根通過振動数が液柱固有振動数  $\Omega_n$  と一致して共振を起こしたうちで、後述するように管の縦振動の影響が最も顕著に現れた場合であり、6 次（ $n=6$ ）のモードを示す。ここで  $\Omega_n$  は吸込管内径  $d_s$ （ $=0.1552$  m）を代表長さとし、吸込管内の圧力波伝播速度  $a_s$  を代表速度にとって、液柱固有振動数  $f_n$  を次式により無次元化した量である。

$$\Omega_n = 2\pi f_n d_s / a_s \quad (5.10)$$

同図において、閉鎖端（図中の  $X_{d2}$ ）から吐出し管分岐部に生じる変動圧力の節までの距離を求めてみると、この値は波長の  $1/4$  よりかなり小さい。すなわち分岐管閉鎖部を変動圧力の腹（閉端すなわち  $Q^* = 0$ ）とはみなし得ず、この事実は管壁の縦振動の影響<sup>(44)</sup> が顕著であることを示している。

次にこの影響を避けるために、上述の 2 箇所に分岐管閉鎖部を固定することを試みた。そのためにここでは、内部にコンクリートを充てんした鋼板製の質量  $970$  kg のブロックを用いた（図 5.6）。その結果を、図 5.4 に○印で示す。このときは分岐管閉鎖部で変動圧力は腹となり、また 6 次の液柱固有振動数  $\Omega_6$  も●印の  $0.148$  から  $0.159$  へと上昇し、この固有振動数は閉鎖部を閉端として扱った計算値  $0.163$  とほぼ一致する。そこで第一段階として、複合管路の液柱の共振現象を管壁の振動の影響を無視できる条件のもとで調べるために、吐出し本管と吸込本管のそれぞれの閉鎖部に前述のブロックを取付け以降の実験を行った。

なお、管内流体中の圧力波伝播速度  $a$  は、実験時の水温をもとに管壁の弾性の影響を考慮した式<sup>(46)</sup> から求めた。

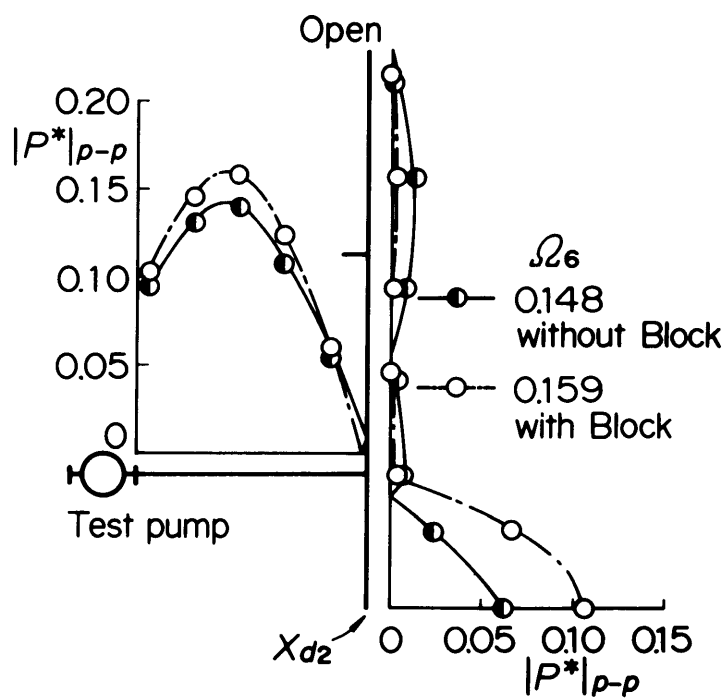


図 5. 4 管の縦振動の影響

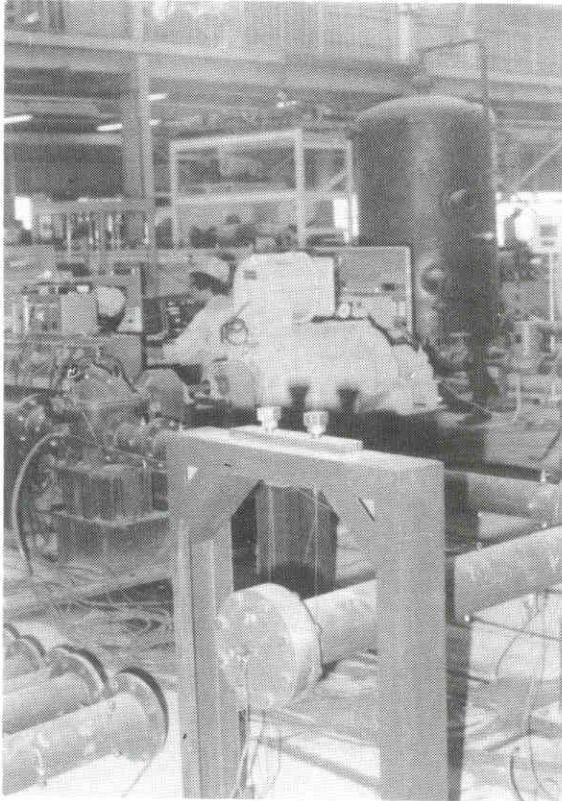


図 5.5 ピアノ線で吊った吐出し本管閉鎖部

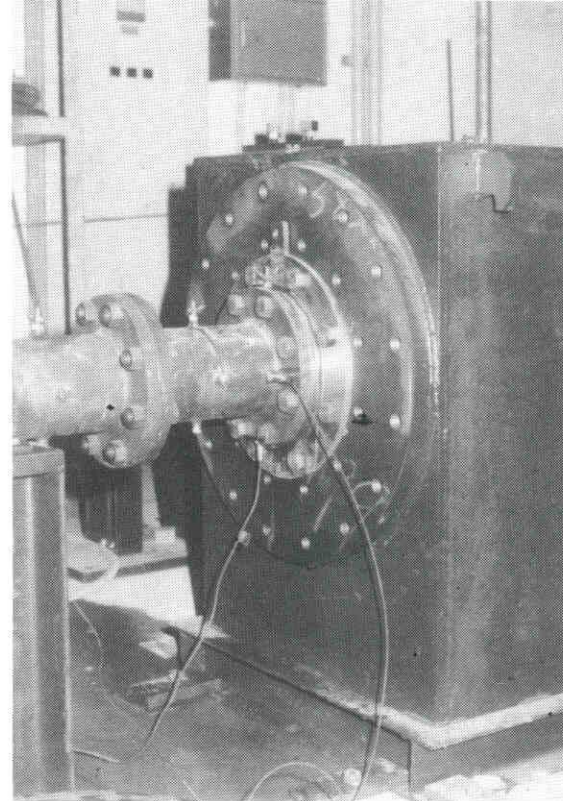


図 5.6 ブロックを取付けた吐出し本管閉鎖部

#### 5.4.2 液柱固有振動数

ポンプの回転数 $N$ を変え、そのときの変動圧力を吸込管と吐出し管の各1箇所測定して、羽根通過振動数と変動圧力振幅の関係を求めた一例を図5.7に示す。ただしここでは、 $\Omega_{zN}(=2\pi f_{zN}d_s/a_s)$ 、 $|P^*|_{p-p}$ なる無次元表示が用いてある。図は実験番号1に対するもので、吸込管と吐出し管における測定位置は、それぞれポンプ吸込フランジの上流1.125 m (= 7.2  $d_s$ )と、吐出しフランジの下流1.135 m (= 10.8  $d_d$ )にある。図からわかるように、 $\Omega_{zN} = 0.0865, 0.104, 0.114$ 及び $0.159$ において、 $|P^*|_{p-p}$ は極大値をとる。ただし、この吸込管では $\Omega_{zN} = 0.104$ における極大値は観測できなかったが、これはこの実験条件においては測定位置が変動圧力の節に近いためである。これは別の測定により確認してある。

この系に5.2節で述べた計算法を適用し、無次元振動数 $\Omega(=2\pi f d_s/a_s)$ とタンクIIの入口(節点1, 図5.9参照)における流体インピーダンス $Z_i^*(=P_i^*/Q_i^*)$ の関係を求めると、図5.8の実線のようになる。 $Z_i^*$ の実数部は0であるから、図にはその虚数部だけを示してある。計算に際し、ポンプ等価管路の長さ $l_{eq}^*$ と直径 $d_{eq}^*$ にはそれぞれ第2章の式(2.19)及び(2.20)から求めた値を用いた。また管端における境界条件として、タンクIの出口では $P^* = 0$ が、分岐管の閉鎖部では $Q^* = 0$ が成立つとした。

