

報告番号	2 第 3119 号
------	------------

# 管内旋回流における渦流崩壊現象の研究

早 瀬 敏 幸

図・本館

# 管内旋回流における渦流崩壊現象の研究

名古屋大学図書	
和	984652

早 瀬 敏 幸

# 目 次

記 号 .....	1
第1章 緒 論 .....	5
第2章 線形攪乱方程式と波動形攪乱 .....	9
2.1 緒 言 .....	9
2.2 粘性流体の線形攪乱方程式 .....	10
2.3 非粘性流体中の波動形攪乱 .....	12
第3章 円筒容器内で剛体回転する流体の慣性振動 .....	16
3.1 緒 言 .....	16
3.2 慣性振動の理論モデル .....	17
3.2.1 慣性振動の表式 .....	17
3.2.2 流れ場の諸性質 .....	19
(a) $s = 0$ 形 .....	21
(b) $s = 1$ 形 .....	22
(c) $s = 2$ 形 .....	23
3.3 実 験 .....	24
3.3.1 実験装置と方法 .....	24
3.3.2 実験結果と考察 .....	26
(a) $s = 0$ 形 .....	26
(b) $s = 1$ 形 .....	27
(c) $s = 2$ 形 .....	27
3.4 結 言 .....	29
第4章 管内旋回流における渦流崩壊現象の形態 .....	46
4.1 緒 言 .....	46

4. 2	実験装置および方法	47
4. 2. 1	実験装置	47
4. 2. 2	実験方法	47
4. 3	渦流崩壊の理論モデル	48
4. 4	崩壊形態に関する理論と実験との比較	51
4. 4. 1	基本的な崩壊形態	51
(a)	軸対称形 ( $s = 0$ 形) 崩壊	51
(b)	ら線形 ( $s = 1$ 形) 崩壊	52
(c)	2重ら線形 ( $s = 2$ 形) 崩壊	53
4. 4. 2	複数の波動形攪乱の共存状態として説明される崩壊形態	53
(a)	軸対称形崩壊と後方のら線形崩壊	53
(b)	扁平形およびその他の崩壊	54
4. 5	主流の速度分布と崩壊形態	56
4. 6	諸崩壊形態の発生軸位置とレイノルズ数との関係	57
4. 7	結 言	58
第5章 直円管内旋回流における軸対称形崩壊の機構		77
5. 1	緒 言	77
5. 2	回転円管内の定常流の解析表示	78
5. 2. 1	軸対称攪乱の近似解	78
5. 2. 2	上流端境界条件を満たす流れ場の表式	81
5. 3	回転円管内旋回流の検討	83
5. 3. 1	波動形攪乱に関する実験	83
(a)	実験装置と方法	83
(b)	実験結果と考察	84
5. 3. 2	管上流端の速度分布の影響	85
5. 3. 3	回転円管内における軸対称形崩壊	86
5. 4	静止円管内の軸対称形崩壊とその機構	88
5. 5	結 言	90

第6章	回転するテーバ管内旋回流中の軸対称形崩壊 .....	105
6.1	緒言 .....	105
6.2	テーバ管内旋回流の実験 .....	106
6.2.1	実験装置および方法 .....	106
6.2.2	実験結果 .....	107
	(a) 旋回速度分布 .....	107
	(b) 軸速度分布 .....	107
	(c) 管軸に沿う軸速度 .....	107
	(d) 理論モデルとの比較 .....	108
6.3	テーバ管内の軸対称形渦流崩壊 .....	109
6.3.1	テーバ管内の波動形攪乱の性格 .....	109
6.3.2	軸対称形崩壊に対するテーバの効果 .....	110
6.4	結言 .....	112
第7章	サイクロン状流路における渦心の振れ回り現象 .....	125
7.1	緒言 .....	125
7.2	実験装置および方法 .....	127
7.3	実験結果 .....	129
7.3.1	渦心の振れ回り現象 .....	129
7.3.2	振れ回り現象の諸性質 .....	130
	(a) 振れ回り振動数 .....	130
	(b) 渦心の曲線形状 .....	130
7.3.3	定常な旋回流の場合 .....	131
7.3.4	振れ回り現象の発生機構 .....	132
7.4	振れ回り現象の理論モデル .....	134
7.5	結言 .....	138
第8章	結論 .....	156
参 考 文 献	.....	159
謝 辞	.....	167

## 記 号

本論文で使用する主な記号は次の通りである。なお下記において、特にことわらない場合は全て有次元量を表し、小文字と大文字を併記したものについては、小文字は有次元量を、大文字は無次元量を表す。また論文中で ' を付した記号は全て無次元量である。

- $a$  : 管半径
- $A$  : 攪乱の複素振幅
- $a_1$  : 上流端における管半径
- $a_z$  : 軸位置  $Z$  における管半径
- $B_1, B_2$  : 半径速度分布を規定する無次元パラメータ
- $c, C$  : 攪乱の振幅 (実数)
- $C_e$  : 攪乱の無次元振幅の実験値
- $d$  : 振動片の変位振幅
- $e$  : 渦心の偏心量
- $f$  : 渦心の振れ回り振動数
- $g$  : 攪乱の半径方向モードを規定する無次元パラメータ
- $i$  : 虚数単位
- $I_s$  :  $s$  次の第 1 種変形 Bessel 関数
- $J_s$  :  $s$  次の第 1 種 Bessel 関数
- $k$  : 攪乱の軸方向モードを規定する無次元パラメータ
- $K$  : 回転速度の大きさを規定するパラメータ (第 4 章)  
軸速度分布を規定する無次元パラメータ (第 5 章)
- $l, L$  : 円管あるいは両端面を有する円筒の長さ
- $m, M$  : 攪乱の軸方向複素波数 ( $m = \gamma - i\varepsilon$ )
- $n, N$  : 攪乱の変動角速度
- $n_g$  : 半径方向モード  $g$  に対応する  $n$  の値
- $n^*, N^*$  : 回転座標系に準拠した  $n$  の値
- $n_e$  : 回転座標系に準拠した  $n$  の実験値

- $n_e$  :  $n$  の実験値  
 $N_V$  : 粘性の効果を考慮して修正された変動角速度の値 (無次元)  
 $p$  : 圧力  
 $p_0$  : 圧力の定値  
 $p_a$  : 管軸上の圧力  
 $\bar{p}$  : 圧力の主流成分  
 $\tilde{p}$  : 圧力の攪乱成分 (実数解)  
 $\hat{p}$  : 圧力の攪乱成分 (複素解)  
 $\tilde{p}_f$  : 定在波の圧力の攪乱成分  
 $P(r)$  : 圧力攪乱の固有関数  
 $q$  : 主流の速度分布形状を規定するパラメータ (第4章)  
     吸引流量 (第5章)  
     逆旋回流量 (第7章)  
 $Q$  : 円管断面を通過する流量 (第5章)  
     供給流量 (第7章)  
 $Q_0$  : 断面を一方向に通過する流量 (第7章)  
 $r, R$  : 半径方向座標成分  
 $r_0$  :  $r$  の初期値  
 $Ro$  : ロスビー数 [ $Ro = w_m / (\alpha \Omega)$ ]  
 $Ro_{oc}$  : 臨界ロスビー数  
 $Ro_{ol}$  : テーバ管の場合のロスビー数  
 $Re$  : レイノルズ数 [ $Re = 2 \alpha w_m / \nu$ ]  
 $Re_{el}$  : テーバ管の場合のレイノルズ数  
 $s$  : 周方向波数  
 $(s, g, k)$  : 攪乱のモード  
 $t, T$  : 時間  
 $t_0$  :  $t$  の初期値  
 $u$  : 速度ベクトル  $u = [u, v, w] \equiv [u_r, u_\theta, u_z]$  (円柱座標系に準拠)  
 $u_w$  : 壁面の速度  
 $\bar{u} = [\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}]$  : 主流速度

$\tilde{u} = [\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}]$  : 攪乱速度 (実数解)  
 $\hat{u} = [\hat{u}, \hat{v}, \hat{w}]$  : 攪乱速度 (複素解)  
 $\tilde{u}_f = [\tilde{u}_f, \tilde{v}_f, \tilde{w}_f]$  : 定在波に対応する攪乱速度  
 $\tilde{u}_f^*$  : 回転座標系からみた, 定在波に対応する攪乱速度  
 $U(r), V(r), W(r)$  : 攪乱速度の固有関数  
 $u$  : 半径速度 (半径方向速度成分)  
 $v$  : 旋回速度 (周方向速度成分)  
 $|\tilde{v}|$  : 旋回速度の攪乱振幅  
 $w$  : 軸速度 (軸方向速度成分)  
 $w_0$  : 一様な軸速度  
 $w_m$  : 管断面平均軸速度  
 $w_{m1}$  : 上流端での平均軸速度  
 $w_{mz}$  : 軸位置  $Z$  での平均軸速度  
 $w_a$  : 管軸上の軸速度  
 $|\tilde{w}|$  : 軸速度の攪乱振幅  
 $W_1, W_2$  : 軸速度分布を規定するパラメータ  
 $z, Z$  : 軸方向座標成分  
 $z_0$  :  $z$  の初期値  
 $z_a, Z_a$  : 渦心の付着点軸位置  
 $z_d, Z_d$  : 小円板の設置軸位置  
 $\gamma$  : 攪乱の軸方向波数  
 $\varepsilon$  : 攪乱の対数減衰率  
 $\zeta$  : 渦心の振れ回りの位相  
 $\theta$  : 周方向座標成分  
 $\theta^*$  : 回転座標系に準拠した  $\theta$  の値  
 $\theta_0$  :  $\theta$  の初期値  
 $\lambda, \Lambda$  : 波動形攪乱の波長  
 $\nu$  : 動粘度  
 $\rho$  : 密度  
 $\sigma$  : 固有値



- $\sigma_g$  : 半径方向モード  $g$  に対応する  $\sigma$  の値
- $\bar{\sigma}$  : 固有値  $\bar{\sigma} = i \sigma$
- $\phi$  : 攪乱の位相
- $\psi$  : 案内羽根角
- $\Omega$  : 剛体回転の角速度
- $\Omega_e$  : 等価な剛体回転の角速度

## 第 1 章 結 論

流体工学の分野においては、旋回を伴う流れの場の検討が必要となる場合がしばしば生ずる。例えばターボ式の水車やポンプ、圧縮機、送風機などでは旋回流の挙動が重要な役割を担っており、また三次元的な曲りを有する流路内の流動にも必然的に旋回が生じる。従って、流体機械の適正な設計あるいは性能向上にとって、旋回流の挙動の解明は不可欠の課題となっている。また流体を用いる制御工学の分野である純流体素子工学においても、素子の一代表形態である渦流形素子によって構成される制御系においては旋回流の挙動の解明が重要な課題となる。

さて、旋回流に関連した流動現象の一つに渦流崩壊現象 (Vortex breakdown phenomena) がある。これは、軸速度を有する旋回流が、旋回軸に沿うある位置で流動の様相を急変する現象で、航空機の三角翼の性能が、この崩壊現象の発生に伴って大きく損なわれることを契機として、その存在が注目された。その後、円管内の旋回流においても同様な現象が生起することが見出され、かつ円管流においては実験条件の設定が比較的容易に行い得ることから、渦流崩壊現象の研究は円管内旋回流を対象として行われるのが主流となった。その結果、崩壊は多様な形態で生起し得ること、また崩壊現象はボルテックス・ホイッスルや旋回噴流など比較的強い周速度を有する旋回流においても生起するかなり普遍的な現象であることなどが明らかにされた。渦流崩壊現象の発生は、航空機に関連する問題に限らず、旋回を伴う諸流体機械の性能や流体に関連する制御系の作動に大きな影響を与える筈であり、現象の解明は工学上重要な課題の一つである。そのため、従来実験と理論の両面から数多くの研究がなされ、現象に対する種々の数学モデルが提案されているが、いずれのモデルも多様な崩壊形態を統一的に説明するまでには到っておらず、現象の実態についてもなお明らかでない部分が多い。本研究は、旋回流中に生起可能な波動現象（一般に「慣性波」あるいは「内部波」と呼ばれる）に基づく理論モデルを提案し、多様な崩壊形態に説明を与えるとともに、実験的検討もあわせ行っ、現象の詳細を解明することを意図したものである。

以下に、渦流崩壊現象に関する従来の研究結果について述べる。この現象は旋回流中に生起する特異な流動現象として流体力学的に興味深く、また前述のように三角翼を有する航空機の失速などに関連して工学的にも重要な問題であることから、理論および実験の両面からの数多くの研究がなされてきた。また、それぞれの時点におけるreviewも Hall [1967]<sup>(1)</sup>、橋本 [1974]<sup>(2)</sup>、Leibovich [1978]<sup>(3)</sup>(77) などによって行われている。

1950年代後半、航空機の高性能化に伴い、三角翼の性能に関する研究が進展する過程で、迎角の

大きい場合にしばしば翼性能の急激な低下が生じ、これが翼端渦の崩壊に起因するものであることが Peckham-Atkinson [1957]<sup>(4)</sup>, Elle<sup>(5)</sup> らによって見出された。その後、Lambourne-Bryer<sup>(6)</sup>は三角翼上の崩壊現象を染料によって可視化する実験を行い、崩壊の構造を詳しく調べた。すなわち、旋回軸に沿う流脈線がある軸位置で急激にねじれ、周期的な旋回運動を行うこと、その下流では不規則な乱れを伴った流動に移行することなどを見出した。その後も、三角翼に関する実験的研究が続けられ<sup>(7)</sup><sup>(9)</sup>, またこの間、実際の航空機における崩壊の発生例に関する報告も出されている<sup>(10)</sup>。

一方、円管内旋回流中にも渦流崩壊現象は生起し得ることは既に述べた<sup>(6)</sup><sup>(11)</sup><sup>(12)</sup>。Harvey[1962]<sup>(13)</sup>は、案内羽根を通過させて得られた旋回流を、僅かな拡がり角をもつ円管内に導いて、軸対称な渦塊の形成を伴う定常な崩壊形態（軸対称形崩壊）を観測した。後に Sarpkaya [1971]<sup>(14)</sup>は、円管内旋回流において先に三角翼上で見出されたものと同じの崩壊形態（非定常なら線形崩壊）を観測し、さらに定常なら線形崩壊、および流脈線がシート状に広がりつつ、その両縁が互いに他を巻き込む、いわゆる2重ら線形崩壊の存在をも確認した。その後これらの中間的な崩壊の諸形態の存在を Faler-Leibovich [1977]<sup>(15)</sup>が実験的に示すなど崩壊形態の多様性が次第に明らかになった。一方、崩壊の発生機構については Sarpkaya<sup>(16)</sup>が旋回軸方向の逆圧力勾配との関連を指摘しているものの未だ明らかにされておらず、その解明のため流れ場の定量的測定が行われている。すなわち池田ら<sup>(17)</sup>は流れ場に油滴トレーサを注入し、その軌跡から速度場を調べた。また中村-内田ら<sup>(18)</sup><sup>(19)</sup>は、レーザ流速計を用いて軸対称形崩壊生起時の流れ場の測定を行った。Garg-Leibovich<sup>(20)</sup>はレーザ流速計出力の周波数分析により、非定常な崩壊現象の周波数領域での検討を行っている。

次に渦流崩壊現象に対する理論面からの研究について述べる。Ludwig<sup>(21)</sup><sup>(22)</sup>は線形安定性理論に基づき、周方向に非対称な攪乱に対して流れ場が不安定になることを示し、三角翼上に生起する非定常なら線形崩壊に対する一つの理論的説明を提示した。非対称攪乱に対する流動の不安定化の可能性は、周方向に高次のモードをもつ攪乱まで含めて Lessen ら<sup>(23)</sup><sup>(24)</sup>により調べられているが、流れの安定性の解析では観測例の多い軸対称形崩壊の発生が説明できない難点がある。このためこの形の崩壊に限っては他と異なった発生機構をもつとの考え方も出されている (Sarpkaya [1971]<sup>(14)</sup>)。また、Benjamin[1962]<sup>(25)</sup><sup>(26)</sup>は、開水路に於ける跳水現象に見られる流れの不連続的变化との類推に基づき、旋回流には共役な2つの流動状態が存在し、一方から他方への遷移に伴う流れ場の不連続的变化が崩壊を引起すとの理論モデルを示した。このモデルは、その後の理論面での研究に少なからぬ影響をあたえ<sup>(27)</sup><sup>(28)</sup>, 例えば、池田・大路・坂田<sup>(30)</sup>は具体的に共役解を計算して、軸対称形崩壊の定性的説明を試みている。

Benjaminは前述の論文において旋回流の有限遷移に伴い内部波が生起する可能性を示唆しているが、その性格などについての議論は行っていない。その後、旋回流中に生起する内部波動に関連する現象として渦流崩壊を説明しようとする種々の試みが他の研究者らによって行われている。一般に旋回流は、上流に遡行する内部波が存在し得る状態（亜臨界状態, subcritical state）と、その存在を許さない状態（超臨界状態, supercritical state）、およびその境界の臨界状態（critical state）の3つに区別できる。Bossel<sup>(31)</sup>は流体を非粘性・非圧縮とする前提のもとでの、超臨界状態の旋回流の解析結果に基づき、定常な軸対称形崩壊の流動パタンの一計算例を提示したが、多様な崩壊形態についての説明は与えていない。一方Leibovich-Randall<sup>(32) (36)</sup>は臨界状態において存在可能な非線形長波（孤立波, solitary wave）<sup>(37)</sup>による理論モデルを示し、テーバ管内旋回流中の軸対称形崩壊の流動形態；発生軸位置などを計算している。また、亜臨界状態に対応する理論モデルには末松・伊藤ら<sup>(38) (39)</sup>、Uchida-Nakata<sup>(40)</sup>があり、非対称な崩壊も含めた崩壊形態の定性的説明を提示しているが、現象との詳しい対比は行っていない。以上のように、内部波に基づく理論モデルに限定しても種々の説が併存しているのが現状である。

また、近年の計算機の発達に伴い、数値実験によって崩壊の機構を明らかにしようとする試みも行われている。Bossel<sup>(41)</sup>、Koppecky-Torrance<sup>(42)</sup>、Grabowski-Berger<sup>(43)</sup>らは、定常な軸対称形崩壊に対する計算を行い、流れ場の形態を示している。

以上、渦流崩壊現象に関する従来の研究の概要を述べたが、流動の複雑さ、あるいは崩壊形態の多様性などの理由により、現象の発生機構や崩壊が多様な形態で生起し得ることの意味など、現象の実体は未だ明らかにされているとは言い難い現状にある。本研究は、渦流崩壊現象と旋回流中の内部波との関連、現象生起の機構等を解明し、現象の詳細を把握することを目的として行った一連の研究をまとめたものである。

以下に各章の内容を要約する。

第2章では、円管内旋回流中に生起する微小攪乱の支配方程式を記し、さらに流体の粘性を無視する前提の下に、基本的な旋回流の一つである剛体回転、一様軸速度の場に生起する内部波（慣性波）の表式を導いて、後の議論の準備とする。

第3章では、前章で導いたモデルを渦流崩壊現象の検討に適用することの妥当性および実際現象に対するモデルの近似の程度を知るために、従来内部波との関連が指摘されている、回転する円筒容器内の流体の慣性振動を対象に選んで検討する。なお実験的側面からする慣性振動自体の検討も、従来なお数少く、特に高次のモードをも含めて、振動時における流れ場の実態についての詳しい検討は行われていないことを考慮し、本章では、上述した、理論モデルの妥当性に対する知見を得ることに加えて、慣性

振動自体の実験的検討も意図した。

第4章から第6章において、本研究の主題である渦流崩壊現象に関する検討を行う。

第4章では、第2章で述べた慣性波の理論モデルを用いて、多様な崩壊形態に対して定性的説明を与える。すなわち、円管内旋回流の可視化実験を行い、その結果得られた従来報告例のない形態をも含めた多様な崩壊形態について述べ、これらの全てが周方向モードを異にする単独あるいは複数の慣性波の存在する流動状態として説明可能なことを示す。

第5章は、軸対称形崩壊の機構を実験的に解明することを目的とする。ここでは円管壁面摩擦による旋回強さの流れ方向変化を避けるため、回転円管を用いて実験を行う。円管内部の旋回流の場をレーザー流速計で詳細に測定し、定常な慣性波の生起を実証するとともに、その性格を明らかにする。さらに、流体の粘性の効果を近似的に考慮した形に理論モデルを拡張し、測定結果との定量的な比較を行って、軸対称形渦流崩壊と軸対称のモードをもつ慣性波との関連を実験的に明らかにする。

第6章では、前章に引き続き軸対称形崩壊を対象として、管路断面積の軸方向変化が崩壊の発生に与える影響を明らかにする。回転する拡がり管、および狭まり管内の旋回流の詳細な測定を行って、管のテーパと生起する慣性波との関連について知見を求める。さらに、慣性波の特性のみならず、波動成分を除いた主流場の変化にも注目して、管のテーパが軸対称形崩壊の発生に与える影響を明らかにする。

以上、第4章から第6章において、円管内旋回流に生起する渦流崩壊現象の多様な崩壊形態が慣性波の理論モデルにより定性的に説明できることを示し、さらに基本的な軸対称形崩壊について、理論の妥当性を実験的に検証するとともに、管のテーパが崩壊の発生におよぼす影響についても検討を加え、慣性波に立脚する立場から崩壊現象に関する合理的な説明を試みた。

第7章では、第2章で述べた慣性波の生起を基本とする非粘性・線形近似理論モデルが、本論文の主題である渦流崩壊現象のみならず、円管内旋回流に生起する他の振動現象の説明にも同様に妥当するかどうかを検討してモデルの妥当性を更に確認するため、第3章で行った慣性振動を対象とした検討に加えて、サイクロン分離器の作動時にしばしば発生して作動の障害となるが、その機構については殆ど未知の状況にある渦心の振れ回り現象を対象を選び、第2章で述べた慣性波の特殊な場合として現象の理論モデルを構成し、実験結果との対比によりその妥当性を検証した。

第8章は、各章の結果を総括したものである。

## 第2章 線形攪乱方程式と波動形攪乱

### 2.1 緒言

円管内で回転運動する非粘性流体の微小振動については古くから関心もたれ、Lord Kelvin<sup>(44)</sup>, Bjerkness-Solberg<sup>(45)</sup>らは二重円管内の代表的な旋回速度場に生起可能な振動（「慣性振動」）の表式を導いた。後に Taylor<sup>(46)</sup>は理論と実験の両面から二重円管内の流動の安定性を調べ、安定限界については、線形理論の予測が実験結果と良く一致することを示した。線形理論に基づく管内旋回流の安定解析については、Howard-Gupta<sup>(47)</sup>を始め数多くの研究があるが<sup>(48)</sup><sup>(49)</sup>、流れ場に生ずる微小攪乱の形態についての詳しい議論はなされていない。なお旋回流の安定性に関する議論は Greenspan<sup>(50)</sup>, Batchelor<sup>(51)</sup>, 小川<sup>(52)</sup>らの著書にも記載されている。

さて本論文における理論解析の目的は、円管内旋回流中に生起する渦流崩壊現象の解明にあるが、同時に崩壊現象とは外観的には異なるが、本質的には類似の原因に基づく波動あるいは振動現象に対して、線形理論に基づく比較的簡単な理論モデルを構成し、諸現象に統一的視点を与えるとともに、実験との対比により線形理論の妥当性および近似の程度を検証することにある。本章では、まず流体を非圧縮とする前提のもとに円管内旋回流中に生起可能な波動形攪乱を支配する基礎方程式について述べる（2.2節）。次にこの攪乱の基本的な性質を把握するため、上記前提の他に非粘性の仮定を加え、さらに基本的な流れの一つである剛体回転、一様軸速度の旋回流の場を対象として、波動形攪乱の表式を導出して後の議論の準備とする。すなわち、第3章以下の各章においては、本章で導いた攪乱の表式を、対象とする問題の性格に応じて特殊化することにより、慣性振動（第3章）、渦流崩壊現象（第4・5・6章）、渦心の振れ回り現象（第7章）に対する理論モデルを構成する。ただし、第5・6章の解析では、上記の議論で無視した流体の粘性の効果も近似的に考慮し、また第4章中では、剛体回転、一様軸速度以外の主流速度分布形状の効果についても検討を加えた。

## 2. 2 粘性流体の線形攪乱方程式

本節では、対象とする流体は粘性を有しかつ非圧縮であるとして、円管内旋回流中に生起する微小攪乱の挙動を記述する基礎方程式について述べる。本節の議論は線形安定論において既知のものであるが後の議論の準備としてここにまとめておく。

非圧縮・粘性流体の運動は、ナビエ・ストークスの運動方程式

$$\partial u / \partial t + (u \text{ grad})u = -\text{grad } p / \rho + \nu \Delta u \quad (2.1a)$$

および連続式

$$\text{div } u = 0 \quad (2.1b)$$

で記述される。ここで、 $u$ は速度ベクトルである。円管内の旋回流を対象とする今の場合、境界条件としては管壁で速度 $u$ は壁面速度 $u_w$ に一致する粘着条件を満たす。

$$\text{管壁で} : \quad u = u_w \quad (2.2)$$

さて、上記方程式を満足する定常流（「主流」と呼ぶ）が既知であるとし、流れ場をこの主流と変動分（「攪乱」と呼ぶ）の和で表す

$$u = \bar{u} + \tilde{u}, \quad p = \bar{p} + \tilde{p} \quad (2.3)$$

ここで、 $\bar{\quad}$ は主流、 $\tilde{\quad}$ は攪乱に対応する量をそれぞれ表す。式(2.3)を基礎式群(2.1)に代入し、さらに主流は式(2.1)の定常解であることを用いれば、攪乱に対する非線形の方程式群が得られる。攪乱は主流に比べて一位の微小量であるとの仮定を加えれば、以下の線形攪乱方程式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \partial \tilde{u} / \partial t + (\bar{u} \text{ grad})\tilde{u} + (\tilde{u} \text{ grad})\bar{u} &= -\text{grad } \tilde{p} / \rho + \nu \Delta \tilde{u} \\ \text{div } \tilde{u} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

境界条件は、

$$\text{管壁で} : \quad \tilde{u} = 0 \quad (2.5)$$

以下では，円柱座標系  $(r, \theta, z)$  を用いるものとし，主流を軸対称な円筒流すなわち，

$$\bar{u} = [0, \bar{v}(r), \bar{w}(r)], \quad \bar{p} = \bar{p}(r, z) \quad (2.6)$$

とすれば，線形攪乱方程式 (2.4) は成分表示で次の形に書ける．

$$\left. \begin{aligned} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\bar{v}}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + \bar{w} \frac{\partial}{\partial z} \right) \tilde{u} - \frac{2\bar{v}}{r} \tilde{v} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial r} &= \nu \left( \Delta \tilde{u} - \frac{\tilde{u}}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \theta} \right) \\ \left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\bar{v}}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + \bar{w} \frac{\partial}{\partial z} \right) \tilde{v} + \left( \frac{\partial \bar{v}}{\partial r} + \frac{\bar{v}}{r} \right) \tilde{u} + \frac{1}{\rho r} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} &= \nu \left( \Delta \tilde{v} - \frac{\tilde{v}}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \theta} \right) \\ \left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\bar{v}}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + \bar{w} \frac{\partial}{\partial z} \right) \tilde{w} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial r} \tilde{u} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial z} &= \nu \Delta \tilde{w} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tilde{u}) + \frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tilde{w}}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.7)$$

ただし， $u, v, w$  はそれぞれ  $r, \theta, z$  方向の各速度成分である (図 3.1 参照)．

境界条件は，

$$r = a \quad : \quad [\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}] = [0, 0, 0] \quad (2.8)$$

で与えられる．



### 2. 3 非粘性流体中の波動形攪乱

前節で得られた線形攪乱方程式系(2.7)および(2.8)は、円管内旋回流の安定性を解析する際の基礎方程式である。これに基づいて Mackrodt<sup>(53)</sup>, Cotton-Salwen<sup>(54)</sup>らは剛体回転する Hagen-Poiseuille流の安定性について議論している。しかし上記解析は、乱流遷移の問題に関連して攪乱の時間的消長の記述を目的としたものであり、また主流が放物分布をとるこの場合には、流動の解を解析的に閉じた形で得ることは困難である。そこで本節では、以下の仮定を設けて解析を進める。

- (1) 流体は非粘性とする。
- (2) 主流を剛体回転、一様軸速度とする。

本論文で主対象とする渦流崩壊現象は、基本的には流体の慣性力に基づく波動現象であるとする立場からすれば、粘性の効果は二義的であると考えられ、この視点から仮定(1)を設けた。さらに解析解の導出が可能であり、後に行う実験との対比による上記推論の検証を容易にすることを意図して、仮定(2)の主流を選んだ。なお上記仮定下で、攪乱を軸対称のものに限定する条件下では Fultz<sup>(55)</sup>, Long<sup>(56)</sup>らが既に攪乱の表式を導いているが、非対称攪乱も含めた一般的な攪乱の表式はまだ導かれていない。

仮定(1)の下に、式(2.7)は次の形となる。

$$\left. \begin{aligned} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\bar{v}}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + \bar{w} \frac{\partial}{\partial z} \right) \tilde{u} - \frac{2\bar{v}}{r} \tilde{v} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial r} &= 0 \\ \left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\bar{v}}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + \bar{w} \frac{\partial}{\partial z} \right) \tilde{v} + \left( \frac{\partial \bar{v}}{\partial r} + \frac{\bar{v}}{r} \right) \tilde{u} + \frac{1}{\rho r} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} &= 0 \\ \left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\bar{v}}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + \bar{w} \frac{\partial}{\partial z} \right) \tilde{w} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial r} \tilde{u} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tilde{u}) + \frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tilde{w}}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

境界条件は、

$$r=a : \quad \tilde{u}=0 \quad (2.10)$$

次に式(2.9)の解を求める。攪乱 $\hat{u}$ ,  $\hat{p}$ の複素解( $\hat{\quad}$ を付して示す)を次の形におく。

$$\left. \begin{aligned} \hat{u} &= [U(r), V(r), W(r)] \exp \{i(n t - s \theta - m z)\} \\ \hat{p}/\rho &= P(r) \exp \{i(n t - s \theta - m z)\} \end{aligned} \right\} \quad (2.11)$$

ここに,  $U(r), V(r), W(r), P(r)$  は複素数値の関数で, 以下, 固有関数と呼ぶ(簡単のため時に  $U, V, W, P$  と略記する)。  $i$ : 虚数単位,  $n$ : 変動角速度(一般には複素数),  $s$ : 周方向波数(整数),  $m$ : 軸方向波数(一般に複素数)である。式(2.11)は攪乱を周方向および管軸方向に伝播する二次元波動の形で記述することを意味している。

式(2.11)を式(2.9)に代入して, 固有関数に対する以下の常微分方程式群を得る。

$$\left. \begin{aligned} i(n - s\bar{v}/r - m\bar{w})U - (2\bar{v}/r)V + dP/dr &= 0 \\ i(n - s\bar{v}/r - m\bar{w})V + (\partial\bar{v}/\partial r + \bar{v}/r)U - i s P/r &= 0 \\ i(n - s\bar{v}/r - m\bar{w})W + (\partial\bar{w}/\partial r)U - i m P &= 0 \\ dU/dr + U/r - i s V/r - i m W &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.12)$$

上式はなお, 一般には解析的に解くことが困難であるが(節4.5参照), 仮定(2), すなわち

$$\left. \begin{aligned} \bar{u} &= [0, \bar{v}(r), \bar{w}(r)] = [0, \Omega r, w_0] \\ \bar{p} &= \rho \int_0^r (\bar{v}^2/r) dr = P_0 + \rho \Omega^2 r^2/2 \end{aligned} \right\} \quad (2.13)$$

のもとでは, 容易に解析解が得られ, 管軸近傍における攪乱の有界性を考慮すれば攪乱の表式が次の形に求まる。

$$\left. \begin{aligned}
\hat{u} &= -i A \frac{m}{\sigma} \left[ J_{s-1}(\sigma r) - \left( 1 + \frac{2\Omega}{n-s\Omega-m\omega_0} \right) \frac{s}{\sigma r} J_s(\sigma r) \right] \\
&\quad \exp \{i(n t - s \theta - m z)\} \\
\hat{v} &= A \frac{m}{\sigma} \left[ \frac{2\Omega}{n-s\Omega-m\omega_0} J_{s-1}(\sigma r) - \left( 1 + \frac{2\Omega}{n-s\Omega-m\omega_0} \right) \frac{s}{\sigma r} J_s(\sigma r) \right] \\
&\quad \exp \{i(n t - s \theta - m z)\} \\
\hat{w} &= A J_s(\sigma r) \exp \{i(n t - s \theta - m z)\} \\
\hat{p}/\rho &= A \{ (n-s\Omega-m\omega_0)/m \} J_s(\sigma r) \exp \{i(n t - s \theta - m z)\}
\end{aligned} \right\} \quad (2.14)$$

ここで、 $A$  : 任意定数 (複素数),  $J_s$  :  $s$  位の第 1 種ベッセル関数, また  $\sigma$  (「固有値」と呼ぶ) は次式で定義される量である.

$$\sigma^2 = m^2 [ 4\Omega^2 / (n-s\Omega-m\omega_0)^2 - 1 ] \quad (2.15)$$

$\sigma$  の値は, 円管壁面における境界条件 [式 (2.10)] から,

$$J_{s-1}(\sigma a) / J_s(\sigma a) = s \{ 1 \pm \sqrt{1 + (\sigma/m)^2} \} / (\sigma a) \quad (2.16)$$

の解として決定される.

さらに変動角速度  $n$  は, 式 (2.15) より,

$$n = s\Omega + m\omega_0 \pm 2\Omega / \sqrt{1 + (\sigma/m)^2} \quad (2.17)$$

となる. ただし, 右辺の複号は式 (2.16) 中の複号と同順である.

前記したように, 次章以下では円管内旋回流中に生起する種々の波動および振動現象を主題とするが, その検討に際しては, 本章の解析を各主題に応じて特殊化することにより導かれる理論モデルを援用する. なお本章の解析は流体を非粘性とする仮定に立脚しているが, 第 5・6 章においては粘性の効果を近似的に考慮し, 本章の結果 [式 (2.14) ~ (2.17)] に改善を加えた諸式を用いる. なお本章の結果と次章以下に用いる理論モデルとの関連を予め表 2.1 の形で示しておく.

表 2. 1

章	現象	$\bar{\nu}$	$\bar{\omega}$	$m$	$n$	$s$	備考
3	円筒容器内の慣性振動	$\Omega r$	0	実数	実数	整数	定在波
4	渦流崩壊現象	$\Omega r$	$\omega_0$	実数	実数	整数	
5, 6	"	$\Omega r$	$\omega_0$	複素数	0	0	粘性近似解
7	渦心の振れ回り現象	$\Omega r$	0	純虚数	実数	1	

### 第3章 円筒容器内で剛体回転する流体の慣性振動<sup>(57)</sup>

#### 3.1 緒言

本研究の主題である渦流崩壊現象については次章以下で詳しく議論するが、先に第1章でも述べたように、著者らは、崩壊現象が流れ場における内部波（慣性波）の生起に起因するとの立場に立つ。その妥当性を知る一方法として、本章では旋回流中の内部波に関する予備的な知見を得ることを目的とする。すなわち、内部波の観測が容易な、円筒容器内で剛体回転する流体の慣性振動（elastoid inertia oscillation）について検討を行い、次章以下の準備とする。

旋回流の場に慣性波と呼ばれる波動が生起し得る事については、古く Lord Kelvin<sup>(44)</sup>の指摘以来、回転する座標系上の流れ（自転する地球上の大気や海洋の流れ）の問題に関連して、主として気象学の分野で関心もたれ、Bjerkness<sup>(58)</sup>らによって理論面からの研究が推進された。Fraenkel<sup>(59)</sup>は管内旋回流中に置かれた物体周りの流れを解析し、また Chow<sup>(60)</sup>は軸対称な定常流について、管断面形状の変化に伴ない慣性波が生起し得ることを示した。

一方、慣性波に関する理論の実験的検証については報告例は必ずしも多いとはいえない。旋回流中を移動する物体の効果は、最初 Taylor<sup>(61)</sup>によって指摘された。Long<sup>(56)</sup>は回転する円筒容器内を移動する水滴状の物体後方に誘起される慣性波を観測し、その波長等について理論的帰結との比較を行った。Oser<sup>(62)(63)</sup>は、回転する円筒容器内で小円板を振動させ、生起する慣性波の波面をアルミニウム箔を用いて可視化した。また Fultz<sup>(55)</sup>も同様な実験装置で軸対称な慣性波による定在波（慣性振動）を実現させ、その固有振動数の測定値が理論的予測に十分な精度で一致することを示した。

しかし、慣性波の生起に対応する流れ場の形態に着目して詳しく調べた報告例は未だない。本研究の主題である渦流崩壊現象検討の準備としてのみならず、広く工学上の見地からも、慣性波の生起に起因して、流れ場がどのような形態を示すか、またそのような流れ場の理論的予測はどの程度妥当な結果を与えるか、などについて知見を得ておくことは有用であると考えられる。本章は、慣性波の関連する現象のうち最も基本的なものとして、剛体回転する円筒容器内の流体の慣性振動を対象に選び、流れ場の形態に主眼をおいて、主として実験的に検討する。ただし、本章の記述には従来触れられていない慣性振動に関する理論面の検討も含まれている。

### 3. 2 慣性振動の理論モデル

本章の緒言でも述べたように、円筒容器内で剛体回転する流体の慣性振動については、既に理論的立場からの報告があり<sup>(50)(58)</sup>、流体を非粘性、非圧縮とする前提下における流れ場の表式や固有振動数の表式も既に与えられている。しかし従来の報告のほとんどは、比較的近時の Fultz<sup>(55)</sup>のそれを除き、慣性振動に対する前記表式の提示が主であって、その表式の内容、すなわち流動の様相（流線の形状）、流れの性格などについては必ずしも明瞭には述べられていない。また Fultz の報告も最も簡単な軸対称な振動形（mode）のみを対象として、その流線の形状などを論ずるにとどまっている。そこで本節では、第2章で述べた波動形攪乱によって生ずる定在波として慣性振動が記述されることを示し、次いで従来記述の少ない流線の形状、流れの性格などについて比較的詳細に論ずる。

#### 3. 2. 1 慣性振動の表式

図3.1に示した静止円柱座標系に準拠して、両端面を有する円筒容器（長さを $l$ とする）内の流体の慣性振動の表式を、第2章の結果を基にして導く。なお、従来の諸報告<sup>(50)(55)(58)</sup>は回転座標系を用いている。静止系によったのは実験で得られる流動形態との対比の便を考慮したことによる。

流体は理想流体とし、慣性波（波動形攪乱）が生ずる以前の定常流の場（主流）は、軸速度をもたず、旋回速度分布は剛体回転（solid vortex）であるとする。

$$\left. \begin{aligned} \bar{u} &= [0, \bar{v}(r), \bar{w}(r)] = [0, \Omega r, 0] \\ \bar{p} &= \rho \int_0^r (\bar{v}^2/r) dr = R_0 + \rho \Omega^2 r^2/2 \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

上式は、第2章で述べた主流場の表式（2.13）で、一様軸速度 $w_0$ を0とおいたものに他ならない。従って、この主流場に生起する波動形攪乱については、第2章の議論がそのまま成立する。攪乱の複素解（ $\hat{\phantom{u}}$ を付して表す）は、式（2.14）で  $w_0 = 0$  とおけば次式となる。

$$\left. \begin{aligned} \hat{u} &= -i A \frac{m}{\sigma} [J_{s-1}(\sigma r) - (1 + \frac{2\Omega}{n-s\Omega}) \frac{s}{\sigma r} J_s(\sigma r)] \exp\{i(n t - s \theta - m z)\} \\ \hat{v} &= A \frac{m}{\sigma} [\frac{2\Omega}{n-s\Omega} J_{s-1}(\sigma r) - (1 + \frac{2\Omega}{n-s\Omega}) \frac{s}{\sigma r} J_s(\sigma r)] \exp\{i(n t - s \theta - m z)\} \\ \hat{w} &= A J_s(\sigma r) \exp\{i(n t - s \theta - m z)\} \\ \hat{p}/\rho &= A \{(n-s\Omega)/m\} J_s(\sigma r) \exp\{i(n t - s \theta - m z)\} \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

ここに、 $A$ は変動の振幅を表す任意定数（複素数）、 $J_s$ は $s$ 位の第1種ベッセル関数である。また $\sigma$ は、式(2.15)より

$$\sigma^2 = m^2 [4\Omega^2 / (n - s\Omega)^2 - 1] \quad (3.3)$$

であり、その値は、円筒側壁( $r=a$ )において半径方向速度成分が $u=0$ なる境界条件を満たすべきことから、次の超越方程式の根として定められる[式(2.16)]。

$$J_{s-1}(\sigma a) / J_s(\sigma a) = s \{1 \pm \sqrt{1 + (\sigma/m)^2}\} / (\sigma a) \quad (3.4)$$

以下では、軸方向に非減衰振動的な流れ場を対象とするため、軸方向波数 $m$ を実数に限定して議論を進める。式(3.4)から、複号のいずれの場合にも任意の $m$ の実数値に対してそれぞれ無限個の正なる $\sigma$ の値が存在することが容易に知られる。以下では必要に応じて、これらを $\sigma_g$  ( $g=\pm 1, \pm 2, \dots$ )と表して区別することがある。ただし添字 $g$ の符号は式(3.4)の複号に対応するものとし、また $g$ の絶対値は式(3.4)を満たす $\sigma$ の値の小さい方から順次対応させるものとする。式(3.3)は、角振動数 $n$ が実数であり、攪乱が時間的に中立安定となることを示している。なお攪乱(慣性波)の実数解は、複素解(3.2)の実部として得られる。この場合、任意定数 $A$ (複素数)は攪乱の振幅と位相を表す2つの独立な任意定数(実数)に分離される。

次に上記の慣性波の重ね合せから生ずる定在波として慣性振動が記述されることを示す。式(3.2)の実数解 $\tilde{u}$ 、 $\tilde{v}$ などについて、 $m$ (実数)の絶対値を同じくし、かつ符号を異にする1対を相加えたものをそれぞれ求めて、これを新たな解としてとり(この場合、 $m>0$ として差支えない)、さらに $m$ およびそれぞれの任意定数(振幅と位相)を $z=0, l$ なる円筒両端面において成立する境界条件 $w=0$ を満たすように定めれば、慣性振動の表式を次の形に得る。

$$\left. \begin{aligned} \tilde{u}_f &= c \frac{m}{\sigma} \left[ J_{s-1}(\sigma r) - \left(1 + \frac{2\Omega}{n-s\Omega}\right) \frac{s}{\sigma r} J_s(\sigma r) \right] \sin(nt - s\theta) \cos mz \\ \tilde{v}_f &= c \frac{m}{\sigma} \left[ \frac{2\Omega}{n-s\Omega} J_{s-1}(\sigma r) - \left(1 + \frac{2\Omega}{n-s\Omega}\right) \frac{s}{\sigma r} J_s(\sigma r) \right] \cos(nt - s\theta) \cos mz \\ \tilde{w}_f &= c J_s(\sigma r) \sin(nt - s\theta) \sin mz \\ \tilde{p}_f / \rho &= c \{(n-s\Omega) / m\} J_s(\sigma r) \cos(nt - s\theta) \cos mz \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

なお、 $c$ は振動の振幅を表す任意定数である。また添字 $f$ は定在波に対応する量であることを表す。上記した円筒両端面の境界条件により、波数 $m$ は次の離散的な値に制限される。

$$m = k\pi/l \quad (k=1, 2, 3, \dots) \quad (3.6)$$

ただし、 $l$ は管長である。

さて慣性振動の角振動数 $n$ （前記 $\sigma_g$ に対応する値であることを明示するため必要に応じて $n$ を $n_g$ と書くことがある）は式（3.3）により直ちに次の形に得られる。すなわち

$$n_g = s\Omega \pm 2\Omega / \sqrt{1 + (\sigma_g/m)^2} \quad (g=\pm 1, \pm 2, \dots) \quad (3.7)$$

ここに複号は、添字 $g$ の符号に対応する。また $s=0$ の場合には、複号は単に振動の位相の差を意味するにすぎない【式（3.5）参照】。なお前記したように、以上の諸式は静止座標系に準拠したものである。したがって角振動数の値は、もし一定角速度 $\Omega$ で回転する座標系（剛体回転する流れに固定した座標系）についてみればその値を異にする。回転座標系に基づいた諸量を記号\*を付して表すことにすれば、角振動数 $n^*$ は次のようになる。すなわち式（3.5）中の時間項に含まれる周方向の座標 $\theta$ を、両座標間の変換関係

$$\theta = \theta^* + \Omega t$$

によって書き改めれば、例えば

$$n t - s \theta = (n - s\Omega) t - s \theta^* = n^* t - s \theta^* \quad (3.8)$$

の関係から次式を得る。

$$n_g^* = n_g - s\Omega = \pm 2\Omega / \sqrt{1 + (\sigma_g/m)^2} \quad (3.9)$$

上式から知られるように、回転座標系に準拠した角振動数の絶対値は $2\Omega$ を超えない<sup>(58)</sup>。

### 3.2.2 流れ場の諸性質

本節では、従来あまり触れられていない慣性振動の流れ場について調べ、3.3節以下に述べる実験的検討の準備とする。

まず流れ場の一般的な性格について調べる。式（3.5）から知られるように、慣性振動における流れ場の形（mode）は、 $s$ 、 $g$ 、 $k$ なる3個のパラメータによって規定される。すなわち、 $s$ は周方向（ $\theta$ 方向）、 $g$ は半径方向（ $r$ 方向）、 $k$ は軸方向（ $z$ 方向）のモードを定める。よって以後（ $s$ 、 $g$ 、 $k$ ）なる記法によって振動のモードを表す。流れ場は、 $z$ 方向については、 $z=0$  から  $l/k$ の距



離ごとに存在する筒軸に垂直な節平面 [  $\psi_f = 0$  なる平面, 式 (3.5) 参照 ] によって区切られ, また  $r$  方向については,

$$J_{s-1}(\sigma_g r) / J_s(\sigma_g r) = s \{ 1 + 2\Omega / (n - s\Omega) \} / (\sigma_g r) \quad (3.10)$$

を満たす筒軸に平行な節曲面 [  $\tilde{u}_f = 0$  なる円筒面, 式 (3.5) 参照 ] によって区切られる.

