

高電圧大容量変圧器の絶縁性能向上

に関する研究



大久保 仁

## 目 次

### 緒 言

### 第1編 流動帯電現象の解明とその変圧器絶縁技術への応用に関する研究

第1章 序論	( 4)
1.1 変圧器内の流動帯電現象	( 4)
1.2 従来の流動帯電現象研究の経過	( 5)
1.3 まとめ	( 10)
1.4 文 献	( 10)
第2章 帯電現象の基本特性の調査	( 12)
2.1 まえがき	( 12)
2.2 実験装置および測定法	( 15)
2.3 実験結果	( 23)
2.3.1 流動帯電現象の流量・流速および温度特性	( 23)
2.3.2 放電発生下限流量特性	( 27)
2.3.3 油流および流路形状による影響	( 29)
2.3.4 AC課電特性	( 32)
2.3.5 固体絶縁物の影響	( 34)
2.3.6 絶縁物処理の影響	( 35)
2.3.7 絶縁油の影響	( 36)
2.3.8 外部循環系による帯電	( 36)
2.3.9 時間経過による影響	( 37)
2.3.10 静電気放電の発生形態	( 39)
2.3.11 静電気放電とAC閃絡	( 48)
2.4 まとめ	( 51)
2.5 文 献	( 51)
第3章 帯電度測定装置の開発	( 53)
3.1 まえがき	( 53)
3.2 循環式帯電度測定装置	( 54)
3.2.1 原理と構成	( 54)
3.2.2 装置の特性	( 64)
3.2.3 測定法	( 73)
3.3 まとめ	( 75)
3.4 文 献	( 75)

第4章 絶縁油の諸物性と帯電度 .....	( 76)
4.1 まえがき .....	( 76)
4.2 絶縁油種類と帯電度 .....	( 76)
4.3 各種試薬添加と帯電度の変化 .....	( 79)
4.4 フィルタリングと帯電度 .....	( 82)
4.5 絶縁油の劣化と帯電度上昇の抑制 .....	( 90)
4.6 まとめ .....	( 99)
4.7 文 献 .....	(100)
第5章 流動帯電現象に関する技術の確立、応用と変圧器絶縁の信頼性向上…	(101)
5.1 まえがき .....	(101)
5.2 流動帯電に関する技術の変圧器絶縁への応用 .....	(101)
5.2.1 変圧器構造 .....	(101)
5.2.2 絶縁油 .....	(102)
5.2.3 現地処理 .....	(103)
5.2.4 UHVプロト変圧器による総合的検証 .....	(103)

## 第2編 電界解析技術の開発とその変圧器絶縁設計への適用に関する研究

第1章 序 論 .....	(105)
1.1 絶縁設計と電界解析技術 .....	(105)
1.2 電界解析技術の発展 .....	(107)
1.3 まとめ .....	(117)
1.4 文 献 .....	(118)
第2章 有限要素法の改良と汎用化 .....	(121)
2.1 まえがき .....	(121)
2.2 有限要素法の誤差分析 .....	(121)
2.3 有限要素法の改良 - 要素再分割法の開発 - .....	(142)
2.4 プログラムの汎用化と適用場の拡大 .....	(147)
2.5 まとめ .....	(148)
2.6 文 献 .....	(148)

第3章 コンビネーション法の開発	(149)
3.1 まえがき	(149)
3.2 電荷重畳法と有限要素法	(150)
3.3 計算原理	(151)
3.4 方程式の解法	(155)
3.5 プログラムの汎用化	(157)
3.6 精度の検証 - 2次元場	(158)
3.7 精度の検証 - 軸対称3次元場	(162)
3.8 計算例	(164)
3.9 まとめ	(169)
3.10 文献	(169)
第4章 電界最適化法の開発	(171)
4.1 まえがき	(171)
4.2 電界強度の最適化	(171)
4.3 Metzの方法に基づいた最適化自動計算	(173)
4.4 自動計算による最適化計算例	(180)
4.5 Borda電極形状と軸対称最適化電極	(186)
4.6 表面電荷法による絶縁物形状の最適化	(192)
4.7 まとめ	(195)
4.8 文献	(195)
第5章 電界解析技術の絶縁設計への適用と変圧器絶縁の信頼性向上	(197)
5.1 まえがき	(197)
5.2 電界解析技術を適用した絶縁設計	(197)
5.3 計算適用例とその評価	(200)
<u>結 言</u>	(205)
<u>謝 辞</u>	(207)
<u>本研究に関して発表した論文</u>	(208)

## 緒言

変圧器の歴史はすでに約100年を迎えるが、特に近年になって電力需要の増大に対応する送電電圧の上昇とともに、急激な高電圧化・大容量化が進められてきた。

我国の送電電圧は、1952年に154KV系から275KV系への昇圧が行なわれて以来、世界的な高電圧送電の仲間入りを果たし、1973年には500KV送電が開始された。図1の太線で示すようにほぼ15～20年間隔で送電電圧が飛躍的に上昇し、それに対応して高電圧変圧器が開発されてきたが、さらに1990年ころにはUHV-1000KV級送電の実現が期待されている。

一方変圧器の大容量化も図1の実線で示すように同時に進められており、1970年代前半に発電所用変圧器としてつぎつぎに680MVA、870MVAそして1100MVA器が開発された。また1970年代半ばには500KV1200MVA器が出現しており、いずれも世界的に最大級のものである。変電所用変圧器でも、500KV1500/3MVA器が完成し運用されている。UHV変電所では、バンク容量3000MVA、1相あたり1000MVAが基準となる計画である。

また世界的なエネルギー情勢を背景として、低損失変圧器の開発が要請されており、変圧器の高効率化、軽量化、コンパクト化が進められている。

このような状況の中で、一方では変圧器が大容量送電の信頼性を担う基幹機器であり、他方ではそのために変圧器をほぼ完成状態で工場から発電所現地へ輸送する必要性から、また世界的にみてもかなり厳しい我国国鉄輸送限界(図2)内で変圧器を製作しなければならないなど、高電圧・大容量化にあたっては他の電力機器を凌ぐ数多くの課題を解決してゆかなければならない。

ここで変圧器の鉄心窓内面積に対する導体の占める割合、すなわち窓内占積率の推移をみると、例えば図3に示すように、年々上昇して来ているが依然として15～20%程度であり、残りの80～85%が絶縁空間であることがわかる。すなわち、上記の課題を解決してゆくためには、この絶縁空間の有効利用技術すなわち絶縁技術の発展に依存するところ大である事は論を待たない。

例えば、UHV変圧器の開発や変圧器のコンパクト化に対して、従来技術の飽和現象を打破し、同一空間内で2倍以上の高電圧化・大容量化を達成する必要がある。したがって従来のような要素モデル試験や実規模モデル試験などによる実験検証的な絶縁技術に加えて、局部絶縁と全体絶縁の協調をとり、絶縁空間全体の有効利用を果たす絶縁技術のシステム化が必要となる。

そのためには、変圧器絶縁設計に、従来はあまり取り入れられていなかった解析技術を大きく導入し、かつそのモデル化技術や計算の精度向上を果たすことが急務とされる。特に最近のコンピュータの高速化、大容量化に伴ない、発展の著しい数値電界解析技術を汎用化・高精度化し、絶縁設計に取り入れる事は、単なる技術の導入にとどまらず

変圧器絶縁設計技術の新たな時代への発展の可能性を示唆するものとする。

さて一方、500KV変圧器の開発ならびに運用初期において、クローズアップされた流動帯電現象は、その影響力の大きさから、現象の複雑さにも拘らず、基礎から実変圧器対応まで幅広く強力なアプローチがなされ、要因の解析および改善対策が見い出され、現在も研究が続けられている。

この流動帯電現象は、275KV級から500KV級変圧器への移行に際して、絶縁構成、絶縁材料およびその処理技術の向上ならびに冷却技術の向上の結果顕在化してきたものであり、これにより従来技術の延長としての絶縁技術のみでは限界のあることが明確に立証された。すなわち流動帯電現象の解明技術は変圧器内の冷却効率の上限を設定する重要な技術であるばかりでなく、今後さらに一層の変圧器の大容量化・コンパクト化を進めてゆく上で、絶縁性能の向上を果たすための必要不可欠な技術となっている。

本論文では以上示した絶縁技術上の新しい課題である流動帯電現象の解明と、絶縁設計技術上の課題として鋭意の開発をされてきた電界解析技術につて、第1編および第2編においてそれぞれ取り上げる。

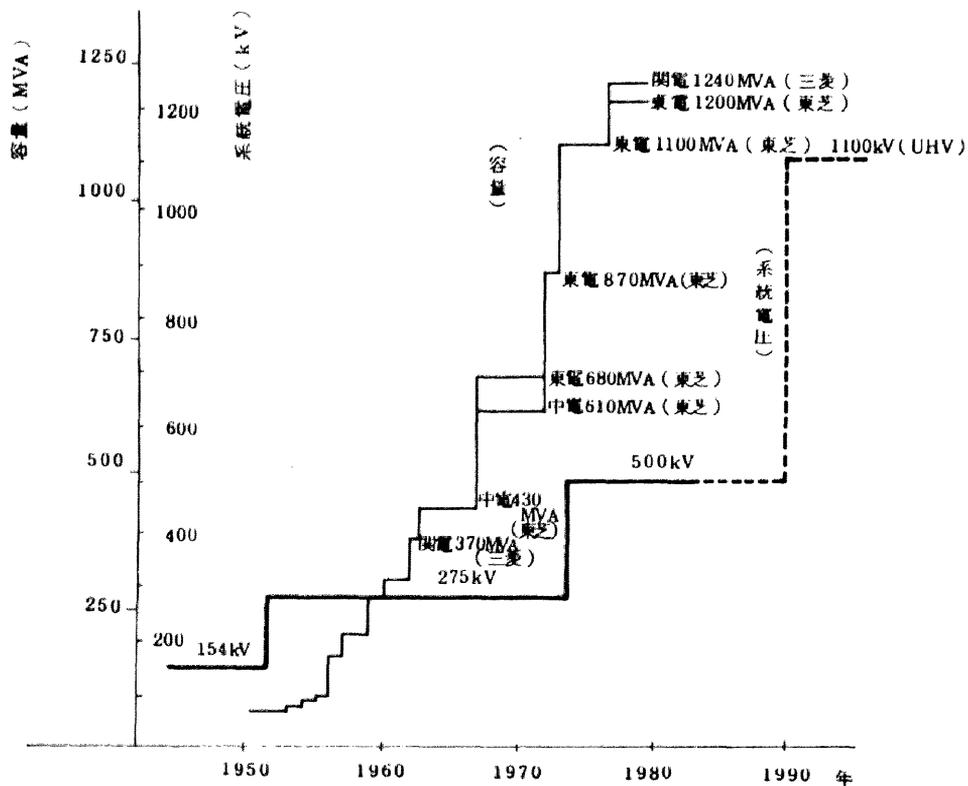


図 1 我国における系統電圧と変圧器容量（発電所用）の推移

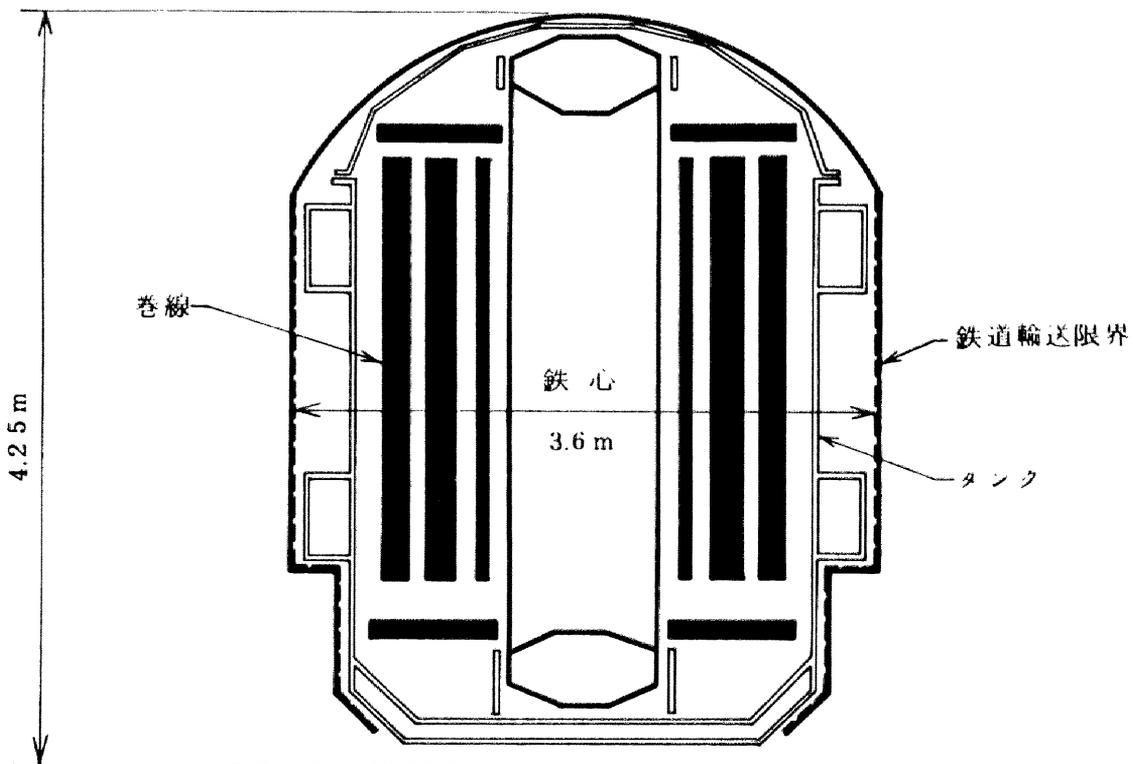


図 2 鉄道輸送限界 (一例)

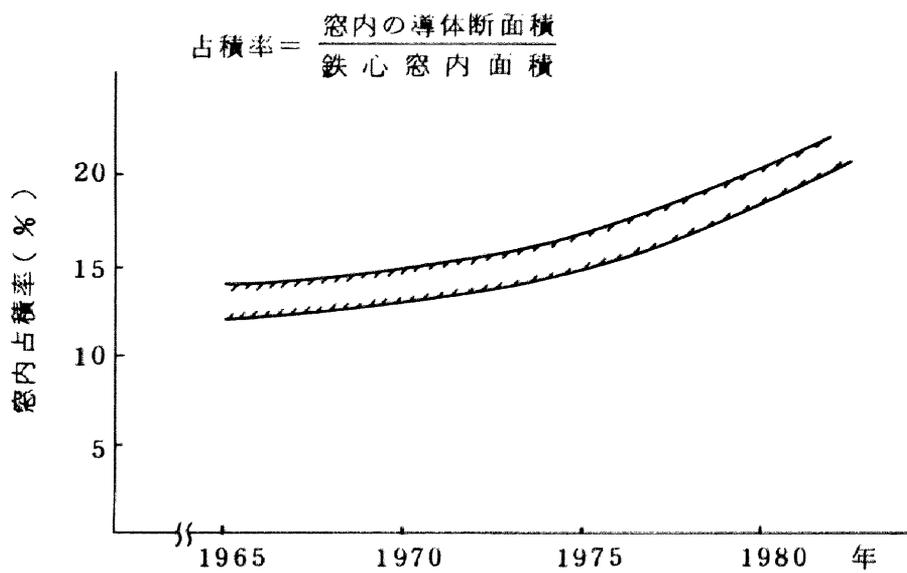


図 3 鉄心窓内導体の占積率の推移

### 第1章 序 論

#### 1.1 変圧器内の流動帯電現象

高電圧・大容量変圧器の製作にあたっては、絶縁性能を向上させるための新しい絶縁構成の採用や絶縁物の乾燥処理・吸湿管理技術の進歩、それにコンパクト化による輸送限界内における容量の増大を目的とした冷却効率の向上など、数々の新しい技術が導入された。しかしこのような種々の新しい技術の導入が、従来の変圧器ではほとんど問題とされなかった油流による流動帯電という現象を顕在化させ、絶縁技術上の新しい課題として検討しておく必要がでてきた。

この現象は、変圧器内部で油が流動することによって、一般に固体絶縁物が負に、油が正に帯電するもので、高い体積抵抗率の油が良く乾燥された固体絶縁物上を流れる時に顕著に現われる。この現象により発生した静電荷が、変圧器内部の油中や絶縁物上にあるレベル以上蓄積され、静電荷による空間電荷電界が油や境界面に沿う絶縁破壊電界を越えると部分放電が発生し、それが進展する場合には、絶縁全路破壊に至ることも考えられる。

変圧器内に帯電が生じた場合、その蓄積により部分放電や静電気放電が発生し、絶縁性能を低下させる場合に問題となるものであるが、放電発生を防ぎ、未然に帯電量を安全なレベルに抑制するためには、現象自身を定量的に把握し、現象を決定している要因を明確にしなければならない。これらの中で、流速が最も影響の大きい要因であることは自明だが、一方、高電圧・大容量変圧器においては、一般に絶縁油は冷却のために強制流動されており、流速を上げることは冷却効率の向上につながり、今後のUHV変圧器やコンパクト化される変圧器において、流速上昇は目ざすところでもある。したがって流動帯電現象は、冷却効率向上のための流速上昇の上限を設定する重要技術でもある。

静電気帯電とは、2つの物質の接触離反に際しての(1)電荷移動(2)電荷分離(3)電荷緩和の3現象を通して現われるものであり、現象そのものは極めて普遍的なものである。流動帯電現象も基本的にはこの一般の静電気帯電現象と同じものである。変圧器内においても、油と固体絶縁物が接する時、その界面において電荷の移動が起こり、一方の電荷が油中に、他方の電荷が固体側に分布する。この時に油が流動すると油中の電荷が油とともに移動する。一方、他方の電荷はそのまま固体表面に残

る。これがいわゆる油流による電荷分離であり、油中および固体表面が帯電することになる。これに電荷緩和効果が重畳されて流動帯電現象が生ずる<sup>(1)(2)</sup>。流動帯電現象については、これまでも石油産業におけるパイプライン輸送時の問題などを中心に数々の精力的な研究がなされている。特に石油産業における流動帯電現象は、災害に結びつくことが多く、石油タンクやタンカーなどの爆発災害事故例もいくつか報告されている。

しかしながら変圧器における流動帯電現象は、以下に列挙する諸々の点で、従来より石油産業分野等で研究されてきたものとは、異なっている。

- (1) 液体・固体の両相が絶縁を目的として用いられている。
- (2) 水分量・ガス量などが管理された密封系である。
- (3) 閉じた循環系内の現象である。
- (4) 温度の変化範囲が広い。
- (5) 交流電圧が課電される機器内の現象である。

以上のような点で変圧器内の流動帯電現象は特徴づけられるが、この他にも例えば複雑な冷却構造との関連性、プレスボード等特殊な固体絶縁物による帯電現象であること、それに外部冷却器の影響や変圧器運転状態の影響など、変圧器固有の条件を多く含んでいる。

## 1.2 従来の流動帯電現象研究の経過

石油産業を中心とした流動帯電現象研究は、これまでもKlinkenberg, Schön, Gibson, Gibbings, Bright らによって、国内においても上田, 増田を中心として精力的に行なわれ、数多くの成果を得ている<sup>(1)(2)(3)</sup>。しかしながら変圧器内の帯電現象に関連した研究例はほとんど見当たらず、絶縁油に関する帯電現象を扱ったShafer, 上田, 伊藤らの研究例がある程度である。これらのいずれも一般絶縁油単独の特性調査であり、1.1(1)～(5)で示された変圧器内の特有の現象との関連を考慮に入れた研究ではない。

また絶縁油の帯電のしやすさすなわち帯電度の測定方法もこれまでにいくつかは提案されているが、その感度・再現性・測定の容易さや変圧器内の現象との等価性という点で満足のゆくものではなかった。変圧器内の現象としての、図 1.1.1 に示すような複雑な油流構造と帯電, 交流電圧の課電の影響, プレスボードなどの絶縁物表面の帯電などについての検討・調査報告例はほとんど無い。このように変圧器内の現象との対応から研究された報告例は極めて少ないのが現状であるが、流動帯電現象としてこれまでも行なわれている数々の貴重な研究例をレビューし、本研究の参考とすることができる。

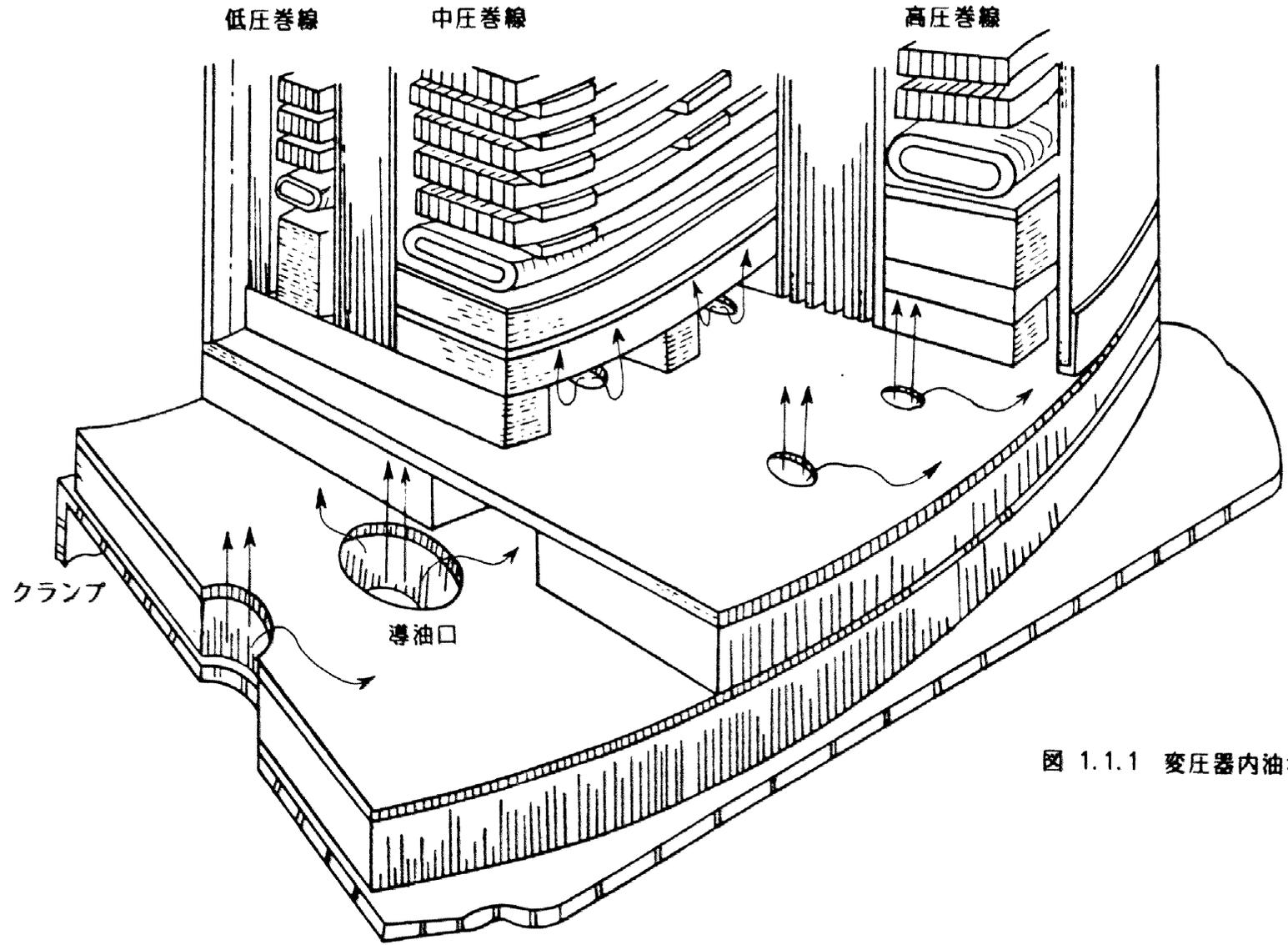


図 1.1.1 変圧器内油流構造例

従来よりの、一般帯電現象、流動帯電現象の研究結果をまとめたものに、文献(1)(2)(6)(9)(11)(20)(21)(26)(27)(28) などがある。いずれも流動帯電現象の研究の主体は石油関連産業におけるものであり、特に石油のパイプライン輸送、タンカー洗淨作業、石油タンクやタンカーの爆発災害、フィルタリング<sup>(19)(24)</sup>、注油作業<sup>(22)</sup>などに関するものとなっている。これの中から現象的にいくつかを取り上げてみると以下のようなになる。

流れが層流の場合および乱流の場合について、油中電荷密度分布について、Cooper - Klinkenbergの式、Rutgers-De - Smet - De Moyerの式などが知られており<sup>(1)</sup>、特に乱流時におけるSchön<sup>(31)</sup>が提案した(1.1.1)式は、流れの軸方向の電流分布を与える式でパイプ内の流動の現象を良く説明できるものである。

$$I = 2 \pi R j_a \bar{v} \tau \{ 1 - \exp(-z / \bar{v} \tau) \} \dots\dots\dots (1.1.1)$$

$\left( \begin{array}{l} R : \text{パイプ半径, } j_a : \text{管壁における発生電流密度,} \\ \bar{v} : \text{平均流速, } \tau : \text{緩和時間, } z : \text{流れの軸方向の距離} \\ I : \text{流動電流} \end{array} \right)$

パイプ内の流動については、この他にKlinkenberg<sup>(32)(33)</sup>、Bustin<sup>(29)</sup>、伊藤<sup>(25)</sup>などの報告例があり、金属パイプ<sup>(15)</sup>、絶縁パイプ<sup>(15)(16)</sup>について研究もされている。

Gibson<sup>(3)</sup>によれば、パイプを用いて油タンク内へ注入する時の安全最大流速は、0.45 m直径のとき3 m/sec、0.15 m直径のとき9 m/sec であるとしている。API (American Petroleum Institute) ではパイプラインの安全流速を石油類について、1 m/sec 以下とする勧告をしている。<sup>(11)</sup> またGibson によると<sup>(12)</sup> 発生電流  $i_{\infty}$  を

$$i_{\infty} = k \cdot \bar{v}^{2.4} \cdot d^{1.6} \dots\dots\dots (1.1.2)$$

(k : 定数,  $\bar{v}$  : 流速 (m/sec), d : パイプ径 (m))

としており、ドイツ工業会では灯油、ジェット燃料に対して

$$\bar{v}^2 d = 0.64 \dots\dots\dots (1.1.3)$$

を越えないこととしている。

一方流動電流値については、伊藤<sup>(10)</sup>によって2.5 cm直径ビニル管で1.7 m/sec 流速の場合、最大 $10^{-8}$  Aが得られ、Shafer<sup>(5)</sup>によれば接地電流として最大

6  $\mu\text{A}$  が得られたと報告されている。これらの報告結果を、変圧器の電流測定時に参考にすることができる。

また絶縁油の抵抗率（あるいは導電率）と帯電との関連性についての研究結果も多く(5)(11)(32)，例えば図 1.1.2 に示すように、流動電流が導電率に対して凸特性を示すことが報告されている。導電率に対する凸特性は、変圧器における電流値の温度特性をみる時に参考にすることができる。

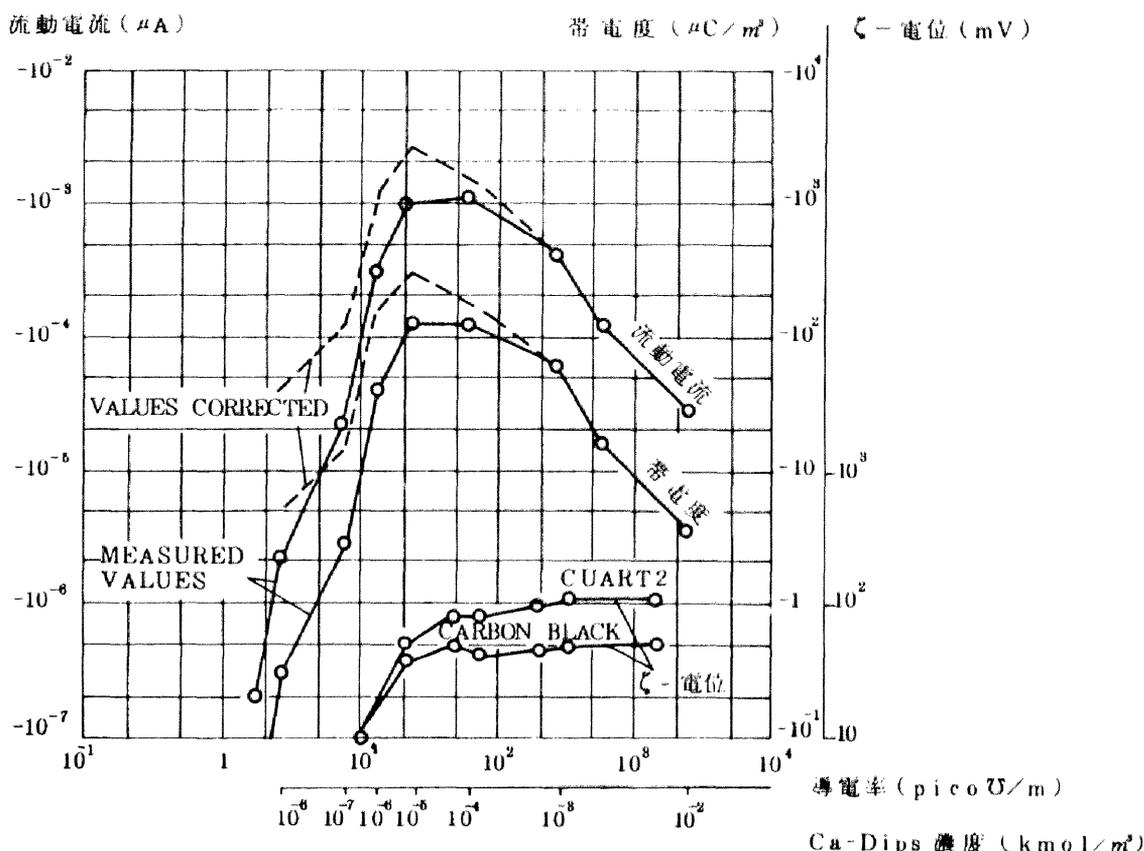


図 1.1.2 ベンゼンにCa-Dips(calcium diisopropyl salicylate)を混ぜて、導電率を変えた時の流動電流、イオン密度と一電位の変化

帯電時の導電率変化については、伊藤<sup>(10)</sup>、有本<sup>(13)(14)</sup>などによる報告がある。帯電時の油中電荷密度については、Ginsburgh<sup>(17)</sup>や伊藤<sup>(8)</sup>などの報告から数10～数100  $\mu\text{C}/\text{m}^3$  の値が得られている。Ginsburghによれば、火花放電を発生させるためには、25～30  $\mu\text{C}/\text{m}^3$  の電荷密度が必要であり、タンクローリ注油時の安全基準は15  $\mu\text{C}/\text{m}^3$  であるとしている。また配管内に接地した電荷緩和器(Static Charge Reducer)を用いることによって、入力電荷密度300  $\mu\text{C}/\text{m}^3$  を30  $\mu\text{C}/\text{m}^3$  に低減できるという報告があり<sup>(18)</sup>、Gibson<sup>(3)</sup>によれば同様に5  $\mu\text{C}/\text{m}^3$  まで低減できると報告されている。帯電の除去、低減方法については、この電荷緩和器を使用することの他に、界面活性剤などの添加剤使用による方法が考えられている<sup>(23)</sup>。添加剤による帯電の低減は有効であろうが、変圧器に使用する場合、その他の特性、例えば絶縁特性などに悪影響の無い事や30年以上の長期信頼性を考える必要があるなど、かなり限定されたものとなるだろう。

流動帯電に伴う放電発生から災害に至った例についての報告は多く、氣中、浴面、蒸気中などの放電形態が報告されている。(4)(17)(30)

Ginsburgh<sup>(17)</sup>によれば、流速の高速化、油の純化、フィルタの挿入などにより火花放電発生の危険性が増すとされ、伊藤<sup>(15)</sup>、鳥取<sup>(7)</sup>などによっても放電発生、爆発災害発生の可能性が示されている。絶縁パイプ内面の放電発生例はShafer<sup>(5)</sup>による報告がある。完全密封系で、油中放電を発生させその特性を調査した報告例はなく、静電気放電そのものの特性はまだ良く知られていない。

さて、帯電度測定装置については、たとえば図 1.1.3 に示すようなKlinkenberg<sup>(32)</sup>らによる直管流下式、安福<sup>(35)</sup>らによる回転式などが報告されている。基礎的な電荷分布を対象とした $\zeta$ -電位の測定結果としては、Martin<sup>(34)</sup>や安福<sup>(35)</sup>らの報告がある。いずれも変圧器内の現象と対応のとれる形での測定方法ではなく、むしろ液体単独の帯電度測定方法として報告されている。測定された帯電度と実際の機器の帯電状況との関連に触れた報告はされていない。また測定法としては、開放系の場合が多く、測定電流も低いことより、再現性、感度の点で十分なものではない。

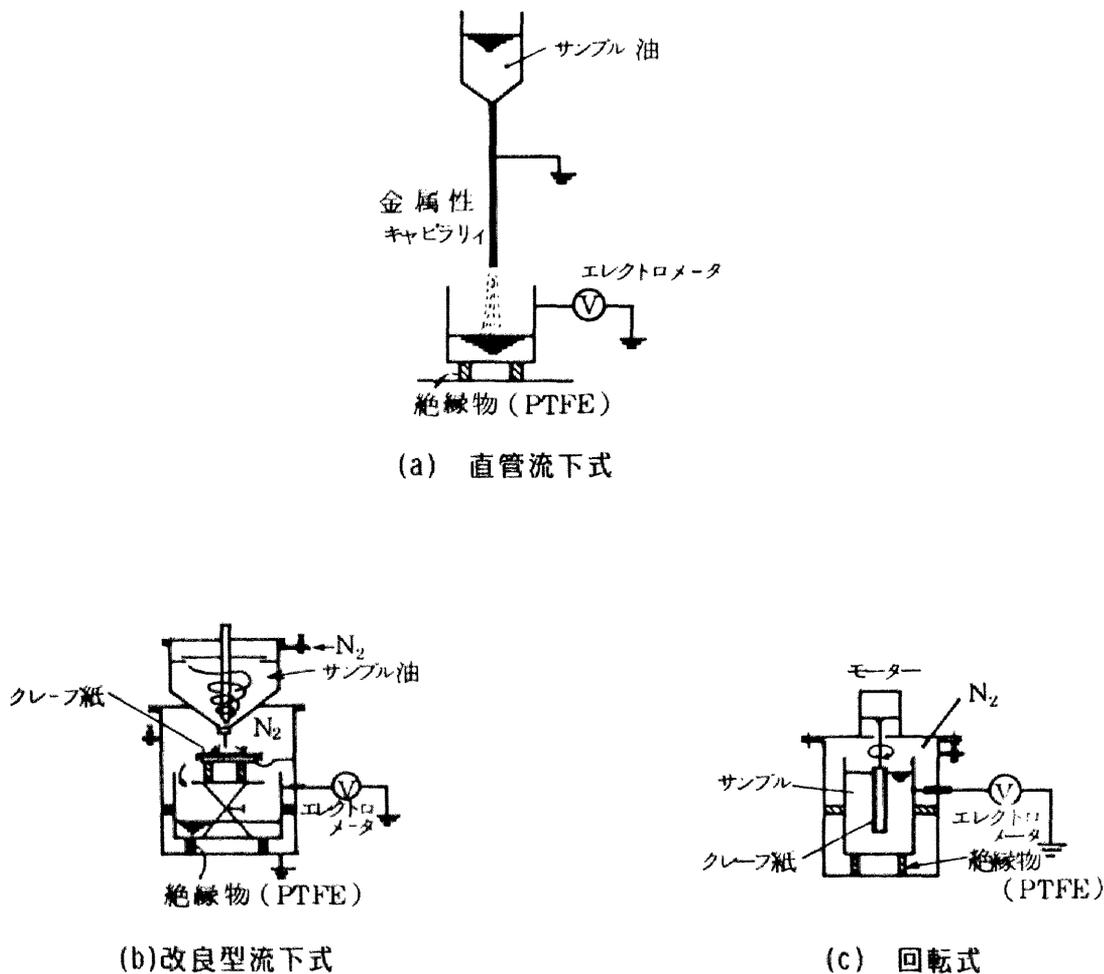


図 1.1.3 帯電度測定装置

### 1.3 まとめ

変圧器内に絶縁と冷却を目的に封入されている絶縁油を、強制流動させる時に生ずる流動帯電現象は、絶縁技術上の大きな課題となっており、UHV変圧器の開発や、より一層のコンパクト化を進めるにあたり、冷却効率を上げる上で、解決してゆかなければならない重要課題である。

しかしながら、これまでに変圧器内の流動帯電現象を研究した例はほとんど無く、既成技術に依存することはできず、基礎から実器適用技術まで幅広い技術の確立が要請されている。その主なポイントは、変圧器内の帯電状況の正確な定量的把握およびその方法の実用化、帯電量の低減方法の確立、帯電度の測定方法の確立とそれによる現象解明技術の構築などであろう。

以上の技術向上要請に対して、以下の第1編第2章～第5章に述べるように、下記の項目について新しいアプローチを試み、変圧器絶縁特性向上に寄与できる結果を得た。

- (1) 変圧器内の流動帯電特性の詳細な定量的把握、特に温度特性、材料特性、油流構造の影響と油中静電気放電現象の調査
- (2) 帯電度測定装置の開発とその実用化
- (3) 絶縁油諸物性と帯電発生要因に関する考察
- (4) 帯電度の低減と低帯電度油の開発
- (5) 流動帯電技術の適用と絶縁性能向上

### 1.4 文 献

- (1) 高分子学会編：静電気ハンドブック，地人書館
- (2) 上田，他：静電気の基礎，朝倉書店，P198他（昭和46年）
- (3) Static Electrification, 1971 Conference Series No. 11  
(1971)
- (4) J. A. Carruthers, et al : J. Inst. Petrol., 48, 462,  
P169 (1962)
- (5) M. R. Shafer, et al : Res. Nat. Bur. St., 69C, 4,  
P307 (1965)
- (6) 西村，他：電気学会技術報告，第43号（昭和35-12）
- (7) 鳥取，他：石油学会誌：9, 11, P896 (1966)
- (8) 伊藤，他：電気学会論文誌：93-A, 5, P175 (1973)
- (9) 北村，他：電気学会論文誌：86-6, 933, P176 (1966)
- (10) 伊藤，他：電気学会論文誌，90, 8, P103 (1970)

- (11) 加藤：OHM No.2, P81, (1971)
- (12) N. Gibson, et al : J. Phys. D; Appl. Phys., P563  
(1970)
- (13) 有本, 他：長岡工業専門学校研究紀要, 6, 3 (1970)
- (14) 有本, 他：長岡工業専門学校研究紀要, 6, 4 (1970)
- (15) 伊藤, 他：愛知工業大学研究報告, 2 (1966)
- (16) J. C. Gibbins, et al : 2nd Int. Cont. Static Electricity  
(1973)
- (17) I. Ginsburgh: J. Colloid & Interface Sci., 32, 3  
(1970)
- (18) A. O. Smith 社カタログ SCR (1974)
- (19) 北村, 他：昭和49年電気学会全国大会
- (20) 伏見：電気学会誌, 76, 819, P1490 (1956)
- (21) 入江, 他：電気学会誌, 78, 835, P443 (1958)
- (22) 鳥取, 他：電気学会誌, 83-4, 895, P548 (1963)
- (23) R. C. Nowac: Machine Design, P76 (1971)
- (24) 増田, 他：昭和42年電気学会東京支部大会, No.330 (1967)
- (25) 伊藤：昭和41年電気4学会連合大会, No.680 (1966)
- (26) 北村, 他：昭和45年第1回安全工学国内シンポジウム予稿, No.35  
(1970)
- (27) 深田：応用物理学会誌, 24, 8, P341 (1955)
- (28) 増田：高圧ガス保安協会, E006, P1, (1974)
- (29) W. M. Bustin : 37th Annual Meeting Amer. Petri. Ind. in  
Chicago, 37, III, P24 (1957)
- (30) A. R. Lyle, et al : 1971 Static Electrification Conference,  
No.11, P234 (1971)
- (31) G. Schön: Handbuch der Raumexplosion, Verlag Chemie,  
P302, P322 (1965)
- (32) A. Klinkenberg, et al: Electrostatics in the Petroleum  
Industry, Elsevier Publishing Co. (1958)
- (33) A. Klinkenberg: Chem. Ing. Tech., 36, 3, P283 (1964)
- (34) W. M. Martin, et al : J. Phys. Chem., 34, P1509  
(1930)
- (35) 安福：高電圧静止器絶縁含浸材料の基礎的並びに実用的性状に関する研究, 名古屋大学博士論文 (1978)

2.1 まえがき

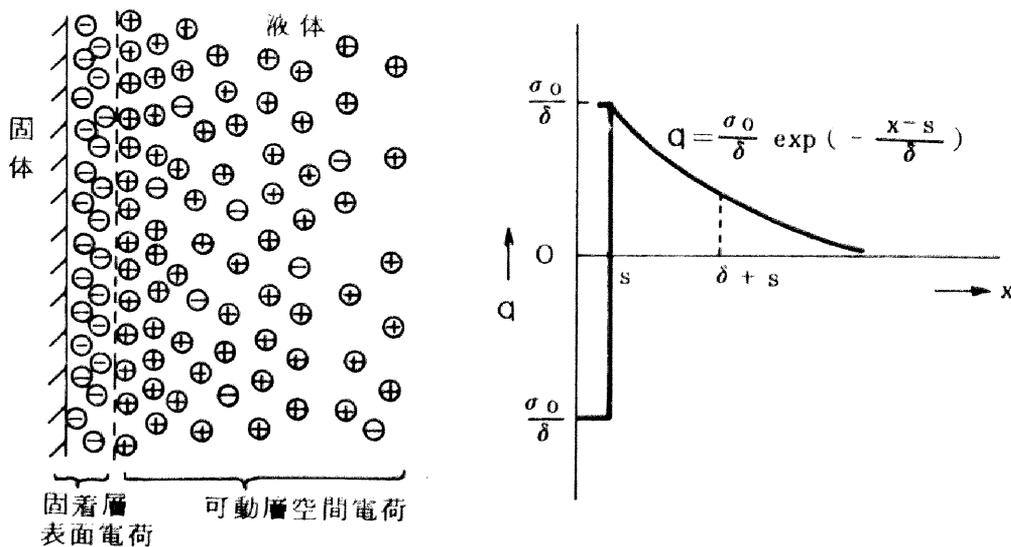
流動帯電現象は、液体・固体の両相を構成するそれぞれの物質の特性に依存しているが、絶縁紙上の絶縁油流動による変圧器内流動帯電現象では、一般に絶縁油が正、プレスボード等固体絶縁物が負に帯電する<sup>(1)(2)</sup>。このときの両相界面における電気2重層を原理的に示すと図 1.2.1(a) のようになると言われている<sup>(3)(6)(11)</sup>。すなわち、一般に油中には正・負同数のイオンがあり、電気的には中性であるのが、油中の正・負イオンの固体への吸着係数の差により、負イオンが絶縁紙により多く吸着されるために、結果として油中に正の残留イオンが分布する。この分布は導電電流と拡散との平衡によって決定されるものである。図 1.2.1(b) は、この分布を示すもので、ここで $q$ は電荷密度を示し、 $x$ 方向は境界面に垂直の方向である。 $s$ は固着層の厚さを示し、正イオン分布を決めるデバイ長 $\delta$ は

$$\delta = \sqrt{D \cdot \tau} \dots\dots\dots (1.2.1)$$

と表わされる。ここに $D$ は拡散係数、 $\tau$ は緩和時間で油の誘電率 $\epsilon$ 、導電率 $\kappa$ を用いて、 $\tau = \epsilon / \kappa$ と表わされる。このときの油中電荷密度分布は、

$$q = \frac{\sigma_0}{\delta} \exp\left(-\frac{x-s}{\delta}\right) \dots\dots\dots (1.2.2)$$

と表わされる。ここに $\sigma_0$ は固体表面に付着した電荷密度である。層流状態で油が流動した時の油中の帯電量は(1.2.2)式で表わされる電荷密度分布と、境界面における速度分布の両者によって決定される。



(a) 界面における電荷分布

(b) 界面に垂直方向の電荷密度

図 1.2.1 電気 2 重 層

一方半径Rのパイプ内を、乱流状態で絶縁油が流れる循環系について帯電モデルを考えると図 1.2.2(a) のようになる。図中のAからBに向って絶縁油が流れるにしたがって、油中の電荷量は、しだいに増加してゆく。パイプ内の平均流速を $\bar{v}$ 、パイプ壁面の発生電流密度を $j_a$  としたときパイプ長zの点における流動電流Iは、Schönらによって、<sup>(6)(7)(10)<sup>a</sup></sup>

$$I = I_{\infty} \cdot \{ 1 - \exp(-z / \bar{v} \tau) \} \dots\dots\dots(1.2.3)$$

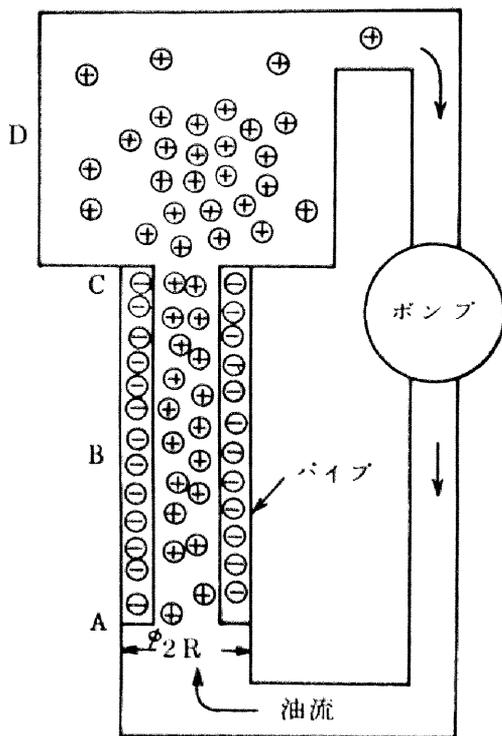
$$I_{\infty} = 2 \pi R \cdot \bar{v} \cdot \tau \cdot j_a \dots\dots\dots(1.2.4)$$

と表わされている。ここに発生電流密度 $j_a$  は、油の導電率、流路形状、流速、固体材料などに依存した値である。

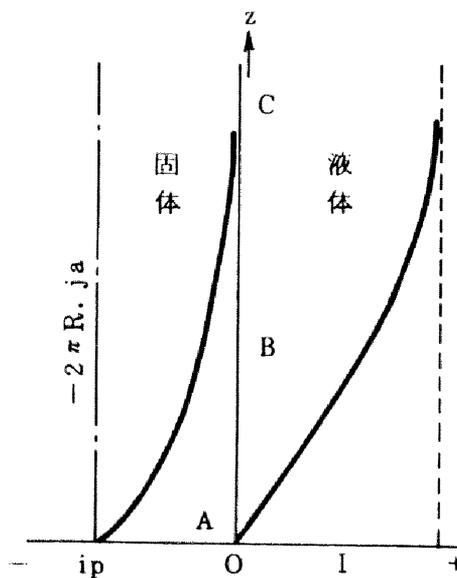
逆に、パイプ壁面には発生した油中電荷より緩和による分を差し引いた電流が流れ込むので、パイプ壁面への単位長さ当たりの帯電電流 $i_p$  は、 $dI/dz$ として

$$i_p = -2 \pi R \cdot j_a \cdot \exp(-z / \bar{v} \tau) \dots\dots\dots(1.2.5)$$

と表わされる。これらの分布を図 1.2.2(b) に示す。すなわち、このように流れの形状が途中で変わらない限り、絶縁パイプ壁面への帯電電流は、流れの入口部で大きく、上流から下流にゆくに従って低減し、一方油中の流動電流は下流ほど高い値となることがわかる。



(a) 帯電モデル



(b) 電流分布

図 1.2.2 流動帯電パイプモデル

次節で述べるように、変圧器内の流動帯電現象はきわめて複雑であるが、基本的には、このような乱流時の簡単なパイプモデルによって説明できるものと考えた。すなわち図 1.2.2 に示したモデルにおいて、Aは変圧器内冷却ダクト入口、Bは巻線内冷却ダクト、Cは冷却ダクト出口、そしてDは変圧器上部空間に相当することになる。

変圧器の油流循環系、帯電状況のモデル的説明、および測定系について図 1.2.3 に示す<sup>(13)</sup>。ポンプより吐き出された冷却用絶縁油は、変圧器巻線下部の導油口に入り、巻線内ダクトを通過して上部空間に吐き出されるが、このとき巻線内の固体絶縁物等との接触流動により帯電が生ずる。固体絶縁物側の負に帯電した電荷は、巻線を通して大地へ流れてゆく。一方正に帯電した絶縁油は上部に運ばれて正電流となるが、タンク上部空間における滞留時間が絶縁油の緩和時間よりも長いことから、ほとんどここで緩和、漏洩したあと、冷却器を通過し、再びポンプで吐き出されて変圧器内にはいる。