同図において $Z_i^*$ が0になる $\Omega$ が液柱固有振動数 $\Omega_3, \Omega_4, \dots$ であり、これらは図5.7において $|P^*|_{p-p}$ が極大となる $\Omega_{zN}$ の値とよく一致している。この事実から、同図において $|P^*|_{p-p}$ が極大となる $\Omega_{zN}$ は、左から順に $\Omega_3, \Omega_4, \dots$ に相当することがわかる。なおこの実験条件の場合、 $\Omega_1$ と $\Omega_2$ はいずれも $0.05$  ( $f_{zN} = 65$  Hz)以下でありポンプの回転数が低くなり過ぎるために、また $\Omega_7$ より大きな液柱固有振動数はその値が $0.183$  ( $f_{zN} = 240$  Hz)以上となり、装置の制約上いずれも実験による確認はできなかった。図5.8には、参考のために吐出し本管の分岐部閉鎖端(節点9, 図5.9参照)における流体アドミッタンス $1/Z_9^*$ も示してあるが、 $Z_i^*$ の場合と同一の $\Omega$ で0になる。

以上のようにして求めた $\Omega_n$ の実験値と計算値を、 $2 \leq n \leq 7$  ( $n$ :次数)でかつ $0.05 \leq \Omega_n \leq 0.183$ の範囲について示すと、実験番号1~8に対して表5.2のようになる。両者はよく一致しており、前述の液柱固有振動数の計算法が妥当であることがわかる。ただし同表における計算値と実験値の比は、全般に1よりやや大きい。これは、実験時には微量ではあるが液中に気ほうが混入しているため、圧力波伝播速度が実験値の無次元化に用いた式(5.11)中の $a$ (純液時の値)よりも低下したことによると思われる。

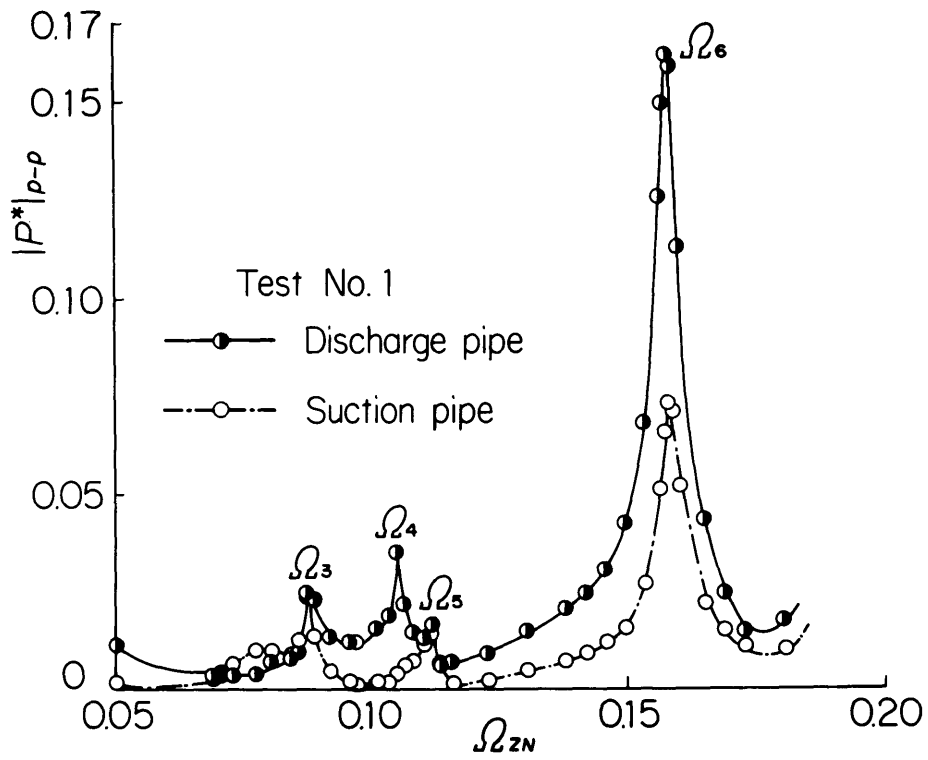


図 5.7  $\Omega_{zN}$  と  $|P^*|_{p-p}$  の関係

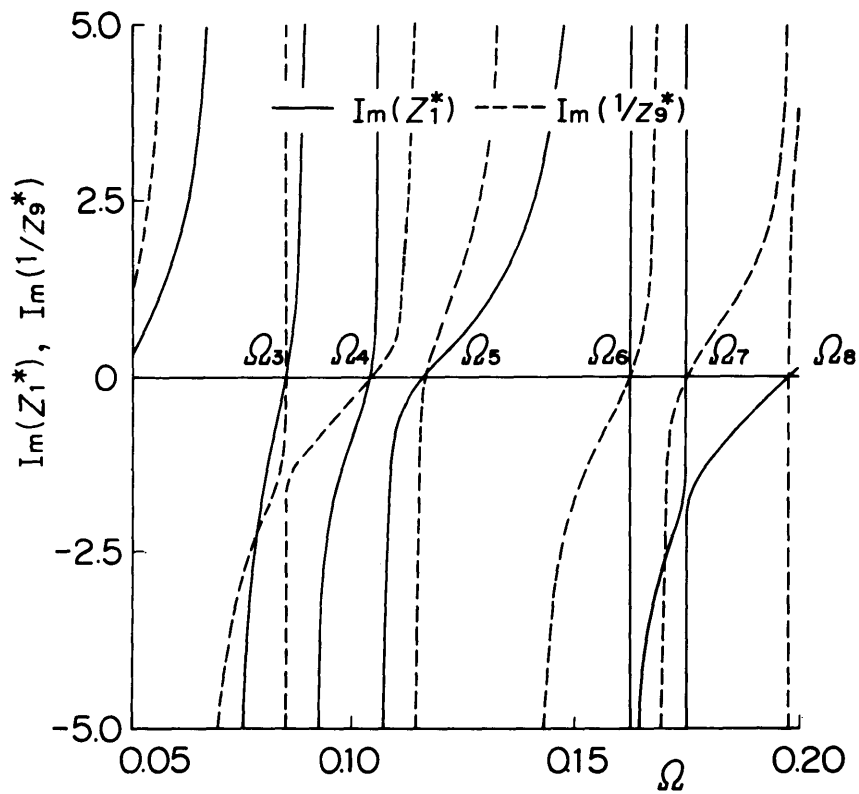


図 5.8  $\Omega$  と  $\text{Im}(Z_1^*)$  及び  $\text{Im}(1/Z_9^*)$  の関係

表 5.2  $\Omega_n$  の実験値と計算値の比較

| 実験番号 | $\Omega_n$ | n      |        |        |       |       |       |
|------|------------|--------|--------|--------|-------|-------|-------|
|      |            | 2      | 3      | 4      | 5     | 6     | 7     |
| 1    | 実験値        |        | 0.0865 | 0.104  | 0.114 | 0.159 | —     |
|      | 計算値        |        | 0.0850 | 0.104  | 0.117 | 0.163 | 0.175 |
|      | 計実         |        | 0.98   | 1.00   | 1.03  | 1.03  | —     |
| 2    | 実験値        | 0.0520 | 0.0890 | 0.110  | 0.140 | 0.166 | —     |
|      | 計算値        | 0.0507 | 0.0889 | 0.115  | 0.141 | 0.173 | —     |
|      | 計実         | 0.98   | 1.00   | 1.05   | 1.01  | 1.04  | —     |
| 3    | 実験値        |        | 0.0882 | 0.119  | 0.139 | 0.161 | —     |
|      | 計算値        |        | 0.0882 | 0.121  | 0.140 | 0.168 | —     |
|      | 計実         |        | 1.00   | 1.02   | 1.01  | 1.04  | —     |
| 4    | 実験値        | 0.0512 | 0.0895 | 0.112  | 0.139 | 0.165 | —     |
|      | 計算値        |        | 0.0896 | 0.114  | 0.142 | 0.176 | —     |
|      | 計実         |        | 1.00   | 1.02   | 1.02  | 1.07  | —     |
| 5    | 実験値        | 0.0505 | 0.0950 | 0.113  | 0.134 | 0.172 | —     |
|      | 計算値        |        | 0.0934 | 0.115  | 0.137 | 0.180 | —     |
|      | 計実         |        | 0.98   | 1.02   | 1.02  | 1.05  | —     |
| 6    | 実験値        |        | 0.0626 | 0.0815 | 0.109 | 0.138 | 0.161 |
|      | 計算値        |        | 0.0615 | 0.0861 | 0.112 | 0.139 | 0.168 |
|      | 計実         |        | 0.98   | 1.06   | 1.03  | 1.01  | 1.04  |
| 7    | 実験値        | 0.0500 | 0.0619 | 0.101  | 0.113 | 0.147 | 0.162 |
|      | 計算値        | 0.0534 | 0.0644 | 0.102  | 0.112 | 0.145 | 0.170 |
|      | 計実         | 1.07   | 1.04   | 1.01   | 0.99  | 0.99  | 1.05  |
| 8    | 実験値        | 0.0542 | 0.0662 | 0.100  | 0.108 | 0.146 | 0.162 |
|      | 計算値        | 0.0534 | 0.0644 | 0.102  | 0.112 | 0.145 | 0.170 |
|      | 計実         | 0.99   | 0.97   | 1.02   | 1.04  | 0.99  | 1.05  |