( $s, g, k$ ) なるモードにおいては, 節平面の数は ( $k-1$ ) 個, 節曲面は ( $|g|-1$ ) 個である. さらに流れ場は周方向に次の対称性を示す. まず回転座標系に準拠すれば, 速度変動ベクトルを  $\tilde{u}_f$  とするとき,

$$\tilde{u}_f(r, \theta^*, z, t) = \tilde{u}_f(r, \theta^* + 2\pi/s, z, t) \quad (3.11)$$

が成立し [式 (3.5), (3.8) 参照], 従って流れ場は, 円筒軸を「回転の軸」とする, いわゆる「 $s$  割り回転」の対称性 [  $(360/s)^\circ$  の回転対称性 ] を示す. すなわち,  $s=2, 3$  などに従って, それぞれ「二つ割り回転対称」, 「三つ割り回転対称」などとなる. また  $s=0$  ならば流れ場は筒軸対称である [  $s=1$  のときは, 同じ流動パターンは  $2\pi$  の回転によってしか現れない ]. なおこの対称性は静止座標系に対しても, もちろん維持される.

上記は流れ場の空間的な構造についての論述であるが, 次に流れ場の時間的な挙動について述べる. 式 (3.5) は, 流れ場は静止座標系に対して  $n/s$  の角速度で  $\theta$  の正方向 (円筒の回転方向を正とする) に回転する事を示す. また回転座標系に対しては, 回転の角速度は  $n^*/s = (n - s\Omega)/s$  となる [式 (3.8) 参照].

次に流線, 流跡線に関する諸図に関連して, その算出法を記す. ただし以下は静止座標系に準拠した場合の記述であるが, 回転座標系に対しても,  $\theta$  を  $\theta^*$  に置換し, 各速度成分を対応する表式に置き換えればそのまま成立する. まず流線はその表式,

$$\frac{dr}{u} = \frac{r d\theta}{v} = \frac{dz}{w} \quad (3.12)$$

の  $u, v, w$  に式 (3.1) および式 (3.5) を用い, 時刻  $t$  を固定して, 電算機による数値積分によって求めた. また以下においては, 流面 (流線の包絡面) をある平面, 例えば  $\theta = \text{一定}$ , あるいは  $z = \text{一定}$  などの平面によって切断し, その際現れる両面の交線 (以後, 切断面流線と呼ぶ) をもって流れ場を示す場合が多いが, これらの切断面流線は, 例えば  $z = \text{一定}$  の面で切断する場合には式 (3.12) の最初の2項の積分によって求めたものである. なおこの際, 回転座標系に準拠し,

かつ  $z = \text{一定}$  の平面による切断面流線の幾何学的形状の対称性は、流れ場のその2倍となり、例えば  $s = 1, 2, 3$  に従ってそれぞれ二つ割り、四つ割り、六つ割り回転対称となる。なお静止座標系に準拠した同様な切断面流線の対称性は流れ場のそれと変わらない。

次に流跡線 (path line) は次のように求めた。例えば  $t = t_0$  なる時刻に、位置  $(r_0, \theta_0, z_0)$  に存在した粒子の、 $t = t$  における位置は、

$$\frac{dr}{u} = \frac{r d\theta}{v} = \frac{dz}{w} = dt \quad (3.13)$$

の  $u, v, w$  に、準拠する座標系に於ける諸式を用い、 $(r_0, \theta_0, z_0)$  を初期値として数値積分によって求め、時間経過に於ける粒子の軌跡を得た。

さて、以下に慣性振動の流動様式を大きく左右するパラメータ  $s$  の値ごとに流れ場の検討を行うが、記述は  $s = 0, 1, 2$  の3種の場合に限り、かつ  $s = 0$  形の場合を除き、 $g = \pm 1, k = 1$  (半径および軸方向の基本モード) に限定する。また以下の記述においては、流れ場の諸元、速度などの諸量は代表寸法を管半径  $a$ 、代表速度を円筒の回転速度 ( $a\Omega$ ) にとって無次元化して表す。

$$\left. \begin{aligned} R &= r/a, \quad Z = z/a, \quad L = l/a, \quad M = ma, \quad \sigma' = \sigma a, \\ u' &= u/(a\Omega), \quad v' = v/(a\Omega), \quad w' = w/(a\Omega), \quad C = c/(a\Omega), \\ p' &= p/(\rho a^2 \Omega^2), \quad T = t\Omega, \quad N = n/\Omega, \quad N^* = n^*/\Omega \end{aligned} \right\} (3.14)$$

なお流れ場の検討に先立ち、 $s = 0, 1, 2$  の各場合に対する慣性振動の固有角振動数  $N$  (静止系に準拠) と、円筒長さ  $L$  [ $k = 1$  では軸方向の半波長、式 (3.5) 参照] との関係を図 3.2 から計算した結果を図 3.2 に示す。半径方向あるいは軸方向に高次のものは、 $s = 0$  形に対してのみ記してある (図中、鎖線)。

#### (a) $s = 0$ 形

軸対称な流動を示すこの形については、既に Fultz が筒軸を含む平面上の流線の形を  $(s, g, k) = (0, 1, 1)$  および  $(0, 2, 1)$  なるモードについて示した<sup>(55)</sup>。しかし  $s \neq 0$  なる場合との対比のため、以下にはこれに類似な一計算例をも含めて、 $s = 0$  形の流動形態を調べる。図 3.3 は上記の  $(0, 1, 1)$  および  $(0, 2, 1)$  モードの筒軸を含む平面による切断面流線 (静止系に準拠)

であり、その形は時間に関して不変である。図の右半は  $(0, 2, 1)$  モードに対する流線であり、図中に破線で示した節面によって半径方向に2つの部分 (cell) に分かたれ、流体粒子はこの面を横切ることはない。図の左半は  $(0, 1, 1)$  モードの場合に対応する。なお上記切断面流線の形は、回転座標系に準拠する場合にも変わらない。また図中に付した小矢線は同時刻における流体粒子の運動方向を示し、その向きは時間経過に応じて振動的に変る。

次に図3.4 (a), (b) は  $(0, 1, 1)$  モードの一計算例で、筒軸に垂直な平面による切断面流線を表すが、図では切断面は  $Z=L=2$  にとり、上端面における流線そのものを表している。また (a), (b) はそれぞれ静止および回転座標系に準拠している。図中の実線は  $NT (=nt)$  が  $0, \pi, 2\pi$  の場合に、破線は  $3\pi/2$  の場合にそれぞれ対応する。また (1) ~ (4) の数字を付した短い矢線は、それぞれ  $NT=0, \pi, 3\pi/2, 2\pi$  の各時点における流体粒子の運動方向を示している。次に図3.4 (b) の実線および破線は図3.4 (a) のそれと、それぞれ同時刻の流線を示す。なお  $Z=2$  (および0) 以外の  $Z=定値$  における切断面流線も類似のパターンをとる。

(b)  $s=1$  形

前にも記したように、 $s=0$  形以外の場合には、慣性振動の流れ場は静止座標系に対しては角速度  $n/s$  で、また回転座標系に対しては  $n^*/s$  で  $\theta$  の正方向 (主流の旋回方向) に回転する [式 (3.5), (3.8) 参照]。また  $n$  (および  $n^*$ ) はパラメータ  $g$  の正負 [式 (3.4) の複号に対応] に応じて2個の値をとる。以下にそれぞれのモードを切断面流線の形で示す。

図3.5 (a) ~ (c) に  $g=+1$  の場合、すなわち  $(1, 1, 1)$  モードの流線を示す。まず図3.5 (a) は筒軸を含む平面による切断面流線である。この形は時間  $t$  および切断面の角度  $\theta$  に依存せず、また静止、回転座標系に対して変らない。また図3.5 (b), (c) は同じ条件下に求めた筒軸に垂直な平面 ( $Z=2.5$ ) における切断面流線 (この場合  $Z=L$  で、端面における流線に一致) であり、(b) は静止座標系の場合に、(c) は回転座標系の場合にそれぞれ対応する。またこれらのパターンは  $n/s$  および  $n^*/s$  なる角速度で主流方向に回転する。

次に、図3.6 (a) ~ (c) に  $g=-1$  の場合、すなわち  $(1, -1, 1)$  モードの一計算例を示した。図3.6 (a) ~ (c) は、それぞれ図3.5 (a) ~ (c) の各場合に対応し、(a) は筒軸を含む切断面流線、(b), (c) は  $Z=L$  なる端面における流線である。図3.6 (a) を図3.5 (a) と比較して知られるように、 $g$  の正負の両場合における流線のパターンは大きく異なる。

(c)  $s = 2$ 形

図3.7(a)～(c)に(2, 1, 1)モードの, また図3.8(a)～(c)に(2, -1, 1)モードの計算例をそれぞれ示した. ともに, (a)は筒軸を含む切断面流線, (b)は静止座標系に準拠した円筒端面( $Z=L$ )における流線, (c)は回転座標系に準拠したそれである. この場合にも筒軸を含む切断面流線(a)は, 時間 $t$ および切断面の角度 $\theta$ に関して不変であり, また(b), (c)のパターンは角速度 $n/s$ あるいは $n^*/s$ で主流の向きに回転する. なお図3.4～図3.8の諸図においては, 流線の形状の特徴をより見やすくするために, 理論で用いた微小振動の前提に拘わらず振動振幅 $C$ の値は1位の量にとって示したことを付記する.

### 3.3 実験

本章では、3.2節までに述べた非粘性・微小振幅の前提下に導かれた慣性振動に関する理論的な諸結果の妥当性を、流れ場の形態という側面に力点をおいて実験的に調べた結果について述べる。

#### 3.3.1 実験装置と方法

図3.9, 図3.10に装置の概略および細部を示す。まず図3.9において、慣性振動を観測する測定部は、2個の水槽A, Bを結ぶ内径70 mmの透明アクリル樹脂製の円管Cの内部に、2個の円板D, D' (アクリル樹脂製, 板厚30 mm)を距離 $l$ を隔てて( $l$ は調節可能)固くはめ込むことによって構成した。円管Cは両水槽と軸受を介して接合されており、速度可変モータEによってベルト駆動され、管軸を軸として回転する。この回転により測定部には円筒の回転角速度 $\Omega$ で剛体回転する流れ場が形成される。測定部の流体柱には慣性振動が自動的に生長することではなく、従って駆動機構Fにより測定部内に設けた小型の振動片(下記に詳述する)に、往復運動を与えることによって慣性振動を誘起させた。図3.10(a)~(c)に振動片, 駆動機構Fの細部を、 $s=0$ 形および $s=1, 2$ 形に対するそれぞれの実験の場合に分けて個別に示す。まず図3.10(a)は、 $s=0$ 形(軸対称形)の慣性振動の誘起に用いたもので、基本的にはFultzが用いた形式に類似である。すなわち、スコッチ・ヨーク機構によって作られた正弦的な往復運動(振幅0~10 mm, 振動数0~2 Hzの範囲で可変)は、メンバーGに伝えられ、さらに往復運動についてはGと一体であるが、Gに対して自由に回転し得るよう、鋼球を介して結合されたメンバーG' (振動片駆動軸)に伝えられる。そしてこの駆動軸に小円板(振動片, 直径20 mm, 図3.9中のQ)が固定されている。なおメンバーG'は、円管Cの回転を伝達する機構(図には省略)により、Cと同じ角速度 $\Omega$ で回転しつつ往復運動を行う。なおメンバーG, G'は中空とし、内部に流れ場の可視化用の染料を導く細管Hが挿入されている。次に図3.10(b), (c)は $s=1$ および $s=2$ 形の慣性振動の誘起に用いた機構である。図に示すように、前記のメンバーG'と同様、回転しつつ往復運動を行うメンバーG''の運動は、これと一体に回転する薄い箱形のメンバーJ内に、G''と歯車を介して対向して設けられたメンバーG'''に逆位相の往復運動を与え、それぞれのメンバーG''およびメンバーG'''に取付けられた1対( $s=1$ 形の場合)、あるいは2対( $s=2$ 形の場合)の小楕円板[振動片, 長径15 mm, 短径10 mm, 図3.10(c)参照]が回転する流れ場で正弦往復運動を行う。この際図3.10(c)から知るように、 $s=1$ 形の場合には対向する2枚[図3.10(c)(i)]の振動片が逆位相で、また $s=2$ 形の場合には方位角を $90^\circ$ 異にして相隣接する振動片が相互に逆位相で往復運動する。なお振動片に上述のような運動

を与えたのは、式(3.5)から知られるように慣性振動においては、 $s = 1$ 形の場合には同一半径上で $180^\circ$ 方位角を異にする位置での速度変動が逆位相であり、また $s = 2$ 形の場合には $90^\circ$ 方位角を異にする位置でのそれが逆位相となることに基づく。測定部内部の容積は、振動片を担う駆動軸の往復運動に伴って僅かながら変動する。この微小な容積変動を吸収するため、図3.10(d)に示すごとく測定部の一端を構成する円板D' (図3.9参照)の測定部側の端面を可撓性の薄板K (厚さ $0.8\text{mm}$ )で構成した。またD'中心部には染料を導く細管Mを通した。

以下に実験方法について記す。実験においては、測定部長さ $l$ の種々の値の場合に対し、円管の回転角速度 $\Omega$ を定値に保つ条件下に、振動片の往復運動の角振動数(測定部流体柱に対する強制振動の角振動数)を変化させ、測定部に共振状態を実現させてこれを観測・記録した。この際上記の振動片による強制振動に基づく測定部の流れ場の観測は、染料(フレオレセイン・ナトリウム水溶液)による可視化により、また時にタフト法を併用して行った。なお共振状態における流れ場の形は、測定部の慣性振動のモードのそれに一致するものとして<sup>(55)</sup>、理論との対比を行った。すなわち軸対称な $s = 0$ 形の場合には、軸心上の定位置に注入された染料の挙動に注目し、染料の軸方向の運動が、一定振幅で正弦的に変位する小円板の運動と同位相でかつその振幅が最大となることをもって共振状態と判定した。また非軸対称な $s = 1, 2$ 形に対しては、その流れ場の複雑さによって、上記の判定法は不可能となる。そこで測定部端面近傍(軸方向分速度は0に近い)においては、それぞれのモードに応じる特徴的な流れの形態(これは理論から予測可能である)が比較的観測されやすいことを利用して、その特徴が最も明瞭かつ顕著に出現することをもって共振状態と判定した(後にも述べる)。この場合染料注入位置は端面中心近傍である[図3.10(d)参照]。なお慣性振動の振動数の実験値については、前記強制振動の角振動数は、回転座標系に準拠しているため、その共振時における値 $n_m$ は次式により、静止系に準拠した固有角振動数 $n_e$ に変換される[式(3.9)参照]。

$$n_e = n_m + s\Omega \quad (3.15)$$

この値の無次元量  $n_e / \Omega$ を理論値 $N$ と比較した。また強制振動の振幅については、軸位置 $z_0$ かつ半径位置 $r_0$ におかれた振動片の変位の振幅 $d$ に対応する速度振幅を式(3.5)より求め、

$$C_e = \frac{d n_m}{a \Omega J_s(\sigma r_0) \sin(m z_0)} \quad (3.16)$$

で定義された $C_e$ を、理論値 $C$ と等価な無次元速度振幅の実験値とした。

### 3.3.2 実験結果と考察

#### (a) $s = 0$ 形

この形については、Fultz が既に本研究とほぼ類似の手法による実験を行い、共振時の振動数が0.5~1%程度の良い精度で理論値と一致することを示し、また共振状態における流れ場を染料によって可視化した際、きのこ状の特徴的な流れ場の形態が観測されることを示したが<sup>(55)</sup>、この形態と慣性振動のモードとの関連についての詳しい検討は行っていない。

本実験の結果を以下に示す。図3.11(a)は、共振時における流れ場の可視化写真の一例であり、管軸に直角な方向からの撮影結果である。測定部中の管端から $L/3$ の位置（振動片は測定部中央を中心として $L/6$ の振幅で駆動）の軸心上から注入された染料は、流れ場の振動振幅に応ずる振幅で運動するが、拡散によって時間経過とともに着色された領域が拡がり、図のようなきのこ状の形態が現れる。図は染料注入開始後、約17分経過した時点のものである。なお実験条件（剛体回転の角速度 $\Omega$ 、測定部諸元、振動片の振幅 $d$ 、角振動数 $n_e$ ）を図下に記した。

次にこの形態と慣性振動のモードとの関連について考える。図3.11(b)は図3.11(a)と同じ軸方向波数 $M$ をもつ $(0, 1, 1)$ モードの慣性振動の流跡線であり、 $Z = L/3$ の位置で軸心を囲み同一半径上に位置した8個の流体粒子の1周期間（ $T = 2\pi/N$ ）の流跡を求めたものである【式(3.13)による】。前掲図3.3からも知れるように、流線の形は比較的単純であるが、流体粒子自体は静止座標系に対して複雑な運動を行うことがわかる。なおこの図は、粒子の挙動の特徴をより明瞭に見るため振幅 $C$ の値を極端に大きくとってある。次に図3.11(c)、(d)に、図3.11(a)の実験結果に対応する条件について行った計算結果を示す。これらの図は、図3.11(a)に示したような、染料によって着色され、可視化された形態は、流体粒子の運動によって運ばれる染料が次第に隣接する領域に拡散によって運ばれて形成されるとの考えのもとに求めたものである。すなわち振幅 $C$ 【式(3.5)参照】を実験における強制振動の変位の振幅 $d$ に対応する値 $C_e$ 【式(3.16)参照】にとって流跡線を描き、その最大の到達点から新たに流跡線を描く操作を繰返して求めたもので、実験の一つのモデル化である。そして時間経過に対応して順次図3.11(c)、(d)の形を得た。（図は染料の右方への拡散についてのみ描いてある）。図3.11(d)は実験結果に類似のきのこ状の形態を示している。このことは、粘性をもちかつ基礎方程式の非線形性の効果をも受けている実在流体の慣性振動においても（減衰の効果は別として）、その振動の形態は、非粘性、微小振動の前提下に導かれる線形理論の帰結と、基本的にはほぼ類似で、大きくは異ならないことを示唆している。

(b)  $s = 1$  形

静止系に準拠して、管長 $L$ と固有角振動数 $N$ （有次元では $l$ と $n$ ）との関係を与える前掲図3. 2は、 $s = 1$ 形の慣性振動に関する一つの特徴的な事実を示している。すなわち $(1, -1, 1)$ モードの場合にのみ $N = 0$ となる $L$ の値（このとき $L = l / \alpha = 1.99$ ，かつ $n^* / \Omega = -1.0$ ）が存在すること、換言すれば、 $L$ の一つの定値（1.99）においては、静止系の観測者に対して定常流（ $N = 0$ ）となる慣性振動が存在し得ることを示す。 $s = 1$ 形に関する実験は、主としてこの点に着目して行った。まず図3. 12 (a)に、 $L = 1.99$ の場合に対する流線の計算結果〔式(3. 12)，(3. 5)による〕を管軸と $30^\circ$ をなす方向から見た形で示した。図中矢線で示したように、流路端面から流路中央方向に、リング状の流線が連なり、その包絡面はつのはつ状を呈する。次に図3. 12 (b)は測定部長さを $l / \alpha = 1.99$ に設定し、強制振動の角振動数を変化させたとき、 $n^* / \Omega = 0.99$ において得られた観測結果である。図に見られるように、染料の拡散に従って可視化部はつのはつ状を呈し、かつ空間に静止して、図3. 12 (a)に対応する定常な流れ場が実現していることが示される。なおこの形態の実現は強制角振動数の変化に関してはなほ鋭敏であり、その値のわずかな変化により、つのはつ状の形態は不規則な形となる。

なお $N \neq 0$ なる一般の場合に対しては、染料によって可視化された流脈線を観察し、その形状が理論から予想される形状（螺旋状の曲線形となる）に定性的に良く一致することを確認した。

(c)  $s = 2$  形

この形の場合には、前記 $s = 1$ 形と異なり、慣性振動が静止系に関して定常流となることはない。よって $s = 0$ 形の場合と同じく、主として流体粒子の挙動を考察する手法によって理論と可視化実験との比較を行った。

図3. 13 (a)は理論による計算結果の一例である。すなわち、図(i)は $T = 0$ の時点において円筒端面（ $Z = 0$ ）上の軸心を囲む3個の小円（ $R = 0.05, 0.1, 0.2$ ）上に $6^\circ$ の間隔をもって分布するそれぞれ60個ずつ、計180個の流体粒子を表す。図(ii)～(iv)はこれらの粒子が時間経過にともなってしめる位置を、式(3. 13)，(3. 5)によって求めた結果であり、粒子の複雑な挙動により、粒子の集合が示す図形は次第にその形を変えることがわかる。従って、流れ場の表現についての理論の妥当性は、粒子の運動によって運ばれる染料によって可視化された領域が、上記と類似な特徴的な形態を示すか否かによって判定し得るものと考えられる。図3. 13 (b)は、図3. 13 (a)とはほぼ同一条件（ $l / \alpha = 3.0$ ， $C_e = 0.24$ ）のもとに得た観測結果である。ただし中心部は、実験装置と撮影位置との関係から写っていない。図からその形状、および時間経過〔図3. 13 (b)〕、



(i), (ii), (iii)の撮影時刻は, 図3.13(a)の(ii), (iii), (iv)に対応しない]に伴う形状の変化の様子は図3.13(a)の場合と定性的に良く一致し, 理論の妥当性を裏付けている.

以上本節では,  $s = 0, 1, 2$ 形の慣性振動の流動形態に関する実験結果について述べたが, 次に固有角振動数の実験結果につき記す. 実験値  $n_e$  [式(3.15)参照]を, 式(3.7)による理論値と対比して前掲図3.2中に記した. 図中の白丸印は  $s = 0$ 形, 半白丸印は  $s = 2$ 形, また黒丸印は  $s = 1$ 形に対応し, また短い縦線は実験値のばらつきの範囲を表す. 図から非粘性, 線形近似を前提した理論の帰結は, 各モードに対して実験値に対する良い近似を与えることが知られた.

### 3.4 結 言

以上本章では、従来非粘性、線形近似の前提下に、その表式は与えられていたものの、実在の流体中における流れ場の形態が、果してどの程度上記表式によって表現され得るかについては、ほとんど知られていなかった慣性波に関して、それを慣性振動の形で実験的に実現させ、理論結果と比較検討した。その結果、軸対称形 ( $s = 0$  形) のみならず高次のモードについても、流れ場の形態、振動数ともに少くとも定性的には上記近似理論の帰結から実際現象の良好な予測が得られることを確かめた。なお本章の結果は、次章以降で取扱う、旋回流中に生起する渦流崩壊現象、サイクロン分離器における渦心の振れ回り現象など、慣性波の関与が予想される工学上重要でありかつ未解決な部分を含む諸問題の検討に際し、線形近似による理論的接近を試みることの妥当性に対して、肯定的な示唆を与えるものと考えられる。

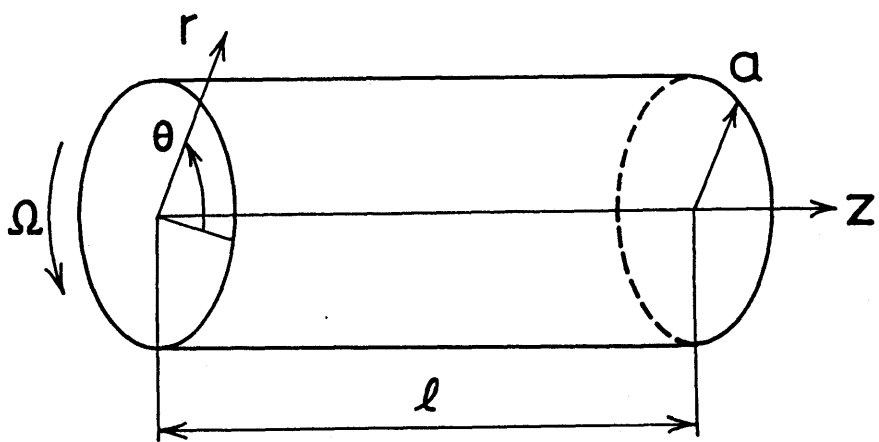


图 3. 1 圆柱坐标系

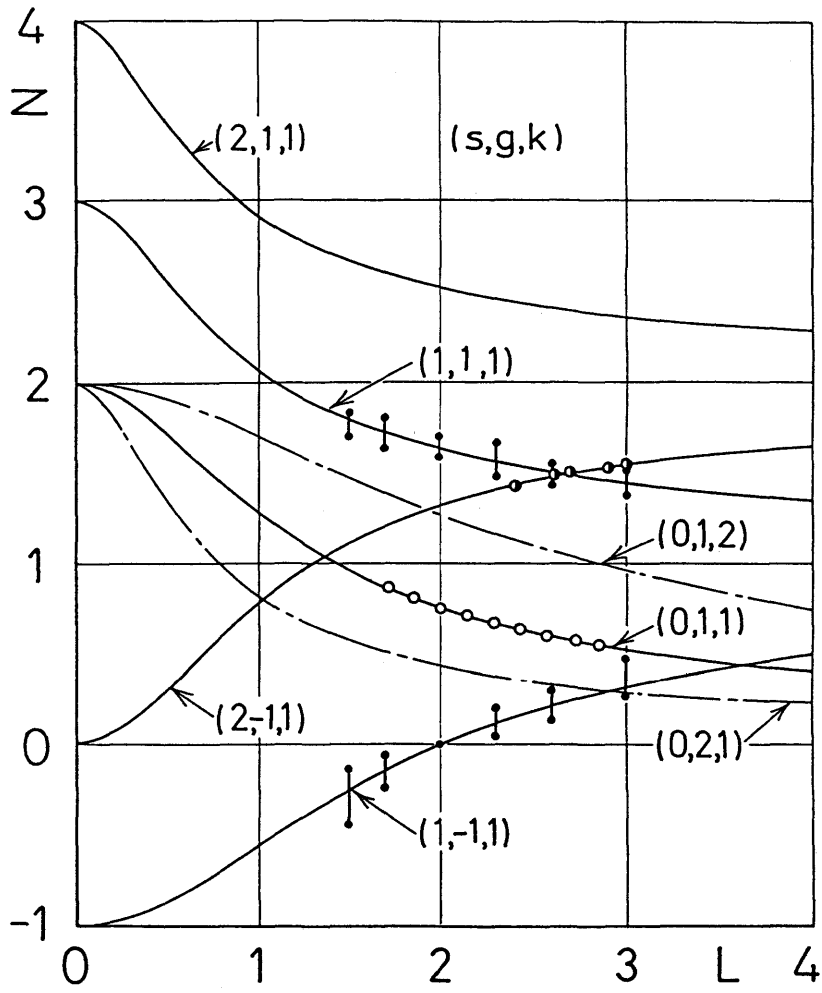
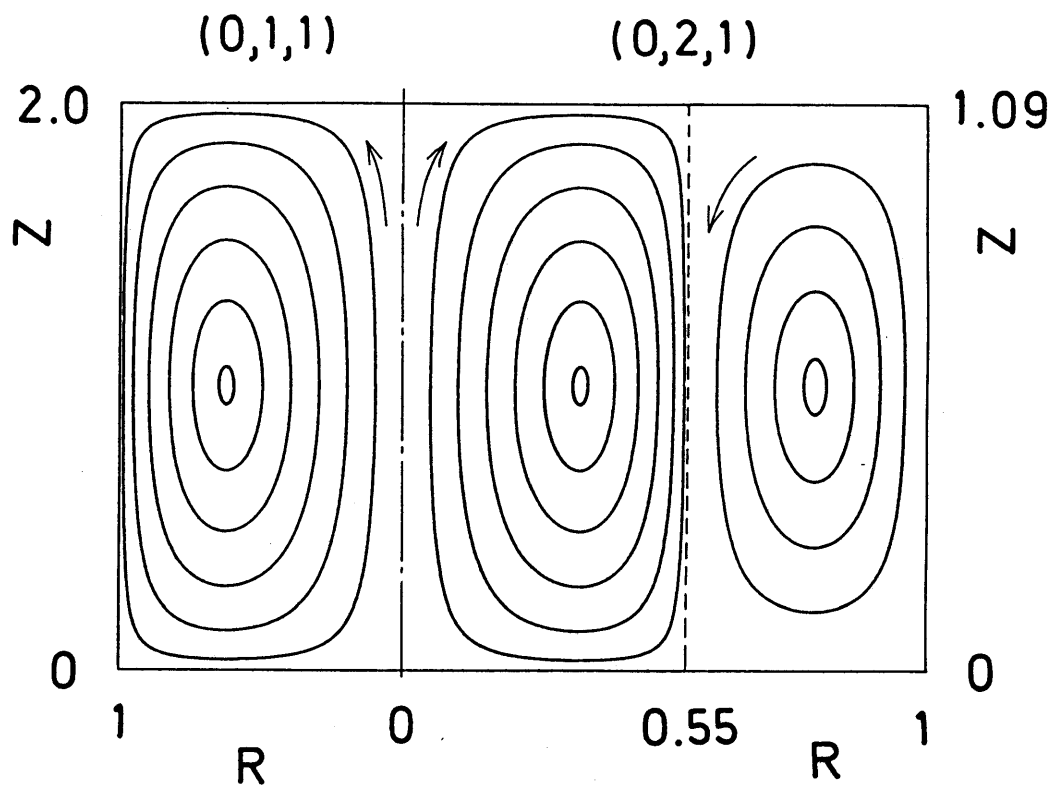
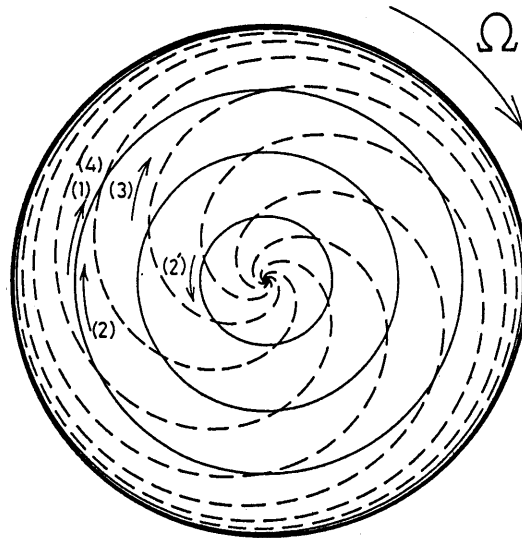


図 3. 2 慣性振動の固有角振動数

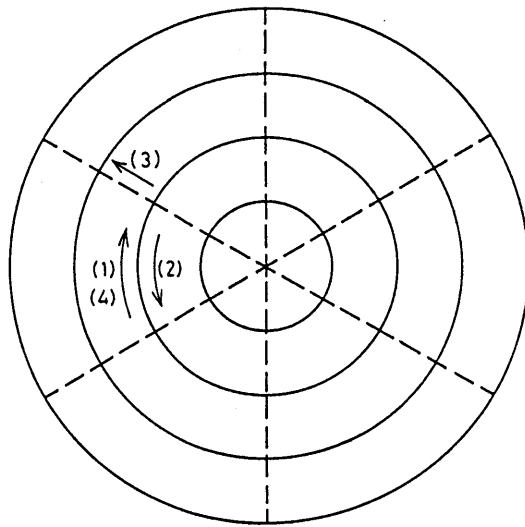


$(s, g, k)$	$L$	$M$	$N$	$C$
$(0, 1, 1)$	2	1.57	0.759	1
$(0, 2, 1)$	1.09	2.88	0.759	1

図3.3  $s = 0$ 形の筒軸を含む平面による切断面流線の一例

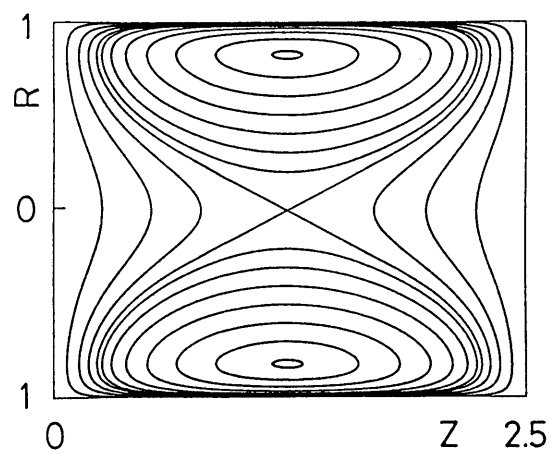


( a ) 静止座標系

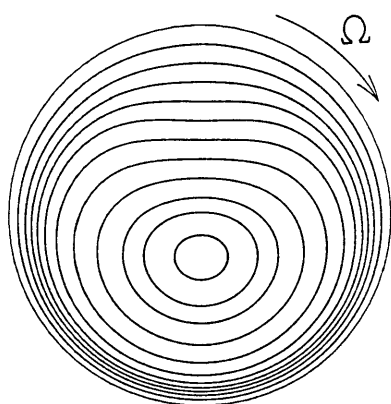


( b ) 回転座標系

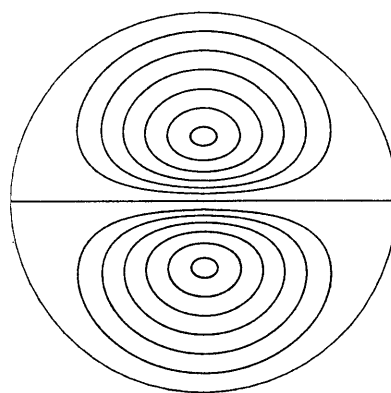
図 3 . 4  $s = 0$  形の筒軸に垂直な平面による切断面流線  
 (  $Z = 2, L = 2, M = 1.57, N = 0.759, C = 1$  )



(a) 筒軸を含む切断面流線

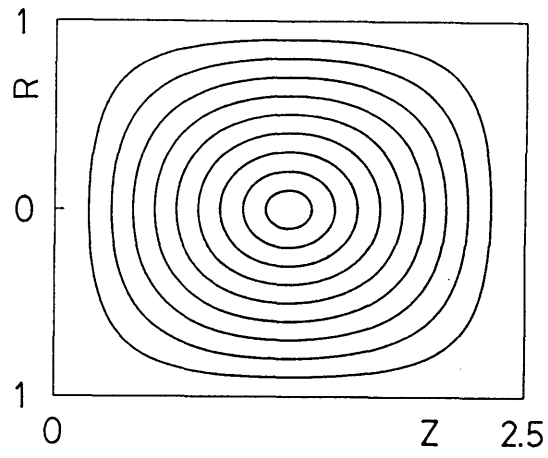


(b) 静止座標系

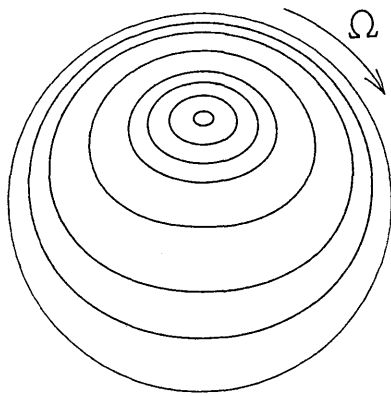


(c) 回転座標系

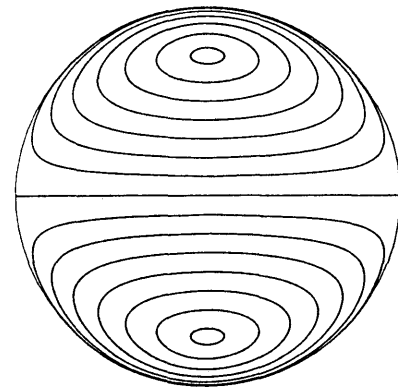
図 3. 5  $s = 1$  形,  $(s, g, k) = (1, 1, 1)$  モードの流線  
 $(L = 2.5, M = 1.26, N = 1.521, N^* = 0.521, C = 1)$



(a) 筒軸を含む切断面流線



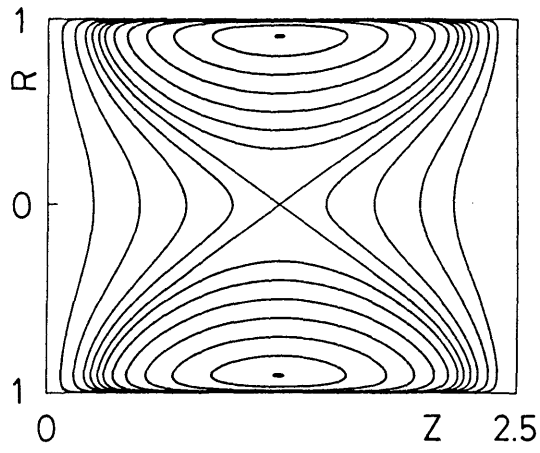
(b) 静止座標系



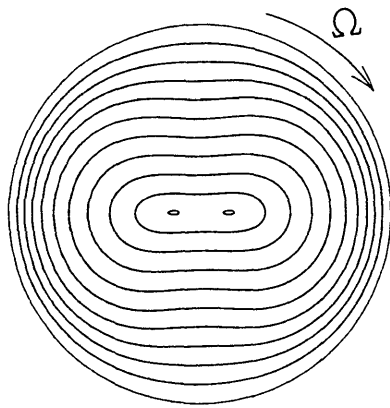
(c) 回転座標系

図3.6  $s=1$ 形,  $(s, g, k) = (1, -1, 1)$  モードの流線  
 $(L = 2.5, M = 1.26, N = 0.193, N^* = -0.807, C = 1)$

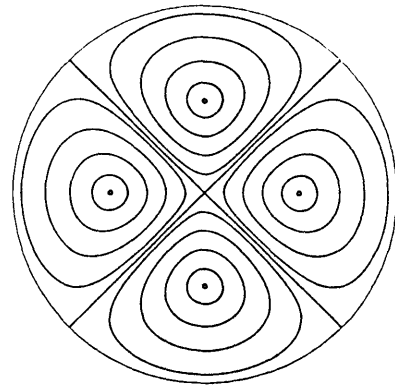




(a) 筒軸を含む切断面流線

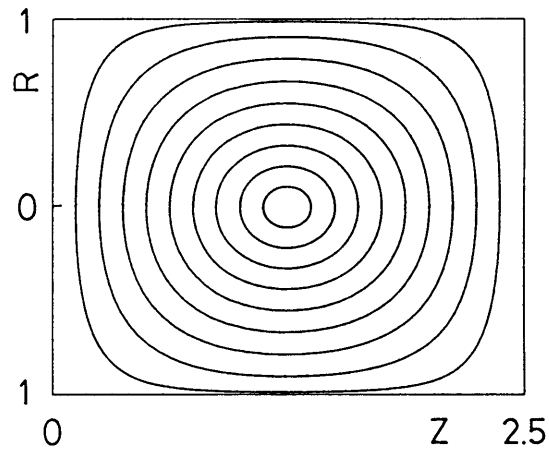


(b) 静止座標系

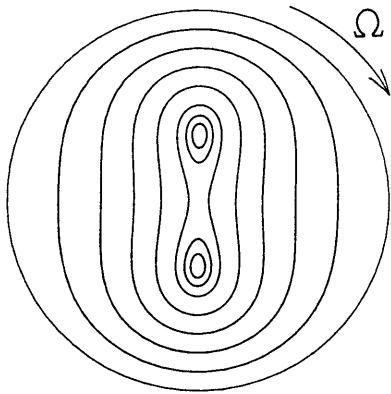


(c) 回転座標系

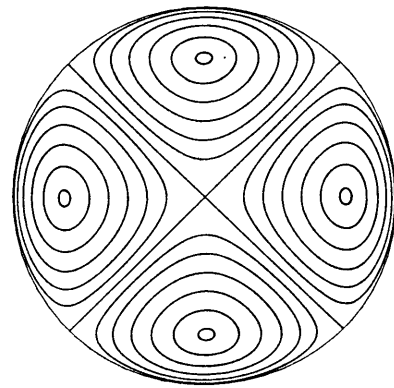
図3.7  $s = 2$ 形,  $(s, g, k) = (2, 1, 1)$ モードの流線  
 $(L = 2.5, M = 1.26, N = 2.433, N^* = 0.433, C = 1)$



(a) 筒軸を含む切断面流線

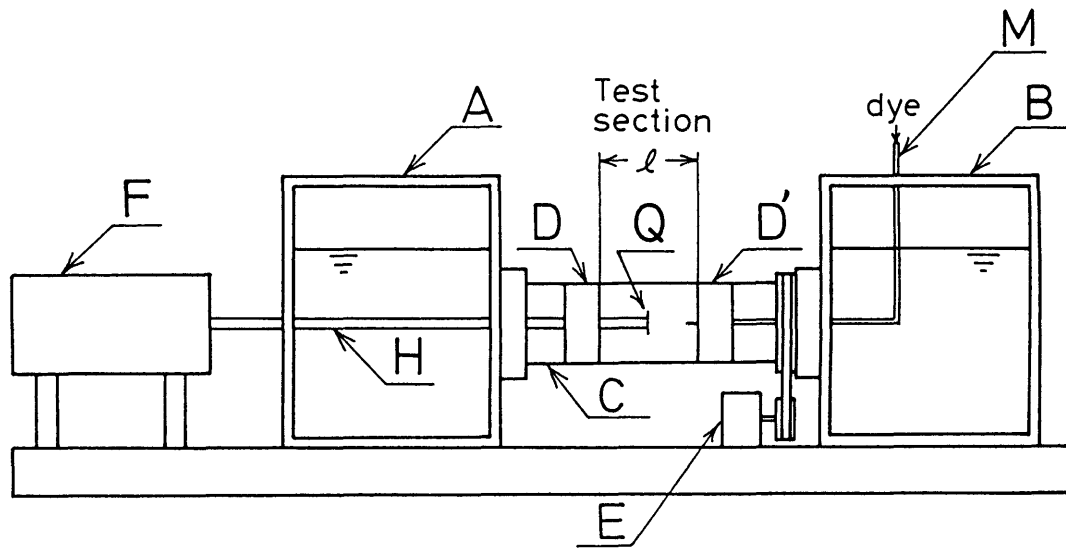


(b) 静止座標系



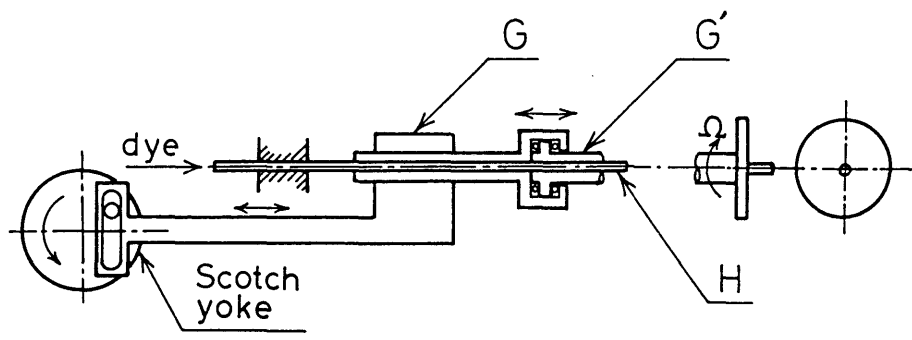
(c) 回転座標系

図3.8  $s = 2$ 形,  $(s, g, k) = (2, -1, 1)$  モードの流線  
 $(L = 2.5, M = 1.26, N = 1.468, N^* = -0.532, C = 1)$

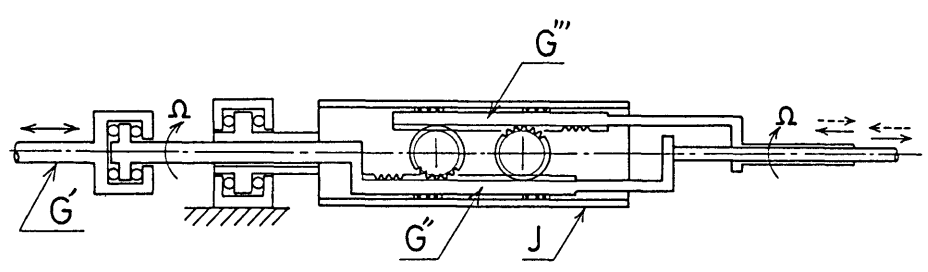


A, B : 水槽 C : 回転円管 D, D' : 円板 E : 可変速度モータ  
 F : 駆動機構 M : 染料注入用導管 Q : 振動片

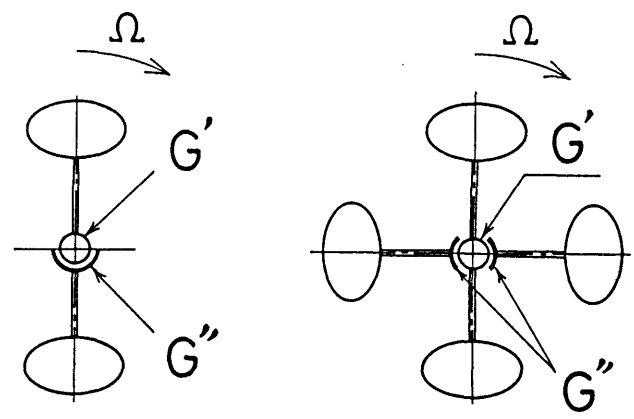
図 3. 9 実験装置の概略図



( a )



( b )



( i )

( ii )

( c )