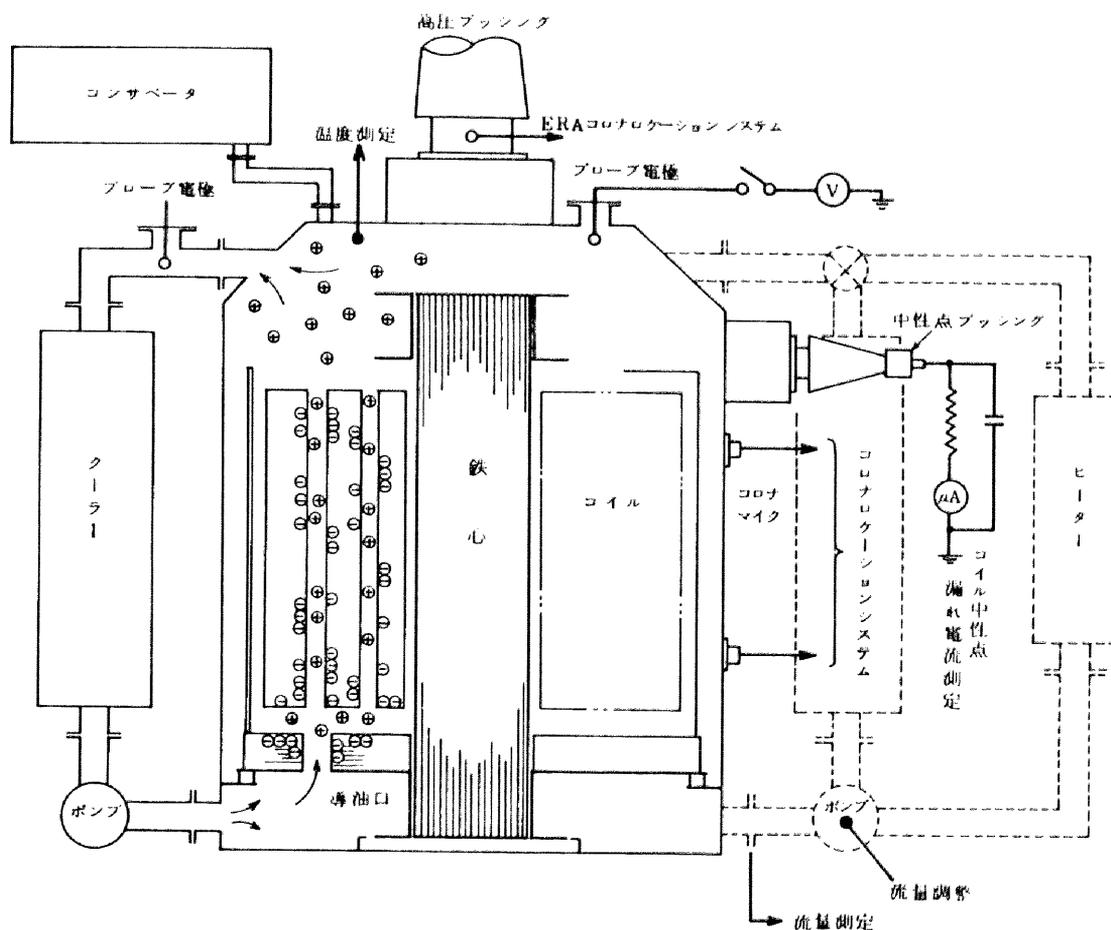


図 1.2.3 変圧器の流動帯電現象とその測定系

変圧器内の流動帯電による電荷分布は図 1.2.4 に示すように前述のパイプモデル（図 1.2.2）のそれと同じように、流れの入口部分に当る巻線下部導油口部分の固体絶縁物表面で最大となる。一方巻線内に導かれた油は、巻線内の油流が比較的円滑であることから、巻線内流動に際しての帯電量は少なく、したがって上部空間での帯電条件は厳しくない。以下では、変圧器内の帯電特性を把握するのを目的とし、調査に用いたモデルの説明につづき、各特性調査結果をまとめ、最後に静電気放電の測定結果をまとめる。

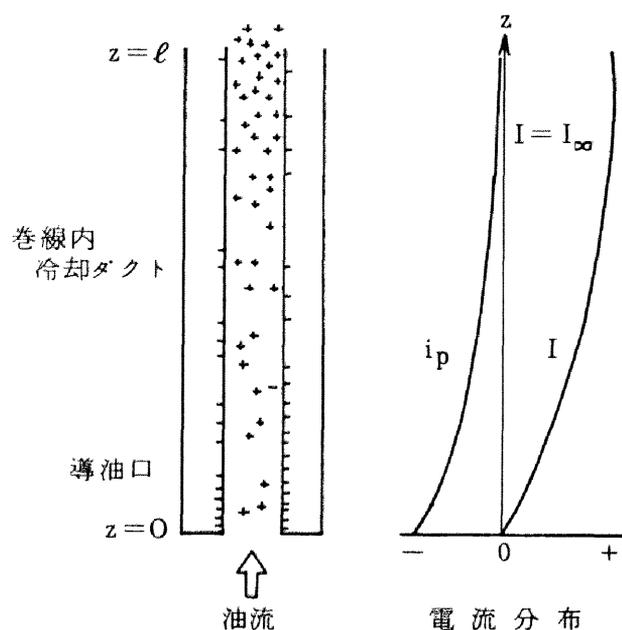


図 1.2.4 冷却ダクトに沿った電流分布

## 2.2 実験装置および測定法

### 2.2.1 実験装置およびモデル構成

表 1.2.1 に本調査に用いた3種の実験装置の概要を示す。いずれの装置も、高電圧、大容量変圧器内の現象と等価性を持たせるために、完全密封構造となっており、絶縁油を真空脱気処理して封入できるようになっている。また各装置とも内部に用いるモデルは、取り替え可能であり、流量-流速が外部よりコントロールできるようになっている。

表 1.2.1 流動帯電実験装置

	実験装置	総油量	流量	発生部長さ	緩和タンク	対象	パラメータ
(a)	実コイル装置 (Model-F)	40000ℓ	0~4000 ℓ/min	約2.6m (可変)	—	・巻線 ・導油口 ・絶縁油 ・放電発生限界	・温度 ・構造 ・流量 ・絶縁油
(b)	大形装置 (Model-L)	10000ℓ	0~4000 ℓ/min	2.6m	5000ℓ	・導油口 ・静電気放電	・流量 ・温度 ・水分
(c)	中形装置 (Model-M)	1500ℓ	0~500 ℓ/min	90cm	700ℓ	・リード ・静電気放電 ・絶縁油	・流量 ・構造 ・絶縁油

以下、実コイル装置は実規模巻線による調査、大型装置は実規模大のモデルで各特性を容易に調査できるように、中形装置はさらに基礎特性を把握できるように考慮した。

(a) 実コイル実験装置 (Model-F)

500KV単巻変圧器の実巻線を用いて、流量、流速特性、温度特性、静電気放電発生限界、絶縁油特性による影響などを調査するための実験装置である。

総油量は、約40000ℓ、流量可変であり、ヒーターにより温度調節が可能である。全体の構成を図 1.2.5 に示す。

測定系は図 1.2.5 に示したように、次の(1)～(7)である。

- (1) 巻線漏れ電流
- (2) 油中プローブによる油中電荷密度測定
- (3) 巻線下部導油口発生電流
- (4) 油 温
- (5) 流 量
- (6) 部分放電測定 (ERAⅢおよび超音波コロナマイク)
- (7) その他

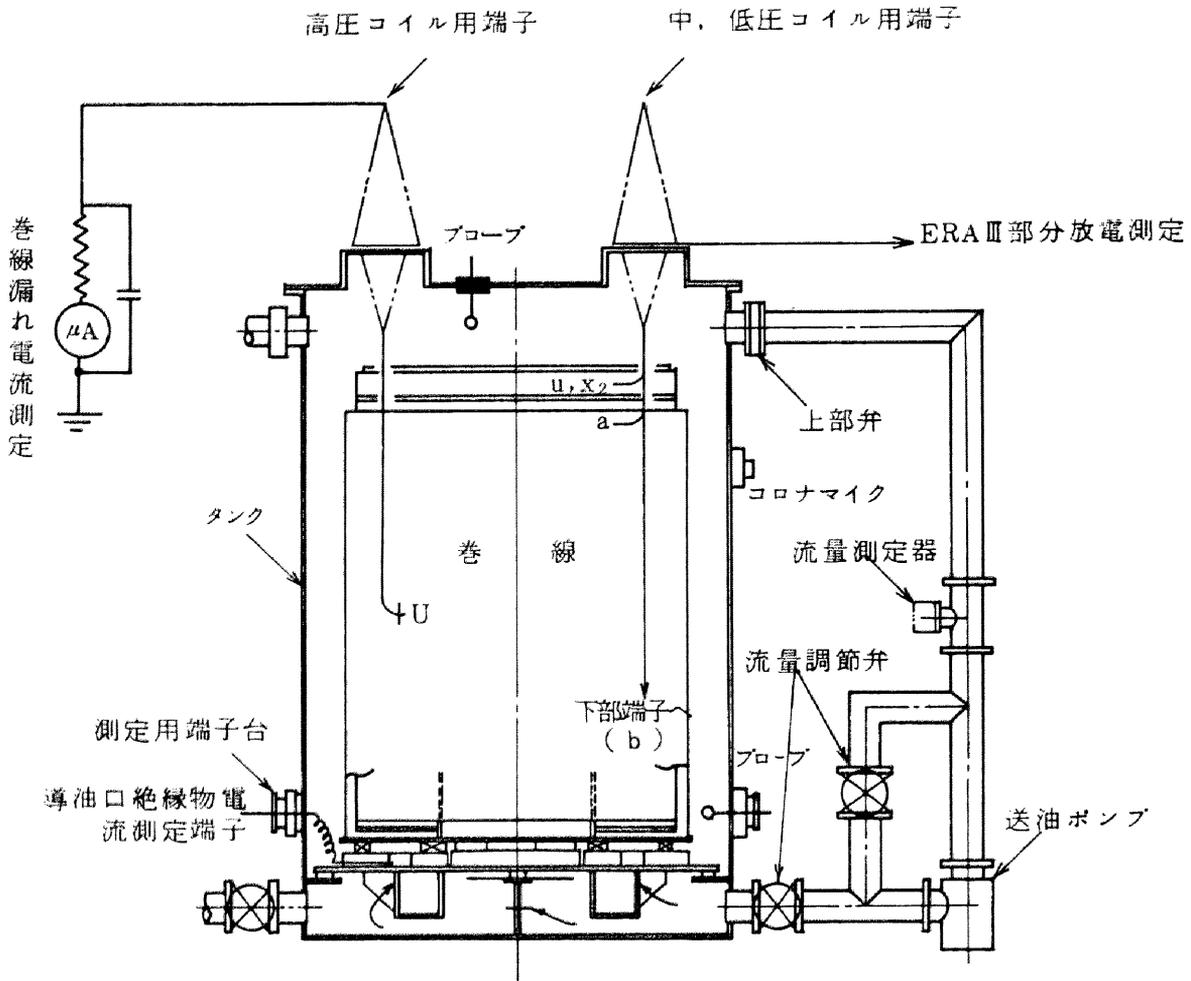


図 1.2.5 実コイル装置 (Model-F)

(b) 大形実験装置 (Model-L)

500KV変圧器巻線を単純化し、導油口から巻線軸方向の帯電特性を調査するための実験装置であり、装置全体は図 1.2.6 に示すようになっておりその外観を図 1.2.7 に示す。

総油量は約10000ℓで、流量0~4000ℓ/minを可変とするために4000ℓ/min定格ポンプ3台を直列に接続し、かつ流量調整を正確に行なうためにバルブおよび周波数電圧連続変換装置TOSVERT-300が装備されている。

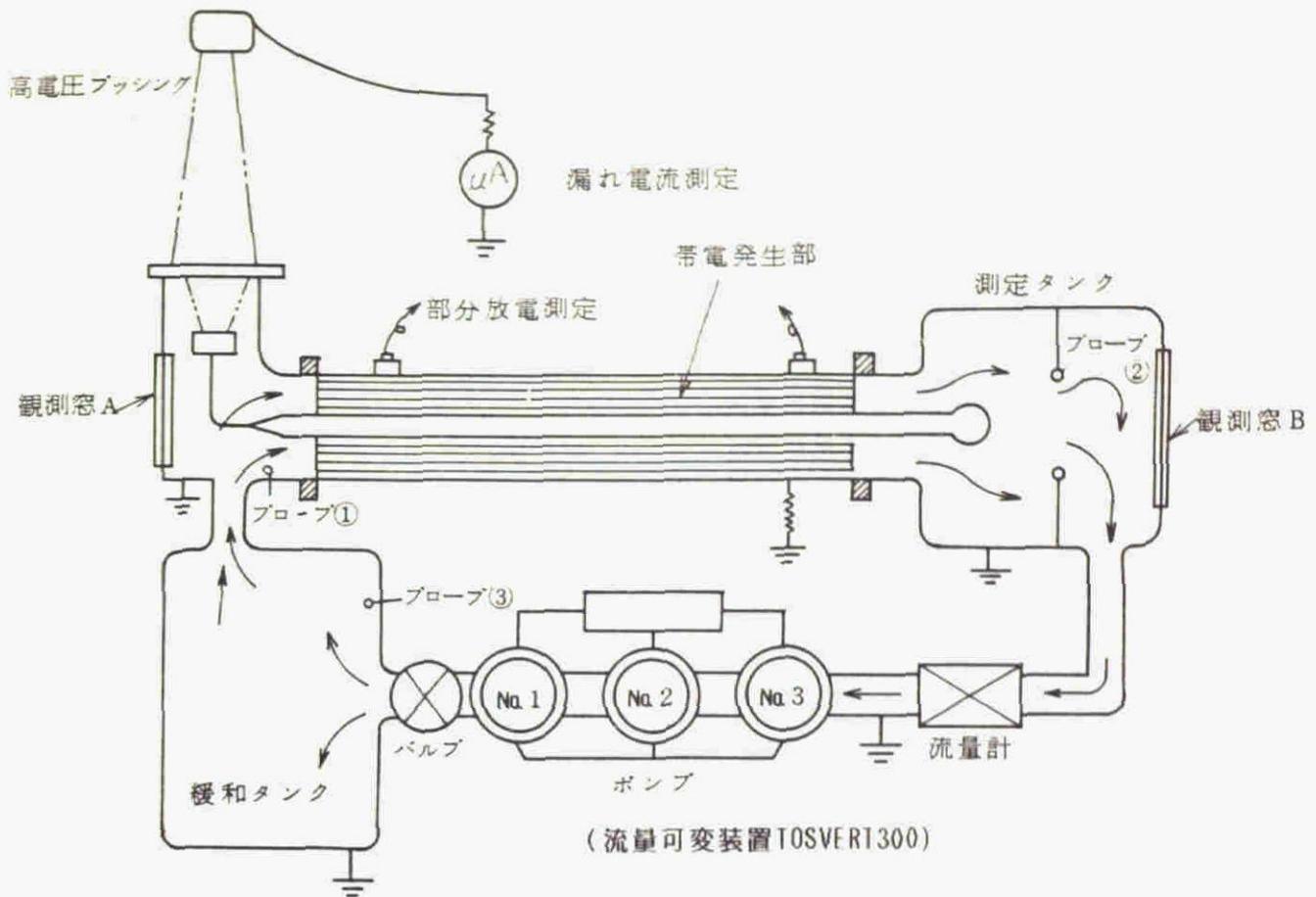


図 1.2.6 大形実験装置(Model-L)



図 1.2.7 大形装置(Model-L) 外観

流動帯電発生部は、500KV実変圧器絶縁物を想定して、約2.6mの長さを有し、その下流に帯電絶縁油の振舞を調査する測定タンクを有している。発生部の構造を図 1.2.8, 1.2.9 に示す。発生部に直列に約5000ℓの緩和タンクがあり、そこで電荷はすべて中和され、発生部へは常に中性（帯電の無い）の絶縁油が流入するようになっている。

本装置には温度を可変とするために、100KWヒータと保温装置、並びに60KW冷却装置が装備されている。測定系は次の(1)～(6)である。

- (1) 発生部中心導体漏れ電流
- (2) 循環系各部油中電荷密度
- (3) 油 温
- (4) 流 量
- (5) 部分放電測定（ERAⅢおよび超音波コロナマイク）
- (6) その他

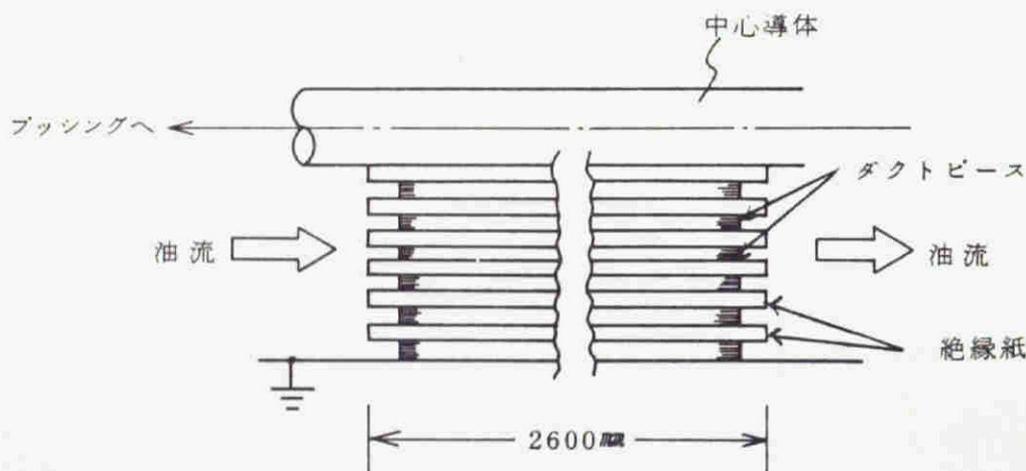


図 1.2.8 Model-L 流動帯電発生部構造

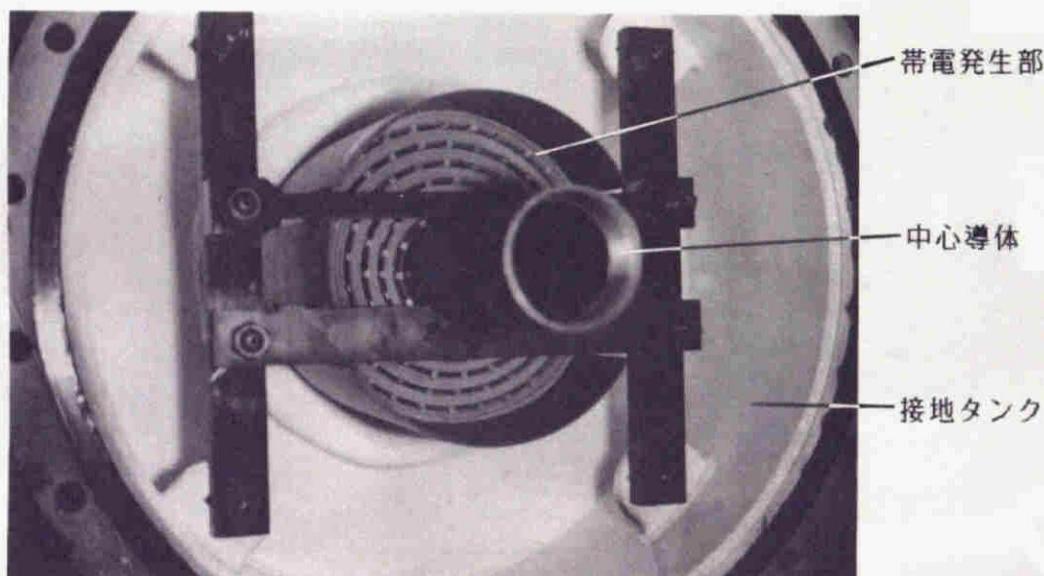


図 1.2.9 Model-L 流動帯電発生部

(c) 中形実験装置 (Model-M)

中形装置は、流動帯電によって発生する静電気放電を中心に調査するためのモデルであり、総油量約1500ℓで、ヒーター、流量計、流量コントロールバルブなどを装備しており、外部ノイズを除去できるように、装置全体がシールドルーム内に収納されている。装置の循環系並びに外観を図 1.2.10, 1.2.11 に示す。

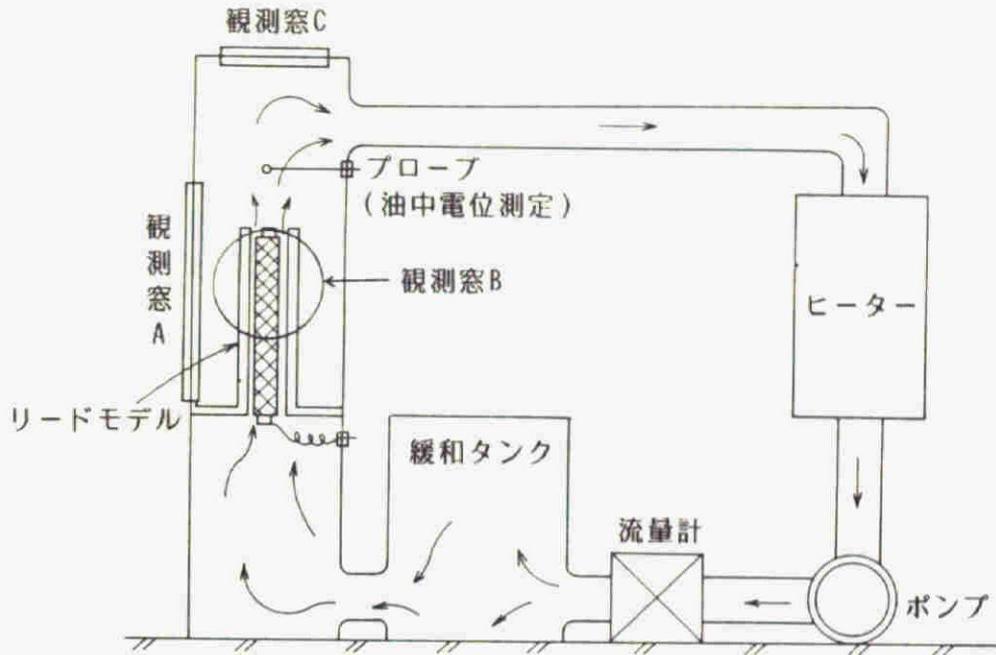


図 1.2.10 中形実験装置 (Model-M)

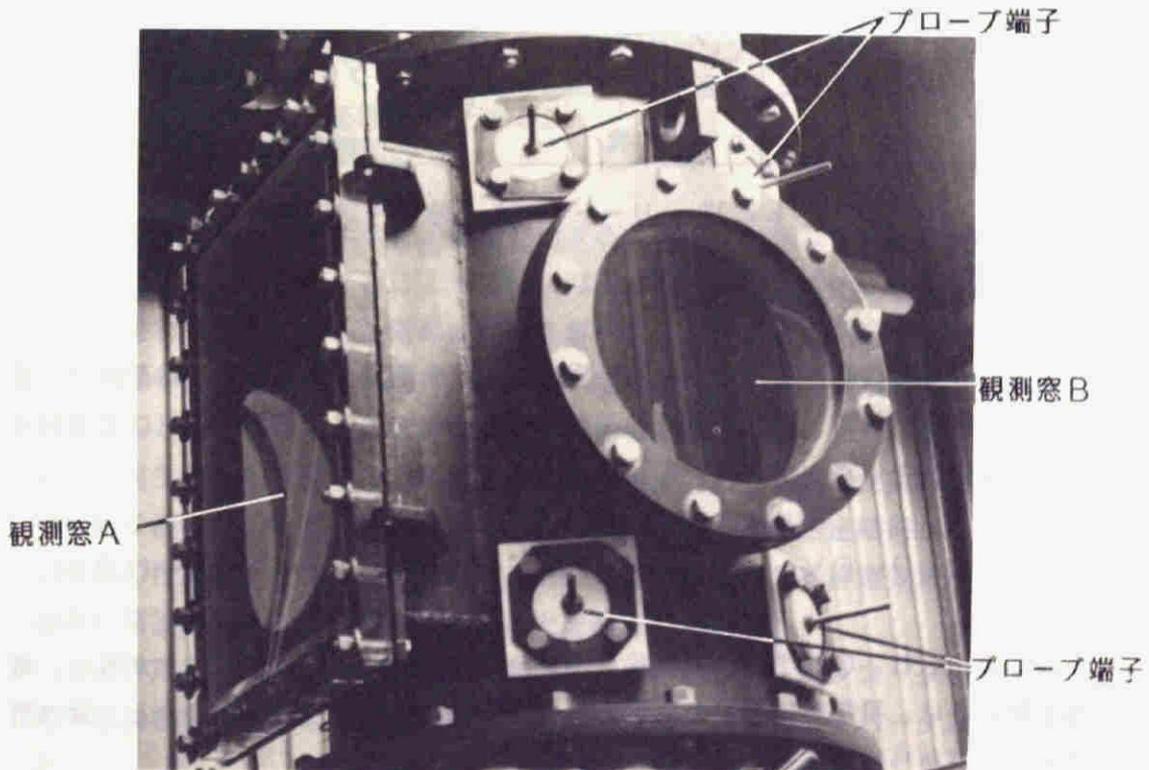


図 1.2.11 中形実験装置 (Model-M) 外観

帯電発生部は、高電圧リードを模擬したリードモデルであり、表面外から静電気放電が観察できるようにアクリル円筒で覆われている。本装置にはリードモデルの他導油口モデルなども装備できるようになっている。リードモデルの構造を図 1.2.12 に示す。

測定系は次の(1)～(9)である。

- (1) リードモデル中心導体，電流，電圧
- (2) 油中電位測定プローブ
- (3) 静止カメラによる放電観測
- (4) イメージコンバータカメラによる超高速放電観測
- (5) 油 温
- (6) 流 量
- (7) 絶縁油帯電度
- (8) 部分放電測定（FRAⅢおよび超音波コロナマイク）
- (9) その他

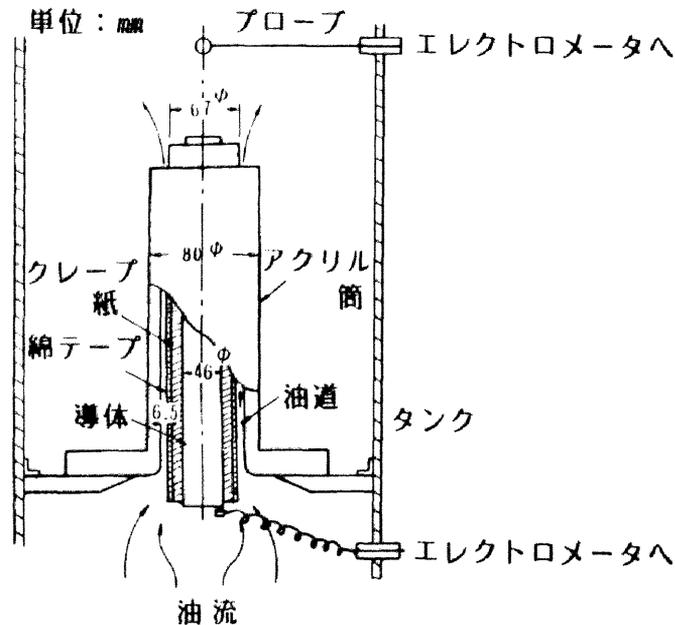


図 1.2.12 リードモデル（綿テープモデル）

### 2.2.2 測定法

流動帯電現象の測定項目として、帯電電位、流動電流、漏れ電流、電荷密度、部分放電（静電気放電）などを挙げるができる。一般には帯電電位Vはその有する電荷量Qとキャパシタンスによって

$$Q = CV \dots\dots\dots (1.2.6)$$

として表わされ、Qが小さくてもCが小さいため大きなVに達することが多い。電荷密度の値は、帯電電位値Vの測定値から(1.2.6)式により求める場合と、漏れ電流値の測定から求める場合とがある。

すでに述べたように、流動帯電の発生電流は、一般に小さく、大きい場合でも10数 $\mu$ A、小さい場合では $10^{-12}$  A以下の測定を必要とする。帯電電圧は一般に高く数Vから数10000Vにまで達するが、電荷量は少ないために、測定に際しては漏れ誤差を極力少なく抑える必要がある。通常は $10^{14}$   $\Omega$ 程度以上の高い入力インピーダンスの測定器を用いる。本論文で示す電圧・電流測定に用いた測定器を表 1.2.2 に示す。

表 1.2.2 測 定 器

	振動容量型電位計	エレクトロメータ	ピコ電流計	集電式電位計
型 名	TR-84M	TR-8651	TR-8641	KS-325
入力インピーダンス	電圧測定 $10^{15}$ $\Omega$ 以上 電流測定 $10^6 \sim 10^{12}$ $\Omega$	電圧測定 $10^{14}$ $\Omega$ 以上 $10^{14}$ 電流測定 $10^{11} \sim 10^{14}$	$0.1 \sim 10^8$ $\Omega$	約 $10^{14}$ $\Omega$
測 定 レ ン ジ	電圧10mV $\sim$ 30V 電流 $3 \times 10^{-5} \sim 10^{-14}$ A	電圧1mV $\sim$ 100V 電流 $10^{-14} \sim 0.3$ A 電荷量 $10^{-12} \sim 10^{-5}$ C	電流 $10^{-2} \sim 10^{-12}$ A	電圧0.3 $\sim$ 60KV
精 度	非常に高い	高 い	高 い	低 い
特 徴	<ul style="list-style-type: none"> <li>入力インピーダンス最高</li> <li>取り扱い要注意</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>インピーダンス高い</li> <li>操作・取扱容易</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>低インピーダンス</li> <li>電流測定のみ</li> <li>取扱い簡単</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>非接触測定可能</li> <li>精度低く周囲により影響受けやすい</li> <li>安 価</li> </ul>
測 定 原 理	<ul style="list-style-type: none"> <li>電圧は振動容量によりAC化し、本体で直流にして測定</li> <li>標準高抵抗による電位降下法による電流測定</li> </ul>	MOSFET使用の高インピーダンスOPアンプにより増幅しメータを振らせる。	MOSFETアンプで増幅し、メータを振らせる。	放射線により気中に抵抗路を作り抵抗分担電圧より電圧を求める。

実際に変圧器内の静電気帯電量を把握するためには、タンク上部については油中にプローブを挿入することによって油中電荷密度を測定できる。一方、問題となる固体絶縁物表面に付着した電荷の分布を変圧器について直接測定することは難しいが、巻線中性点端子より大地へ流れる漏れ電流を変圧器内の帯電量のひとつの指標とすることができる。この電流は、巻線絶縁物表面に帯電した負電荷による電流と、油中に発生した正電荷との緩和による電流の合成であり、巻線全体の帯電の程度を平均的に表わすにすぎない。しかし、この電流は数多くの測定結果から、変圧器内の帯電の程度を示すことが確められており、さらに後述する静電気放電は、この巻線漏れ電流の大きさと、関係があることを確認している。

なお静電気放電の測定には通常の部分放電測定系やデータレコーダを用いた。放電の進展状況の測定にはストリーク撮影のできるイメージコンバータカメラを用いた。

## 2.3 実験結果

### 2.3.1 流動帯電現象の流量・流速および温度特性

#### (a) 大形実験装置 (Model-L) による検証

Model-Lを用いて帯電電位の流量・流速依存性を調査した結果を図 1.2.13 に示す。同図(a) は図 1.2.6 に示すプッシング電位 (負極性) を示しており流量の 2.4 乗に比例している。

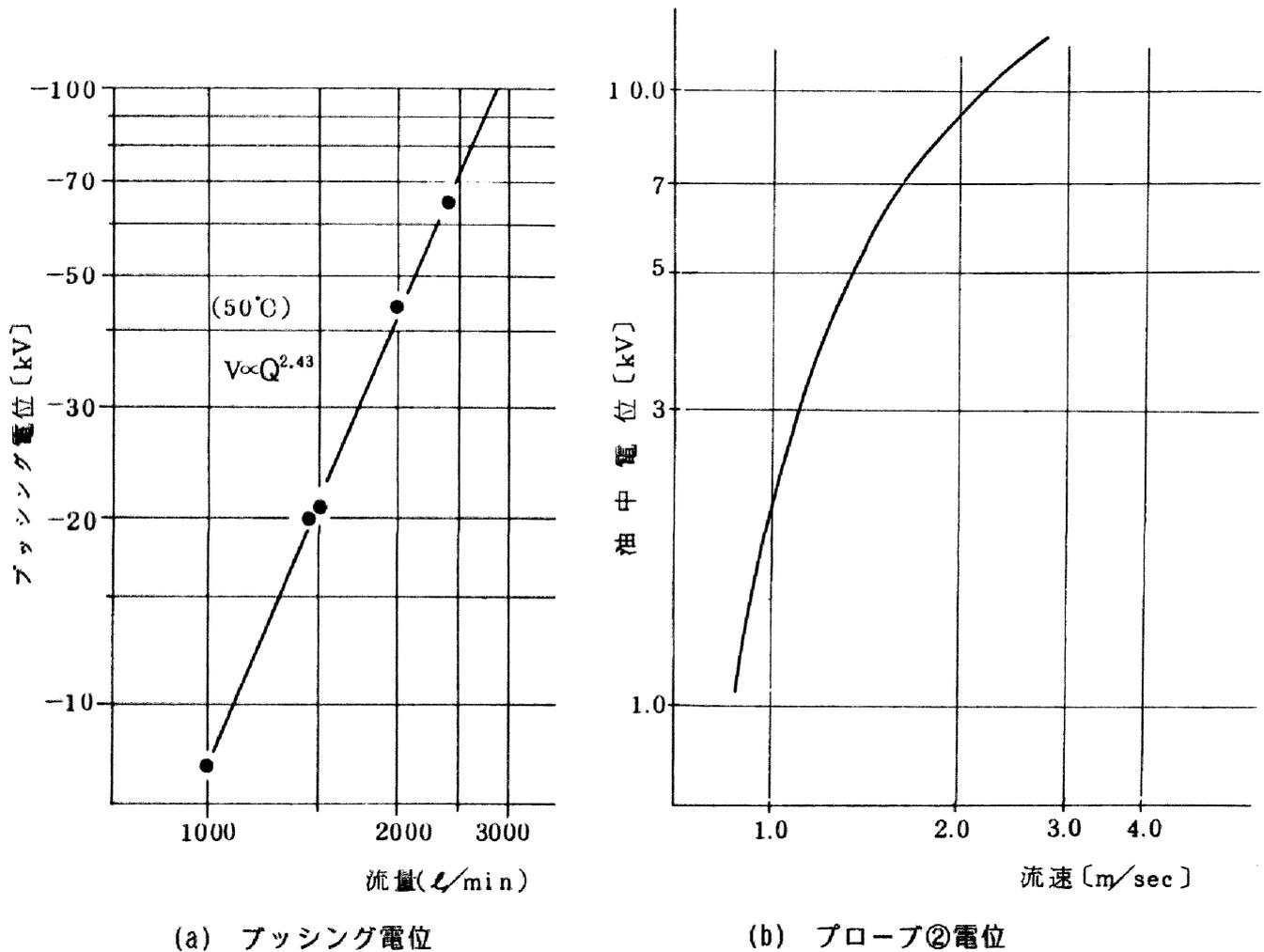


図 1.2.13 帯電電位の流量・流速依存性 (Model-L)

タンク内の正極性電荷による油中電位の流速依存性を図 1.2.6 のプローブ②により求めた結果を同図(b) に示す。この時の流速とは、帯電発生部内の平均流速である。図 1.2.13 より帯電電位すなわち帯電量は流速の約 2~3 乗に比例していることになる。この時の流動電流と帯電電位、油中電荷密度の関係をみると以下のように考えることができる。

タンクへの単位時間あたりの流入電荷すなわち流動電流  $I$  を  $I = dQ/dt$  (A) とし、そのうち油中に空間電荷として残る部分を  $Q_1$  (C)、油からタンク内壁への漏れ電流を  $i$  (A) とすれば

$$\frac{dQ_1}{dt} = I - i \dots\dots\dots (1.2.7)$$

$$i = \frac{Q_1}{\epsilon \rho} \dots\dots\dots (1.2.8)$$

両式より

$$\frac{dQ_1}{dt} + \frac{Q_1}{\epsilon \rho} = I \dots\dots\dots (1.2.9)$$

となる。ここに  $\epsilon$  は油の誘電率、 $\rho$  は油の抵抗率である。  
 (1.2.9) 式を初期条件:  $t = 0$  で  $Q_1 = 0$  のもとで解くと

$$Q_1 = \epsilon \rho I \left\{ 1 - \exp \left( - \frac{t}{\epsilon \rho} \right) \right\} \dots\dots\dots (1.2.10)$$

が得られる。

すなわち流動開始後、一定の流動電流  $I$  が流れ込む測定タンク内では電荷量が (1.2.10) 式に従って蓄積されてゆく。

したがって  $t \rightarrow \infty$  で考えると電荷量  $Q_\infty$  は

$$Q_\infty = \epsilon \rho I \dots\dots\dots (1.2.11)$$

となり、結局油の  $\epsilon$ 、 $\rho$  に依存した値となると同時に、流動電流  $I$  に比例する。

図 1.2.13 で示した場合を例にとって、例えばプローブ②において、油中電位  $V = 6 \text{KV}$  となった場合の油中電荷密度を求めてみよう。内半径  $d$  の導体球かく内に電荷量  $Q$  が一様に分布しているとすると、球内の電界  $E$  は  $E = rQ / 4\pi\epsilon d^3$  となり、球かく内中央の最大電位  $V_m$  は  $V_m = \int_0^d E dr$  で求まり  $V_m = Q \times 4.5 \times 10^9 / (\epsilon_r \cdot d)$  と得られる。ここに、 $\epsilon$ 、 $\epsilon_r$  は油の誘電率、比誘電率である。

したがって  $V_m = 6 \text{KV}$ 、 $\epsilon_r = 2.2$ 、 $d = 150 \text{mm}$  の空間を仮定すると、 $Q = 0.44 \mu\text{C}$  となり、一様分布とすると空間電荷密度は約  $30 \mu\text{C}/\text{m}^3$  となる。実際には電荷分布は一様ではなく局部的偏在があり数  $10 \sim$  数  $100 \mu\text{C}/\text{m}^3$  のオーダーになるものと予想される。

(b) 実コイル実験装置 (Model-F) による検証

500KV単巻変圧器の試作コイルを用いて、帯電状況すなわち巻線漏れ電流と流量（流速）特性および温度特性を調査した結果の一例を図 1.2.14，図 1.2.15 に示す。ここで流量は漏れ電流が最大となる55℃における放電発生下限流量をもって規格化して示してある。これらの結果より以下のことが明らかになった。

- (1) 巻線漏れ電流は流量（流速）の2～4乗に比例して増加する。
- (2) 流速依存性は温度が上昇すると大きくなる。
- (3) 各流量とも50～60℃で帯電が極大点を生じている。それより油温が上昇しても低下しても巻線漏れ電流は減少する。

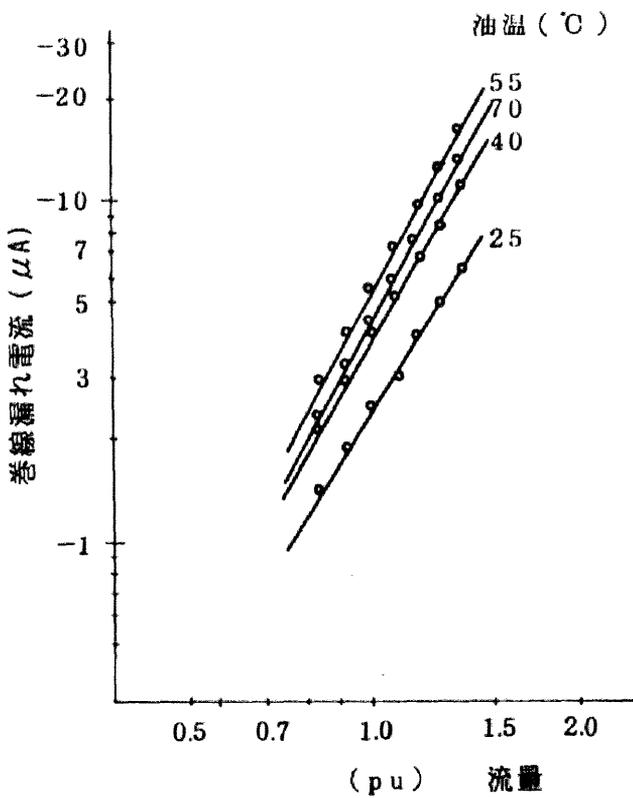


図 1.2.14 流量特性 (Model-F)

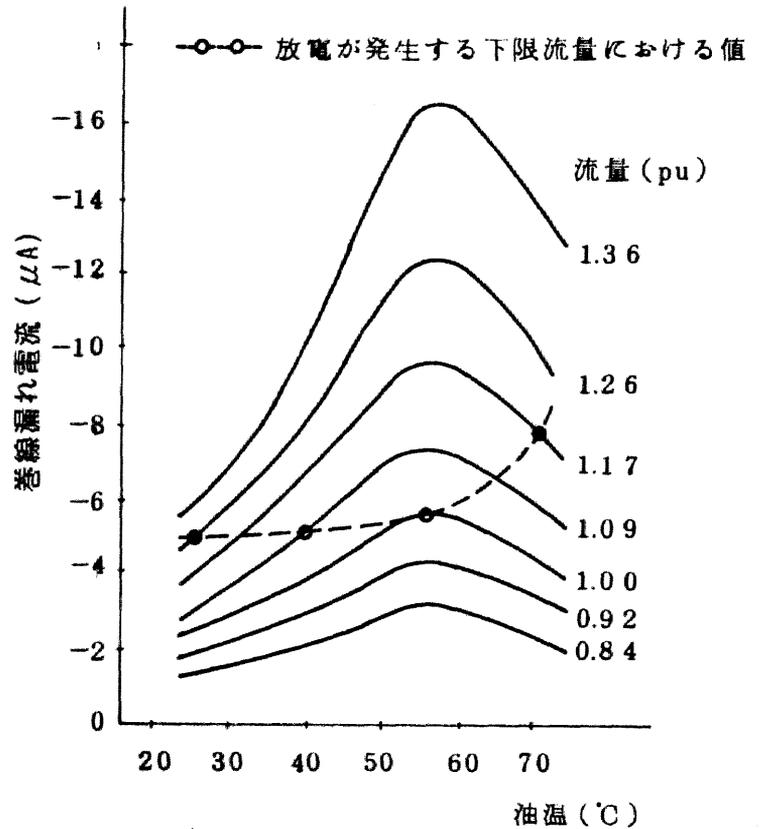


図 1.2.15 温度特性 (Model-F)

帯電特性に極大を示す油温は、種々のパラメータによって変化し、20～60℃のあいだにあるのが通常であった。また高温になるほど流量依存性が大きくなるのは、高温域では、油の抵抗率が低下し、したがって低流量になるほど正極性油中電荷の緩和が顕著になって負極性の巻線漏れ電流が小さくなるためと考えられる。

一方、同一の巻線を用いて、後述する循環式帯電度測定装置によって高帯電度油と低帯電度油に分類された2種の絶縁油を用いて、それぞれ巻線漏れ電流の油温特性を測定した結果を図 1.2.16 に示す。この結果より変圧器の帯電に及ぼす絶縁油の影響の大きいことが確認され、図 1.2.14 と比較することによって  $5 \text{ pC/cm}^3$  の油による定格125%流量は  $33 \text{ pC/cm}^3$  の油による定格92%流量に相当することがわかる。

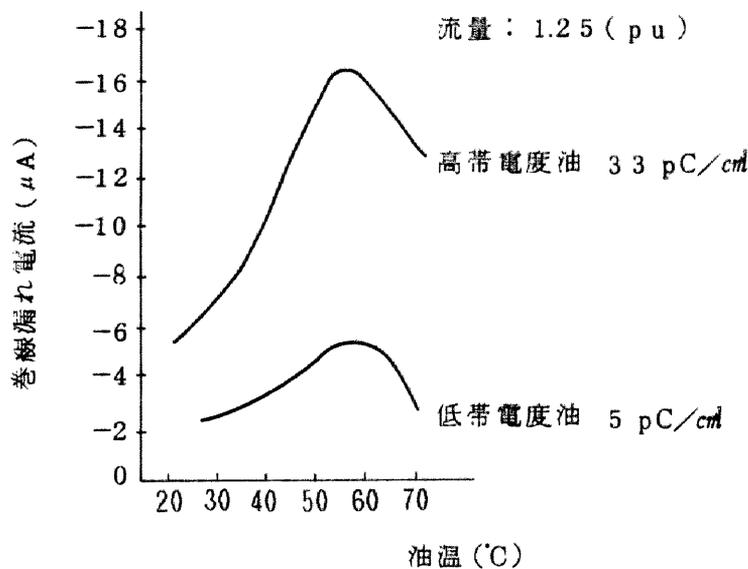


図 1.2.16 絶縁油特性

### 2.3.2 放電発生下限流量特性

Model-Fを用いて過流速による静電気放電発生状況を調査し、放電の発生しない最低流速の温度特性を求めた。その結果の一例を図 1.2.17 に示す。このように放電発生下限流量は油温に対してV字特性を示すが、構造によってV字特性も変化する事がわかった。放電発生位置は、図 1.2.18 に示すように巻線下部導油口近傍であり、すでに図 1.2.2 で示した電流分布から予想される場所と一致した。

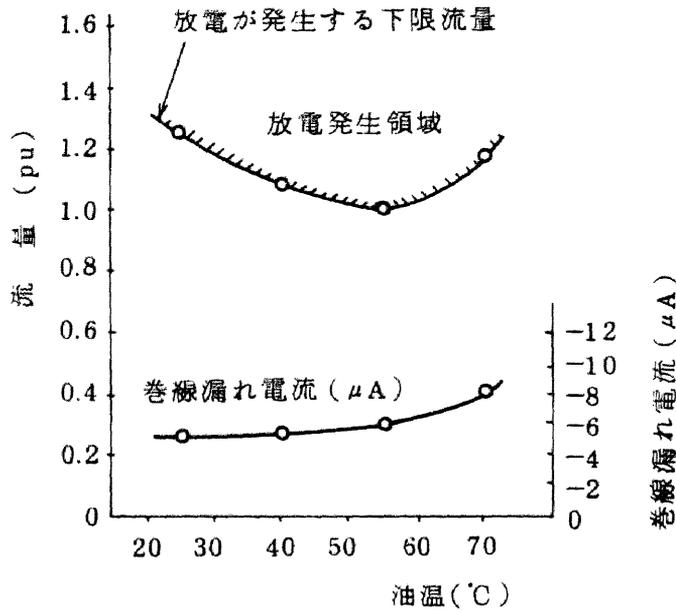


図 1.2.17 放電発生下限流量の油温特性

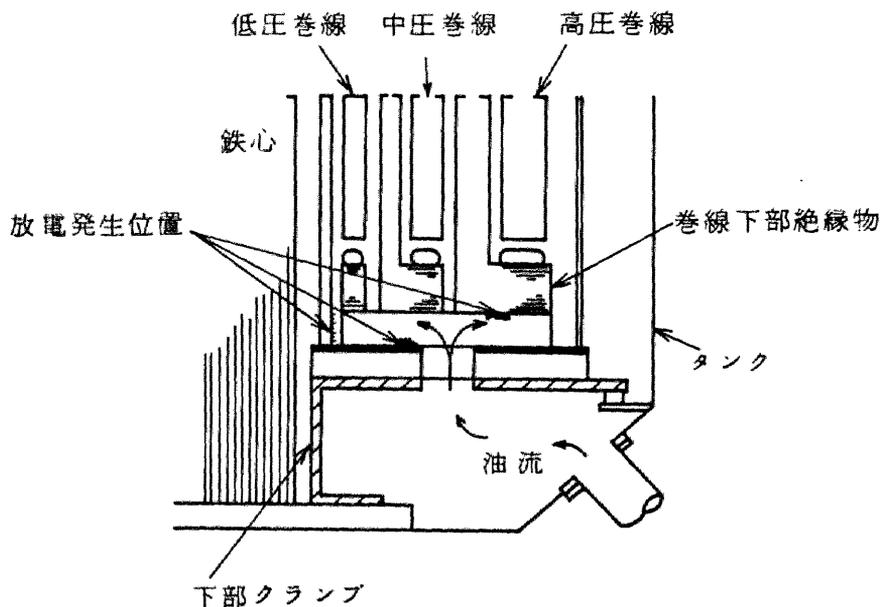


図 1.2.18 放電発生位置

一方、放電発生限界をさらに詳細に検討するために500KV単巻変圧器用の分路巻線（円筒巻線および円板巻線）1脚分を用いて、油流による静電気放電の発生限界条件を調査した。この時の絶縁物含有水分量は、約0.1%、絶縁油は高帯電度油を用い、実験条件を実変圧器の常規使用状態に近づける主旨から、高圧コイルに160KV（ $=275/\sqrt{3}$ KV）を印加し、中・低圧コイルを接地とし、流量を変化させて測定をした。

円筒巻線について、下部導油口を集中配置とした時と、分散配置とした時のそれぞれについて、コイル下部平均流速と静電気放電発生との関係を調査した結果を図1.2.19に示す。集中導油口では下限流速が温度に対してV字特性を示すのに対し、分散導油口を用いると集中導油口の1.4倍のコイル下部平均流速に対しても静電気放電の無い事が確認された。

一方、円板巻線による同様の実験結果を図1.2.20に示す。図1.2.20にみられるように、この場合放電発生下限流速はV字特性を示さず油温に対してほぼ一定となった。