### 5.4.3 液柱固有モード

実験番号 1～8 の配管において、ポンプの羽根通過振動数を前述の表 5.2 に示した液柱固有振動数に一致させ、そのときの変動圧力振幅を管軸に沿って測定すると、固有モードが求められる。これらのうちポンプ位置の影響が顕著に現れた次数  $n = 5, 6$  に対する結果を、代表例として以下に示す。

#### (a) 吸込本管長さの影響

実験番号 1 (表 5.1 参照) の結果を、図 5.9 に示す。図中の●印及び○印はそれぞれ  $n = 5, 6$  に対する実験値であり、実線及び一点鎖線はそれぞれに対する計算値である。ただし節点 3, 2 及び 10, 11 の区間は管が短いので、振幅の表示を省略してある。ここで計算値は次のようにして求めた。すなわち、吐出し管 (同図の節点 6, 4 の区間) における実験値から、まずポンプ吐出しフランジの位置 (節点 6) における変動圧力振幅を最小二乗法により求め、次に 5.2 節で述べた方法により求めた固有モードをこの値に合わせる。

図 5.9 によると吐出し管と吸込管における変動圧力の振幅は、 $n = 5$  よりも  $n = 6$  の方が大きい。これはこの実験番号の  $n = 6$  においては、ポンプ脈動発生源の相当位置が圧力定在波の節に近いからである (第 3 章)。また  $n = 5$  においては、吐出し管とその本管との合流点に相当する節点 4 から分岐管側をみた流体インピーダンス  $Z_{iB}$ 、及び吐出しタンク II 側をみた  $Z_{iT}$  が、ポンプ側をみた流体インピーダンス  $Z_{iP}$  よりもはるかに低い。したがって、吐出し管よりも吐出し本管の方が変動圧力の振幅は大きくなる。一方  $n = 6$  においては、 $Z_{iB}$  の値は  $Z_{iT}$  に比べて極めて小さい (分岐管長がほぼ  $1/4$  波長に等しい) ため、流量変動が分岐管だけに伝播して変動圧力振幅は分岐部では大きくなるが、タンク II 側では減少してほとんど 0 になる。

さて、第 2 章においてポンプを含む管路系の液柱固有振動数は、吸込管、ポンプ及び吐出し管を含む系全体で定まることを明らかにした。その際、吸込管の上流に接続したタンクの出口と吐出し管の下流に接続したタンクの入口では変動圧力の振幅を 0 とみなすことができたが、このときのタンク断面積と吸込管及び吐出し管の断面積の比はほぼ 5 5 以上である。しかし実際の配管において、吸込管の上流又は吐出し管の下流に本管を持続するような場合、本管と吸込管又は吐出し管の断面積比は、普通 1～10 程度である。このような場合、この断面積比と本管の長さなどの影響を強く受けるので、本管と支管の合流部は一般に変動圧力の節にはならない。前述の図 5.9 もその一例である。同図の場合、吐出し本管と吐

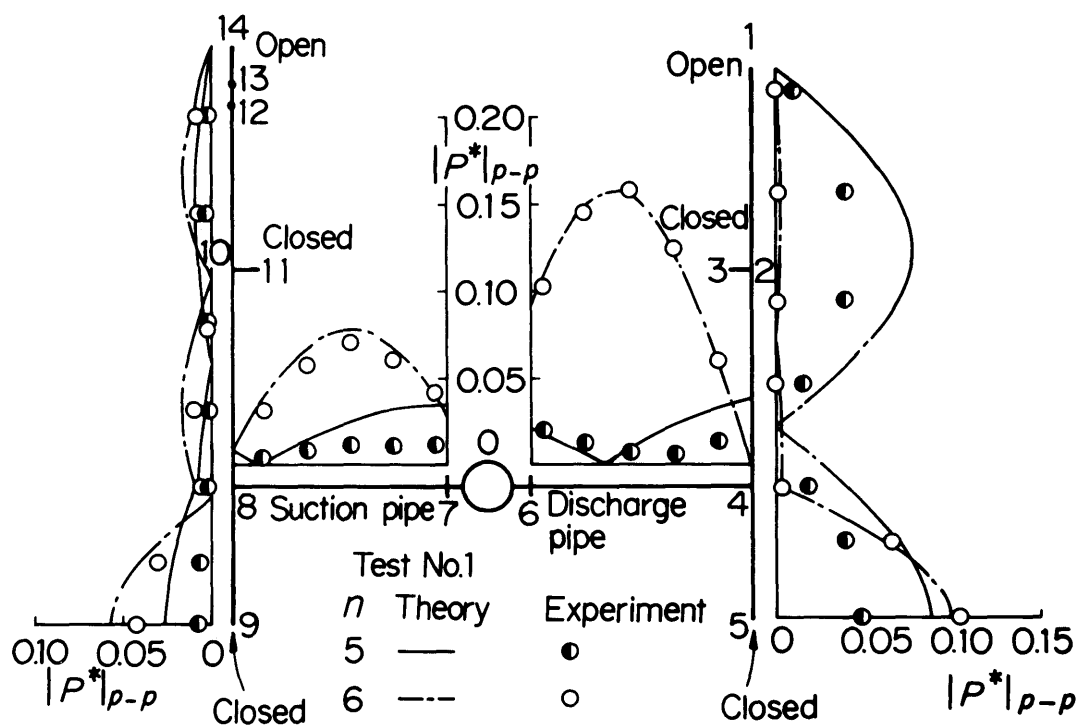


図 5.9 固有モード (実験番号 1)



出し管及び吸込本管と吸込管の断面積比は、それぞれ  $(D_{a2}/d_a)^2 = 1.543$  ,  $(D_{s2}/d_s)^2 = 1.740$  である（記号は図 5.3 参照）。

次に吸込本管長さの影響を調べるために、図 5.3 に示す  $L_{s1}$  と  $L_{s2}$  だけを実験番号 1 の値よりも短くした（実験番号 2）。その結果を図 5.10 に示す。この場合にも前述と同じ理由により、吐出し管と吸込管における変動圧力の振幅は、 $n = 5$  より  $n = 6$  の方が大きくなる。しかし吸込本管が短くなったために、液柱固有振動数  $\Omega_n$  は実験番号 1 より大きくなる（表 5.2）。そして変動圧力振幅が吐出し管よりも吐出し本管における方が大きくなるときの固有モードの次数  $n$  は 4 となり、実験番号 1 の場合より下がる。

### (b) 本管断面積比の影響

前項(a)では、本管の幾何学的形状のうち長さに注目して、吸込本管の長さを 2 とおりに変えた。

次に本管の断面積の影響を調べるために、吐出し本管と吐出し管及び吸込本管と吸込管の断面積比を変えて実験を行った。断面積比を  $(D_{a2}/d_a)^2 = 2.925$  ,  $(D_{s2}/d_s)^2 = 4.794$  といずれも実験番号 2 の場合より大きくした実験番号 3 の結果を、図 5.11 に示す。この図と前述の図 5.10 の比較からわかるように、この実験の場合、断面積比を増すと吐出し管における変動圧力振幅は  $n = 5$  では小さくなるが、 $n = 6$  では逆に大きくなる。