図 3 . 1 0 振動片駆動機構の構造と測定部端面の詳細

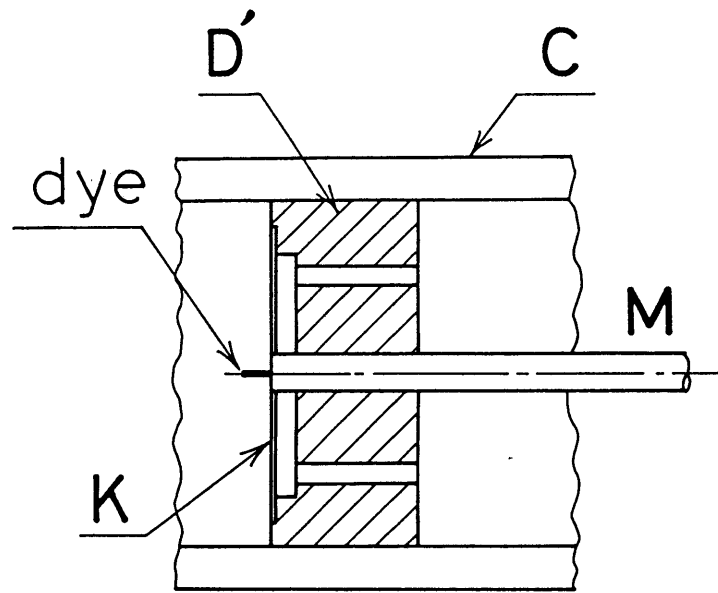
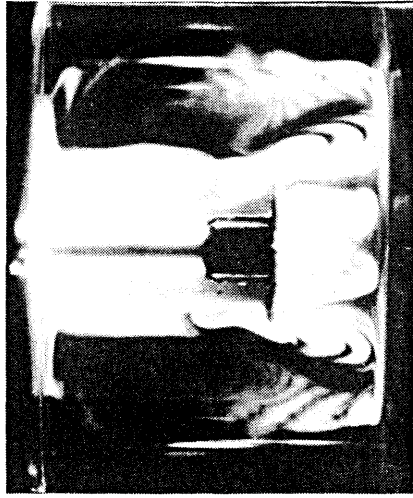


図 3. 10 (d) 測定部端面の詳細



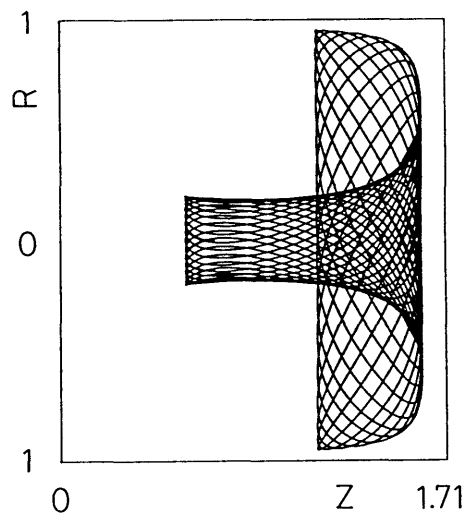
(a) (0, 1, 1)モードの可視化写真

$$l = 60\text{mm}, a = 35\text{mm}, (l/a = 1.71)$$

$$\Omega = 2.58\text{rad/s}, n_e = 2.23\text{rad/s} (n_e / \Omega = 0.864)$$

$$d = 9.5\text{mm}, (C_e = 0.24)$$

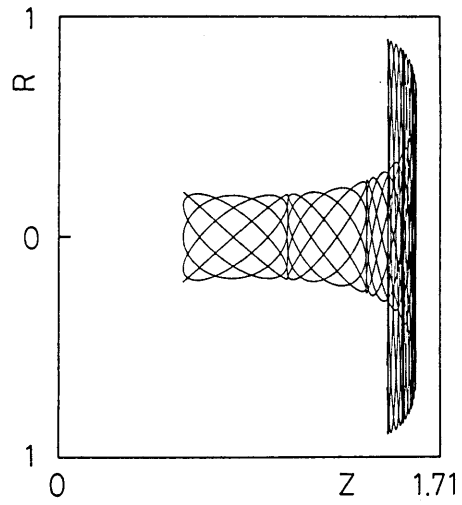
振動片は  $z = l/2$  を中心として振動



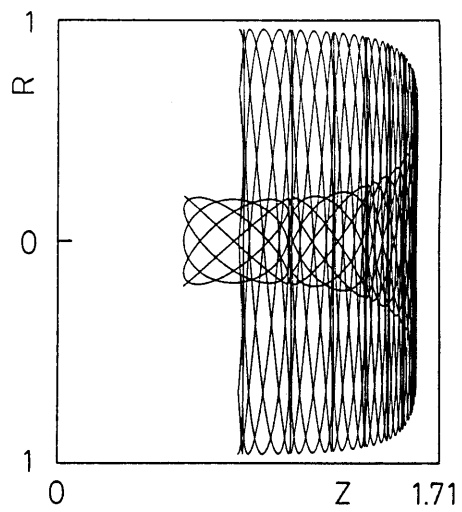
(b) (0, 1, 1)モードの流跡線

$$(L = 1.71, M = 1.83, N = 0.863, C = 2.5)$$

図3. 1.1 可視化された流れ場 ( $s = 0$ 形) と流跡線との関連

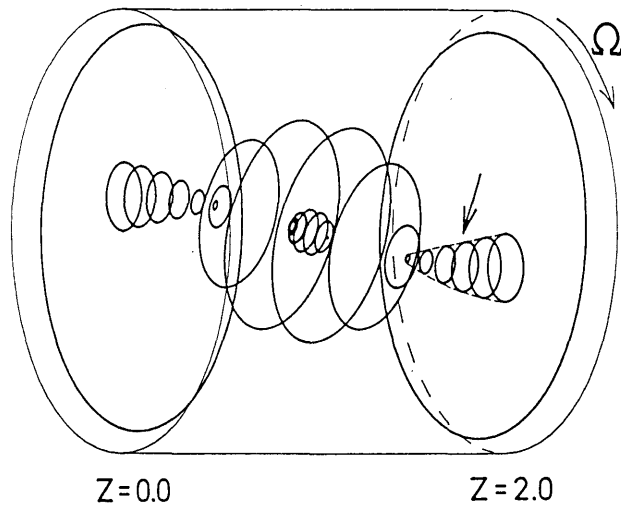


(c)  $L=1.71, M=1.83, N=0.863, C=0.24, T=30$



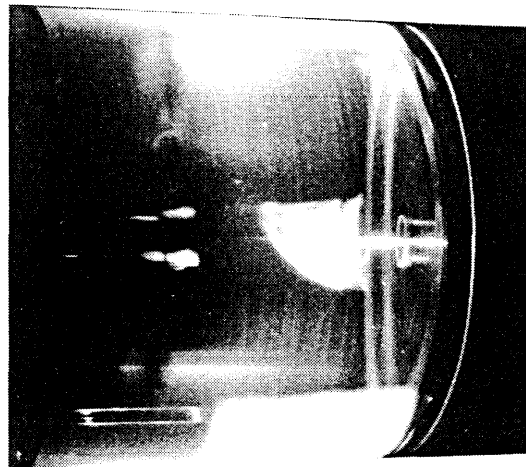
(d)  $L=1.71, M=1.83, N=0.863, C=0.24, T=45$

図3.11 可視化された流れ場 ( $s=0$ 形) と流跡線との関連



(a)  $(1, -1, 1)$ モードの流線

( $L = 1.99, M = 1.58, N = 0, N^* = -1.0, C = 0.2$ )

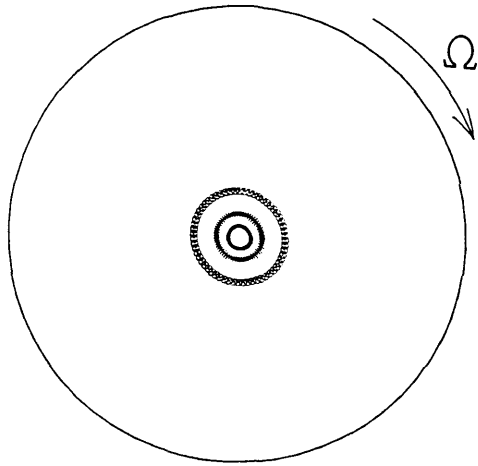


(b)  $(1, -1, 1)$ モードの可視化写真

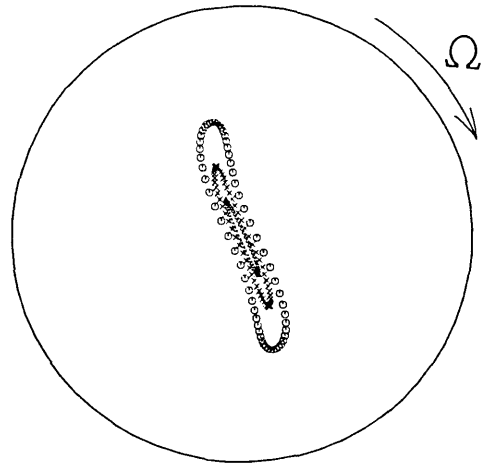
$l = 69.6\text{mm}, (l/a = 1.99), d = 5\text{mm},$   
 $\Omega = 2.86\text{rad/s}, n_{\tilde{e}} = 2.83\text{rad/s} (n_{\tilde{e}}/\Omega = 0.99)$

図3.12  $s = 1$ 形,  $(s, g, k) = (1, -1, 1)$ モード(定常流)の測定例および理論との比較

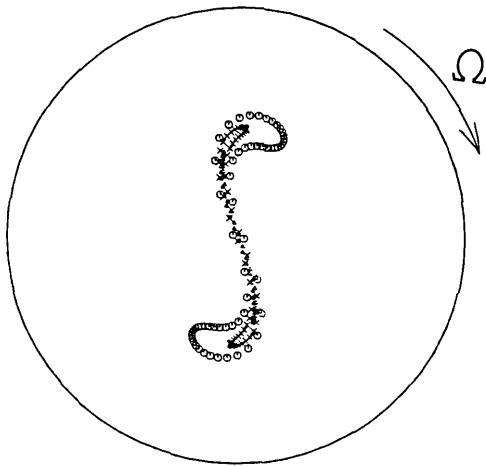




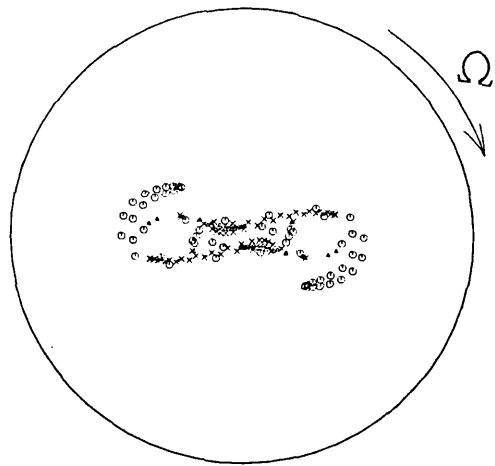
(i)  $T = 0$



(ii)  $T = \tau$



(iii)  $T = 2\tau$



(iv)  $T = 5.5\tau$

(a)  $L = 3, M = 1.05, N = 1.559, N^* = -0.441, C = 0.24,$   
 $\tau = 2\pi / N = 4.03$

図 3. 13  $s = 2$  形,  $(s, g, k) = (2, -1, 1)$  モードの測定例および理論との比較



(1)  $t = 14s$



(2)  $t = 34s$



(3)  $t = 54s$

(b)  $l = 105\text{mm}$ ,  $a = 35\text{mm}$ , ( $l/a = 3.0$ ),  $\Omega = 3.17\text{rad/s}$ ,  $n_{\tilde{e}} = 1.38\text{rad/s}$ ,  
 $(n_{\tilde{e}} / \Omega = 0.437)$ ,  $d = 9.5\text{mm}$ , ( $C_e = 0.24$ )

図 3. 13  $s = 2$  形,  $(s, g, k) = (2, -1, 1)$  モードの測定例および理論との比較

## 第4章 管内旋回流における渦流崩壊現象の形態<sup>(64)</sup>

### 4.1 結 言

第1章で既に述べたように、軸方向分速度を有する旋回流が、旋回軸に沿うある位置で流動の様相を急変する渦流崩壊現象については、理論的あるいは実験的な数多くの報告がある。しかし、崩壊部を含む流れ場の複雑さや、崩壊形態の多様さのため、現象の実態はまだ十分には解明されていない。第3章では、剛体回転する流体柱の慣性振動の流動形態が、波動形攪乱を用いた線形近似理論モデルにより定性的に良く説明されることを指摘した。本章以下の、第4、5、6章においては、円管内旋回流中の渦流崩壊現象と波動形攪乱との関連について検討する。本章では崩壊現象は旋回流中に生起する慣性波（波動形攪乱）に起因する流動様式の位置的な急変現象であるとの観点から、崩壊の流動形態に着目し、多様な形態に対して統一的説明を試みる。すなわち、円管内旋回流の可視化実験を行い、従来観測されている多様な崩壊形態の中の代表的な3種<sup>(14)</sup>、

- (i) 軸対称形 (axisymmetric)
- (ii) ら線形 (spiral)
- (iii) 二重ら線形 (double helix)

の崩壊と、旋回流中に発生する波動形攪乱の方位角方向のモードとの関連、あるいは崩壊現象の定常、非定常の違いと、波動形攪乱の位相速度との関連などについて検討する。また上記3種以外に観測される諸崩壊形態は<sup>(36)</sup>、これら3種の波動形攪乱のうち複数個が併存する状態として説明されることも示す。すなわち本章は、崩壊形態に関する理論的説明の提示、およびその実験による検証を内容とする。従って、論述を崩壊の形態に限り、波動形攪乱の発生機構（すなわち渦流崩壊生起の機構）については次章以降で述べる。なお本章の実験において、従来報告例のないいくつかの崩壊形態が新たに見出されたが、これらも全てモードを異にする複数個の攪乱の複合形として説明できることも示した。

## 4.2 実験装置および方法

Sarpkaya<sup>(14)</sup>は、わずかな拡がり角( $1.434^\circ$ )をもつ管内旋回流における崩壊現象を観察して、崩壊形態には前記3種の様式があることを報告し、また Randall-Leibovich<sup>(36)</sup>は、Sarpkayaとほぼ類似の装置により、6種の異なる崩壊形態の観測例を示した。本章においては、一様円形断面の管路を供試流路とし、染料(フレオレセイン・ナトリウム水溶液)による流れの可視化法によって崩壊現象を観測した。

### 4.2.1 実験装置

図4.1に装置の概略を示す。ポンプより送られた水は、給水口より上流側定水頭水槽Aに入り、2枚の整流板Bを経て、案内羽根部Cを通過する際、旋回速度を与えられて供試流路Dへ導かれる。流路は、内径60 mm、長さ1000 mmの透明アクリル樹脂管で、現象の撮影の際、管壁の曲率によるレンズ効果の影響を避けるため、内部に水を満たした長方形の外箱Eで覆ってある。流路を通過した水は下流端の流量調節弁Fを経て定水頭水槽Gに入り、外部に排出される。図4.2に案内羽根部および流路上流端近傍の形状諸元を示す。案内羽根は24枚の翼をもち、その角度 $\psi$ は $0\sim 50^\circ$ の範囲に連続的に変化し得る構造とした。また図4.2中のA、Bは染料注入ノズル(内径0.4 mm)を示す。Aは管軸上に固定してあるが、Bは管半径方向に可動で、任意の半径位置から染料を注入できる。これにより可視化された2本の流脈線が同時に観測できる。

### 4.2.2 実験方法

実験は案内羽根の羽根角 $\psi$ を定値( $\psi = 30^\circ, 35^\circ, 40^\circ$ など)に固定し、弁F(図4.1参照)により流量を変化させて、生起する崩壊の形態を観測した。現象の記録は染料によって可視化された流脈線の写真撮影により、また現象が非定常な場合にはモータ・ドライブによる連続撮影により行った。なお本実験の目標の一つは、従来報告例はないが理論的にはその存在が予測される崩壊形態が、実際の旋回流の場を実現し得ることを実証して、理論の妥当性の確認に資することにある。この目的のため、時に流れ場に微妙な変化を与えて実験を行った。すなわち図4.3(a)に示すように、案内羽根流路の一部(斜線の部分)をふさいだり、あるいは同図(b)に示す絞りを管内に挿入した。これらの結果得られた崩壊形態の撮影写真(4.4節に示す)には、その欄外に例えば“図4.3(a)による”などと付記してそれを示した。

### 4.3 渦流崩壊の理論モデル

本節においては、第2章で得られた波動形攪乱（慣性波）に関する理論面からの検討結果のうち、4.4節以下に述べる実験結果との対比に関連する部分を要約する。実際の円管内旋回流の場合は、壁面摩擦の影響で、軸方向に旋回の強さが漸変する複雑な流れ場であることが予想されるが、ここでは崩壊現象の定性的説明を与えるという立場から、流体の粘性を無視し、さらに主流として剛体回転かつ一様軸速度の単純な形態の場合を考える。なお主流の速度分布形状の影響については後に4.5節で述べる。

さて、流れ場は主流と攪乱成分（ $\tilde{\sim}$ を付して示す）の和で次のように表される。

$$\left. \begin{aligned} u &= \tilde{u} \\ v &= \Omega r + \tilde{v} \\ w &= w_0 + \tilde{w} \\ p &= p_0 + \rho \Omega^2 r^2 / 2 + \tilde{p} \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

ここで、 $u, v, w$ は円筒座標（ $r, \theta, z$ ）の各速度成分、 $p$ は圧力、 $\Omega$ は剛体回転の角速度、 $w_0$ は一様な軸速度を表す。

攪乱の複素解を式（2.11）で表される波動形におく。

$$\left. \begin{aligned} \hat{u} &= [U(r), V(r), W(r)] \exp \{i(n t - s \theta - m z)\} \\ \hat{p} / \rho &= P(r) \exp \{i(n t - s \theta - m z)\} \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

ここで、 $n$ は変動角速度（複素数）、 $s$ は周方向波数（整数）、 $m$ は軸方向波数で一般には複素数値をとるが、本節ではこの値を実数に限定し、軸方向に周期的な攪乱のみを対象とする。

さて、本節で仮定した主流の分布は2.3節のそれと同一であるので、前の議論がそのまま成立する。すなわち、攪乱の複素解は式（2.14）で与えられ、その実部をとることによって攪乱の実数解が次の形に得られる。

$$\left. \begin{aligned}
\tilde{u} &= c \frac{m}{\sigma} \left[ J_{s-1}(\sigma r) - \left( 1 + \frac{2\Omega}{n-s\Omega-mw_0} \right) \frac{s}{\sigma r} J_s(\sigma r) \right] \\
&\quad \sin(n t - s \theta - m z + \phi) \\
\tilde{v} &= c \frac{m}{\sigma} \left[ \frac{2\Omega}{n-s\Omega-mw_0} J_{s-1}(\sigma r) - \left( 1 + \frac{2\Omega}{n-s\Omega-mw_0} \right) \frac{s}{\sigma r} J_s(\sigma r) \right] \\
&\quad \cos(n t - s \theta - m z + \phi) \\
\tilde{w} &= c J_s(\sigma r) \cos(n t - s \theta - m z + \phi) \\
\tilde{p}/\rho &= c \left\{ (n-s\Omega-mw_0)/m \right\} J_s(\sigma r) \cos(n t - s \theta - m z + \phi)
\end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

ここに、 $c$ 、 $\phi$ ：攪乱の振幅と位相を表す任意定数（実数）、 $J_s$ ： $s$ 位の第一種ベッセル関数、また固有値 $\sigma$ は式（2.15）より、

$$\sigma^2 = m^2 [ 4\Omega^2 / (n-s\Omega-mw_0)^2 - 1 ] \quad (4.4)$$

であり、その値は管壁の境界条件（ $r=a$ において $\tilde{u}=0$ 、 $a$ ：管半径）から求まる【式（2.16）参照】。

$$J_{s-1}(\sigma a) / J_s(\sigma a) = s \{ 1 \pm \sqrt{1 + (\sigma/m)^2} \} / (\sigma a) \quad (4.5)$$

上式は、複号のいずれに対しても無限個の正根【値の小さいものから順に $\sigma_g$ （ $g = \pm 1, \pm 2, \dots$ ）と表す】を有し、高次の（絶対値の大きい $g$ に対応する）固有値は、攪乱の半径方向の高次モードに対応するが、現象は通常低次モードで発生するとの観点から、最低次の固有値（ $g = \pm 1$ ）のみに着目する。

変動角速度 $n$ は、式（4.4）より

$$n_g = s\Omega + mw_0 \pm 2\Omega / \sqrt{1 + (\sigma_g/m)^2} \quad (g = \pm 1) \quad (4.6)$$

で与えられる。上式中の複号は $g$ の符号に対応している。本節における議論の範囲では $n$ は実数値をとり、従って攪乱は時間的に中立安定となる。

以下の記述では、代表寸法に管半径 $a$ 、代表速度に平均軸速度 $w_0$ をとって、諸量を無次元化する。主な無次元量は次のようである。

$$\left. \begin{aligned}
 R &= r/a, \quad Z = z/a, \quad M = ma, \quad \sigma' = \sigma a, \\
 u' &= u/w_0, \quad C = c/w_0, \quad p' = p/(\rho w_0^2), \\
 T &= t w_0 / a, \quad N = n a / w_0, \quad R_0 = w_0 / (a \Omega)
 \end{aligned} \right\} \quad (4.7)$$

なお上式中の  $R_0$  はロスビー数（以下、 $R_0$  数と書くことがある）で、主流の軸速度と旋回速度の比を表す。

以上求めた波動形攪乱によって渦流崩壊現象の理論モデルを構成すれば、次のような推論が得られる。

- (i) 攪乱の軸方向位相速度（無次元）は  $N/M$  で表され、 $N/M > 0$  のとき下流（ $Z$  の正方向）に伝播する進行波、 $N/M < 0$  のとき上流に遡行する後退波となる。また、 $N/M = 0$  ならば空間に静止する静止波（定常流）となる。
- (ii) 静止波となる攪乱を含む流れ場が、定常な形で観測される渦流崩壊の形態に対応する。
- (iii)  $N/M \neq 0$  の攪乱を含む流れ場が、周期的変動を伴う非定常な崩壊形態に対応する。
- (iv) 流動の周方向の対称性を考慮すると、周方向波数  $s = 0, 1, 2$  の攪乱が、それぞれ、軸対称形（axisymmetric）、らせん形（spiral）、二重らせん形（double helix）崩壊に対応する。

## 4.4 崩壊形態に関する理論と実験との比較

本節では、4.2節で示した実験流路内に生起する多様な崩壊形態を、4.3節の理論モデルにより検討する。なお実験と理論との比較は、主として崩壊の流動形態に着目し、染料によって可視化された流脈線（定常な崩壊の場合には流線に一致する）の撮影結果と、式(4.1)、(4.3)から電算機によって求めた流脈線とを対比して示す。またその際、実験条件あるいは計算条件を各図下に記す。すなわち実験条件として案内羽根角 $\psi$ およびレイノルズ数 $Re$  [ $Re = (2a)w_m/\nu$ ,  $w_m$ :平均軸速度,  $a$ :管半径,  $\nu$ :動粘度, 以下  $Re$  数と略す]を、計算条件として、ロスビー数 $R_0$ , 周方向波数 $s$ , 半径方向モード $g$ , 軸方向波数 $M$ , 変動角速度 $N$ , 攪乱振幅 $C$ などの諸パラメータの値を記した。なお本節の議論の範囲では、与えられた主流の流動条件において、いかなる波数 $M$ の攪乱が生起するか、またそれはいかなる振幅 $C$ におちつくかなどを理論的に予測することは困難である。従ってモデルからの流脈線の計算においては、波数、振幅などを適当に選び、その形状、性格を観測結果と対比して、崩壊の形態に関する定性的比較を行った。なお流脈線の計算は、管軸近傍( $R=0.01$ )で管軸を囲む位置から出発する12本、および管軸から離れた半径位置( $R=0.4$ )から出発する1本について実施した。以下に結果を述べる。

### 4.4.1 基本的な崩壊形態

本章の緒言でも述べたように、Sarpkaya<sup>(14)</sup>は、軸対称形、ら線形、二重ら線形の3種の代表的な崩壊形態の存在を指摘したが、本研究でいう基本的な崩壊形態とは、以下に示すように、現象の定常あるいは非定常を問わず、単独の波動形攪乱によって説明される崩壊形態を意味する。

#### (a) 軸対称形( $s=0$ 形)崩壊

軸対称形崩壊は、旋回流の旋回軸上のある位置において、軸対称な渦塊(bubble)が発生する形で生起し、定常な管内旋回流の場合においては、渦塊そのものはほぼ静止の状態として観測されるのが一般である。しかし渦塊の後流は不安定な流動状態となり、しばしば後流域に周期的に回転するら線形崩壊を伴う(図4.9参照)ことが従来報告されている<sup>(15)</sup>。著者らは図4.3(a)に示したように、案内羽根の一部をふさぎ流れ場に微妙な変化を与えることにより、他の崩壊形態を伴わず、純粋な形で起こる定常な軸対称形崩壊を観測した。その観測写真を図4.4(a)に示す。図にみるように、第1の渦塊の下流に、小さいが第2の渦塊に対応する流脈線の膨らみが見られる。

次に図4.4(b)に $s=0$ 形の静止波(位相速度が0の波動形攪乱)に対する流脈線(現象が定常



な今の場合、流線に一致)の計算結果を示す。これは攪乱の表式(4.3)で  $s = 0$  (軸対称),  $n = 0$  (定常)としたものを流れ場の表式(4.1)に用いて描いたものである。なお攪乱の振幅  $c$  の値を種々に変化させて流線の形状を調べた結果、攪乱の軸速度成分が主流成分を超え管軸近傍に逆流部 ( $w < 0$  の領域)を生ずる場合に、その周囲に閉じた流線と内部の循環流の領域が現れ、これが軸対称形崩壊で観測される渦塊の形態をよく表すことが知れた。先にも述べたように、本節では軸方向波数  $M$  の値を実数に限定しているため、攪乱は全て軸方向に正弦的に変化する形となる。上掲の図4.4(b)および以下の計算例中には、観測結果と崩壊形態とを対比するため、攪乱の振幅を下流側に若干減少させたものがある。これは流体の粘性によって攪乱が減衰することのモデル化であるが、その妥当性については第5章で改めて検討する。図4.4(a), (b)の両図は、 $s = 0$  形の波動形攪乱の存在が、軸対称形の崩壊形態に対応するという理論モデルの示す帰結[4.3節に述べた推論(ii), および(iv)]をよく支持するものといえる。

#### (b) ら線形 ( $s = 1$ 形) 崩壊

定常なら線形 ( $s = 1$  形) 崩壊の観測例と計算結果との対比を図4.5に示す。いずれも流脈線は空間に静止し流れは定常である。また両図の場合とも、流脈線がら線形に巻く向き (sense) は、主流の旋回方向と同じである。上記は定常な崩壊形態についての論述であるが、上流の軸心近傍から注入された染料の示す流脈線が軸心まわりに周期的に回転する形の、非定常な崩壊形態についても、従来観測例が報告されている<sup>(14)(17)(36)</sup>。それらによれば、この形の崩壊においては、流脈線はら線形ではあるが、図4.5の場合と異なり、急激にねじれる形を示すことが述べられている (Sarpkaya<sup>(14)</sup> は定常なら線形崩壊をも含めて “spiral breakdown” と呼んだが、本論文では区別して Kink 形と呼ぶことにする)。本実験においてもこの崩壊形態が観測された。その一観測例を図4.6(a)に示した。また図4.6(b)は軸方向位相速度  $N/M$  が負で、かつその絶対値が比較的大きい  $s = 1$  形の攪乱が存在する場合の流脈線の計算例であり、Kink 状の形態を示し、また軸心まわりに周期的に回転する。この結果は、Kink 形の崩壊形態もまた波動形攪乱の理論モデルによって説明されることを示している。なおこの Kink 形崩壊のモデルについては4.4.2節で再び触れる。

さらに、理論モデルは、流脈線が Kink 状でなくゆるやかなら線状曲線を描き、かつ軸心まわりに周期的に回転する形の崩壊形態が存在する可能性をも示唆している。このような崩壊が単独で生じた観測例は報告されていないが、軸対称形崩壊の渦塊の後流域の流脈線はしばしばこの形状を呈する。本実験では、この崩壊形態が単独でも生じ得るか否かについて調べた。図4.7(a)は、円管の管軸上にアクリル樹脂で作成した楕円体 (長軸30mm, 短軸25mm) を挿入することによって流れ場に変化を

与えた際、楕円体の後方に発生した非定常なら線形崩壊の観測例である。また図4.7(b)は、対応する崩壊形態の計算例である。

#### (c) 二重らせん形 ( $s=2$ 形) 崩壊

軸心部の染料がねじれつつシート状に広がる定常な二重らせん形崩壊の観測例と、対応する計算結果を図4.8に示す。理論モデルは崩壊の形態を良く表していることがわかる。

以上本項においては、管内旋回流中にその生起が観測される諸崩壊形態のうち、単独の波動形攪乱の生起に対応する流動現象として、理論モデルによって説明される諸形態について述べた。なお理論モデルは、定常な主流中に、非定常な軸対称形崩壊（移動する渦塊）あるいは非定常な二重らせん形崩壊（周期的回転を伴う二重らせん形の流脈線）が生起する可能性をも示唆するが、従来観測例はなく、本実験でも観測されなかったことを付記する。

### 4.4.2 複数の波動形攪乱の共存状態として説明される崩壊形態

理論モデルは、 $s$ の複数列の値に対応する周方向モードの攪乱が同時に旋回流中に生起する可能性も否定しない。観測された崩壊形態の中で、複数の攪乱の共存状態として説明できる諸形態について以下に述べる。

#### (a) 軸対称形崩壊と後方のらせん形崩壊

図4.9(a)に、軸対称形の崩壊現象で、従来の観測においても最も発生率が高い崩壊形態の撮影例を示す。上流側の軸心近傍から出た流脈線は、ある軸位置で渦塊を形成し、その下流端近傍で形が崩れ、一部が渦塊内部に逆流し、その後一体となって軸心近傍をほぼ直線的に移動し、ある下流位置で軸まわりを周期的に旋回する非定常なら線形崩壊を形成する。なお、本実験流路で観測された同種の崩壊現象においては全て、らせん形曲線の回転方向は主流の旋回方向と同じであり、らせんの巻く向きは逆方向であった。図4.9(b)は、上記の崩壊形態を説明する流脈線の計算結果であり、 $s=0$ 形攪乱（静止波）と、非定常な $s=1$ 形攪乱が対象流路内に共存するとして描いたものである。すなわち $s=0$ 形攪乱は流路全体にわたって存在するとし、図4.4(b)と同一条件で与え、 $s=1$ 形攪乱が上流側の渦塊[図4.4(b)参照]の下流端近傍( $Z=1$ )から共存するとして算出した[ただし、 $s=1$ 形攪乱の振幅 $C$ は、はじめ次第に増幅し( $1 < Z < 2$ )、その後定値をとる( $Z \geq 2$ )と仮定した]。図4.9(a)、(b)両図は、渦塊下流端部の流脈線の挙動および下流域のらせん形崩壊のらせんの回転方向、巻く向きなどに関して良い一致を示している。

次に4.4.1項(b)で述べた Kink 形の崩壊形態につき、再び考察する。 $s=0$ 形攪乱の存在は、共存する他のモードの示す流脈線の形を大きく変形させることが推察される。図4.10は、負の位相速度 $N/M$ をもつ $s=1$ 形攪乱が、 $s=0$ 形攪乱の存在する軸位置より上流から発生し、両者が共存するとして算出した流脈線である。Kink 状のらせり線形崩壊が、 $s=0$ 形攪乱による渦塊の上流側よどみ点近傍に現れ、また渦塊の形は陽には現れない。さきの図4.6(a)と比較して知れるように、崩壊の形態は良く類似している。この結果は従来報告例の多い Kink 形崩壊が、 $s=0$ および $s=1$ 形の攪乱の共存に基づくとの解釈が可能であることを示している(4.4.1項に述べた解釈も否定し得ない)。

次に、定常な $s=0$ 形と $s=1$ 形との共存状態であるが、各攪乱の発生範囲が異なるため、外観上の崩壊形態を異にすると考えられる二つの形態につき、観測例と計算結果とを対比して図4.11および図4.12に示す(これらの崩壊形態については従来報告例がない)。各流脈線の計算においては、 $s=0$ 形の静止波は流路全体にわたって一定振幅で存在し(これによる渦塊の発生位置は $Z=2.7$ にあたる)、 $s=1$ 形の静止波の存在範囲を、図4.11、図4.12の順に、 $Z>3$ および $Z>1$ として共存範囲を変えた。図4.11、図4.12のいずれの場合も、流動形態に関し、実験と計算の両結果は良く一致し、これらの実現する諸形態を $s=0$ 形および $s=1$ 形の共存状態として説明することの妥当性を示している。

#### (b) 偏平形およびその他の崩壊

図4.13および図4.14に、 $s=0$ 形と $s=2$ 形の攪乱の共存状態(共に位相速度をもたない静止波)と考えられる二例を示す。図4.13(a)は、円管流路の上流部に図4.3(b)に示した絞りを挿入したときに現れた崩壊の写真であり、軸対称な渦塊の後半から空間に静止する2本の尾が伸びている。図4.13(b)は、 $s=0$ 形攪乱に加えて、 $Z>3$ の範囲で $s=2$ 形の静止波が共存しているとして計算したもので、図(a)の観測結果を良く説明する。また図4.14は、図4.13の場合よりもさらに上流から( $Z>0$ )、 $s=2$ 形の静止波が共存していると考えられる崩壊形態で、偏平な渦塊が空間に静止する形で現れる(Leibovich<sup>(15)</sup>のいう type 4)。ここに図(c)は下流から見た形を示す。

次に図4.15(a)、(b)に示す写真は、渦塊後部から2本の尾が伸び、それらが旋回軸まわりに回転する形の崩壊形態で、図(b)は図(a)の状態から染料による流脈線が $90^\circ$ 回転した時点で撮影したものである(この場合にも上流部に絞りを挿入した)。同図(c)は、 $s=0$ 形の静止波と、非定常な $s=2$ 形( $N/M \neq 0$ )の攪乱が $Z>3$ で共存するとして計算した流脈線である[図(c)の流脈線は、周期 $2\pi/|N|$ で主流の回転方向に回転する]。両者は良好な一致を示す。

最後に、 $s = 1$ 形と $s = 2$ 形の攪乱の共存状態とみなすことができる崩壊形態の一例を図4. 16に示す。この形は上流側の軸心近傍から出た流脈線が、ある軸位置で帯状に広がると同時に空間に静止する線形曲線を描く（Leibovich らによる実験<sup>(15)</sup>においても同様な形態が観測されている）。図4. 16 (b) は、 $s = 1$ 形および $s = 2$ 形の静止波が、共に $Z = 0$ より共存しているとして算出した流脈線であり、図 (a) の観測結果と良い一致を示す。

以上、本節においては、管内旋回流中に実現する渦流崩壊現象は、基本的には $s = 0, 1, 2$ 形の攪乱がそれぞれ単独で存在する場合の3種であり、他の諸形態は、上記3種の攪乱のうちの複数個が共存する場合に対応すること、また共存範囲の違い、攪乱の大きさの違いにより、多様な崩壊形態が現れ得ることを述べた。なお従来報告された全ての崩壊形態も、波動形攪乱の理論モデルによって説明されたことを付記する。

#### 4.5 主流の速度分布と崩壊形態

これまでに示した流脈線の計算結果は、全て主流は剛体回転、一様軸速度という前提下に導かれた攪乱の解析解、式(4.3)によったものであるが、主流の場合  $\bar{v}(r)$ 、 $\bar{w}(r)$  が実際の管内旋回流に近い形である場合における一計算例を次に示す。主流は、Leibovich らの実験式<sup>(3)</sup>を用いて、次の形に与える。

$$\left. \begin{aligned} \bar{v}(r) &= K [1 - \exp(-qr^2/a^2)](a/r) \\ \bar{w}(r) &= W_1 + W_2 \exp(-qr^2/a^2) \end{aligned} \right\} \quad (4.8)$$

ここに、 $K$ 、 $W_1$ 、 $W_2$  (有次元) および  $q$  (無次元) は、正の定数である。主流が式(4.8)の形をとる場合には、式(4.2)の形の攪乱の解を解析的に求めることは困難で、式(4.2)の  $n$ 、および固有関数  $U(r)$  などは2点境界値問題として式(2.12)から数値的に求めなければならない。図4.17に一例として、定常な二重らせん形崩壊に対応する、 $s=2$ 形の静止波 ( $n=0$ なる攪乱) が存在する際の流脈線の計算結果を示す [式(4.8)のパラメータ  $K$ 、 $q$ 、 $W_1$ 、 $W_2$  の値は図下に記した]。主流が剛体回転、一様軸速度の場合 [図4.8(b)] と比較して知られるように、両者は流動の基本的形態については全く一致し、このことは主流を式(4.1)の形において行ったこれまでの検討手法の妥当性を示すものといえる。

#### 4.6 諸崩壊形態の発生軸位置とレイノルズ数との関係

本節では案内羽根の羽根角 $\psi$ を一定とする条件下に、流量を種々に変化させたとき、諸形態の崩壊が発生する流路内の軸位置（ $Z$ 座標）を調べた結果につき簡単に記す。図4.18に、 $\psi = 35^\circ$ の場合の崩壊発生位置 $Z$ と $Re$ 数との関係を示す。図中の数字0, 1, 2は、それぞれ  $s = 0, 1, 2$  の基本的な崩壊形態を、また例えば(0, 1)なる記号は、 $s = 0$ 形および $s = 1$ 形の攪乱の共存として説明できる崩壊形態を意味する。また数字の右肩に付した\*印は、崩壊が非定常( $N \neq 0$ )であることを示す。なお諸形態の分類に際し、図4.4(a)に示すように、軸対称形渦塊の後流域にやや離れて非定常なら線形崩壊が発生している場合は $s = 0$ 形とし、図4.6(a)に示す Kink 形崩壊は(0, 1\*)形とした。羽根角一定の場合、発生する崩壊形態は、 $Re$ 数(流量)の増加に伴って、基本的には、定常なら線形、定常な二重線形、非定常なら線形(Kink形)、軸対称形へと推移し、発生軸位置もこの順に上流へ移動してゆく。羽根角を種々に変えた実験結果から、羽根角を変えても諸形態の発生順序はほぼ同様であるが、羽根角を大きくすれば、全体に発生 $Re$ 数が小さくなり、発生軸位置もやや上流に移動する傾向を示すことが知られた。これらの実験結果は、崩壊現象の発生が、流れ場の局所的な状況に大きく依存することを示唆していると考えられる。

#### 4.7 結 言

本章では，渦流崩壊現象は，旋回流中に波動形攪乱が生起することに基づく流動の急変現象にほかならないとする視点にたち，崩壊の形態という面に着目して，理論モデルからの帰結と実験結果とを比較検討し，その視点の妥当性を検証した．ただし，崩壊生起の機構あるいは攪乱生長の機構や，崩壊時の流れ場の精確な数式的表現などについては何ら触れなかった．これらの点については，次章以降で，軸対称形崩壊を対象を限定して検討を加える．なお本章では，攪乱を微小とする理論モデルの前提にかかわらず，攪乱は有限振幅でもその形〔式(4.3)〕を変えないとして（非線形の効果を見捨て），前掲の諸図の計算を行ったことを付記する．

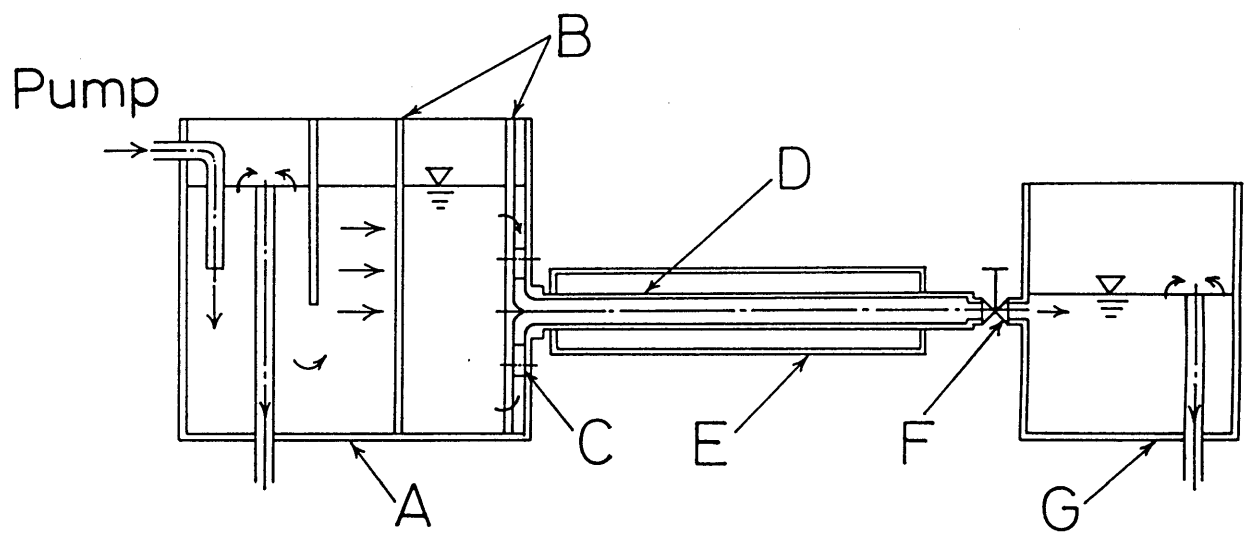
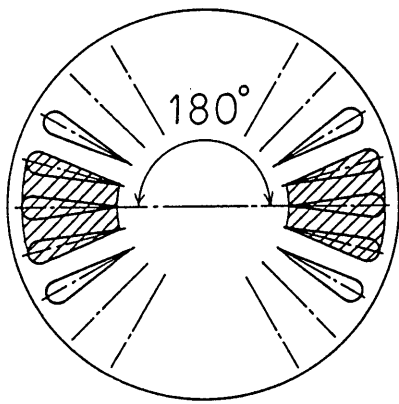


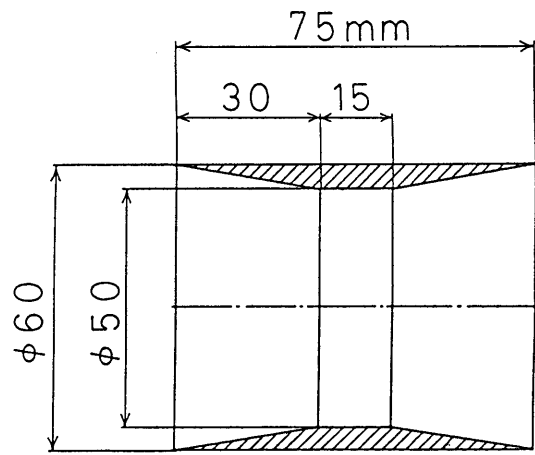
図4.1 実験装置の概略図





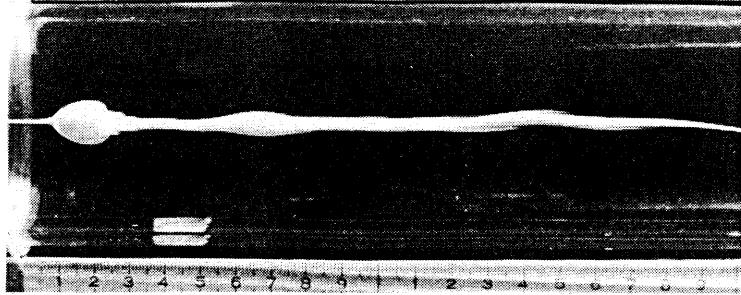


(a) 案内羽根の一部をふさぐ

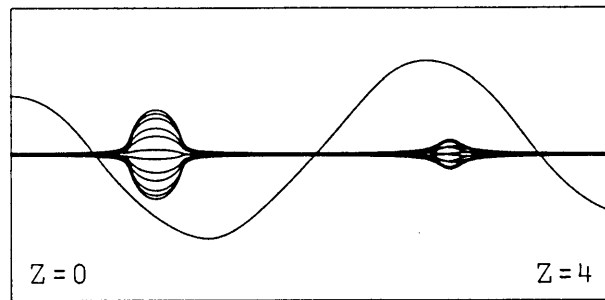


(b) 管路に挿入した絞りの形状

図4.3

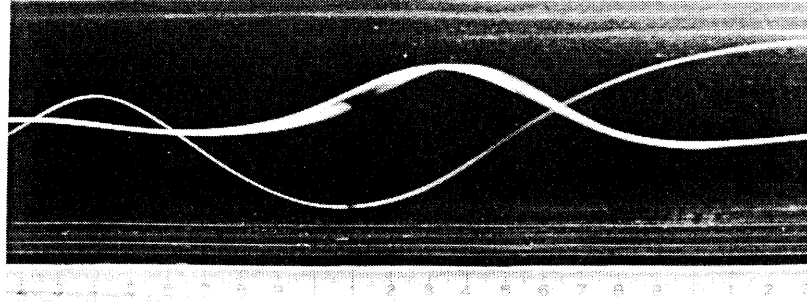


(a)  $Re = 600, \psi = 35^\circ$ , “図4.3(a)による”