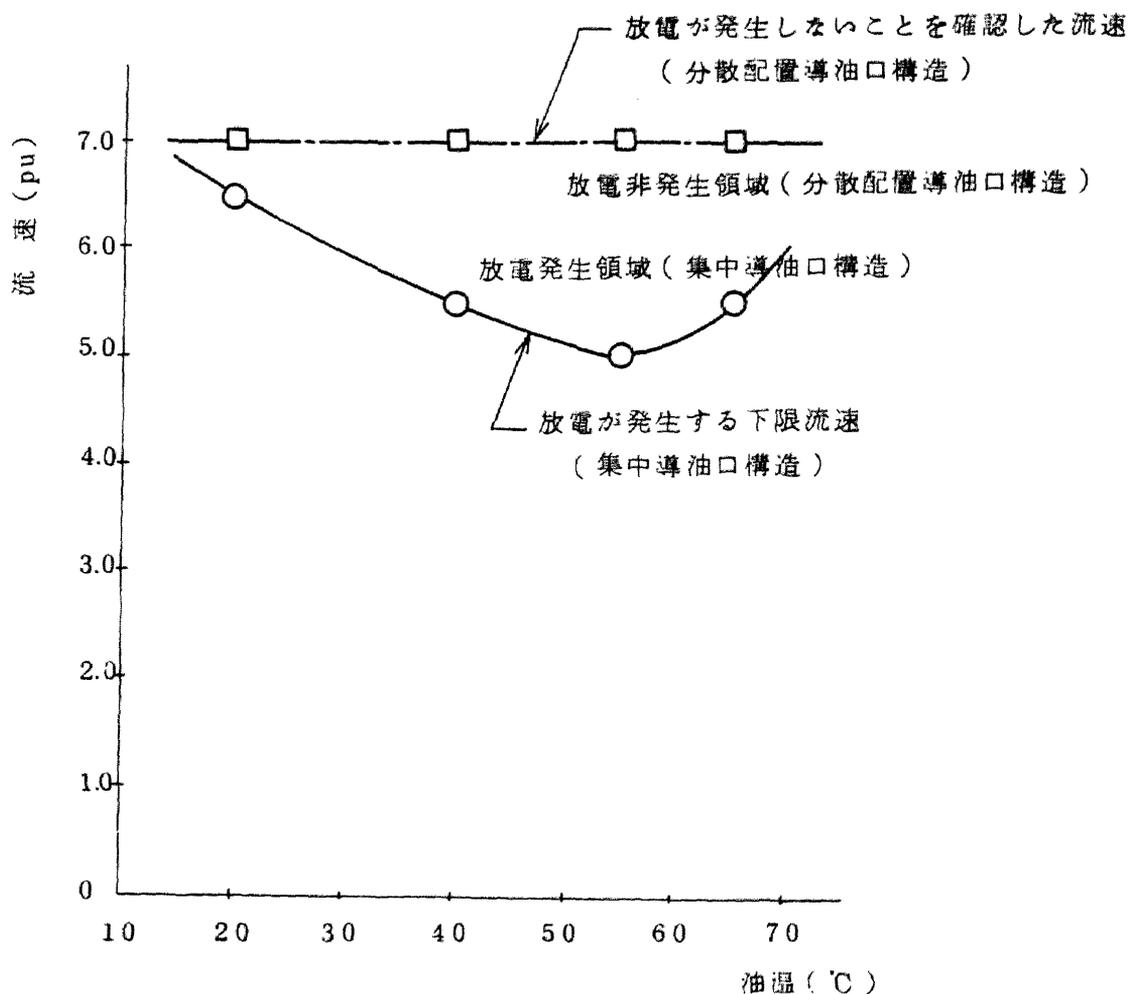


図 1.2.19 円筒巻線の放電発生領域(Model-F)

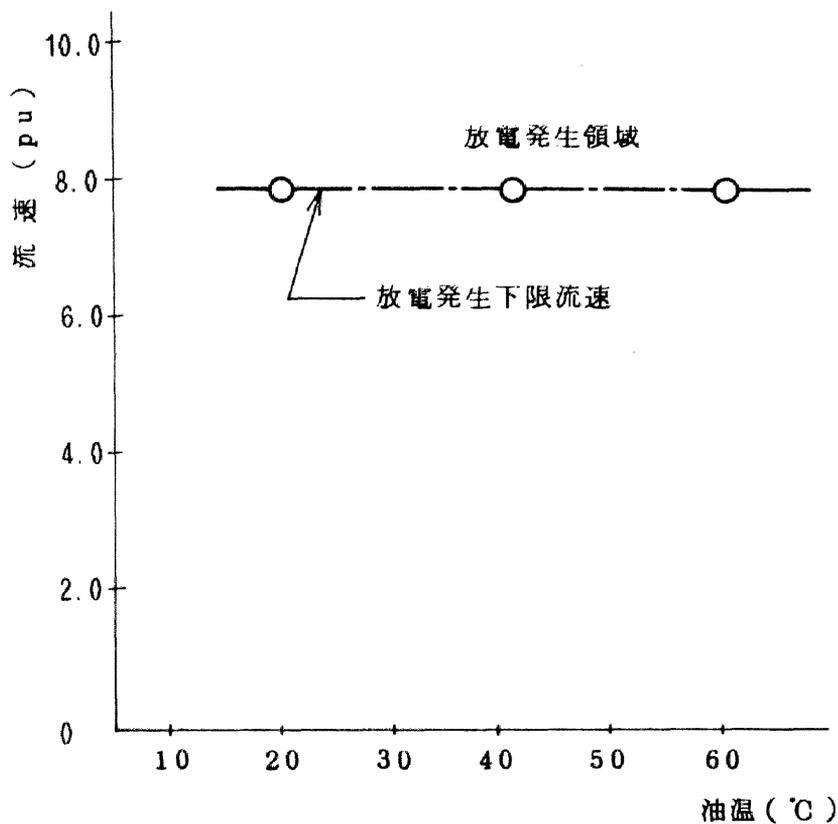


図 1.2.20 円板巻線の放電発生領域(Model-F)

今回の円筒巻線・円板巻線いずれの実験も、比較的帯電度の高い絶縁油を用いた時のものであり、帯電度の低い絶縁油を用いれば図 1.2.16 に示したものと、ほぼ同様な効果を得られ、放電発生下限流速は改善され、さらに高い流速まで放電が発生しないものと予想される。(帯電度とは帯電のしやすさの指標であり第3章、第4章で詳述する)

### 2.3.3 油流および流路形状の影響

流れと帯電とについて、もう少し微視的に考えてみる。流れの入口部分では、流れの乱れにより、部分的に流速が速くなることがある。このような流れの局所的な乱れによる静電気帯電への影響を調査するために内径80mm長さ500mmのプレスボードパイプを用いて軸方向の帯電量の分布を測定した。プレスボードパイプ外周上に並べた11個の電極からの帯電電流を測定し、帯電量の分布を求めた。

パイプ内平均流速 $\bar{v} = 1 \text{ m/s}$ および $\bar{v} = 3 \text{ m/s}$ 、油温29°Cおよび53°Cについて測定した結果を図 1.2.21 に示す。入口部分Aでは、プレスボードパイプが

直角切落し形状をしているため流れの乱れ（すなわち渦や縮流）が発生し、この乱れは平均流速が速くなるほど大きくなる。したがって入口部分で非常に大きな帯電電流が発生しており、また流速が高いほどその影響も大きくなっている。平均流速  $\bar{v}$  が  $1 \text{ m/s}$  のとき、油中の電荷緩和時間  $\tau$  を  $29^\circ\text{C}$  で約  $20$  秒とすると、緩和長  $Z_0$  は

$$Z_0 = \bar{v} \cdot \tau = 20 \text{ m} \dots \dots \dots (1.2.12)$$

となるので、パイプ長 ( $0.5 \text{ m}$ ) に比べ十分に長く、入口部分の乱れがなければ帯電電流の分布はほぼ一様となるはずである。以上より図 1.2.21 は入口部分の流れの乱れによる帯電発生量が大きいことを示しているのみならず、出口部分 C でも流れの乱れによる若干の影響が出ることを示している。これらは、いずれも渦や縮流などの流れの乱れ発生によりミクロ的にみた流速および接触面積が増大したためによるものと考えられる。

油温を上昇させると導電率が上昇し粘性が低下し、また緩和長  $Z_0$  も短くなるので、入口部分、出口部分等の端部による影響は低温時ほど顕著ではなくなるが、全体の帯電量は図 1.2.21 に示すように増加する。次に油流入口角部の曲率半径による流動帯電発生量の緩和実験結果を図 1.2.22 に示す。油流が乱れずに流入する場合には、入口部の異常帯電発生が迎えられることがわかる。また同図よりこの効果は油流の出口部においても同じように考えられる。

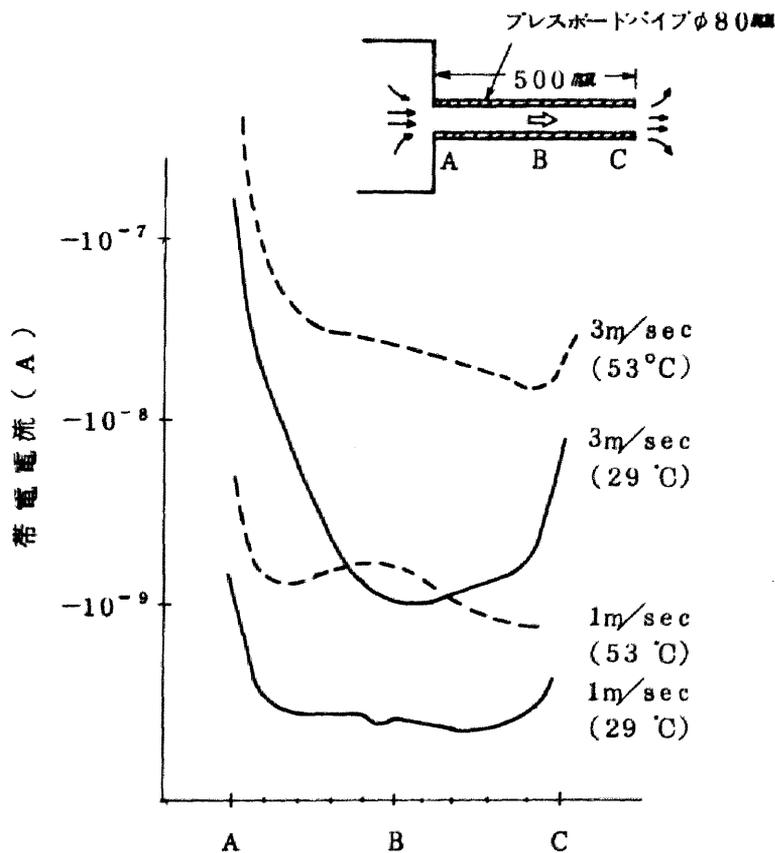


図 1.2.21 プレスボードパイプの帯電電流分布 (Model-M)

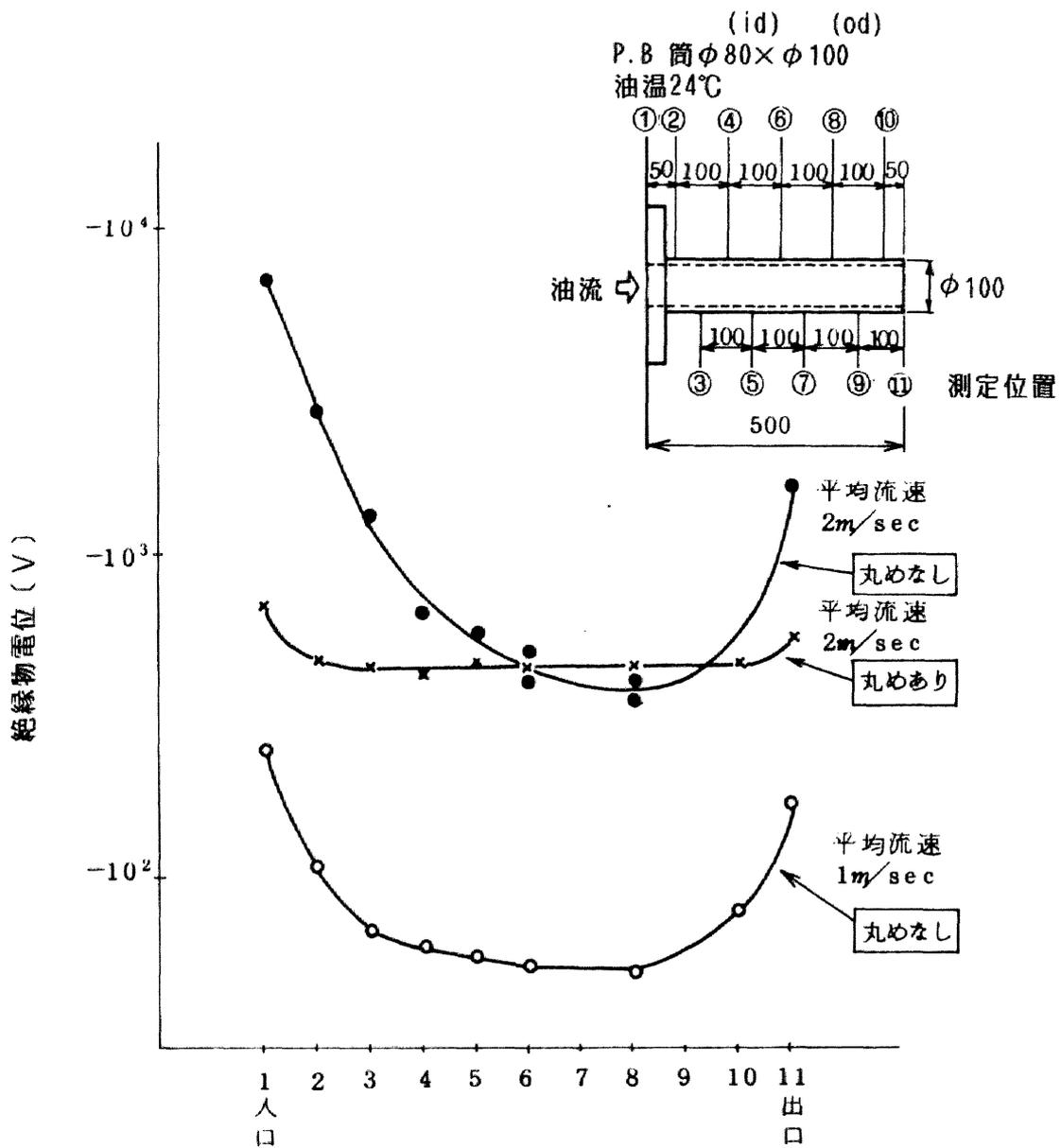


図 1.2.22 油流入口・出口の丸め効果

本モデルについての2次元のレーザ流速計による流速実測結果によると、入口部の丸め無しの場合入口中央部の流速が縮流のために上昇していたものが、丸めをつける事により約70%に低下することが確認された。この差に流速依存性(2~4乗)が加わって図 1.2.22 に示するような顕著な改善効果が表われるものと考えることができる。

### 2.3.4 AC課電特性

AC課電の流動帯電に及ぼす影響をModel-L実験装置を用いて調査した。図1.2.23は流動開始以後の油中電位のオシログラフであり、80KV課電により約25%の油電位上昇があり、課電停止とともに元の値に復帰した。またAC電界が高いほど発生電荷量が増すことも判明した。このモデルを用いて、中心導体からの漏れ電流の流量特性をみると図1.2.24のようになる。

一方、Model-Fを用いて巻線漏れ電流と油温との関係を調査した結果、図1.2.25のような結果が得られた。

以上のように、部分モデルにおいても、実変圧器モデルを用いても、AC課電により流動帯電発生量は増加することがわかった。

これは、AC電界による電荷分離の促進、油中不純物の移動、あるいは2重層の厚さへの影響などによるものと考えられる。

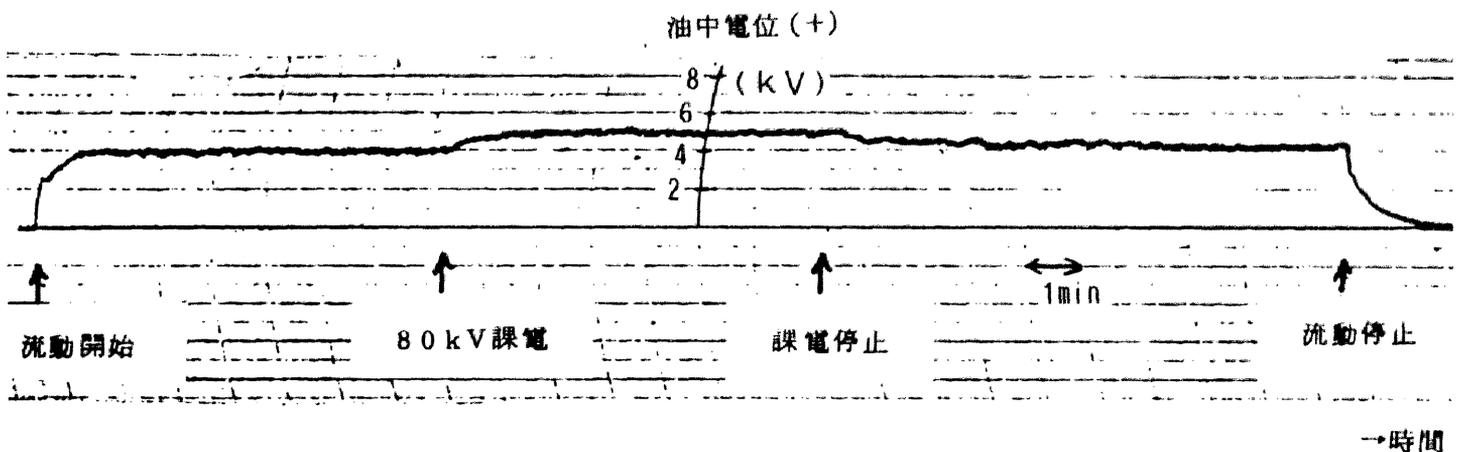


図 1.2.23 Model-L における油中電位とAC課電の影響

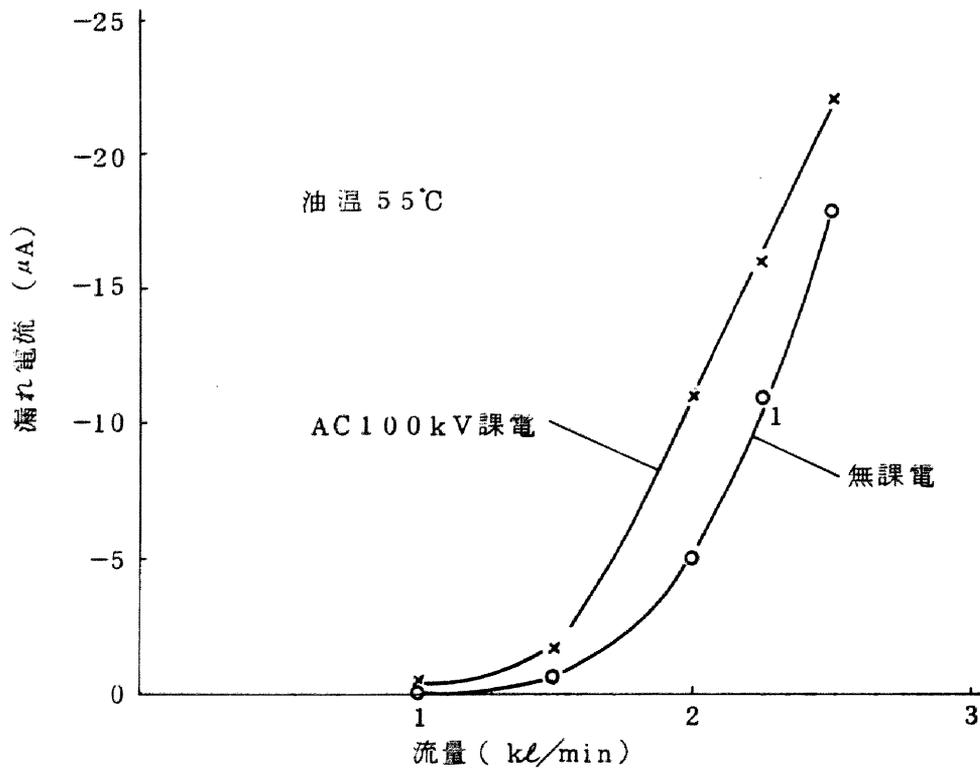


図 1.2.24 Model-L によるAC課電の影響 (流量特性)

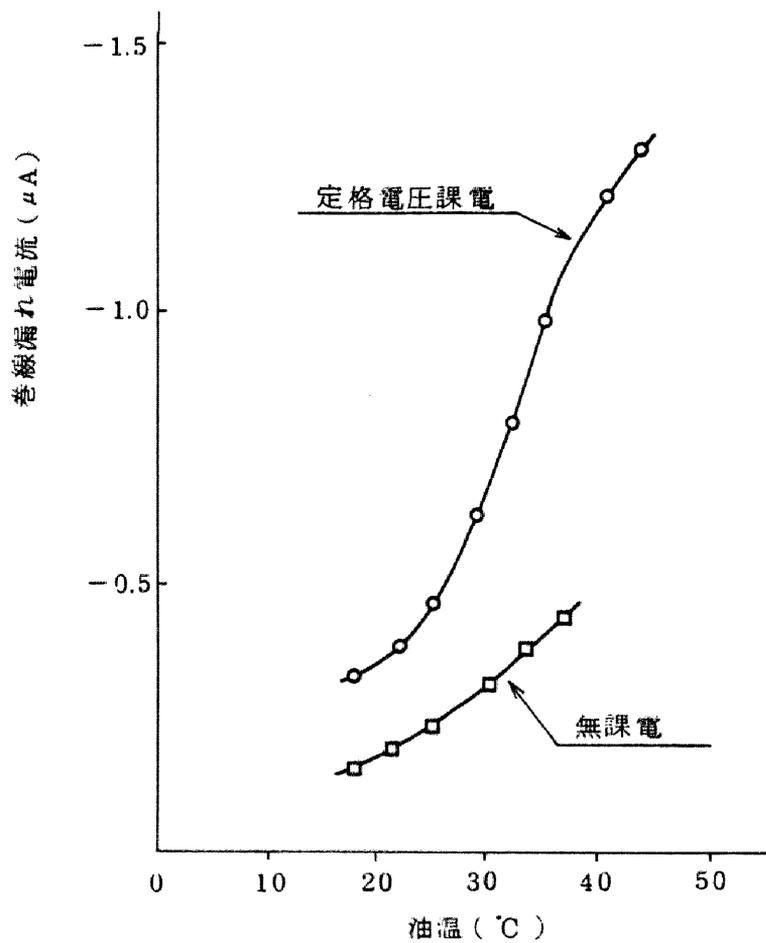


図 1.2.25 Model-F によるAC課電の影響 (温度特性)

### 2.3.5 固体絶縁物の影響

変圧器内には、クラフト紙、プレスボード、綿などのテープ類など種々の固体絶縁物があり、それぞれの表面状態は異なっており、したがってそれぞれ発生電流密度  $j_a$  も異なってくる。

図 1.2.12 に示したリードモデルについて Model-M を用いて、これらの固体絶縁物の表面粗さの違いによる帯電発生量への影響を調査したところ図 1.2.26 に示す結果を得た。この時の油温は  $20 \sim 30^\circ\text{C}$ 、平均流速は  $2.5 \text{ m/sec}$  一定とした。図 1.2.26 によれば（綿テープ > クレープ紙 > プレスボード > クラフト紙）の順に帯電量の大きいことが明らかである。またこの順序は同時に表面粗さの順でもあるので、表面粗さが帯電発生に影響を与えていることがわかる。綿テープでは、クラフト紙プレスボードに比べて1桁以上も帯電量が高くなっている。一方、絶縁物表面を傷つけ、毛羽立った状態では、それぞれ同じ材料であっても帯電量が1桁近くも上昇することがわかった。

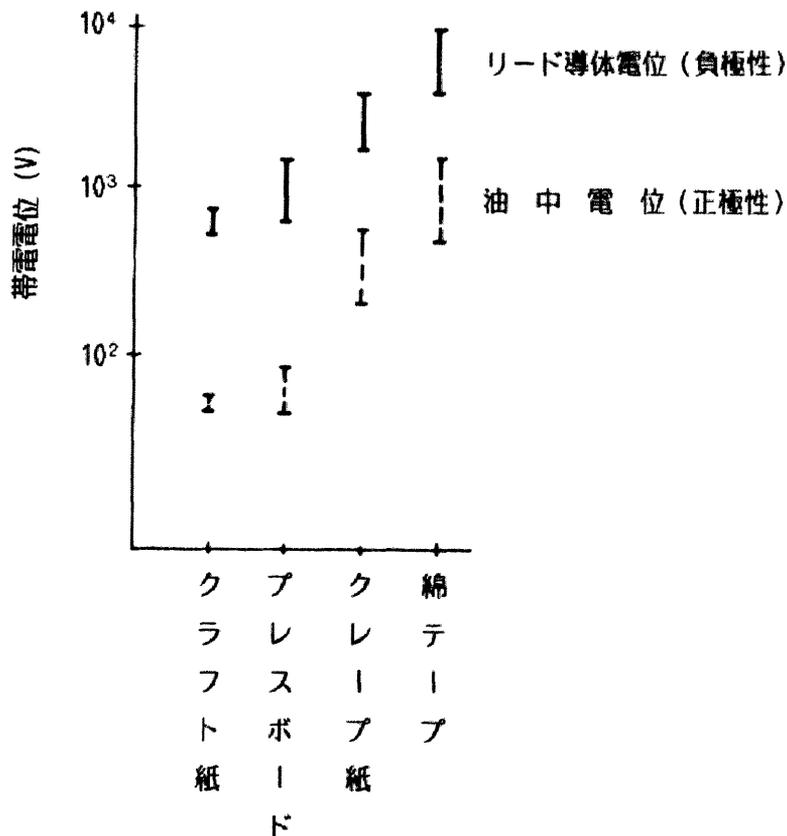


図 1.2.26 固体絶縁材料と帯電量

さらに一度静電気放電が発生すると帯電量が増加する傾向があるが、これは静電気放電自身による固体絶縁物表面の毛羽立ちがひとつの原因とも考えられる。界面2重層の厚さを決定する指標となるデバイ長は(1.2.1)式で表わされるので、絶縁油の導電率を $\kappa \doteq 10^{-14} \text{ S/cm}$ とすると $\delta = 0.1 \sim 0.5 \text{ mm}$ となり綿テープやクレープ紙の表面粗さ、毛羽の大きさに十分対応する大きさとなるので、帯電に影響を与えるのであろう。

綿テープ、クレープ紙、とくに綿テープの場合には絶縁油が繊維中を流れることも考えられ、一般フィルタと同じように、ミクロ的にみた接触面積が非常に大きくなるために大きな帯電発生量となるものと考えられる。

### 2.3.6 絶縁物処理—(乾燥度・水分)の影響

図 1.2.12 に示すクレープ紙を用いたリードモデルを用い、図 1.2.10 に示す Model-M 実験装置により油を流動させ、油中水分量を変化させた時の中心導体から大地へ流れる帯電発生電流を測定した。

その結果を図 1.2.27 に示す。この結果は油温一定での連続実験により得られたものであり油中水分量の増加とともに発生量がほぼ直線的に増加してゆく。

一方、密閉油循環系において、中心導体に絶縁紙と油道を同心状に重ねた図

1.2.8 に示す円筒油道モデルにより、絶縁物含有水分量を変えて、静電気放電発生限界流量におよぼす影響を図 1.2.6 の Model-L により調査した。

その結果を図 1.2.28 に示す。図 1.2.28 によると図 1.2.27 で示したものととは逆に絶縁物乾燥度の高い方が静電気放電を起こしやすいことがわかる。実際には静電気帯電量は発生量と漏れ量によって決まるわけであり、図 1.2.27、図 1.2.28 などの結果が得られ、これは矛盾するものではない。特に高度に乾燥された絶縁物は、油中において漏れ抵抗が極めて高くなるため、微量の帯電電流でも蓄積効果の大きいことが裏付けられる。

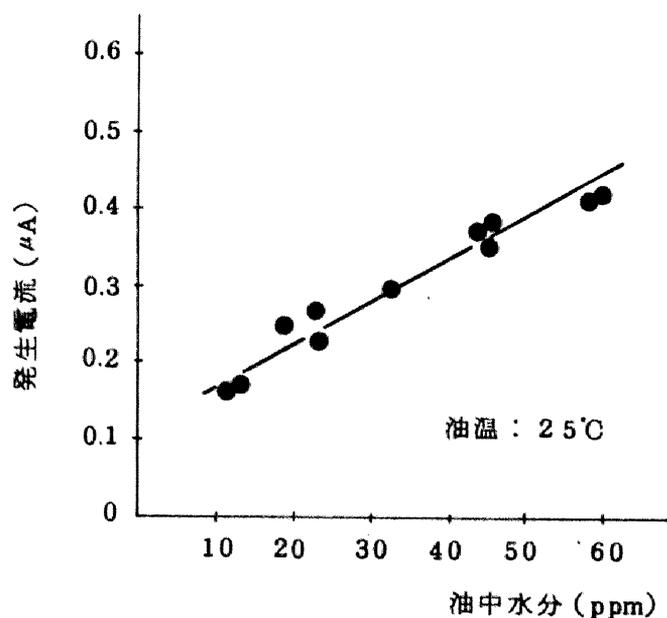


図 1.2.27 油中水分量と帯電量 (Model-M)

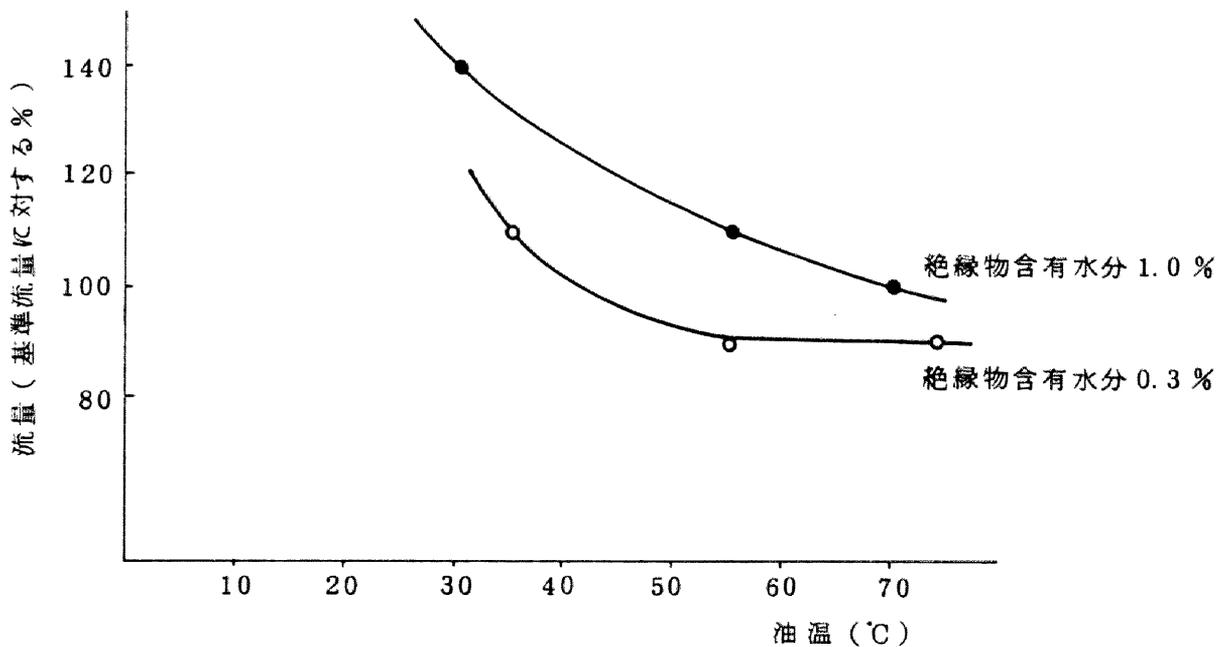


図 1.2.28 絶縁物含有水分量による静電気放電発生下限流量の変化(Model-I)

### 2.3.7 絶縁油の影響

流動帯電現象は、液体、固体の両相の相互関係で決定されるのであるが、中に含まれる帯電発生因子が動きやすい液体側の特性に大きく依存することは論をまたない。(4)(5)(8)(9)しかながら、これまでに変圧器に使用する絶縁油の帯電のしやすさ、すなわち帯電度を測定した例が無く、したがって帯電度測定装置の開発、検証を行ない、それを用いて、帯電度の管理、帯電発生要因の究明、ならびに帯電度の低減を試みた。その内容については第3章、第4章に詳述する。

### 2.3.8 外部循環系による帯電

すでに図 1.2.2, 図 1.2.3 に示したように、変圧器の流動帯電現象は全体がひとつの閉じたループ系になっており、したがって内部巻線の帯電に及ぼす冷却器、ポンプ、配管などの外部循環系による影響も予想される。

したがってModel-Fを用いて冷却器、ポンプ等をそれぞれ分離して、帯電発生量を調査した結果、外部循環系がほとんど金属で構成されていることもあり、図 1.2.14 や図 1.2.22, 図 1.2.26 などの絶縁物帯電に比べて1/100~1/10000程度の帯電であることが判明し、事実上無視して良いものと判断した。

### 2.3.9 時間経過による影響

変圧器内で使用されている固体絶縁物の代表であるプレスボードとクレープ紙の表面上を絶縁油が流動する時、油流動時間（ポンプ運転時間）の経過にしたがって、絶縁物から流出する電位、あるいは絶縁物から流出する漏れ電流がどのように変化するかを調査した。ここで用いたモデルは図 1.2.21 に示すプレスボードパイプモデルと図 1.2.29 に示すクレープ紙を巻いたクレープモデルの2種である。モデルは密閉回路で油を流動させ、プレスボードモデルはパイプに沿った各点の電位を、クレープモデルではクレープ紙から流出する電流を測定した。試験条件は20～50℃、絶縁物含有水分量0.5%一定とした。プレスボードモデルの試験結果を図 1.2.30 に、クレープモデルの試験結果を図 1.2.31 に示す。図 1.2.30 に示す結果から、プレスボードモデルの入口、出口、中央および出口の油の電位は、運転日数を経るにしたがって漸次低下してゆくことがわかる。

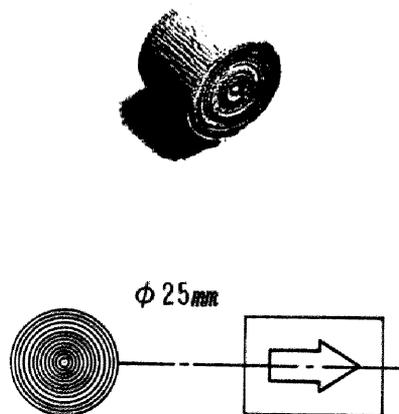


図 1.2.29 クレープモデル

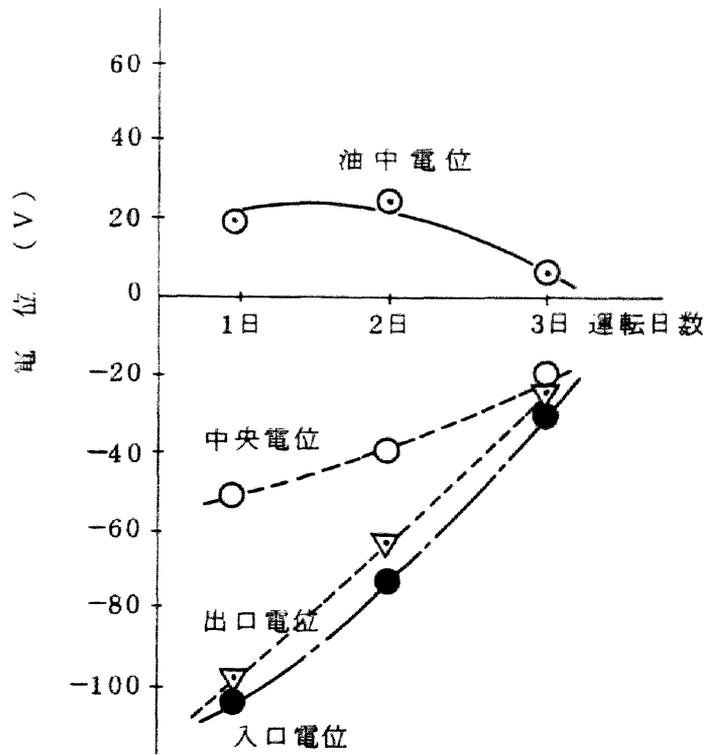


図 1.2.30 プレスボードモデルの経日特性

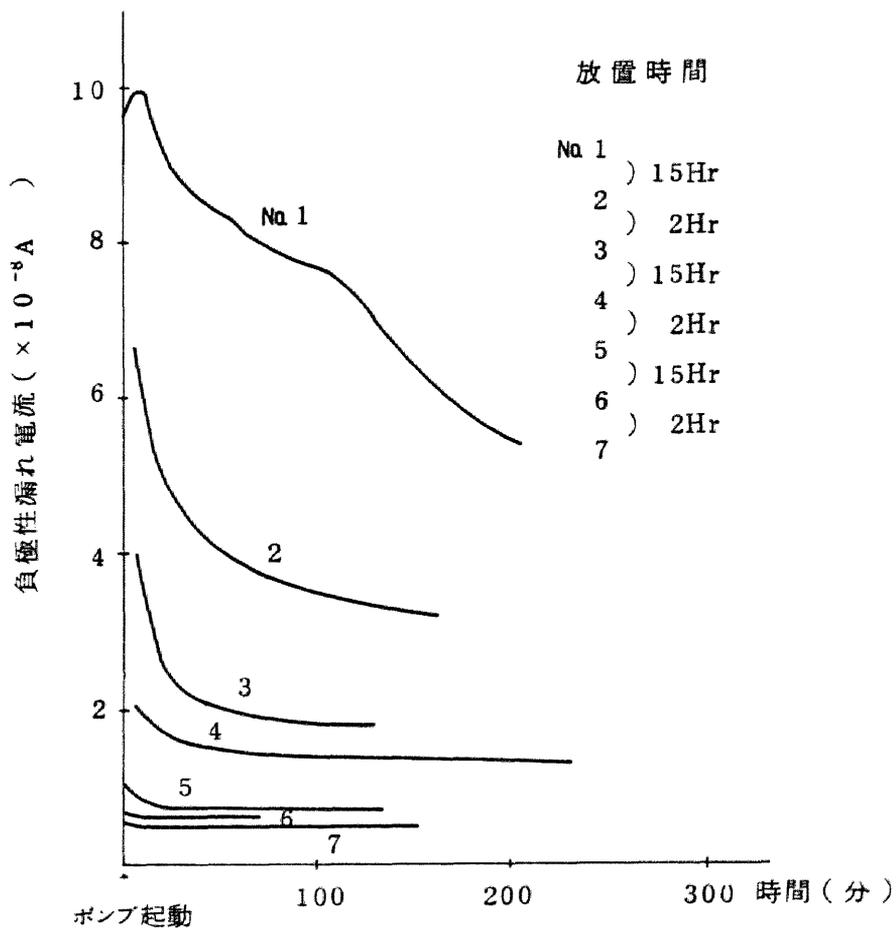


図 1.2.31 クレープモデルの漏れ電流-時間特性

図 1.2.31 のクレープモデルの漏れ電流の時間特性からも、ポンプ運転を続けてゆくことにより、クレープ紙から流出する漏れ電流は次第に低下してゆくとともに、ついには初期値の $1/10$ 以下の低い一定の漏れ電流に落ち着くことがわかる。

この傾向は、Model-F、Model-Mを用いた他の多くのモデルについてもほぼ同様であり、長時間流動運転により帯電量は低減する。中には初期帯電量の数 $100$ 分の $1$ にまで低下する例もあった。

この原因の詳細は不明であるが、長期流動により油と固体絶縁物との間になじみ現象があるためと思われる、具体的には油の含浸、水分の平衡、表面の平滑化・不活性化などによるものと考えられる。

### 2.3.10 静電気放電の発生状態

絶縁油の流速を上昇させ、絶縁物表面や油中の局所的な電荷蓄積量が極端に大きくなると静電気放電に至ることが実規模変圧器モデルおよび部分モデルにより確認された。しかしすでに述べた如く変圧器内の帯電量は絶縁油流速や油温度などの要因により影響を受けるので、静電気放電の発生状況も当然それらに影響される。

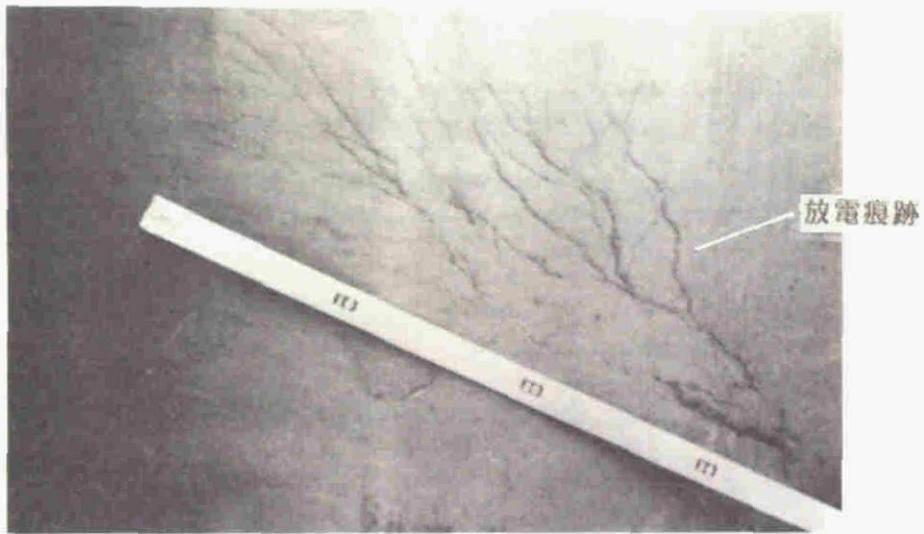
また放電発生下限流量特性(図 1.2.17, 1.2.18, 1.2.19, 1.2.20, 1.2.28)などから放電の発生しやすい油温度は巻線漏れ電流の極大値となる付近であること、また各油温度において放電を生ずる下限流速における巻線漏れ電流は、 $5\sim 8\mu A$ でほぼ一定であることがわかる。

内鉄型変圧器で静電気放電が問題となるのはすでに図 1.2.18 で示したように下部導油口付近であり、これは超音波マイクによる放電位置の標定結果から、また実規模モデル変圧器を分解し、放電痕跡を点検した結果からも確認された。放電痕跡の写真を図 1.2.32 に示す。

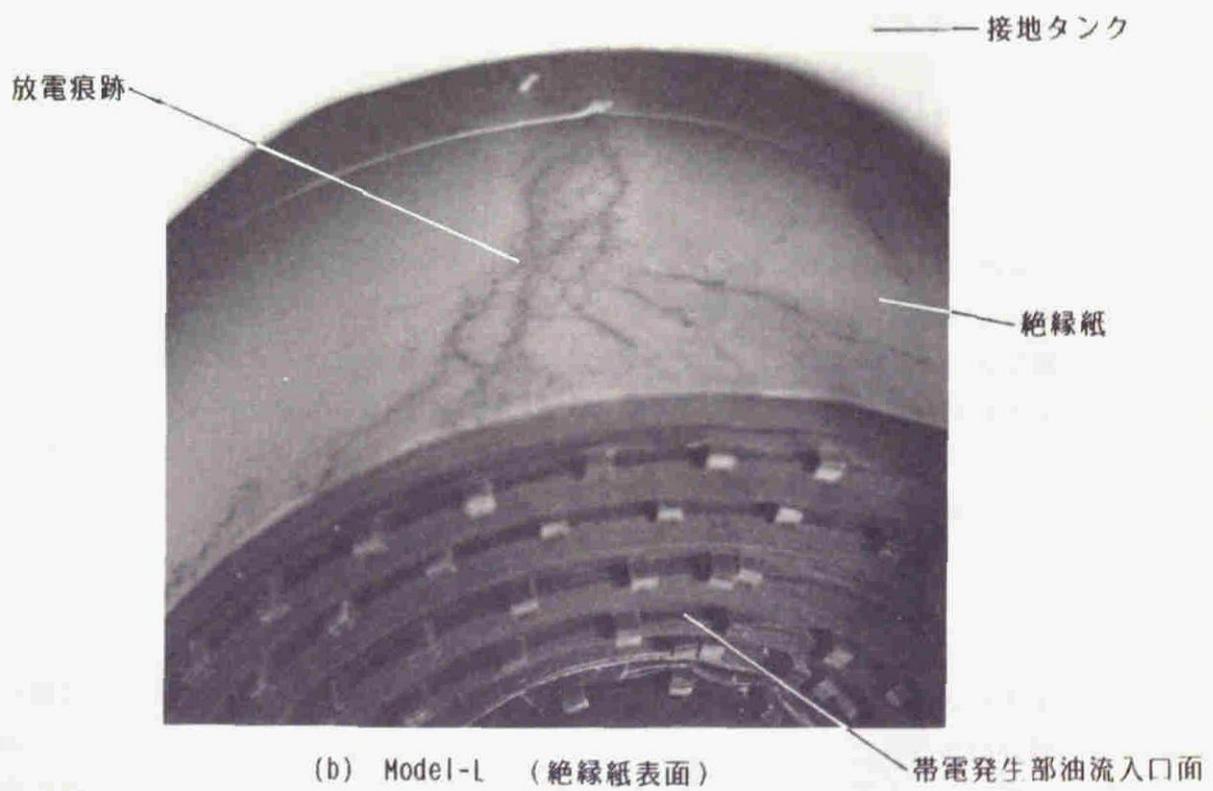
静電気放電は数万～数百万 $\rho C$ に及ぶ放電電荷量を持ち、その発生頻度は、放電発生下限流速では数時間に1回であるが、流速を上げてゆくと数回/秒にまで達することもある。

これまでにModel-F, Model-L, Model-Mを用いて4種類に分類される油中静電気放電を発生させることができた。それを分類すると、表 1.2.3 のようになる。<sup>(12)</sup>

Model-Lにおいて図 1.2.6 の観測窓Aからの静止カメラ放電写真を図 1.2.33 に示す。この放電をTYPE-1と名づける。



(a) Model-F (プレスボード表面)



(b) Model-L (絶縁紙表面)

図 1.2.32 静電気放電による放電痕跡

表 1.2.3 油中静電気放電の分類

種類	Model	発生状況	変圧器対象部位	写真
TYPE-1	Model-L, Model-F	油流の乱れ, 渦, 縮流に帰因する縁物沿絶面放電	導油口	図1.2.33
TYPE-2	Model-L	極度に帯電した電荷の油空間への蓄積による油中放電	変圧器上部空間 (対リード)	図1.2.34
TYPE-3	Model-M	フィルター効果により強く帯電した浴面を電荷中和する放電	リード表面など	図1.2.35
TYPE-4	Model-M	極度に油流を絞った部位の局部帯電による放電	リード貫通部など	図1.2.36

放電が発生した時の帯電発生部内の平均油流速は、約  $2.8 \text{ m/sec}$ 、帯電発生部中心導体から導かれて高電圧プッシングより大地へ流れる電流は、流量の約  $2.5$  乗に比例して増加し、放電発生時で  $-5 \sim -15 \mu\text{A}$  であった。次に Model-L において測定タンク内にプローブ②より張られたテトロンスリーブより油中へ伸びる静電気放電を観測した。この放電を TYPE-2 とし、観測窓 B よりの放電の様子を図 1.2.34 に示す。

一方、Model-M において流速を  $2.5 \text{ m/sec}$  とした時に図 1.2.35 に示す静電気放電を観測した。この放電を TYPE-3 と名づける。数  $1000 \text{ pC}$  程度の小放電は  $1 \sim 2$  分間隔で、数  $10000 \sim$  数  $10$  万  $\text{pC}$  程度の大きい放電は  $2 \sim 5$  分間隔で発生した。この放電は放電長が約  $40 \text{ cm}$  にも達することもある。油中に挿入したプローブ電極により油中帯電電荷密度を測定した結果、放電発生時に数  $10 \mu\text{C}/\text{m}^3$  になっていることがわかった。

最後に Model-M による TYPE-4 の放電写真を図 1.2.36 に示す。以上の 4 種類の油中静電気放電について考察を加えてみる。まず TYPE-1 の放電は、放電写真および超音波マイクロフォンによる放電位置標定それに試料解体後の放電痕調査結果からも明らかな通り、流れの入口部で発生している。

G. Schönらによれば、すでに述べたように固体絶縁物壁に流入する単位長さあたりの電流  $i_p$  は、流れの方向  $z$  に対して、

$$i_p = K \cdot \exp(-z/\bar{v}\tau) \dots\dots\dots (1.2.13)$$

と表わされ  $z=0$  すなわち流れの入口部で最大となる。ここに  $K$  は壁面の状態や絶縁油の種類などによって決定される定数である。(1.2.13) 式の  $i_p (z=0)$  は入口部において流れの乱れなどがあるとさらに大きくなり、入口部に蓄積された電荷