実際の配管では、ポンプ吐出し管の途中に弁やテーパ管などを取付けることが多い。そこで図 5.12 に示すように、ここでは弁として逆止め弁（JIS 10 kgf/cm<sup>2</sup> スイグ逆止め弁）と全開状態の仕切弁（JIS 10 kgf/cm<sup>2</sup> フランジ形内ねじ仕切弁）を用い、その下流にテーパ管をそう入し、本管との合流部で吐出し管と本管の断面積が等しくなるよう配管を選んだ実験を行った（実験番号 4）。その結果を図 5.13 に示す。この場合も計算値は実験値とよく一致している。

なおこの実験に先立って、逆止め弁及び全開状態の仕切弁の圧力波伝播特性を調べたが、いずれの場合にも、弁はその長さと同径がそれぞれ弁本体のフランジ面間の長さと同径に等しい直管とみなし得ることがわかった。この事実に基づき、液柱の固有振動数と固有モードの計算に際して、これらの弁を直管として扱った。

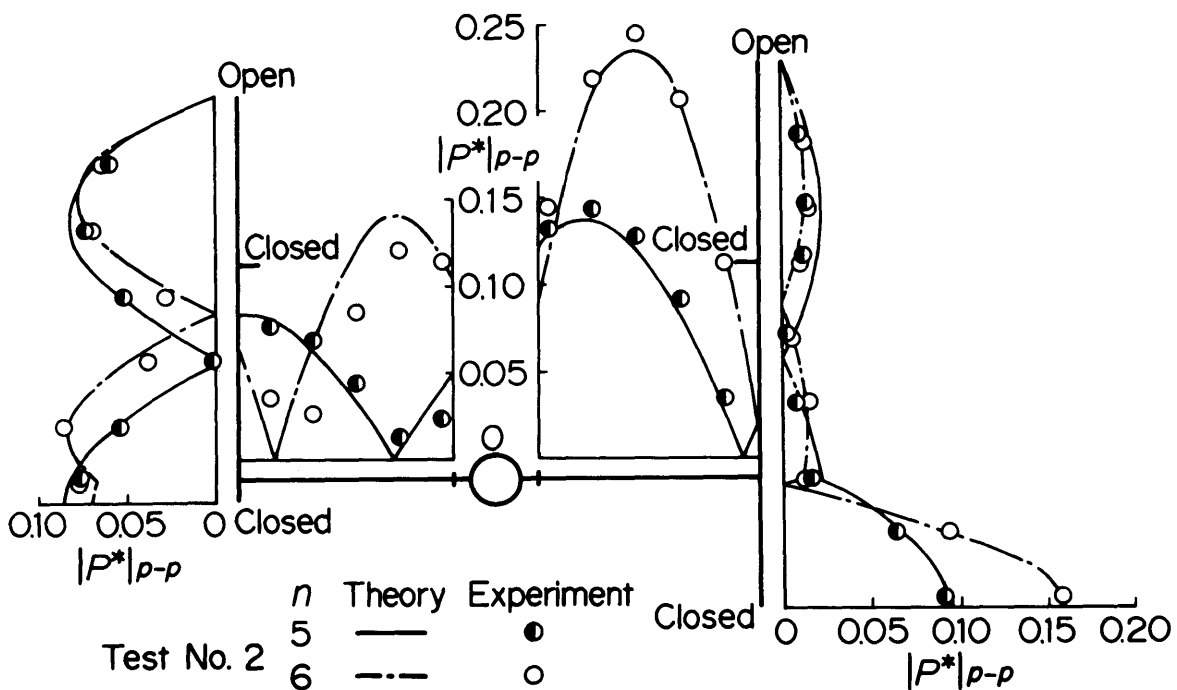


図 5.10 固有モード (実験番号 2)

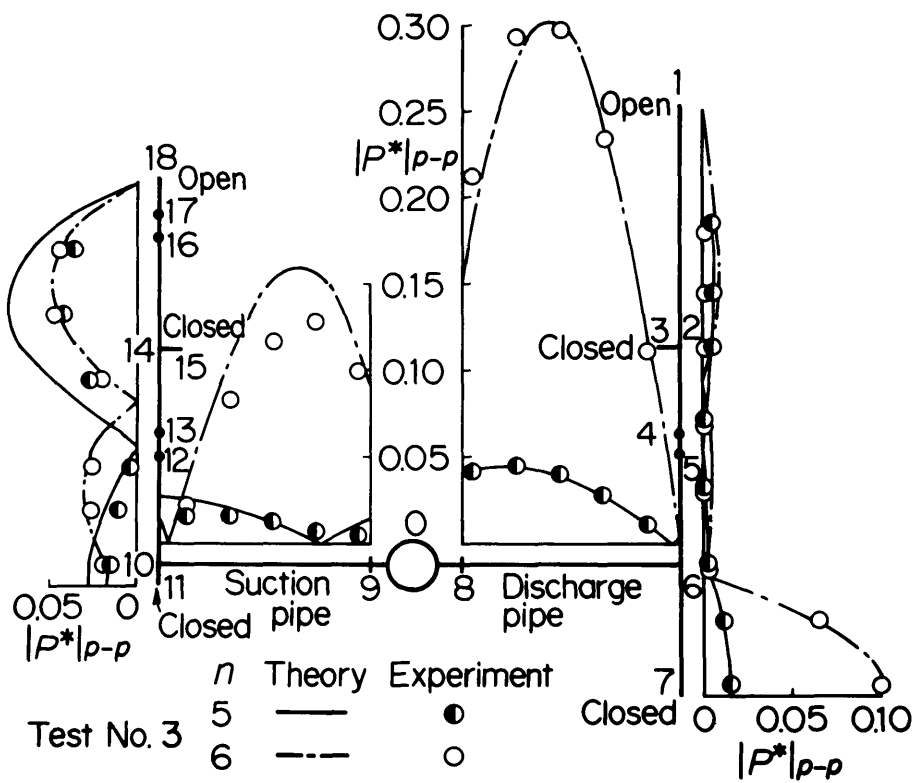


図 5.11 固有モード (実験番号 3)

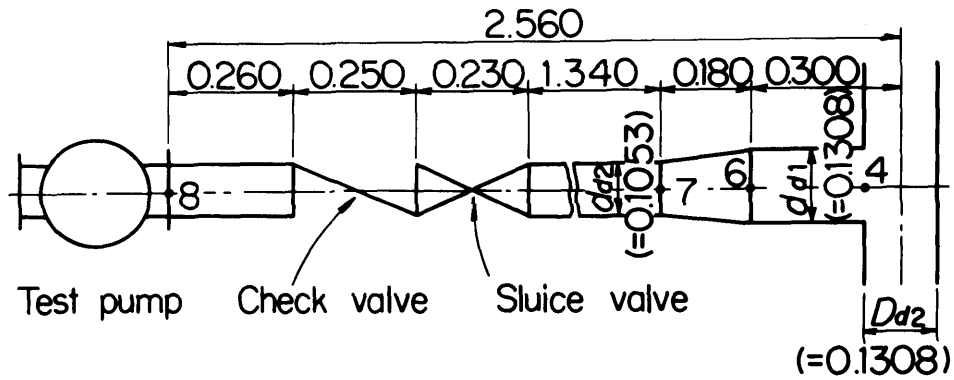


図 5.12 吐出し管の詳細 (実験番号 4)