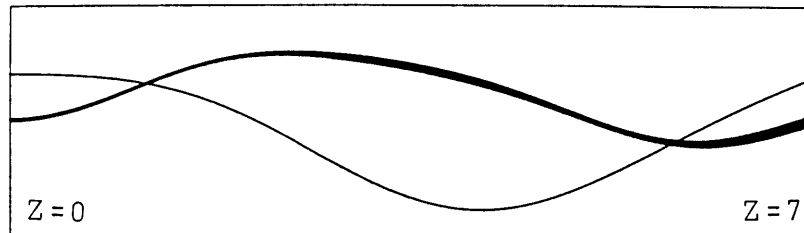


(b)	$R_0$	$s$	$g$	$M$	$N$	$C$
	0.4	0	1	-3.21	0	$1.2(Z < 2), 1.0(Z > 2)$

図4.4 軸対称形 ( $s = 0$ 形) 崩壊

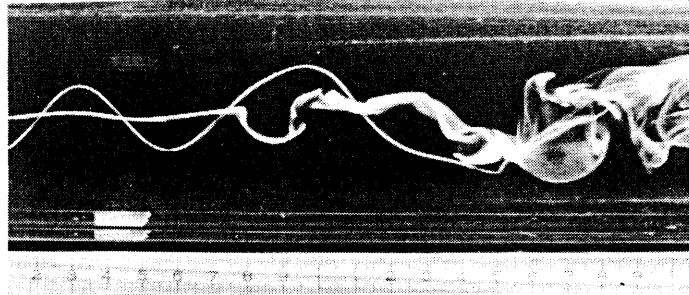


(a)  $Re = 690, \psi = 35^\circ$

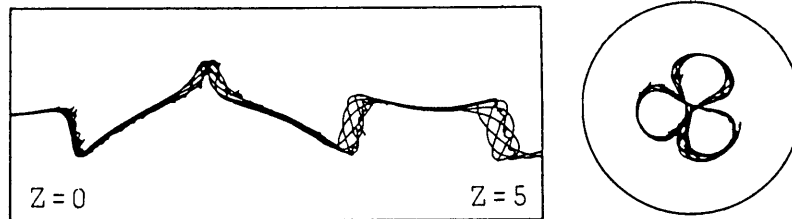


(b)	$R_0$	$s$	$g$	$M$	$N$	$C$
	1.3	1	1	-1.14	0	0.8

図4.5 定常なら線形崩壊



(a)  $Re = 1150, \psi = 35^\circ$

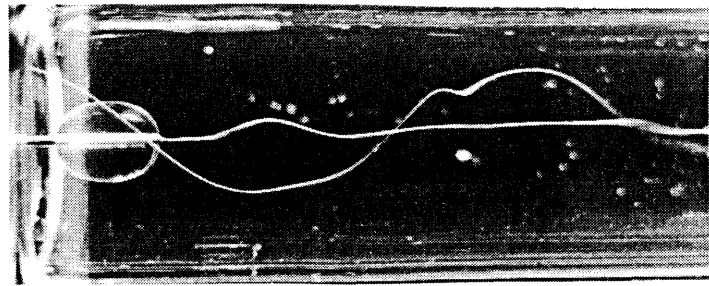


(b)

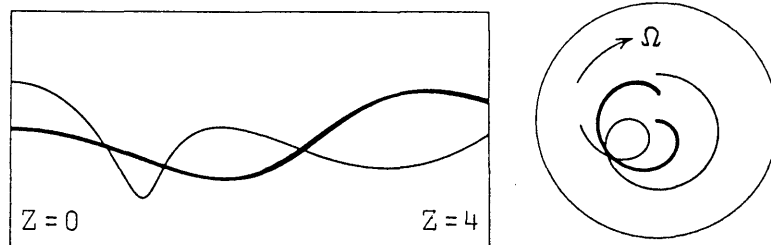
$R_0$	$s$	$g$	$M$	$N$	$C$
0.3	1	1	-1.25	3.8	1.7

(右図は同一流脈線を下流側からみた図)

図4.6 Kink形(非定常なら線形)崩壊



(a)  $Re = 950, \psi = 35^\circ$

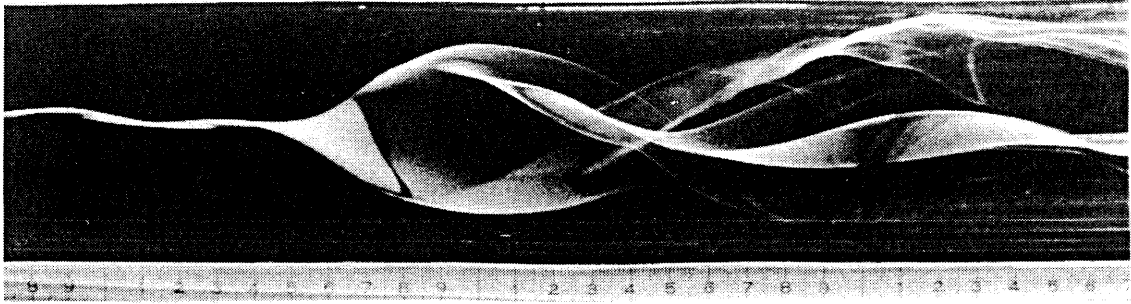


(b)

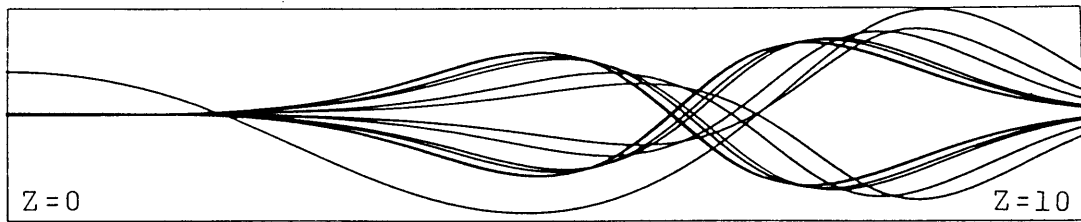
$R_0$	$s$	$g$	$M$	$N$	$C$
0.4	1	-1	-0.5	1.25	0.5

( $\Omega$ に付した矢印は主流の旋回方向を示す)

図4.7 非定常なら線形崩壊



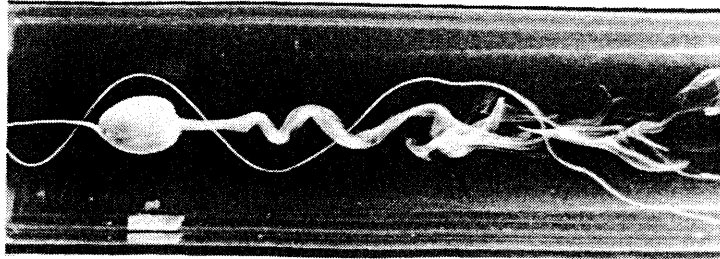
(a)  $Re = 1160, \psi = 35^\circ$



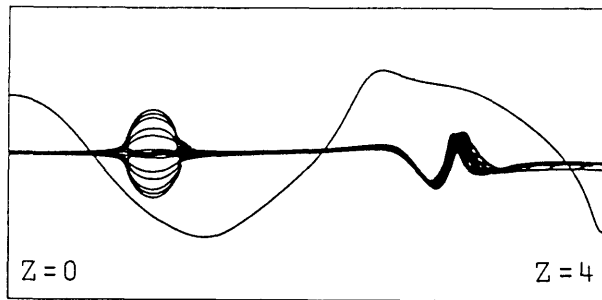
(b)

$R_0$	$s$	$g$	$M$	$N$	$C$
1.5	2	-1	-1.04	0	0.7

図4.8 定常な二重ら線形崩壊



(a)  $Re = 1470, \psi = 35^\circ$

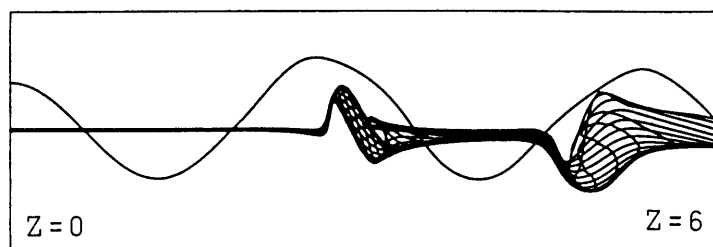


(b)

$R_0$	$s$	$g$	$M$	$N$	$C$
0.4	0	1	-3.21	0	1.2( $Z < 2$ ), 0.9( $Z > 2$ )
0.4	1	1	1.0	4.58	0 ~ 0.25( $1 < Z < 2$ )

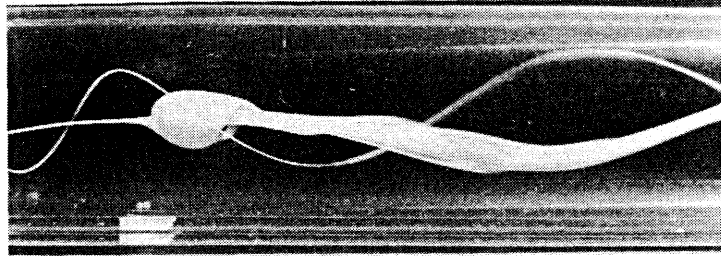
図4.9 軸対称形崩壊と後流域に発生する非定常なら線形崩壊



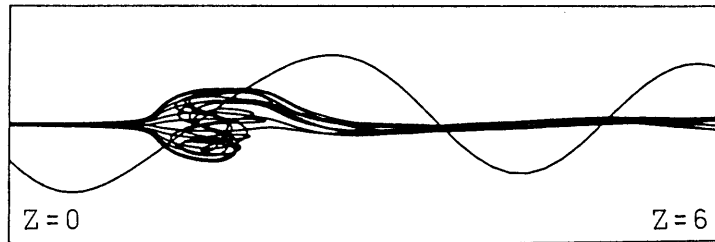


$R_0$	$s$	$g$	$M$	$N$	$C$
0.4	0	1	-3.21	0	1.25(Z>2)
0.4	1	1	-1.5	2.5	0.25(Z>2)

図4.10  $s=0$ 形と $s=1$ 形の共存状態として説明した Kink 形崩壊

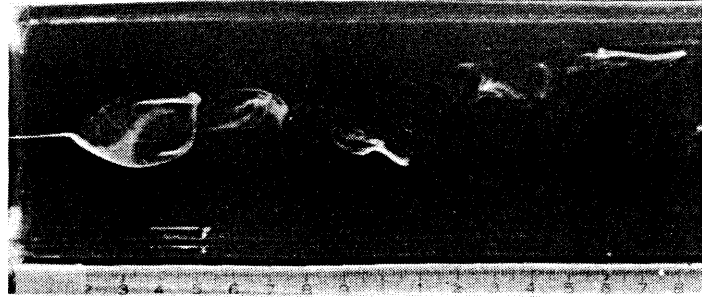


(a)  $Re = 720$ ,  $\psi = 35^\circ$ , “図4.3(a)による”

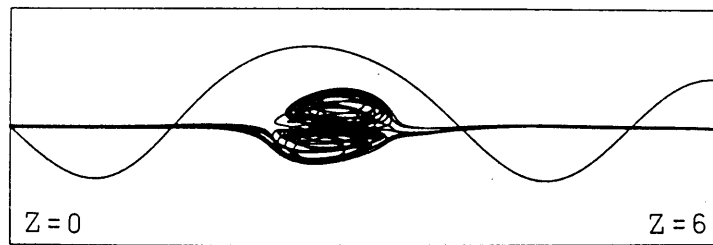


(b)	$R_0$	$s$	$g$	$M$	$N$	$C$
	0.5	0	1	1.15	0	1.2
	0.5	1	1	-4.74	0	0.1( $Z > 3$ )

図4.11 定常な軸対称形と線形の共存する崩壊



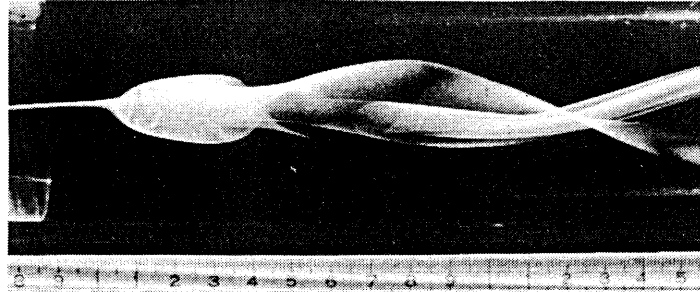
(a)  $Re = 990$ ,  $\psi = 35^\circ$ , “図4.3(a)による”



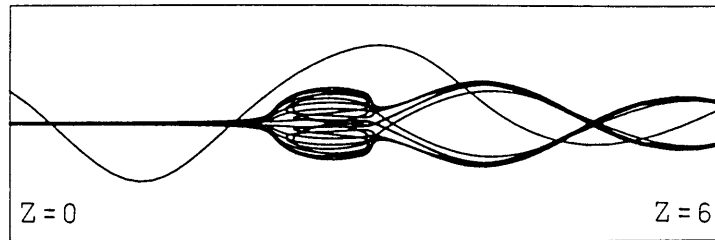
(b)

$R_0$	$s$	$g$	$M$	$N$	$C$
0.5	0	1	-1.15	0	1.2
0.5	1	1	-4.74	0	0.1(Z>1)

図4.12 定常な軸対称形とら線形の共存する崩壊

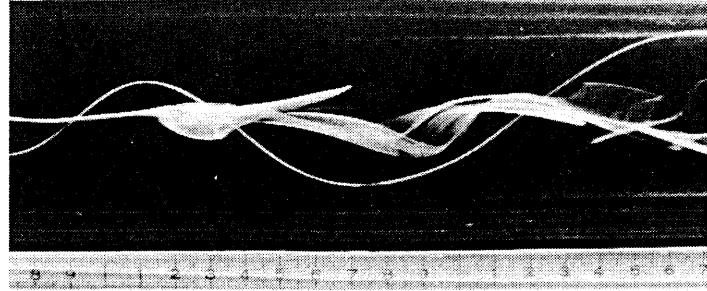


(a)  $Re = 700, \psi = 40^\circ$ , “図4.3(b)による”

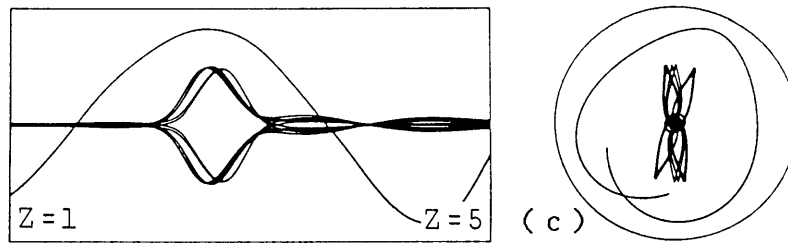


(b)	$R_0$	$s$	$g$	$M$	$N$	$C$
	0.5	0	1	-1.15	0	1.2
	0.5	2	-1	-2.18	0	0.4(Z>3)

図4.13 定常な軸対称形と二重らせん形の共存する崩壊



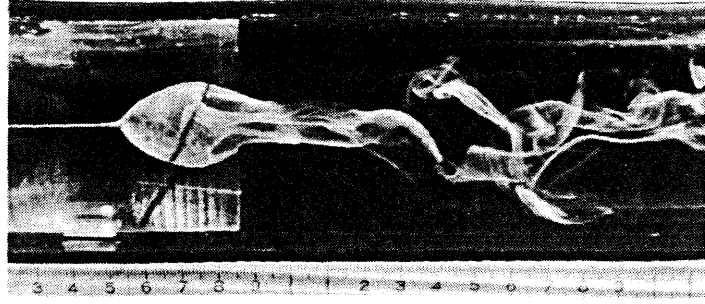
(a)  $Re = 880, \psi = 35^\circ$



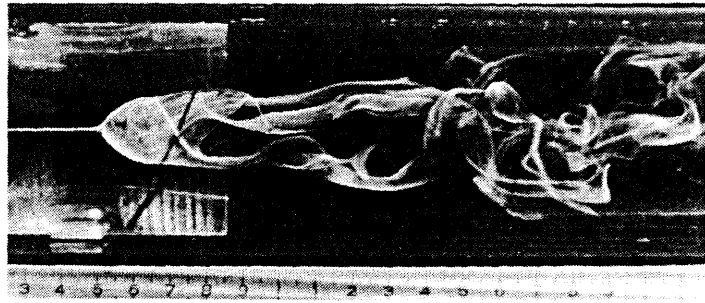
(b)

$R_0$	$s$	$g$	$M$	$N$	$C$
0.5	0	1	-1.15	0	1.0
0.5	2	1	-6.97	0	1.0

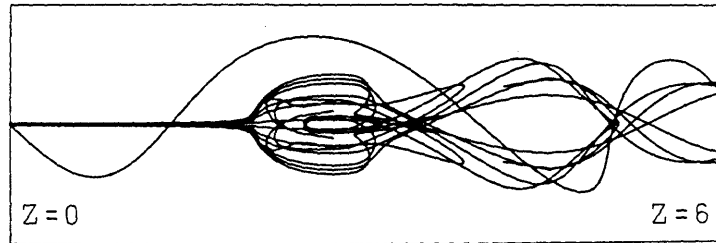
図4. 14 定常な軸対称形と二重ら線形の共存する崩壊  
(扁平な渦塊, flattened bubble)



(a)  $Re = 1310$ ,  $\psi = 35^\circ$ , “図4.3(a)による”



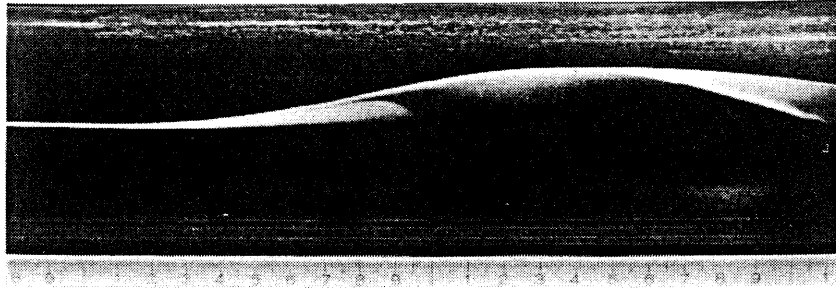
(b) 図(a)の流脈線が $90^\circ$ 回転した時点の流動



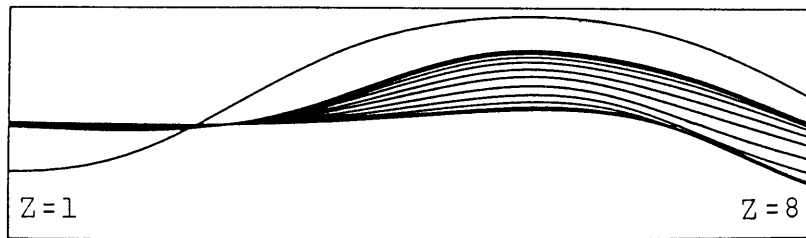
(c)

$R_0$	$s$	$g$	$M$	$N$	$C$
0.5	0	1	-1.15	0	1.4
0.5	2	-1	-1.70	0.86	0.6(Z>3)

図4.15 軸対称形と非定常な二重らせん形が共存する崩壊



(a)  $Re = 470, \psi = 35^\circ$



(b)	$R_0$	$s$	$g$	$M$	$N$	$C$
	1.5	1	1	-0.94	0	0.03
	1.5	2	1	-1.71	0	0.7

図4.16 定常なら線形と二重ら線形の共存する崩壊

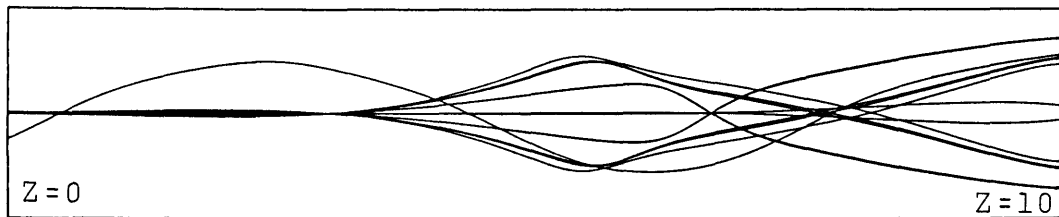


図4. 17 実際の旋回流の場に生起する定常な二重ら線形崩壊

$$\begin{aligned}
 & ( q = 11.84, K = 1/11.84, W_1 = 0.36, W_2 = 0.43 \\
 & s = 2, m a = -1.71, n = 0, c = 0.7 )
 \end{aligned}$$



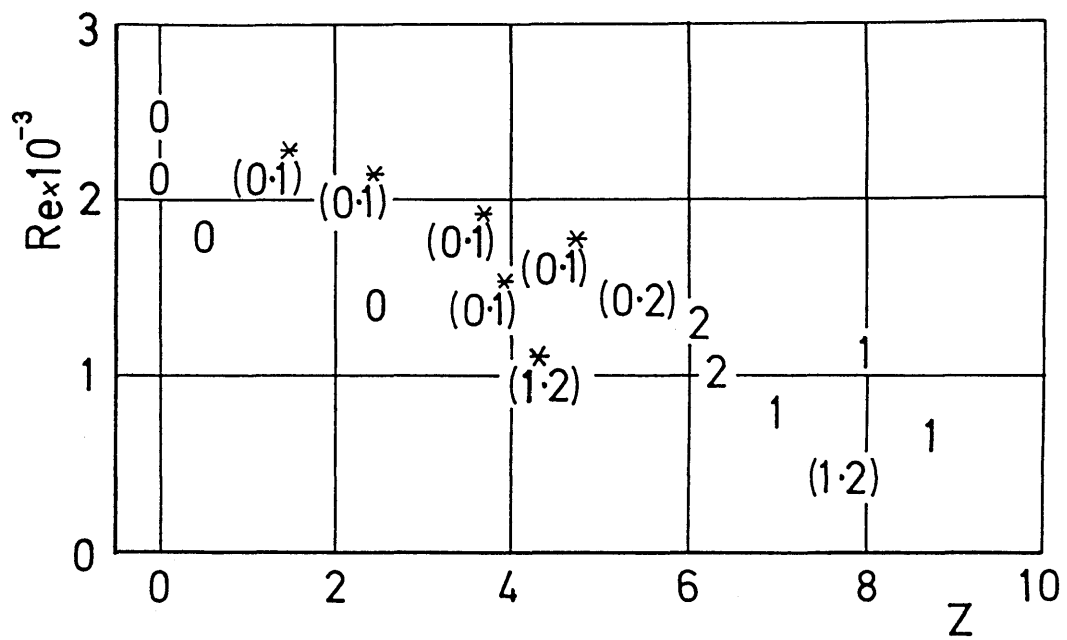


図 4 . 1 8 諸崩壊形態の発生軸位置と  $Re$  数との関係  
 (  $\psi = 35^\circ$  , 円管上流端を  $Z = 0$  とする )

## 第5章 直円管内旋回流における軸対称形崩壊の機構<sup>(65)</sup>

### 5.1 緒言

第4章での検討により、円管内の渦流崩壊現象は、旋回流中に内部波（慣性波，波動形攪乱）が生起する現象として良く説明できること，また多様な崩壊形態は，周方向の攪乱のモードに対応するものとして統一的に理解できることを示した．しかし，推論の基礎とした慣性波の存在およびその様相については，もっぱら解析結果のみに依拠し，実際の旋回流の場に生ずる慣性波の実験的検証は行っていない．

本章ではまず，対象を軸対称かつ定常な攪乱に限定して，完全流体の前提下に構成した前章までの理論モデルを流体の粘性の効果を考慮に入れた形に拡張し，粘性による攪乱の減衰の効果について検討するとともに，任意の上流端速度境界条件を満足する円管内の流動の解析表示を導く．次に実験は，円管の壁面摩擦に起因する旋回強さの軸方向変化を避けるために，軸まわりに回転する円管内の旋回流について行う<sup>(66)(67)</sup>．すなわち，レーザ流速計による速度場の計測と，可視化実験を行って，慣性波の存在の確認と前記モデルの検証を行う．ついで渦流崩壊の機構が，円管の回転，非回転にかかわらず，慣性波の性格の面から同様に説明し得ることについて記す．先にも述べたように，本章では従来観測された多様な崩壊形態のうち，代表的な軸対称形崩壊（axisymmetric breakdown）のみに議論を限る．この形の崩壊は，避け難い乱れを除けば，本質的には定常な形で生起する．従って，以下の記述の大半は定常流を対象とする．

## 5.2 回転円管内の定常流の解析表示

本節では、次節で述べる回転円管の実験に先立って理論解析を行う。すなわち流体の粘性の効果を近似的に評価する形に慣性波の理論モデルを拡張し、さらにこれを用いて、任意の上流端速度境界条件（ただし軸対称かつ定常）を満足する回転円管内の流動の表式を導く。

### 5.2.1 軸対称攪乱の近似解

非粘性モデルの解析については、非軸対称かつ非定常なものをも含めて第4章で詳述した。本章のモデルでは、先の非粘性の前提を除き、基礎方程式として、ナビエ・ストークス式と連続式を採る。さて攪乱を含む流れの場合は、式(2.3)で表される。

$$u = \bar{u} + \tilde{u}, \quad p = \bar{p} + \tilde{p} \quad (5.1)$$

ここで、 $u = [u, v, w]$  : 円筒座標  $(r, \theta, z)$  に準拠した速度ベクトル、 $p$  : 圧力である。また各文字上の  $\bar{\quad}$  は主流成分を、 $\tilde{\quad}$  は攪乱成分を表す。さて回転円管内における飽和した流れは、剛体回転かつ放物分布の軸速度をもつ円筒流であり、従って主流を下記の形にとる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{u} &= [0, \Omega r, 2w_m(1-r^2/a^2)] \\ \bar{p} &= P_0 + \rho(\Omega r)^2/2 - 8\rho w_m \nu z/a^2 \end{aligned} \right\} \quad (5.2)$$

ここで、 $\Omega$  : 円管の回転角速度、 $a$  : 管半径、 $w_m$  : 平均軸速度、 $\rho$  : 流体の密度、 $\nu$  : 動粘度 である。さらに軸対称な攪乱の複素解（ $\hat{\quad}$ を付して表す）を、前章までと同様な波動形におく。

$$\left. \begin{aligned} \hat{u} &= [U(r), V(r), W(r)] \exp \{i(n t - m z)\} \\ \hat{p}/\rho &= P(r) \exp \{i(n t - m z)\} \end{aligned} \right\} \quad (5.3)$$

ここで、 $U, V, W, P$  :  $r$  の複素数値関数（固有関数）、 $n$  : 変動角速度（複素数）、 $m$  : 軸方向波数（複素数）である。式(5.3)を攪乱の微分方程式(2.7)に代入すれば、固有関数に対する常微分方程式群が得られるが、この解を式(5.2)の主流に対して解析的に得ることは困難である。しかし非粘性の場合に第4章で詳論したように、主流の分布を剛体回転、一様軸速度とする前提下では、攪乱の解析解が得られ、しかもその解は、種々の崩壊形態を定性的に良く説明する。そこで以下では、

式(5.2)の放物分布の主流に生起する攪乱の形(固有関数など)が,等流量の一様な軸速度分布

$$\bar{w}(r) = w_m \quad (5.4)$$

をもつ主流中に生起する攪乱のそれと,定性的に大きくは異なるものと仮定して議論を進める.

なお以下の議論では,代表速度を平均軸速度 $w_m$ ,代表寸法を管半径 $a$ として諸量を無次元化する.主な無次元量は次のようである.

$$\left. \begin{aligned} R &= r/a, \quad Z = z/a, \quad M = ma, \quad u' = u/w_m, \\ U' &= U/w_m, \quad p' = p/(\rho w_m^2), \quad T = t w_m/a, \\ N &= na/w_m, \quad R_0 = w_m/(a\Omega), \quad Re = 2aw_m/\nu \end{aligned} \right\} \quad (5.5)$$

ここで, $R_0$ はロスビー数( $R_0$ 数), $Re$ はレイノルズ数( $Re$ 数)である.式(5.4)の主流のもとで,固有関数に対する常微分方程式が得られる.

$$\left. \begin{aligned} i(N_\nu - M)U' - \frac{2}{R_0}V' + \frac{dP'}{dR} &= \frac{2}{Re} \left\{ \frac{d^2U'}{dR^2} + \frac{1}{R} \frac{dU'}{dR} + (\sigma'^2 - \frac{1}{R^2})U' \right\} \\ i(N_\nu - M)V' + \frac{2}{R_0}U' &= \frac{2}{Re} \left\{ \frac{d^2V'}{dR^2} + \frac{1}{R} \frac{dV'}{dR} + (\sigma'^2 - \frac{1}{R^2})V' \right\} \\ i(N_\nu - M)W' - iMP' &= \frac{2}{Re} \left\{ \frac{d^2W'}{dR^2} + \frac{1}{R} \frac{dW'}{dR} + \sigma'^2 W' \right\} \\ \frac{dU'}{dR} + \frac{U'}{R} - iMW' &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5.6)$$

ここで, $N_\nu$ , $\sigma'$ はそれぞれ次式で定義される量である.

$$N_\nu = N - i(2/Re)(\sigma'^2 + M^2) \quad (5.7)$$

$$\sigma' = M[4/\{R_0(N_\nu - M)\}^2 - 1]^{1/2} \quad (5.8)$$

式(5.6)は解析的に解け,攪乱の表式が次の形に得られる.以下ではこれを式(5.2)の主流に対する攪乱の表式として用いる.

$$\left. \begin{aligned}
 \hat{u}' &= i (M/\sigma') J_1(\sigma' R) \exp \{i(Nt - MZ)\} \\
 \hat{v}' &= - [2M / \{\sigma' R_0(N\nu - M)\}] J_1(\sigma' R) \exp \{i(Nt - MZ)\} \\
 \hat{w}' &= J_0(\sigma' R) \exp \{i(Nt - MZ)\} \\
 \hat{p}' &= \{(N\nu - M)/M\} J_0(\sigma' R) \exp \{i(Nt - MZ)\}
 \end{aligned} \right\} \quad (5.9)$$

ここで、 $J_0$ 、 $J_1$ は0次および1次の第1種ベッセル関数である。管壁で  $\hat{u}' = 0$  なる境界条件を課せば、式(5.9)の第1式より

$$J_1(\sigma') = 0 \quad (5.10)$$

を満足する無限個の $\sigma$ の実数値が得られ、それらに対応して攪乱の半径方向モードが定まる。なお周方向に高次のモード( $s \neq 0$ )を含む前章までの解析では、境界条件より定まる $\sigma$ の値は一般に2つの固有値群 [ $\sigma_g$  ( $g = \pm 1, \pm 2, \dots$ )] を形成した(4.3節参照)。しかし本章および次章では軸対称形( $s = 0$ )攪乱のみを対象としており、この場合2つの固有値群は一致する。以下ではこれを添字  $j$  を用いて  $\sigma_j$  ( $j = 1, 2, \dots$ ) と表すことにする。上記した境界条件では、軸速度は管壁の粘着条件を満たさないが[回転速度は管壁上で0になることは式(5.9)より容易に知れる]、攪乱に対する粘性の効果の概略を調べるとい立場からこれを許容した。なおこの境界条件については後に再び触れる。

さて軸対称形崩壊の定常性を考慮して、定常な攪乱( $N = 0$ )に注目すれば、式(5.7)、(5.8)より次式が得られる。

$$M [1 \pm 2 / (R_0 \sqrt{\sigma_j^2 + M^2})] + i (2 / Re) (\sigma_j^2 + M^2) = 0, \quad (j = 1, 2, \dots) \quad (5.11)$$

上式は $M$ についての6次代数方程式となるので、 $R_0$  数および  $Re$  数の指定値に対し、各々の  $j$  の値につき6個の $M$  (複素波数) の値が求まる。 $M$  を次の形に書く。

$$M = \gamma' - i \varepsilon' \quad (m = M/a = \gamma - i \varepsilon) \quad (5.12)$$

$\gamma'$  は軸方向の波数 ( $\Lambda = \lambda/a = 2\pi / |\gamma'|$  は波長)、 $\varepsilon'$  は軸方向 ( $Z$  方向) への、攪乱の大きさの対数減衰率を表す (以下「減衰率」とよぶ)。図5.1は、 $Re = 550$  の場合の、最低次のモード ( $j = 1$ ,  $\sigma_1 = 3.832$ ) に対する一計算例で、 $\varepsilon'$  の値を、横軸に  $R_0$  をとって示したものであ

る。  $\varepsilon' > 0$  の解 (I, I', II, II', III) は Z 方向にその大きさが減少する攪乱 (減衰解) に, また  $\varepsilon' < 0$  の解 (IV, V, VI) は増加する攪乱 (増幅解) に対応する。これら 6 個の素解の存在は, 流路上流端, 下流端各 3 個ずつの速度境界条件の自由度 ( $u', v', w'$ ) に対応する。なお解 I と II (および V と VI) は, 等しい波数  $\gamma'$  と減衰率  $\varepsilon'$  の値をもつ解で, 軸方向に振動的な攪乱 ( $\sin \gamma' Z$  と  $\cos \gamma' Z$  に対応, 以後「振動解」あるいは「振動形攪乱」とよぶ) を与える。 I', II', III, IV は  $M$  が純虚数となる解で, 軸方向に指数関数的に変化する攪乱に対応する (以後「指数解」とよぶ)。上記のように, 波数  $M$  を一般に複素数とした本章の解析においては, 波動形攪乱は振動解 ( $M$  の実部  $\neq 0$ ) と指数解 ( $M$  の実部 = 0) の 2 つに区別される。しかし前章までの議論では波数  $M$  を実数に限定しており, 従ってそこでの波動形攪乱は全て上記の振動解を意味している。今後も特に混乱を招く恐れのない場合には, 波動形攪乱を振動解の意味に用いることがある。なお I, II の振動解は,  $R_0$  数がある臨界値  $R_{0c}$  より小さい場合にのみ存在し,  $R_0$  数がその値を超えると, 2 個の指数解 I', II' に分岐する。この臨界  $R_0$  数の値は, 非粘性 ( $Re \rightarrow \infty$ ) の場合には,

$$(R_{0c})_j = 2 / \sigma_j, \quad (j = 1, 2 \dots) \quad (5.13)$$

で表され, 高次のモード ( $\sigma_j$  が大) になるほど, その値は小さくなる。この性質は粘性を考慮した場合にも変わらない。

## 5. 2. 2 上流端境界条件を満たす流れ場の表式

流路上流端 ( $Z = 0$ ) の速度境界条件に適合する攪乱は, 無限下流で減衰消失する 3 種類の素解 I, II (または I', II') と III を用い, これらを全ての  $j$  の値 (半径方向モード) について加え合せることによって得られる。すなわち,

$$\tilde{u}' = \sum_{j=1}^{\infty} [ (C_I \tilde{u}'_I)_j + (C_{I'} \tilde{u}'_{I'})_j + (C_{III} \tilde{u}'_{III})_j ] \quad (5.14)$$

ここで, 攪乱の実数解  $\tilde{u}'_I, \tilde{u}'_{I'}, \tilde{u}'_{III}$  の具体的な表式は式 (5. 9) の実部および虚部によって与えられる。また,  $C_I, C_{I'}, C_{III}$  は境界条件から定まる実定数で, その値は次のように決定される。すなわち任意の形状 (ただし軸対称) で与えられた, 上流端の定常な速度分布  $u'$  から求まる攪乱 [主流は式 (5. 2) による] の各速度成分をベッセル級数で展開する。これを, 式 (5. 14) で  $Z = 0$  とおいて得られる上流端における攪乱成分の表式と等置すれば, 各々の  $j$  について独立に, 3 個の未知定数  $(C_I)_j, (C_{I'})_j, (C_{III})_j$  の値が決定される。臨界ロスビー数  $(R_{0c})_j$  が主流の  $R_0$  数よりも大きい  $j$

に対しては、 $(C_I)_j$  と  $(C_R)_j$  は振動解の振幅と位相を決定し、 $(C_M)_j$  は指数解の大きさを表す。  
また  $(R_{oc})_j < R_0$  なる  $j$  に対しては、 $(C_I)_j$ ,  $(C_R)_j$ ,  $(C_M)_j$  は軸方向に減衰率の異なる3種の指数解の大きさを表す。

これらの計算結果については第6章にゆずり、本章では前述のように、定常な波動形攪乱（慣性波）を含む流動状態が果して実現するか、またその結果として渦流崩壊が観測され崩壊機構の説明が可能となるか、などの定性的問題の実験的検討を主眼とする。この見地からまず、実際の旋回流の場に最も大きく現れると予測される最低次のモードの静止波に注目し、本節の解析から導かれる諸帰結を次節以下で実験結果と対比する。

### 5.3 回転円管内旋回流の検討

本章で行った実験は二つに大別される。すなわちその1は一定角速度で回転する円管内の旋回流の検討であり、その2は円管を回転させない場合（静止管）のそれである。本節では、もっぱら前者について述べ、後者については5.4節中に記す。

#### 5.3.1 波動形攪乱に関する実験

本節では、壁面摩擦に起因する旋回強さの軸方向変化を避けるために、管軸まわりに定角速度 $\Omega$ で回転する円管を用い、内部の旋回流について実験を行った。本実験は、本章で目標とする軸対称形崩壊の機構の解明に資することを目的として行ったものである。すなわち円管内部の速度場をレーザ流速計を用いて詳細に測定し慣性波の生起を含む旋回流の性格に関する実験的知見をもとめ、さらに測定結果を前節の解析の帰結と対比して理論モデルの妥当性を検証する。

##### (a) 実験装置と方法

図5.2に装置の概略を示す。ポンプにより定水頭水槽①に供給された水は、整流板②を経て、回転円管③（透明なアクリル樹脂製、内径 $2a = 58.6 \text{ mm}$ 、管長 $l = 600 \text{ mm}$ ）に導かれる。管入口部には、流れに旋回成分を与え、かつ管断面の軸速度の均一化を図るため、フィルタ④（ポリウレタンフォーム製、厚さ $40 \text{ mm}$ ）が管に固定してある。④の下流端を始点（ $Z = z/a = 0$ ）とし、その下流側円管部を測定の対象流路とした。流路を通過した水は下流端のフィルタ⑤（厚さ $60 \text{ mm}$ ）を通過した後、流量調節弁⑥、浮子式流量計⑦を経て大気中に流出する。なお回転円管③は可変速度モータ⑧によりベルト駆動され、その回転数（ $0 \sim 80 \text{ rpm}$ ）は光電式回転計⑨により測定される。また図5.2中の⑩は染料（フレオレセイン・ナトリウム水溶液）注入用ノズル（内径 $1 \text{ mm}$ ）で、流れ場の可視化のために設けた。

次に流れ場の測定はレーザ流速計によった。図5.3に測定装置の概略を示す。レーザ光源、光電変換器はレンズ系とともに、管軸方向（ $Z = z/a$ ）、および管半径方向（ $R = r/a$ ）に移動可能な支持台上に固定してある。この移動は管軸方向には自動送り機構により、また管半径方向には手動で行った。上記の構成により流れ場の軸速度ならびに旋回速度成分を測定したが、その際測定点（レーザ光の交差点）の半径位置を変位計により計測し、その出力信号と、信号処理機を介して得た流速計の出力信号とをX-Yレコーダに導くことにより、各速度成分の管半径方向分布が得られるようにした。流れ場の測定は、円管の回転角速度および流量の種々の値に対して行った。以下に実験結果を記すが、測定値



はレイノルズ数  $Re = 2 a w_m / \nu$  およびロスビー数  $Ro = w_m / (a \Omega)$  によって整理してある [式 (5.5) 参照]。ここに、 $w_m$  : 平均軸速度、 $\Omega$  : 円管の回転角速度である。なお軸速度  $w$  の測定結果は平均軸速度  $w_m$  で、また旋回速度  $v$  は円管の回転速度 ( $a \Omega$ ) で、それぞれ無次元化して表す。

### (b) 実験結果と考察

まず管を回転させない状態 ( $Ro = \infty$ ) で、管路に沿う種々の管断面における、軸速度  $w$  の半径方向分布を、 $Re = 250 \sim 1200$  の範囲について調べた。図 5.4 に測定結果の一例を示す ( $Re = 550$ )。フィルタ直後 ( $Z = z/a = 1$ ) では管壁近傍を除き軸速度はほぼ均一であり、下流側では境界層の発達に伴って次第に放物分布に近づくが、 $Z = 10$  程度までは  $R < 0.5$  の管中心部において均一性を保つことがわかる。なお供試管の全長は  $l/a = 20.5$  で、 $Z = 10$  はそのほぼ中央に相当する。次に管を回転させ、上流端近傍 ( $Z = 0.03$ ) の旋回速度  $v$  を測定した結果を図 5.5 に示す。図から上流端近傍では、ほぼ剛体回転の旋回速度分布が得られていることが知れる。

図 5.6 は流量一定の条件下に、円管の回転数を種々に変化させ、管軸に沿う軸速度 ( $w_a$  で表す) の変化を調べた測定例である (これらの流れは定常である)。また図 5.7 および図 5.8 はそれぞれ図 5.6 中、測定線(5)の ① ~ ④ で示した軸位置における軸速度  $w$  および旋回速度  $v$  の半径方向分布の測定結果である。図 5.6 から、 $Ro$  数の比較的小さな値に対しては、速度場は軸方向に減衰波状の変化を示すこと、また波の山に近い位置 (図 5.6 ~ 5.8 中の ②) においては、管軸近傍で大きな軸速度を示し、旋回速度には、この波状の変化に基づき、その値が管周速を超える場合も現れるなど興味ある現象がみられる。なお  $Ro$  数一定 ( $Ro = 0.350$ ) の条件下に  $Re$  数の値を  $Re = 250 \sim 1400$  の範囲に変えて  $w_a$  の軸方向変化の様態を調べたが、波状の形が常に観測された。

さて以下に実験結果を前節の解析結果と対比し、前記線形モデルの妥当性を検討する。まず図 5.9 に流れ場が波状の速度変化を示す場合の、変動の波長  $\lambda$  の実験値、および最低次モードの攪乱の波長の理論値を  $Ro$  数に対して示した。実験値は、管軸上の軸速度  $w_a$  の測定結果 (図 5.6) より、相隣る極大値間の間隔として求めた。また波長  $\lambda/a$  の理論値を示す実線、破線、鎖線はそれぞれ  $Re = \infty, 550, 200$  として、式 (5.11) により複素波数  $M$  の値を求め、式 (5.12) を参照して、

$$\lambda/a = 2\pi / |\text{Real}(M)| = 2\pi / |r'| \quad (5.15)$$

より求めてある。また図 5.9 中、右下の短縦線は波動形攪乱の存在領域上限の臨界  $Ro$  数の値 [ $Ro_c$ , 式 (5.13) 参照] を示す。なお  $Ro$  数の値がこの臨界値を超えれば、攪乱は指数形となる。図 5.