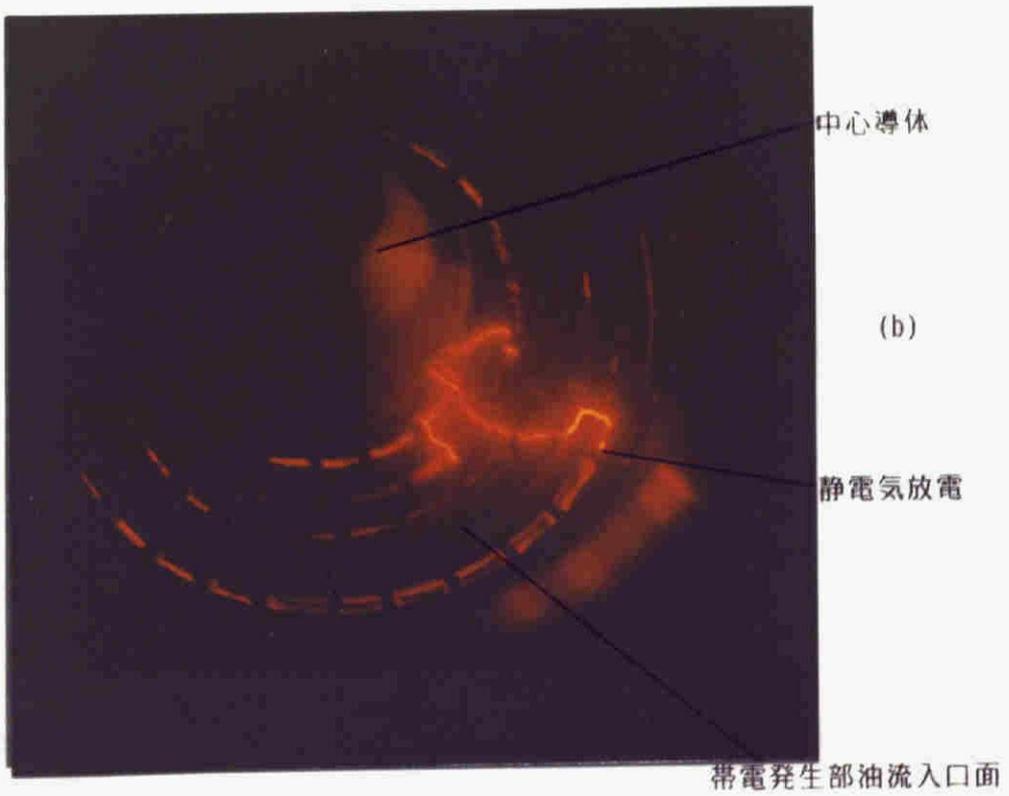
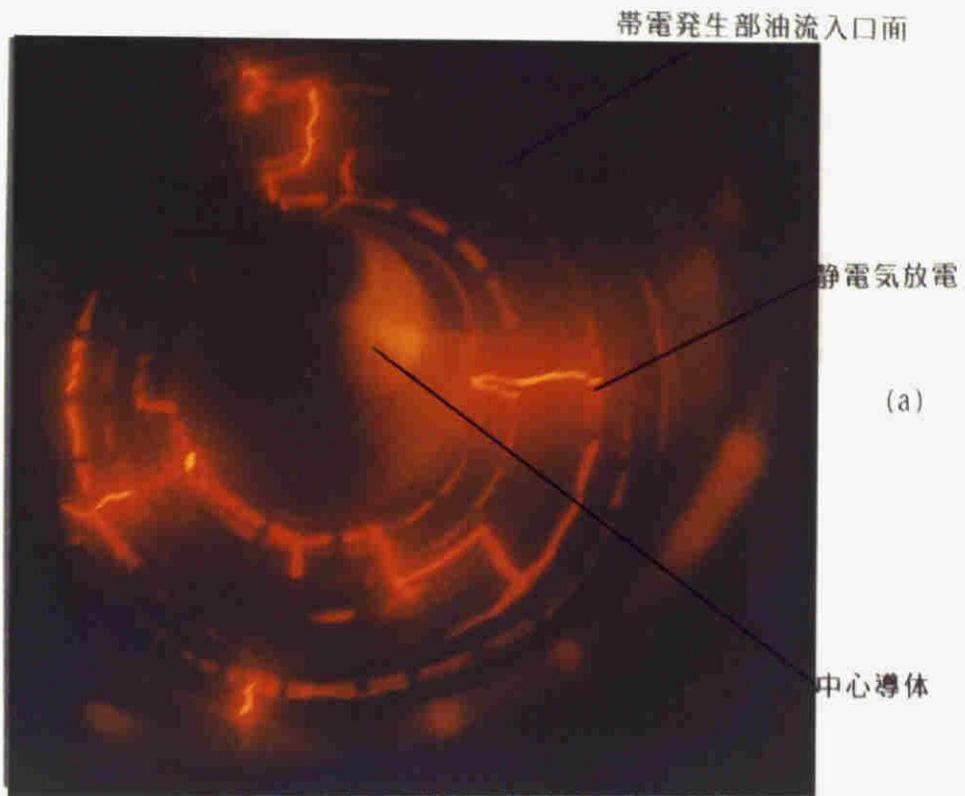
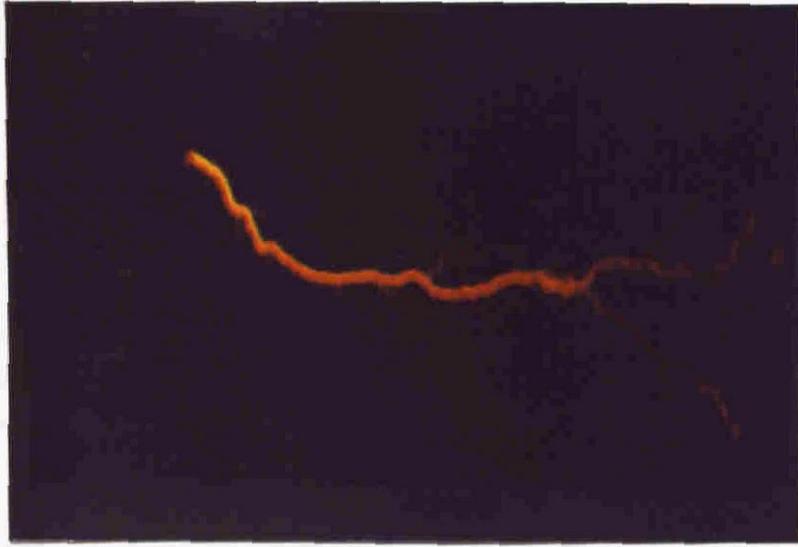


図 1.2.33 静電気放電(Type-1)

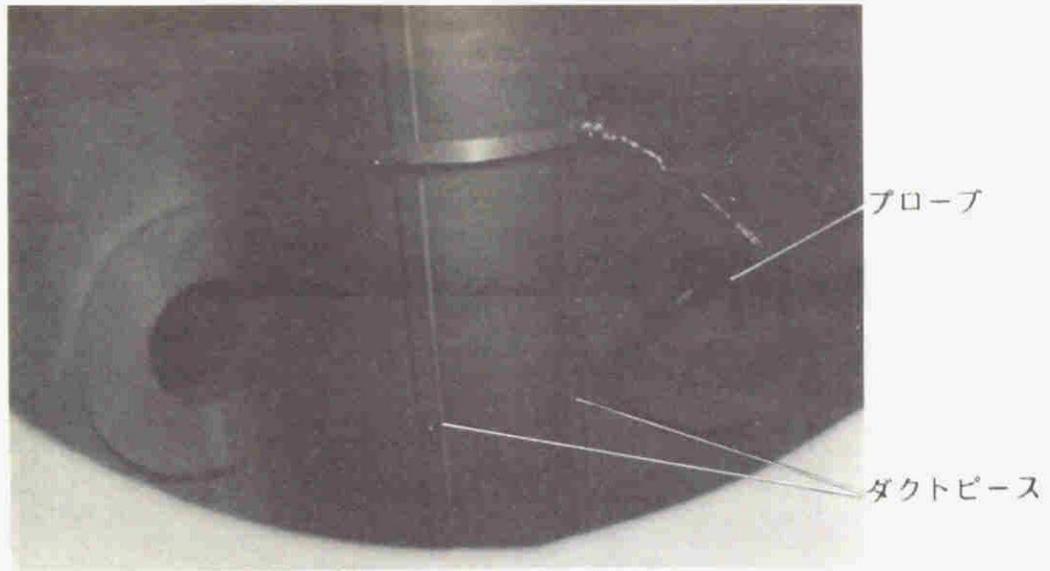


(a) 放電写真

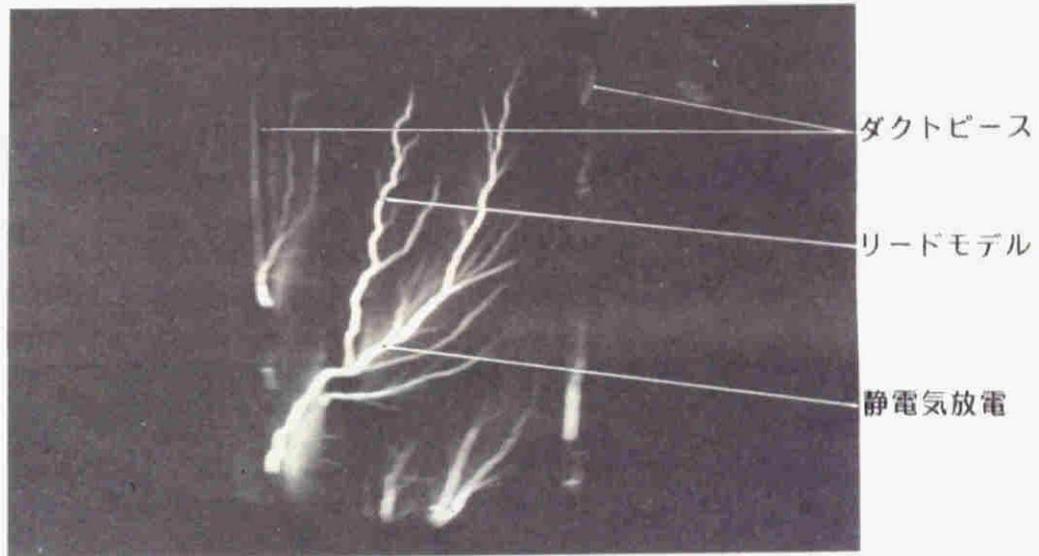


(b) TYPE-2の放電のモデル的説明

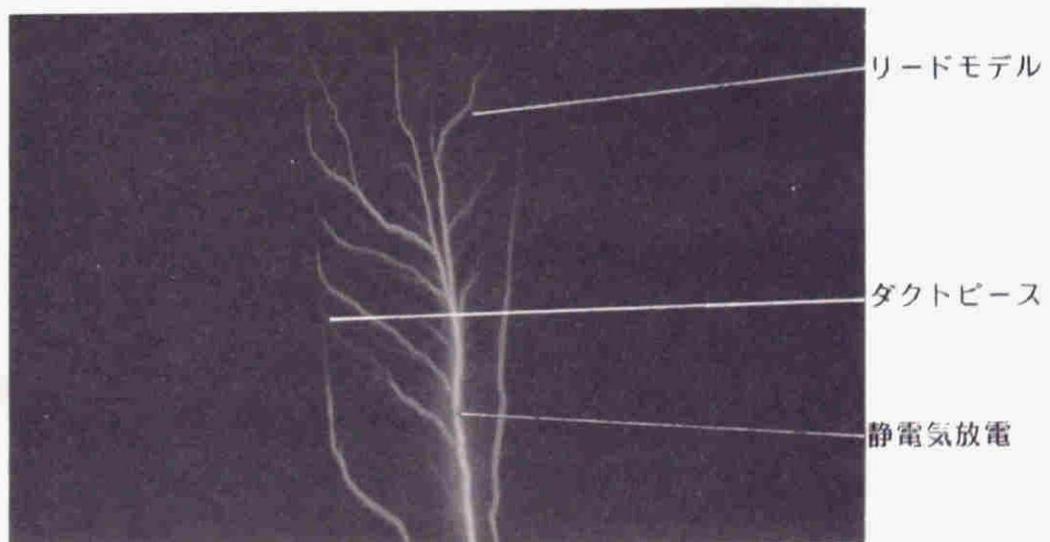
図 1.2.34 静電気放電(Type-2)



(a) リードモデル (クレープ紙)

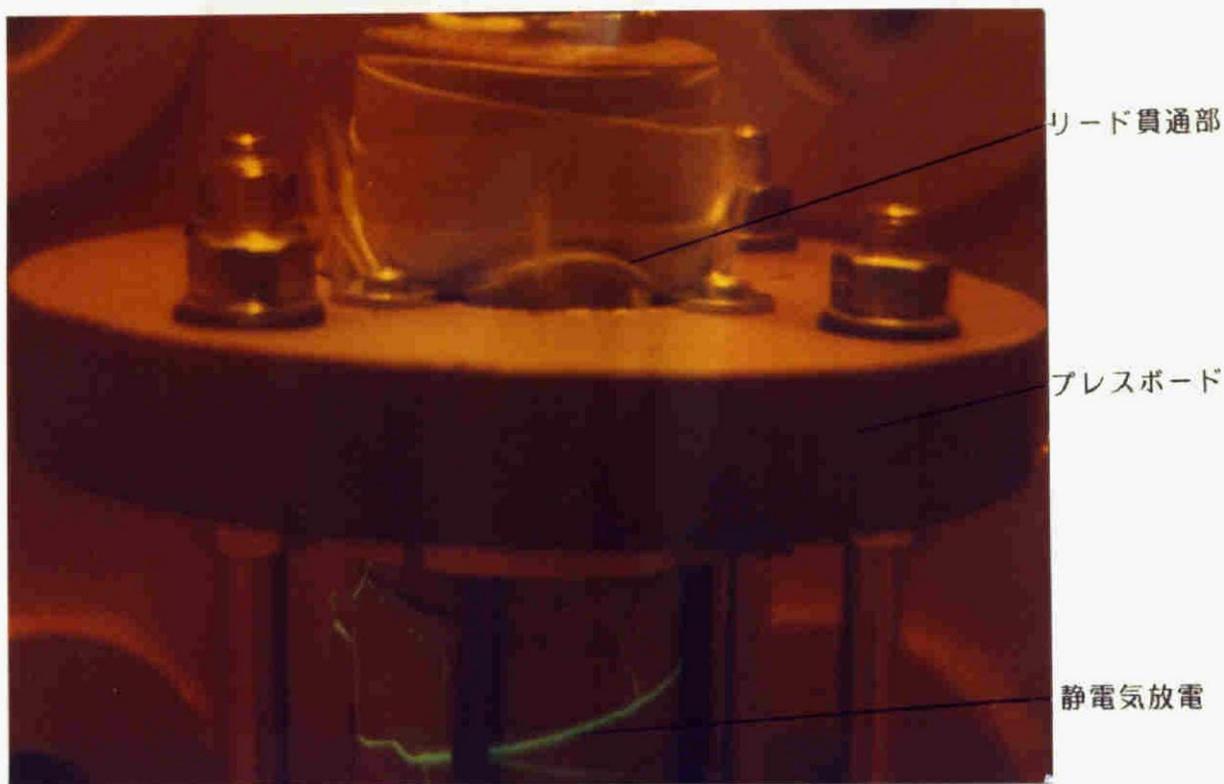


(b) 静電気放電

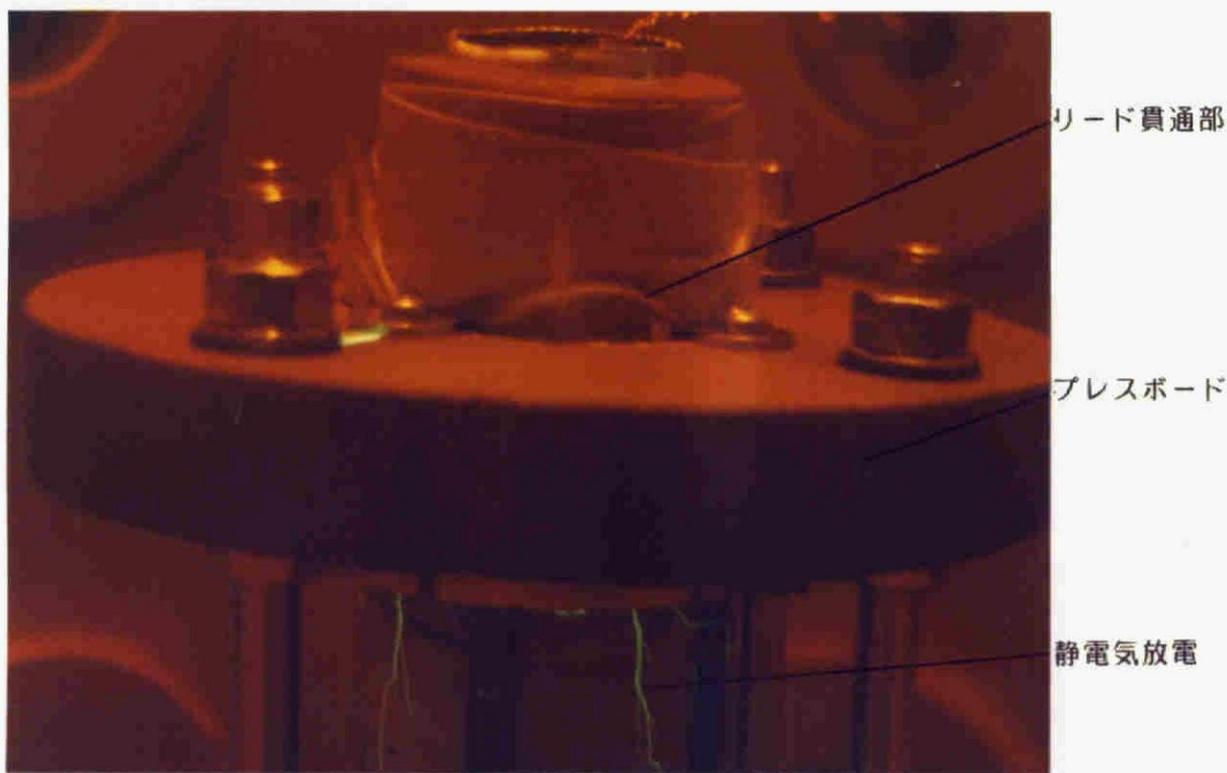


(c) 静電気放電

図 1.2.35 静電気放電 (Type-3) (Model-M)



(a)



(b)

図 1.2.36 静電気放電 (Type-4)

によって誘起された電位傾度が油の絶縁耐力を超えるとTYPE-1の放電が発生するものと思われる。一方、帯電発生部において絶縁油中に蓄積され、流れによって運ばれてゆく正極性電荷による電流Iは流れの方向Zに対して(1.2.14)式で表わされ、測定タンク入口で最大となる。

$$I = \int_0^Z i_p dz \dots\dots\dots (1.2.14)$$

このような、一定の流動電流Iが流れ込む測定タンク内では、(1.2.15)式で表わされる電荷量Qが蓄積され最終的には、油中電荷量は(1.2.16)式で表わされる $Q_{\infty}$ となる。 $Q_{\infty}$ によって誘起される油中電位分布は当然とことながらIが大きいくほど大きくなる。

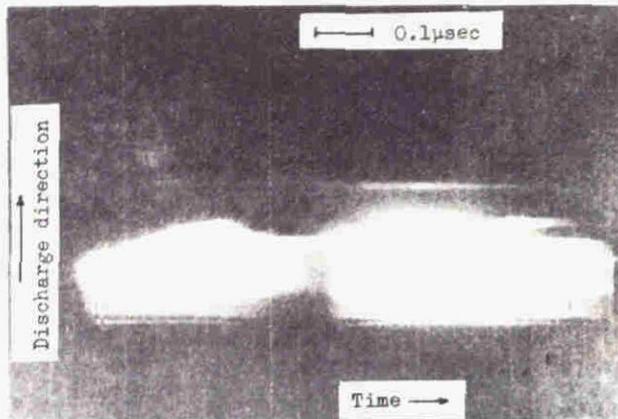
$$Q = \tau \cdot I \{ 1 - \exp(-t/\tau) \} \dots\dots\dots (1.2.15)$$

$$Q_{\infty} = \tau \cdot I \dots\dots\dots (1.2.16)$$

通常の状態ではその電位傾度が絶縁油の絶縁破壊強度を超えないが、上流である帯電発生部入口部でTYPE-1の放電が発生すると、それまで帯電発生部の固体絶縁物表面の多量の負電荷によって吸引されていた油中静電荷が一気に放たれて下流へ流動し、(1.2.14)式で表わされるIが一時的に急増するためにQあるいは $Q_{\infty}$ による電位傾度が絶縁耐力以上となるので油中に張られたテトロンスリーブのような沿面を通して大地への放電が発生する。これがTYPE-2の放電である。このようにTYPE-1とTYPE-2の放電には関連性がある。

TYPE-3の放電はこれらのいずれとも相違しており、接触面積が大きくなるフィルター効果により強力に帯電した電荷による放電である。モデル全面にわたって強力に帯電した表面を放電が伸びるので予想以上の長さになるものと思われる。

TYPE-3の放電についてイメージコンバータカメラを用いて放電進展速度を測定した。その時の写真を図 1.2.37 に示す。これより放電進展速度 $v = 4.4 \times 10^7$  cm/sec と得られ、単一放電のみならず多重放電のあること、また放電の進展方向は流れの方向には無関係であること、そして放電はステップリーダーを伴わないことなどが明らかになった。放電自体が強力に帯電した表面を進展してゆき、電離作用によって放電路を自ら形成してゆく必要が無いためこのような高速でステップの無い放電形態となるものと考えられる。なお放電進展速度は測定4ケースの平均値をとると $\bar{v} = 5.7 \times 10^7$  cm/sec と得られた。



(a) イメージコンバータカメラ写真  
(ストリークモード)

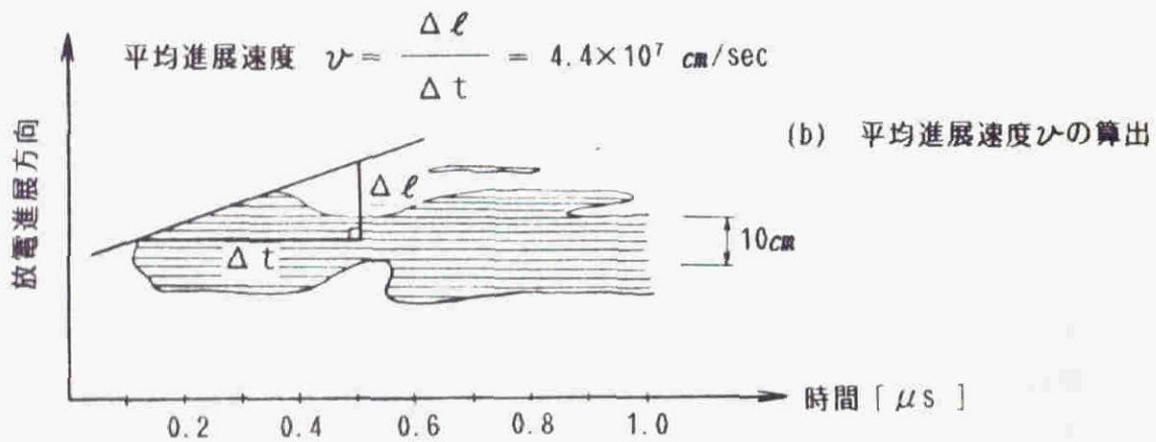


図 1.2.37 イメージコンバータカメラによる静電気放電進展測定

TYPE-4の放電は、リード貫通部などの極度に油流が絞られて流速が上昇し、局部的に帯電したものが、放電するものであり、放電の大きさやそのエネルギーは4種類の中でもっとも小さく数1000 pC程度のものである。

さて、この実験装置(1500ℓ油)において、600回の放電を発生させ油中分解ガス量の変化を調査した。その測定結果を図1.2.38に示す。放電回数の増加に伴い可燃性ガス量が増加しているがなかでもとくに $H_2$ 、 $C_2H_2$ の発生量が大きいのが特徴である。各可燃性ガスの発生比率にすると図1.2.39に示す分布が得られる。同図には、実規模変圧器モデル(Model-F)において数万回の静電気放電を起こさせたときの発生した可燃性ガスの測定結果も合せて載せてある。両者がほぼ同じ傾向を示していることがわかる。

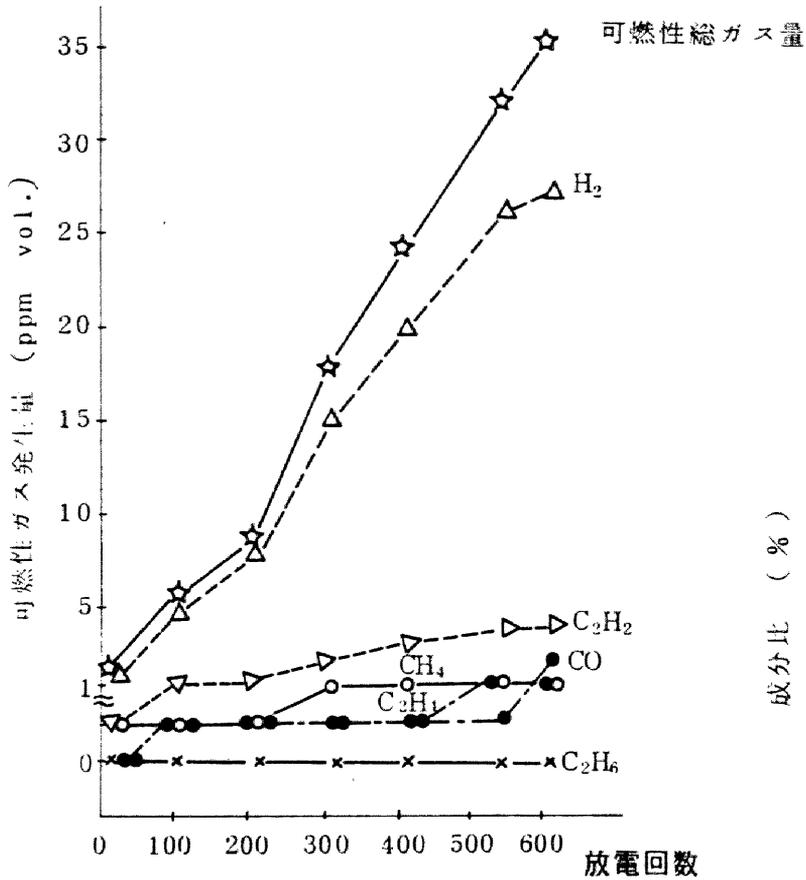


図 1.2.38 静電気放電回数と可燃性ガス発生量

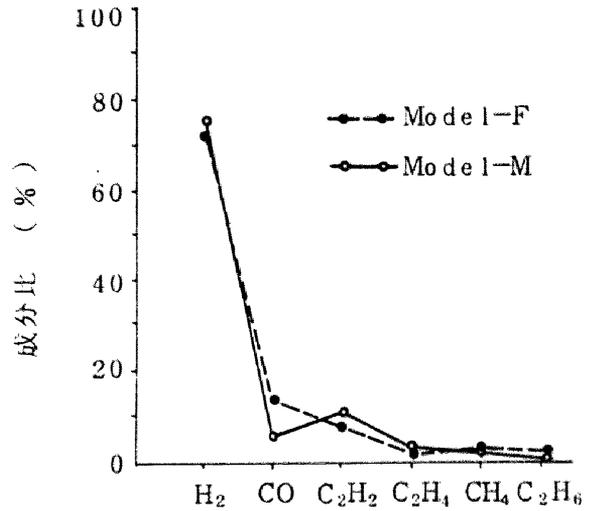


図 1.2.39 分解ガス成分比

### 2.3.11 静電気放電とAC閃絡

実際の変圧器においては、AC電界が加わっているわけであり、油流による静電気放電によりAC絶縁破壊をもたらす可能性を調査した。

Model-Lを用いて図 1.2.40 に示す形で実験を行ない、表 1.2.4 に示すように各条件を設定し、静電気放電が発生し、AC電界は油道部にかかる電界を常規運転電圧領域電界と等しくなるように印加した。測定はERA-Ⅲおよび超音波コーナマイクを用い、データレコーダーで処理した。

この状態で静電気放電 ( $10^5 \sim 10^6$  pC) は5~10秒に1回の頻度ではほぼ定常的に発生したが、AC閃絡に至ったのは表 1.2.5 に示すようにある回数を経てからであった。AC閃絡に至った時の代表的オシログラムを図 1.2.41 に示し、その時の放電状況を図 1.2.42 に示す。

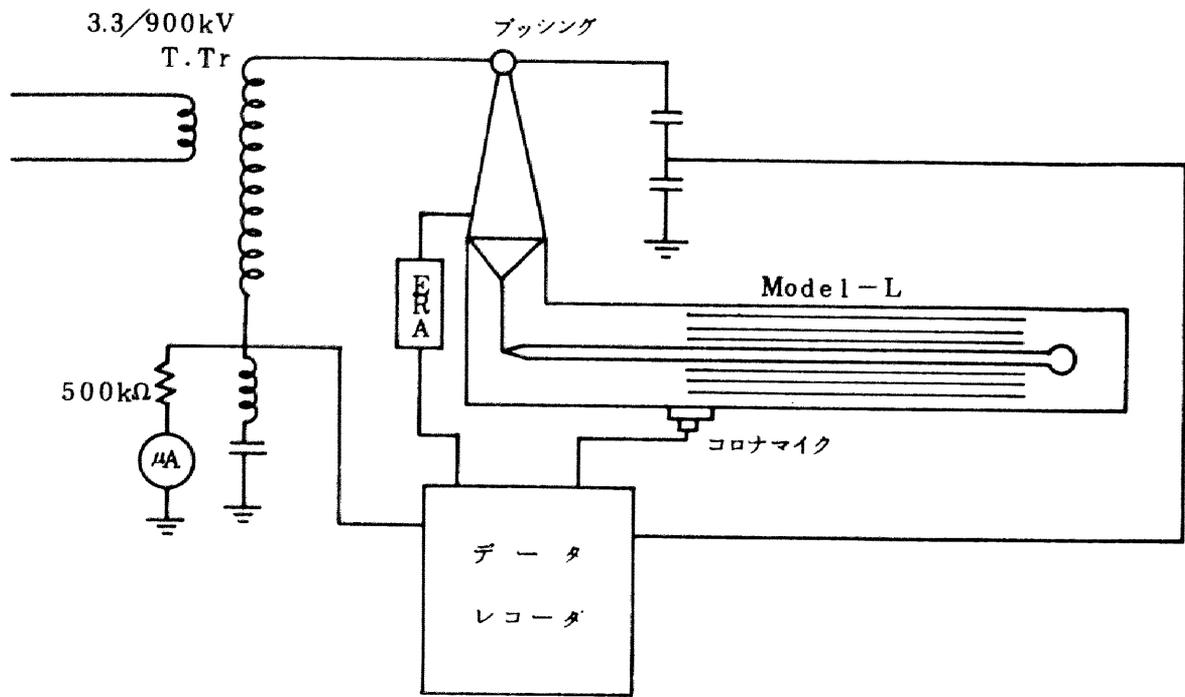


図 1.2.40 AC課電試験回路

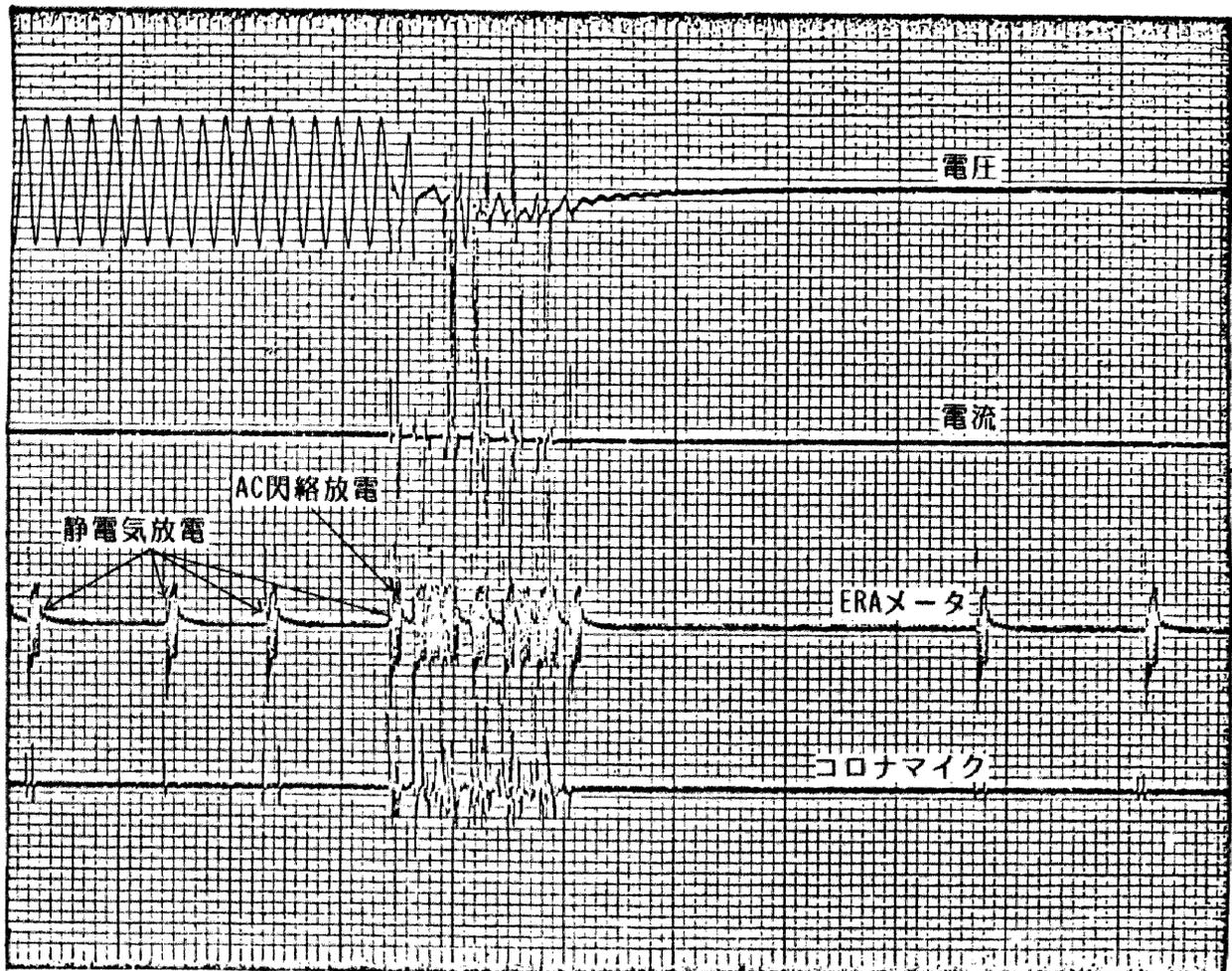


図 1.2.41 AC課電全路破壊時のオシログラム

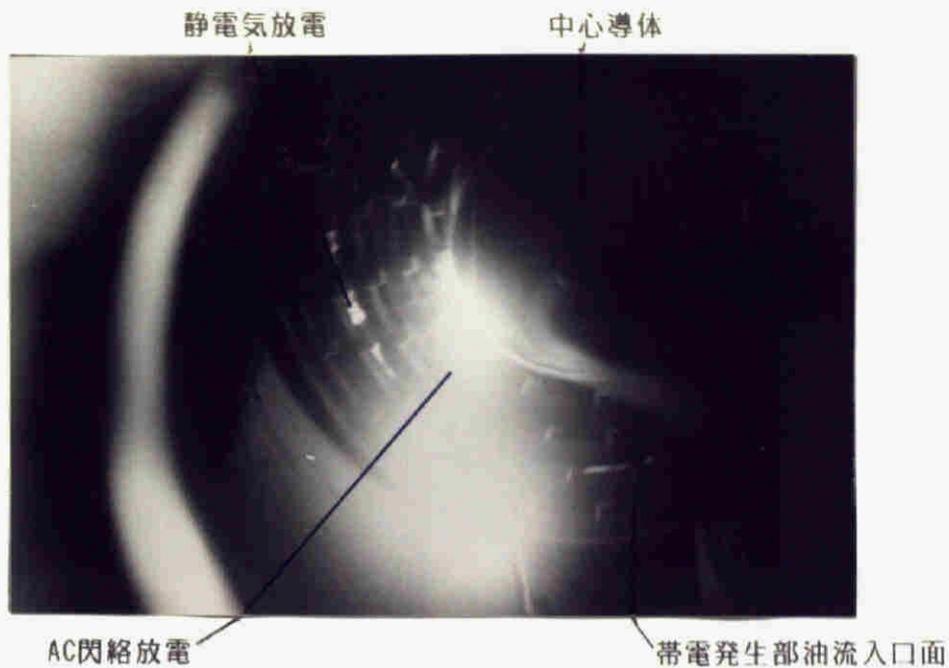


図 1.2.42 AC閃絡放電写真

オシログラムからわかるように、静電気放電の発生するタイミングはAC電圧の波高値にほぼ合致しており、その発生する位置、大きさ、方向などは確率の問題で、常規運転電圧相当でもAC閃絡に至ることのあることが確認された。（なお、本試験に先立って、油静止状態で、常規運転電圧の2倍の電圧を印加しても、部分放電を発生していないことは確認済みである。）

表 1.2.4 AC閃絡実験条件

項目	設定値
絶縁物乾燥度	0.1 %
油温	56 °C
送油量	1500 ℓ/min
印加電圧	100 KV (油道部電界約2KV/mm)

表 1.2.5 AC閃絡するまでの静電気放電回数

試験	AC閃絡するまでの静電気放電回数
第1回 試験	35回
第2回 "	190回
第3回 "	450回
第4回 "	60回
第5回 "	380回

## 2.4 まとめ

変圧器内の流動帯電の基本特性について、基礎モデルから大形モデルさらには実規模コイルモデルまでほぼ共通した現象となっていることが確認された。

また以下の各項目が新しく明らかになった。これらは、変圧器絶縁設計上に流動帯電現象を考慮してゆく上でのポイントとなるものである。

- (1) 変圧器の帯電状況の流速依存性として、帯電量は流速の2～4乗に比例して増大する。
- (2) 帯電は温度特性を有し、多くは50～60℃の間にそのピークを有する。
- (3) 帯電発生時の油中電荷密度は数10～数100 $\mu\text{C}/\text{cm}^3$ となる。
- (4) 同じ構造の変圧器の場合、その帯電状況は、封入される絶縁油の帯電度にほぼ比例する。
- (5) 放電発生限界流量特性は、温度に対してV字特性を示す。
- (6) 変圧器巻線下部導油口の配置によって放電発生限界が変化し、導油口を分散させる事により改善される。
- (7) 帯電発生が、油流に大きく依存し、特に縮流や渦の発生により影響を受ける。この結果より絶縁物角に曲率をつけることは、帯電発生に改善効果がある。
- (8) 固体絶縁物表面状態(粗さ)は帯電量に対して影響を与える。
- (9) AC課電により帯電発生が増加する。
- (10) 油中水分量を増加させると帯電発生量は増加する。一方、絶縁物の乾燥度を上げると、電荷の蓄積が増加し、放電が発生しやすい方向になる。
- (11) 外部冷却器による帯電は、巻線内部のそれと比べて十分小さい。
- (12) 変圧器の運転時間経過により帯電量は低減してゆく。
- (13) 油中静電気放電を再現させその現象により4つのタイプに分類した。
- (14) 静電気放電の放電電荷量は、数万～数100万 $\mu\text{C}$ に達する。その進展速度は $5.7 \times 10^7 \text{ cm}/\text{sec}$ と非常に速く、ステップ状とならない。
- (15) 静電気放電が発生すると、常規運転電圧相当でもAC閃絡に至ることがある。

## 2.5 文 献

- (1) Takagi, et al : CIGRE paper, 12-02 (1978)
- (2) S. Shimizu, et al : IEEE PES Winter Meeting F79  
232-0 (1979)
- (3) 増田 : 高圧ガス保安協会, E-006, P1 (1974)
- (4) 伊藤, 他 : 電気学会論文誌, 90, 8, P1539 (1970)
- (5) 伊藤, 他 : 電気学会論文誌, 93-A, 5, P175 (1973)

- (6) G. Schön: Handbuch der Raumexplosion, Verlag - Chemie ,  
P302 (1965)
- (7) A. Klinkenberg, et al: Electrostatics in the Petroleum  
Industry , Elsevier Publishing Co.  
(1958)
- (8) H. Okubo, et al: IEEE PES Winter Meeting, A79  
051-4 (1979)
- (9) H. R. Shafer , et al : J. Res. , 69C, 4, P307 (1965)
- (10) A. Klinkenberg: Chem . Ing. Tech . , 36, 3, P286 (1964)
- (11) 高分子学会編: 静電気ハンドブック, 地人書館 (1970)
- (12) H. Okubo, et al: International Symposium on Highvoltage  
Engineering, 23. 14 (1979)
- (13) 本多, 他: 静電気学会誌解説, 3, 5, P258 (1979)

## 第3章 帯電度測定装置の開発

### 3.1 まえがき

変圧器内の流動帯電現象を支配する要因として、流速・温度・流路形状・固体絶縁物表面状態などが挙げられるが、これらと並んで絶縁油の帯電のしやすさを挙げる事ができる<sup>(1)(8)</sup>。それは、流動帯電現象が液体および固体の両相を構成するそれぞれの物質の特性に依存しているものの、イオンなどの移動しやすい、液相中の因子がとりわけ重要な役割を果たすものと思われ、したがって絶縁油の帯電のしやすさなどの特性によって大きく影響されると考えられるからである<sup>(6)</sup>。

一般に絶縁油が正、プレスボードなどの固体絶縁物が負極性に帯電するが、これは油中の正・負イオンの固体絶縁物に対する吸着係数の差により負イオンがより多くプレスボードなどの固体側に吸着されるためであると考えられている。その結果として油中に過剰正イオンが残存し、流れによって運ばれて流動電流となる。

これまでの多くの研究結果により、従来から絶縁油の電気的特性を示す一つの指標であるところの導電率や誘電正接のみで、絶縁油の帯電のしやすさ、すなわち帯電度（本論文では、流動により帯電した油中の帯電電荷密度を $\mu\text{C}/\text{cm}^3$ の単位で表わしたものとする）を決定することはできないことが明らかにされており<sup>(2)(3)</sup>、絶縁油の帯電度を直接測定する必要がある。

従来より考えられている帯電度測定装置のうち、絶縁油の帯電度測定に使用できるものとして図 1.1.3 に示したように直管流下式・改良形流下式・回転式などいくつかを挙げる事ができる。いずれの方式を用いても、変圧器内の流動帯電現象との対応・等価性を求めるためには全体を密封構造とし、脱気・脱水などの変圧器なみの絶縁油処理をすることが必須となる。また、帯電発生部として変圧器内で使用されている絶縁紙あるいはプレスボードなどを用いることが必要となる。上記の帯電度測定のための各方法・装置ともそれぞれの特徴を有しており、その詳細については文献に譲るが<sup>(3)(4)(5)(6)(7)</sup>、いずれも測定値の再現性・感度・少量サンプル測定・短時間測定・操作の容易性などの点で十分であるとは言い難い。

したがって、この点を考慮して、変圧器内の現象と等価性があり、感度が良好で再現性もあり、かつ少量のサンプル量で短時間測定のできる循環式帯電度測定装置を開発した<sup>(8)(9)(10)</sup>。循環式帯電度測定装置は通常の帯電度測定のほか、油中の微量な因子による帯電度の違いを求めることが可能であり、帯電発生の要因となる因子を求める手段となり得るように設計した。

すなわち、短時間測定が可能であることは各試料を厳密な意味で同一条件下で測定・比較できることを意味しており、再現性の高い測定値が得られることを裏付けている。また、少量のサンプルで測定が可能であるということは感度の良さとも関連性を

有し、油中に存在する微量な成分・因子の違いによる帯電度の相対比較が可能なることを示している。

### 3.2 循環式帯電度測定装置

#### 3.2.1 原理と構成

循環式帯電度測定装置の構成を図 1.3.1 に示す。帯電発生部は変圧器内で使用されているクレープ紙を円筒上に巻付けたもので、その中をフィルタ状に絶縁油が通過するので、帯電発生量が多く感度が良くなるようになっている。帯電発生部のクレープ紙とそれを取めたホルダを図 1.3.2, 図 1.3.3 に示す。帯電発生部はテフロン (PTFE) によって全体が周囲より絶縁されており、帯電発生部より大地へ流れる電流が測定され、記録されるようになっている。

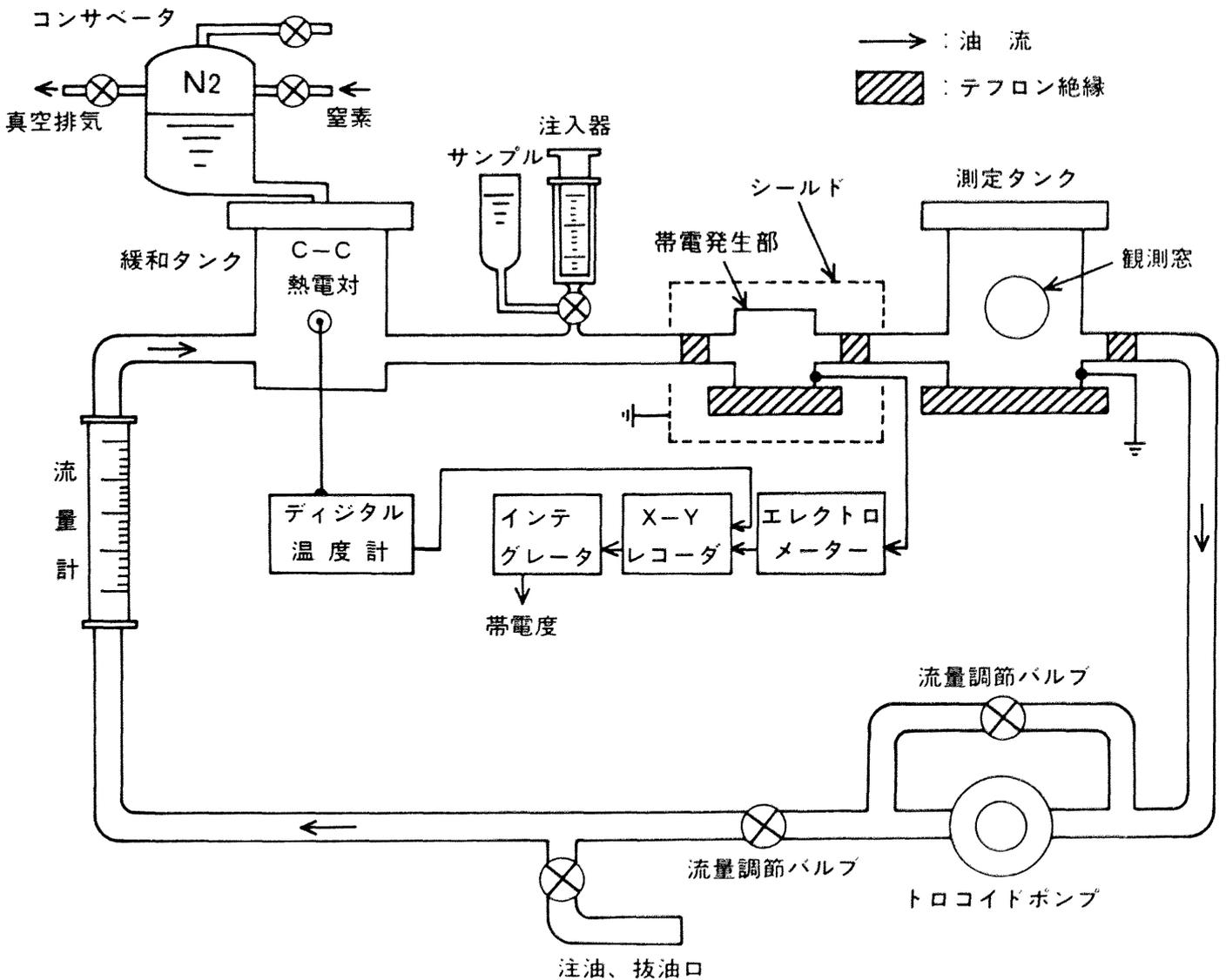


図 1.3.1 循環式帯電度測定装置の構成

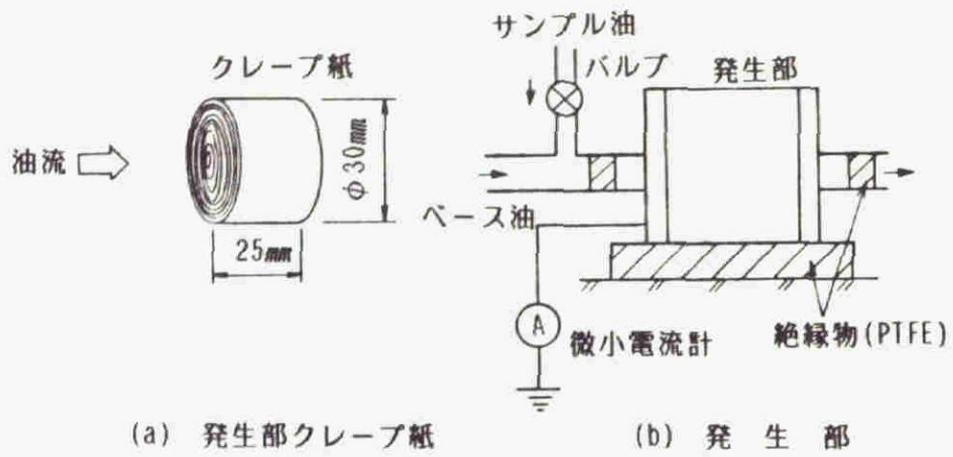


図 1.3.2 帯電発生部

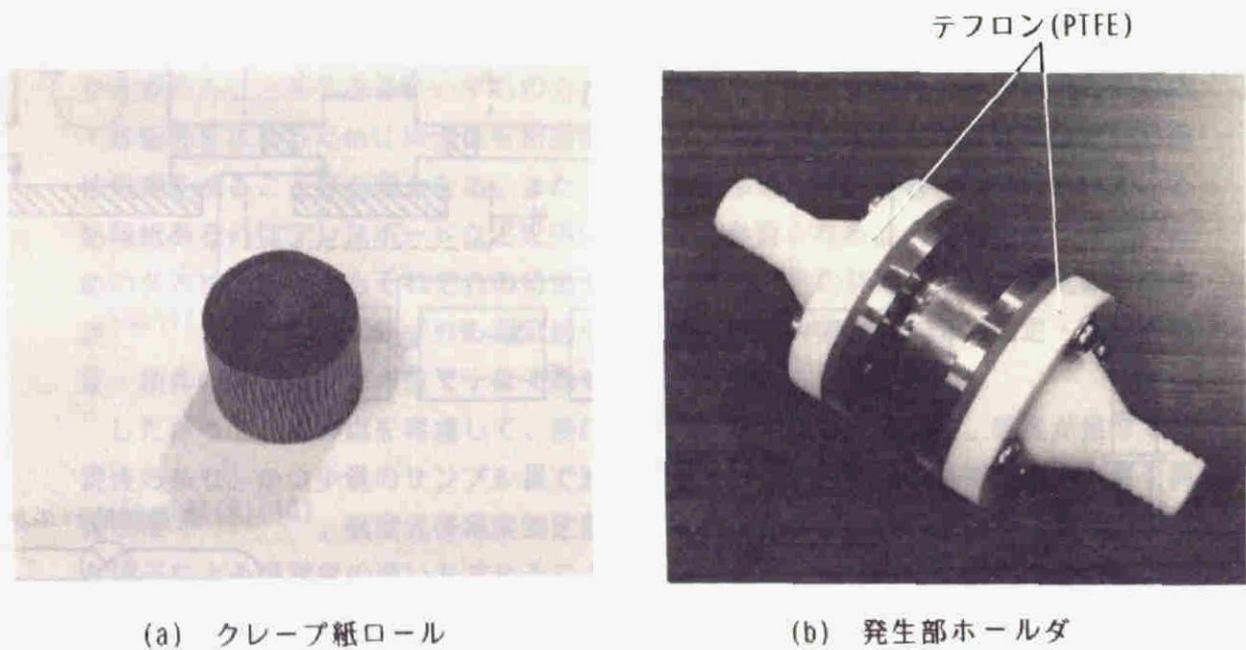


図 1.3.3 帯電発生部

循環式帯電度測定装置の大きな特徴の一つは、帯電発生部の直前にサンプル注入部を備えていることである。すなわちベース油と呼ばれる絶縁油が一定流量で装置内を循環し、帯電発生部で定常電流を発生しているとき、注入部より帯電度の被測定油（サンプル油）を注入するとベース油の一部がサンプル油に置き変わって帯電発生部を流れる。サンプル注入部の上流に、それまでに発生した電荷の緩和と注入による圧力上昇を抑えるための緩和タンクがあるので、サンプル注入によっても帯電発生部を流れる全流量は一定に保たれる。サンプル注入によっても流量が一定であることは、ベース油を抜取りそのままそれをサンプル油として注入したとき電流波形に変化がないことから確かめられている。