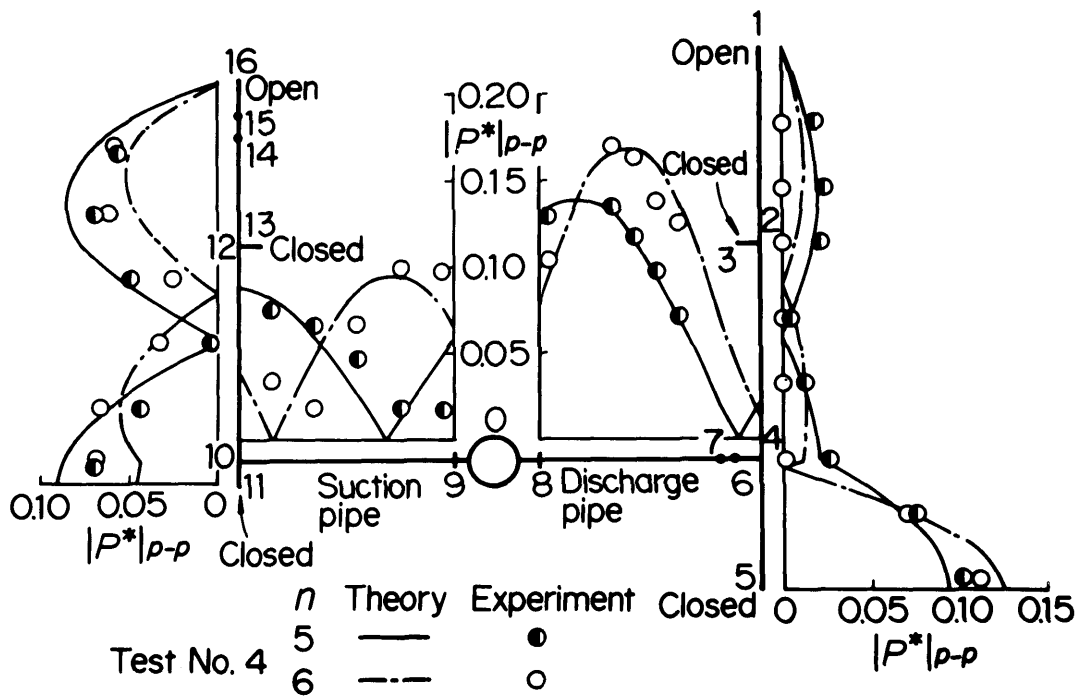


図 5.13 固有モード (実験番号 4)

### (c) ポンプ位置の影響

以上の実験においては、ポンプの回転数により定在波とポンプの相対位置を変えたが、ここではポンプの取付け位置を変えてその影響を明らかにする。

まず、前述の実験番号 2 の配管における吸込本管と吐出し本管の距離 5.5 m を一定に保ち、ポンプの取付け位置を吸込本管側に 1 m 移動して実験を行った（実験番号 5）。

図 5.14 に示す結果からわかるように、吸込管が吐出し管に比べて短いこの実験においては、両者の長さがほぼ等しい実験番号 2 の場合とは逆に、 $n = 6$  よりも  $n = 5$  の方が吐出し管と吸込管における変動圧力の振幅は大きくなる。これは  $n = 5$  においては、ポンプの脈動発生源の相当位置が圧力定在波の節に近くなるからである。

次に図 5.3 に示す実験装置の位置 A 及び B にポンプを取付け、それぞれの吐出し管の途中に前述の逆止め弁をそう入して、位置 B のポンプだけを運転し実験を行った（実験番号 6）。これによると、停止状態にあるポンプ A の吐出し管と吸込管にも圧力変動が生じ、液柱の固有振動数、固有モードともその計算値は実験値とよく一致することが確かめられた。

### (d) ポンプ並列運転の影響

ポンプ並列運転時の管内に生じる圧力脈動の基本的な性質を調べるために、図 5.3 の位置 A 及び B に取付けたポンプをまずギャボックスを介して同一の回転数で運転し、脈動にうなりを生じない条件のもとで実験を行った。

図 5.15 は結果の一例であり、図中の●印はポンプの羽根車の翼の位相を 2 台のポンプ間で一致させたとき（実験番号 7）の、○印は半ピッチ（ $36^\circ$ ）ずらしたとき（実験番号 8）の実験値を示す。図はいずれも、5 次の共振時の変動圧力振幅を示す。図からわかるように、羽根車の翼の位相は管内に生じる変動圧力のモードの形には関与しないが、振幅には大きな影響を及ぼす。羽根車の翼の位相を半ピッチずらした場合（○印）には、管内に生じる圧力定在波の A ポンプに基づくものと B ポンプに基づくものが同位相の関係になるため、変動圧力の振幅は極めて大きくなる。これに対し翼の位相を一致させた場合（●印）、2 台のポンプのそれぞれによる圧力定在波は逆位相の関係になるため、変動圧力の振幅は小さくなる。しかしこの場合、振幅が管路のすべての位置では 0 にならないのは次の理由による。すなわち、管路の影響が位置 A のポンプと B のポンプとでは異なるので、それぞれのポンプによる変動圧力の振幅は一致せず、どちらか一方のポンプの影響が大き

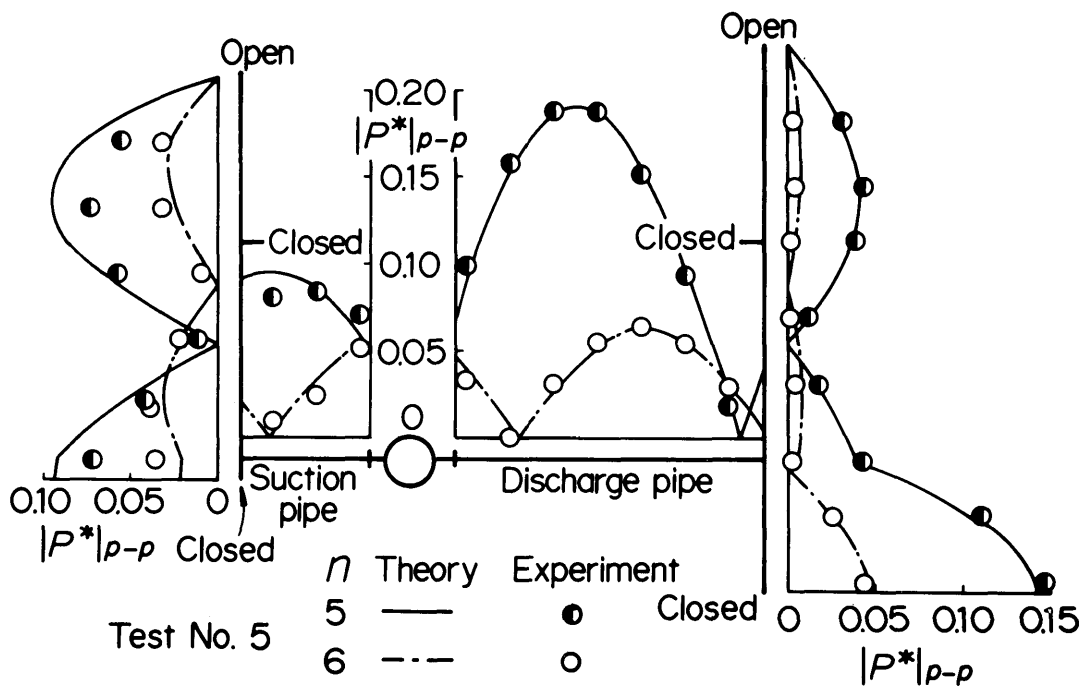


図 5.14 固有モード (実験番号 5)