9から実際の流れ場における速度変動の波長は、解析結果と良い一致を示すこと、また波状の速度変化の存在限界も理論的にほぼ予測可能なことが知れた。なお波長および存在限界に対する $Re$ 数の影響は小さい。これらの結果から、以下では測定における波状の速度変化に対しても「波動形攪乱」の語を用いることとする。次に図5.10は波動形攪乱の対数減衰率 $\varepsilon$ の測定値を式(5.11)による計算結果と対比したものである。理論値は、本章の実験範囲では測定値に比して若干小さい値を与えるが、これは軸速度に対して管壁の摩擦を無視するなど、本解析の近似性に基づくものと考えられる。なお上記波動形攪乱は、その存在限界以上のロスビー数では、二つの指数形攪乱に分岐する(図5.10中、 $Re = 550$ の場合に破線で示した)。

次に図5.11は、種々の軸位置における $w$ および $v$ の測定結果から、波動形攪乱の振幅 $|\hat{w}|$ 、 $|\hat{v}|$ の半径方向分布を求めた数例である。図5.11で $|\hat{w}|$ 、 $|\hat{v}|$ は管軸における $\hat{w}$ の振幅の値で規格化してある。軸速度の振幅分布については、 $Re$ 数を固定した( $Re = 550$ )2種類の $R_0$ 数に対する測定結果を、また回転速度の振幅分布についてはその一方の $R_0$ 数に対する測定結果を示した。なお図5.11中には、式(5.9)より求めた最低次モードの攪乱の振幅分布の理論値を実線で示した。測定値と理論値を比較すると、管壁近傍の $|\hat{w}|$ を除けば、両者は良好な一致を示している。

以上本実験において、 $R_0$ 数がある臨界値より小さい場合に回転円管内には定常な波動形攪乱が生起し、さらにその性格は5.2節で述べた近似理論モデルで定性的に説明できることが明らかとなった。

### 5.3.2 管上流端の速度分布の影響

本項では、波動形攪乱の、入口境界( $Z=0$ )の速度分布に対する依存性について調べる。軸速度が半径方向に対し放物分布であり、回転速度分布が剛体回転である流れ場は、回転円管内の定常流としてナビエ・ストークス方程式、連続式および管壁の境界条件を厳密に満たすことは容易に確かめられる[式(5.2)]。この視点からすれば、本章の実験は管入口部における助走区間の定常流を対象とするものであり、流れ場が攪乱に対して安定であれば、下流に行くに従って上記の厳密解の形に移行するはずである。従って管入口境界における軸速度分布が放物分布からよりおおきく離れている場合ほど、入口境界条件に適合するためには、5.2節に論じた形の定常な波動形攪乱をより大きく含むことを必要とするものと考え得る。

以上の論点を確かめるために行った数値実験の結果を図5.12に示す。図はナビエ・ストークス式および連続式を基礎式とし、管壁の粘着条件を満たす回転円管内の助走部の流れを差分法による数値解析で求めた計算例( $Re = 300$ ,  $R_0 = 1/3$ )であり、種々の上流端境界条件に対する管軸上の軸速度(実線)および圧力(破線)の変化を示したものである。ここに、上流端境界条件は無次元形で

$$u' = 0, \quad v' = \Omega r / w_m = R / R_0 \quad (5.16)$$

また  $w'$  の分布は次式によって与えた。

$$w' = (1 + 2/K)(1 - R^K) \quad (5.17)$$

上式は、 $K=2$  のとき放物分布を与え、 $K$  の値の増加とともに次第に一様軸速度分布 ( $K=\infty$ ) に近い分布形を与える。なお図中の添字  $a$  は、管軸における値を表す。数値解析の結果は前記の論点の妥当性を裏付けている。

### 5. 3. 3 回転円管内における軸対称形崩壊

前項までに、回転円管においては管入口近傍の助走部で、5. 2 節の解析から予測される静止波に対応する波動成分を含む流れ場が実現することをみた。一方第4章において、上記静止波の振幅（速度振幅）が、主流速度を超え、管軸近傍に逆流部 ( $w < 0$ ) が生ずる程に大きな値をとる場合には、静止波の理論解（最低次モード）から求められる管軸近傍の流線の形状が、静止円管内の旋回流において観測される軸対称形渦流崩壊（axisymmetric breakdown）の形態をよく表すことを述べた。

本項では、回転円管内の静止波の振幅が大きく、管中心部に逆流部を伴うような流れ場を実現させ、それを可視化することにより、軸対称形の崩壊形態が観測されることを確認し、この形の渦流崩壊は大振幅の静止波の存在を示すものに他ならないことを実証する。

5. 3. 2 項の数値実験結果に基づき、以下に述べる実験を行った。すなわち上流端における軸速度分布を変化させるため、図5. 13に示したように、上流側フィルタ内に鋼管（内径8 mm）を挿入し、小型のポンプによって流体を吸引した。無次元吸引流量  $q/Q$  [ $q$ : 吸引流量,  $Q$ : 回転管内流量] の増加に伴って、管軸近傍でより減速する形の（放物分布から大きくはずれる）軸速度分布が得られた [図5. 14 (a), なお同図 (b) については後述する]。これに応じて回転管内においては、大振幅の波動形攪乱の生起が予想される。図5. 15 (a) は吸引流量を変化させた場合の管軸上の軸速度  $w_a$  の変化の測定例である。Re 数,  $R_0$  数一定の条件下で、吸引流量  $q/Q$  の増加する ③, ②, ① の順に攪乱の振幅が増しており、①では波動成分の谷において2個所の逆流部が存在する。なお④は  $R_0$  の値を若干異にする測定例であり、逆流部は1個所である。なお①の場合の種々の軸位置 ①a ~ ①d における軸速度の半径方向分布を図5. 14 (b) に示した。さて図5. 15 (a) の測定線①に対する、管軸上に注入した染料による流れの可視化写真を図5. 15 (b) に示す。図5. 15 (a) 中の ①c 点直後および ①d 点の2個所の逆流部に対応する位置に2個の渦塊 (bubble) が観測さ

れ、管軸上の軸速度が正值であるがその値が0に近い ㉔点に対応する位置には流線の膨らみ (bulge) が現れている。また図5.15(a)の ㉔に対応する写真が図5.15(c)で、この場合には1個の渦塊が現れている。

以上より回転円管内で入口の流動状態が、ナビエ・ストークス式の厳密解のうち平行流である解 (すなわち放物分布、剛体回転) とは異なる状態から出発する旋回流の場合には、 $R_0$  数がある臨界値以下の条件下で、助走部において軸方向に減衰波状の速度変化が発生し、その性格は5.2節で示した波動形攪乱に (解析が微小攪乱の前提に立脚するにもかかわらず) よく適合すること、さらに攪乱の振幅が主流の大きさを超えて逆流部が生ずる場合には、渦流崩壊として知られる渦塊を含む流線が出現すること、さらに渦塊の数は1個に限らず、解析の示すように複数列 (その間隔は1波長に対応する) ともなり得ることなどが知られた。

#### 5.4 静止円管内の軸対称形崩壊とその機構

5.3節までに、回転円管内の旋回流の場を対象として、生起する波動形攪乱の様態を調べ、入口境界条件に応ずる大振幅の攪乱が軸対称形の渦流崩壊現象を出現させることを示した。従来、管内旋回流における渦流崩壊の諸研究では、回転していない管内に、案内羽根その他によってあらかじめ旋回を与えた流体を導入し、その流れ場に生起する崩壊現象が調べられてきた<sup>(14)(15)(17)</sup>。しかし5.3節までの検討により、大振幅の波動形攪乱が渦流崩壊の様相を示すことについては、管の回転、非回転の両場合に本質的に差異が存在するとは思われない。図5.16に静止管における実験結果を示す。用いた装置は第4章に述べたものと同一である(図4.1参照)。すなわち図5.16は、24枚の案内羽根(羽根角度 $\psi$ )によって旋回を与えられ、供試直円管に導かれた旋回流の場における崩壊の測定例である。図5.16(a)は管軸上の軸速度 $w_a$ の変化を示し、図中の太線⑤が軸対称形(axisymmetric)崩壊が観測される場合であり、その可視化写真が図5.16(b)である。図5.16(a)、(b)を対比してわかるように、渦塊は逆流部が生じる波動形攪乱の谷の近傍[図5.16(a)中の(A)点近傍]において生じている。また $w_a$ がほとんど0となる(B)点において、第2の渦塊の崩芽とみられる流れの停留が観測されたが、それ以降の流れは、いわゆる回転するらせん形崩壊(第4章で述べた、非定常な $s=1$ 形崩壊)に遷移している。また図5.16(a)中の曲線①~④は参考のために記したもので、非軸対称形崩壊の場合に対応し、それぞれ、①:定常ならせん形(spiral)、②:二重らせん形(double helix, 定常)、③:扁平な渦塊形(flattened bubble, 定常)、④:Kink形(非定常)の崩壊が現れた場合の管軸上軸速度の測定例(非定常の場合は時間平均値を示す)であり、①~⑤の番号順に $Re$ 数が増している(案内羽根角度は固定)。

さて以下に軸対称形渦流崩壊の機構について考察する。Benjamin<sup>(26)</sup>は、渦流崩壊は軸対称な旋回流の、力学的に共役な異なる2種類の流動状態、すなわち静止波(standing wave)を存在させない流れ(supercritical state)から、その存在が可能な流れ(subcritical state)への急激な遷移現象と説明した。図5.16(a)中の測定線⑤にも見られるように、軸対称形崩壊の発生に伴って有限振幅の静止波が発生しており、特に回転管の場合には複数の渦塊(wave train)が明らかに認められる。Benjaminは理論モデルの中で、流れ場の有限遷移に基づいて波動が生起する可能性を示唆しており<sup>(26)</sup>、上記実験事実は波動の生起という点についてはこれを支持している。しかし本実験によれば、静止波は上流端境界条件に応ずる形で生起しており、Benjaminの言う流れの有限遷移現象は認められなかった。また、Randall-Leibovich<sup>(6)</sup>は小さな拡がり角をもつテーパ管内の軸対称形崩壊を対象として、非らせん形波動(有限振幅の波動)を記述する $K-dV$ 方程式を基礎とする理論的取扱いの結果、臨界状態

(critical state) の旋回流においては定振幅の孤立波 (solitary wave) の存在が可能であることを導き、これを軸対称形崩壊の理論モデルとして提示した。しかし図 5. 15, 図 5. 16 に見るように、渦塊は減衰波形を示す攪乱に対応する形で現れており、孤立波の概念とは適合しないように思われる。もちろん、図 5. 15, 図 5. 16 の波動形攪乱は主流と同程度の大きさの振幅を有しており、5. 2 節の解析で前提したような微小攪乱とは言い難い。従って正確には、攪乱は基礎方程式の非線形項の影響をも含む非線形波、すなわち亜臨界状態 (subcritical state) の流れ場における定常なクノイド波 (cnoidal wave) と考えるべきであり、5. 2 節の解析は、その近似としての線形波を取扱ったものと言い得る。

## 5.5 結 言

軸対称形崩壊の機構に関する本章の検討により、得られた結論を以下に要約する。管の回転の有無にかかわらず、直円管内に観測される軸対称形の渦流崩壊は、波動形攪乱の存在を可能にする旋回度（ $R_0$  数で表現した）をもつ旋回流の場で、流れ場が、管入口における速度分布から、終局的な速度分布に漸変する過程で、上記入口の流動条件に適合する形にその振幅と位相が定まる波動形の攪乱が、管軸において逆流部が生ずるような大きさである場合に観測される流動形態であると結論できる。なお、回転円管内に生起する波動形攪乱の諸特徴は、その振幅が軸対称形崩壊が観測される程に大きな場合にも、5.2節で述べた線形近似理論モデルから定性的に十分説明可能なことが知られた。

上記波動形攪乱は、5.3節、5.4節の諸図に見るように、本実験においては全て減衰波であった。これは軸対称形崩壊の生起時においても、供試した旋回流は軸対称攪乱に対し安定であったことを意味している。しかし他の諸報告にもみられ<sup>(14)</sup>、また図5.16の可視化写真にも現れているような、渦塊後方にしばしば観測される、旋回運動をする線形崩壊（第4章では、非定常な  $s = 1$  形攪乱として説明した）など、崩壊現象の全てが流れの安定性の問題を抜きにしてその生起の機構を論じ得るか否かについては疑問がある。拡がり角をもつ円管内の旋回流では一般に崩壊現象が発生し易いことが知られているが、流れ場の安定性との関連については未だ明かにされていない。そこで次章では、テーバ管内の旋回流に関する実験を行い、管路の拡がり角が軸対称形崩壊の発生を促進する機構を明かにする。

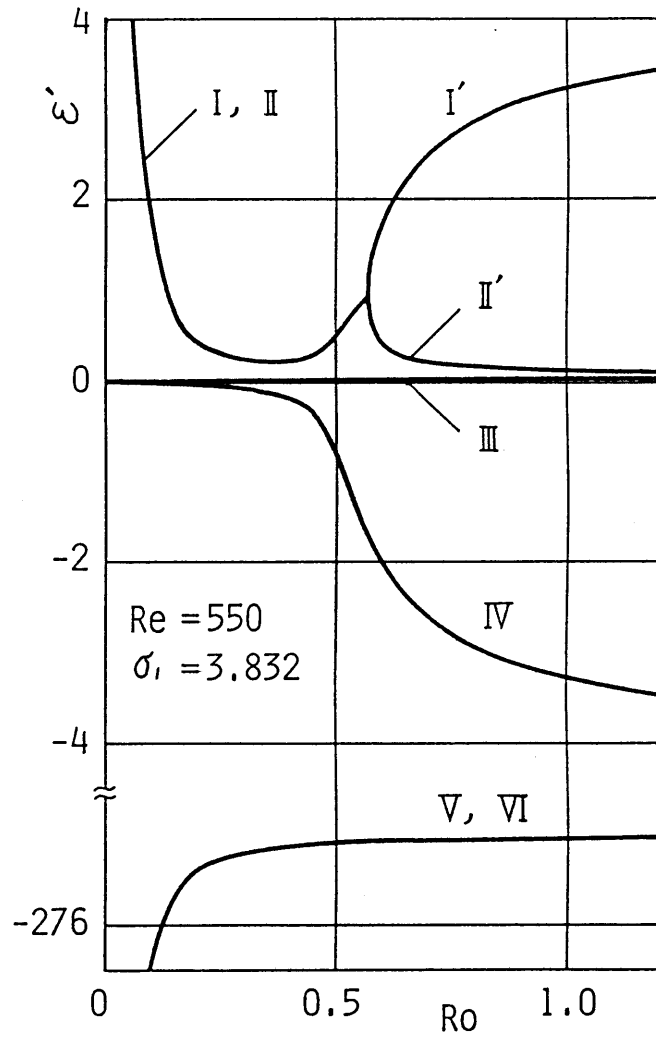
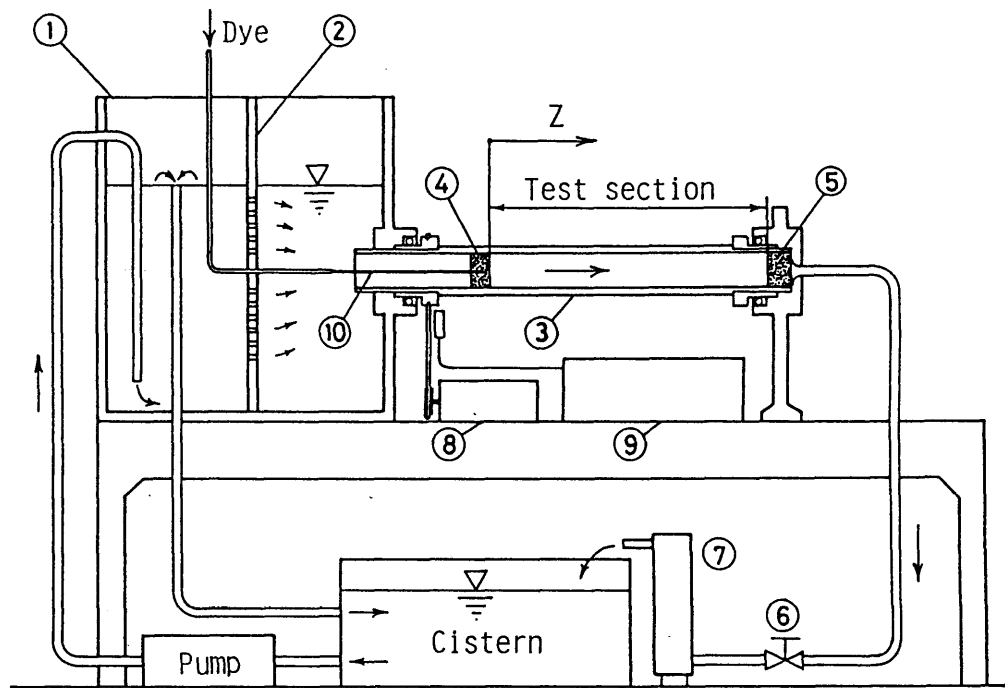


図5. 1 対数減衰率とロスビー数の関係





- ① : 定水頭水槽      ② : 整流板      ③ : 供試円管
- ④, ⑤ : フィルタ    ⑥ : 流量調節弁   ⑦ : 流量計
- ⑧ : 速度可変モータ   ⑨ : 回転計      ⑩ : 染料注入口

図 5. 2 実験装置の概略図

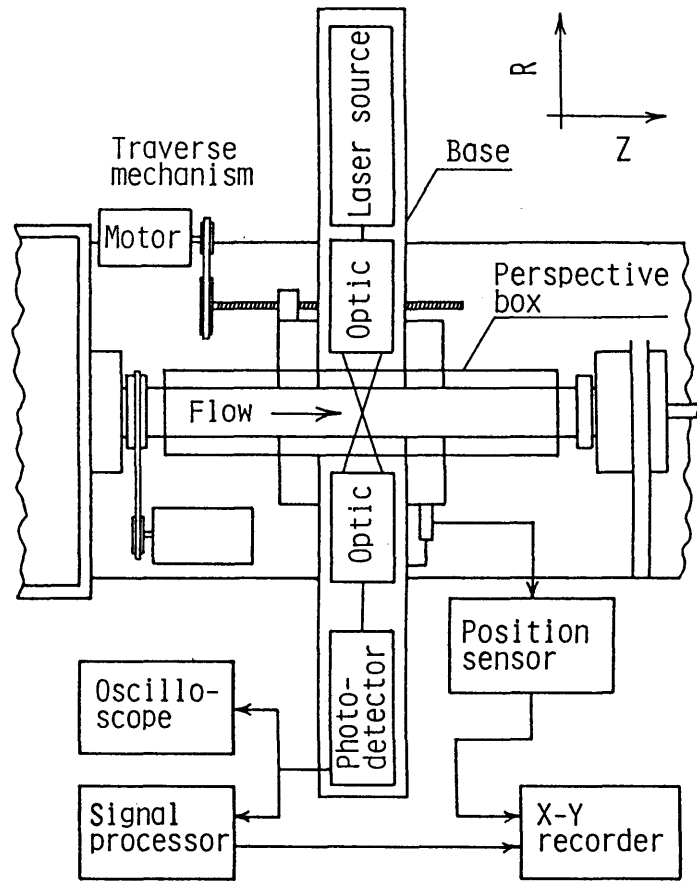


図5.3 流速の測定装置の構成

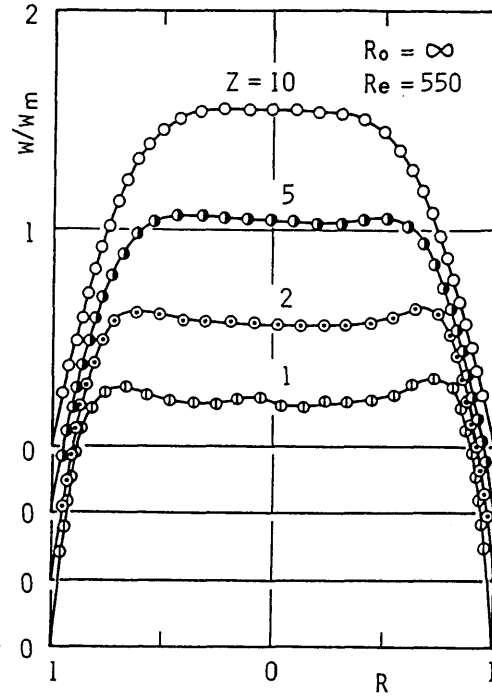


図 5. 4 管を回転させない場合の軸速度分布

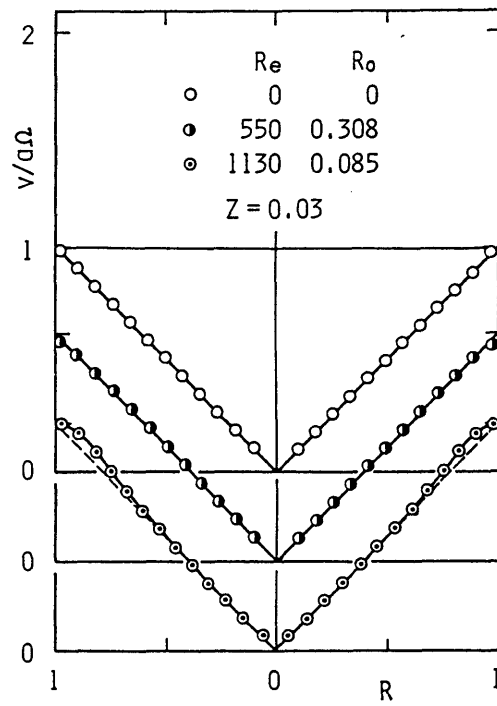


図 5. 5 上流端近傍の旋回速度分布

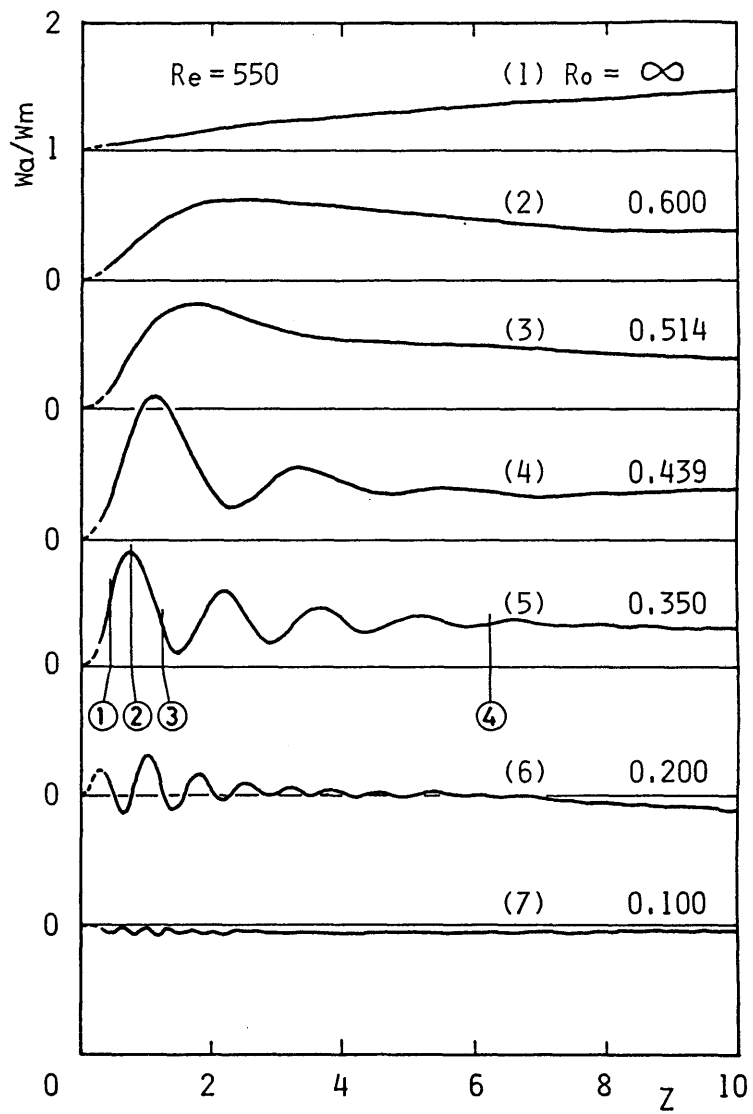


図5.6 管軸上軸速度のロスビー数による変化

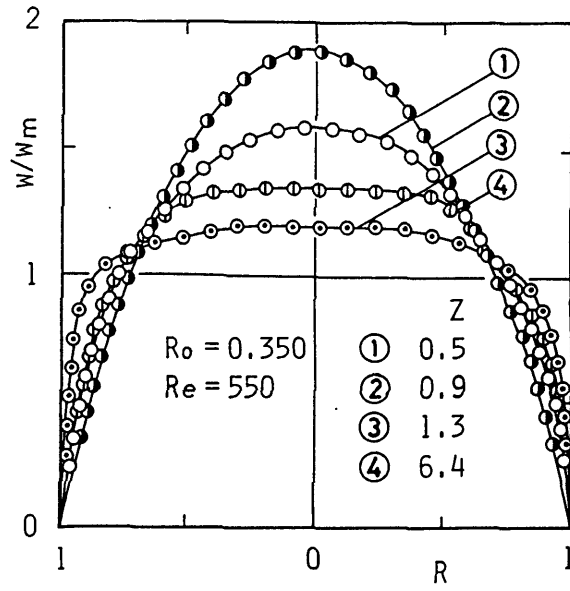


図 5. 7 軸速度の半径方向分布

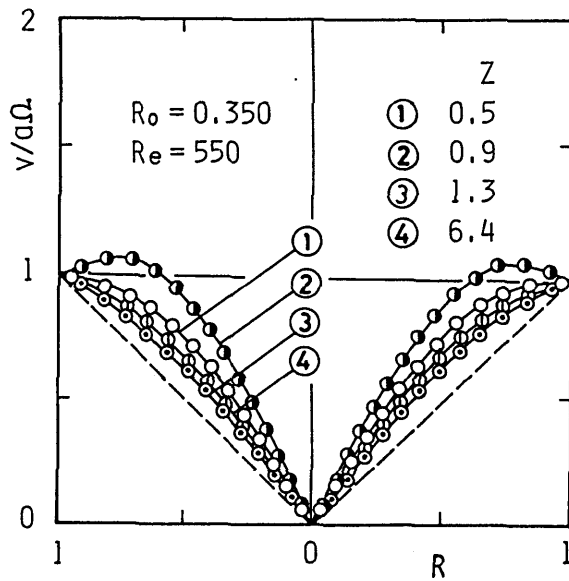


図 5. 8 回転速度の半径方向分布

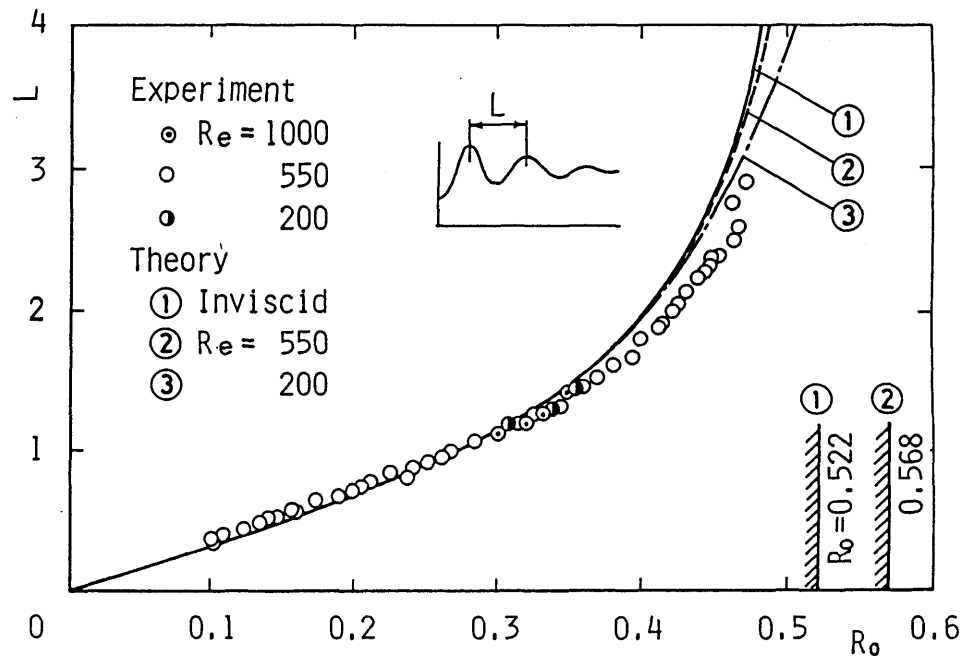


図5.9 波動形攪乱の波長とロスビー数の関係

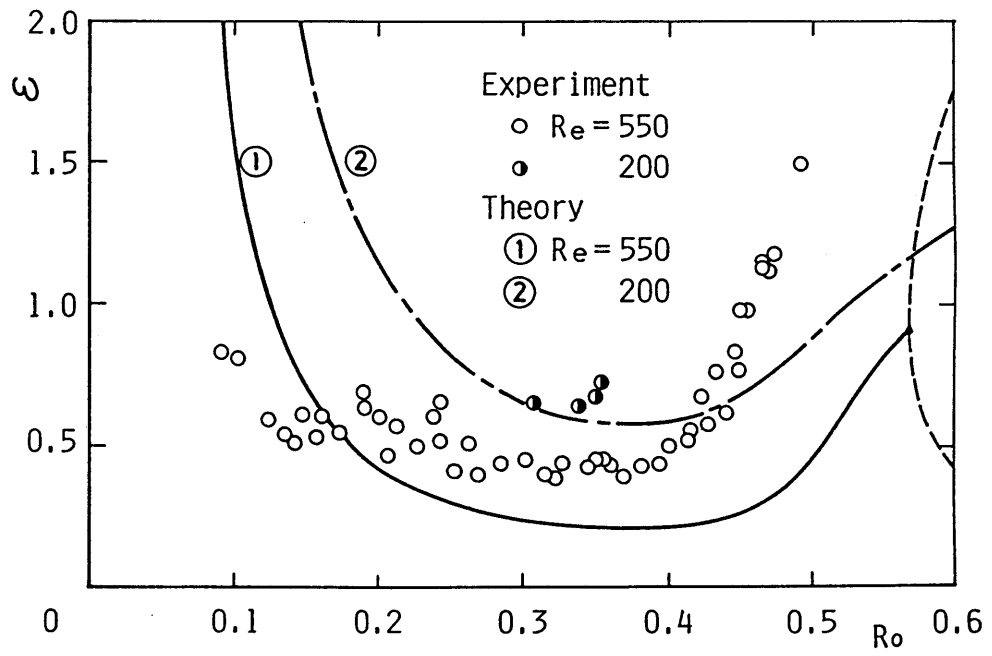


図5. 10 波動形攪乱の対数減衰率とロスビー数の関係

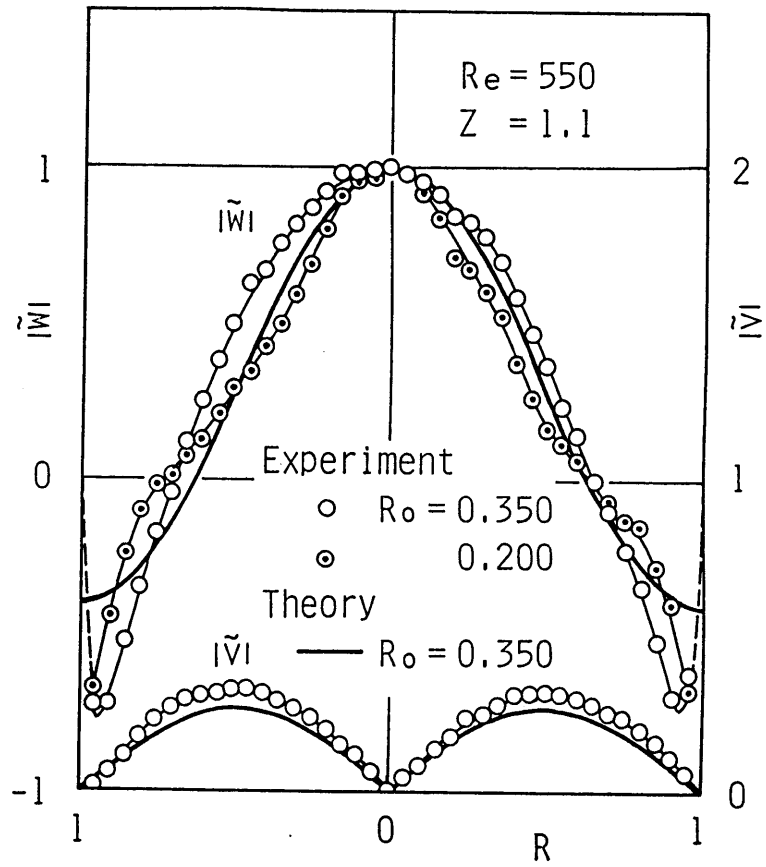
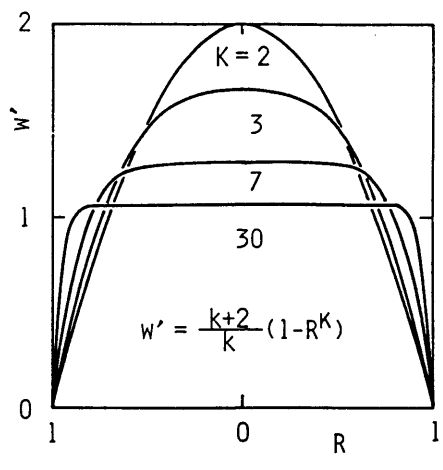
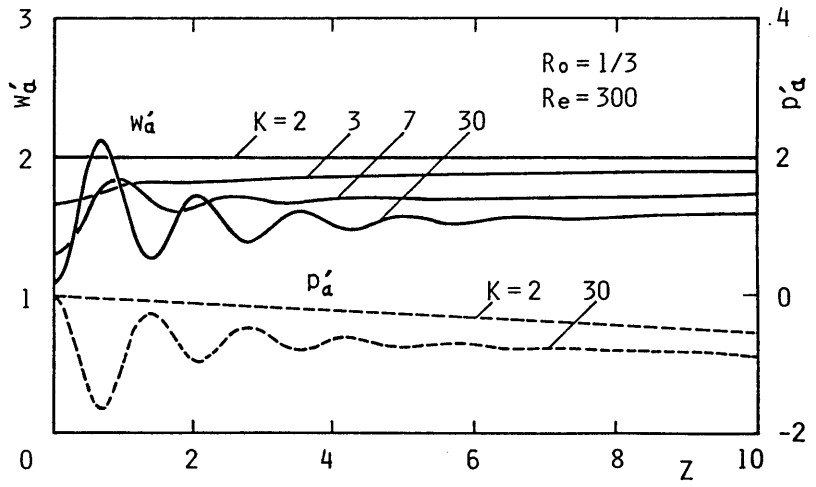


図5. 1 1 波動形攪乱の振幅の半径方向分布





(a) 上流端境界の軸速度分布



(b) 管軸上の軸速度および圧力の変化

図5.12 数値解析の一例

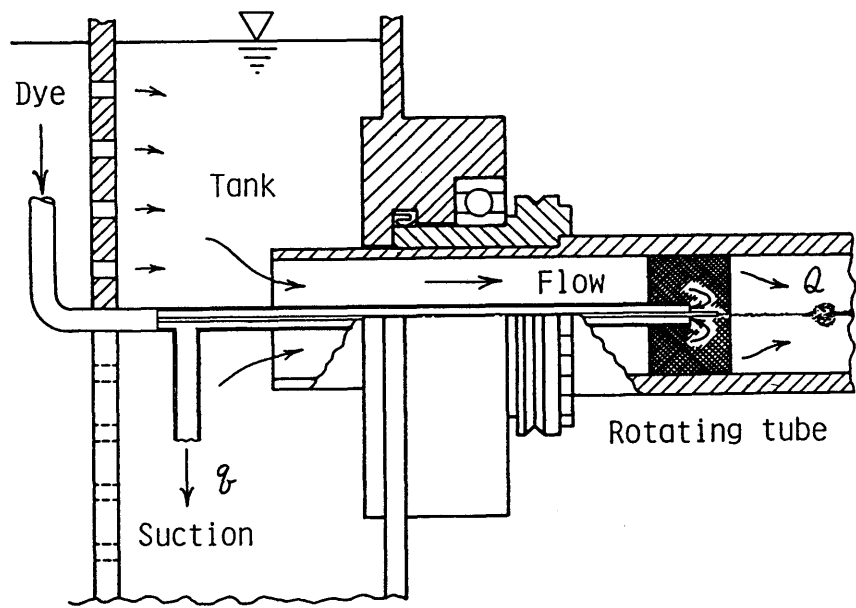
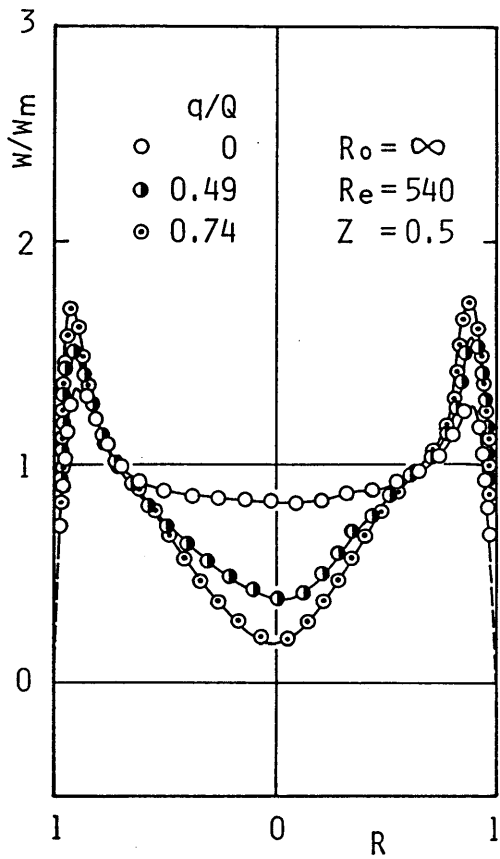
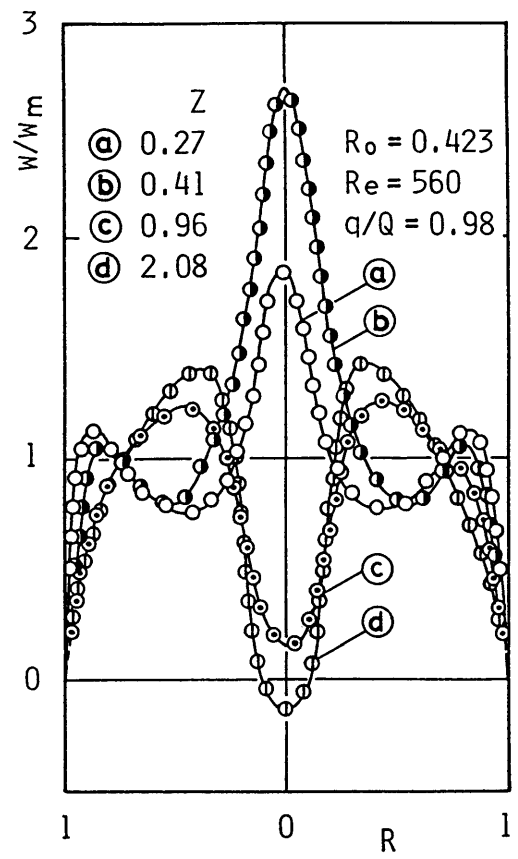


図5.13 上流端速度分布の設定装置

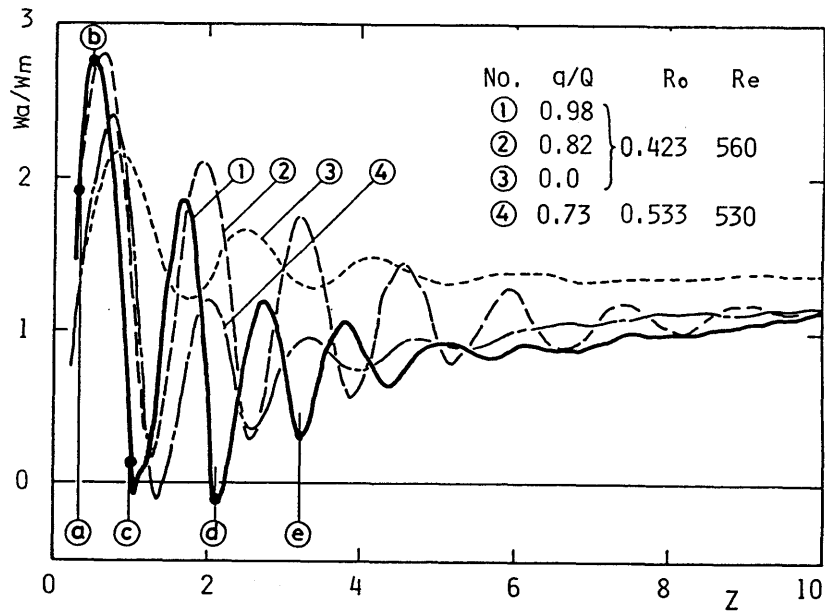


(a) 吸引流量による変化

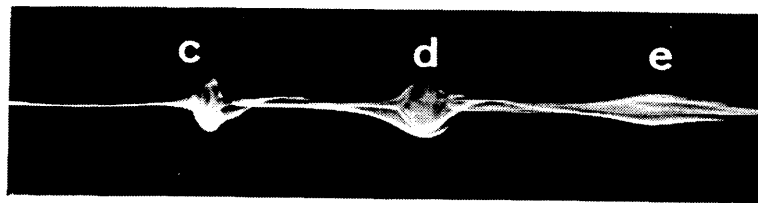


(b) 軸位置による変化

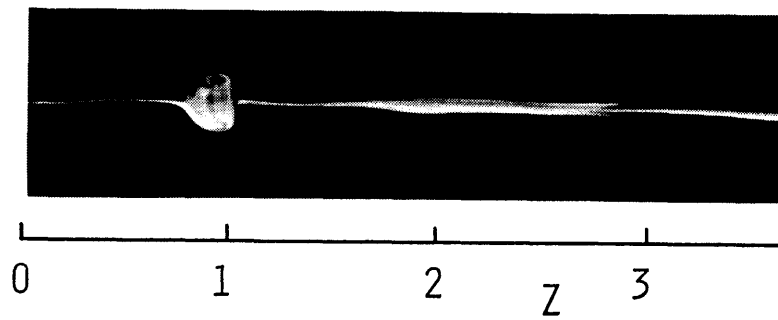
図5.14 流体を吸引した場合の軸速度分布



(a) 吸引流量による管軸上軸速度の変化

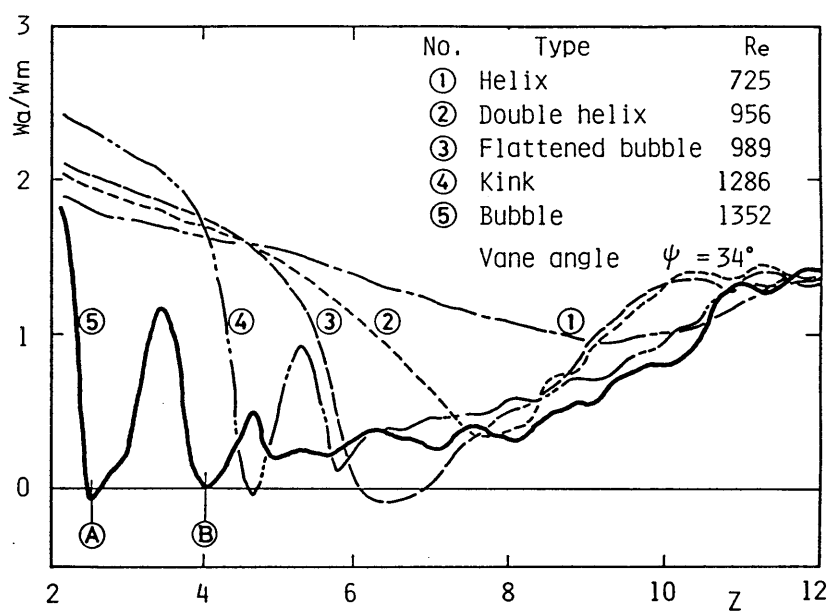


(b) 測定線 ①に対応する可視化写真

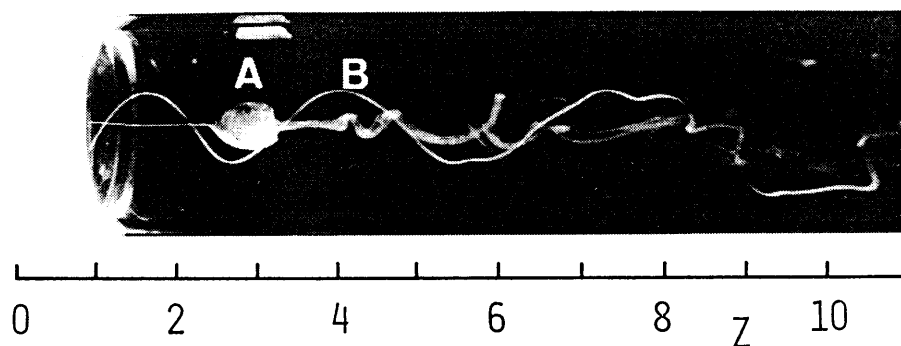


(c) 測定線 ④に対応する可視化写真

図5.15 回転円管内の波動形攪乱と渦流崩壊



(a) 種々の崩壊形態に対応する管軸上軸速度



(b) 軸対称形崩壊の可視化写真 (測定線 ⑤に対応)

図5.16 静止円管内の渦流崩壊

## 第6章 回転するテーバ管内旋回流中の軸対称形崩壊<sup>(68)</sup>

### 6.1 緒言

円管内旋回流における渦流崩壊現象を対象として、第4章では直円管内の旋回流に観測される種々の崩壊形態が、流れ場に生起する周方向モードを異にする波動形攪乱（内部波）に対応する流動として統一的に説明できることを示し、また第5章では軸対称形崩壊を対象とした実験的検討により、旋回流中における波動形攪乱の存在を確認し、崩壊現象の機構について論じた。

一方、管内旋回流中の渦流崩壊現象に関する従来の実験的研究は、崩壊の生起と流れ場の状態との関連を知る目的で、下流方向にわずかな拡がりをもつテーバ管（管路の拡がりと狭まりを総称して管路のテーバとよぶことにする）を用いたものが多い。Sarpkaya<sup>(16)</sup>は管軸に対し管壁が $1.38^\circ$ 、 $2.36^\circ$ 、 $3.25^\circ$ 、 $4.30^\circ$ の傾きをもつ拡がり管を用い、Faler-Leibovich<sup>(15)</sup>は $1.43^\circ$ のものを用いている。また前者は拡がり管内の場合など逆圧力勾配をもつ旋回流では崩壊が発生し易いとの実験事実を述べているが、その物理的意味について詳しくは論じていない。なおRandall-Leibovich<sup>(36)</sup>は拡がり管内の旋回流中では不安定な孤立波の生起が可能になるとの解析結果に立脚する崩壊の理論モデルを提示し、崩壊発生時の軸位置および渦塊（bubble）の大きさを計算した。しかしこの結果は実験事実と必ずしも一致しない<sup>(16)</sup>。すなわち、拡がり流れが崩壊を促進する機構は未だ明らかではなく、その解明は三角翼航空機の場合など軸速度の漸変する旋回流の場合における崩壊現象の性格を明らかにする意味からも重要である。本章では狭まり管の場合をも含めて、軸対称形崩壊の発生と管のテーバとの関連について検討する。ただし本章においても、第5章で述べた現象の線形近似モデルがよい近似度で適用でき、崩壊についての解析に立脚する推論が容易となる回転管の場合について述べる。

本章の叙述は下記の順による。まず拡がり管、狭まり管および比較のための直管をその軸まわりに回転させて得られる、軸速度をもつ旋回流の場を、レーザ流速計により測定して、流れ場に及ぼす管路のテーバの影響を調べる。次いで実験結果を、第5章の線形近似理論モデルによる解析の帰結と対比して管のテーバが渦流崩壊に及ぼす効果の物理的意味を考察する。

## 6. 2 テーバ管内旋回流の実験

管内旋回流中の軸対称形渦流崩壊に対する管のテーバの影響を検討するため、回転するテーバ管内の旋回流をレーザ流速計を用いて測定し、併せて流れの可視化実験を行った。

### 6. 2. 1 実験装置および方法

流路構成の概略と、用いたテーバ管の諸元を図6. 1に示す。供試管路以外の流路構成は、第5章で用いた装置と同一である。流路は拡がり角 $1.87^\circ$ の拡がり管(A)、それを逆に取り付けた狭まり管(B)、および比較のための直管(C)の3種の形状に構成した。上流側定水頭水槽①より回転管に導かれた水は、管に固定された上流側フィルタ②(ポリウレタンフォーム製、厚さ40mm)により、旋回成分を与えられる。フィルタの下流端を始点( $z=0$ )とし、その下流側305mmのテーバ部が測定の対象領域である。なおテーバ部には、下流端の影響が及ぶのを避けるために直円管(長さ370mm)が接続されている。この円管の下流端に固定したフィルタ③(厚さ60mm)を通過した水は浮子式流量計、流量調節弁を経て大気中に放出される。さらに狭まり管(B)については、下流側の拡がりテーバ部の影響が上流に及ぶのを避けるために、中間にフィルタ④が設置してある。