このときベース油とサンプル油との間に帯電度差があれば、それに比例して変化した電流波形よりサンプル油のベース油に対する相対帯電度、すなわちサンプル油とベース油の帯電度の差が求まり、ベース油の帯電度からサンプル油の帯電度が求まる。これが循環式帯電度測定装置の測定原理であり、サンプル油注入時の代表的電流波形を示すと図 1.3.4 のようになる。図 1.3.4 は、ベース油に比べて相対的に低い帯電度の油と高い帯電度の油とを注入して測定した時の電流波形の一例である。同図において(a) は測定タンクから大地へ流れる正極性電流を、(b) は発生部から大地へ流れる負極性電流を示している。これからわかるように、(a)(b)両電流波形と電流値が極めて良く一致しているので、他の部分への漏れ電流が少なく、従って測定誤差は少ないことが証明される。ここで測定タンク油量は約9ℓであり、ベース油の流量3.5ℓ/minによって約2.6分間の滞留となり、常温で $10^{14} \Omega \text{cm}$ の絶縁油の緩和時間約20秒と比較しても十分大きな値であるので、電荷の緩和が十分行なわれることを示している。

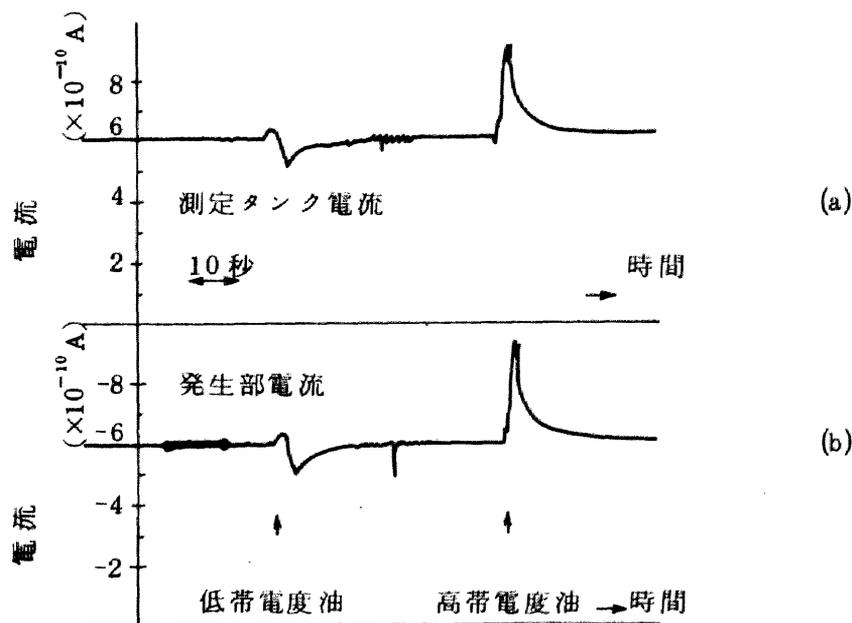


図 1.3.4 電 流 波 形

図 1.3.4 に示した電流波形により帯電度を求める過程を、以下に簡単に説明する。ここで、わかりやすくするために図 1.3.4 (b)の波形をモデル的に図 1.3.5 のように表わし  $i_0$  はベース油の定常発生電流 ( $\mu\text{A}$ )、 $\alpha$  はサンプル油の注入量 ( $\text{cm}^3$ )、 $L$  をベース油の流量 ( $\ell/\text{min}$ ) とすると、サンプル油の帯電度  $q'$  ( $\mu\text{C}/\text{cm}^3$ ) は

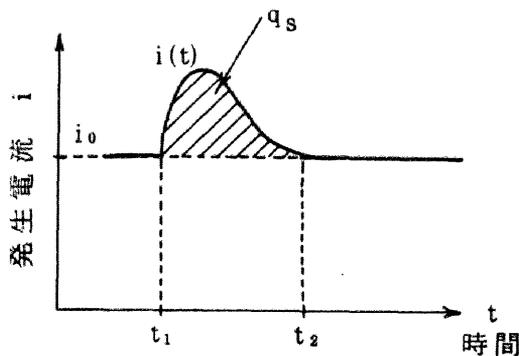
$$q' = q_0 + (q_s / \alpha) \dots\dots\dots (1.3.1)$$

で求まる。ここに  $q_0$ 、 $q_s$  は

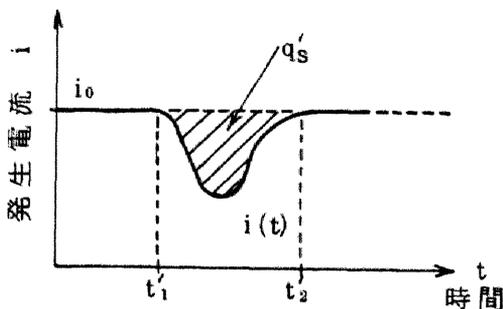
$$q_0 = (i_0 \times 60) / (L \times 10^3) \dots\dots\dots (1.3.2)$$

$$q_s = \int_{t_1}^{t_2} (i(t) - i_0) dt \dots\dots\dots (1.3.3)$$

と表わされる。ここでわかるように、 $q_s$  は図 1.3.5 で示した電流波形の変化分であり、ベース電流  $i_0$  に対して波形が下に出る場合には  $q'_s$  で示してあり、 $q_s$  は負になる。したがって  $(q_s / \alpha)$  は注入サンプル油  $1 \text{ cm}^3$  による電流波形の変化分となり、サンプル油とベース油の帯電度の差である。一方、 $q_0$  はベース油の帯電度であり、サンプル油の帯電度  $q'$  は  $q_0$  および  $(q_s / \alpha)$  により(1.3.1)式から求まり、単位は  $\mu\text{C}/\text{cm}^3$  となる。



(a) 高帯電度油の注入



(b) 低帯電度油の注入

図 1.3.5 サンプル注入時の電流波形 (モデル図)

絶縁油の帯電度は温度によって大きく影響を受ける。各種絶縁油を用いて調査した結果、20℃を基準として任意の温度 $\theta$  (℃)における温度校正係数 $\eta$ は15～45℃の範囲において

$$\eta = \exp ( 1.62 - 0.081\theta ) \dots\dots\dots (1.3.4)$$

と表わされる。運転中の変圧器などから直接採油したサンプル油を測定する場合も生ずるが、このような場合にはベース油とサンプル油との間に温度差がなければ(1.3.4)式による $\eta$ の校正のみで標準状態(20℃)における帯電度値 $q$ を求めることができる。すなわち、

$$q = \eta \cdot q' \dots\dots\dots (1.3.5)$$

となる。

また標準状態におけるベース油の流量は3.5ℓ/min一定としているが、 $L = 2.5 \sim 4.5 \text{ ℓ/min}$ の範囲内では帯電度のベース油流量依存性には直線性のあることが確かめられている。

このように、循環式帯電度測定装置は(1.3.1)～(1.3.5)式によって帯電度が測定でき、通常の測定操作における操作条件などには依存しないことがわかる。また既に明らかなことではあるが、装置全体が完全密封系になっており絶縁油も脱気・脱水分処理後注入されているので外部環境の影響を受けない。以下の各測定において、帯電度値としてはすべて標準状態における値(20℃,  $L = 3.5 \text{ ℓ/min}$ )を用いることにする。

以上のように構成された基本帯電度測定装置Type-Iの外観を図1.3.6に示す。このように循環式帯電度測定装置は、図1.3.1に示された主循環系と、エレクトロメータ、x-yレコーダ、インテグレータなどの測定系から成っている。

本装置の測定条件を表1.3.1にまとめておく。本装置を変電所現地での測定などのために可搬式(ポータブルタイプ)としたものをType-IIとし、図1.3.7に示す。このType-IIの基本系を図1.3.8に示す。Type-IIは可搬条件を満たすようにベース油総油量をできるだけ少なくし、変電所現地などにおけるノイズ対策から、全体がシールドされた構造となっている。また周囲の温度条件や、運転中に変圧器からの直接サンプリング(図1.3.8のA部を変圧器採油口へ直結できる)も考慮してサンプル油の温度調節が可能ないように、緩和タンクにヒーターが取り付けられており、サンプル注入経路に予熱部が設備されているのが特徴である。

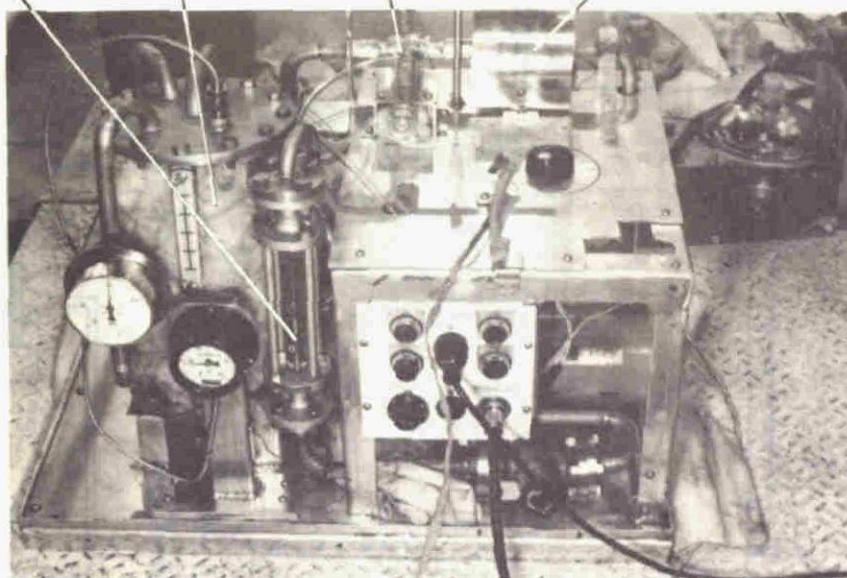


図 1.3.6 基本装置 (Type-I)

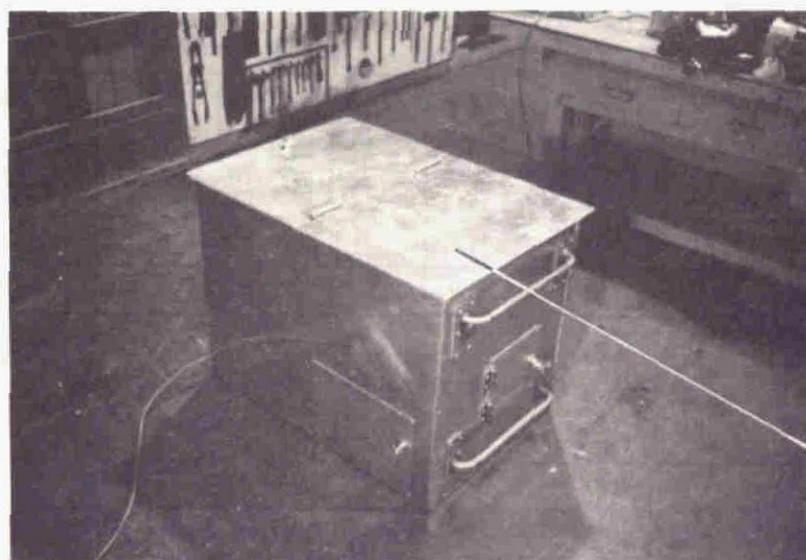
Type-IIの仕様を表 1.3.2 に示す。

以上示した循環式帯電度測定装置Type-IおよびType-IIの特徴をまとめ、新しくType-IIIが設計された。Type-IIIの外観と基本系をそれぞれ図 1.3.9, 1.3.10 に示す。Type-IIIは最終的な帯電度測定の標準測定装置として作られたものであり、各種絶縁油の帯電度値管理、劣化測定などに用いられている。Type-IIIを中心に循環式帯電度測定装置の特性を表 1.3.3 に、特徴と効果を表 1.3.4 にまとめておく。なお以上示したType-I, II, IIIはすべて測定原理は全く同一であり、用途に応じて付属品や容量が相違しているのみである。

流量計 緩和タンク 注入器 帯電発生部



(a) 測定部本体



Alシールド

(b) 外部ケース(Alシールド)

図 1.3.7 ポータブル装置(Type-II)

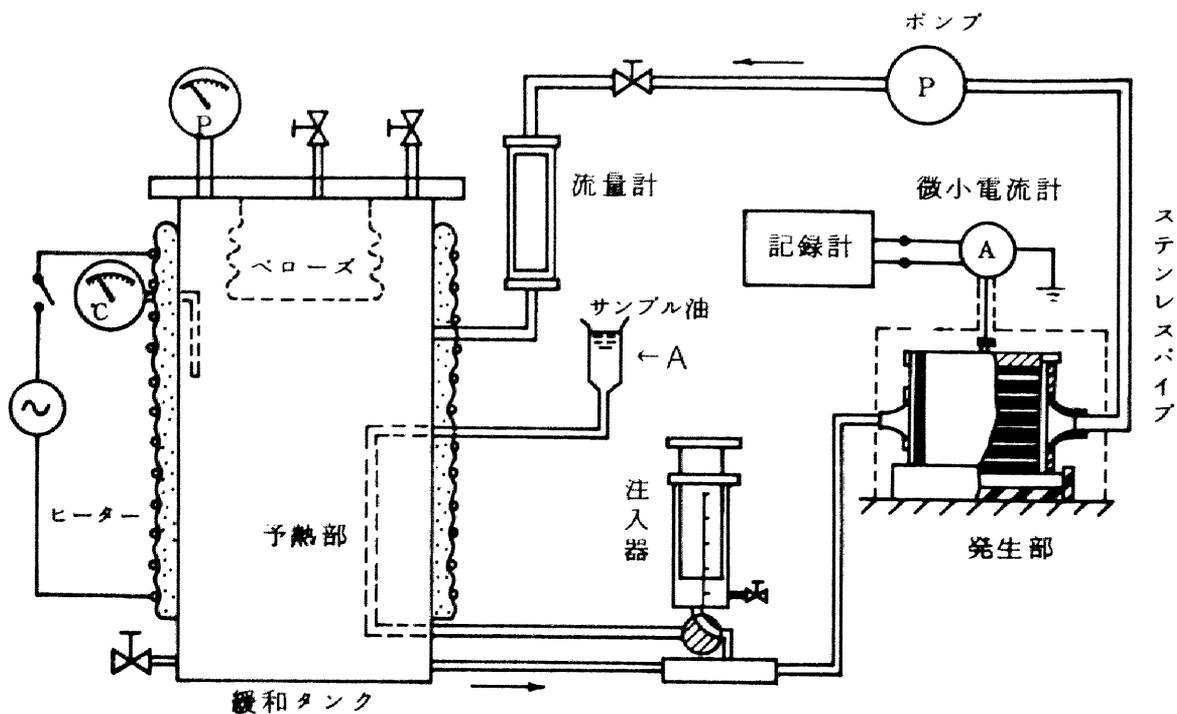


図 1.3.8 ポータブル装置 (Type-II) の基本システム

表 1.3.1 測定条件

	最小～最大	最適条件	単位
サンプル注入量	20～100	20～50	cm <sup>3</sup>
サンプル注入速度	2～20	10～15	cm <sup>3</sup> /sec
ベース電流	0.1～8.0	0.5～1.0	nA
ベース油量	2.5～4.5	3.5	ℓ/min
油温	15～40	20	℃

表 1.3.2 ポータブル装置 (Type-II) の仕様

	仕様
油量	5ℓ (3.5ℓ/min)
大きさ	600×800×650mm
重量	約60kg
材質	循環系：ステンレススチール，シールド：アルミニウム
その他	ヒータ及び予備加熱装置，金属ベローズタイプタンク使用

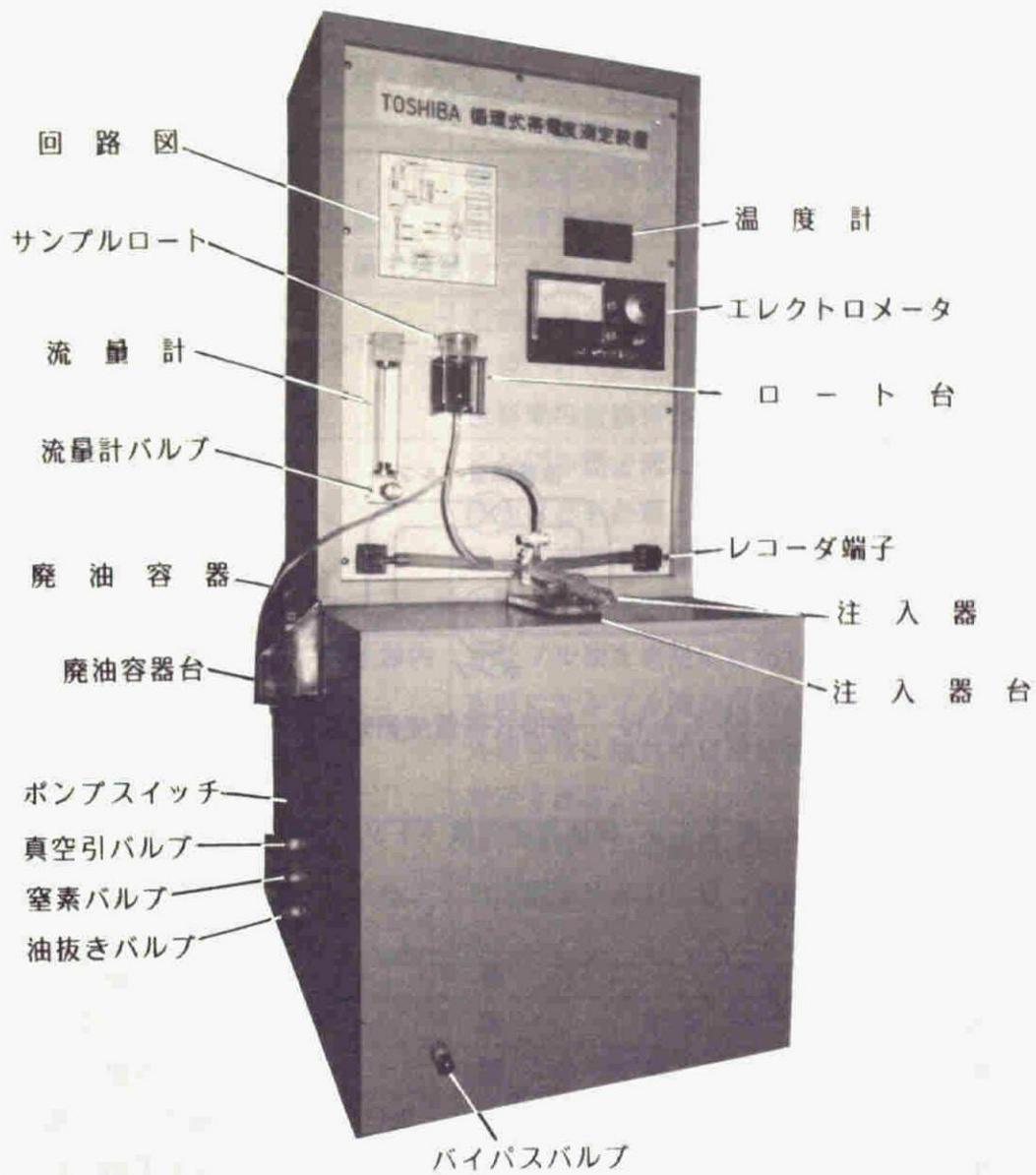


図 1.3.9 循環式帯電度測定装置外観 (Type-Ⅲ)

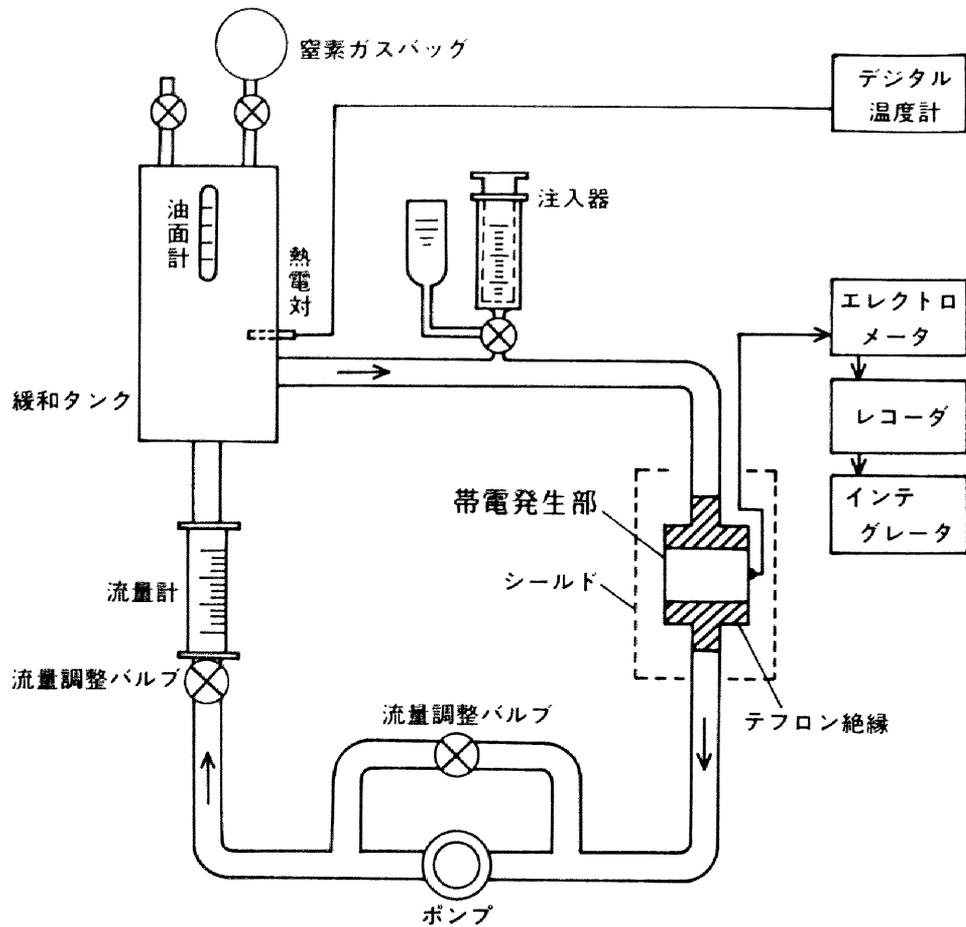


図 1.3.10 循環式帯電度測定装置 (Type-III)

表 1.3.3 標準測定装置 (Type-III) の特性

		特 性
サ ン プ ル 量		20 ml
測 定 準 備		約 1 分 (注入部の洗浄)
測 定 時 間		1~5 分
発 生 部	大 き さ 管 理	φ 30 × 25 l mm クレープ紙ロール 巻き長さ (1600 l mm) および巻き上り 後の直径で管理
流 量		3.5 l / min
発 生 部 内 流 速		25 cm / sec
流 れ の 状 態		層 流
発生部長さ ／ 緩和長さ	$\rho = 10^{16} \Omega \text{cm}$	$\sim 10^{-4}$
	$\rho = 10^{13} \Omega \text{cm}$	$\sim 10^{-1}$
測 定 電 流 レ ベ ル		$10^{-10} \sim 10^{-9} \text{A}$

表 1.3.4 測定装置の特長と効果

	特 長	効 果
1	短時間測定が可能である。	厳密な意味で数種サンプルの同時比較ができる。
2	10 $\mu$ l程度の少量サンプル測定ができる。	サンプル油の採油を最小にできる。 微量の熱劣化後のサンプル測定が可能。
3	発生電流ベースが高いので、ノイズに強くデータの再現性が高い。	現地測定に問題が無く、異常データが出た時に即時再測定によりチェックできる。
4	測定操作に依存しない。	誰でも測定できる。
5	使用実績が多い。	これまでの測定サンプル約9000～10000。従ってデータの信頼性および判定基準の信頼性が高い。
6	準備作業を必要としない。	サンプル測定前に装置の真空引き、N <sub>2</sub> 置換、注油などを必要としない。 従って真空ポンプやN <sub>2</sub> ポンプ等は不要である。
7	サンプルを処理せずに、変圧器内の状態のままで測定できる。	サンプル油を真空にさらしたりする事なく測定時にサンプル油が汚染される事がない。
8	変圧器直結が可能である。	外部空気に触れずに変圧器内部と同じ状態で測定できる。
9	全体がひとつにまとまっている。	測定器を含んで装置全体が一体化しているので運搬も容易であり、装置としての信頼性が高い。

### 3.2.2 装置の特性

3.2.1 の式(1.3.1)～(1.3.5)示した本装置の測定原理の実験的検証と、装置自体の特性を調査した結果を以下にまとめる。

この循環式による帯電度測定が、注入サンプル量・注入速度などによって受ける影響並びにベース油の特性(帯電度)・温度・流量によって受ける影響について調査し、式(1.3.1)～(1.3.5)による帯電度測定が正しいことを確認した。以下測定に用いたサンプル油の特性を表 1.3.5, 1.3.6 にまとめておく。

表 1.3.5 サンプル油の特性

サンプル名	種 類
Oil-A	新 油
B	アスファルト混入油 (1 ppm)
C	銅イオン混入油
D	アスファルト混入油 (3 ppm)
E	工場試験油 I
F	工場試験油 II

表 1.3.6 サンプル油 Oil-A の特性

	Oil-A
比 重 15/4℃	0.878
粘 度 (cSt) 30℃	11.73
流 動 点 (℃)	-32.5
全 酸 価 (mgKOH/g)	0.002
体積抵抗率 (80℃Ωcm)	$6.35 \times 10^{15}$
分 子 量	280.6
%C <sub>A</sub> 全炭素原子中芳香族環を 形成しているその百分率	17.2
%C <sub>N</sub> " ナフテン環 "	26.4
%C <sub>R</sub> " 環構造 "	43.6
%C <sub>p</sub> " 環構造を とらない炭素原子の百分率	56.4
R <sub>A</sub> (平均1分子当たりの芳香族環数)	0.58
R <sub>N</sub> ( " ナフテン環数)	1.15
R <sub>T</sub> ( " 全環数 )	1.73

### (1) 注入量特性

測定原理が(1.3.1)式の $q_s$ に依っている通り、サンプル量すなわち注入量 $\alpha$ と $q_s$ との関係が比例関係にある事を確かめた。 $\alpha$ を変化させた時の注入時の波形を図 1.3.11 に示す。サンプル注入量 $\alpha$ を $\alpha = 10 \sim 100 \text{ cm}^3$ と変化した時の $q_s$ について図 1.3.12 に示す。 $\alpha$ と $q_s$ との間に直線関係のあることがわかる。なおこの時の注入速度は一定とした。

したがって各種絶縁油について、 $\alpha$ と帯電度について調べると図 1.3.13 に示すようになり、帯電度は注入量には関係なく一定値として求められることが明らかになった。

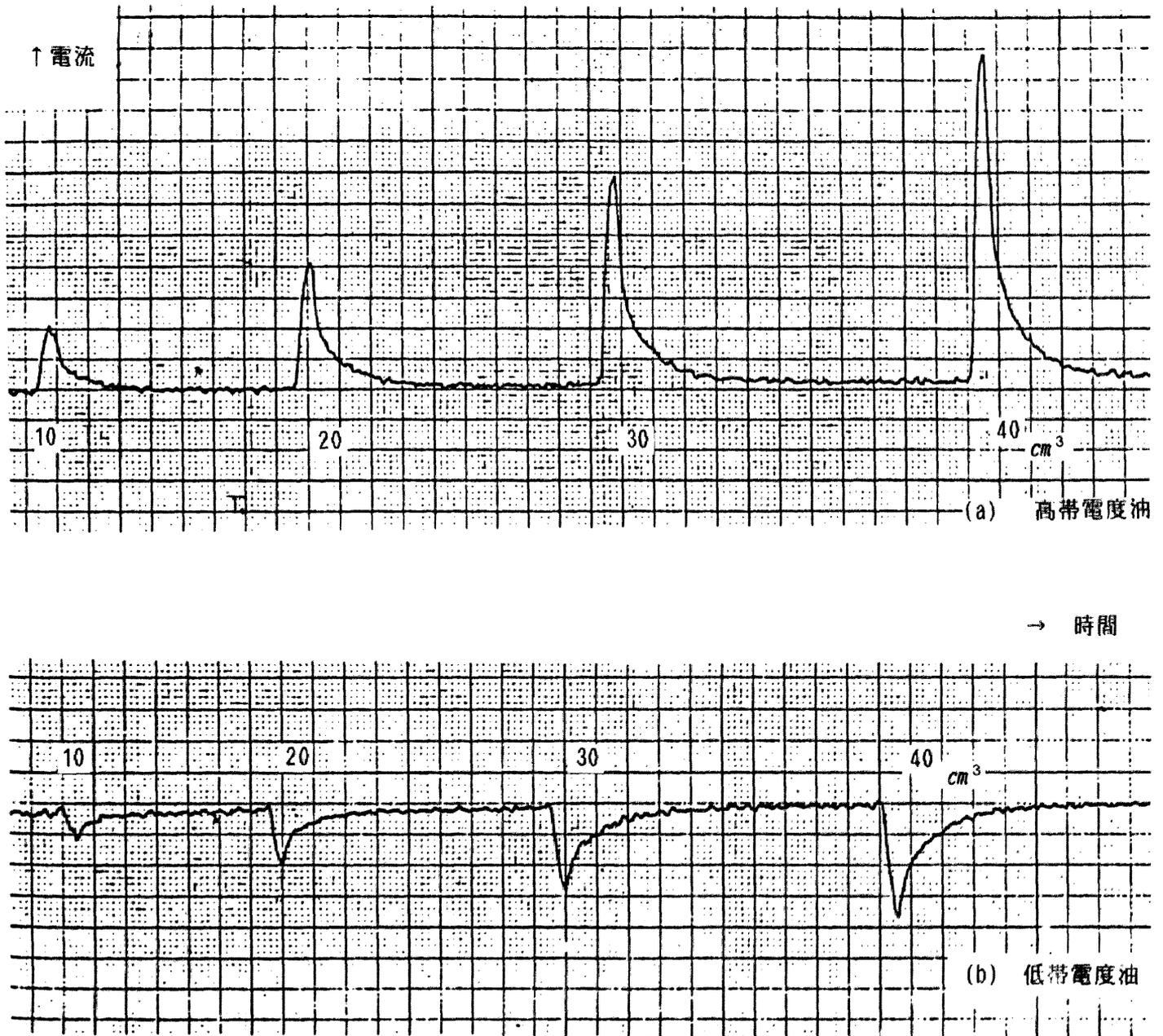


図 1.3.11 サンプル注入量と電流波形

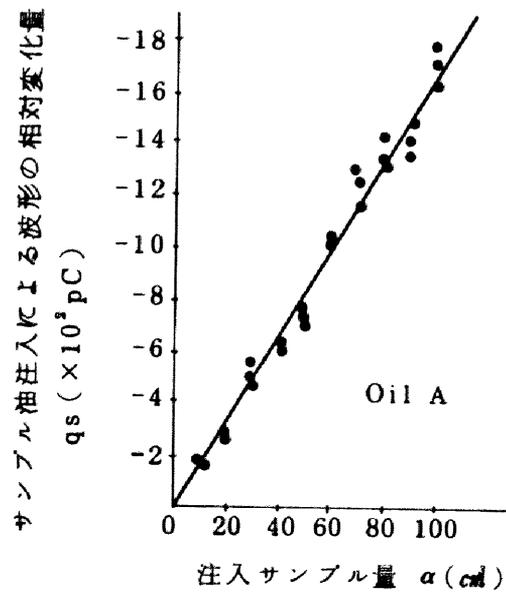


図 1.3.12 注入サンプル量と波形相対変化量

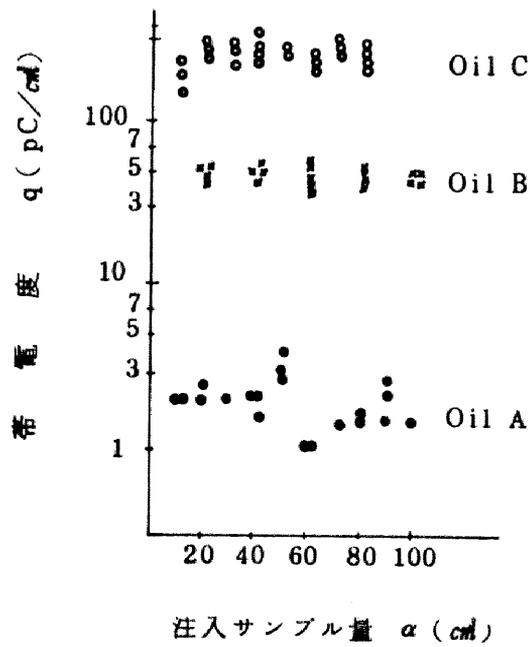


図 1.3.13 帯電度のサンプル注入量特性

## (2) 注入速度特性

サンプルを注入する時の速度を変化させて調査した結果、図 1.3.14 に示すようになり、やはり注入速度に無関係に帯電度を測定することができる。図 1.3.14 の場合は、注入量  $40 \text{ cm}^3$  一定とし、注入時間を  $2 \sim 20$  秒とし、すなわち注入速度を  $2.0 \sim 20.0 \text{ cm}^3 / \text{sec}$  とした時のものである。注入速度を遅くすれば、変化電流波形はなだらかになってゆくが、 $q_s$  は一定に保たれるのである。

図 1.3.13 および図 1.3.14 において Oil A の帯電度がばらついているのは、Oil A が新油であり、帯電度が非常に低い値のためである。

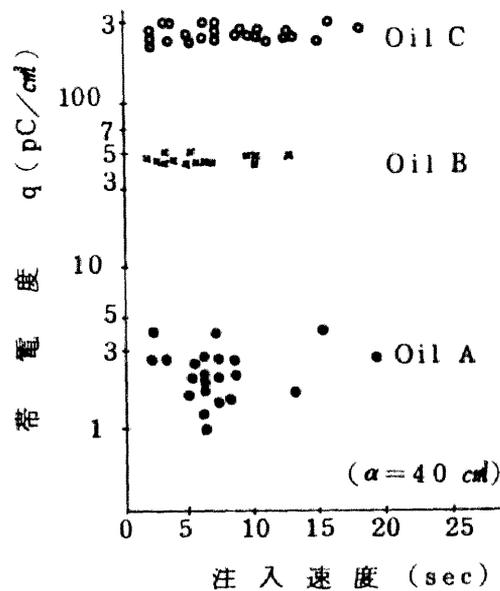


図 1.3.14 帯電度のサンプル注入速度特性

## (3) ベース油による影響

さて、ベース油としては通常新油を用いているが、多数回のサンプル注入によってベース油も変化し、その発生電流値  $i_0$  も変化してくる。このようにベース油の帯電度  $q_0$  が変化しても、サンプル帯電度が安定して測定できることは、図 1.3.15 から明らかである。

ベース電流が変化した時、同一のサンプル油を注入しても電流波形は変わるが、(1.3.1) ~ (1.3.5) 式で求められる帯電度は一定値として求められることが明らかとなった。しかしベース電流値が  $1 \sim 2$  桁も大きく変化すれば、サンプル油の帯電度との差が大きくなって、波形の差が大きくなり結果として測定誤差が大きくなってくる。このような時にはベース油を交換する必要がある。

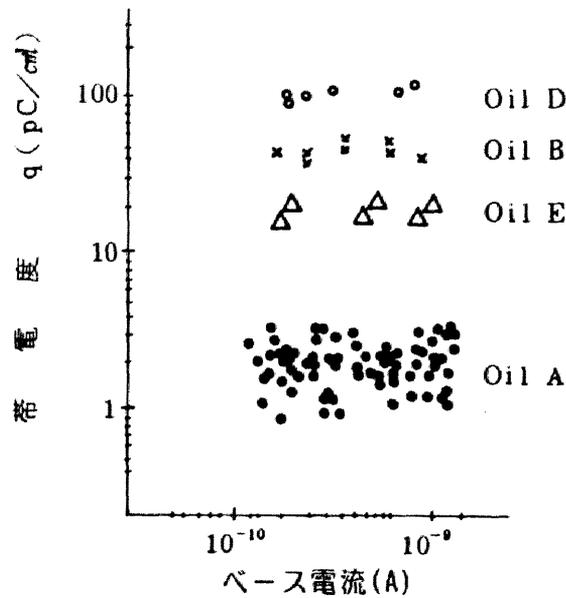


図 1.3.15 ベース電流と帯電度

#### (4) 温度特性

以上、すべて、ある一定温度における現象として説明して来たが、帯電度は温度によって大きく影響されるので、温度特性についても検討を加えた。流量一定としてベース電流の温度特性を求めると図 1.3.16 に示すようになる。一般に変圧器内の静電気帯電量は、発生と漏れ（緩和）の合成であるので、温度の上昇にしたがって凸特性を示すが、この帯電度測定装置のように発生のみを取り出せば、この温度範囲で温度上昇とともに単調増加傾向にある。

図 1.3.16 によれば低帯電度油と高帯電度油とでは温度依存性が若干異なっている。図 1.3.16 の測定結果より粘性の温度特性を考慮した流量校正をすることによって、図 1.3.17 に示すような温度校正係数 $\eta$ を求めることができる。図 1.3.17 によれば直線部においてすでに示した(1.3.4) 式で

$$\eta = \exp ( 1.62 - 0.081 \theta ) \dots\dots\dots (1.3.4)$$

と表わすことができる。一方運転中の変圧器から直接採取したサンプルを測定する場合など、高温のサンプルを測定する場合も生ずるが、このような場合、ベース油とサンプル油との間に温度差が無ければ図 1.3.18 に示すように、 $\eta$ による校正のみで一定した帯電度を求めることができる。

サンプル油とベース油との間に温度差がある場合には、注入した時の温度差による帯電発生や化学変化などが伴ない、正しい結果は得られない。実際には、装置にとり付けられているヒータおよびサンプル油の予熱部を使うことによって温度差を無くすことができる。

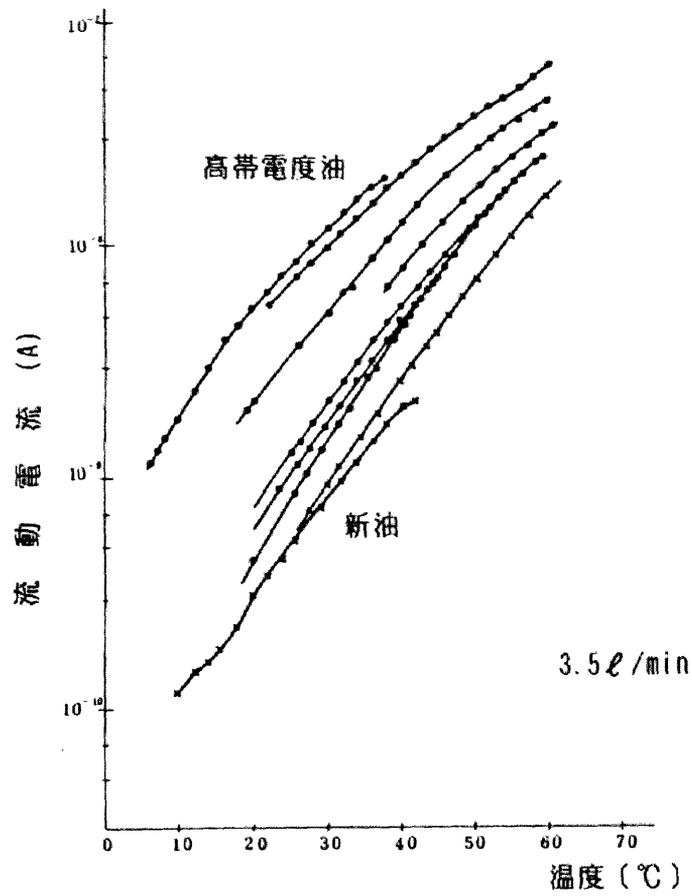


図 1.3.16 流動電流の温度依存性

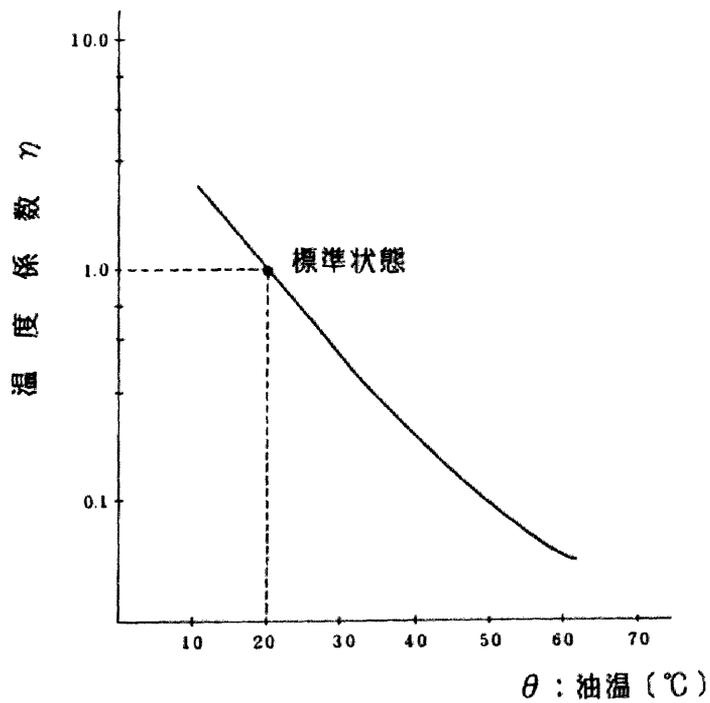


図 1.3.17 帯電度の温度係数

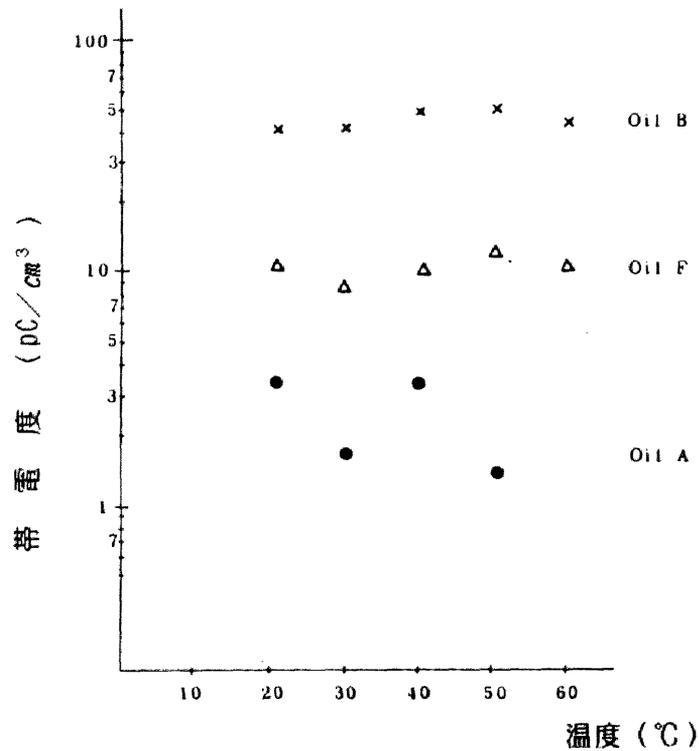


図 1.3.18 温度を変化させて測定した時の帯電度

#### (5) ベース油流量特性

次にベース油流量によって発生するベース電流は、流量に対してほぼ直線性を有しており、流量  $L = 3.5 \text{ l/min}$  を基本流量とする時流量校正係数  $\xi$  は一般に低流量では  $\xi < 1$  高流量では  $\xi > 1$  となり高温では共に  $\xi = 1$  に近づく。

しかし、ベース油流量を変化させる必要性は少なく、また  $L = 2.5 \sim 4.5 \text{ l/min}$  の範囲では  $\xi = 1$  として差し支え無い。

#### (6) 発生部クレープ紙の違いによる影響

発生部に用いているクレープ紙の巻き方の違いなどの影響を調べるために、種々のベース油を用い、それぞれ数個のクレープ紙について発生電流のバラツキをみた。新油を用いた時の測定結果を図 1.3.19 に示す。

これは、No.1～No.4の4つのクレープ紙について、それぞれ5時間おきに3時間ずつ循環させた時のベース電流値の変化を示している。10時間～15時間く

らのエージングではほぼ一定値を発生するようになることがわかった。図 1.3.19 におけるNo 1～No 4のクレープ紙の発生電流値より、温度校正をしてこの新油の帯電度を求めると、1.22～1.31 pC/cm<sup>3</sup> となり、クレープ紙自身のバラツキは一般に少ないことがわかった。

以上示したように(1)～(6)で示した本装置の特性調査から、3.2.1で示した式(1.3.1)～(1.3.5)の測定原理を検証することができた。特に上記(1)(2)(3)より本装置の操作の容易性がよくわかる。

これまでに表 1.3.4 にも示したように、本装置 Type-I, Type-II, Type-III を用いてすでに約10000本のサンプル測定実績を有し、新油から一般使用油、劣化油に至るまでのデータベースが完備されており、それをもとに絶縁油管理を行なうことができる。