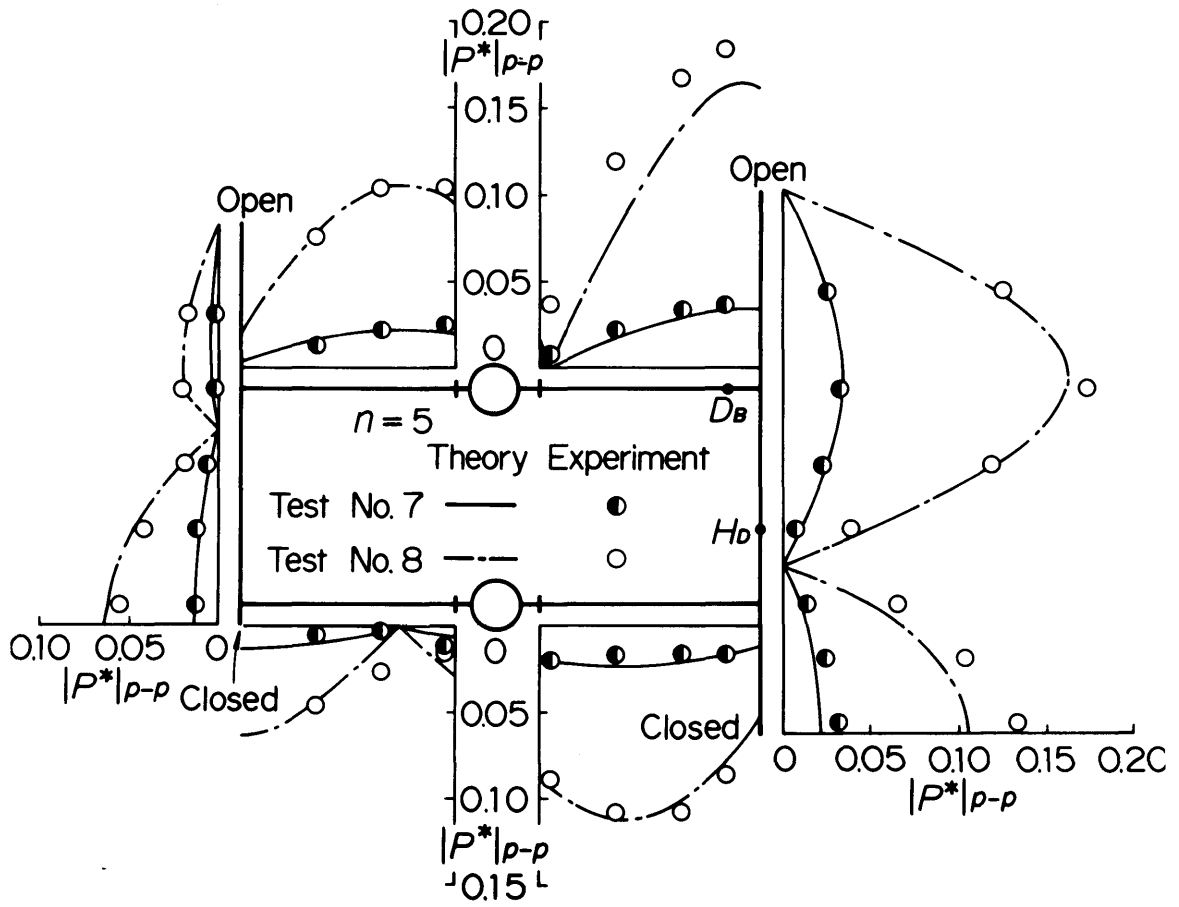


図 5.15 固有モード (実験番号 7 及び 8)

いこと、2台のポンプは同一図面をもとに製作したにもかかわらず、製作誤差に基づく寸法のわずかな差によりポンプ固有の変動圧力が同一ではないことなどによる。

表 5.2 及び図 5.15 からわかるように、この実験の場合も液柱の固有振動数と固有モードの計算値は実験値とよく一致し、5.2 節で述べた計算法はポンプの並列運転時にも適用できる。

次に位置 A のポンプをギヤボックスと直結し、B のポンプにはギヤボックスとの間に V プーリを取付けて、実際のポンプ並列運転時のようにポンプ間にわずかに回転数差が生じるようにして実験を行った（実験番号 9）。装置の制約から、ポンプの回転数が 36.7 rps 以下で実験を行った。この範囲では、2台のポンプを約 29.2 rps で運転したとき、最も明りょうな変動圧力のうなりを生じた。このときの羽根通過振動数は  $\Omega_{zN} = 0.110$  であり、この値が 5 次の液柱固有振動数の計算値 0.113 に極めて近いことから、このうなりは 5 次の液柱共振によるものである。このときの変動圧力の波形の一例を、図 5.16 に示す。図の上段と下段は図 5.15 に示す位置  $D_B$  及び  $H_D$  における測定結果である。2台のポンプの回転数差は約 0.1 rps であり、これから羽根通過振動数成分のうなりの周期  $T$  を求めると、 $T \doteq 2$  s となり、図 5.16 の結果とよく一致する。

この実験番号 9 の配管は、実験番号が 7 又は 8 の場合と比較すると、B ポンプの吸込管長  $l_s$  及び吐出し管長  $l_d$  がともにわずかに異なるだけである（表 5.1 参照）。したがって 2台のポンプの翼の位相を適当にずらせしかもこれらを同一の回転数で運転すれば、5 次の共振時の変動圧力振幅は一般には前述の図 5.15 の○印と●印で示す実験値の中間の値になる。しかしこの実験のように 2台のポンプの回転数がわずかに異なると、羽根通過振動数成分の振幅は図 5.15 の○印を極大値、●印を極小値とするようなうなりを発生する。このとき圧力定在波の節に近い位置  $H_D$  よりも、腹に近い位置  $D_B$  の方がこの極大値及び極大値と極小値の差がともに大きいので、図 5.16 のようにうなりは明りょうになる。



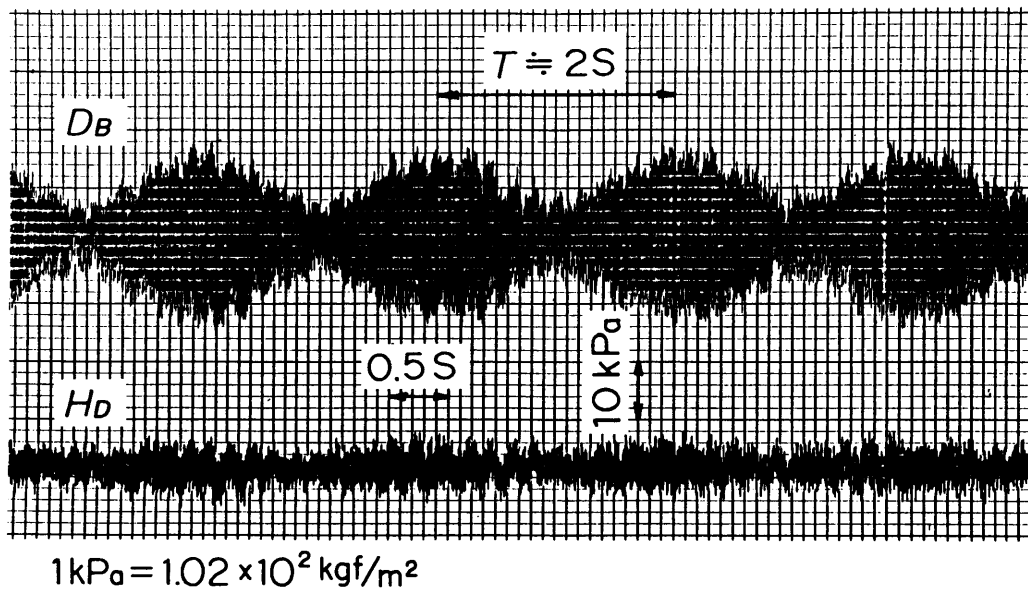


図 5.16 変動圧力の波形 (実験番号 9,  $N \doteq 29.2 \text{ rps}$ )

## 5.5 結 言

第2章及び第3章と同一の両吸込うず巻ポンプを用い，これに直管，弁，テーパ管を直列及び並列に設置した場合，並びに分岐管を設置した場合について液柱の固有振動数と固有モードを実験的に求め，剛性マトリックス法と伝達マトリックス法により求めた計算値と比較検討して，以下のことを明らかにした。

(1) 単独運転又は並列運転時のポンプを含む複合管路の液柱固有振動数及び固有モードを，ポンプを等価管路に置換えることにより精度よく求めることができる。

(2) 2台のポンプの回転数がわずかに異なるとき生じる変動圧力のうなりは，変動圧力の固有モードの腹の位置で最も明りょうに観察される。

## 第6章 結 論

近年、ポンプは単体の効率向上はもちろんのこと、これを含むシステム全体の高性能化のために高速化、小型・軽量化、容量の増大化が強く求められている。これに伴う主要な技術的課題の一つに、遠心ポンプの羽根通過による圧力脈動低減の問題がある。この圧力脈動は、その振幅が大きいとポンプ及び配管系並びにこれにつながる構造物を振動させ騒音の原因となる。また圧力脈動による激しい振動は配管継手部からの漏れを招き、ポンプ及びこれにつながる配管やその支持部を疲労破壊させる。圧力脈動の振幅は、ポンプだけでなくこれにつながる管路の形状や寸法の影響を受けるが、脈動の振幅が大きいため起こるこれらの弊害には羽根通過振動数と液柱固有振動数の一致による共振が関与していることが多い。したがって圧力脈動の低減のためには、この共振を回避することがまず第一に必要である。

しかし、従来は羽根通過による圧力脈動を対象にしたポンプを含む管路系の液柱共振現象に関する研究は非常に少なく、共振条件には未だ不明の部分が多く残されている。これを明らかにできれば、ポンプ及び配管の設計段階で共振回避の条件を考慮でき、脈動の振幅低減に極めて有益である。