次にレーザ流速計による測定装置の概略を図6. 2に示す。構成は第5章のそれとほぼ同一である。主な相違点は、水平面内の2方向( $r, z$ 方向)への測定点の移動にパルスモータを用い、その制御をマイクロコンピュータで行うことによって、0.01mm単位の正確な位置決めができるようにした点である。マイクロコンピュータで設定される測定位置のデータと、信号処理機からの速度出力をX-Yレコーダに記録することによって、軸速度 $w$ と旋回速度 $v$ の、管軸 $z$ および管半径 $r$ 方向の分布をそれぞれ求めた。なお供試テーバ管は速度可変モータによりベルト駆動され、その回転数(0~80 rpm)は光電式回転計で測定される。

次項以下の測定結果は全て無次元化して示すが、テーバ管の場合には、前章までに用いた代表量である管半径 $a$ 、および平均軸速度 $w_m$ は軸位置とともに変化する。本研究で用いたテーバ管は、そのテーバ角が比較的小さく( $\pm 1.87^\circ$ )、また後で述べるように、上流端近傍に現れる現象を主に取扱うため、特に断らないかぎり、代表量はその上流端における値を用いる。例えば $Re$ 数および $R_0$ 数は次のようになる。

$$Re_1 = 2a_1 w_{m1} / \nu, \quad R_{01} = w_{m1} / (a_1 \Omega) \quad (6.1)$$

ここで、添字の1は上流端( $z=0$ )に対応する値を意味する。ただし速度の半径方向分布については、

異なる軸位置の間の分布形状の違いを明確に表現するため、代表量として測定軸位置での値も用いた。すなわち半径位置  $r$  は管半径  $a_z$  で、また軸速度  $w$  は平均軸速度  $w_{mz}$ 、回転速度  $v$  はテーバ管の回転速度 ( $a_z \Omega$ ) でそれぞれ無次元化して示した (添字  $z$  は測定軸位置に対応する値を意味する)。

## 6. 2. 2 実験結果

### (a) 回転速度分布

上流端近傍  $z/a_1 = 0.03$  と下流側  $z/a_1 = 10$  の2個所で、回転速度の半径方向分布を拡がり管 (A) と狭まり管 (B) について測定した結果を図6. 3に示す。図の左半分は上流端の分布であるが、全てほぼ剛体回転の速度分布となっている。一方、図6. 3の右半分の  $z/a_1 = 10$  の測定結果では、拡がり管と狭まり管で回転速度分布が大きく異なる。これはテーバ管に沿う流体の半径方向の移動に伴い、その角運動量が保存されることにより、下流方向に回転速度が増加 (狭まり管) あるいは減少 (拡がり管) するものと考えられる。

### (b) 軸速度分布

上流端近傍  $z/a_1 = 0.5$  あるいは  $0.6$  の位置で、種々の  $R_0$  数に対して軸速度の半径方向分布を測定した結果を図6. 4に示す。図6. 4 (a), (b) はそれぞれ拡がり管, 狭まり管に対応する。管を回転させない場合 ( $R_{01} = \infty$ ) には両者とも、ほぼ一様流に近い台形の分布を示すが、回転が増す ( $R_0$  数が低下する) に従って、複雑な形をとる。これは、上流端の流動状態と主流 (剛体回転, 放物分布軸速度) との差に応ずる、第5章で論じた攪乱の存在を示すものと考え得る。なお  $R_0$  数が臨界値  $R_{0c}$  以下の場合には、攪乱には振動形のもの (波動形攪乱) が含まれているはずである。

### (c) 管軸に沿う軸速度

5. 3節で見たように、回転する直円管内に生起する波動形攪乱は、管軸に沿う軸速度の減衰波状の変化として顕著に観測される。ここではテーバ管の管軸に沿う軸速度  $w_a$  を測定し、波動形攪乱に対するテーバの影響を調べる。図6. 5は、拡がり管, 狭まり管および直管における種々の  $R_0$  数に対する測定結果である。軸速度の測定値は、管路上流端での平均軸速度  $w_{m1}$  で無次元化して示してあるので、管路断面積の変化に伴い、軸速度は平均的に見て狭まり管では下流方向に若干増速し、拡がり管では減速する形で表されている。いずれの管路でも、回転が大きい ( $R_0$  数が小さい) 場合には、軸方向に減衰する定常な波動形攪乱が生起している。攪乱の波長は、3種類の管路について大きな差はない (ただし第2モードの攪乱が卓越する  $R_0 = 0.15$  の狭まり管を除く。これについては後に触れる)。  $R_0 = 0.31$  の拡がり管の測定結果では、上流端近傍に逆流域 ( $w_a/w_{m1} < 0$ ) が現れており、染料を用いた可視化実験では軸対称な渦塊 (軸対称形の渦流崩壊) が観測された [図6. 8 (a) 参照, なお



渦塊の発生が攪乱による逆流域の存在に対応することは第5章で詳論した]。

(d) 理論モデルとの比較

図6.5中の破線は、5.2節で述べた直管に対する理論モデルで、上流端境界条件を剛体回転、一様軸速度の平行流、すなわち無次元形で次式のように表し、

$$u'_{z=0} = [0, R/R_0, 1] \quad (6.2)$$

級数解(5.14)の第2項までを求めたものである。

$$\tilde{u}' = \sum_{j=1}^2 [(C_I \tilde{u}'_I)_j + (C_{II} \tilde{u}'_{II})_j] \quad (6.3)$$

なお比較のため100項までの計算も行ったが、管軸上の軸速度分布についてはほとんど差は認められず、このことは半径方向に低次のモードの攪乱が支配的であるとの推論を裏付けるものと言える(第4章では、最低次のモードの攪乱のみで諸崩壊形態を説明した)。

上記計算結果と直管に対する実験の結果とを比較すると、両者は定性的に良く一致し、定量的にもある程度の近似度を期待できる結果となっている。従って回転する直円管内の旋回流を対象とする場合には、上流端の速度場(断面内の各速度成分)が知れるならば、5.2節の理論モデルの適用により、渦塊発生の有無や、発生軸位置についてもある程度の推測が可能である。なお上記モデルに立脚して、管のテーパーが崩壊に及ぼす効果を考察することについては改めて後に記す。

### 6.3 テーバ管内の軸対称形渦流崩壊

本節では、まず6.2節に示した測定結果に基づき、管のテーバと攪乱の性格との関連について考察し、次いで軸対称形渦流崩壊におよぼす管のテーバの効果について検討を加える。

#### 6.3.1 テーバ管内の波動形攪乱の性格

拡がり管、狭まり管および直管における、管軸に沿う軸速度の測定結果（図6.5）から、波動形攪乱の波長 $\lambda$ 、対数減衰率 $\varepsilon$ （以下「減衰率」と略す）、および振幅 $c$ を求め、 $R_0$ 数に対して点記した結果を図6.6（a）～（c）に示す。なお図6.5の測定は各管路の中央における平均軸速度を同一値に保つ条件で行ったので、図中に記入した $Re$ 数〔 $Re_1$ 、式（6.1）参照〕は若干異なった値となっている。まず図6.6（a）で、波長は拡がり管では直管の場合よりも若干短く、狭まり管では逆に長くなるが大差はない。ただし、狭まり管では $R_0 = 0.28$ 近傍で波長の不連続な変化がみられ、それ以下の $R_0$ 数の領域では波長はかなり大きい値を示す。なお不連続的な変化が生ずる $R_0$ 数の値は $Re$ 数によって異なる（この波長の急変は図6.5中 $R_{01} = 0.15$ の測定結果からも観取される）。また図中の諸曲線は5.2節の直管に対する理論モデルにより $Re = 400, 700, \infty$ （非粘性）として最低次（ $\sigma_1 = 3.832$ ）および二次（ $\sigma_2 = 7.016$ ）のモードの波動形攪乱（振動解）の無次元波長 $\Lambda$ を求めた計算線である〔複素波数 $M$ の値を式（5.11）より求め、その実部 $\gamma'$ を用いて $\Lambda = 2\pi / |\gamma'|$ により算出〕。実験値との比較から、前述の波長の跳躍は、狭まり管の場合、 $R_0$ 数が次第に小さくなる（管の回転数が増す）過程で最低次モードの波動形攪乱が卓越する流動状態から、二次モードが卓越する状態への急速な移行が生ずる現象に他ならないことが知れる。なお図6.6（a）中には非粘性の前提下に求めた臨界ロスビー数（ $R_{0c}$ ）<sub>1</sub>の計算値も記した〔式（5.13）による〕。

次に波動形攪乱の軸方向の減衰率 $\varepsilon$ の測定値を図6.6（b）に点記した。図には、前記理論モデルによる直管に対する計算線〔 $\varepsilon' = -\text{Im}(M)$ 、式（5.12）参照〕も併せて示した。実験結果は全ての $R_0$ 数の値に対して $\varepsilon > 0$ であり、少なくとも本実験条件の範囲内では、管のテーバが攪乱の安定性に大きく影響し、流れ場の不安定を導くような状況は認められなかった。

次に上流端における波動形攪乱の振幅 $c$ を軸速度の測定結果より求めた図6.6（c）につき述べる。2種のテーバ管および直管に対する実験結果には明らかな差異が見られる。すなわち、従来渦流崩壊現象の生起が報告されていない狭まり管の場合に、振幅が最も大きい（ $R_0 < 0.28$ の領域の測定値は前記二次モードの攪乱に対応する）。一方崩壊が生起し易いとされ<sup>(16)</sup>、その観測例も多い拡がり管の場合、波動形攪乱の振幅は全般的に小さい。なお図6.6（c）中の実線は直管に対する計算線（図6.

5中の計算線の場合と同一条件で算出)であるが、測定結果と良い一致を示している。なお波動形攪乱の位相についても、実験と理論の結果は良好な一致を示した。

### 6.3.2 軸対称形崩壊に対するテーバの効果

図6.7は、図6.5に示した管軸上の軸速度の測定結果中 $R_{01}=0.31$ の場合を、縦軸を各軸位置における平均軸速度 $w_{mz}$ で無次元化した量 $w_a/w_{mz}$ にとって(図6.5の縦軸は $w_a/w_{m1}$ )再記したものである。図6.7にみるように、波動形攪乱(振動解)の減衰がまだ小さい上流端近傍では、この速度成分を除いた流れ場(以下「平均流」とよぶ)に顕著な差があることがわかる。すなわち、狭まり管、直管、拡がり管の順に管軸上の平均流の速度は減少している。またこのため、波動形攪乱の振幅自体は小さいにもかかわらず拡がり管では逆流部( $w_a < 0$ )が現れている。図6.8は図6.7の測定例に対応する流れ場の染料による可視化写真(軸心部に染料を注入)で、図6.8(a)が拡がり管の場合である。逆流部に対応する位置に渦塊が観測され、軸対称形渦流崩壊の生起を示している。図6.8(b)の狭まり管では波動形攪乱の振幅は大きいにもかかわらず、管軸上の流線に特徴的な変化は見られない。これらの実験結果は、軸対称形渦流崩壊現象を旋回流中に波動形攪乱が生起し、管軸部に逆流部を伴う流動現象として説明した前章までの所論を裏付けている。さらに上述の検討結果は、拡がり管内の旋回流、あるいは旋回する拡がり流れで崩壊の生起が促進されるのは、波動形攪乱の振幅そのものが増加するためでなく、流れの拡がりによって低下する軸心部の軸速に、波動形攪乱が重畳し、振動の谷の部分で流速が負となり易くなることに起因するものであることを示唆している(この推論は後に数式による検討によって裏付ける)。次に拡がり管において、崩壊が発生している状態での軸速度と旋回速度の半径方向分布を図6.9(a)、(b)の各左半に示す(右半については後に記す)。実験条件は図6.7と同じで、測定位置は図6.7中に①～③の番号で示した。図6.9のように、軸速度は渦塊に対応する位置で逆流しており( $w < 0$ )、また旋回の向きも主流のそれと逆( $v < 0$ )になっていることがわかる。

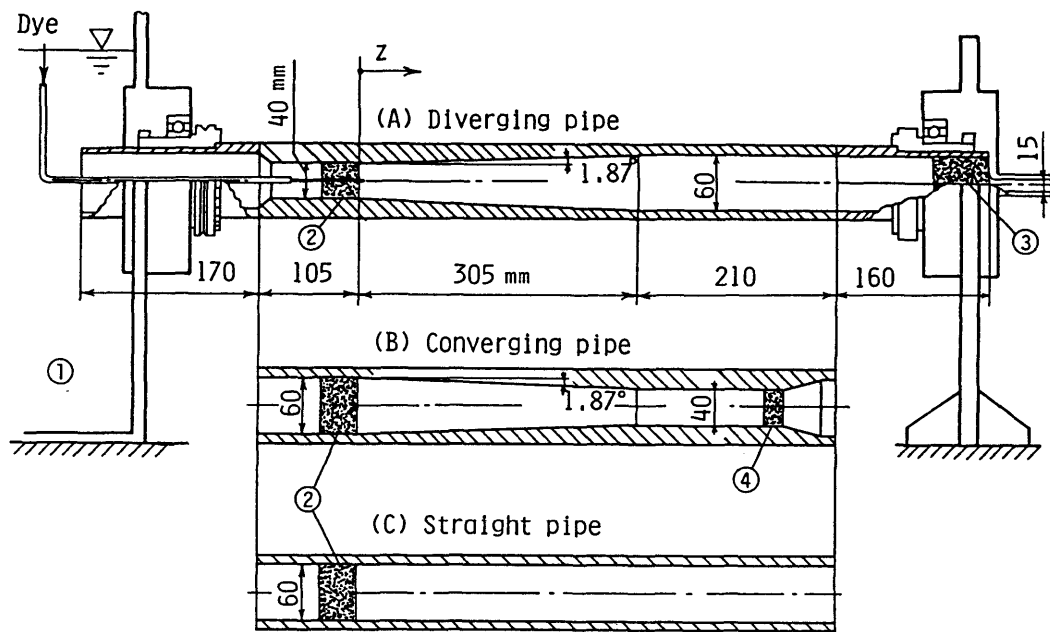
さて以下に5.2節の直管に対する理論モデルを援用してテーバの効果を考察し、特に図6.7に見られた平均流の変化の、数式による説明を試みる。拡がり管内の旋回流の場は半径方向に外向きの速度成分[ $u'(R) > 0$ ]を、狭まり管のそれは内向きの速度成分[ $u'(R) < 0$ ]をもつはずである。この状態の模擬として直管の上流端( $Z=0$ )の速度分布が、剛体回転、一様軸速度かつ半径方向速度は正值(拡がり管の模擬)あるいは負値(狭まり管の模擬)をもつよう、その分布形状を次式

$$u'(R) = \sum_{j=1}^{\infty} B_j J_1(\sigma_j R) \quad (6.4)$$

で表し、係数 $B_1$ 、 $B_2$ の値を、 $-1 < B_1 < 1$ 、 $-1 < B_2 < 1$ の種々の値にとって、級数解〔式(5.14)〕の第100項までをとって流れ場を計算した。管軸上の軸速度の計算例を図6.10に示す。計算結果は図6.7の測定結果と定性的によく一致し、管のテーパによる平均流の変化は、半径方向速度成分の正負に応ずる指数解〔式(5.14)中の $C_{\mathbf{x}}$   $\tilde{u}'_{\mathbf{x}}$ に対応〕の変化に基づくものと結論できる。なお軸速度および回転速度の半径方向分布を図6.10の拡がり管を模擬した $B_1 = 0.9$ 、 $B_2 = 0.9$ の条件下で求めた計算結果を図6.9(a)、(b)の右半に記した。④～⑥の番号は図6.10中、同番号で示した軸位置に対応する。速度分布形状も実験値と比較的良好な定性的一致を示すことがわかる。

## 6.4 結 言

本章では、円管内旋回流中の軸対称形渦流崩壊におよぼす管のテーパの効果をも、実験および解析によって検討し、管の拡がり崩壊の発生を容易ならしめる機構を明らかにした。すなわち、管路の拡がりによって軸対称形崩壊に対応する定常な波動形攪乱の振幅が増大することはなく、平均流が上流端近傍で減速をうけ、そのため軸心近傍に逆流域が発生し易くなるとの結論を得た。実験は回転管内の旋回流を対象として行い、本章の所論は上記実験の結果に立脚している。しかし第5章中に述べた管の回転および非回転の両者の場合における崩壊現象の類似性から、管の拡がりの効果についての本章の所論は、管が非回転の場合にも本質的な変化はなく成立つものと考えている。



①：定水頭水槽      ②，③，④：フィルタ

図6.1 供試テーバ管の諸元

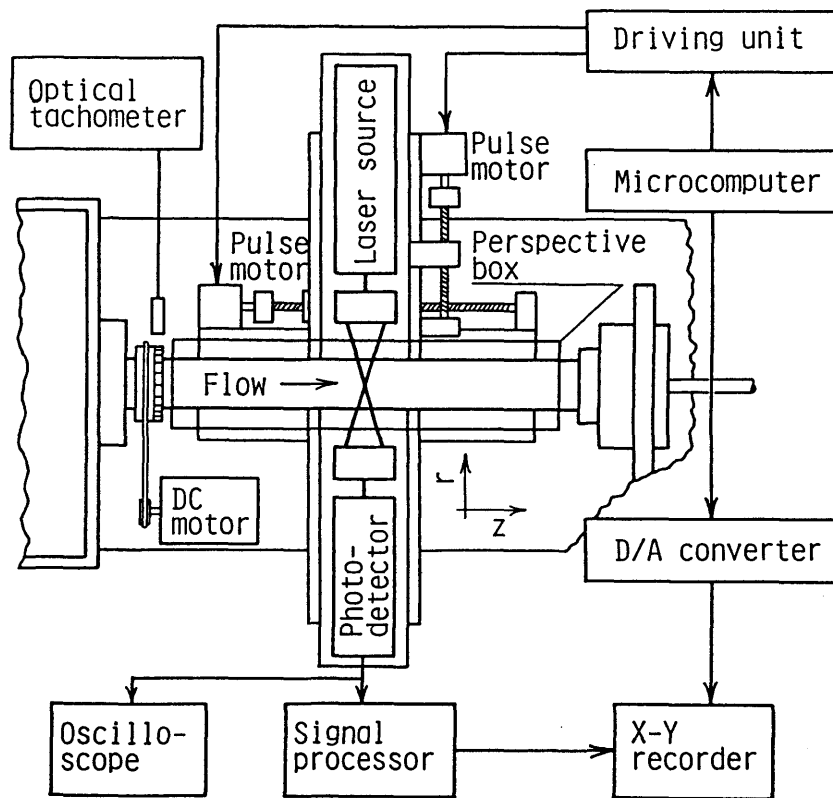


図 6 . 2 測定装置の構成

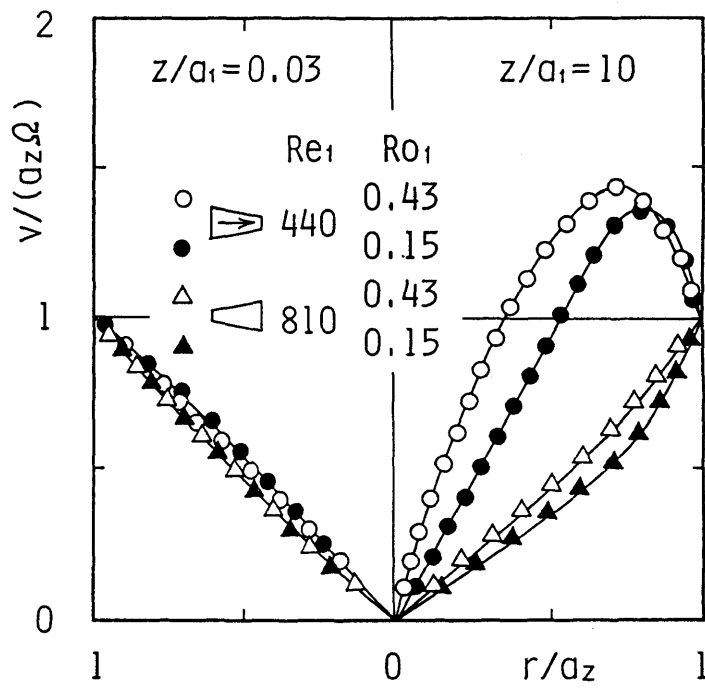
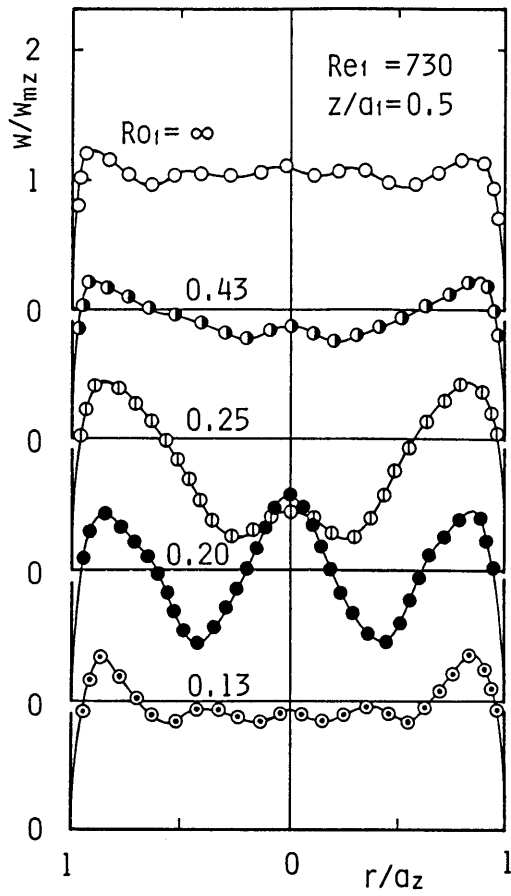
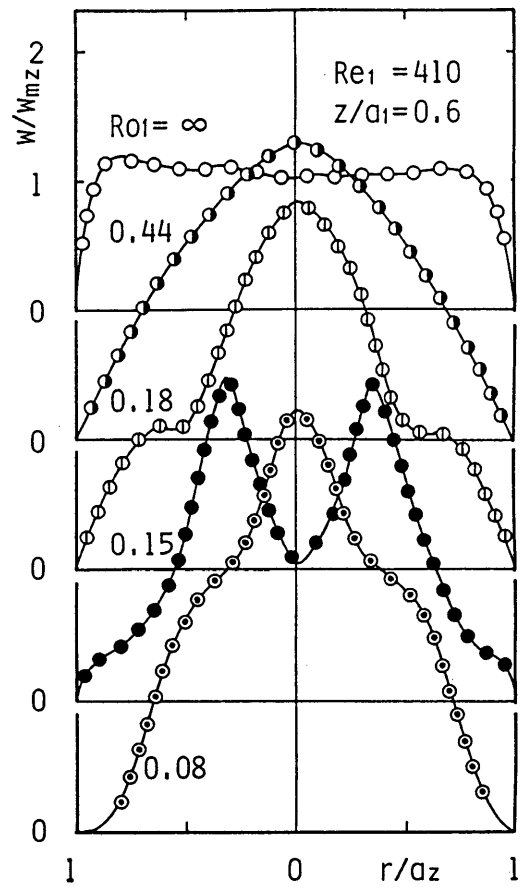


图 6.3 旋回速度分布





(a) 拡がり管



(b) 狭まり管

図6.4 上流端近傍の軸速度分布



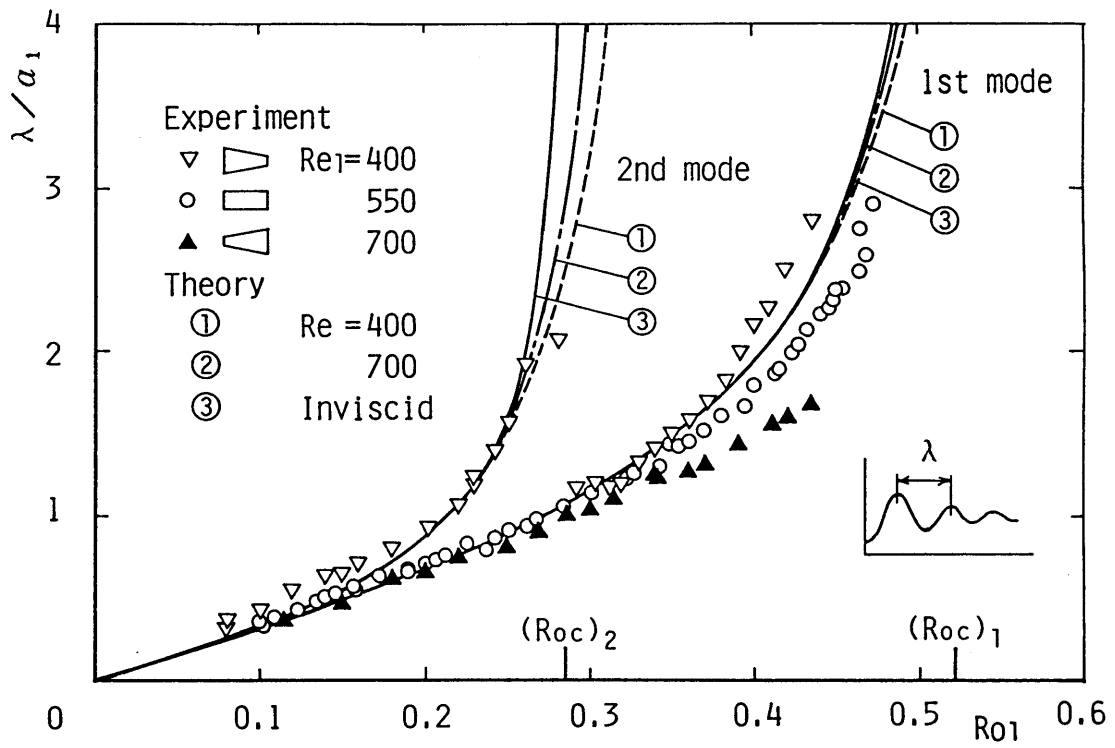


図 6. 6 ( a ) 波動形攪乱の波長とロスビー数の関係

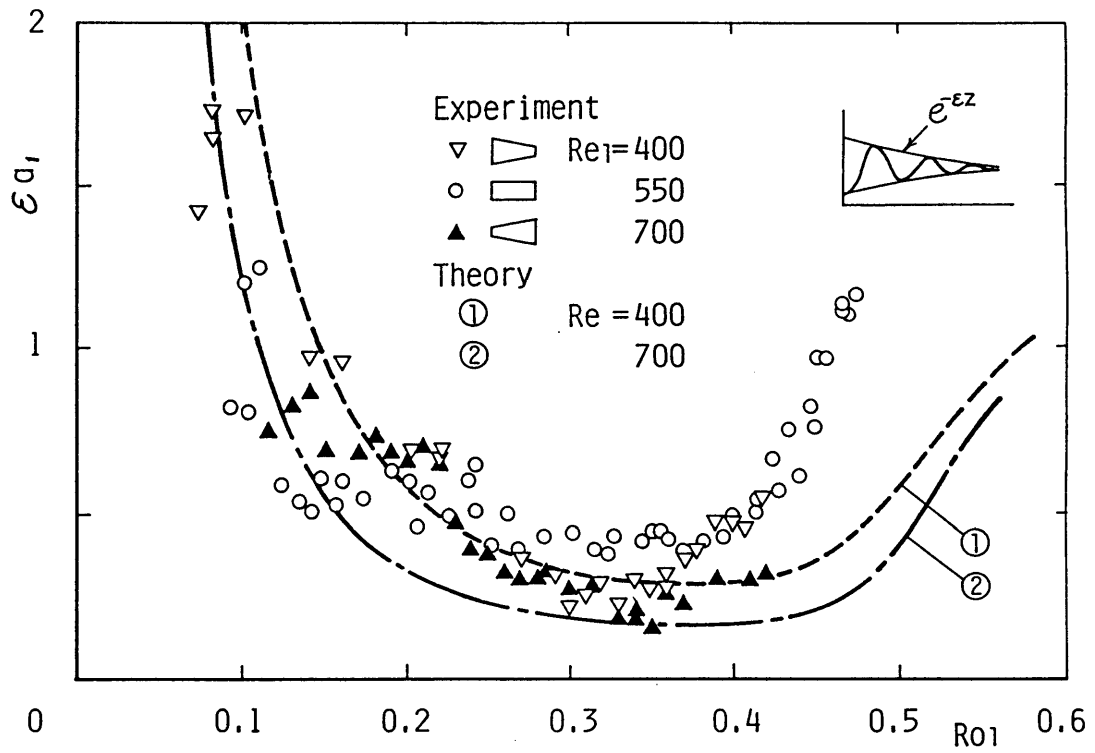


図 6. 6 (b) 波動形攪乱の減衰率とロスビー数の関係

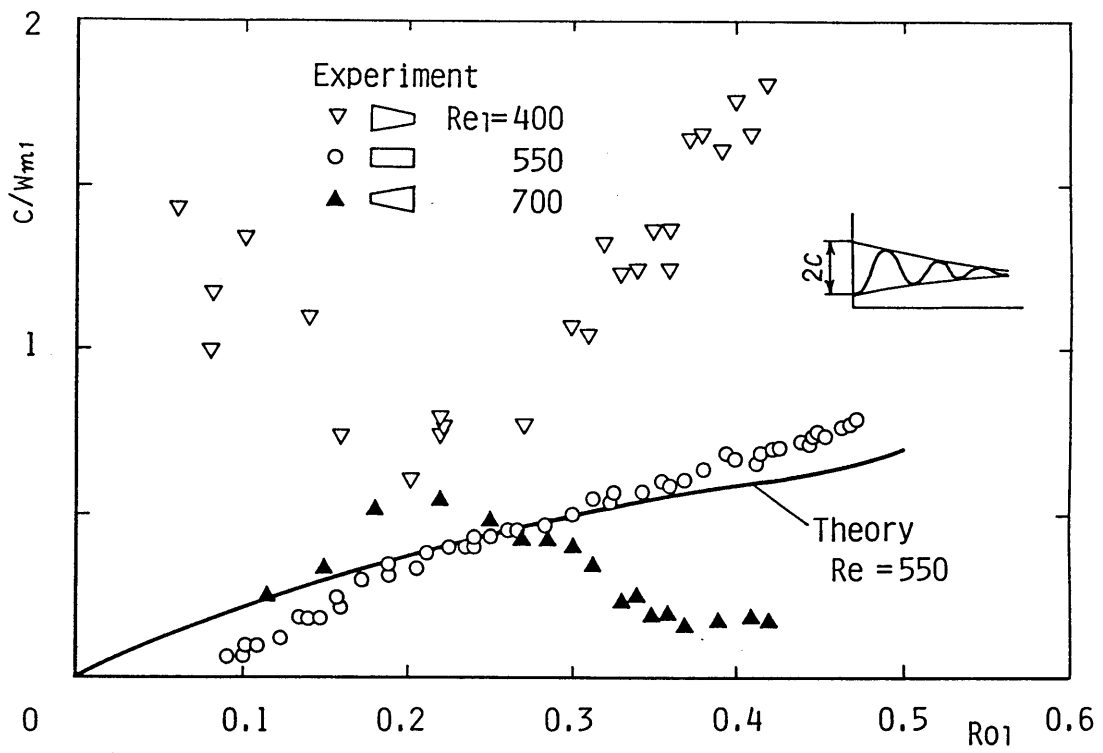


図 6. 6 (c) 波動形攪乱の振幅とロスビー数の関係

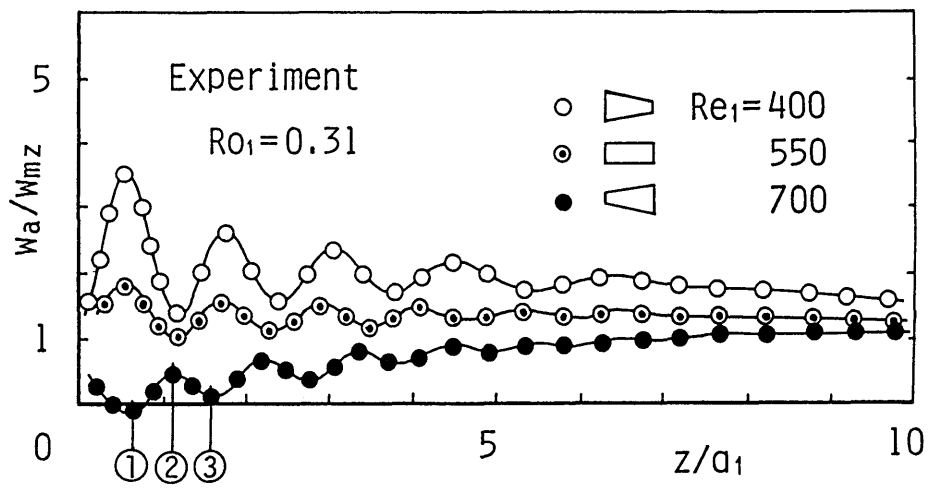
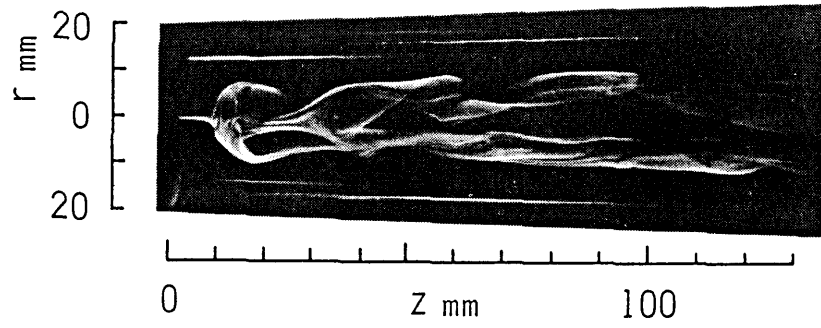
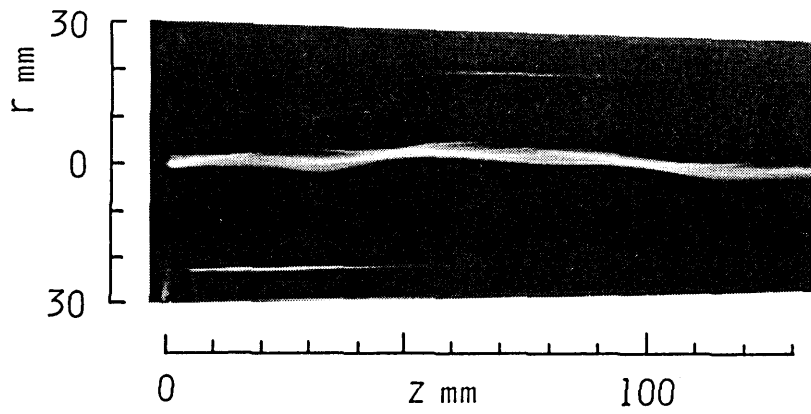


図6.7 崩壊を含む管軸上の軸速度

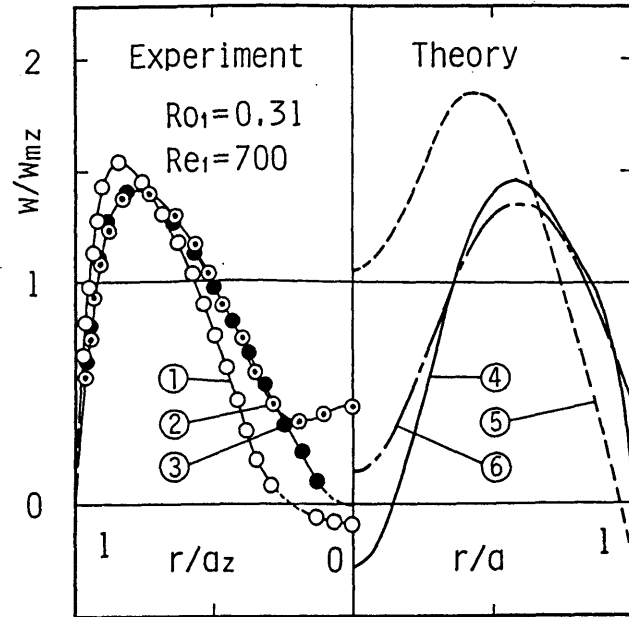


(a) 拡がり管

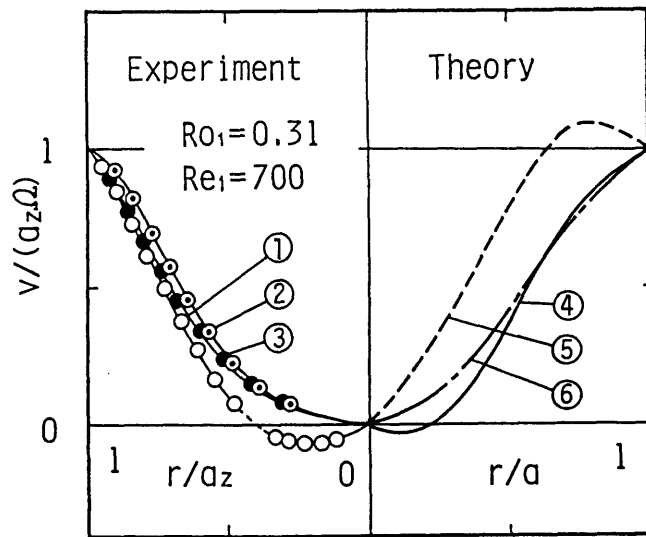


(b) 狭まり管

図6.8 染料による可視化写真(図6.7と同一条件)



( a ) 軸速度分布



( b ) 旋回速度分布

図 6 . 9 崩壊発生時の速度分布



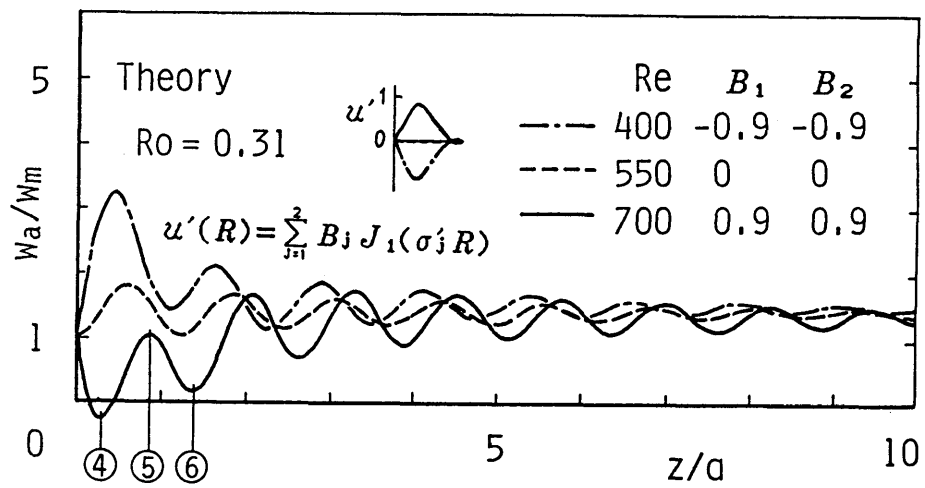


図6.10 管軸上の軸速度の計算値

## 第7章 サイクロン状流路における渦心の振れ回り現象<sup>(69)</sup>

### 7.1 緒言

前章までにおいて、渦流崩壊現象を対象として、この現象の本質は内部波（波動形攪乱）を伴う旋回流の流動形態にほかならないこと、さらに多様な崩壊形態は流れに含まれる波動形攪乱の周方向のモードの差として説明し得ることなどを理論と実験の両面から明らかにし、また特に軸対称形崩壊について旋回流の上流端境界条件との関連、発生機構、現象と管のテーパとの関連などを検討し、従来報告されていたこの形の崩壊に対する多くの観測事実が、内部波の立場から合理的に説明されることを述べた。さてこれまでに述べてきた渦流崩壊の理論モデルは、旋回流の場を主流と攪乱の和として表現し、攪乱を微小量とする仮定のもとにN-S方程式を線形化して境界条件に従う解（線形近似解）を求めるといふ手法によって構成されている。そしてその様に構成されたモデルによる推論の帰結は内部波の発生を示し、現象の定常、非定常を問わずその定性的諸性格を少くとも第一近似の意味では良く説明することを示唆しているように思われる。そこで本章では、主題の渦流崩壊現象とは外見上全く異なるが、旋回流の場に生起する特異な振動現象であり、かつその実態についてもほとんど解明されていないサイクロン分離器内の流れ場に、時に観測される渦心の振れ回り現象を対象を選び、上述と同様の考えに立脚して構成した理論モデルと実験との対比を行って、記述の渦流崩壊現象の理論モデル構成の手法の妥当性を更に確認すると共に、渦心の振れ回り現象についての知見を求めることとした。

さて旋回流を伴う諸流体機器に関連して、水車吸出管の振動<sup>(70)(71)</sup>、ボルテックスチューブにおける異常音の発生<sup>(72)</sup>、渦流形純流体素子に関連する流体振動<sup>(73)</sup>など流体の振動現象が数多く観測されているが、その一つに、サイクロン分離器内などの流れ場に、時に観測される渦心の振れ回り現象がある。Smith<sup>(74)(75)</sup>はサイクロン分離器（以下ときに「分離器」と略す）の実験的研究において、煙による可視化によって流れ場を観察した際、通常は内筒（discharge tube）中心から直線状に伸びて底板〔bottom plate, 図7.1(a), (b)中の(C)〕中心に達する形で存在する渦心が、ある条件下では底板中心を離れてわん曲し、先端を外筒面（分離器渦室の側壁）上に付着させる形となり、その付着点を筒軸に垂直な一平面上にほぼ保ちながら定常的な振れ回り運動を行うのを観測した（以下この流動形態を「渦心の振れ回り現象」という）。また Chanaud<sup>(76)</sup>は旋回流中に発生する振動現象を主題とする実験的研究（作動流体には水を用いた）を行ったが、その際、主たる研究対象としてボルテックス・ホイッスル（vortex whistle）および分離器の二つの場合を選んだ。そして後者の場合においては、Smithの報告と同様な渦心の振れ回りの生起を報告した。しかしSmithの報告には現象の観察結果につ

いての若干の記述があるのみで、詳しい説明はなされていない。また Chanaudの報告には、その観測結果からボルテックス・ホイッスル、分離器両者に発生する振動現象は、生起の形態は異なるが、共に定常な旋回流（主流）の力学的不安定に起因する自励振動と考えられるとの推論および、両者の場合ともに、生起する周期運動の振動数は主流の旋回速度に依存して変化するなどの結果が述べられているが、渦心の振れ回りの基本的な諸性質、主流の形状、流路諸元との関係などについてはほとんど明らかにされていない。本章では上記渦心の振れ回り現象を対象として検討を行う。

## 7. 2 実験装置および方法

実験は2段階に分けて行った。すなわち、第1段階は振れ回り現象の諸特徴の把握を目的とした観察を主とする定性的なものであり、第2段階は第1段階の観察で得られた現象の主要な諸性質の、定量的な測定による検証、および現象に対する理論モデルの構成に資するための実験を含むものである。図7.1および表7.1に供試管の形状、諸元をまとめて示した。図7.1(a)は第1段階の実験に用いた供試管〔以下、供試管(I)とよぶ〕、図(b)は第2段階に対するそれ〔供試管(II)とよぶ〕であり、ともに反転流形サイクロン分離器に類似の形状をもつ。すなわち、接線方向に流体が供給されて旋回流が作られる偏平な空間(A) (以下「旋回発生室」という)に円管(B)が接続されており、(A)から流入した流体は旋回しながら(B)の管壁に沿って管端の方向〔図7.1中(C)の方向〕に進み、反転して内筒(D)から管外に流出する。ただし供試管(I)においては、ときに内筒を除き、旋回発生室の壁面に直接オリフィス(O)を取付け、流体を流出させて実験したので、図7.1(a)にはその場合が示してある〔以下オリフィスの場合を供試管(I-1)、内筒を備えた場合を(I-2)として区別する〕。また空間(C)は管(B)内の旋回流と逆方向に旋回する流れ(逆旋回流という)を管外から別途に与えて、(B)内の旋回流の場の状態を制御するために設けたもので(逆旋回流室とよぶ、その意味については後に述べる)、逆旋回流の供給を行わなければ、この部分が通常の見離器の底板に対応する。図7.1(a)、(b)における主要な差異は、前者〔供試管(I-1)、(I-2)〕の場合には振れ回り現象に対する管長の効果を調べるために、管長 $l$ を広範囲に変え得る構造としたこと〔図7.1(a)中(E)で示すように、管壁に切削したねじにより、同一径で長さの異なる数個の管を適宜結合して $l$ の値を変えた〕、また後者〔供試管(II)〕においては、レーザ流速計による定量的測定に配慮して、旋回発生室(A)中の流れをできるだけ軸対称に保つために流入口を4個とし、かつ羽根角可変の案内羽根(8枚)を設けたことである。

次に図7.2に実験装置の概略を示す。ポンプP1によって与圧された作動流体(水を用いた)は整流タンク、流量調節弁V1、浮子式流量計F1を経て旋回発生室(A)に導かれる。垂直に設置された供試管(I)の場合には、水は供試管から内筒〔供試管(I-2)〕あるいはオリフィス(O)〔供試管(I-1)〕を通して大気中に流出する。一方、水平に設置された供試管(II)の場合には、水は内筒出口部(F)に接続した導管(F)'〔図7.1(c)に示す〕を経て水槽にもどされる。なおこの導管内に設けた細管(G)は、必要に応じて、弁によって調節された適量の空気を供試管内の旋回流に吸込ませ、これによって作られる細い気柱によって渦心を可視化するためのものである。なお供試管(I)の場合には、水は内筒出口あるいはオリフィスから直接大気中に流出するので、旋回発生室(A)への