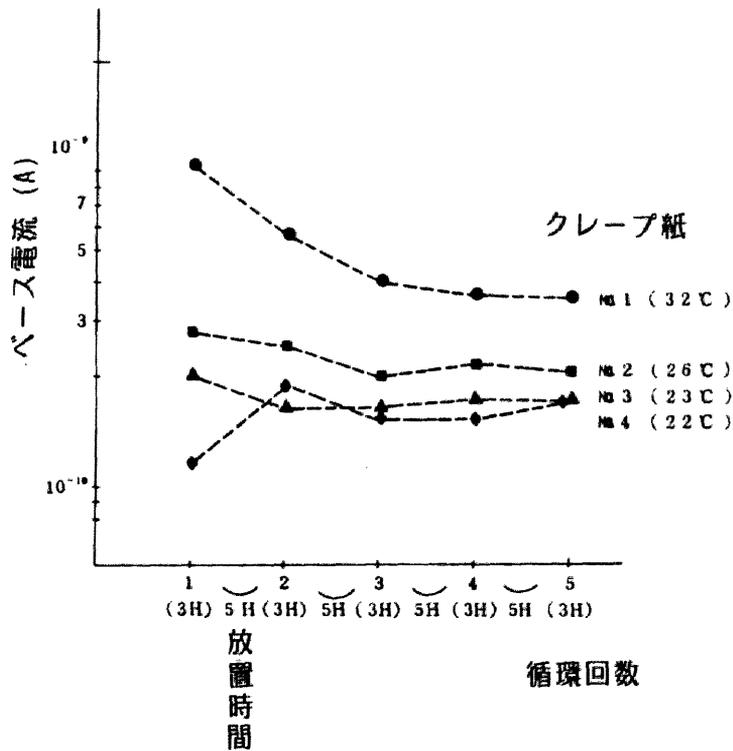


図 1.3.19 発生部クレープ紙によるバラツキ

### 3.2.3 測定法

以下簡単に標準測定装置 Type-Ⅲ による測定操作と手順を示す。

#### (1) 通常測定

通常測定においては、帯電発生部はすでにエージングされているので、次の操作により測定する。

- ① ポンプを起動させ  $3.5 \ell/\text{min}$  に調整し、約30分間放置する。
- ② 注入部を抜き取ったベース油で2回以上洗浄する。
- ③ ベース油を  $20 \sim 50 \text{ cm}^3$  注入し、電流波形に変化の無い事を確認する。
- ④ 被測定絶縁油で注入部を2回以上洗浄する。
- ⑤ ベース油の温度を測定する。
- ⑥ 被測定絶縁油を  $20 \sim 50 \text{ cm}^3$  注入し、その直前の一定電流値と、注入時の電流波形変化分を記録する。

なおすでにベース油が一定流量で循環している場合には、上記①項を省略し、②項より開始して良い。また、通常測定では発生部クレープ紙、ベース油は取り換えない。すでに特性の所で記したように、帯電度測定は、測定時におけるベース発生電流値、被測定油の注入速度等には依存しない。

サンプルが多種類ある場合の比較測定は簡単に行なうことができ、データの再現性と厳密な比較を行なうために、測定順序は下記(a)よりも(b)による事が望ましい。(油種類、A、B、C、D 4種類)

- (a) A → A → B → B → C → C → D → D (2回測定の場合)  
(b) A → B → C → D → A → B → C → D

#### (2) 初期測定

通常は取り換えないが、発生部クレープ紙が、極端に汚染されたような場合はクレープ紙の取り換えをする。(新油を測定して  $10 \text{ pC}/\text{cm}^3$  以下にならない場合など)

クレープ紙の取り換え時にはクレープ紙のエージングを流量  $3.5 \ell/\text{min}$  で40～50時間のON-OFF繰り返し試験により行なう。

新油をベース油として20℃で  $4.0 \times 10^{-10} \text{ A}$  以下になるまでエージングを行なう。

### (3) 帯電度の算出

図 1.3.5 にサンプル油注入時の電波波形をモデル的に示した。ここで  $i_0$  はベース油の一定発生電流 (pA),  $\alpha$  を被測定油の注入量 ( $\text{cm}^3$ )  $L$  をベース油の流量 ( $\ell/\text{min}$ ) とするとサンプル油の帯電度  $q'$  ( $\text{pC}/\text{cm}^3$ ) は

$$q' = q_0 + (q_s / \alpha)$$

$$\text{ここに } q_0 = (i_0 \times 60) / (L \times 10^3)$$

$$q_s = \int_{t_1}^{t_2} (i(t) - i_0) dt \quad \text{として求める。}$$

なお帯電度の表示は  $20^\circ\text{C}$  における値に規格化するために、任意の温度  $\theta^\circ\text{C}$  で測定した帯電度  $q'$  は温度係数  $\eta$  を考慮して

$$q = \eta \cdot q' \quad (\text{ここに } \eta \text{ は (1.3.4) 式で与えられる})$$

となる。

### (4) 測定上の注意事項

- ① サンプル油とベース油とは大きな温度差の無いようにする。(許容最大温度差  $5^\circ\text{C}$ )
- ② ベース電流値が  $10^{-9}\text{A}$  以下で測定することが望ましい。
- ③ 測定時、サンプル注入時に内部に気泡の入らないようにする。
- ④ 異常に高い帯電度の油を多量に注入しないこと。(予想される場合にはあらかじめ微量注入によって確認する。)
- ⑤ 測定の精度を確認するために、サンプル測定前後に新油およびベース油自身の注入測定をすることが望ましい。
- ⑥ 通常の測定においてベース油・発生部クレープ紙は取り換えない。

### 3.3 まとめ

変圧器の流動帯電現象を調査する上で、絶縁油の帯電度を測定する必要性が明確になり、そのために新しく開発した循環式帯電度測定装置が有効に用いられることが検証された。また、本装置は変圧器内の現象と良い等価性を有した状態で帯電度の測定をすることができ、感度と再現性に優れ、さらに測定操作に依存することなく誰でも極めて容易に測定できる特徴を有することが証明された。

本装置には3種のタイプがあり、その用途により使い分けられるようになっている。一般絶縁油の帯電度測定、管理、変電所等の現地帯電度測定その他、劣化などにおける絶縁油特性の変化を調査するためにも使用できるものである。

### 3.4 文 献

- (1) T. Takagi , et al : C I G R E Paper, 12-02 (1978)
- (2) M. R. Shafer , et al : J. Res. , 69c, 4, p307 (1965)
- (3) A. Klinkenberg, et al : Electrostatics in the Petroleum Industry , Elsevier Publishing Company (1958)
- (4) W. M. Martin , et al : J. Phy. Chem . , 34, p1509 (1930)
- (5) S. Yasufuku , et al : IEEE, Int. Symp . E I, E-4, p370 (1976)
- (6) 高分子学会編：静電気ハンドブック，地人書館（1978）
- (7) 安福：高電圧静止器絶縁含浸材料の基礎的並びに実用的性状に関する研究，名古屋大学博士論文（1978）
- (8) H. Okubo, et al : IEEE PES Winter Meeting, A79-051-4 (1979)
- (9) 大久保，他：電気学会論文誌，101-A, 5, p271 (1981)
- (10) Ohkubo : US-Patent , 4194148 (1980)

## 第4章 絶縁油諸物性と帯電度

### 4.1 まえがき

循環式帯電度測定装置は、感度が良く、再現性に優れているので、これを用いて、絶縁油の流動帯電に寄与する要因を調査することができる。本章で示す以下の調査結果はいずれも本装置を用いて行ったものである。

まず、いくつかの種類の新油について調査し、加熱劣化と帯電度上昇との関連を明らかにし、次いで各種試薬添加と帯電度ならびに絶縁油特性との相関性から、帯電を支配する主要因について検討する。

さらにミリポアフィルタおよび特殊フィルタを用いて、フィルタリングによる絶縁油の浄化と、帯電度の改善，ならびに流動帯電量の低減効果から、帯電発生因子を明らかにする。

最後に、これらの要因調査結果を踏まえて、帯電度上昇の抑制についてまとめる。

### 4.2 絶縁油種類と帯電度

絶縁油はそれぞれ固有の帯電度を有する。それは後で明らかになるが、劣化の程度や有するイオン性あるいは有極性不純物の量や種類などに依存している。一般に新油は帯電度が低く、劣化するにしたがって上昇する。しかし、新油でもその種類によって帯電度値にはかなりの差があり、例えば、図 1.4.1 に示すように10種類の市販絶縁油を用いて新油および銅共存下で強制加熱後の帯電度を測定すると、その種類によって大きく差が現われる。

これは、絶縁油のメーカーにより、使用原油や、精製度などが異なっているためであろうが、新油におけるバラツキよりも、加熱劣化後のバラツキの方が大きく現われることが、図 1.4.1 から明らかである。

このように絶縁油の銅共存下での強制加熱によって帯電度が上昇する過程をもう少し詳しく調査するために、強制加熱時の共存銅量を変化させて油中溶存銅量と帯電度との関係を調査した。強制加熱条件は窒素中で150℃・6時間、絶縁油250ml中の共存銅表面積を0.0～25.0cm<sup>2</sup>と変化させたものである。

油中銅量と帯電度との関係を測定した結果を図 1.4.2 に示す。同図より油中溶存銅量と帯電度との間に一定の関係が見いだされ、油中銅量が増すと共に帯電度が増加していることがわかる。帯電度の絶対値そのものはこのようなかなり厳しい強制加熱条件下ではばらつきも大きく、あまり重要ではないが、全体の傾向を見ることが重要であると考えられる。

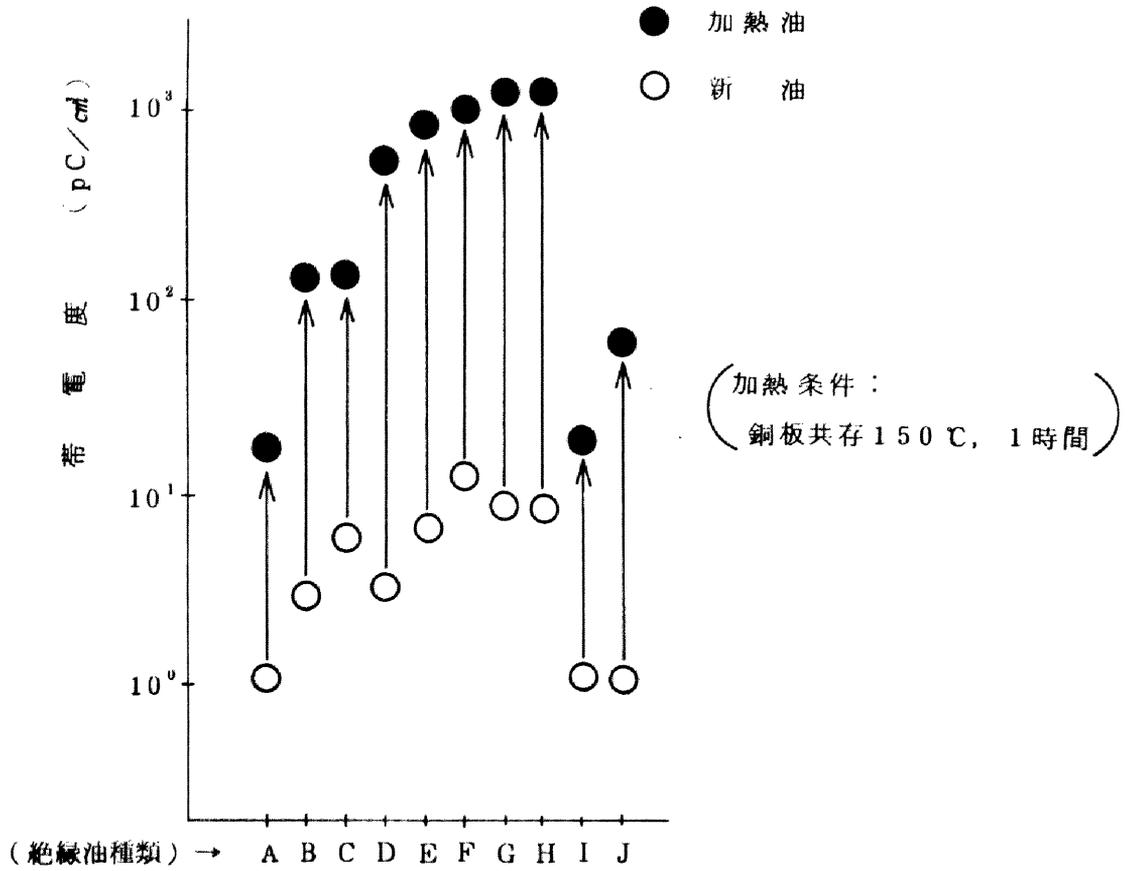


図 1.4.1 各種絶縁油の帯電度

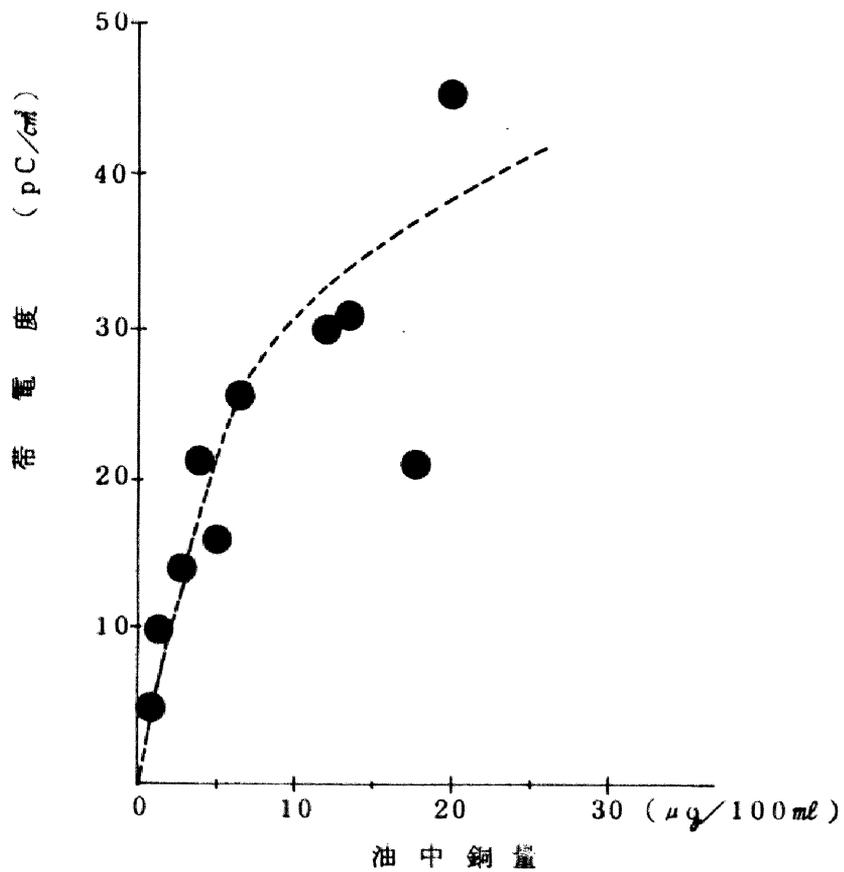


図 1.4.2 油中溶存銅量と帯電度

一方、これまでに測定した新油、劣化油について帯電度と導電率（1/体積抵抗率）（1分値）、誘電正接（ $\tan \delta$ ）との関係を調査した結果を図 1.4.3、図 1.4.4 に示す。

図 1.4.3、1.4.4 より、帯電度は抵抗率-導電率や  $\tan \delta$  とはある相関性を有してはいるものの、それは約 1 桁程度の幅を有したものであり、帯電度を抵抗率・ $\tan \delta$  などの従来より用いられている一般電気特性測定法では、一意的に決定づけられないことが明らかである<sup>(3)(6)(7)</sup>。

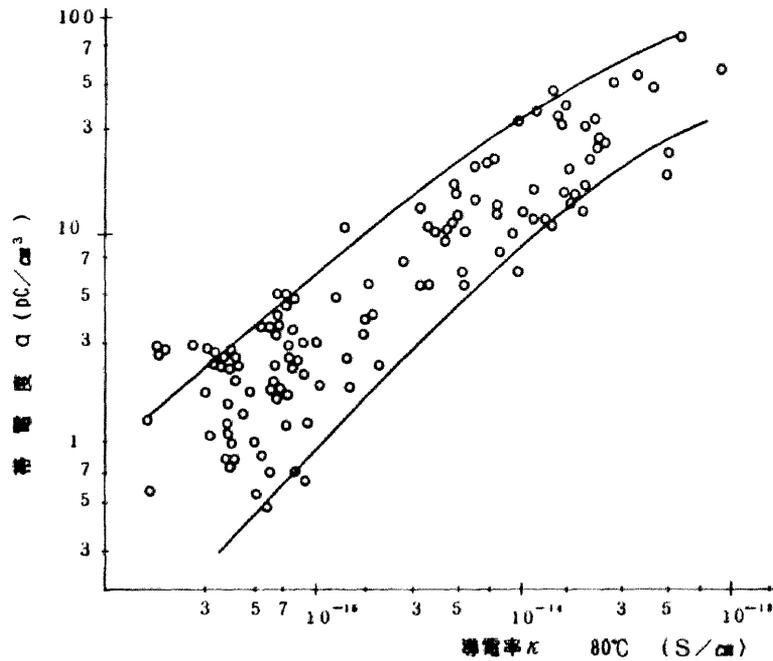


図 1.4.3 導電率と帯電度

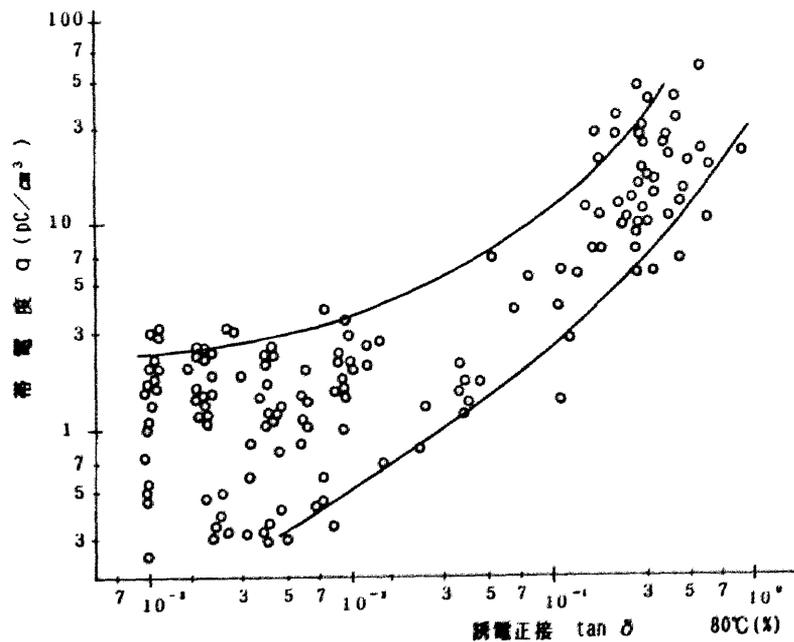


図 1.4.4 誘電正接と帯電度

### 4.3 各種試薬添加と帯電度の変化

これまでの測定結果から、一般に新油は使用されている絶縁油よりも低い帯電度を示すことがわかり、絶縁油中の不純物や劣化生成物の中に帯電発生に影響を与える物質が存在するものと予想される。以下では絶縁油の劣化生成物と帯電度との関係について考えてみる。

例えば、絶縁油が加熱劣化してゆく過程の一例として次のように考えることができる。絶縁油の劣化はまず過酸化物が生じ、その結果アルコール、アルデヒド・ケトンなどの中間生成物を経て有機酸に至る。これらの反応速度は温度の上昇と共に促進される。

一方、各種金属は絶縁油の劣化を促進し、特にFeやCuなどが促進性を有しているとされている。また有機酸から更に進んで金属塩になることがあり、そのうちでもオレイン酸銅、ステアリン酸銅などは絶縁油の劣化を促進する金属塩類であると報告されている<sup>(1)(4)</sup>。

これらの劣化生成物はそれらが微量であり、かつまた互いに関係をもって存在して複雑であるために、絶縁油の中から直接分析し取出すことは一般には困難である場合が多い。したがって、これらの油中劣化生成物と関連性のあることが予想されるいくつかの試薬を絶縁油に添加し、それによって帯電度が変化する過程を調査した。

まず、絶縁油劣化生成物の最終段階であり、また複雑な有極性物質やイオン性物質を多数含有していると思われるアスファルトを絶縁油に添加し、帯電度を測定した。そのときの電流波形を図 1.4.5 に示す。同図にはアスファルトを5ppm および10ppm 添加したものについて示してあるが、アスファルト添加量と帯電度との間に明確な相関性のあることが確かめられた。例えば、アスファルト添加量とベース電流比についてまとめると図 1.4.6 のようになる（アスファルトの添加による帯電度への影響度が大きいため、この場合はベース電流の変化量で測定した）。同図から、アスファルト添加によって帯電度が上昇してゆくことがわかるが、飽和傾向を示すのは循環式帯電度測定装置の帯電度発生部における電荷分離に限界があるためと思われる。しかし、いずれにしてもこの結果より油中の有極性物質が帯電度発生要因の一つであると予想することができた。

次に、劣化生成物として予想される有機酸のうちから不飽和カルボン酸であるオレイン酸 ( $\text{CH}_3(\text{CH}_2)_7\text{CH}=\text{CH}(\text{CH}_2)_7\text{COOH}$ )、還元した飽和カルボン酸であるステアリン酸 ( $\text{CH}_3(\text{CH}_2)_{16}\text{COOH}$ )、それに有機酸塩のうちからオレイン酸銅 ( $\text{Cu}(\text{C}_{18}\text{H}_{33}\text{O}_2)_2$ ) およびナフテン酸銅 ( $\text{Cu}\cdot(\text{C}_{10}\text{H}_{17}\text{O}_2)_2$ ) を用いて、絶縁油新油に添加し帯電度の測定を行なった。

ステアリン酸の添加の場合は100ppm までほとんど変化はなく、逆にオレイン酸・オレイン酸銅を添加した絶縁油の場合は、図 1.4.7 に示すようにそれぞれの添加量（重量比）と帯電度との間に相関性のあることがわかった。このうち、特にオレイン酸銅添加時の帯電度と誘電正接 ( $\tan\delta$ ) ならびに導電率  $\kappa$  について測定した結果を図 1.4.8 に示す。

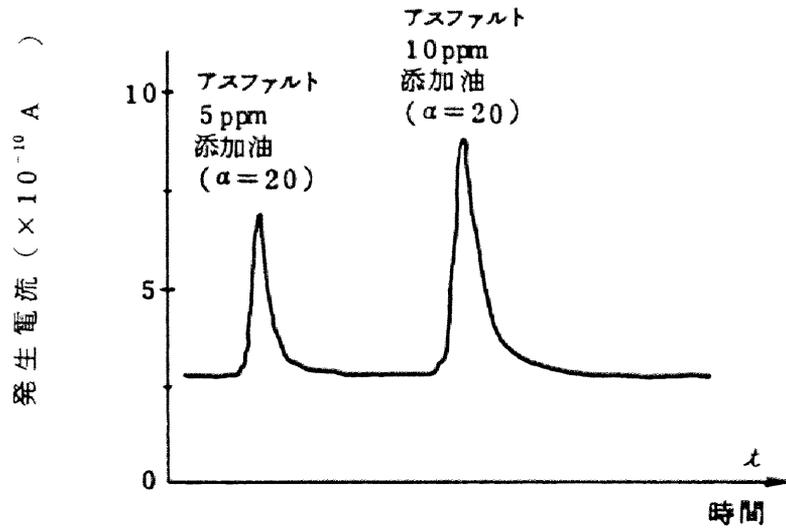


図 1.4.5 アスファルト添加油注入時の電流波形

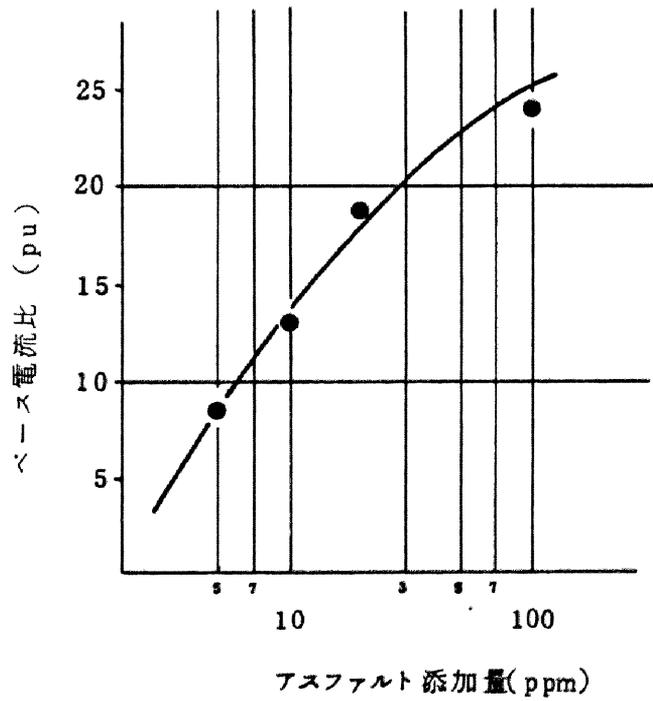


図 1.4.6 アスファルト添加量とベース電流

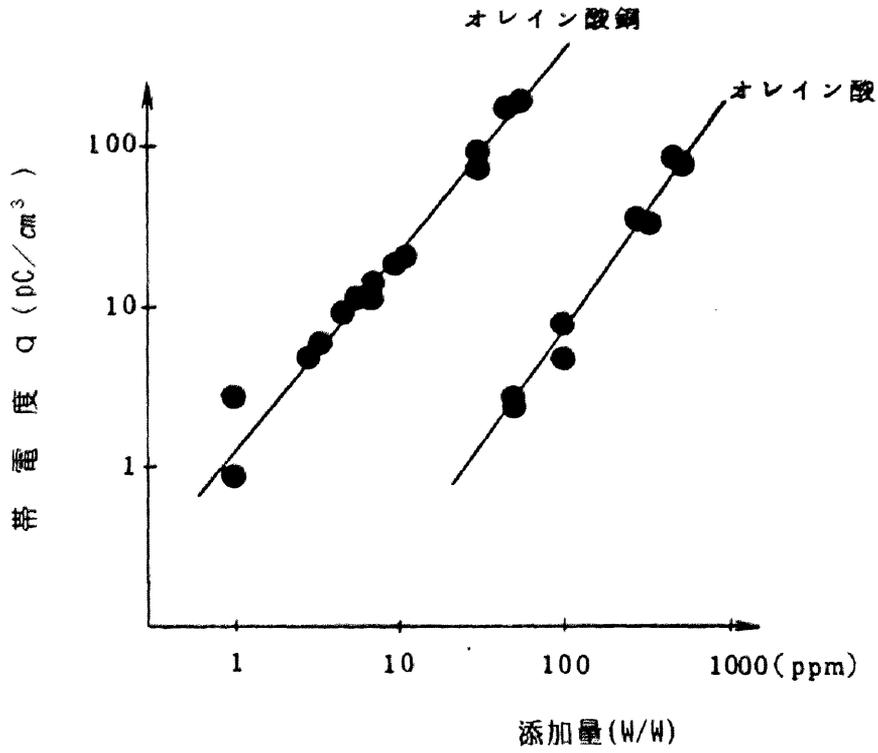


図 1.4.7 試薬添加量と帯電度

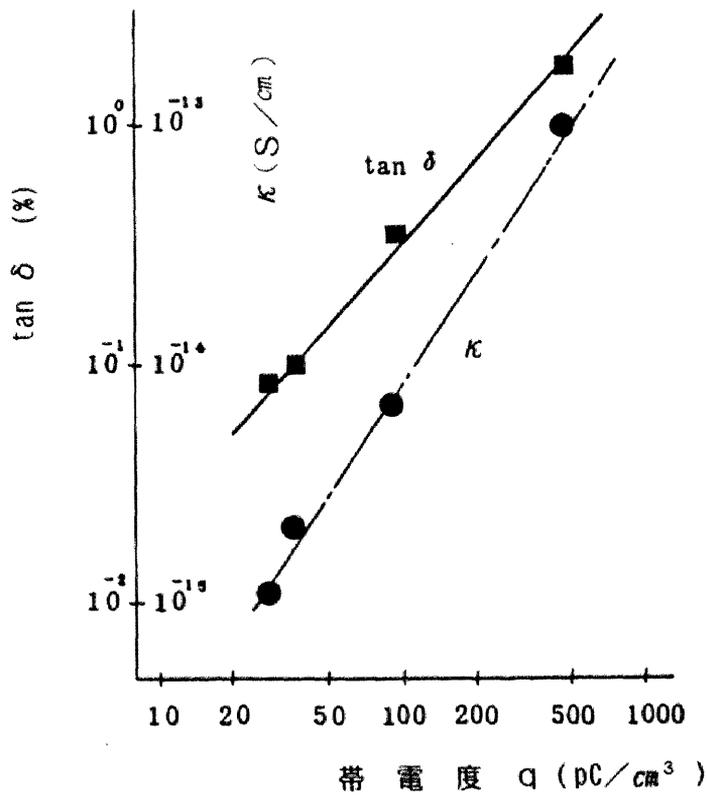


図 1.4.8 オレイン酸銅添加油の帯電度と  $\tan \delta$ ,  $\kappa$

図 1.4.7, 図 1.4.8 より試薬添加量と帯電度, 帯電度と誘電正接および導電率の間にほぼ比例関係のあることが明らかになり, この意味からも帯電度特性が絶縁油特性調査の一方法としても用いられ得ることが明らかである。ただし, オレイン酸およびオレイン酸銅添加時の帯電極性は, アスファルト添加時に比べて逆極性(油が負極性)であった。

ナフテン酸銅添加の場合には, 10ppm 添加ではほとんど変化のないものが100ppm 添加時には表 1.4.1 に示すような変化を示した。帯電度特性のみならず, 誘電正接ならびに導電率の値も変化している。

表 1.4.1 ナフテン酸銅添加量と帯電度

	帯電度 $q$	誘電正接 $\tan \delta$	導電率 $\kappa$
新 油	+ 2.1	< 0.001	$0.80 \times 10^{-15}$
ナフテン酸銅 新油 + 10 ppm	- 1.4	< 0.001	$0.83 \times 10^{-15}$
ナフテン酸銅 新油 + 100ppm	-27.0	0.260	$1.00 \times 10^{-14}$
単 位	$\mu\text{C} / \text{cm}^3 (20^\circ\text{C})$	% (80 °C)	$\text{S} / \text{cm} (80^\circ\text{C})$

図 1.4.7, 図 1.4.8, および表 1.4.1の結果より, 油中の有機酸や有機酸塩などが帯電度発生に寄与している可能性が明らかになったわけであるが, 帯電度と  $\tan \delta$  との相関性から, 油中の有極性物質やイオン性物質も帯電発生源であることが裏付けられた。

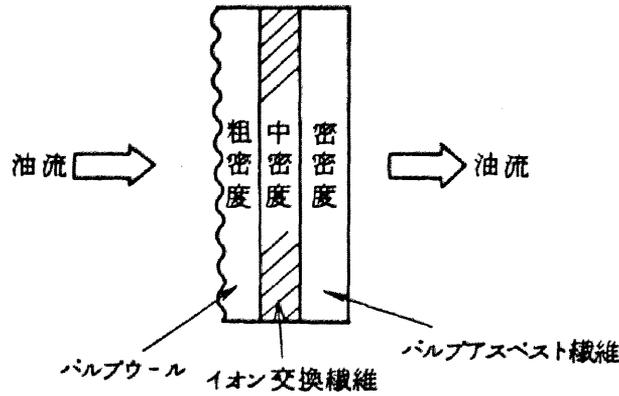
以上の試薬添加による実験はすべて常温(15~20°C)で行なったもので, 今回は試薬添加時の温度特性を特に考慮していない。

#### 4.4 フィルタリングと帯電度

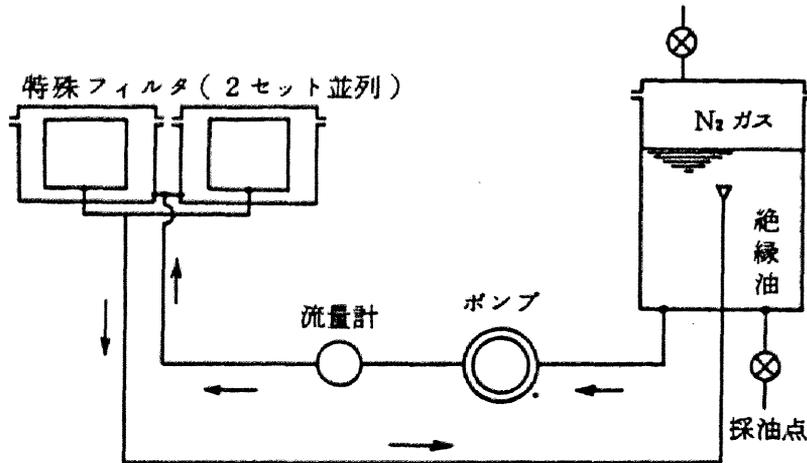
これまでの諸調査により, 油中の不純物—有極性物質, イオン性物質や劣化生成物などが帯電度発生の要因の一つとして考えられることがわかったが, 油中のこれらの物質を取除くことができる特殊フィルタを用いて更に実験を行なった結果を以下に説明する<sup>(3)</sup>。

ここで用いた特殊フィルタは, 図 1.4.9(a) に示すようにろ過精度 50  $\mu\text{m}$ ,  $\phi$  450mm, 42mm厚さ, 3層のものを1エレメントとし, 10エレメントを1セットとし, 2セット並列で用いた。油の流れる方向にしたがって, 粗密度のパルプウール層, 中密度のイオン交換繊維層( $\alpha$ -セルロース繊維), そして最後に密度の高いパルプアスベスト繊維層の3層構成となっている。セルロース中のカルボキシル基のイ

オン交換作用、還元作用あるいはカルボニル基による吸着作用によってイオン性物質、有極性物質が取り除かれる。(b) 図に示すように本フィルタを用いて絶縁油の循環ろ過を行なったときの循環回数に対する帯電度 $q$ ，誘電正接 $\tan \delta$ ，導電率 $\kappa$ の変化過程を図 1.4.10 に示す。いずれの特性もこの特殊フィルタ循環により顕著に改善されることがわかる。フィルタ循環の各ステップにおける循環式帯電度測定装置による帯電度測定時の電流波形を図 1.4.11 に示す。



(a) 特殊フィルタの構成(1枚分)



(b) 特殊フィルタの循環実験

図 1.4.9 特殊フィルタ

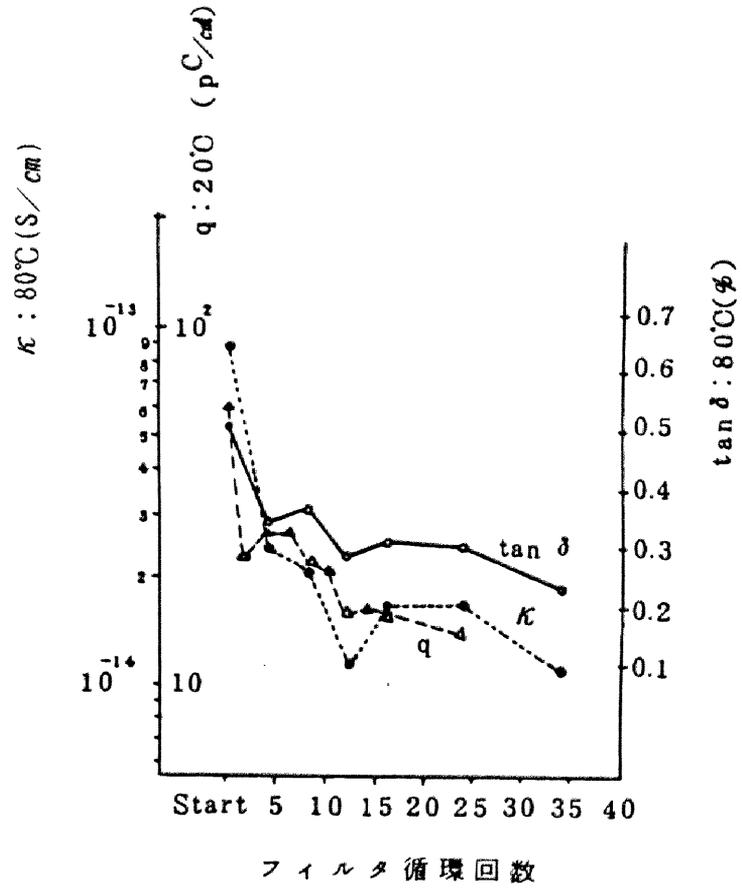


図 1.4.10 フィルタ循環回数と絶縁油諸特性の変化

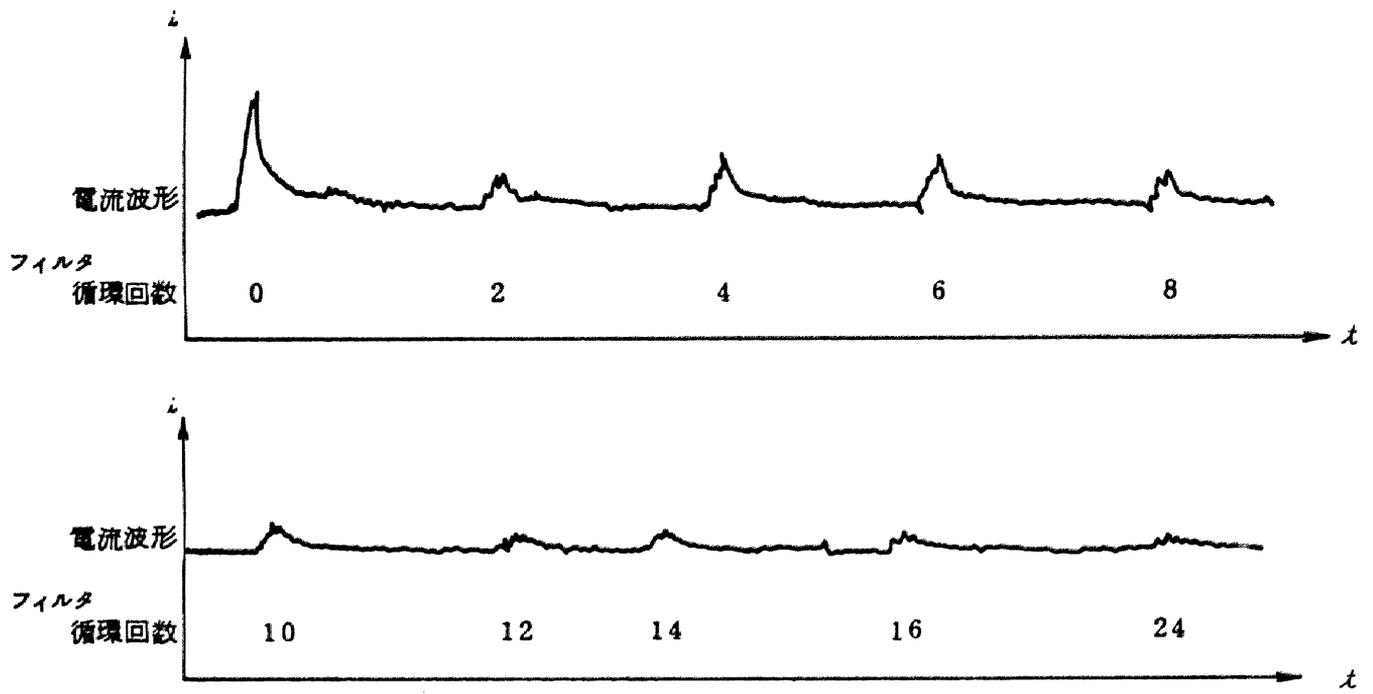


図 1.4.11 フィルタ循環時の帯電度測定電流波形

図 1.4.10 および図 1.4.11 の結果より、フィルタによって取除かれた物質により、帯電度・誘電正接・導電率のいずれも影響を受けていることがわかる。図 1.4.10 に飽和特性が現われているのは、この実験が循環ろ過であり、したがってフィルタによる浄化作用が指数関数的になり、効果は初期において特に顕著となるためであろう。フィルタリング時の装置外観とフィルタをそれぞれ図 1.4.12 , 図 1.4.13 に示す。

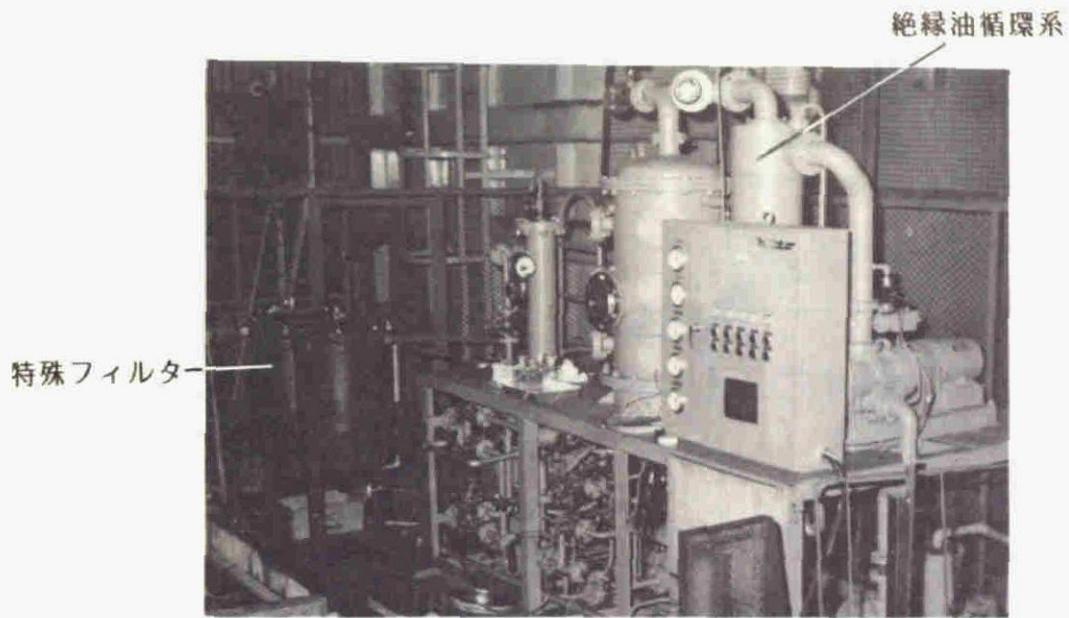
さて、これらの帯電度値を主とした絶縁油諸特性と、実際の帯電状況との関連性を明らかにしておくために、変圧器の一部を模擬した部分モデルを用いて調査を行なった。図 1.2.12 に示すリードモデルをあらかじめ準備した高帯電度油 2000ℓ 中にそう入し、油道における平均流速 1 m/s で油を流動させ、長期間にわたり他数回の油の帯電電位を測定した。続いて、上述の特殊フィルタを用いて全油量の 4 回の循環ろ過を行なった後、再び長期間にわたり多数回の油の帯電電位を測定した。その時の電位値と時間との対応を図 1.4.14 に示す。フィルタ前後で大きな変化が現われ、フィルタリングによって帯電そのものが低減される事がわかる。また同時に測定した帯電度、誘電正接、導電率についてまとめて図 1.4.15 に示す。これらの間には相関関係が認められ、循環式帯電度測定装置による帯電度値が実際の帯電モデルによって帯電状況と対応付けられることが証明された。

なお同モデルを用いてすでに 1 時間以上にわたって安定して 1~2 回/min の間隔で静電気放電を発生している実験装置の絶縁油のフィルタろ過をはじめたところ、図 1.4.16 に示すように、約 30 分後に放電は完全に停止した。縦線は放電パルスを示している。30 分後にはフィルタによってろ過された油は全体の 1/4 に相当する。この実験から、イオン交換フィルタの効果は明白であり、油中不純物が帯電に大きく影響を与えていることを示すと同時に、絶縁油特性が静電気放電の発生に大きな影響を与えていることを示している。

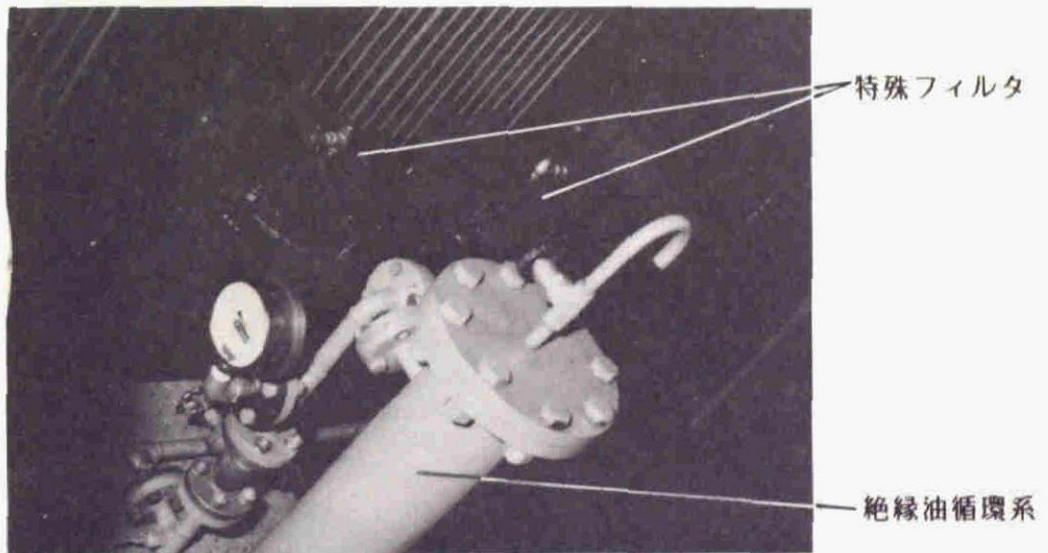
このような変圧器の部分モデルでは、流速・温度はもちろん流れの状態もフィルタリング前後で同一の状態とすることができるので、上述のような明確な結果が得られたものと考えられるが、流れの状態などが種々様々である実際の変圧器について、絶縁油の帯電度のみで一概に説明することは難しい。

一方通常のミリポアフィルタを用いて帯電度の変化を繰り返し実験して調査した結果を図 1.4.17 に示す。図 1.4.17 から明らかなように若干のバラツキはあるものの、ミリポアフィルタの適用によっても帯電度の改善効果はあると言える。

このように特殊フィルタやミリポアフィルタの適用によって帯電度の改善効果が見られるが、これはフィルタによって物理的あるいは化学的に不純物のうちのいくつかを取り除かれるためであると予想され、その意味で吸着性の強い特殊フィルタの方が効果が大きいと思われる。