本研究は、この問題を解明するために行ったものである。以下、本研究において明らかになった要点をここに総括し結論とする。

第1章では、管路の液柱共振に関する過去の研究の成果と問題点を指摘するとともに、本研究の意義と目的を明確にした。

第2章では、ポンプを含む管路系の液柱共振条件を求める際のポンプの扱い方を明らかにするために、吸込直管の上流と吐出し直管の下流にタンクを接続した系の液柱固有振動数に関する実験を行い、以下の点を明らかにした。

(1) 式(2.9)及び(2.16)を用いてポンプを等価管路に置換えることにより、ポンプ管路系の液柱固有振動数を精度よく求めることができる。

(2) 液柱固有振動数は吸込管路及びポンプ等価管路に依存し、吸込管長及び吐出し管長のいずれを長くしても減少し、またいずれを短くしても増加する。

(3) 液柱固有振動数に及ぼすポンプの吐出し量と回転数の影響は小さく無視できる。

第3章では、ポンプ羽根通過振動数が液柱固有振動数と一致して共振を起こしたとき、ポンプ取付け位置が管内の変動圧力振幅にどのような影響を及ぼすかを調べる実験を行い、

次のことがらを明らかにした。

(1) ポンプの脈動発生源はポンプ等価管路中の一断面に集中して考えてよく、この位置が変動圧力の節と一致すると共振時の変動圧力振幅は最大となり、腹と一致すると最小になる。

(2) 吸込管路，ポンプ等価管路及び吐出し管路の特性インピーダンス  $Z_c^*$  の値がそれぞれ異なると，吐出し管と吸込管における変動圧力の共振振幅の比  $|P^*|_{dn}/|P^*|_{sn}$  は，吐出し管長  $l_d/\lambda_{dn}$  だけでなく吸込管長  $l_s/\lambda_{sn}$  によっても変化する。

第4章では，ポンプの比速度を  $160 \sim 380$  ( $m^3/min, m, rpm$ ) の範囲で変え，この比速度の相違によるポンプ幾何学的形状の変化がポンプ等価管路及び脈動発生源の相当位置に及ぼす影響の実験を行い，次の点を明らかにした。

(1) ポンプ等価長さ  $l_{eq}^*$  と，脈動していない状態のポンプの代表流路長さ  $\bar{l}_{eq}^*$  [式(4.1)] の比  $l_{eq}^*/\bar{l}_{eq}^*$  は，比速度によらず一本の曲線で整理できる。

(2) 共振時の変動圧力振幅  $|P^*|_{dn}$  が最大値をとる吐出し管長  $l_d/\lambda_{dn}$  の値はポンプの種類によって異なるが，これは脈動発生源の相当位置が異なるためである。この相当位置はケーシング舌部の位置とほぼ一致する。ただし二重うず巻ケーシングの場合，この位置は2箇所舌部の中間にあるとみなすことができる。

第5章では，ポンプに直管，弁，テーパ管を直列及び並列に接続した場合，並びに分岐管を設置した場合などの複合管路について実験を行い，ポンプ位置及び配管諸要素が液柱共振に及ぼす影響を調べ，以下のことを明らかにした。

(1) 単独運転又は並列運転時のポンプを含む複合管路の液柱固有振動数及び固有モードを，ポンプを等価管路に置換えることにより精度よく求めることができる。

(2) 2台のポンプの回転数がわずかに異なるとき生じる変動圧力のうなりは，変動圧力の固有モードの腹の位置で最も明りょうに観察される。

## 謝

## 辞

本研究は、(株)荏原製作所中央研究所において研究開発業務の一環として行ったものである。本研究を遂行するにあたり終始暖かい御配慮と適切な御助言を賜った(株)荏原総合研究所 北嶋宣光常務取締役並びに(株)荏原製作所 加藤宗雄技術顧問に対し、深甚なる感謝の意を表します。

また本研究を始めて以来常に変わらぬ懇篤な御指導と御鞭撻を賜った(株)荏原総合研究所 谷口修技術顧問（東京工業大学名誉教授）に対し、衷心より感謝の意を表します。

さらに本研究を実施するにあたり有益な御助言と各種の御助力を戴いた総合研究所内関係各位に厚く御礼申し上げます。

本研究に対し終始懇篤な御指導と御鞭撻を賜った名古屋大学 村上光清名誉教授、並びに本論文をまとめるのに際し有益な御教示と注意深い御検討を戴いた名古屋大学 伊藤忠哉教授、太田博教授、中村育雄教授に対し、ここに謹んで感謝の意を表します。

昭和60年2月

## 文 献

- (1) Parmakian, J. , " Vibration of the Grand Coulee Pump - Discharge Lines, " Trans. ASME, Vol. 76, No. 5 (1954-7), p. 793.
- (2) 須藤純男, 山田栄, 近藤正道, 「ポンプ場の低騒音化計画 —— 配管系伝搬音 (水圧脈動) の低減 ——」 日立評論, 59 巻, 3 号 (1977-3), p. 75.
- (3) 松村益至, 「遠心ポンプの脈動圧力低減対策」 日本機械学会誌, 81 巻, 712 号 (昭 53-3), p. 217.
- (4) 中田信夫, 大矢正克, 栗生正太郎, 佐野勝志, 「低圧力脈動ポンプシステムの開発」 エハラ時報 111 号 (1980-1), p. 2.
- (5) Kuhlman, P and Nottrodt, A. , " Strömungsprobleme in Rohrleitungen von Kolbenmaschinen, " VDI-Forsch. , Nr. 516 (1966), p. 7.
- (6) 酒井敏之, 佐伯庄吾, 「往復動圧縮機配管系の脈動に関する研究 (第 1 報, 複雑な配管系の固有振動数計算法)」 日本機械学会論文集, 38 巻, 309 号, (昭 47-5), p. 1000.
- (7) 市川常雄, 山口健二, 「歯車ポンプの吐出し圧力の変動について (吐出し管路が長い場合)」 日本機械学会論文集, 37 巻, 209 号, (昭 46-4), p. 725.
- (8) Dussourd, J. L. , " An Investigation of Pulsations in the Boiler Feed System of a Central Power Station, " Trans. ASME, Ser. D, Vol. 90, No. 4 (1968-12), p. 607.
- (9) Chen, Y. N. and Florjancic, D. , " Vortex-induced Resonance in a Pipe System due to Branching, " Proc. Int. Mech. Eng. Conf. Vibration and Noise, (1975-9), p. 79.
- (10) Erskine, J. B. and Hensman, N. , " Vibration Induced by Pump Instability and Surging, " Proc. Int. Mech. Eng. Conf. Vibration and Noise, (1975-9), p. 87.
- (11) Sparks, C. R. and Wachel, J. C. , " Pulsations in Liquid Pumps and Piping Systems, " Proc. 5th Turb. Symp. , Texas A & M Univ. , (1976), p. 55.
- (12) Corley, J. E. , " Subsynchronous Vibration in a Large Water Flood Pump, " Proc. 7th Turb. Symp. , Texas A & M Univ. , (1978), p. 103.
- (13) 近藤正道, 須藤純男, 山田栄, 「ポンプ配管系の圧力脈動の防止法」 日本工業用水協会第 1 2 回研究発表会講演論文集, (昭 52-3), p. 144.
- (14) 下山美德, 伊藤忠哉, 「送風機のサージングに関する実験的研究 (第 1 報) 管路内の気柱の自由振動」 日本機械学会論文集, 23 巻, 125 号 (昭 32-1), p. 25.