供給流量 $Q$ がある程度以上であれば渦心部は負圧となり、外部の空気が吸込まれて渦心は自然に可視化される。次に図7.2中の(C)は逆旋回流室[図7.1(a), (b)中の(C)]で、小型のポンプP2により供試管内の流れ場と逆向きの旋回をもつ循環流を管末端部に発生させるように配管してある。この回路の循環流量 $q$ は弁V2によって調節され、また浮子式流量計F2によって測定される。図7.1(a), (b)に示したその構造から知れるように、逆旋回流室に作られる流れは、供試管内の流体の旋回に対し管末端部において抵抗を与える役割を担うものである。以下、供試管内の流れ場の測定方法について記す。まず流速の測定には、微動送り装置により管軸方向および半径方向に摺動可能な支持台[図7.2中の①]上に設置したレーザ流速計②を用い、管軸方向分速度(軸速度)および周方向分速度(旋回速度)の両者につき、対応する流速計の出力信号を信号処理器③による処理の後、電磁オシログラフあるいはX-Yレコーダに記録した。後者による場合には、差動トランス式変位計④によって検出した支持台の変位がレコーダのX軸に記録される。また振れ回り現象生起時における圧力変動を、供試管外筒壁に取付けた半導体圧力変換器⑤により測定し電磁オシログラフに記録した。

### 7.3 実験結果

以下に実験結果を記すが、記述は必ずしも第1段階、第2段階などの実験順序によらず、両者の結果を項目別にまとめて述べる。なお以下の測定結果において、供試管長 $l$ 、軸位置 $z$ 、半径位置 $r$ はともに供試管内径 $a$ で、また逆旋回流量 $q$ は供給流量 $Q$ で、それぞれ無次元化して表した。軸位置 $z$ の測定は、供試管(I-1)の場合には旋回発生室上壁面を基準とし、供試管(I-2)および(II)の場合には内筒入口端を基準とした〔図7.1(a), (b)参照〕。

#### 7.3.1 渦心の振れ回り現象

図7.3(a), (b)に供試管(I-2)を用いた場合に得られた渦心の撮影例を示す。渦心部は大気圧以下であり、内筒中心部を通して吸込まれた空気による細い気柱によって自然に可視化されている。写真は、供試管を狭いスリット(幅1mm)を通した平行光線によって管軸を含む平面で光切断し、これに垂直な方向から撮影したものである。なお撮影に当たっては、管壁の曲率によるレンズ効果を除くため、供試管を正方形断面の水槽(透明アクリル樹脂製)で覆った。さて図7.3(a)は、渦心が内筒中心から逆旋回流室上端面(底板)の中心までほぼ直線状に伸び、振れ回り現象が発生していない定常な流動状態であることを示している。図(a)の状態から逆旋回流室に供試管内の旋回流と逆方向に旋回する循環流を与え、その流量 $q$ を増していくと、供試管内の流れ場は次第に不安定になり、 $q$ のある値で突然渦心がわん曲してその末端を供試管壁に付着させ、管内の旋回流の旋回方向と同方向に振れ回る流動状態に急変する。図7.3(b)はこの状態の撮影例である。この渦心の周期的な旋回運動(渦心の振れ回り現象)は、いったん発生するとかなり安定で、発生後逆旋回流をとめても( $q=0$ としても)長時間持続する。また渦心末端が管壁に付着する点(付着点という)の軸位置は、管壁上を回転しつつ通常ゆるやかに旋回発生室側〔図7.1(a), (b)中の(A)の側〕あるいは管末端側〔同図中の(C)の側〕に向かって移動し、内筒入口あるいは管末端の近傍に達すると、流れ場は図7.3(a)の状態に急変する。図(b)の渦心の振れ回り現象は、前記したSmith, Chanaudらにより、サイクロン分離器に関連して調べられた現象と同一のものである。Smithは、振れ回り現象は管長を $l$ 、供試管内半径を $a$ とするとき、 $l/a < 8$ では決して生起せず、 $l/a > 24$ では常に生起したと述べているが、本実験においては上記の逆旋回する循環流を用いて供試管内の流れ場を制御することにより、 $l/a = 4$ 程度の短い管長まで現象を生起させた。

### 7. 3. 2 振れ回り現象の諸性質

#### (a) 振れ回り振動数

図7. 4 (a), (b)に付着点位置の無次元量 $Z_a$  ( $= z_a / a$ ,  $z_a$ は付着点の $z$ 座標)と振れ回り振動数 $f$ との関係を示す。供試管(I-1)を用いて実験を行い、管壁に取付けた圧力変換器(図7. 2中の⑤)による圧力変動の記録から振れ回り振動数 $f$ の値を求めた。図7. 4 (a)は一定管長( $l = 1020$  mm)の供試管において、旋回発生室への供給流量 $Q$ の3種の値に対して測定したものであり、また図7. 4 (b)は $Q$ を一定に保つ条件下に、管長 $l$ の3種の値に対して求めたものである。なおこれらは逆旋回する循環流(流量 $q$ )により振れ回り現象を発生させ、発生後 $q = 0$ として測定した結果である。図7. 4 (a)から、付着点位置が管端に近い( $Z_a$ の値が大きい)ほど振動数 $f$ が低下することが知れる。また図7. 4 (b)は、ひとたび振れ回り現象が発生すれば、その振動数 $f$ は管長 $l$ にほとんど関係なく、付着位置のみによって決ることを示している。次に図7. 4 (c)は、付着位置 $Z_a$ を一定に保つ条件下に供給流量 $Q$ と振れ回り振動数 $f$ との関係を、供試管(II)で3種類の内筒について求めたものである。図から、付着点 $Z_a$ を定値とする条件下では、振動数 $f$ は供給流量 $Q$ に比例すること、また内筒の径が振動数に及ぼす影響は大きくないことが知れる。なおこの実験においては、 $Z_a$ を一定に保つため逆旋回流を用いた。この逆旋回流の流量 $q$ の影響をみるため、供給流量 $Q$ を定値(40 L/min)に固定して $q$ を14~25 L/minの範囲に変化させ振動数 $f$ の値を測定したが、その値はほとんど変化せず( $f$ の変化範囲を図中縦線で示した)、逆旋回流の導入は振れ回り振動数に大きな影響を与えないことを確認した。以上の諸図の結果は、振れ回り振動数が流れ場の局所的な状況、すなわち付着点位置近傍における旋回の強さに依存することを示唆するものと考えられる。次に図7. 5は、供給流量 $Q$ 一定の条件下に、振れ回り現象を発生させるに必要な逆旋回流 $q/Q$ を、管長 $l/a$ を横軸にとって示したものである。図から、管長が長い場合ほど図7. 3 (a)に示した定常な流動状態は安定性を失って図7. 3 (b)の状態に移行し易いことがわかる。

#### (b) 渦心の曲線形状

前掲図7. 3 (b)は、渦心がほぼ平面曲線の形を保ちながら振れ回ることを示している。この渦心の曲線形状の二次元性を確認するため、供試管(II)を用いて次の測定を行った。すなわち、逆旋回流 $q$ を調節して、渦心はその付着点を圧力変換器を設置した軸位置に保ちながら振れ回るようにすれば、変換器出力は渦心が通過する瞬間に最小値を示す。一方図7. 6 (a)に示すように、レーザ流速計の測定点を、圧力変換器の設置位置から渦心の旋回方向に $90^\circ$ の角度をもつ管軸を含む平面(図中のA-A平面)上において、軸位置 $Z$  ( $= z/a$ )を一定として半径方向に移動させることにより、渦心

がA-A平面をよぎる半径位置を検出した（渦心が測定点を通過する瞬間に、流速計出力が急激に変化することを利用した）。さらにその点における旋回速度成分の時間変動の測定記録から、渦心がよぎる位相を求めた。この測定を多くの軸位置について行った結果の二例を図7.6(b)に示す。図で横軸は軸位置 $Z$ 、縦軸は圧力変換器の位置における圧力最小値の位相と渦心がA-A平面をよぎる位相との差から両検出器の設置位置に基づく位相角の差 $90^\circ$ を差し引いたものである。図は、管軸からの偏りが小さい根元部分を除き、渦心がほぼ平面曲線であることを示している【偏心率 $e/a > 0.2$ （ $e$ ：偏心率、 $a$ ：管半径）の部分では、 $-10^\circ < \zeta < -90^\circ < 0^\circ$ である】。なお上記の測定は、渦心部に空気を吸込ませず【図7.1(c)の吸気弁は閉じてある】、渦心は視認できない状態で行ったものである。次に図7.7は渦心の曲線形状の測定例であり、●はレーザ流速計による上記の測定結果をまた○は同一作動条件のもとに、少量の空気を吸込ませて得た渦心の可視化写真からの読取り結果を示す。

次に振れ回り現象生起時における管内の流れ場の測定結果につき記す。図7.8に旋回速度の時間的変動の振幅 $|\zeta|$ の軸方向変化を調べた測定例を示す。図は渦心の付着点が $Z_a = 4.5$ の場合、二種類の半径位置（ $R = r/a = 0.45$ および $0.8$ ）における $|\zeta|$ と $Z$ との関係を示したものである。図から知れるように、振れ回り現象生起時における管内の流れ場は、付着点を境にして大きく異なり、旋回速度の変動は $Z = 0$ から $Z$ の増す方向に指数的に増大するが、付着点近傍から急速に減少し、付着点からほぼ $2.4a$ 離れるとほとんどなくなる。すなわち流れ場は、内筒入口近傍から付着点までの領域では、渦心の振れ回りに対応して大きく時間的（時間経過に対しては周期的）に変動するが、付着点以後管末端に至る間の領域では、ほとんど速度変動のない旋回流れとなる。またこの領域に小気泡を入れて観察すると軸速度もほとんど認められない。なお管壁に設けた圧力変換器による圧力変動の測定結果からも同様な結論が得られた。

### 7.3.3 定常な旋回流の場

振れ回り現象生起時の流れ場との対比のため、現象が生起していない状態における定常な旋回流の場【図7.3(a)参照】を測定した。なお以下に述べる測定結果は供試管(II)に対するものである。図7.9(a)、(b)はそれぞれ各管軸位置( $Z$ 断面)における軸速度 $w$ および旋回速度 $v$ の半径方向分布( $R = r/a$ )である。図中に記入した $Q_0$ は $Z$ 断面を管端方向に向かって通過した流量である。図7.9(a)にみるように、 $w$ は管壁近傍で正值( $Z$ の増す向きを正とする)、管軸近傍で負値であり、反転流であることを示している（レーザ流速計では速度の絶対値が小さい場合の測定精度は低下する。図でその近傍は破線で示してある）。流れの反転は内筒入口( $Z = 0$ )近傍で顕著であり、管端ま



での距離  $Z = 9.5$  のうち、 $Z = 0 \sim 1.2$  の間に供給流量  $Q$  の約 60% が反転している。次に図 7.9 (b) は、回転速度  $v$  が管軸のごく近傍で強制渦形の分布をとり、他の大部分で自由渦形の分布となることを示す。これは流れの反転に伴っての管壁側から管軸方向に向かう角運動量の移動を示すものに他ならない。なお回転速度  $v$  は軸位置  $Z$  の増加とともに若干の減少を示すが顕著ではない。

#### 7.3.4 振れ回り現象の発生機構

7.3.2 項で述べたように、振れ回り生起時においては、渦心の付着点近傍で流れ場の模様が急激に変わり、付着点から管末端（底板）に至る領域ではほぼ定常な旋回流となり、管内の流れ場は、管の途中で流れの反転がほぼ完了するような形態を呈する。そこでこのような形態をもつ流れの性格を調べるため下記の実験を行った〔供試管（II）による〕。すなわち図 7.10 (a) に示すごとく、先端に小円板（樹脂製）を取付けた直径 3mm の支持棒を管内（管長  $l/a = 21.5$ ）に設置することによって、小円板の位置 [ $Z_d (= z_d/a) = 4.2$ ] から管端に至る領域における流れの反転をさまざまに、 $Z_d$  を固定して種々の軸位置  $Z$  における回転速度  $v$  の半径方向分布を測定した。結果を図 7.10 (b) 中に種々の丸印の記号で示した（三角印で示した測定結果については後述する）。図にみるように、小円板位置より内筒側 ( $Z < Z_d = 4.2$ ) では、回転速度  $v$  は管軸近傍を除いて流れの反転を伴う自由渦形（速度分布）[図 7.9 (b) 参照] を示すが、底板側 ( $Z > 4.2$ ) では管摩擦の効果を強く受ける管壁近傍を除き、ほとんど剛体回転（solid vortex）の速度分布を示し、また  $v$  の値も急減している（回転レイノルズ数  $\alpha^2/\nu$  は約 15000 程度）。なお上記の場合、渦心は内筒中心部から小円板の中心に直線状に伸びている。この状態から支持棒を速やかに底板側に引いて小円板を移動させると、直ちに振れ回り現象が生起する。このことは、管途中で流れの反転がほぼ完了する形の流れ場が不安定であることを意味するものと思われる。次に図 7.10 (b) 中の三角印は、挿入した小円板を除去し、さらに前記の実験における  $Z_d$  の位置に付着点をもって ( $Z_a = 4.2$ ) 渦心が振れ回る状態における測定結果である。図に見るように、 $Z > Z_a$  の領域では回転速度は剛体回転に近く、その値も丸印の場合と大きくは異なる。また  $Z < Z_a$  の領域では自由渦形で、回転速度の値は丸印の場合に比して若干大きい。以上の実験結果は、振れ回り現象生起時の付着点近傍における流れ場の旋回の強さは、供給流量  $Q$  を一定とすれば、付着点  $Z_a$  と同じ軸位置に小円板を挿入して求めた小円板直後（わずかに管端寄りの位置）の旋回の強さから推定できることを示している。さらに小円板直後の旋回流の場はほぼ剛体回転であることから、旋回の強さは等価な剛体回転の角速度  $\Omega_e$  で代表させて大過ないものと考えられる。この  $\Omega_e$  の値は、回転速度  $v$  の測定結果から求めた管断面における角運動量と等しい角運動量をもつ剛体回転の角速度によって評価し得る。図 7.11 に小円板の設置軸位置  $Z_d$  を種々に変え、対応する

$\Omega_e$  の値を求めた結果（丸印）を示す．また図には，種々の付着点位置  $Z_a$  に対する振れ回りの角振動数  $2\pi f$  の測定結果（三角印）も同時に記入した．さて 7.3.2 項でみた実験事実，すなわち供給流量  $Q$  を一定とする条件下では，振れ回り振動数  $f$  は付着点近傍の旋回の強さに依存するという事実と合わせ考えると，上記の角速度  $\Omega_e$  と振動数  $f$  との間に関連が存在することが予想される．図 7.11 から  $2\pi f$ （振れ回りの角振動数）と  $\Omega_e$  との比を求めると，対応する（ $Z_a = Z_d$ ）全ての測定点において， $2\pi f / \Omega_e = 2.3 \pm 0.1$  となり，ほぼ定値を示す．この結果は， $f$  が流れの反転がほとんど完了し，速度分布が剛体回転のそれに近づく付着点近傍領域の流れ場の旋回角速度で代表される「流れ場の局所的な旋回の強さ」にほぼ比例することを示すものといえる．以上本節では，渦心の振れ回り現象の基本的な諸性格を実験的に検討した．

## 7. 4 振れ回り現象の理論モデル

渦心の振れ回り現象は、三次元かつ非定常の複雑な流動現象であり、これに精細な説明を与えることは困難である。ここでは第2章で述べた波動形攪乱の特殊な場合として解析を行い、振れ回り現象に定性的説明を与える理論モデルを構成する。第2章の解析と同様に次の仮定をおく。

(i) 流体は非圧縮、非粘性とする。

(ii) 現象が生起する以前の定常流(主流)は剛体回転の旋回速度分布をもち、また軸速度は0とする。

(iii) 主流に生起する速度変動の大きさは、主流の旋回速度に比して1位の微小量とする。

上記諸仮定において、(i)中の非粘性の仮定は、振れ回り現象が基本的には旋回流の場における流体の慣性に基づく諸力(遠心力、コリオリ力)に関連すると考えられることによる。次に仮定(ii)の導入は、実際の主流は流れの反転を伴う複雑な旋回流であるが、各管断面についてみれば軸方向の流量は0であること、および解析の便宜を考慮したことによる。また仮定(iii)については、振れ回り生起時の速度変動は必ずしも微小ではないが、流れ場の定性的なパターンの説明を目標とする近似モデル構成の立場からこれを設けた。さて上記諸仮定のもとに、流れ場を主流と攪乱との和で次のように表す。

$$\left. \begin{aligned} u &= \tilde{u}, & v &= \Omega r + \tilde{v}, & w &= \tilde{w} \\ p &= p_0 + \rho \Omega^2 r^2 / 2 + \tilde{p} \end{aligned} \right\} \quad (7.1)$$

ここで、 $\Omega$ は剛体回転の角速度である。攪乱成分 $\tilde{u}$ 、 $\tilde{v}$ 、 $\tilde{w}$ 、 $\tilde{p}$ は線形方程式(2.9)に支配される。次に攪乱の複素解( $\hat{\cdot}$ を付して表す)を次の形におく。

$$\left. \begin{aligned} \hat{u} &= [U(r), V(r), W(r)] \exp \{i(n t - \theta) - \varepsilon z\} \\ \hat{p} / \rho &= P(r) \exp \{i(n t - \theta) - \varepsilon z\} \end{aligned} \right\} \quad (7.2)$$

上式は、波動形攪乱の表式(2.11)を渦心の振れ回り現象の特性を考慮して特殊化したものである。すなわち、式(2.11)において $\theta$ 方向の対称性を規定する周方向波数 $s$ を1とし、攪乱の軸方向変化を規定する軸方向複素波数 $m$ を純虚数

$$m = -i\varepsilon \quad (\varepsilon \leq 0) \quad (7.3)$$

とした。対数減衰率  $\varepsilon$  を負とした今の場合，攪乱は  $z$  方向に指数関数的に増幅する形となる [  $(-\varepsilon)$  を以後「増幅率」とよぶ，式 (5. 12) 参照] . なお式 (7. 2) において  $U(r), V(r), W(r), P(r)$  は固有関数で  $r$  の複素数値関数， $n$  は変動角速度で一般には複素数である。さて，前記した方程式群は解析的に解けて，複素解が式 (2. 14) で与えられる。さらにその実部をとることにより攪乱の実数解が得られる。

以下では代表寸法を管半径  $a$ ，代表速度を主流の旋回速度 ( $a \Omega$ ) にとって諸量を無次元化する。主な無次元量は次のようである。

$$\left. \begin{aligned} R &= r/a, & Z &= z/a, & \varepsilon' &= a \varepsilon, \\ u' &= u/(a \Omega), & p' &= p/(\rho a^2 \Omega^2), \\ T &= \Omega t, & N &= n/\Omega \end{aligned} \right\} \quad (7.4)$$

また攪乱の実数解は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \tilde{u}' &= C \frac{\varepsilon'}{\bar{\sigma}'} [I_0(\bar{\sigma}' R) - (1 + \frac{2}{N-1}) \frac{1}{\bar{\sigma}' R} I_1(\bar{\sigma}' R)] e^{-\varepsilon' z} \sin(NT - \theta + \phi) \\ \tilde{v}' &= C \frac{\varepsilon'}{\bar{\sigma}'} [\frac{2}{N-1} I_0(\bar{\sigma}' R) - (1 + \frac{2}{N-1}) \frac{1}{\bar{\sigma}' R} I_1(\bar{\sigma}' R)] e^{-\varepsilon' z} \cos(NT - \theta + \phi) \\ \tilde{w}' &= C I_1(\bar{\sigma}' R) e^{-\varepsilon' z} \sin(NT - \theta + \phi) \\ \tilde{p}' &= C \frac{N-1}{\varepsilon'} I_1(\bar{\sigma}' R) e^{-\varepsilon' z} \cos(NT - \theta + \phi) \end{aligned} \right\} \quad (7.5)$$

ここに， $C, \phi$  はそれぞれ振幅と位相を表す任意定数 (無次元)， $I_0, I_1$  はそれぞれ 0 次，1 次の第 1 種変形ベッセル関数である。また固有値  $\bar{\sigma}'$  (無次元) は

$$\bar{\sigma}'^2 = \varepsilon'^2 [4/(N-1)^2 - 1] \quad (7.6)$$

で定義される量で [第 2 章の  $\sigma$  を用いて表せば， $\bar{\sigma}' = i \sigma a$  となる。式 (2. 15) 参照]，その値は管壁 ( $R=1$ ) における境界条件 ( $\tilde{u}'=0$ ) に，式 (7. 6) を考慮して導かれる次の固有方程式の根として定まる。

$$I_0(\bar{\sigma}') / I_1(\bar{\sigma}') = (1/\bar{\sigma}') \{1 + \sqrt{1 + (\bar{\sigma}'/\varepsilon')^2}\} \quad (7.7)$$

変動角速度，あるいは振れ回り角速度 $N$ （無次元）は，式（7.6）より次の形に表される．

$$N = 1 + 2 / \sqrt{1 + (\bar{\sigma}' / \varepsilon')^2} \quad (7.8)$$

図7.12に増幅率 $(-\varepsilon)$ を横軸にとって，固有値 $\bar{\sigma}'^2$  および変動角速度 $N$ の値を示す．図から知れるように， $1 < -\varepsilon < 1.41$  の範囲において $\bar{\sigma}'$ の実数値が存在し $(\bar{\sigma}'^2 > 0)$ ，対応する $N$ の範囲は次式で表される．

$$1 < N < 3 \quad (\text{有次元では } \Omega < n < 3\Omega) \quad (7.9)$$

なお， $N=3$  ( $n=3\Omega$ ) では  $\bar{\sigma}'=0$ となる．

次に式（7.5）を用いて，管軸に垂直な管断面（ $Z$ 断面）における圧力最低点を連ねる曲線の形状（すなわち渦心の形状）を検討する．攪乱が存在する場合（振れ回り生起時）の圧力は式（7.1）を参照して次の形に書ける．

$$p' = R_0' + R^2/2 + C\{(N-1)/\varepsilon'\} I_1(\bar{\sigma}'R) e^{-\varepsilon z} \cos(NT - \theta + \phi) \quad (7.10)$$

$Z$ 断面において圧力が極値をとる点の満たすべき条件  $(\partial p' / \partial \theta) = 0$ ， $(\partial p' / \partial R) = 0$  より次の2式を得る．

$$\partial p' / \partial \theta = -C\{(N-1)/\varepsilon'\} I_1(\bar{\sigma}'R) e^{-\varepsilon z} \sin(NT - \theta + \phi) \quad (7.11.a)$$

$$\begin{aligned} \partial p' / \partial R = R + C\bar{\sigma}'\{(N-1)/\varepsilon'\} \{I_0(\bar{\sigma}'R) - I_1(\bar{\sigma}'R) / (\bar{\sigma}'R)\} \\ \times e^{-\varepsilon z} \cos(NT - \theta + \phi) \end{aligned} \quad (7.11.b)$$

式（7.11.a）は，圧力の極値は管断面の軸位置 $Z$ および断面上における半径位置 $R$ のいかんにかかわらず，常に  $\theta = NT + \phi$  なる，角速度 $N$ （有次元では  $n = N\Omega$ ）で回転する $\theta$ 平面上に存在することを示す．これは圧力最低点を連ねる曲線（最低圧力曲線とよぶ）が平面曲線であることを意味するものに他ならない．またこの平面曲線  $F(Z, R) = 0$  の形状は，式（7.11.b）によって求められる〔曲線の形状決定にあたっては，極値が極小値であるための条件  $(\partial^2 p' / \partial \theta^2) > 0$ ， $(\partial^2 p' / \partial R^2) > 0$ をも考慮する〕．なお最低圧力曲線の振れ回り振動数を $f$  Hzとすれば，変動角速度 $N$ は次のようになる．

$$N = n / \Omega = 2\pi f / \Omega \quad (7.12)$$

図7.13に、式(7.11)により算出した最低圧力曲線の計算例を示す。計算に用いた諸量の値を図下に記した。最低圧力曲線は軸方向に徐々に偏心し、次第に偏心量を増して管壁に達する。図7.13は一計算例であるが、異なる $\varepsilon$ の値に対しても、変動角速度が式(7.9)の範囲で変化することを除けば、曲線の形状は定性的にほとんど変わらない。次に図7.14に、式(7.1)および(7.5)から求めた流線の計算結果を示す。図は管軸に垂直な断面における固定した時点における流線の形状を示しており、時間経過とともにこの図形は管軸のまわりに角速度 $N$ で回転する。図にみるように流線は渦状を呈しており、また $Z$ の増加とともに偏心量が増していくことを示している。

さて上記の解析の帰結を、7.3節で述べた実験結果と対比すると、まず式(7.12)は7.3.4項で述べた結果、すなわち渦心の振れ回り振動数 $f$ が付着点近傍の等価的な剛体回転の角速度 $\Omega_e$ に比例する

$$2\pi f / \Omega_e = 2.3 \pm 0.1 \quad (7.13)$$

という結果に定性的説明を与えるものといえる。すなわち式(7.12)では比例定数 $N$ が $1 < N < 3$ の範囲に制限されており[式(7.9)参照]、実験値の $2.3 \pm 0.1$ と数値的にも近い値を示している。またさきに述べた最低圧力曲線の性格も、測定された渦心の形状[図7.3(b)、図7.7]や挙動と定性的によい一致を示す。これらの結果は、本節で述べた理論モデルによっても、渦心の振れ回り現象の基本的な性格が定性的によく説明されることを示している。

## 7.5 結 言

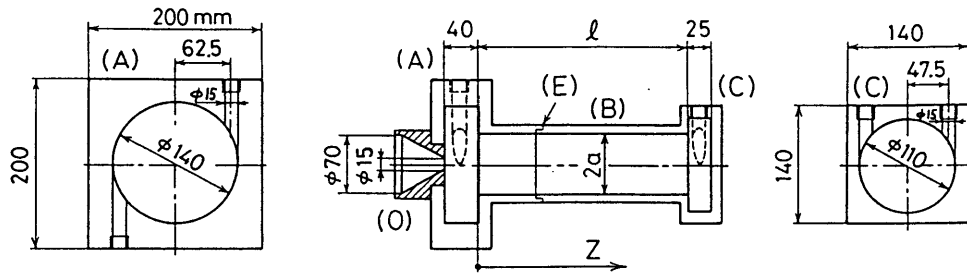
本章では旋回流の振動現象の一例として、反転する流れを伴う管内旋回流中に生起する渦心の振れ回り現象を取りあげ、現象の理論モデルを第2章で述べた波動形攪乱の理論モデルの特殊な場合として構成した。振れ回り現象の実験的および理論的検討により、本論文の主題である渦流崩壊現象の理論モデル構成に用いた解析手法の妥当性を確認し、また同時に従来解明されていなかった振れ回り現象の諸性質を明らかにした。本章の結果は以下のように要約できる。

- (1) 非粘性、線形近似に基づく解析が本論文の主題である渦流崩壊現象を含め、一般に旋回流中の振動および波動現象の解析に際して有効な手法であることを確認した。
- (2) レーザ流速計による速度場の計測と圧力変動の記録より、渦心の曲線形状の2次元性の確認、振れ回り現象に伴う変動速度場の測定などを行った。また振れ回り振動数と流れ場の諸元との関連について検討した結果、振れ回り振動数が渦心の付着点近傍の局所的な旋回の強さに依存することが明らかとなった。

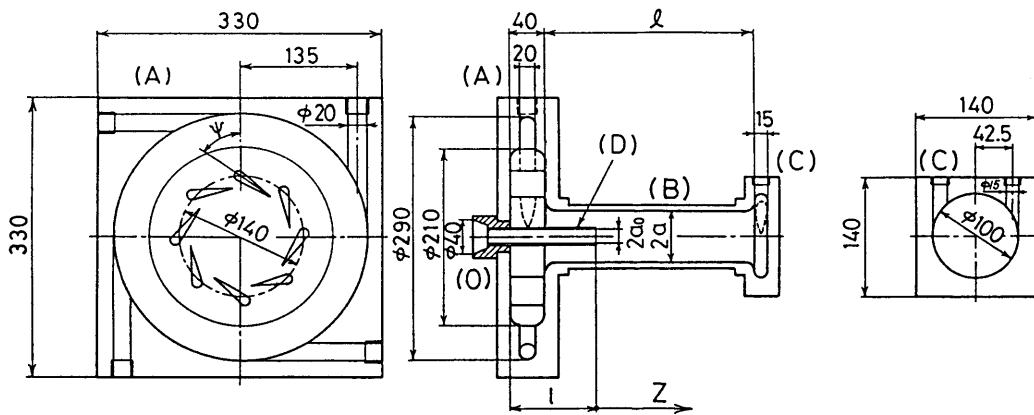
表 7. 1 供試管の諸元

	供試管 (I)		供試管 (II)				
	(I-1)	(I-2)					
旋回発生室の形状	図7.1(a)		図7.1(b)				
供試管内半径 $a$ mm	35		30				
管長 $l$ mm	100~1200		345, 645				
内筒 (No.)	無	1	2	3	4	5	
内半径 $a_0$ mm	(オリフィス	8	3	8	10	10	
管長 $l_0$ mm	$\phi 15$ より流出)	85	100	100	100	150	





(a) 供試管 (I)



(b) 供試管 (II)

図7. 1 供試管の形状・諸元

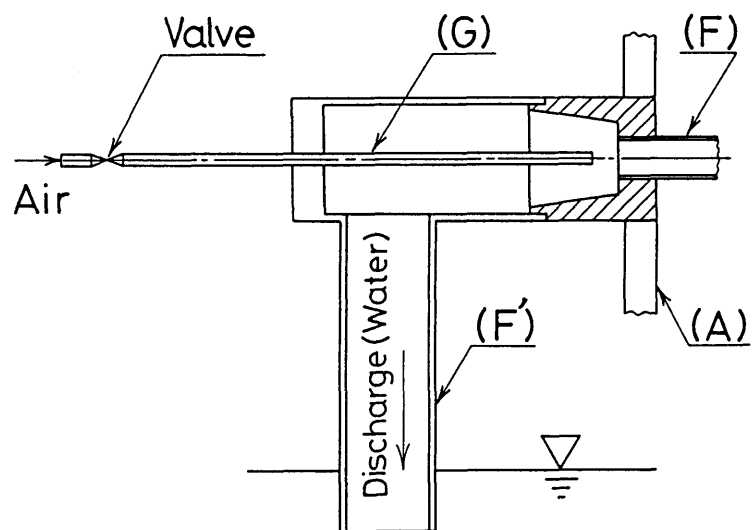
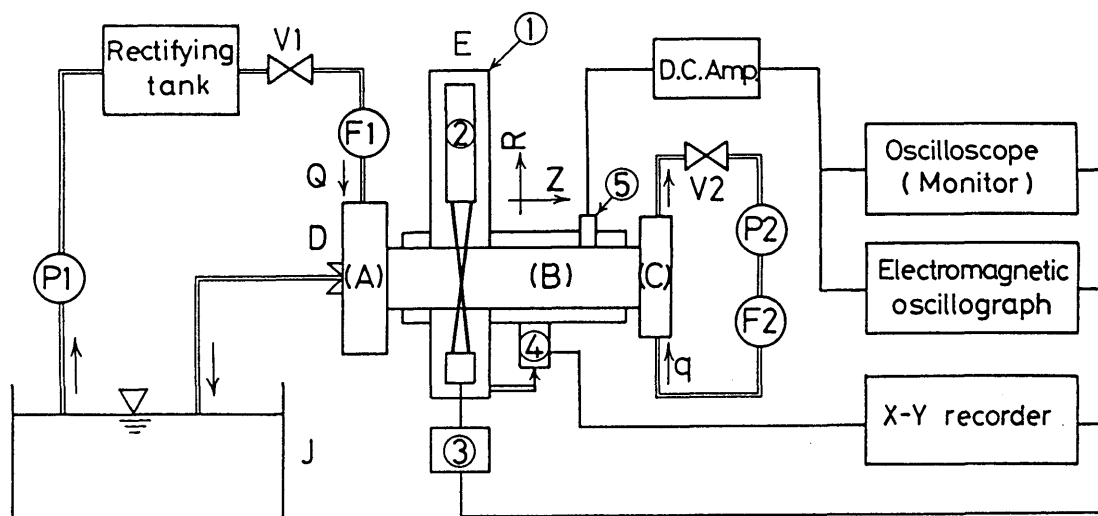
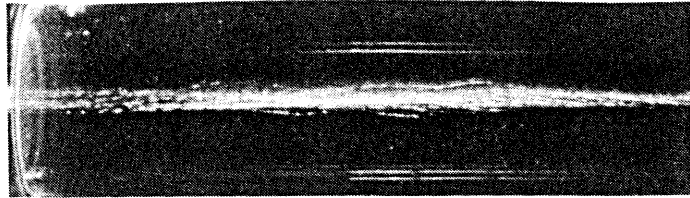


図 7. 1 ( c ) 導管の形状



- ① : レーザ流速計支持台      ② : レーザ流速計      ③ : 信号処理器  
 ④ : 変位計      ⑤ : 圧力変換器      ①, ② : 流量調節弁  
 ①, ② : ポンプ      ①, ② : 浮子式流量計

図 7. 2 実験装置の概略図



(a) 定常な旋回流における渦心



(b) 振れ回り現象生起時における渦心

図7.3 気柱による渦心の可視化写真

(供試管 (I-2),  $l = 550\text{mm}$ ,  $Q = 40\text{L/min}$ )

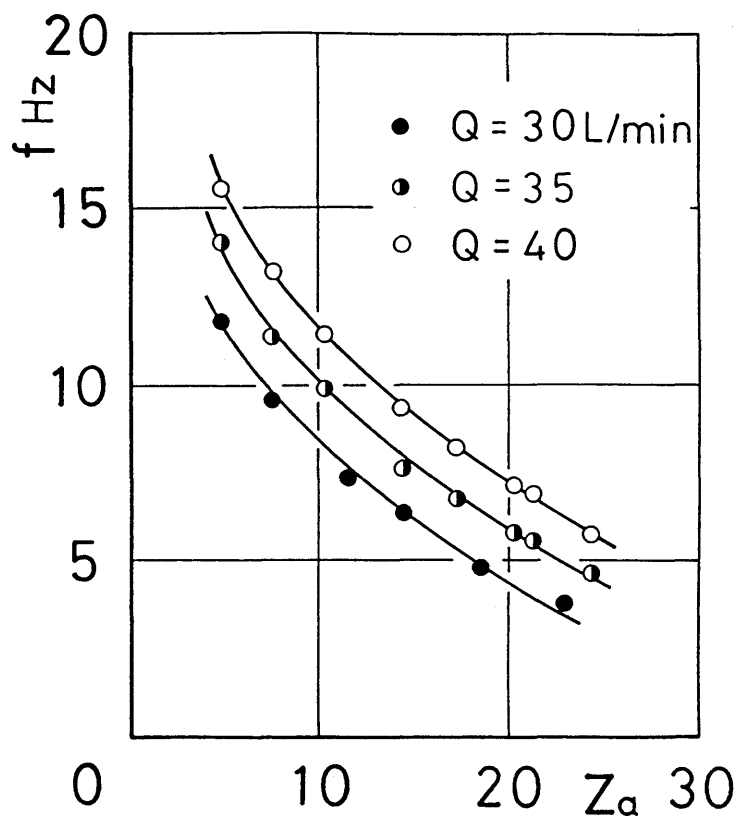


図7.4(a) 振れ回り振動数と付着位置の関係

(供試管 (I-1),  $l = 1020\text{mm}$ ,  $l/\alpha = 29$ )

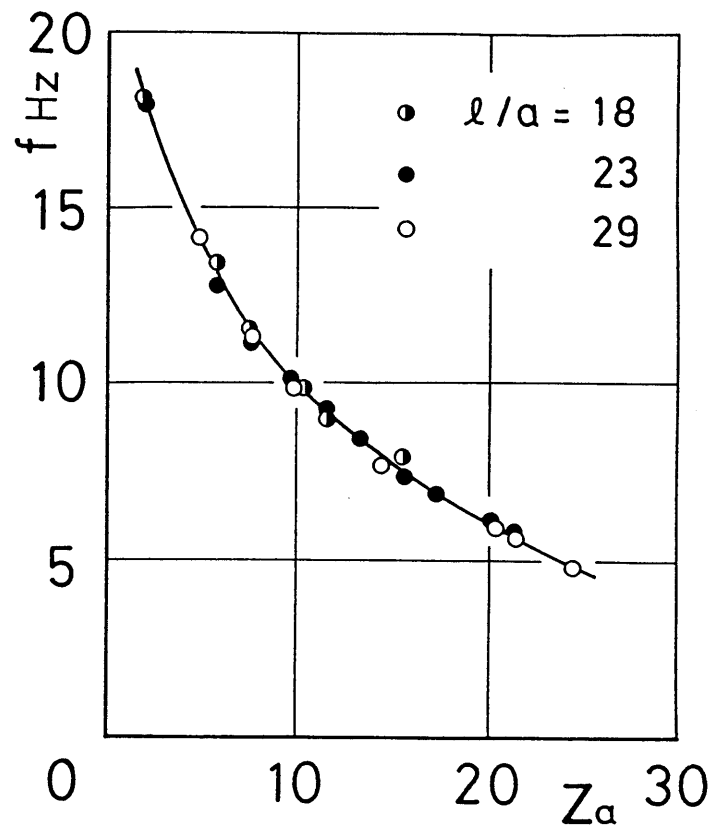


図7.4(b) 管長の振れ回り振動数に及ぼす影響  
 (供試管(I-1),  $Q = 35L/min$ )

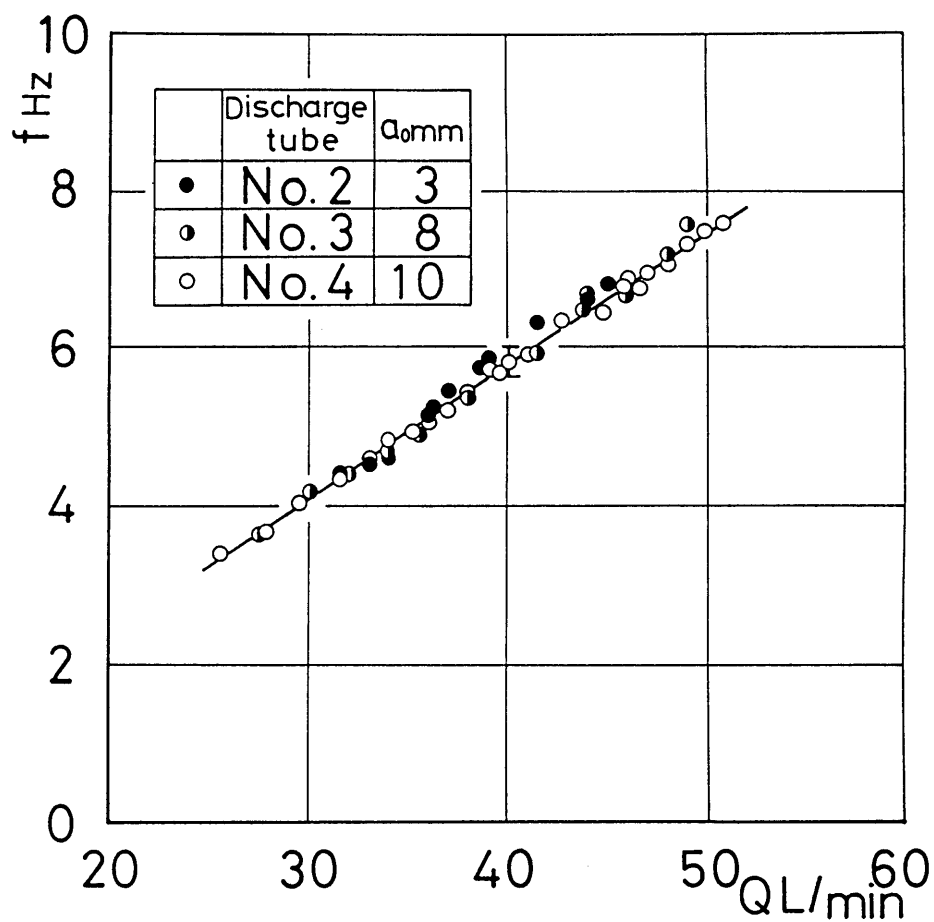


図7. 4 (c) 供給流量の振れ回り振動数に及ぼす影響

(供試管(Ⅱ),  $\psi = 55^\circ$ ,  $l = 345\text{mm}$ ,

$l/a = 11.5$ ,  $z_a = 135\text{mm}$ ,  $z_a/a = 4.5$ )

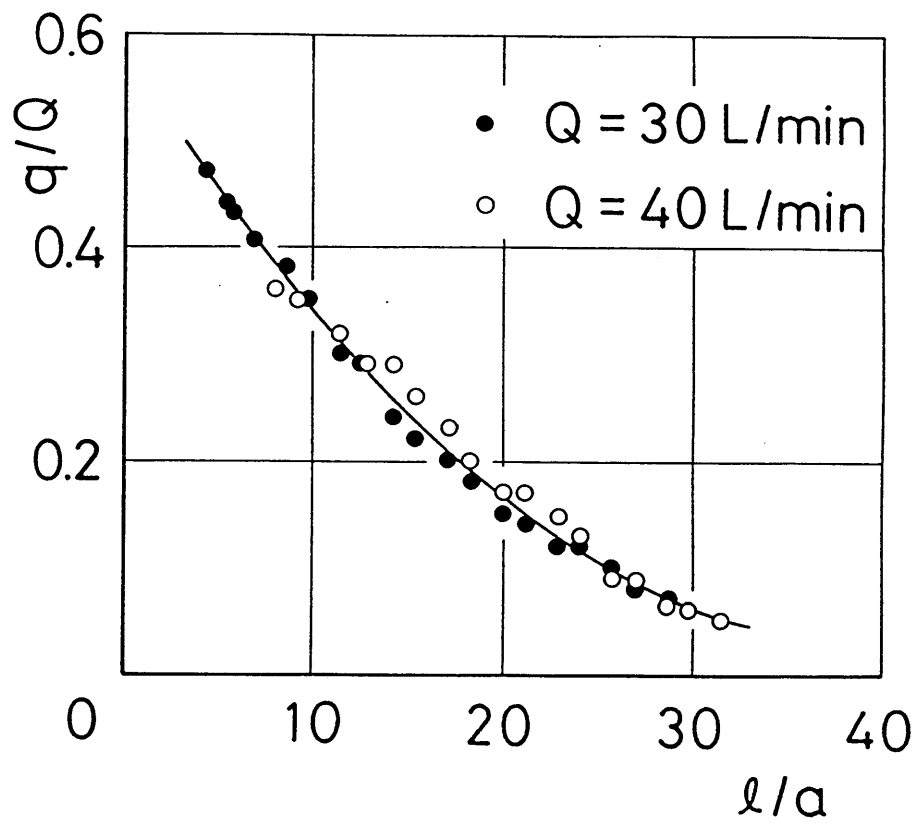
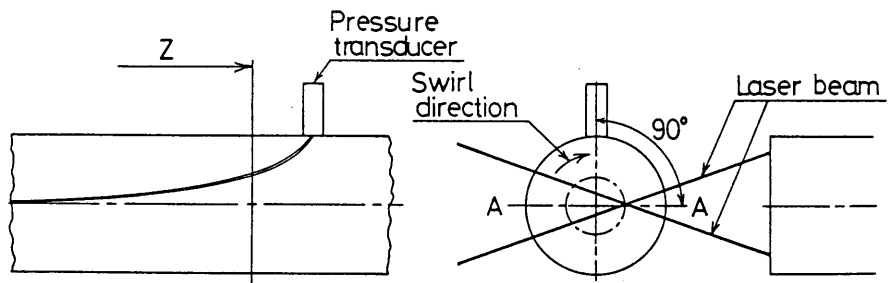
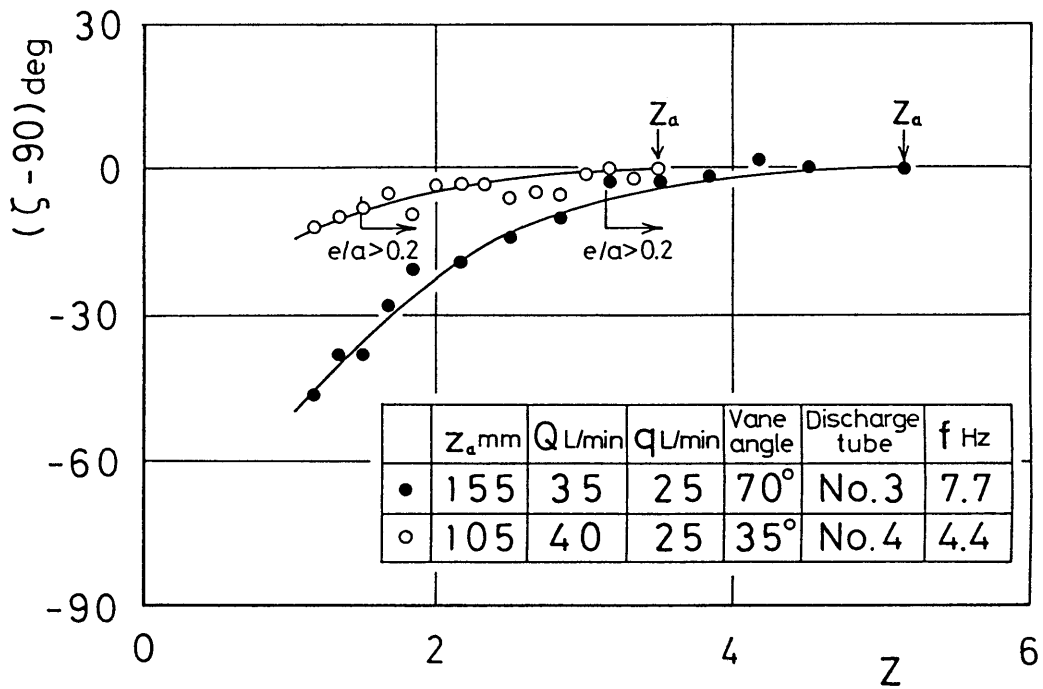