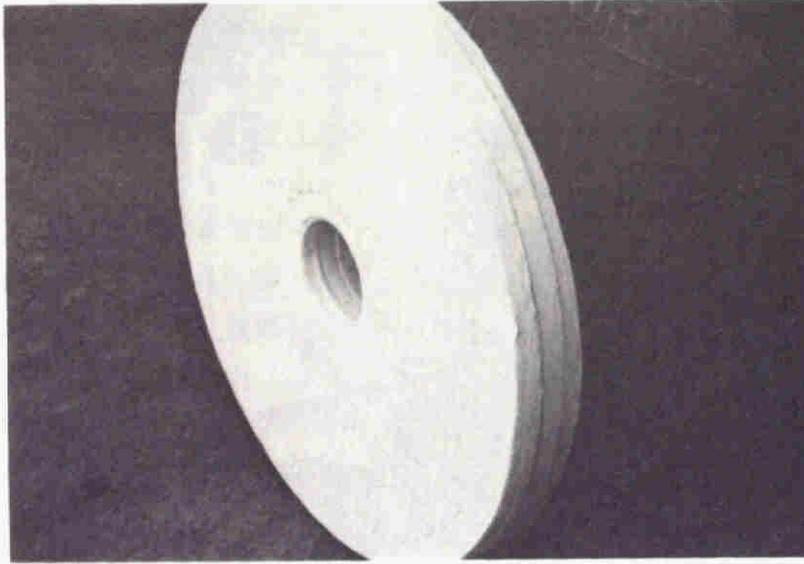


(a) 循環系全体

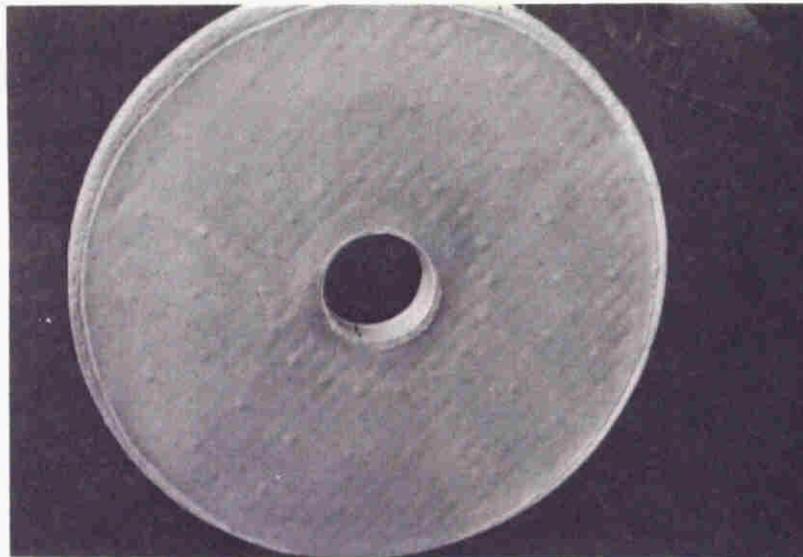


(b) 特殊フィルタケース

図 1.4.12 フィルタ循環装置



(a) 特殊フィルタ表面



(b) 特殊フィルタ裏面

図 1.4.13 特殊フィルタ外観

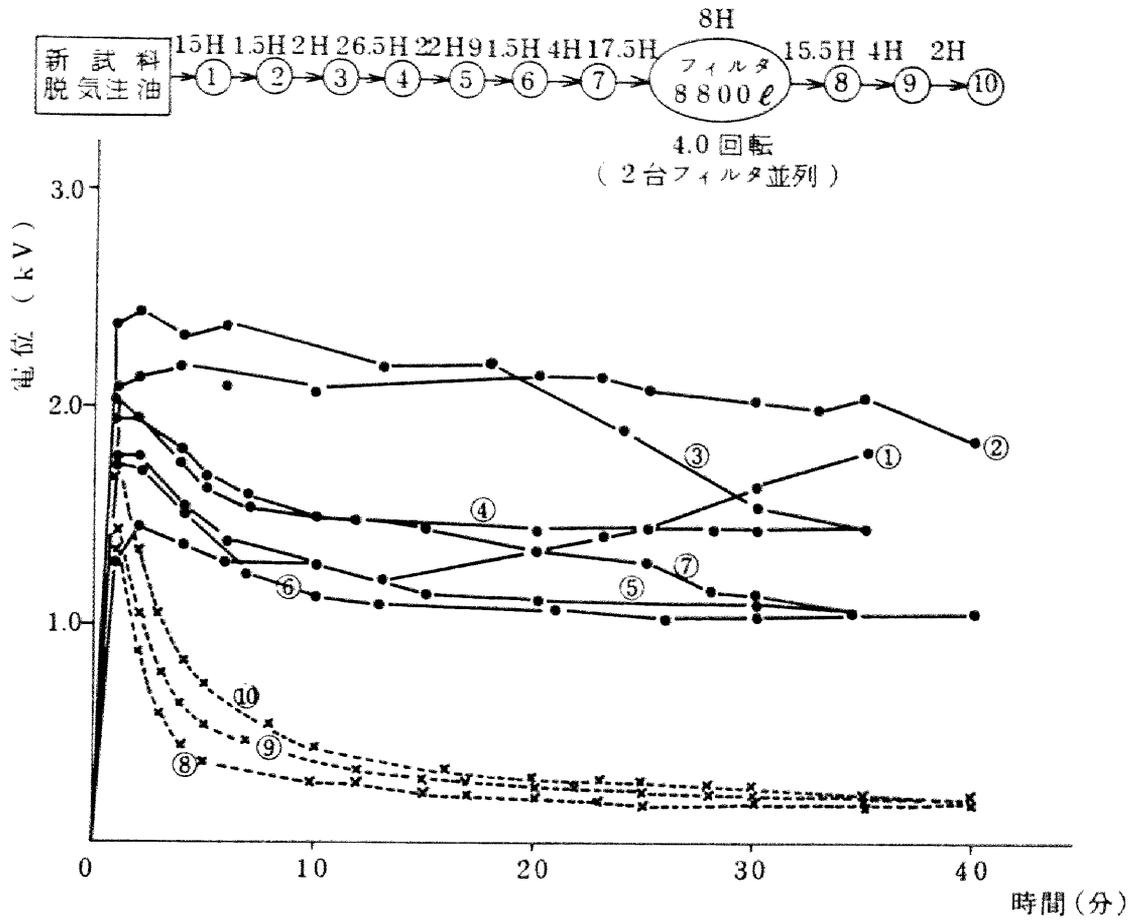


図 1.4.14 絶縁物帯電電位とフィルタ効果

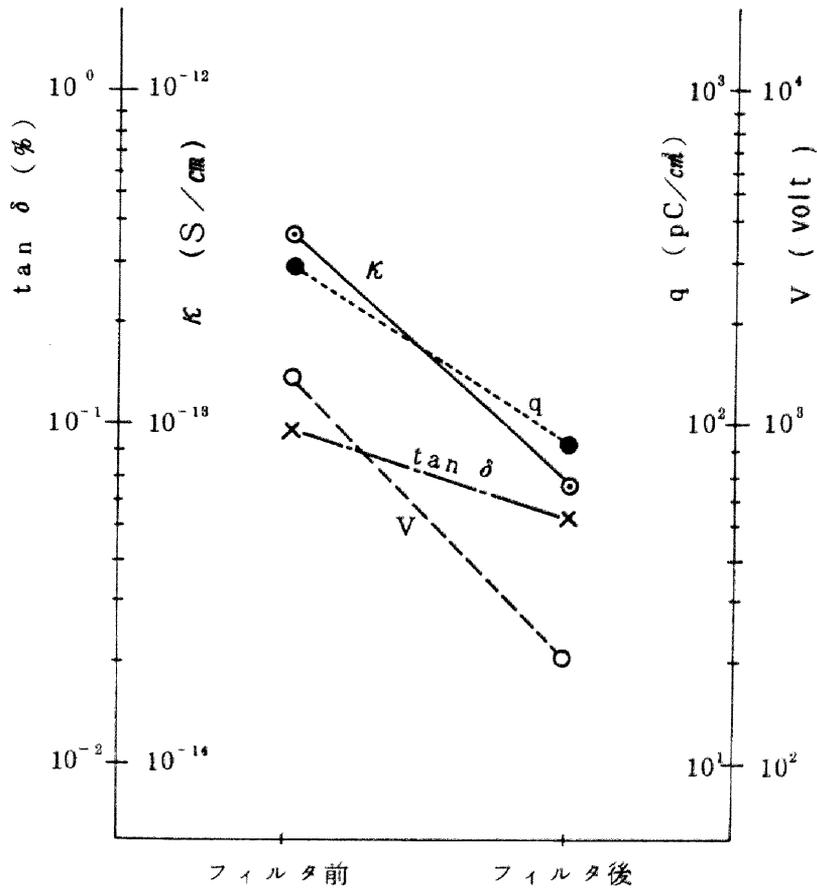


図 1.4.15 フィルタリング前後の各特性値の変化 (リードモデル)

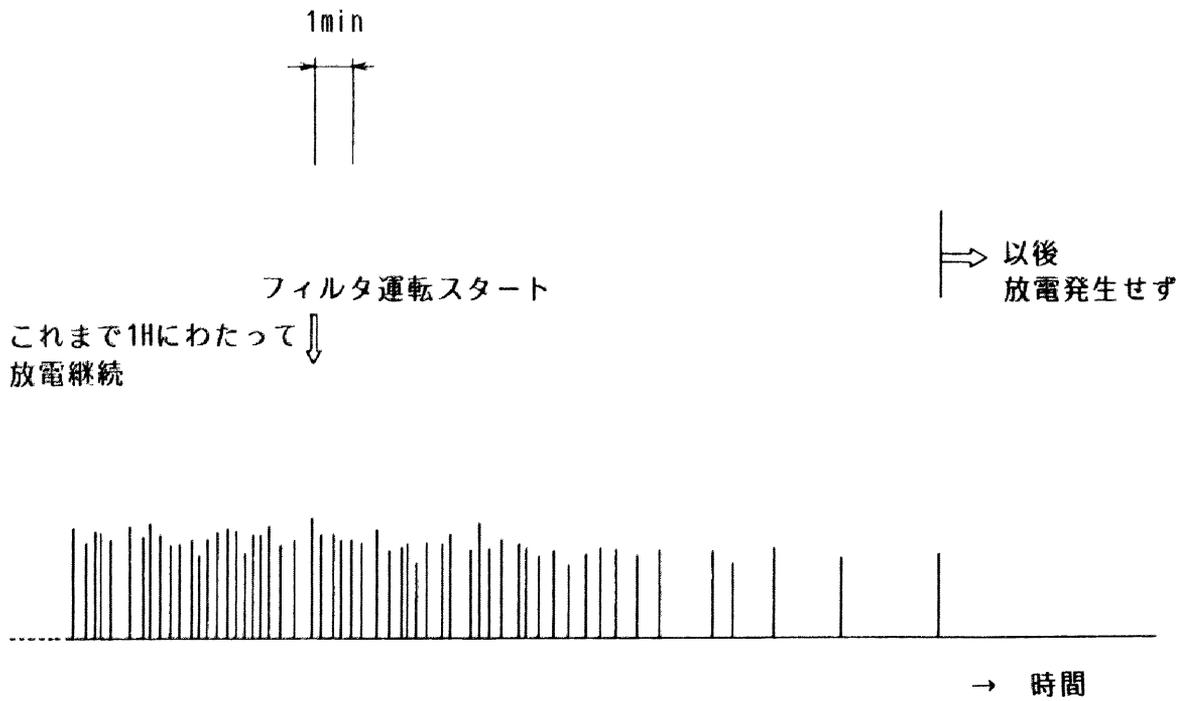


図 1.4.16 静電気放電とフィルタ効果

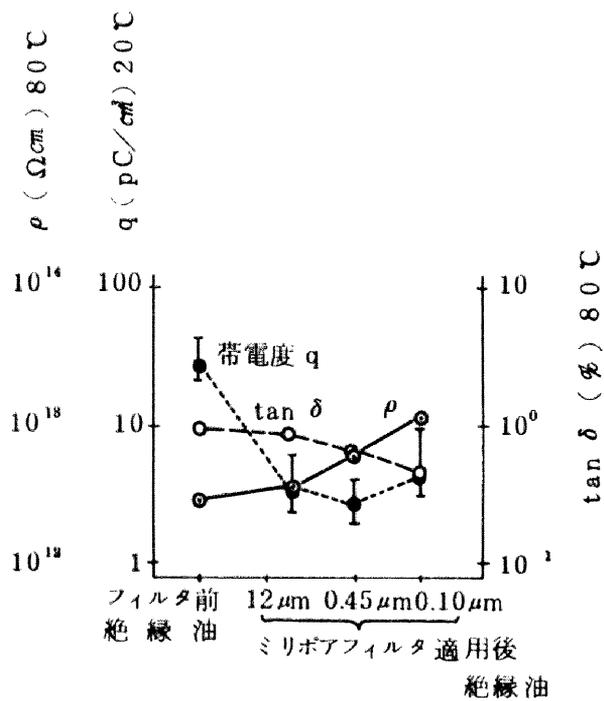


図 1.4.17 ミリポアフィルタによる特性改善

#### 4.5 絶縁油の劣化と帯電度上昇の抑制

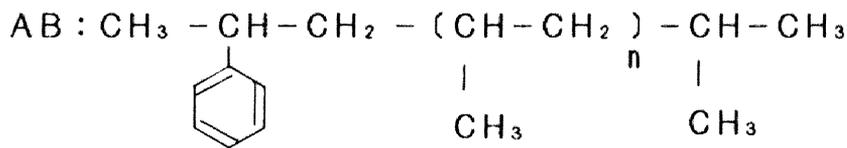
4.2～4.4より、絶縁油が劣化してゆくに従って、 $\rho$ 、 $\tan\delta$ などの特性が悪化してゆき、それに伴って帯電度も上昇してゆくことが明らかになった。

したがって絶縁油の加熱劣化に対して、劣化を抑制する効果のある物質を混合あるいは添加することによって、劣化に対する安定性を増加させ、ひいては変圧器内での長期間の使用時の帯電度上昇を抑制できるものと予想される。

ここでは、すでに従来より500kV変圧器で使用実績があり、熱安定性が優れていることが認められているアルキルベンゼン（以下ABと略す）と、銅の不活性化から絶縁油の劣化防止、ひいては帯電度抑制効果が期待されている1, 2, 3-ベンゾトリアゾル（以下BTAと略す）について検討を加える。以下では、ABあるいはBTAを混合あるいは添加した絶縁油の制限酸化条件下での加熱劣化抑制効果を検討し、同時に帯電度上昇の抑制効果について検討する。(2)(5)(8)

##### (1) アルキルベンゼン（AB）混合油

ABはベンゼン核にアルキル基を有する化合物の総称であるが、ここで用いるABは分岐鎖形のもので下記の構造式を有し、ハード形ABと称される。その性状は表1.4.2に示す通りである。



ABは電気絶縁油として優れた特性を有する他、熱安定性、低流動点、ガス吸収性等の点で優れている。したがってABの混合により一般鉱物絶縁油のそれらの特性が改善される。

一般に鉱物絶縁油にABを添加してゆくと、体積抵抗率は図1.4.18に示すように上昇してゆき、帯電度も同図にみられるように改善されてゆく。ABそのものの帯電度は極めて低く、粘性も若干高くなるために図1.4.18に示すように、ABの混合により帯電度が改善されてゆくものと思われる。

このようにABを絶縁油に混合させると、熱安定性が優れ、帯電度の低い変圧器用絶縁油が得られるが、一方過剰にABを混合させると動粘度が高くなりすぎたり、酸化安定性の悪化を招く恐れがあるため、実用上の混合率は50%以下とされており、以下の実験では、これまでの使用実績のあるAB30%混合油について調査する。

表 1.4.2 AB (アルキルベンゼン) の性状

比 重	(15 °C)	0.868
粘 度	(30 °C)	55.3
	(70 °C)	7.8
流 動 点	°C	-40.0
引 火 点	°C	172
誘 電 率		2.16
絶 縁 破 壊 電 圧	KV/2.5mm	80
体 積 抵 抗 率	$\Omega \text{cm}$ (80 °C)	$2 \times 10^{16}$
誘 電 正 接	% (80 °C)	0.001

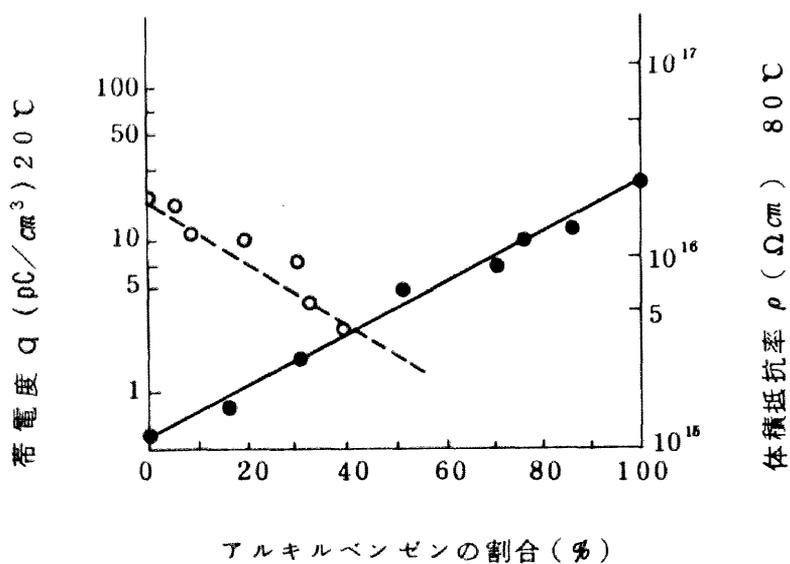
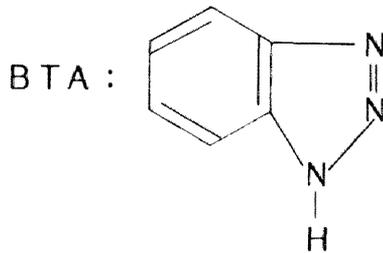


図 1.4.18 アルキルベンゼン混合比と絶縁油特性の変化

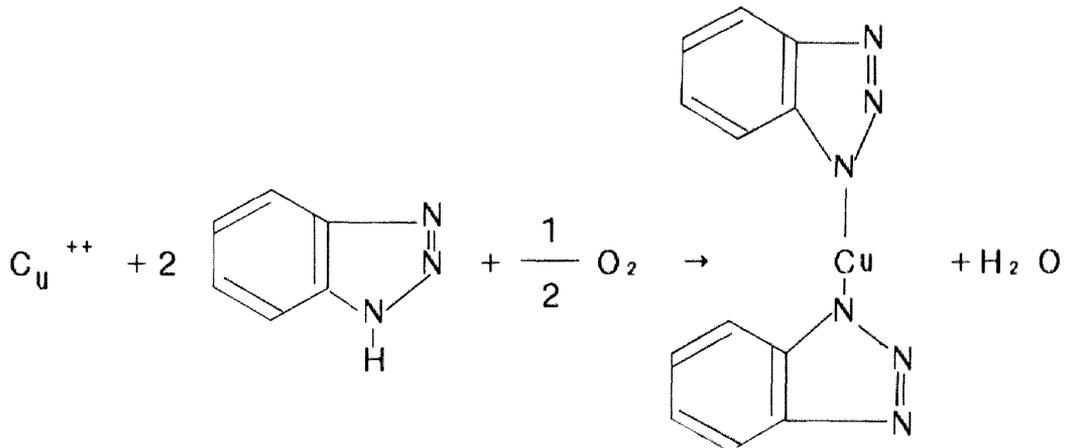
## (2) 1, 2, 3ベンゾトリアゾール (BTA) 添加油

不凍液の腐食防止剤、あるいは写真工業や塗料として一般に用いられているBTAは、以下に示す分子構造を示し、その主な性状は表 1.4.3 に示す通りである。



BTAは絶縁油に添加すると銅および銅合金などの金属表面上に不溶性の透明な皮膜を生成する。この皮膜は高温で生成されるほど安定であり、したがって絶縁油加熱劣化時の銅触媒作用を抑える効果がある。また、BTAは絶縁油中に存在している銅イオンと反応し、銅イオンによる $\tan \delta$ の増加を抑える作用も有している。

BTAが銅イオンと反応する場合は下記のようになり、他の劣化物の捕獲反応も



ほぼ同様のものになるだろう。BTAはこのような反応により酸素を使い、その結果水分を生成する。

絶縁油にBTAを添加した時の絶縁油特性は添加量が微量である限り、抵抗率等の特性はほとんど変化しない。また、BTA添加と帯電度の変化は図 1.4.19 に示す通りである。BTAはこのように帯電抑制効果があり、添加量を増すと逆極性に帯電する傾向を有している。

表 1.4.3 BTA (ベンゾトリアゾール) の性状

分 子 量	119 g/mole
融 点	90~95°C
溶 解 性	(油) 120 mg / ℓ at 20°C
蒸 気 圧	30°C 0.04 mm Hg
	100°C 0.10 mm Hg

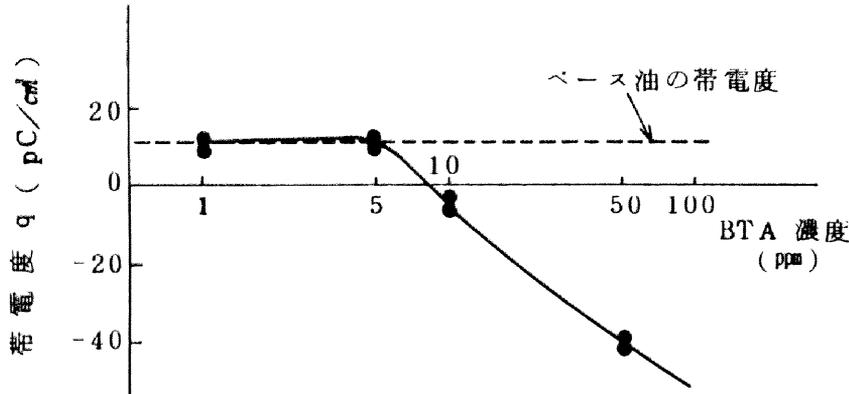


図 1.4.19 BTA の添加と帯電度の変化

一般には、絶縁油中の負イオンが選択的に絶縁紙表面に吸着し、その結果絶縁油側に正イオンが残留し、帯電が起こる。しかし、BTAを添加すると、BTAが一般絶縁油成分よりも絶縁紙に吸着されやすく、絶縁油の負イオンのかわりに絶縁紙表面に吸着される。したがって絶縁紙表面の電荷分離を抑え、また上述したようにBTAは油中の正イオンも捕獲するので帯電度の低減作用が現われるものと考えられている。

上記したABおよびBTAによる絶縁油の熱安定性改善、すなわち加熱に対する帯電度上昇抑制効果を以下の実験により調査した。

ここでは、一般鉱油 (Oil-A) と比較するために銅共存下でAB30%混合油 (Oil-B)、BTA 5 ppm 添加油 (Oil-C) およびAB30%+BTA 5 ppm 油 (Oil-D) について同様の加熱実験を行ない比較検討した。(表 1.4.4 に特性をまとめて示す)。

表 1.4.4 絶縁油の特性

	Oil A	Oil B	Oil C	Oil D
	一般鉱油	AB混合油	Oil A + BTA 5ppm	Oil B + BTA 5ppm
比重 (15 °C)	0.880	0.870	0.882	0.872
粘度	(30 °C)	12.1	13.0	11.8
	(75 °C)	3.6	3.3	3.4
流動点 °C	-32.5	-30.0	-32.5	-30.0
引火点 °C	146	136	148	136
絶縁破壊電圧 kV/mm	65	60	65	60
体積抵抗率 $\Omega/cm$	$4.0 \times 10^{15}$	$9.5 \times 10^{15}$	$1.6 \times 10^{15}$	$6.6 \times 10^{15}$
誘電正接 %	0.008	0.004	0.008	0.004

なお、実験方法・実験条件はすべて図 1.4.20 に示す方式で表 1.4.5 の制限酸化劣化条件とした。その結果として、図 1.4.21 (a) に帯電度、図 1.4.21 (b) に体積抵抗率、図 1.4.21 (c) に  $\tan \delta$ 、図 1.4.21 (d) に油中銅量、図 1.4.22 (a) に BTA 濃度の測定結果を示す。可燃性ガスの発生量を図 1.4.22 (b) に示す。

表 1.4.5 加熱条件

サンプル油	400ml
容器	ステンレス
温度	110°C
酸素量	10ml/100ml 油
加熱時間	12~ 240時間
共存銅量	7cm/100ml 油

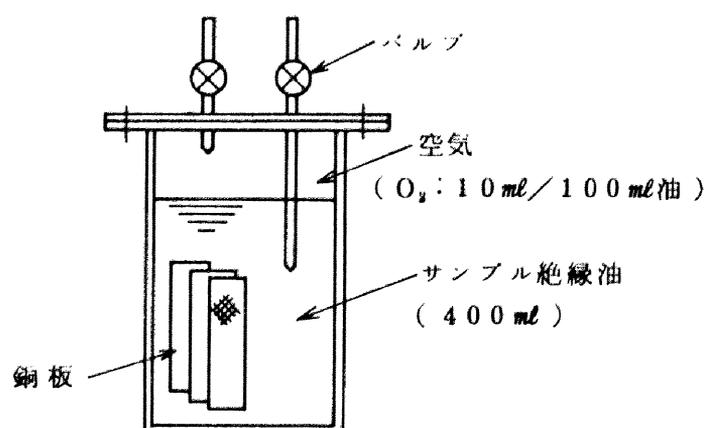


図 1.4.20 加熱容器 (ステンレス容器)

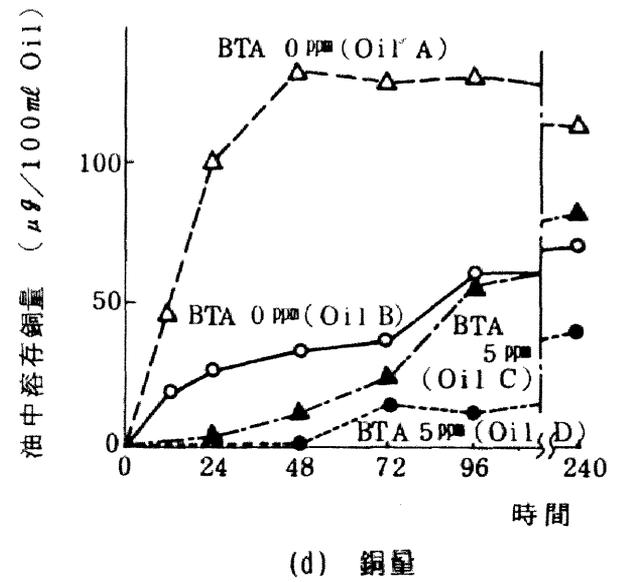
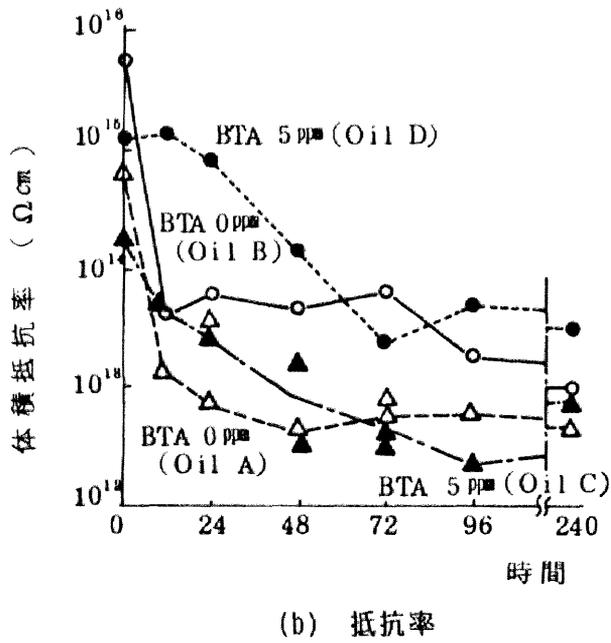
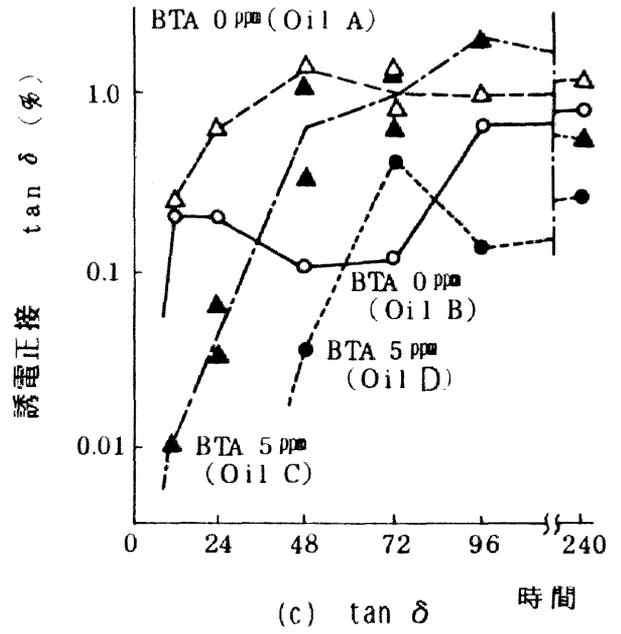
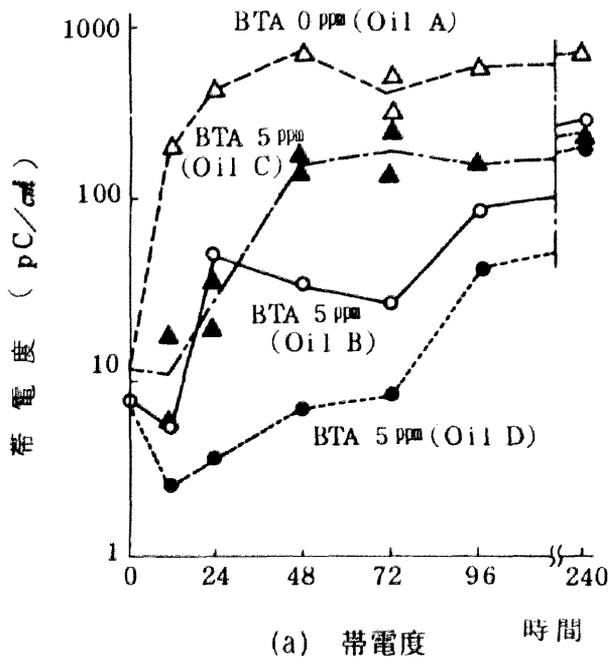
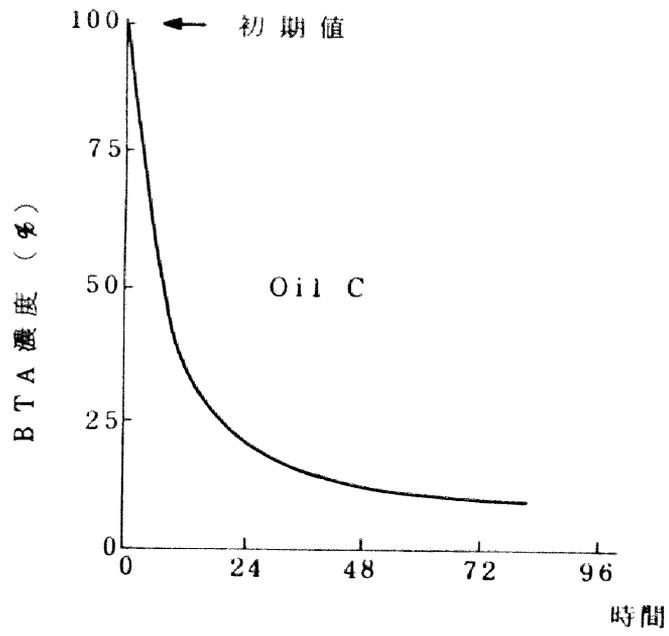
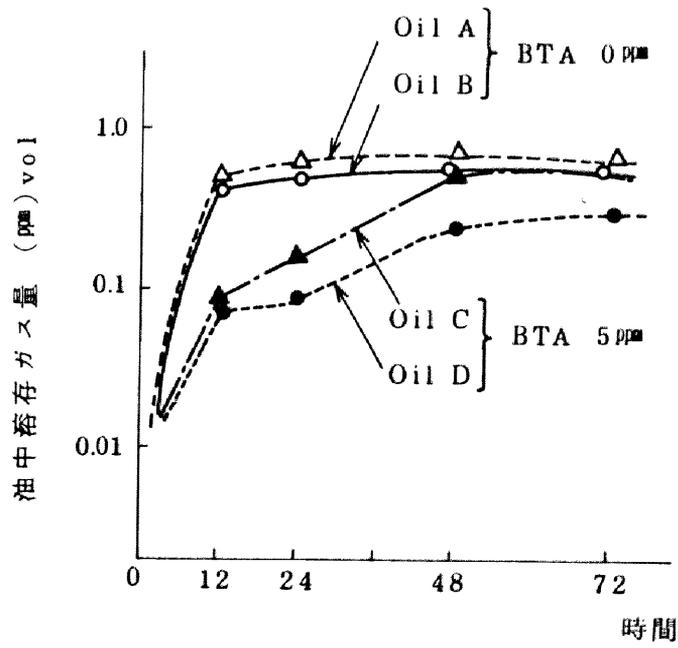


図 1.4.21 加熱劣化実験結果



(a) BTA濃度の時間変化



(b) 油中溶存可燃性ガス量の時間変化

図 1.4.22 加熱時間と各特性の変化

図 1.4.21 より、 $q$ 、 $\rho$ 、 $\tan \delta$ の相互間に密接な相関性のあることがわかり、また加熱により各特性変化の傾向はすでに述べたものとよく一致している。これらの結果を要約すると以下ようになる。

- (i) ABを30%混合させた絶縁油は、表 1.4.5 で示すような制限酸化条件下での加熱に対する安定性が増し、帯電度の上昇傾向を抑制できる。
- (ii) 一般鉱油にBTAを5ppm 添加すると同様に熱安定性が増し、帯電度上昇の抑制効果がある。
- (iii) AB30%混合油とBTA5ppm 添加油とは熱安定性的にはほぼ同程度の特性を有する油となり、AB30%混合油の方がやや特性が良好である。
- (iv) AB30%混合油にBTAを5ppm 添加すると、さらに熱安定性が向上し、帯電度の改善がみられ、各特性に優れた絶縁油が得られる。
- (v) 一般にBTAの添加により、劣化速度が遅くなる。これはBTAによる劣化抑制効果であるが、240時間後では各特性ともAB、BTAの添加の有無に拘らず、ほぼ一定の値に近づいている。
- (vi) この条件下の加熱において、BTA濃度は24時間で約1/6以下に減少している。この間の劣化抑制、すなわち初期劣化抑制にBTAが大きく関与していることがわかる。このことは加熱劣化時の可燃性ガス発生量測定結果(図 1.4.22)からも同様に確認できる。
- (vii) 油中溶存銅量は、AB混合の有無、BTA添加の有無によって大きく影響される。特に銅表面に不溶性の被膜を形成して、油中への銅溶存を抑えるBTAの効果の大きいことがわかる。
- (viii) これらの結果より体積抵抗率と帯電度との両者の間にはある幅を持った強い相関性のあることがわかる。このことは絶縁油の劣化とともに帯電上昇のあることを証明している。

AB混合油はAB自身の優れた熱安定性の他に、ABが一般鉱油と違って酸素化合物、窒素化合物あるいは硫黄化合物などを含まないため、加熱劣化に対して安定性が高いのであろう。また、AB混合油は銅共存下の加熱に対して、油中への銅溶出を低く抑えるという上記実験結果より、一般の場合劣化生成物がさらに銅の油中溶出を促進している可能性も予想される。

さて、帯電度を中心に $\rho$ 、 $\tan\delta$ の長時間加熱劣化時の特性とBTA特性を総合してみると、BTAは劣化の初期に大幅な消費をされ、それに対応したBTAの初期劣化抑制効果が顕著である。BTAは銅表面に吸着し、油中に銅が溶出するのを抑え、油中溶存銅による触媒作用、つまり劣化促進作用を妨げるので、BTAによって初期劣化が抑えられるものと思われる。

一方、図 1.4.21 (d) から240時間後の油中銅量についてみると、Oil-A, B, C, Dの間に大きな差があるものの、図 1.4.21 の $q$ 、 $\rho$ 、 $\tan\delta$ の240時間後の値にほとんど差の無いことより、銅は反応の促進をするのみで、最終劣化を決定しているのは、銅ではないことが予想される。このことはまた、図 1.4.21 に示した結果が銅が存在しない条件下でも（ここには示さないが）傾向的にほぼ同じ結果が得られていることからわかる。

銅が存在しない条件下でも、BTAの初期劣化抑制効果があることより、BTAは銅表面の被膜形成や、銅イオンの捕獲の他に、加熱劣化の初期あるいは過渡的に生成される有機ラジカル、ヒドロパーオキサイド、ケトン類などを捕獲する効果のあることが予想される。

以上示したようにAB混合油およびBTA添加油は、それ自身が帯電抑制効果を有している上、加熱劣化に対して安定性が高く、帯電度の上昇を抑制することが明らかになった。これらの絶縁油を変圧器油として使用する上では、それ自身の特性が良好であることの他に、他の変圧器構成材料との間に問題点の無いことが必要である。

ABについては、それ自身がすでに安定性の優秀な合成絶縁油として使用されており、AB混合油としても一般変圧器に16年間、500kV変圧器においても9年間の使用実績を有しているので、ここで材料的に取り上げる問題は特に無い。

BTAについては、これまでに変圧器用絶縁油として使用した実績の少ないことより、今後より一層の調査・検討を必要とする。ここではBTA添加油の絶縁破壊電圧の測定結果を図 1.4.23 に示す。

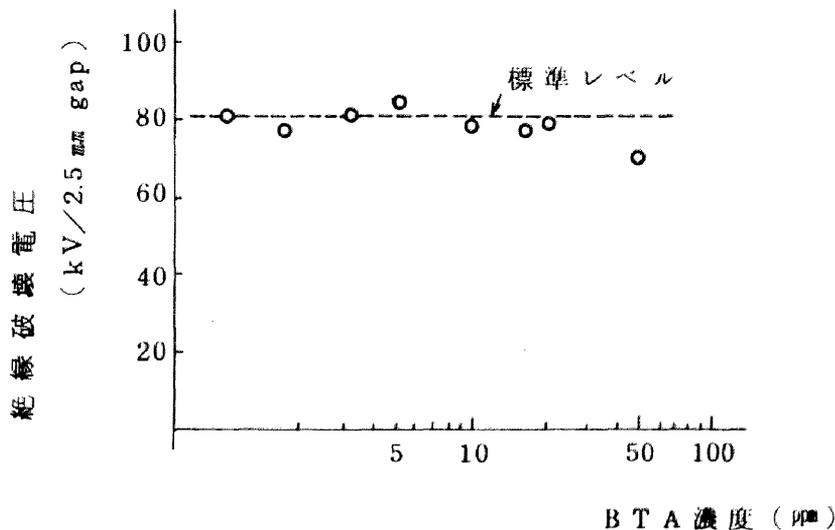


図 1.4.23 BTA添加量と絶縁破壊電圧

この結果からもBTAの添加が、これらの特性に影響を及ぼさないことがわかる。しかし、実際の変圧器に適用する上では、BTAの金属あるいは絶縁紙への吸着特性や、寿命特性などについての検討も進める必要がある。

一方、ここで示したように、絶縁油の劣化を防止することが流動帯電抑制のために必要であるが、このような材料的な検討だけでなく、その材料の処理・取り扱い方法などの改善も今後必要となってくる。

すなわち、変圧器製造時および発・変電所現地において組立てる際の絶縁油処理・取り扱い時における絶縁油の劣化進行を防止する必要がある。具体的には絶縁油保管時にも水分や酸素の共存量をなるべく減少させるとか、注油処理時の過熱防止策を取るとかの処理が考えられる。

#### 4.6 ま と め

循環式帯電度測定装置は約20cm<sup>3</sup>程度のサンプル量で、しかもごく短時間で測定できる特徴を持っており、この利点を生かして各種絶縁油の帯電度比較測定や試薬添加絶縁油の帯電度変化特性を調査した。

その結果、絶縁油の種類によってまた新油・使用油の違いによって、さらには同じ新油状態でも様々な帯電度を示すことがわかったが、一般の絶縁油特性上あまり相違が出なくても帯電度には差が出る場合が多く、帯電度を決定する種々の要因は複雑かつ微量であり、帯電度そのものが非常に感度の良いものであることがわかる。各種の新油によって帯電度値にばらつきが見られるのは、新油の成分の違い、精製法・処理法の微妙な違いによるものと思われる。

絶縁油の強制加熱によって帯電度が上昇する傾向は一般の絶縁油の場合はすべて同じであり、強制加熱によって油中に発生した物質がその要因であると考えられる。絶縁油の劣化過程は複雑であり分析上も困難な問題が多いので、一概に決めつけることはできないが、銅共存下の強制加熱の場合、銅イオン、有機酸や有機酸塩、とりわけカルボン酸塩、例えばカルボン酸銅などが帯電発生原因となっている可能性がある。このことはアスファルトや代表的なカルボン酸塩であるオレイン酸銅の添加によって絶縁油の帯電度が大きく影響されることよりも裏付けられる事柄である。

しかし、これらの実験結果は同一の条件下では非常に良い再現性を示すものの、温度とか測定時間、あるいは放置時間などの条件を変化させると、これとは違った結果を得ることもある。また、絶縁油のなかではここに列挙したような劣化生成物や帯電発生因子が単独ではなく、複雑に互いに関係しながら存在しており、その合計として全体の帯電度を決定するので、実際の絶縁油の帯電度を決定する要因は非常に複雑であると予想される。

また帯電度と誘電正接および導電率との間の関係は明確なものになっているが、これは純粋な新油に同一の試薬添加のみで測定した結果であるためである。一般に多種の絶縁油についてこのような関係を調査すると、一対一の関係は得られず、ある幅を持ったものになることが知られている。つまり、一般の使用絶縁油では正極性イオン・負極性イオンの両者が存在し、導電率測定では共に同じイオン電荷担体として働くのに対し、帯電度測定ではその差に近い概念の電荷移動・電荷分離が重要な役割を果たすためと考えられる。

さて、特殊フィルタにより帯電度、誘電正接、導電率などがともに改善され、それらの間の相関性が確認された。これらの結果は特殊フィルタによる静電気放電発生阻止効果とも一致している。この特殊フィルタによって油中の物理的な微粒子なども同時に除去されているので単純には言えないが、フィルタでイオン交換された物質、吸着された物質などによって誘電正接・導電率が改善され、それらのうち幾つかは同時に帯電発生要因であると言える。

フィルタより吸着物質を分析して明らかにすることは困難である場合が多いが、フィルタのイオン交換性や吸着性能から予想すれば、試薬添加実験で確認したような油中の複雑な劣化成分、金属塩、金属イオンなどがそれらであろうと思われる。

一方アルキルベンゼンの混合やベンゾトリアゾールの添加などにより、帯電現象が抑制できることを明らかにし、低帯電度油として使用するための信頼性確認実験を行った。

#### 4.7 文 献

- (1) 山田, 他: 新電気絶縁油, 昭晃堂, P4, P21, P41 (1962)
- (2) J. J. Melchior, et al : Electrochem. Soc, 112, 4, P390  
(1965)
- (3) 大久保, 他: 電気学会論文誌, 101-A, 5, P27 (1981)
- (4) 武, 他: 電気絶縁紙, コロナ社, P308, (1969)
- (5) M. Yasuda, et al: IEEE Trans, PAS, PAS-101, 11,  
P4272 (1982)
- (6) H. Okubo, et al : IEEE PES Winter Meeting, A79,  
051-4 (1979)
- (7) M. R. Shafer, et al : J. Res., 69C, 4, P307 (1965)
- (8) S. Yasufuku : IEEE Trans. EI, EI-14, 6, P343  
(1979)

## 第5章 流動帯電現象に関する技術の確立・応用と変圧器絶縁の信頼性向上

### 5.1 まえがき

第1章から第4章で示したように、高電圧・大容量変圧器内の流動帯電現象の諸特性が明らかにされ、それに基づく設計概念が確立された。以下では絶縁性能向上のためにとられた本論文の技術成果を変圧器構造、絶縁油および現地処理に分類してまとめ、最後に本技術成果の総合的検証として、UHVプロト変圧器による実器過流速試験結果を述べる。

### 5.2 流動帯電に関する技術の変圧器絶縁への応用

#### 5.2.1 変圧器構造

- ① 円筒巻線・円板巻線それぞれの構造について、放電発生限界流量の温度特性が明らかになり、漏れ電流の流速依存性・温度依存性の調査結果を考慮に入れることによって、最大平均流速の上限を設定することができた。
- ② 油流・流路形状による影響調査結果から、各流路の流れの乱れ、縮流・渦などによる帯電発生量を定量化することができ、エッジ部の流路平滑化、集中流路の分散化、油栓の最適配置技術が確立した。本技術の適用により、冷却効率を低下させることなく、巻線内の流量・流速低減を計ることが可能となった。
- ③ AC課電特性を明らかにし、個々の変圧器の巻線配置を考慮した帯電量低減設計を可能とした。
- ④ プレスボード、綿テープ、クレープ紙などの固体絶縁物表面状態の帯電に及ぼす影響を明らかにし、油流部分での採用基準が確立された。
- ⑤ 静電気放電の発生形態の詳細調査結果より、設定上限流速の放電発生に対する裕度が明確になり、絶縁性能の信頼性を保証することができた。
- ⑥ 変圧器帯電の測定技術を確立し、測定実績データベースの完備を行ない、変圧器完成後の検証を可能とした。

## 5.2.2 絶縁油

- ① 変圧器構造と並んで、絶縁油特性が変圧器内の流動帯電現象を決定する主要因であることを明確にした。すなわち絶縁油の受け入れ、現地処理、封入後の管理の必要性を示した。
- ② 上記絶縁油特性の中で帯電度値が変圧器内の帯電現象と関連づけられることを確認し、そのために循環式帯電度測定装置を開発し、実用化した。
- ③ 絶縁油の帯電度管理目標値を設定した。帯電度レベルの分類は表 1.5.1 に示す通りであり、500kV変圧器用絶縁油新油の受け入れ管理目標値は10pC/cm<sup>3</sup>以下、そして500kV変圧器本体封入後の管理目標値は20pC/cm<sup>3</sup>以下とした。

表 1.5.1 絶縁油の帯電度レベル

絶縁油	レベル	帯電度範囲
帯電度小	新油なみ	<10(pC/cm <sup>3</sup> )
帯電度中	封入油なみ	10~70(pC/cm <sup>3</sup> )
帯電度大	要注意	70~150(pC/cm <sup>3</sup> )
帯電度異常	異常	150(pC/cm <sup>3</sup> )<

- ④ 帯電度上昇の劣化依存性から、帯電発生要因が劣化生成物中のいくつかの酸・塩類であることを明らかにした。これらより絶縁油種類により劣化プロセスが違い、したがって帯電度上昇に差違の現われることを示した。この結果は、絶縁油採用の基準となる。
- ⑤ 帯電度上昇の抑制・低減についての研究結果より、アルキルベンゼン混合油およびベンゾトリアゾール添加油の特性の優れていることを検証確認した。アルキルベンゼン混合油はすでに500kV変圧器に約10年の使用実績を有し、またベンゾトリアゾール添加油とともに将来のUHV変圧器用絶縁油としても採用の検討がなされている。

### 5.2.3 現地処理

- ① フィルタリングによる帯電度の改善効果が明らかにされ、500kV変圧器用現地絶縁油処理においては、この結果に基づき特殊フィルタが適用された。
- ② 絶縁物乾燥度（含有水分量）と帯電発生との関係調査結果より、水分量管理基準の見直しを行なった。
- ③ 絶縁油の帯電度上昇に影響を与える現地処理条件の総合的チェックを行ない、既述帯電度管理目標値を設定した。

### 5.2.4 UHVプロト変圧器による総合的検証

第1章～第4章で示した調査内容に基づき、5.2.2～5.2.3でまとめた新しい流動帯電技術を適用したUHVプロト変圧器を用いて、総合的な流動帯電検証試験を行なった。調査目的は個々の新しい流動帯電技術の実変圧器ベースによる総合的な検証をすることであり、短期間による過流速試験ならびに長期間にわたる長期信頼性の検証とからなる。

試験に用いたUHVプロト変圧器の定格を表1.5.2に、試験項目を表1.5.3に示す。試験では、巻線中性点漏れ電流の測定と、油温、流量それに部分放電監視を行なった。

表 1.5.2 UHVプロト変圧器の定格

形式	单相	50Hz内鉄形送油風冷式単巻変圧器
容量	高压側	500/3MVA, 中压側 500/3MVA, 低压側 150/3MVA
電圧	高压側	1200/ 3KV, 中压側 550/ 3KV, 低压側 63KV
絶縁レベル	高压側	BIL2400KV, BSIL1950KV, AC1385KV (1分間) 長時間耐電圧1040KV (2時間)
	中压側	BIL1550KV, AC750KV, 長時間耐電圧476KV
	中性点	100号
	低压側	60号
% インピーダンス		20% (HV-MV間)

表 1.5.3 UHVプロト変圧器試験項目

試験	油温	流量(定格:Q)	課電
冬期低温実験	0~10℃	Q, 2Q	有・無
夏期高温実験	40~60℃	Q, 2Q, 3Q	有・無
長期信頼性試験	0~50℃	2Q(半年間)	有

試験結果を図 1.5.1, 図 1.5.2 に示す。冬期における定格電流の2倍流速、夏期における3倍流速について、課電、無課電条件とも部分放電の発生は無く、中性点漏れ電流値は充分低い値に抑えられた。また半年間にわたる2倍流速による長期信頼性試験も異常なく完了した。3倍流速について1週間の連続試験によって異常の無い事より、流速依存性を安全側の2乗とみても $3^2 = 9$ 倍の裕度を確認したことになり、長期にわたる絶縁油の劣化の影響を考慮しても十分な安全率であると考える。

以上の調査より、本論文で示した調査結果に基づく流動帯電改良技術の有効性が、実器レベルの変圧器により最終確認された。

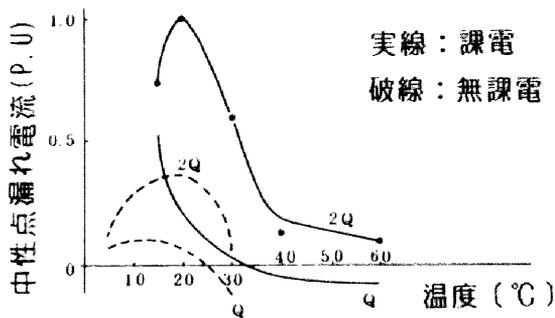


図 1.5.1 中性点漏れ電流の温度特性

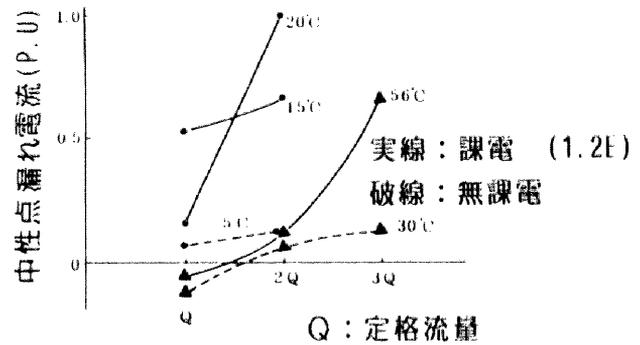


図 1.5.2 中性点漏れ電流の流量特性

## 第 2 編

### 電界解析技術の開発とその変圧器絶縁設計への適用に関する研究

#### 第 1 章 序 論

##### 1.1 絶縁設計と電界解析技術

高電圧変圧器の構成の一例を図 2.1.1 に示す。これは内鉄形変圧器と分類されるもので主脚鉄心のまわりに低圧巻線・高圧巻線が同心状に巻回されており、タンク内には絶縁油が封入されている。絶縁油は冷却のために、送油ポンプにより流動循環されている。

これらの変圧器の絶縁構成をみると、例えば図 2.1.2 に示すようになる。同図は内鉄形 2 巻線変圧器に円板巻線を適用した場合のものである。ここに示されているように、変圧器内には次の A ～ E に示すようないくつかの絶縁構成が存在する（E は図示していない）。

- A 主絶縁
- B 巻線端部絶縁
- C 巻線とタンク間絶縁（巻線と鉄心側脚間絶縁）
- D 巻線内部絶縁（ターン間・セクション間絶縁）
- E リード絶縁・プッシング下部絶縁

合理的絶縁設計を行なうためには、これらの各部についての個々の検討の他に、それぞれの部分相互間の協調をとることが重要である。そのためには各部に加わる電気的ストレスの詳細な把握と、各部の構造に対応した部分放電開始および絶縁破壊現象の把握が必要である。