- (15) 甲藤好郎, 「共鳴サージの研究 (第1報, 実験結果と振動系の検討)」日本機械学会論文集, 26巻, 162号 (昭35-2), p. 256.
- (16) 矢野巍, 「脈動空気流のもとにおける遠心送風機の性能」日本機械学会論文集, 28巻, 195号 (昭37-11), p. 1489.
- (17) 大橋秀雄, 「ターボポンプの動特性に関する研究 (第3報, 遠心ポンプの動特性の実験的研究)」日本機械学会論文集, 33巻, 255号 (昭42-11), p. 1789.
- (18) 塚本寛, 大橋秀雄, 醍醐秀博, 「遠心ポンプ始動時の過渡性能 (第1報, 実験)」日本機械学会論文集, 45巻, 396号 (昭54-8), p. 1117.
- (19) 下山美德, 伊藤忠哉, 「送風機のサージングに関する実験的研究 (第3報)」日本機械学会論文集, 23巻, 125号, (昭32-1), p. 38.
- (20) 秋元徳三, 「水撃作用と圧力脈動」 (昭52-2), p. 384, 日本工業新聞社.
- (21) 酒井敏之, 三橋邦宏, 「往復動圧縮機配管系の脈動に関する研究 (第2報, 固有振動数の模型実験)」日本機械学会論文集, 38巻, 309号 (昭47-5), p. 1007.
- (22) 武藤高義, 兼井敏彰, 「複合管路内流体の共振および過渡現象」日本機械学会論文集, 46巻, 402号 (B編) (昭55-2), p. 254.
- (23) Camichel, C., Eydoux, D. and Gabriel M., "Étude Théorique et Experimentale des Coups de Bélier," Dunod, Paris (1919).
- (24) Jaeger, C., "The Theory of Resonance in Hydropower Systems. Discussion of Incidents and Accidents Occurring in Pressure Systems," Trans. ASME, Ser. D., Vol. 85, No. 4 (1963-12), p. 631.
- (25) Streeter, V. L. and Wylie, E. B., "Hydraulic Transients," (1967), p. 147, McGraw-Hill, New York.
- (26) Chaudhry, M. H., "Resonance in Pressurized Piping Systems," Proc. Am. Soc. Civ. Eng. J. Hyd. Div, HY9, Paper 7525 (1970-9), p. 1819.
- (27) Zielke, W. and Hack H. P., "Resonance Frequencies and Associated Mode Shapes of Pressurized Piping Systems," Int. Conf. on Pressure Surges, Paper G1 (1972-9), p. G1-1.
- (28) 佐野勝志, 「ターボ形ポンプ配管系の圧力脈動に関する研究 (第1報, 遠心ポンプ配管系の液柱の固有振動数に関する実験)」日本機械学会論文集, 49巻, 440号 (B編) (昭58-4), p. 828.
- (29) Sano, M., "Pressure Pulsations in Turbo-pump Piping Systems (1st Report Experiments on the Natural Frequencies of the Liquid Columns in Centrifugal Pump Piping Systems)," Bull. JSME, Vol. 26, No. 222 (1983-12), p. 2129.

- (30) Rayleigh, J. W. S., " Theory of Sound ", (1945), p. 487., Dover.
- (31) 長尾不二夫, 嶋本讓, 三宅正毅, 「クランク室掃気ニサイクル機関の吸気管効果」日本機械学会論文集, 26巻, 171号(昭35-11), p. 1675.
- (32) 福田基一, 和泉晴夫, 「空どう形消音器の特性に関する研究(単純化した理論式による計算と実験)」日本機械学会論文集, 34巻, 263号(昭43-7), p. 1294.
- (33) 葉山真治, 「配管系の防振対策」日本機械学会第453回講習会教材, (昭52-6), p. 49.
- (34) 佐野勝志, 「ターボ形ポンプ配管系の圧力脈動に関する研究(第2報, 共振時の脈動振幅に及ぼすポンプ位置の影響)」日本機械学会論文集, 50巻, 458号(B編)(昭59-10), p. 2316.
- (35) 佐野勝志, 「ターボ形ポンプ配管系の圧力脈動に関する研究(第4報, 遠心ポンプの等価管路および共振時の脈動振幅に及ぼすポンプの幾何学的形状の影響)」日本機械学会講演論文集 No. 834-6(昭58-3), p. 55,  
(日本機械学会論文集に投稿中)
- (36) 大橋秀雄, 「ターボ形ポンプの非定常性能」ターボ機械, 3巻, 6号(昭50-11), p. 914.
- (37) Anderson, D. A., Blade, R. J. and Stevans, W., " Response of a Radial-Bladed Centrifugal Pump to Sinusoidal Disturbances for Noncavitating Flow, " NASA TN, D-6556 (1971-12). p. 11.
- (38) 鷺尾誠一, 小西忠孝, 岡村健二郎, 「油圧管路における波動現象の研究(第3報, テーパ管の波動特性)」日本機械学会論文集, 40巻, 329号(昭49-1), p. 208.
- (39) 佐野勝志, 「ターボ形ポンプ配管系の圧力脈動に関する研究(第3報, ポンプを含む複合管路の液柱共振)」日本機械学会論文集, 51巻, 461号(B編)(昭60-1), p. 115.
- (40) 山田栄, 野田桂一郎, 「配管系の圧力脈動の計算」流体工学, 10巻, 10号(昭49-10), p. 37.
- (41) D'Souza, A. F. and Oldenburger. R., " Dynamic Response of Fluid Lines, " Trans. ASME. Ser. D, Vol. 86, No. 3 (1964-9), p. 589.
- (42) 市川常雄, 佐藤三郎, 「油圧管路の圧力伝達特性に関する研究」日本機械学会論文集, 33巻, 252号(昭42-8), p. 1232.
- (43) 酒井敏之, 三橋邦宏, 「往復動圧縮機配管系の脈動に関する研究(第3報, 配管内の脈動解析)」日本機械学会論文集, 39巻, 319号(昭48-3), p. 862.
- (44) 鷺尾誠一, 小西忠孝, 園田徹夫, 「油圧管路における波動現象の研究(第5報, 脈動現象に及ぼす管の縦振動の影響)」日本機械学会論文集, 44巻, 384号(昭53-8), p. 2781.



- (45) 鷺尾誠一, 小西忠孝, 藺田徹夫, 「油圧管路における波動現象の研究 (第6報, 曲り管, 分岐管における油と管の連成振動)」日本機械学会論文集, 44巻, 386号 (昭53-10), p. 3487.
- (46) 日本機械学会編, 「機械工学便覧・水力学および流体力学 (改訂第6版)」 (昭51-5), p. 8-2 & 8-28, 日本機械学会.

## 付録 論文提出者の発表論文ならびに業績リスト

### 1. 本論文に関係のあるもの

| 論 文 題 目   | 公表の方法及び時期  | 共 著 者 |
|---|--|-------|
| (1) ターボ形ポンプ配管系の圧力脈動に関する研究<br>(第1報, 遠心ポンプ配管系の液柱の固有振動数に関する実験)   | 日本機械学会論文集,<br>49巻, 440号(B編)<br>(昭58-4), p. 828               |       |
| (2) Pressure Pulsations in Turbo-pump Piping Systems<br>(1st Report, Experiments on the Natural Frequencies of the Liquid Columns in Centrifugal Pump Piping Systems) | Bull. of the JSME,<br>Vol. 26, No. 222<br>(1983-12), p. 2129 |       |
| (3) ターボ形ポンプ配管系の圧力脈動に関する研究(第2報, 共振時の脈動振幅に及ぼすポンプ位置の影響)  | 日本機械学会論文集,<br>50巻, 458号(B編)<br>(昭59-10), p. 2316             |       |
| (4) ターボ形ポンプ配管系の圧力脈動に関する研究(第3報, ポンプを含む複合管路の液柱共振)   | 日本機械学会論文集,<br>51巻, 461号(B編)<br>(昭60-1), p. 115               |       |
| (5) ターボ形ポンプ配管系の圧力脈動に関する研究(第4報, 遠心ポンプの等価管路および共振時の脈動振幅に及ぼすポンプの幾何学的形状の影響)  | 日本機械学会講演論文集, No. 834-6(昭58-3),<br>p. 55(日本機械学会論文集に投稿中)       |       |

## 2. その他

| 論文題目   | 公表の方法及び時期   | 共著者                      |
|--|---|--------------------------|
| (1) コイル状管の流動損失に関する研究                                   | 日本機械学会論文集,<br>37巻, 296号<br>(昭46-4), p. 717            | 村上光清<br>森 健二             |
| (2) A Study on the Hydraulic Loss of the Tubular Coils | Bull. of the JSME,<br>Vol. 14, 1678(1971),<br>p. 1296 | Murakami, M.<br>Mori, K. |
| (3) 低圧力脈動ポンプシステムの開発                                    | エハラ時報, 16111<br>(1980-1), p. 2                        | 中田信夫<br>大矢正克<br>栗生正太郎    |
| (4) 低圧力脈動システムを採用した水道用大容量ポンプ場                           | エハラ時報, 16115<br>(1981-1), p. 12                       | 工藤信之<br>中田信夫<br>栗生正太郎    |