図7.5 定常な旋回流の安定性における管長の効果（供試管（I-1））





(a) 測定法



(b) 測定結果

図7.6 渦心の曲線形状の二次元性

(供試管(II),  $l = 345\text{mm}$ ,  $l/a = 11.5$ )

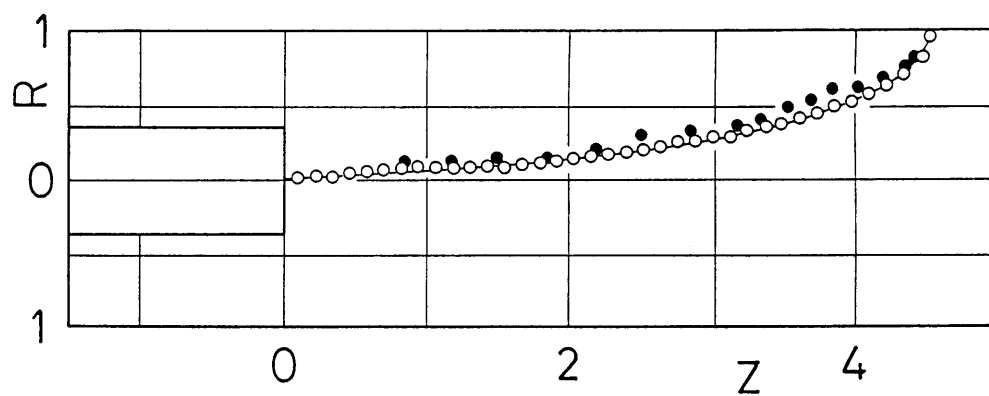


図 7. 7 渦心の曲線形状

(供試管 (II) , 内筒 No.4,  $\psi = 55^\circ$  ,  $l / a = 11.5$   
 $Q = 39\text{L/min}$  ,  $q = 22\text{L/min}$  ,  $q / Q = 0.56$ )

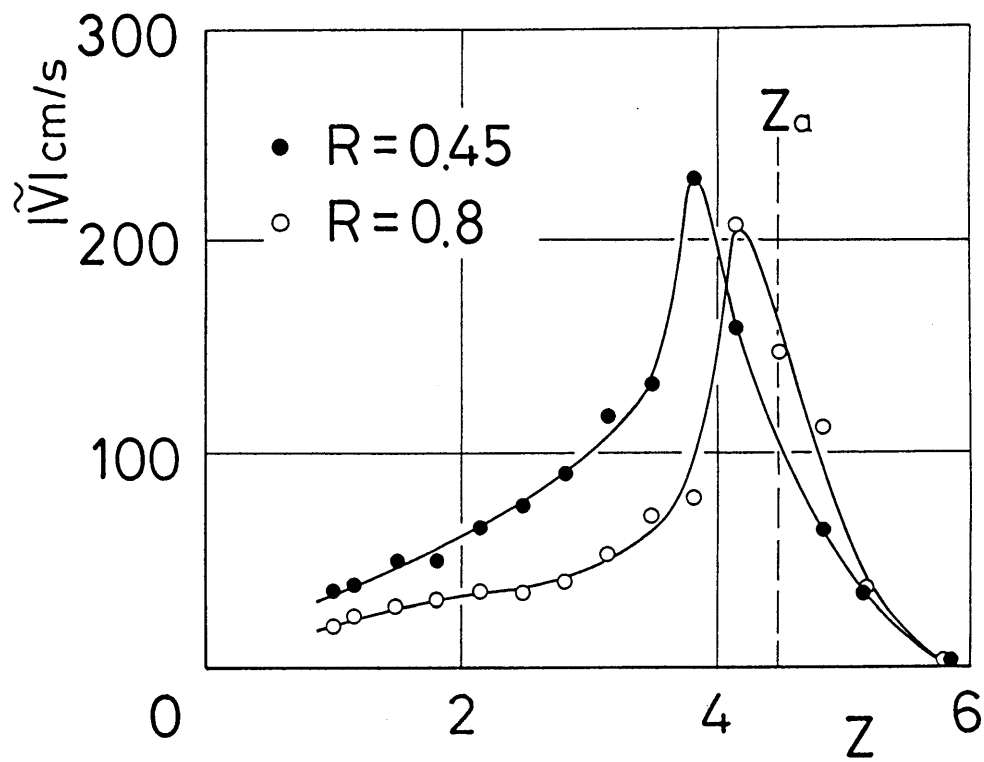
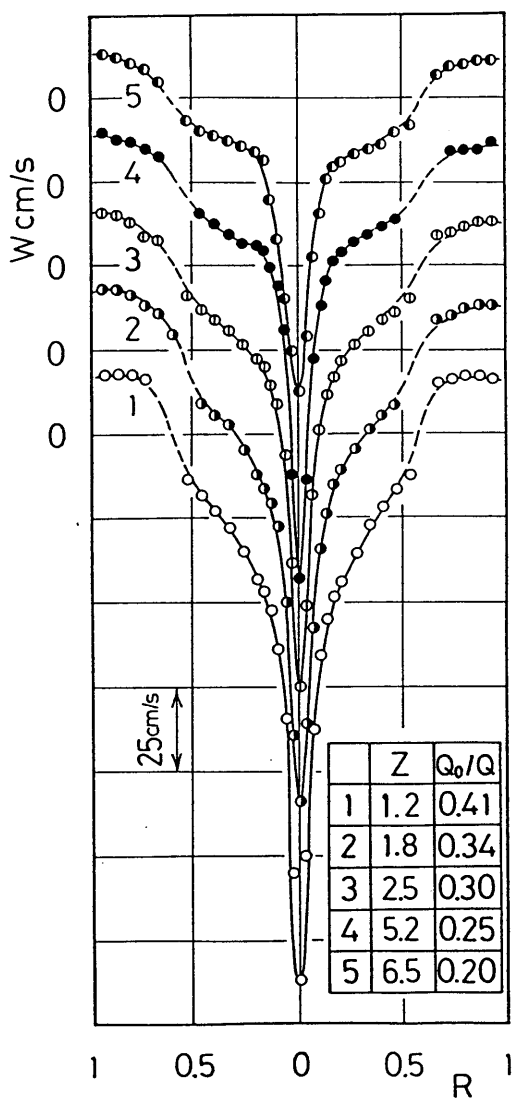
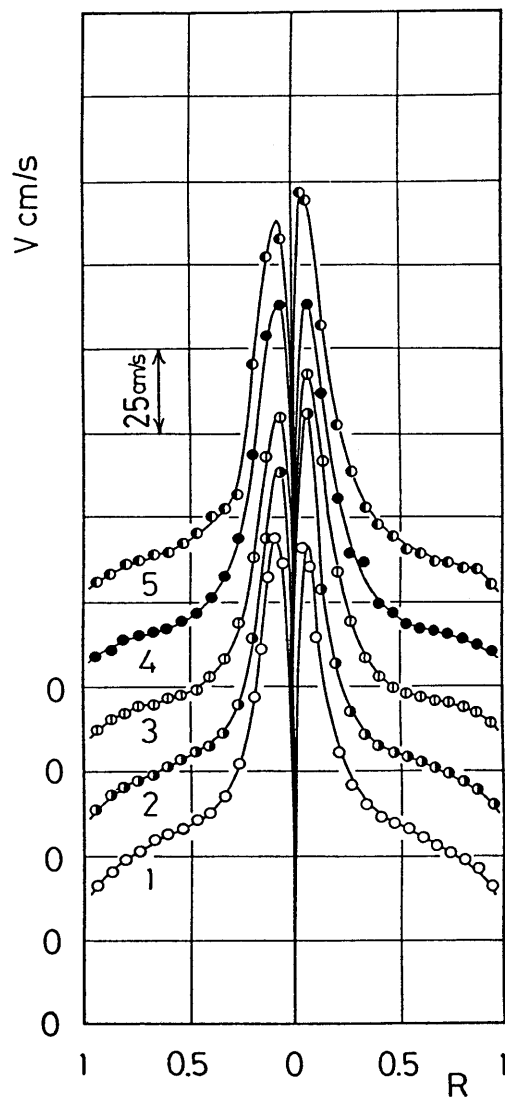


図7.8 旋回速度の変動振幅

(供試管(Ⅱ), 内筒 No.4,  $\psi = 55^\circ$ ,  $l/a = 11.5$   
 $Q = 39\text{L/min}$ ,  $q = 20\text{L/min}$ ,  $q/Q = 0.51$ ,  
 $z_a = 135\text{mm}$ ,  $z_a/a = 4.5$ )



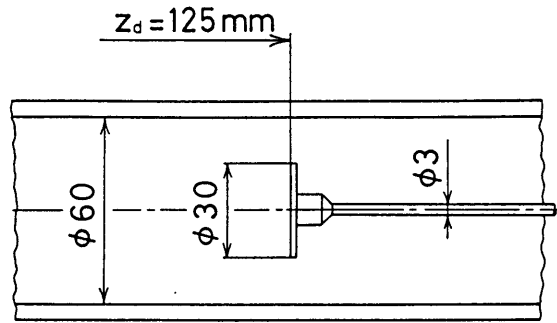
(a) 軸速度分布



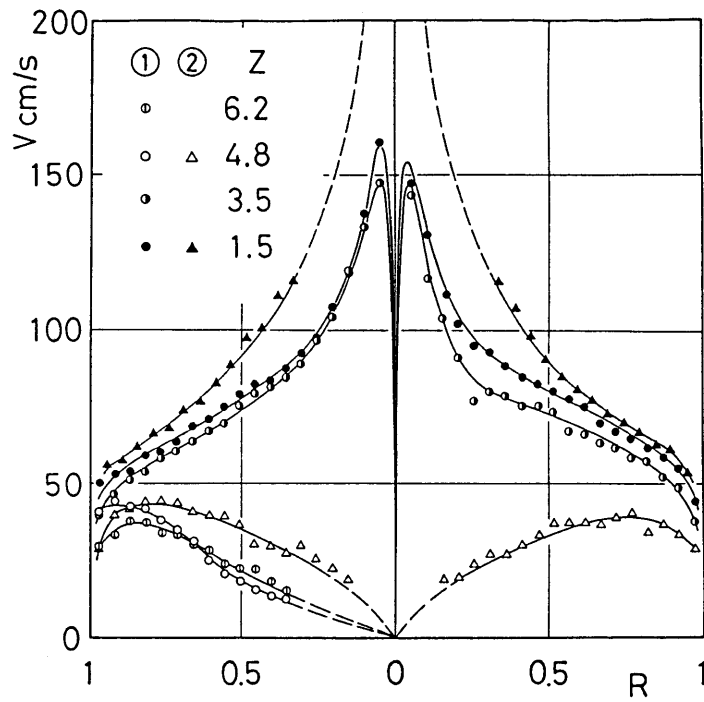
(b) 旋回速度分布

図7.9 定常な旋回流の速度分布

(供試管(II), 内筒 No.3,  $\psi = 40^\circ$ ,  $l/a = 11.5$   
 $Q = 44\text{L/min}$ ,  $q = 0$ )



(a) 小円板の挿入状況



	$l/a$	$q/Q$	
①	21.5	0	with disk
②	11.5	0.4	precession

(b) 旋回速度分布

図7. 10 旋回速度分布におよぼす小円板の効果

(供試管 (II), 内筒 No.5,  $\psi = 55^\circ$ ,  $Q = 40\text{L/min}$ )

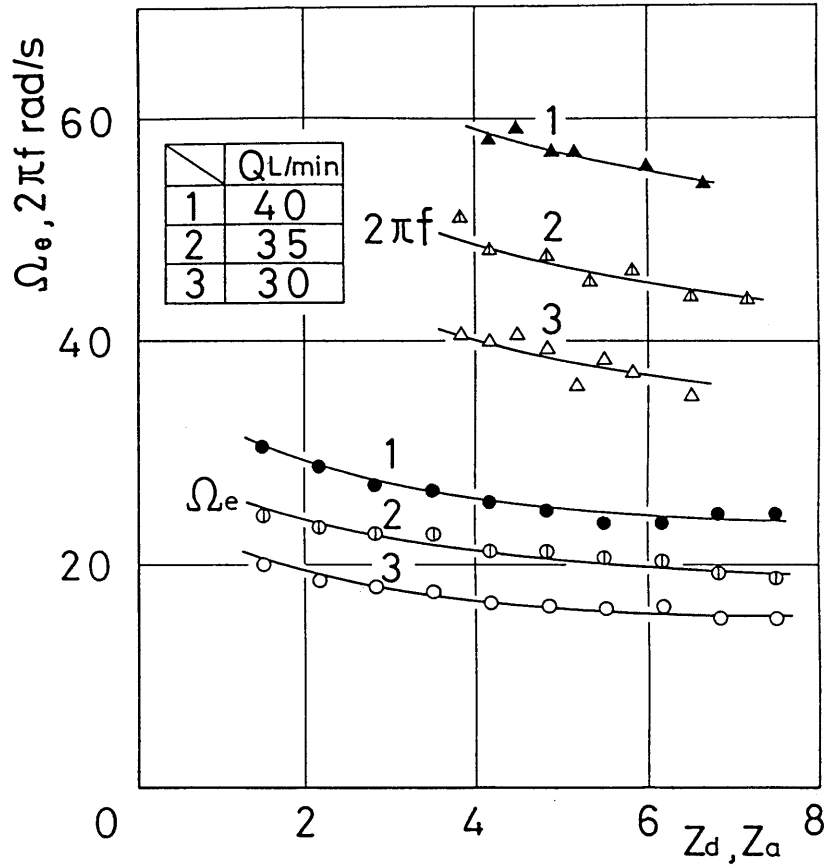


図7. 11 小円板の位置  $Z_d$  と角速度  $\Omega_e$  および  
 附着位置  $Z_a$  と振れ回り角振動数  $2\pi f$  との関係  
 (供試管 (II), 内筒 No.5,  $\psi = 70^\circ$ ,  $l/a = 21.5$ )

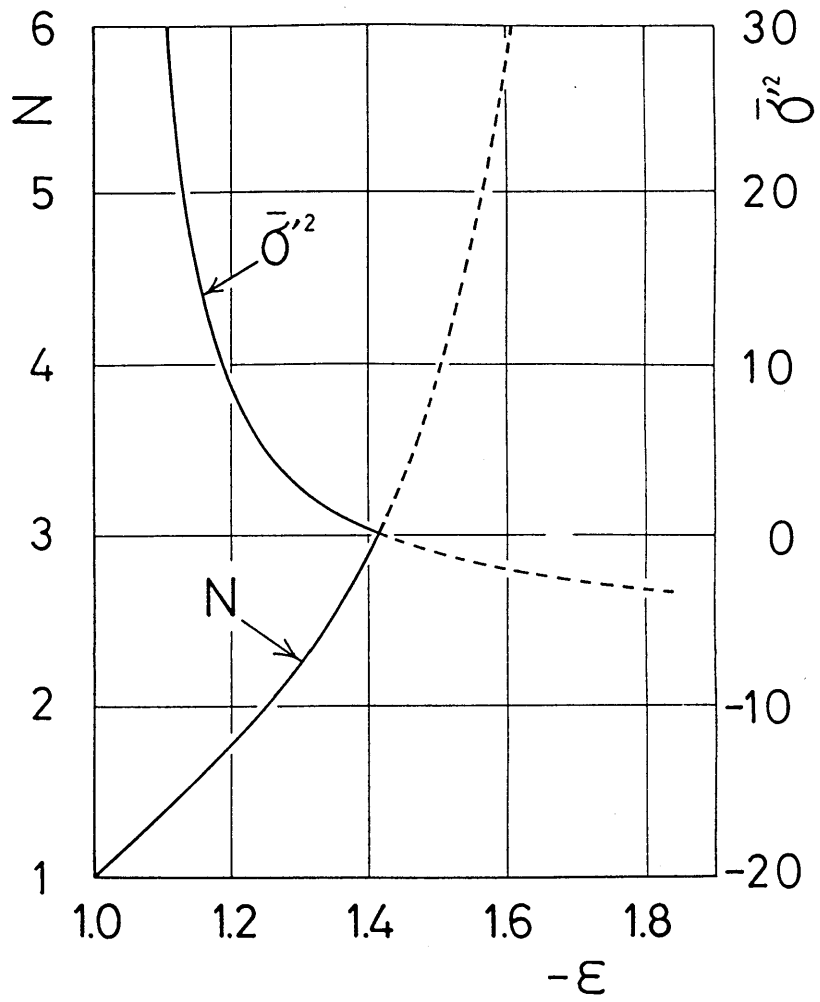


図7. 12  $-\epsilon'$ と $\bar{\sigma}'^2$  および $-\epsilon'$ と $N$ との関係

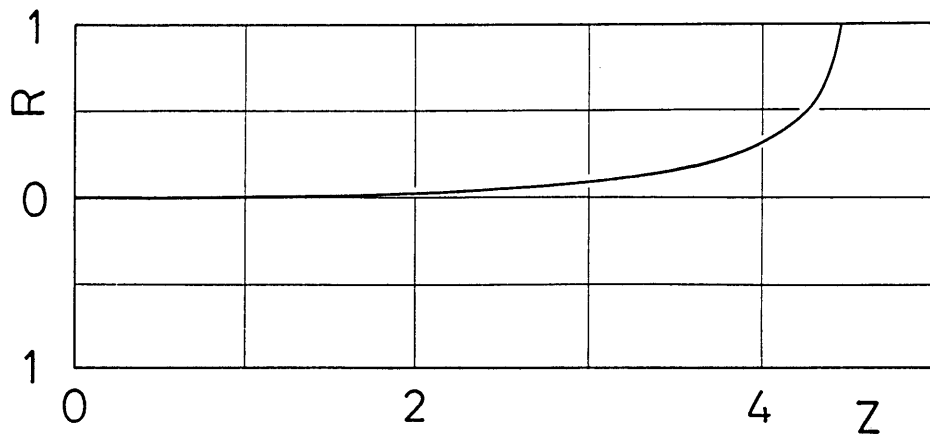


図7. 13 最低圧力曲線（渦心）の形状

( $\varepsilon' = -1.31$ ,  $N = 2.3$ ,  $\bar{\sigma}' = 1.55$ ,  $C = 2.0 \times 10^{-3}$ )

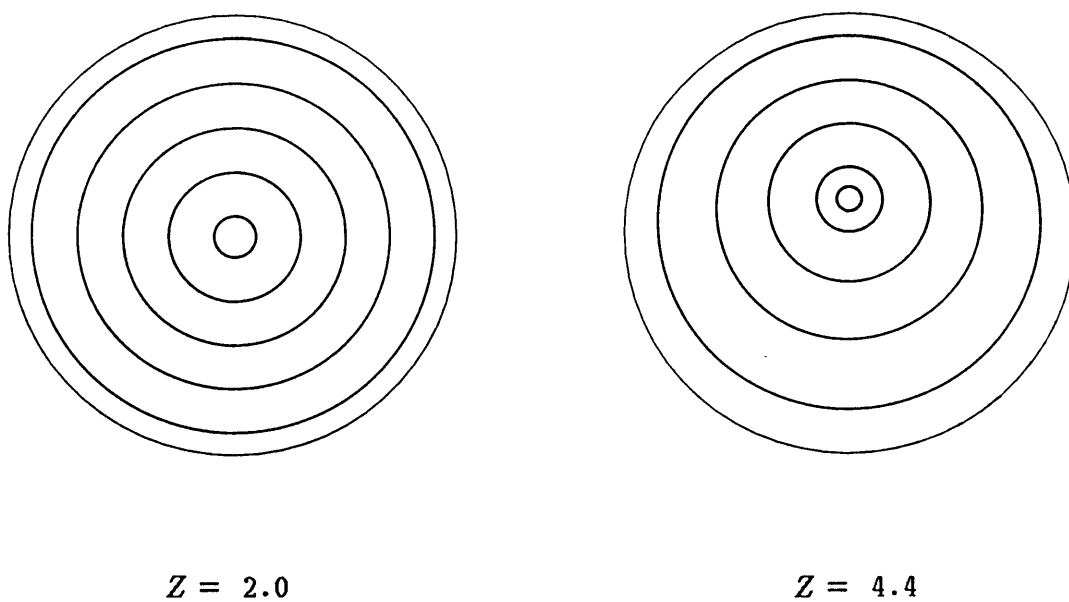


図7. 14 管軸に垂直な断面における流線の形状



## 第 8 章 結 論

旋回流に関連する特異な流動現象の一つに渦流崩壊現象 (vortex breakdown phenomena) がある。この現象は流体力学的に興味深く、また工学的にも重要な問題であり、従来理論および実験の両面から多くの研究がなされて来た。しかし崩壊形態の多様性あるいは非定常、非軸対称な崩壊をも含む現象の複雑さなどのため、現象の統一的な理解までには至っていない。本研究では、旋回流中に生起可能な内部波動（慣性波）に基づく崩壊現象の線形理論モデルを提案して、現象の合理的説明を試みるとともに、実験による上記モデルの検証をおこない現象の解明に資することを意図した。なお本研究では渦流崩壊現象を線形近似の立場で議論することの妥当性と、その限界に関する知見を得るために、崩壊現象の検討に先立って、慣性波の諸性格を比較的純粋な形で吟味することができると考えられる回転する円筒容器内の慣性振動を対象として予備的な検討を行い、上記妥当性についての知見を得た。次にその上に立って本研究の主題である渦流崩壊現象につき、多様な崩壊形態に対する統一的な説明、軸対称形崩壊の機構、同崩壊における管路形状の効果などについて理論的、実験的に検討した。また最後に、渦流崩壊現象とは外見上全く相異なるが、やはり慣性波と関連する現象と考えられるサイクロン状流路内の渦心の振れ回り現象を対象に、上記線形近似モデルと同様な立場に立つ理論モデルを構成し、実験との対比により線形近似モデルによる解析手法の有効性の確認を試みるとともに、振れ回り現象に関する知見を求めた。

以下に本研究において明らかとなった点について総括し、結論とする。

第 1 章では、本研究の意義および渦流崩壊現象に関する過去の研究の概要を述べた。

第 2 章では、円管内旋回流中に生起する微小攪乱の支配方程式について述べ、非粘性、線形近似のもとで剛体回転、一様軸速度の基本的な主流場に生起する慣性波（波動形攪乱）の表式を導いた。

第 3 章では、理論モデルの妥当性を検証するために、回転する円筒容器内の慣性振動に関する実験を行い、次のような結論を得た。

- (1) 周方向の高次モードまで含めて、慣性振動の特徴的な流動形態は非粘性、線形近似理論モデルにより定性的に説明できる。
- (2) 慣性振動の固有角振動数は上記理論モデルにより良い精度で予測可能である。

理論モデルの実際の流れ場への適用の妥当性を回転容器内の慣性振動の場合について確認した上で、第 4 章から第 6 章において、本論文の主題である渦流崩壊現象に関する検討を行った。

まず第4章では、慣性波の理論モデルに基づく諸崩壊形態の説明および実験結果との比較を行った。結論を要約すると、

- (1) 管内旋回流中に観測される多様な崩壊形態は、全て周方向モードを異にする波動形攪乱（慣性波）により説明できる。
- (2) 崩壊の定常、非定常の差異は、攪乱の位相速度の有無に対応する。
- (3) 理論モデルは剛体回転、一様軸速度の主流を前提にしているが、実測された速度分布を用いた解析でも定性的に類似の流動パターンが得られる。

第5章では、軸対称形崩壊の機構の解明を目的として、回転円管内の旋回流に関する実験および理論モデルとの比較、検討を行った。結論を要約すれば、

- (1) 軸対称かつ定常な場合について、流体の粘性の効果を近似的に評価し得る形に理論モデルを拡張し、任意の上流端境界条件に対応する定常な流れ場の表式を得た。
- (2) 回転円管内の旋回流中には、上流端速度境界条件に応じた波動形攪乱が生起する。またその性格は上記理論モデルで良好に予測できる。
- (3) 円管内旋回流中に生起する軸対称形渦流崩壊は、定常な軸対称形攪乱の発生に伴い軸心部に逆流部を生じた流動状態として説明できる。

第6章では、管路断面積の変化が軸対称形崩壊の発生に与える影響について検討した。その結果を要約すると、

- (1) 管路にわずかなテーパが存在することによって崩壊の発生は大きな影響を受けるが、その際、波動形攪乱自身の特性（波長、減衰率など）に目立った変化はなく、攪乱の振幅も崩壊の発生し易い拡がり管の場合に増加することはない。しかし、拡がり管の場合には攪乱成分を除いた平均的な軸速度成分が管軸近傍で減速するため、攪乱の振幅自身は小さいにもかかわらず、相対的に逆流部が生じやすくなるとの実験結果を得た。従って管路の拡がりによって波動形攪乱が安定性を失い、その結果崩壊が発生するという機構は、少なくとも本実験の範囲内では考えられないという結果をえた。
- (2) 第5章で述べた粘性の効果を近似的に考慮した理論モデルにより、上記の実験事実定性的説明を与えた。

第7章では、旋回流中の他の振動現象への非粘性、線形近似理論モデル適用の妥当性について検討し、その有効性を確かめた。すなわち、サイクロン状流路に発生する渦心の振れ回り現象に関する実験を行ってその性格を明らかにし、さらに現象を定性的に説明する理論モデルを第2章で述べた波動形攪乱の特殊な場合として構成した。結果を要約すると、

- (1) 振れ回り現象の生起時には、渦心の壁付着軸位置を境にして主流場および変動速度場の性格が大

きく異なる。

- (2) 振れ回り振動数は、渦心の付着点近傍の局所的な旋回の強さに依存する。
- (3) 非粘性、線形近似に基づく理論モデルは振れ回り現象の諸性格をよく説明する。

## 参 考 文 献

- (1) Hall, M. G., "The Structure of Concentrated Vortex Cores", *Prog. Aeronaut. Sci.*, Vol. 7 (1966), 53-110, Pergamon.
- (2) 橋本弘之, "ボルテックスブレイクダウン現象", ターボ機械, 2巻, 2号 (昭49-5), 3-10.
- (3) Leibovich, S., "The Structure of Vortex Breakdown", *Ann. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 10 (1978), 221-246.
- (4) Peckham, D. H. and Atkinson, S. A., "Preliminary Results of Low Speed Wind Tunnel Tests on a Gothic Wing of Aspect Ratio 1.0", *Aeronaut. Res. Council. C. P.* No.508 (1957).
- (5) Elle, B. J., "An Investigation at Low Speed of the Flow near the Apex of Thin Delta Wings with Sharp Leading Edges", *Aeronaut. Res. Council, Rep. & Mem.* No. 3176 (1958), 1-19.
- (6) Lambourne, N. C. and Bryer, D. W., "The Bursting of Leading-Edge Vortices -Some Observations and Discussion of the Phenomenon", *Aeronaut. Res. Council, Rep. & Mem.* No.3282 (1962), 1-36.
- (7) Earnshaw, P. B. and Lawford, J. A., "Low-Speed Wind-Tunnel Experiments on a Series of Sharp-Edged Delta Wings", *Aeronaut. Res. Council, Rep. & Mem.* No. 3424 (1964), 1-47.
- (8) Hummel, D., "Untersuchungen über das Aufplatzen der Wirbel an schlanken Deltaflügeln", *Z. Flugwiss.*, Bd.13 (1965), 158-168.

- (9) Lämmlein, S. und Wagner, B., "Verkürzung der freien Wirbelschicht für schlanke Deltaflügel mit Vorderkantenablösung", *Z. Flugwiss. Weltraumforsch.* Bd. 7, Heft 4 (1983), 279-281.
- (10) McCormick, B. W., Tangler, J. L. and Sherrieb, H. E., "Structure of Trailing Vortices", *J. Aircraft*, Vol. 5, No. 3 (1968), 260-267.
- (11) Escudier, M. P. and Zehnder, N., "Vortex-Flow Regimes", *J. Fluid. Mech.*, Vol. 115, (1982), 105-121.
- (12) Escudier, M. P., "Vortex Breakdown in the Absence of an Endwall Boundary Layer", *Exp. Fluids*, Vol. 1, (1983), 193-194.
- (13) Harvey, J. K., "Some Observations of the Vortex Breakdown Phenomenon", *J. Fluid. Mech.*, Vol. 14, Part 4 (1962), 585-592.
- (14) Sarpkaya, T., "On Stationary and Travelling Vortex Breakdowns", *J. Fluid. Mech.*, Vol. 45, Part 3 (1971), 545-559.
- (15) Faler, J. H. and Leibovich, S., "Disrupted States of Vortex Flow and Vortex Breakdown", *Phys. Fluids*, Vol. 20, No. 9 (1977), 1385-1400.
- (16) Sarpkaya, T., "Effect of the Adverse Pressure Gradient on Vortex Breakdown", *AIAA J.*, Vol. 12, No. 5 (1974), 602-607.
- (17) 池田敏彦, 坂田光雄, 寺嶋美樹, 渋沢正中, 大路通雄, "油滴トレーサ法による崩壊を伴う管内旋回水流の速度分布の測定", *Proc. 3rd Symp. Flow Visualization*, (1975), 75-78, ISAS.
- (18) 中村佳朗, 中村治夫, 末広文雄, 内田茂男, 坪井淳, "レーザ流速計による管内旋回流の崩壊に関する実験", *Proc. 4th Symp. Flow Visualization*, (1976), 41-46, ISAS.

- (19) 内田茂男, 中村佳朗, 中村治夫, 末広文雄, 坪井淳, “レーザ流速計による旋回流の測定”, 日本航空宇宙学会誌, 25巻, 286号(昭52-11), 8-15.
- (20) Garg, A. K. and Leibovich, S., “Spectral Characteristics of Vortex Breakdown Flowfields”, *Phys. Fluids*, Vol. 22, No. 11 (1979), 2053-2064.
- (21) Ludwig, H., “Zur Erklärung der Instabilität der über angestellten Deltaflügeln auftretenden freien Wirbelkerne”, *Z. Flugwiss.*, Bd.10, Heft 6 (1962), 242-249.
- (22) Ludwig, H., “Erklärung des Wirbelaufplatzens mit Hilfe der Stabilitätstheorie für Strömungen mit schraubenlinienförmigen Stromlinien”, *Z. Flugwiss.*, Bd. 13 (1965), 437-442.
- (23) Lessen, M., Singh, P. J. and Paillet, F., “The stability of a trailing line vortex. Part 1. Inviscid theory”, *J. Fluid. Mech.*, Vol. 63, Part 4 (1974), 753-763.
- (24) Lessen, M. and Paillet, F., “The stability of a trailing line vortex. Part 2. Viscous theory”, *J. Fluid. Mech.*, Vol. 65, Part 4 (1974), 769-779.
- (25) Benjamin, T. B., “Theory of the Vortex Breakdown Phenomenon”, *J. Fluid. Mech.*, Vol. 14, Part 4 (1962), 593-629.
- (26) Benjamin, T. B., “Some Developments in the Theory of Vortex Breakdown”, *J. Fluid. Mech.*, Vol.28, Part 1 (1967) 65-84.
- (27) Hall, M. G., “Vortex Breakdown”, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 4 (1972), 195-218.
- (28) Fraenkel, L. E., “On Benjamin’s Theory of Conjugate Vortex Flows”, *J. Fluid. Mech.*, Vol. 28, Part 1 (1967), 85-96.
- (29) Mager, A., “Dissipation and Breakdown of a Wing-Tip Vortex”, *J. Fluid. Mech.*, Vol. 55, Part 4 (1972), 609-628.

- (30) 池田敏彦, 大路通雄, 坂田光雄, “管内旋回流の共役解”, 信州大学工学部紀要, 37号, (昭49), 11-21.
- (31) Bossel, H. H., “Vortex Breakdown Flowfield”, *Phys. Fluids*, Vol. 12, No. 3 (1968), 498-508.
- (32) Leibovich, S., “Evolution of Nonlinear Waves in Rotating Fluids”, *Phys. Fluids*, Vol. 12, No. 5 (1969), 1124-1125.
- (33) Leibovich, S., “Weakly Non-Linear Waves in Rotating Fluids”, *J. Fluid. Mech.*, Vol. 42, Part 4 (1970), 803-822.
- (34) Leibovich, S. and Randall, J. D., “Dissipative Effects on Nonlinear Waves in Rotating Fluids”, *Phys. Fluids*, Vol. 14, No. 12 (1971), 2559-2561.
- (35) Leibovich, S. and Randall, J. D., “Amplification and Decay of Long Nonlinear Waves”, *J. Fluid. Mech.* Vol. 53, Part 3 (1973), 481-493.
- (36) Randall, J. D. and Leibovich, S., “The Critical State: a Trapped wave Model of Vortex Breakdown”, *J. Fluid. Mech.*, Vol. 58, Part 3 (1973), 495-515.
- (37) Korteweg, D. J. and de Vries, G., “On the Change of Form of Long Waves Advancing in a Rectangular Canal, and on a New Type of Long Stationary Waves”, *Phil. Mag.*, Vol. 39, No. 5 (1895), 422-443.
- (38) 末松良一, 伊藤忠哉, “管内旋回流におけるうず流崩壊現象に関する一考察(第1報, 定常な崩壊の諸形態)”, 日本機械学会論文集(B編), 46巻, 411号(昭55-11), 2114-2122.
- (39) 末松良一, 伊藤忠哉, 新美智秀, 中村哲夫, “管内旋回流におけるうず流崩壊現象に関する一考察(第2報, 非定常なうず流崩壊の形態)”, 日本機械学会論文集(B編), 47巻, 417号(昭56-5), 792-800.

- (40) Uchida, S. and Nakata, Y., "On the Stability and the Velocity Field of Neutral Disturbance of a Swirling Flow", *Trans. Japan Soc. Aero. Space Sci.*, Vol. 25, No. 67 (1982), 21-36.
- (41) Bossel, H. H., "Vortex Computation by the Method of Weighted Residuals Using Exponentials", *AIAA J.*, Vol. 9, No. 10 (1971), 2027-2034.
- (42) Kopecky, R. M. and Torrance, K. E., "Initiation and Structure of Axisymmetric Eddies in a Rotating Stream", *Comput. & Fluids*, Vol. 1 (1973), 289-300.
- (43) Grabowski, W. J. and Berger, S. A., "Solutions of the Navier-Stokes Equations for Vortex Breakdown", *J. Fluid. Mech.*, Vol. 75, Part 3 (1976), 525-544.
- (44) Lord Kelvin, "Vibrations of a Columnar Vortex", *Philos. Mag.*, Vol. 10 (1880), 155-168.
- (45) Bjerknes, V. und Solberg, H., "Zellulare Trägheitswellen und Turbulenz", *Avhandl. Norske Vid. Akad. Mat. K. L.*, No. 7 (1929).
- (46) Taylor, G. I., "Stability of a Viscous Liquid contained between Two Rotating Cylinders", *Phil. Trans. Roy. Soc.*, Ser. A, Vol. 223, (1923), 289-343.
- (47) Howard, L. N. and Gupta, A. S., "On the Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability of Swirling Flows", *J. Fluid. Mech.*, Vol. 14 (1962), 463-476.
- (48) Pedley, T. J., "On the Instability of Rapidly Rotating Shear Flows to Non-Axisymmetric Disturbances", *J. Fluid. Mech.*, Vol. 31, Part 3 (1968), 603-607.
- (49) Pedley, T. J., "On the Instability of Viscous Flow in a Rapidly Rotating Pipe", *J. Fluid. Mech.*, Vol. 35, Part 1 (1969), 97-115.



- (50) Greenspan, H. P., "The Theory of Rotating Fluids", (1969), Cambridge Univ. Press.
- (51) Batchelor, G. K., "An Introduction to Fluid Dynamics", (1967), Cambridge Univ. Press.
- (52) 小川明, "渦学", (昭56), 山海堂.
- (53) Mackrodt, P. A., "Stability of Hagen-Poiseuille flow with superimposed rigid rotation", *J. Fluid. Mech.*, Vol. 73, Part 1 (1976), 153-164.
- (54) Cotton, F. W. and Salwen, H., "Linear Stability of Rotating Hagen-Poiseuille Flow", *J. Fluid. Mech.*, Vol. 108 (1981), 101-125.
- (55) Fultz, D., "A Note on Overstability and the Elastoid-Inertia Oscillations of Kelvin, Solberg, and Bjerknes", *J. Meteorol.*, Vol. 16 (1959) 199-208.
- (56) Long, R. R., "Steady Motion around a Symmetrical Obstacle Moving along the Axis of a Rotating Liquid", *J. Meteorol.*, Vol. 10 (1953), 197-203.
- (57) 伊藤忠哉, 末松良一, 早瀬敏幸, 中浜敬文, "円筒容器内で剛体回転する流体の慣性振動に関する実験的研究", 日本機械学会論文集 (B編), 49巻, 443号 (昭58-7), 1398-1408.
- (58) Bjerknes, V., Bjerknes, J., Solberg, H. und Bergeron, T., "Physikalische Hydrodynamik", (1933), 421, Springer.
- (59) Fraenkel, L. E., "On the Flow of Rotating Fluid Past Bodies in a Pipe", *Proc. Roy. Soc.* Vol. 233, Ser. A (1956), 506-526.
- (60) Chow, C., "Swirling Flow in Tubes of Non-Uniform Cross-Sections", *J. Fluid. Mech.*, Vol. 38, Part 4 (1969), 843-854.
- (61) Taylor, G. I., "The Motion of a Sphere in a Rotating Liquid", *Proc. Roy. Soc.*, Ser. A, Vol. 102, (1922), 180-189.

- (62) Oser, H., "Erzwungene Schwingungen in rotierenden Flüssigkeiten", *Arch. Rational Mech.*, Vol. 1 (1957), 81-96.
- (63) Oser, H., "Experimentelle Untersuchung über harmonische Schwingungen in rotierenden Flüssigkeiten", *Z. Angew. Math. Mech.*, Bd. 38 (1958), 386-391.
- (64) 末松良一, 伊藤忠哉, 早瀬敏幸, 堀藤夫, "管内旋回流におけるうず流崩壊現象に関する一考察(第3報, 崩壊形態に関する理論結果と実験との比較)", 日本機械学会論文集(B編), 47巻, 421号(昭56-9), 1736-1744.
- (65) 末松良一, 伊藤忠哉, 早瀬敏幸, "管内旋回流における渦流崩壊現象に関する一考察(第4報, 直円管内における軸対称形崩壊の機構)", 日本機械学会論文集(B編), 51巻, 471号(昭60-11), 3488-3495.
- (66) 山田豊, 今尾茂樹, "回転管内の旋回流", 日本機械学会論文集(B編), 46巻, 409号(昭55-9), 1662-1669.
- (67) 菊山功嗣, 村上光清, 西堀賢司, 野口俊英, "回転直円管内の助走部の流れ(第3報, 層流境界層の不安定化現象)", 日本機械学会論文集(B編), 50巻, 460号(昭59-12), 2918-2925.
- (68) 末松良一, 伊藤忠哉, 早瀬敏幸, "管内旋回流における渦流崩壊現象に関する一考察(第5報, 回転するテーバ管内旋回流中の軸対称形崩壊)", 日本機械学会論文集(B編), 52巻, 476号(昭61-4), 1626-1633.
- (69) 伊藤忠哉, 末松良一, 神田直美, 早瀬敏幸, "管内旋回流に発生する振動的な流動現象の研究(第1報, サイクロン状流路におけるうず心の振れ回り現象の実験)", 日本機械学会論文集(B編), 48巻, 436号(昭57-12), 2472-2480.
- (70) 村上光清, "水車吸出管の振動に関する研究(第2報)", 日本機械学会論文集(第3部), 21巻, 101号(昭30-2), 84-88.
- (71) 橋本弘之, "円管内の空洞を伴う旋回水流における渦流崩壊現象(第2報, 空洞境界面に対する考察)", 東北大学高速力学研究所報告, 30巻, 300号(昭47), 1-32.
- (72) Suzuki, M., "Theoretical and Experimental Studies on the Vortex-Tube", *Sci. Pap. Inst. Phys. Chem. Res.*, Vol. 54, No. 1 (1960), 43-87.

- (73) Sarpkaya, T., "Forced and Periodic Vortex Breakdown"  
*Trans. ASME, J. Basic Eng.*, Vol. 89, No. 3, (1967), 609-616.
- (74) Smith, J. L., "An Experimental Study of the Vortex  
in the Cyclone Separator", *Trans. ASME, J. Basic  
Eng.*, Vol. 84, No. 4 (1962), 602-608.
- (75) Smith, J. L., "An Analysis of the Vortex Flow in  
the Cyclone Separator", *Trans. ASME, J. Basic Eng.*,  
Vol. 84, No. 4 (1962), 609-618.
- (76) Chanaud, R. C., "Observations of Oscillatory Motion  
in Certain Swirling Flows", *J. Fluid. Mech.*, Vol. 21,  
Part 1 (1965), 111-127.
- (77) Leibovich, S., "Vortex Stability and Breakdown:  
Survey and Extension", *AIAA J.*, Vol. 22, No. 9 (1984), 1192-1206.

## 謝

## 辞

本研究は、名古屋大学工学部機械工学第2学科機械制御実験室において、名古屋大学伊藤忠哉教授の御指導のもとに行われたものである。本論文を結ぶにあたり、終始懇篤なる御指導と御鞭達を賜った伊藤忠哉教授に対し、ここに謹んで感謝の意を表する次第であります。

また本研究に対する各種の有益な御教示、御助言と、本論文をまとめるに際し注意深い御検討を賜った名古屋大学藤本哲夫教授ならびに中村育雄教授に対し、深く感謝申し上げます。

本論文は、伊藤忠哉教授および名古屋大学末松良一助教授との共同研究として、日本機械学会論文集などに公表した研究論文を中心としてまとめたものである。研究を遂行するにあたり、常に変らぬ懇篤なる御指導、御助言を賜った末松良一助教授に対し、心より感謝の意を表します。

さらに実験装置の製作の面で多大な尽力をいただいた名古屋大学松浦英雄技官をはじめ、名古屋大学機械制御および機械力学実験室の諸氏に対して厚く御礼申し上げます。

最後に本論文をまとめるにあたって種々のご支援を下さった方々に深く謝意を表します。

昭和61年10月

付 録

発 表 論 文 な ら び に 業 績 リ ス ト

題 目	発表雑誌等の名称 および発表年月	共著者 (氏名)
1. 本論文に関係のあるもの		
1. 管内旋回流におけるうず流崩壊現象に関する一考察 (第3報, 崩壊形態に関する理論結果と実験との比較)	日本機械学会論文集 (B編), 47巻, 421号, 1736-1744. 昭和56年 9月	末松良一 伊藤忠哉 堀藤夫
2. 管内旋回流に発生する振動的な流動現象の研究 (第1報, サイクロン状流路におけるうず心の 振れ回り現象の実験)	日本機械学会論文集 (B編), 48巻, 436号, 2472-2480. 昭和57年12月	伊藤忠哉 末松良一 神田直美
3. 円筒容器内で剛体回転する流体の慣性振動に関する 実験的研究	日本機械学会論文集 (B編), 49巻, 443号, 1398-1408. 昭和58年 7月	伊藤忠哉 末松良一 中浜敬文
4. On the Oscillatory Phenomena in a Swirling Pipe Flow (1st Rep. Experiments on the Precession of the Vortex)	Bulletin of the JSME, Vol.26, No.218, 1348-1356. 昭和58年 8月	T.Ito Y.Suematsu N.Kanda
5. Experiments on the Elastoid-Inertia Oscillations of a Rigidly Rotating Fluid in a Cylindrical Vessel	Bulletin of the JSME, Vol.27, No.225, 458-467. 昭和59年 3月	T.Ito Y.Suematsu T.Nakahama
6. 管内旋回流における渦流崩壊現象に関する一考察 (第4報, 直円管内における軸対称形崩壊の機構)	日本機械学会論文集 (B編), 51巻, 471号, 3488-3495. 昭和60年11月	末松良一 伊藤忠哉
7. 管内旋回流における渦流崩壊現象に関する一考察 (第5報, 回転するテーパ管内旋回流中の軸対称形崩壊)	日本機械学会論文集 (B編), 52巻, 476号, 1626-1633. 昭和61年 4月	末松良一 伊藤忠哉
8. Vortex Breakdown Phenomena in a Circular Pipe (4th Rep. Mechanism of Axisymmetric Bubble Type Breakdown)	Bulletin of the JSME, Vol.29, No.253, 2086-2094. 昭和61年 7月	Y.Suematsu T.Ito
9. Vortex Breakdown Phenomena in a Circular Pipe (5th Rep. Axisymmetric Breakdown in Rotating Conical Pipes)	Bulletin of the JSME, Vol.29, No.258. 昭和61年12月 (掲載予定)	Y.Suematsu T.Ito
10. On the Vortex Breakdown Phenomena in a Swirling Pipe-Flow	名古屋大学工学部紀要, 37巻, 2号, 117-172. 昭和61年 3月	伊藤忠哉 末松良一
2. その他		
1. 軸対称形渦流崩壊における渦塊の形成過程とその構造 (第1報, 渦塊形成過程の非粘性モデル)	日本機械学会論文集 (B編), 51巻, 467号, 2288-2295. 昭和60年 7月	末松良一 伊藤忠哉 加藤典彦
2. Growing Process and Structure of Axisymmetric Vortex Breakdown (1st Rep. An Inviscid Linear Model of the Growing Process of a Bubble)	Bulletin of the JSME, Vol.29, No.249, 773-780. 昭和61年 3月	Y.Suematsu T.Ito N.Kato