油入絶縁の絶縁破壊現象の実験的研究は、これまでに精力的に進められた結果、絶縁設計に対して数多くの成果を上げてきた。その詳細は文献（38）（39）等に見られる通りである。一方、各部位の電気的ストレス把握のためには電界計算をする必要があるが、従来は解析的に解ける範囲での検討かあるいは抵抗紙法などの実験的手法に依存していたため適用に限度があり、不十分なものであった。

しかし、最近の変圧器の高電圧・大容量化、コンパクト化に対応した絶縁設計をするためには、適用範囲の広い数値電界解析技術の導入が不可欠である。また導入に当たっては、精度の改良、計算の高効率化とともに、変圧器内の種々の部位に容易に適用できるような汎用化と、必要に応じて新しい計算法の開発が要請される。

さらに将来的な設計動向を考慮に入れ、絶縁設計の自動化のための電界最適化基礎技術の確立が重要である。

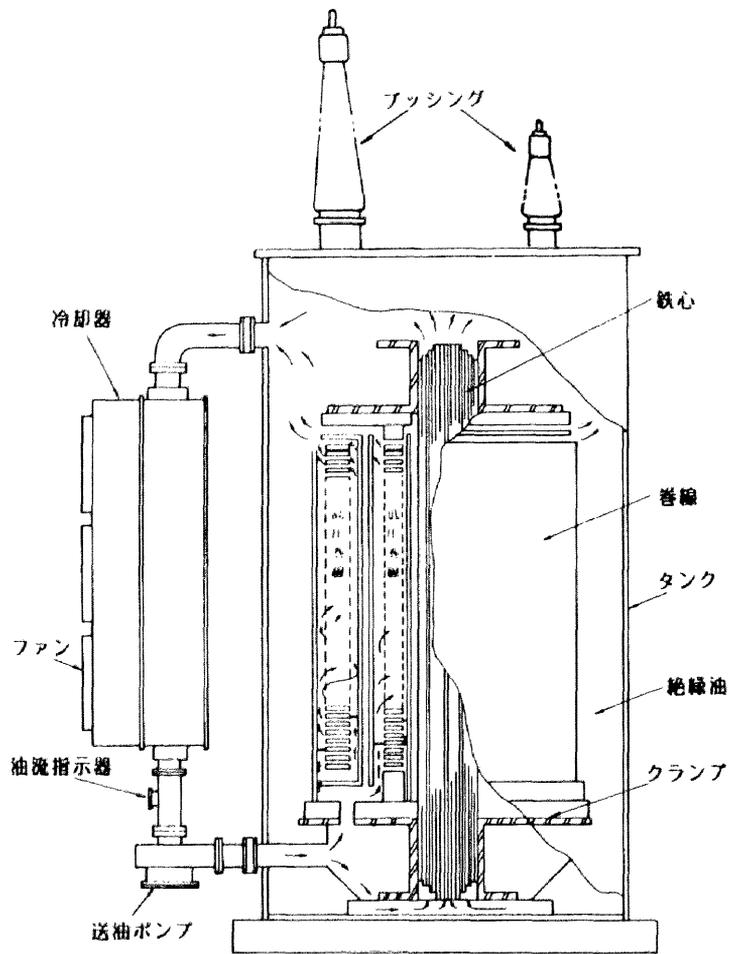


図 2.1.1 高電圧変圧器の構成

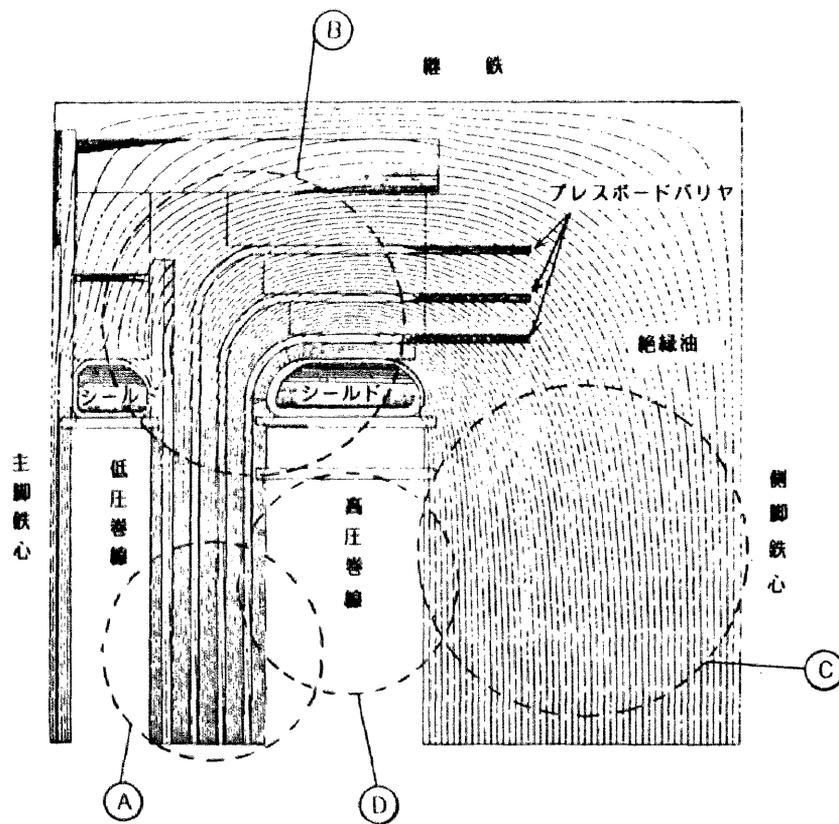


図 2.1.2 変圧器の主な絶縁構成

## 1.2 電界解析技術の発展

電界計算技術は絶縁破壊や放電の開始や進展機構の研究などと密接な関係のあることから、古くから研究され発展してきているが、その基本となる Laplace の方程式を解く上での種々の制約から、最近になるまで汎用的な技術は得られていなかった。すなわち円筒座標や球座標系を用いたり、あるいは等角写像を用いて Laplace の方程式を解析的に解くことのできる場合は限られており、解析的手法は、他の機器と比べて内部構造が極めて複雑であり、絶縁物が入り組んでいる変圧器内部の電界計算には不向きであるため、これまでは変圧器内のある部分を等価的に近似させて計算することが多かった。

また電解槽や抵抗紙を用いたフィールドマッピング法は、精度はそれほど高く得られないが解析的手法に比べて汎用的であり、捨て難い技術として現在でも一部で使用されている。

これに対し、最近になって著しい発展をみた電子計算機による数値計算法は、その汎用性・精度・計算時間いずれも優れたもので、変圧器絶縁設計に現実的に必要とされる場のほとんどがこの数値電界計算技術によって計算できる<sup>(1)(2)(3)(64)</sup>。したがって、差分法、有限要素法、電荷重畳法、表面電荷法などを変圧器絶縁技術分野に導入し、種々の改良を行なうことにより、絶縁設計技術の大きな進歩とその信頼性向上を期待することができる<sup>(4)</sup>。

また、このような最近の電界計算技術の進歩により、通常の静電界計算（Laplace 場）のみならず、漏れ抵抗のある場の計算<sup>(41)~(44)(47)</sup>、直流電界の計算<sup>(45)(46)</sup>、あるいは電荷の分布を考慮した Poisson 場などの特殊な場の電界計算も可能となっており、より現実的な計算が可能である。

一般的な電界計算で対象とする場の分類と数値電界計算法の特徴をまとめて図 2.1.3 および表 2.1.1 に示す。表 2.1.1 に示すように、数値電界計算法は、境界計算法（電荷重畳法、表面電荷法など）と領域計算法（差分法、有限要素法など）とに分類され、それぞれ共通した特色を有している。いずれの方法も場の方程式、つまり

$$\operatorname{div}(\operatorname{grad} \phi) = 0 \quad (\text{Laplace 方程式}) \cdots \cdots \cdots (2.1.1)$$

$$\operatorname{div}(\operatorname{grad} \phi) = -q / \epsilon \quad (\text{Poisson 方程式}) \cdots \cdots \cdots (2.1.2)$$

（ここに  $\phi$  : 電位,  $q$  : 電荷密度,  $\epsilon$  : 誘電率）

をある条件下で解くものであるが、それぞれの方法により計算原理が異なっているため、必然的にその有する特徴は異なり、したがって適用される場も違ってくる。表

2.1.1 の最下段には、変圧器内に適用される代表的な部位も付記してある。表 2.1.2 にはこれらの各数値電界計算法のこれまでの発展状況をグラフ化して示す。

以下では、各計算法の主な特徴と最近の発展状況をレビューし、その課題を明確にする。

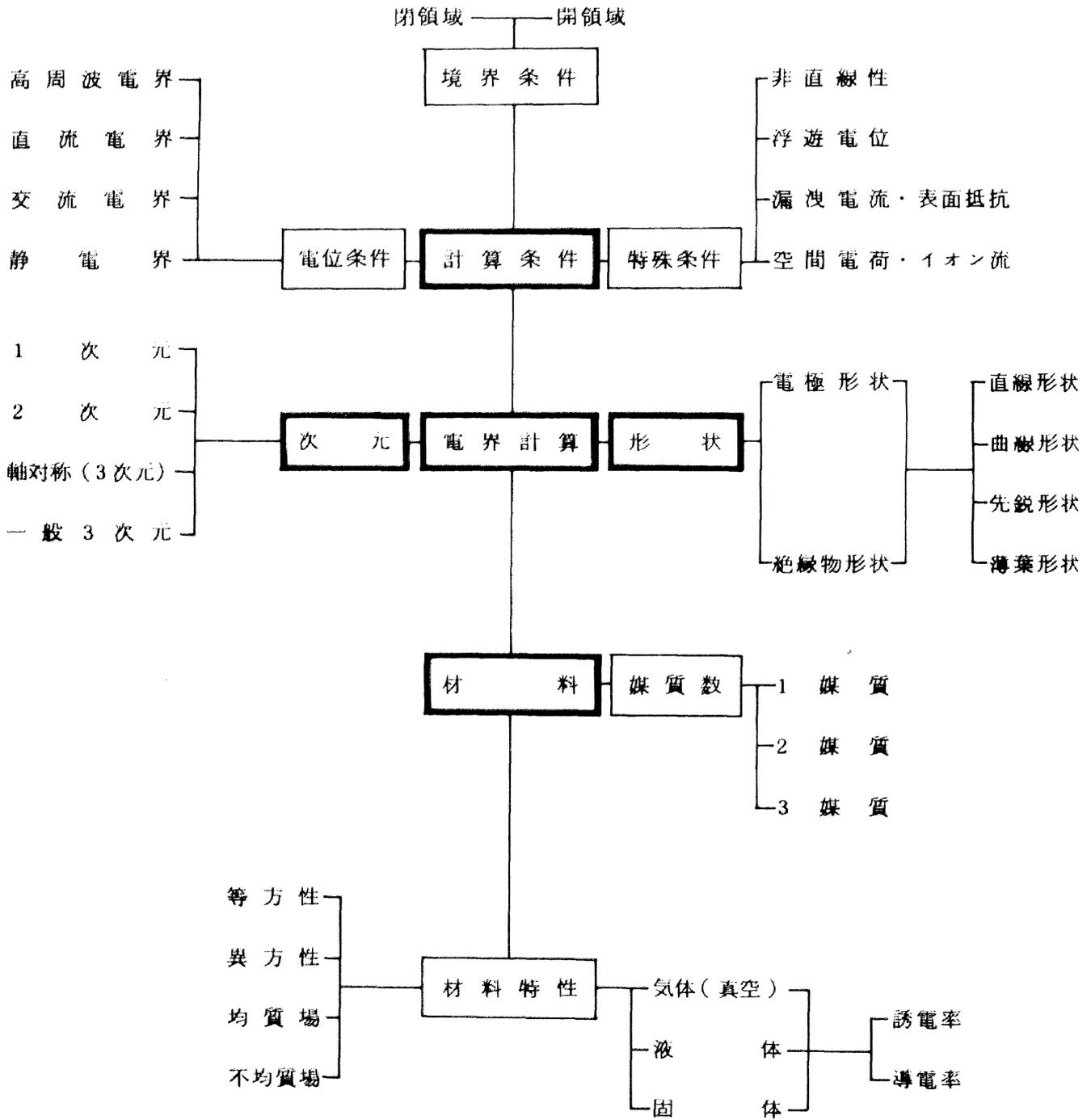


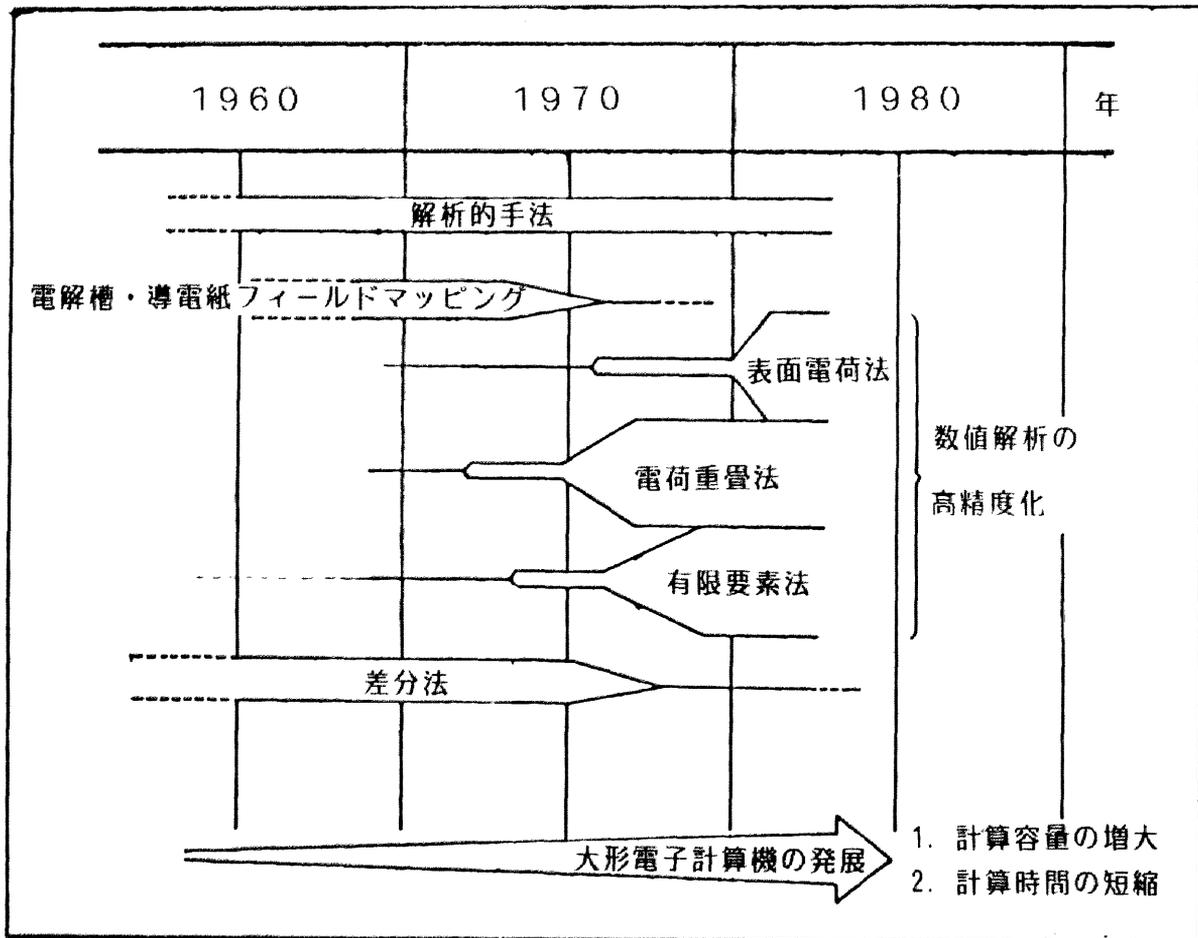
図 2.1.3 電界計算の対象となる場の分類

表 2.1.1 数値計算法の特徴

		領域計算法		境界計算法	
		差分法 (FDM)	有限要素法 (FEM)	電荷重畳法 (CSM)	表面電荷法 (SCM)
計 算 上 の 特 徴	計算原理	全体場を格子点に分割し、各格子点の電位をテラー展開し、差分方程式になおしてラプラスの方程式を解く	全体場を有限個の要素に分解し、エネルギー最小原理を用いて等価的にラプラス方程式を解く	電極内あるいは誘電体内に置いた仮想電荷により誘起される電位を重畳し境界条件とあわせて解く	電極あるいは誘電体境界面上に置いた表面電荷により誘起される電位を重畳し、境界条件で解く
	未知数	全体場の格子点電位	全体場の要素の各節点電位	仮想電荷量	表面電荷密度
	未知数の数	数 100~数 10000		数10~約1000	
	係数マトリクス	ほとんどの項が 0		非対称でほとんどの項が 0でない	
	解く方程式 *1	$(P) \times (\phi) = (B)$		$(P) \times (Q) = (\phi)$	
	方程式の解法	直接法, 元数が多い時は反復法		直接法	
	電界強度の計算	電位を数値微分	電位近似関数の微分	電荷量および電界係数より解析的に	電位の数値微分が電荷より計算
	プログラミング	容易	複雑	容易	電荷上の特異点を避ける必要があり複雑
	計算精度 *2	低い	普通	高い	普通
	計算時間 *3	格子点にほぼ比例	節点数にほぼ比例	(電荷数) <sup>2~3</sup> にほぼ比例	(電荷数) <sup>1.5~2</sup> にほぼ比例
用 い る 場 の 特 徴	汎用化	自動入力必要	自動入力必要	電荷配置に若干の経験必要	容易
	等電位線	すでに全体場を計算しているので容易		1媒質場容易・2媒質場困難	容易
	部分場および開いた空間	不向 (仮想境界により処理できる)	不向 (同左)	適している (電位が無遠慮で自動的に 0となる)	適している (同左)
	多媒質場	適用できるが形状によっては不向	適している	2媒質まで	適している
	境界形状の複雑な場	不向 (境界処理が面倒)	適している	電荷数が計算機で制限されるので不向	適している
	薄い電極場あるいは薄い誘電体場	適している	適している	内部に仮想電荷を置く必要があり不向	適している
	空間電荷場	不向	適している	不向	不向
	表面抵抗のある場や直流・交流電界	不向	適している	不向	不向
	非均質あるいは非線形場	不向	適している	不向	不向
	3次元計算	可能であるが複雑	可能であるが複雑	適している	適している
変圧器内	<ul style="list-style-type: none"> <li>巻線全体場電界計算</li> <li>主絶縁</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>円板巻線ターン間セクション間</li> <li>主絶縁</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>巻線端部絶縁</li> <li>高圧シールド電界</li> </ul>	
適用場	<ul style="list-style-type: none"> <li>セクション間絶縁</li> <li>端部絶縁</li> <li>直流絶縁</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>巻線端部絶縁</li> <li>高圧シールド電界</li> <li>リード絶縁</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>バリヤ絶縁</li> <li>高電圧ブッシング</li> <li>被覆電極</li> </ul>	

\*1: (P): 係数マトリクス, (φ): 電位ベクトル, (B): 定数ベクトル, (Q): 電荷量ベクトル  
 \*2: 用いる格子点数, 電荷数などによって相違するので一概には言えないが、ごく一般的に述べている。  
 \*3: \*2と同様であり、さらに反復法の場合その打ち切り誤差にも依存している。

表 2.1.2 電子計算機と電界解析技術の進歩



① 電荷重畳法<sup>(5)</sup> ~ (13)(58)(62)

電荷重畳法は1969年München工科大学でSteinbigler<sup>(5)</sup>により始められた計算手法であり、(2.1.1)式で表わされるLaplaceの方程式を満たす解を重ね合せ、全体の場合を満たす解を得る方法である。電荷重畳法で電界計算を行なう場合、境界面上に輪郭点と呼ばれる境界の形状を与える点を取り、電極または誘電体内に仮想電荷を配置し、輪郭点と仮想電荷の作る電位係数マトリクスを $(P)$ 、仮想電荷の未知電荷量を $(Q)$ 、輪郭点の電位を $(\Phi)$ として

$$(P) \cdot (Q) = (\Phi) \dots\dots\dots(2.1.3)$$

なる方程式を解いて未知電荷量を求め、仮想電荷と電位係数・電界係数の関係から電位・電界を求める。電荷重畳法は、このように原理が単純でありプログラム化が比較的容易であるうえ、計算時間が短かく精度が他の手法に比べて高いという利点から各方面で多用されている。また仮想電荷の作用が無遠慮で0になるため無限遠の取り扱いが容易であるので、変圧器内でも局所的な場の高精度電界計算法として用いられ得る。

その反面、電位係数マトリクスが非対称で零要素がほとんどないことから、複雑な場になると数100元の非対称マトリクスを有した連立一次方程式を解かねばならず、現在の大型電子計算機をもってしても主メモリーのみでは難しく、補助メモリーを使って解いているのが現状である。この点から電荷重畳法はあまり複雑な場の計算には適さず、例えば変圧器内巻線全体場の計算などには不向きである。同様に非常に薄い絶縁物や薄い電極を有する場の計算には適しておらず、媒質数も一般に2媒質までと限られている。

これまでに精度の検討や改良、時間の短縮などについて、Singer<sup>(6)</sup>、宅間<sup>(7)</sup>、加藤<sup>(27)</sup>、里<sup>(8)</sup>、村島<sup>(57)</sup>などの研究報告例があるが、使用法や汎用化についての報告はあまりされていない。変圧器絶縁設計への適用では、入出力の汎用化が大きなポイントとなるだろう。

## ② 表面電荷法<sup>(14)~(21)</sup>

表面電荷法は、場の中のある点Pに誘起される電位 $\phi_p$ が

$$\phi_p = \frac{1}{4\pi\epsilon} \iint_s \frac{\sigma}{\ell} dS \quad \dots\dots\dots(2.1.4)$$

(ここに $\sigma$ は微小面積 $dS$ 上の電荷密度、 $\ell$ はP点と $dS$ 間の距離)と表わすことができるので、電極表面を微小片に分割し、電荷重畳法と同じ計算原理を用い、最終的には(2.1.4)式と等価な電荷密度 $\sigma$ に対する多元連立一次方程式を解くものである。境界条件としては、電極表面では等電位性、誘電体境界上では電束密度の法線成分の連続性を用いる。

表面電荷法は、1960年代後半にHarrington<sup>(17)(18)</sup>によって提案され、その後Singer<sup>(15)</sup>らによって、我が国では渋谷<sup>(16)</sup>、宅間<sup>(19)</sup>、大久保<sup>(20)</sup>らによって開発されてきた。

表面電荷法では電荷上の点に対する特異点除去を行なう必要や、計算時間が長くなるなどの不利な面もあるが、電荷重畳法が不利になる場、例えば薄い電極や誘電体のある場、あるいは多媒質場の計算などに有効に用いられる。したがってこれまでの開発の主眼は主として上記特異点除去方法、計算時間の短縮に置かれてきた。今後は境界計算法の特徴をいかして汎用プログラム化を進めることが急務とされている。

電荷重畳法と同様に変圧器絶縁設計においては、局所的な高精度電界計算法として用いられ、特に厚さの薄い絶縁物を含む場や多媒質場の計算法として用いられる。複雑な巻線全体の計算などには、計算時間が飛躍的に増大し、経済的でない。

### ③ 差分法

差分法は、逐次近似法とも呼ばれ数値電界計算法として最も古くから知られる方法である<sup>(40)</sup>。この手法は空間を多角形または多面体に分割して既知の節点（格子点とも呼ばれる）の電位から階差方程式を作り、未知の接点の電位を逐次近似法や直接法により求める。

この方法は考え方が簡単なだけに有限要素法とともに応用も広く、近年では非線形抵抗場、非対称三次元場への適用例も報告されている。精度向上には拡大再計算が不可欠であることは有限要素法と同様である。その適用範囲がより汎用性のある有限要素法のそれに含まれること、および境界面上の処理が面倒であることなどにより、最近では使用頻度は減少し新規プログラム開発の場合は有限要素法に移っていく傾向がある。

### ④ 有限要素法<sup>(22)~(28)</sup>

有限要素法では全体場を有限個の要素に分割し、全体場の静電エネルギーを最小にするように各節点の電位を与えるものである。その計算原理の開発はかなり古いですが、大形電子計算機の発達に伴って進歩し、1980年にZienkiewicz<sup>(22)</sup>によってはじめて電界計算に適用された。Leyvraz<sup>(25)</sup>、Silvester<sup>(61)</sup>、Anderson<sup>(60)</sup>、Hoppe<sup>(26)</sup>、加藤<sup>(27)</sup>、田中<sup>(65)</sup>、美咲<sup>(66)</sup>、根本<sup>(59)</sup>などによって、精度の検討、改良が進められてきた。

静電エネルギー汎関数Fは

$$F = \iiint_V \frac{1}{2} \epsilon (\text{grad } \phi)^2 dV \quad \dots\dots\dots (2.1.5)$$

として与えられ、エネルギー最小条件の(2.1.6)式

$$\partial F / \partial \phi_i = 0 \quad \dots\dots\dots (2.1.6)$$

を用いて最終的に(2.1.7)式で表わされる多元連立一次方程式から節点電位 $\phi_i$ を解くことになる。

$$(\mathbf{T}) \cdot (\boldsymbol{\phi}) = (\mathbf{B}) \quad \dots\dots\dots (2.1.7)$$

ここに $(\mathbf{T})$ は要素マトリックスの合成された全体マトリックス、 $(\mathbf{B})$ は定数ベクトルである。

有限要素法に関する最近の進歩をみると、計算精度の向上と入力自動化が特筆される。まず計算精度については、従来より、一般には各々の要素内で成立する電位近似関数 $\phi$ として一次多項式が多用されていた。しかし電界値の誤差が大きいので、それを改善するために高次多項式を用いることが多くなった。例えば二次元場で二次多項式を使うと電位 $\phi$ は次の(2.1.8)式のように表わされ、したがって電界 $E$ は(2.1.9)式のように一次式になる。

$$\phi = a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 x^2 + a_4 xy + a_5 y^2 \dots\dots\dots (2.1.8)$$

$$E = -\text{grad}\phi = \begin{bmatrix} -(\partial\phi/\partial x) \\ -(\partial\phi/\partial y) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -a_1 & -2a_3x & -a_4y \\ -a_2 & -a_4x & -2a_5y \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2.1.9)$$

(ここに $a_0 \sim a_5$ は定数である。)

一般に二次元場では多項式の次数 $n$ と項数 $m$ との間には

$$m = \frac{(n+1)(n+2)}{2} \dots\dots\dots (2.1.10)$$

という関係があり、 $n$ 次多項式を用いると、各要素内に $m$ 個の点を配置する必要があるため、それだけプログラムも複雑となり、計算時間も長くなる。しかし高次多項式を用いた方が精度が改善されるので今後とも高次多項式による有限要素法も多用されるだろう。<sup>(61)</sup>さらに精度を向上させるために線形要素の代わりにiso-parametric要素の使用も行なわれている。<sup>(63)(26)</sup>また、各要素の境界での電束密度の法線方向成分の連続性を考慮し計算精度を向上させる方法が提案されている。<sup>(28)</sup>しかしこれらいずれの方法によっても一長一短があり、電荷重畳法と比較対比した場合、有限要素法精度向上への努力は今後も一層続けてゆく必要がある。

また計算機への入出力の自動化は必須となっており、自動要素分割プログラムが一般化している。

有限要素法は、複雑な場の計算に最も適しており、変圧器巻線全体場の計算やセクション内部の複雑な計算を行なうことができる。

⑤ 空間電荷場の計算 <sup>(32)~(37)</sup>

放電現象シミュレーションなどの過程においては、コロナ、ストリーマの作る空間電荷による電位、電界を計算しなければならない。空間電荷電界の計算には、電荷を直接扱うことのできる方法として電荷重畳法を挙げることができる。Singerらは以下のような手法を提案した。 $(P)$ 、 $(P_s)$ を電位係数、 $(Q)$ 、 $(Q_s)$ を電荷、 $(\Phi)$ を境界電位とする(但し添字sは空間電荷によるものであることを表わし、 $(Q)$ のみを未知数とする)とこれら量の間には

$$(P) \cdot (Q) + (P_s) \cdot (Q_s) = (\Phi) \dots\dots\dots (2.1.11)$$

が成立するため、 $(Q)$ を

$$(Q) = (P)^{-1} ((\Phi) - (P_s) \cdot (Q_s)) \dots\dots\dots (2.1.12)$$

と求め、この $(Q)$ と与えた空間電荷 $(Q_s)$ より電位、電界を求める。

この手法のポイントは空間電荷をどのような分布で模擬するかである。Feser<sup>(37)</sup>、Graf<sup>(35)</sup>、河村<sup>(36)</sup>は棒平板ギャップにこの方法を用い、実測値とよく一致することを報告している。また誘電体面の空間電荷(表面電荷)については大木<sup>(34)</sup>が報告している。大木は電束の法線成分の連続条件より、面電荷密度を $\sigma$ (既知の量)として

$$\epsilon_1 E_{1n} - \epsilon_2 E_{2n} = \sigma \dots\dots\dots (2.1.13)$$

を考え、真空中の媒質の帯電状態を検討した。この式はむしろ表面電荷法に応用されると広い応用が期待されよう。

しかし、電荷重畳法や表面電荷法の場合は、いずれも計算原理が電荷の配置による等電位面設定になっているため、空間電荷、表面電荷との相互作用を考える必要があり、次に示す領域計算法ほど汎用性は無いものと考えられる。

差分法、有限要素法における空間電荷の取扱いはほとんど変りない。いずれも計算原理はすでに明らかにされており、特に有限要素法の場合は(2.1.5)式で表わされたエネルギー汎関数を次の(2.1.14)式

$$F' = \iiint_V \frac{1}{2} \{ \epsilon (\text{grad } \phi)^2 - 2q\phi \} dV \dots\dots (2.1.14)$$

とすることによって容易に計算できる。これは(2.1.2)式で表わしたPoisson方程式をそのままの形で等価的に解くものであり、境界計算法によるよりも汎用性のあることは言うまでもない。しかしながら空間電荷場を実際に計算した例はほとんど見あたらず、放電シミュレーション関連で一部見うけられる程度である。

空間電荷電界の計算においては、単純な電極形状における高精度計算が要求され、特に放電のシミュレーション等に用いる時には繰り返し計算が必要とされるため、計算時間が短いことが要求される。この意味で空間電荷の取り扱いが容易な有限要素法と、計算時間の短い高精度の電荷重畳法との組み合わせ計算法などの新しい手法開発が望まれる。

⑥ 電界最適化法—最低—様電界分布を有する形状の自動計算(53)～(56)

これまでのように与えられた電極・絶縁物形状について電界計算を行なうのみでなく、電極や絶縁物表面の電界強度がある条件下で最低かつ一様分布となる形状を求める試みが電界最適化法と呼ばれている。

もちろん、変圧器の絶縁設計時には電界分布のほかに、放電物性、機械的強度、熱的問題などを含めて検討する必要があるが、現在では電界のみについての最適化が行なわれている。いずれにしても、この電界最適化は絶縁空間の有効利用という点から非常に重要であり、またCADやCAM, CAEなど最新の設計・製造自動化を進める上からも今後の発展が期待されている。

(i) 電極形状の最適化

電極表面の電界強度の最適化は、古くはRogowski, Borda電極にみられるように解析的手法に基づく計算結果がみられるが、いずれも二次元場に限定されていた。

軸対称3次元場、一般3次元場などにも適用でき、かつ計算制度・計算時間・プログラムの難易度などの点からみて有利な電荷重畳法を用いた電界最適化法がSinger<sup>(48)</sup>, Metz<sup>(49)</sup>によって開発されてきた。

Singer法, Metz法はいずれも初期形状の電界分布から、ある条件により修正を加えて再び電界分布を求め、最適な形状に近付けるという反復法となるが、基本的な考え方は、Singer法が輪郭点から出発するのに対し、Metz法は電荷から出発する点が相違している。

Singerが用いた修正条件は、Spielreinが与えた次の(2.1.15)式で表わされるような電極上の電界強度Eとその電極部分の曲率Cとの関係式である。

$$\frac{\partial C}{\partial E} = - \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{1}{E} \right) = \frac{\partial E}{\partial n} / E^2 \dots\dots\dots (2.1.15)$$

(2.1.15)式によって適当な電界になるように曲率、すなわち輪郭点位置を変化させてゆく。このようにして断路器電極の形状(図 2.1.4(a))を電界最適化した結果を同図(b)に示す。

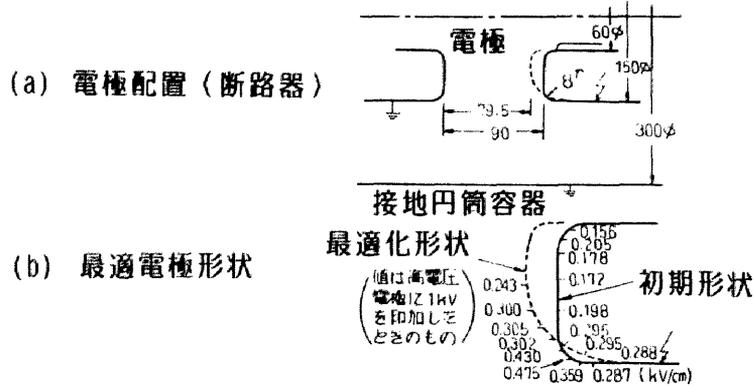


図 2.1.4 Singer の電界最適化法 (55)

一方、Metz (49)(50)は最適化領域内に輪郭点を用いず、電荷量あるいは電荷位置の変化によって等電位面を変化させ、電極形状とする方法をとっている。一般の電極部の電位係数マトリックス、電荷量、電位をそれぞれ  $(P)$ ,  $(Q)$ ,  $(\Phi)$  とし、最適化領域内に配置した電荷  $(Q')$  と一般電極部の輪郭点との間の電位係数を  $(P')$  とすると

$$(P)(Q) + (P')(Q') = (\Phi) \dots\dots\dots(2.1.16)$$

となり、(2.1.16)式より未知の  $(Q)$  を求めると

$$(Q) = (P)^{-1} \{ (\Phi) - (P')(Q') \} \dots\dots(2.1.17)$$

となる。(2.1.17)式から場の中のすべての電荷量が求まるので電界計算ができる。電界計算結果を判定し、修正条件により最適化領域内の電荷の位置あるいは大きさを変化させ、繰返し計算するのがMetz 法である。

Metz 法により計算した結果の例を図 2.1.5(a)に示し、そのときの電極表面に沿った電界分布を同図(b)に示す。Singer 法は自動化が容易である反面計算時間・精度の面ではMetz 法に及ばない。

Metz 法の修正条件は、ある点の電界強度に及ぼす電荷からの寄与を計算する方法であるが、あらかじめ与えた電荷の電荷量を変化させてゆく方法をとっているため、電荷量の設定がむづかしく、自動繰返し計算をする上でのひとつのネックになっていた。

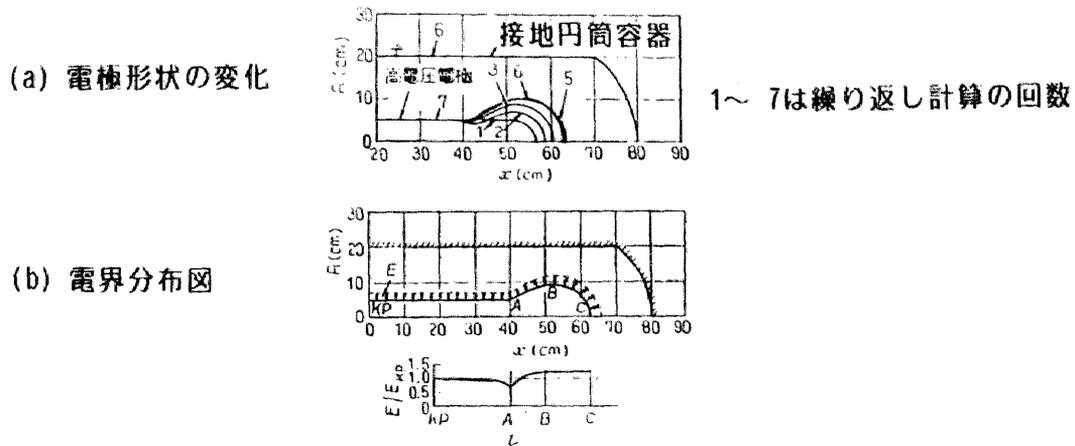


図 2.1.5 Metz の電界最適化法 (49)

(同軸円筒電極端末部)

## (ii) 絶縁物形状の最適化

電極形状の電界最適化と並んで絶縁物形状の最適化が行なわれるようになった。電極形状の場合と同様に電荷重畳法が用いられるが、電極表面と違って誘電体境界面を移動させる必要から差分法や有限要素法なども用いられている。また沿面放電との関連から、絶縁物形状の最適化による沿面方向電界強度について判定を行なうことが多い。

Antolic<sup>(51)</sup>によって、ガス絶縁母線のスペーサ形状について差分法を用いて最適化した結果が報告されている。Singer<sup>(48)</sup>や加藤<sup>(52)</sup>らは電荷重畳法を用いて絶縁物形状の最適化を行なっているが、この場合は基本的には電極形状の最適化の場合と同じである。絶縁物形状を移動変化させる必要性から表面電荷法の適用が最適と考えるが、その報告例はまだ少ない。

## 1.3 ま と め

以上のように、これまでの数値電界計算法の特徴を明らかにし、変圧器絶縁設計に利用するための検討を行なった結果、すでに表 2.1.1 に示したように各計算法に応じた適用部位が明確にされた。これまでもそれらの特徴を良く利用した形で各計算法が用いられており、十分な成果を上げてきているが、電荷重畳法、表面電荷法な

どの境界計算法と比べて、領域計算法の代表である有限要素法では、より一層の精度改善と、計算効率の向上が望まれる。特に有限要素法は、最も汎用化に適した手法であり、かつ複雑な場の計算にも適している方法でもあり、変圧器絶縁設計に適用した場合の効果は大きく、その改良はそのまま変圧器絶縁設計技術の向上につながるものと考えられる。

また各数値計算法を分類整理して検討した結果、各計算法の特徴が明らかになったばかりでなく、各手法間の原理的なつながり、あるいは長所・短所の相反性などが明確にされた。このことより、今後の変圧器絶縁設計技術の発展を担うべく、汎用性の高い、高精度高効率計算を可能とした計算手法として、電荷重畳法と有限要素法との組み合わせ計算法の開発可能性がわかった<sup>(29)~(31)</sup>。この組み合わせ計算法は、最終的には表 2.1.1 より領域計算法と境界計算法の両者の長所を有し、適用範囲は両手法の併せたものとなり得るものである。この組み合わせ計算法を開発することにより、従来の単独手法では限界があり効率が悪かったものを大幅に改善できるものと予想される。

一方、電極形状・絶縁物形状の自動最適化技術を発展させることは、今後予想される計算技術の自動化に不可欠のものであり、特に形状変化の自由度が大きく将来性のあるMetz法を自動化することには大きな意義があると考えられる。

以上の検討結果より、変圧器絶縁設計技術を進歩させ、絶縁性能を向上させるべく以下の課題が明確になったので、以下第2編、第2章～第5章において新たに研究開発した内容を説明する。

- (1) 有限要素法の誤差解析と精度改良。
- (2) 組み合わせ計算法－コンビネーション法－の開発と実用化。
- (3) 電極形状・絶縁物形状の自動最適化技術の確立。
- (4) 電界計算技術の導入による変圧器絶縁設計技術の発展と絶縁性能の向上。

#### 1.4 文 献

- (1) 宅間，他：昭54電気四学会連大 No.1-1
- (2) H. Steinbigler：ISH-79, Milano 11, 00 (1979)
- (3) 宅間，他：電力中央研究所調査報告 No.72082 (昭48)
- (4) 大久保，他：電気学会静止器研究会 TC-79-2 (1979)

- (5) H. Steinbigler: Elektrotech. Z (ETZ), A90, P663  
(1969)
- (6) H. Singer, et al: IEEE Trans. Power Apparatus Syst.,  
PAS-93, 5, P1660 (1974)
- (7) 宅間: 電学論 A, 97, P411 (昭52-8)
- (8) 里, 他: 同上100, P121 (昭55-3)
- (9) S. Sato, et al: ISH-79, Milano 11. 07 (1979)
- (10) S. Sato et al: *ibid.* 11. 03 (1979)
- (11) 里, 他: 昭54電気学会東京支部大会 No.6
- (12) 里, 他: 電学論A, 98, P351 (昭53-7)
- (13) T. Sakakibara, et al: 2nd Gaseous Dielectrics, Knoxville  
(1980)
- (14) H. Singer: Bull SEV/VSE, 65, P739 (1974)
- (15) H. Singer: Habilitationsschrift, TU München (1973)
- (16) 渋谷, 他: 電気学会放電研究会 ED-79-9 (昭54)
- (17) R. F. Harrington, et al: Proc. Instn Elect. Engrs, 116,  
10, P1715 (1969)
- (18) R. F. Harrington, : Proc. IEEE, 55, 2, P136 (1967)
- (19) 宅間, 他: 電気学会高電圧研究会 HV-80-7 (昭55)
- (20) 大久保, 他: 同上 HV-80-8 (昭55)
- (21) 林, 他: 同上 HV-80-9 (昭55)
- (22) O. C. Zienkiewicz: The Finite Element Method in Engineering  
Science, McGraw-Hill (1971)
- (23) H. Okubo, et al: Archiv. f. Elektrotech, 60, P27 (1978)
- (24) H. Okubo, et al: ISH-79, Milano 11. 05 (1979)
- (25) R. Leyvraz: ISH-75, Zürich (1979)
- (26) W. Hoppe: *ibid.* P25 (1975)
- (27) 加藤: 東京大学博士論文 (昭51)
- (28) 位高, 他: 電気学会放電研究会 ED-79-16 (昭54)
- (29) H. Steinbigler: ISH-79, Milano 11. 11 (1979)
- (30) 大久保, 他: 電気学会放電研究会 ED-89-10 (昭54)
- (31) H. Okubo, et al: ISH-79, Milano 11. 13 (1979)
- (32) 加藤: 昭55電気学会全大 S. 2-6
- (33) 加藤: 電気学会放電研究会 ED-78-13 (昭53)
- (34) 大木, 他: 早稲田大学理工学報告 (昭52)
- (35) D. Graf: ISH-79, Milano 53. 04 (1979)

- (36) 河村, 他: 昭54 電気学会東京支大 No.7
- (37) K. Feser, et al : Elektrotech. Z. (ETZ) - A92. P36  
(1972)
- (38) 池田: 慶応大学博士論文 (1982)
- (39) 村田: 昭和53年電気学会四連合大会1-21 (昭和53年)
- (40) 河野, 他: 数値電界計算法, コロナ社 (1981)
- (41) S. Kato, et al : ISH-79 Milano, 12-11 (1979)
- (42) 大久保, 他: 静電気学会誌, 解説, 8, 2, P93 (1984)
- (43) 松浦, 他: 高電圧絶縁電界計算分科会資料 E-11 (1977)
- (44) 宅間, 他: 電気学会放電研究会 ED-79-11 (昭54)
- (45) 高橋, 他: 同上 ED-79-17 (昭54)
- (46) 大島, 他: 同上 ED-79-18 (昭54)
- (47) T. Takuma, et al : ISH-79 Milano 12. 0. (1979)
- (48) H. Singer : ISH-75 Zürich 111 (1975)
- (49) D. Metz : Elektrotech. Z. (ETZ) - A97, P121 (1976)
- (50) D. Metz : Doctor - Thesis, TH Aachen (1979)
- (51) K. Antolic: ISH München, P. 1 (1972)
- (52) 加藤, 他: 昭51電気学会全大 No.969
- (53) H. Okubo, et al: ISH-79 Milano 11. 16 (1979)
- (54) D. Metz : ibid 11. 12 (1979)
- (55) H. Singer : ibid 11. 06 (1979)
- (56) 大久保, 他: 電気学会放電研究会 ED-79-7 (昭54)
- (57) 村島, 他: 静電気学会全国大会 27P-A1 (昭53)
- (58) D. Utmischi : Doctor Thesis, TU München (1976)
- (59) 根本: 電気学会情報処理研究会 IP-74-16 (昭49)
- (60) O. W. Anderson : IEEE PES Winter Meeting F77  
183-7 (1977)
- (61) P. Silvester: IJES 7, 8, P 819 (1969)
- (62) 里: 高電圧絶縁電界計算分科会 E 35 (昭53)
- (63) 宇田川, 他: 数学公式I, II, III 岩波書店 (1973)
- (64) 大久保, 他: 電気学会誌, 解説, 100, 7, P609 (1981)
- (65) 田中, 他: 電気学会, 情報処理研究会 IP-P6-1 (1976)
- (66) 美咲, 他: ISH, Zürich P74 (1975)

## 第2章 有限要素法の改良と汎用化

### 2.1 まえがき

有限要素法は表 2.1.1 からわかる通り、数値電界計算法の中でも最も汎用的な方法であり、複雑な電極・絶縁物形状を有する場や空間電荷電界の計算などの特殊場の計算に適している。すなわち、プレスボードや絶縁紙などの比較的薄い絶縁物が多数入り組んで配置され、電位境界条件も複雑に与えられる場合の多い変圧器内の電界計算に、有限要素法は、電荷重畳法などの他の数値計算法と比べてより効果的に用いられる。

したがって、変圧器の絶縁設計に有限要素法による電界計算技術を適用する上での問題点を列挙し、それらを解決することによって絶縁設計精度の向上、ひいては変圧器絶縁のよりコンパクト化、高電界化などの絶縁性能向上が期待できる。

ここでは以下の3ポイントについて検討し、新たな改良を加えた点をまとめる。

- (1) 計算誤差の検討 …… 誤差の発生源の解明と、計算結果の信頼性を確認する。
- (2) 計算精度の改良 …… 誤差検討結果に基づき新しい精度改良方法を提案する。
- (3) プログラム汎用化と適用場の拡大 …… 大形変圧器内全体場の計算を可能とし、変圧器絶縁設計に使用できるようにするために、プログラムの汎用化と適用場の拡大をする。

### 2.2 有限要素法の誤差分析

有限要素法における誤差の分析をする上で必要となる計算原理の定式化と、手計算と汎用プログラムによる誤差の確認を行なう。

#### 2.2.1 計算原理の定式化と誤差の分類 (1)(6)(10)(11)(12)

まず、境界面で $\phi$ の値が与えられている場合に、次の微分方程式

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_z \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) + Q = 0$$

……………(2.2.1)

を解くという、境界値問題について考える。これは一般に準調和微分方程式

(quasi harmonic differential equation)と呼ばれ、LaplaceやPoissonの方程式に相当するものである。

(2.2.1) 式を上記の境界条件下で解くことは、変分原理を利用して、同じ境界条件下で次の汎関数F

$$F = \iiint \left( \frac{1}{2} \left\{ k_x \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + k_y \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 + k_z \left( \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right\} - Q\phi \right) dv \quad \dots\dots\dots(2.2.2)$$

についての停留解を求める事と同等である。

電界の問題においては、 $\phi$ は電位、 $Q$ は空間電荷密度、 $k_x, k_y, k_z$ は誘電率 $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ に相当し、 $F$ は静電エネルギーに相当する。

ところで、要素内で用いる試験関数として、一般にはその次数まで精度が保証される完全多項式が用いられることが多く

$$\phi = \sum_{i+j+k=0}^{n-1} a_{i+j+k} x^i y^j z^k \quad \dots\dots\dots(2.2.3)$$

として表わされる。第一段階として、 $\phi$ の場が座標の一次関数として表わされるとした時、すなわち、

$$\begin{aligned} \phi &= a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 z \\ &= (1 \quad x \quad y \quad z) \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots(2.2.4) \end{aligned}$$

と表わされる時、各節点上の値( $\phi_e$ )を用いて

$$\phi = (1 \quad x \quad y \quad z) (C_e)^{-1} (\phi_e) \quad \dots\dots\dots(2.2.5)$$

と表わされる。

ここに

$$(C_e) = \begin{pmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (2.2.6)$$

である。したがって電界  $E$  は

$$E = -\text{grad}\phi = - \begin{pmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi}{\partial z} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} (C_e)^{-1} (\phi_e) \dots\dots\dots (2.2.7)$$

と表わされ、要素内での電位に一次多項式を使用すると、要素内電界分布は(2.2.7)式で表わされる定数となる。これからわかるように、 $n$ 次多項式を使用すると $(n-1)$ 次で電界が表現されるので、高次多項式を使用すればそれだけ精度が向上する事は明白である。以下簡単に理解できるように2次元3角形要素について考える。

試験関数 $\phi$ として $n$ 次多項式を用いると、その項数 $m$ は

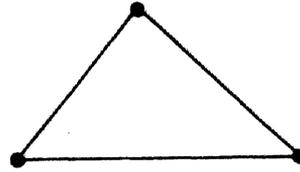
$$m = \frac{(n+1)(n+2)}{2} \dots\dots\dots (2.2.8)$$

で表わされるので、解が得られるためには、各要素ごとに $m$ 個の節点が必要である。逆に要素境界上で電位 $\phi$ の値が連続になるためには、 $\phi$ が $n$ 次であるので、 $(n+1)$ 個の節点で拘束する必要がある。すなわち、頂点を含んで、各辺上に $(n+1)$ 個の点を配置する必要があり、節点は等間隔に配置するが最も精度が良くなるとされている。すなわち図 2.2.1に示すように、各辺の midpoint に点を配置することになる。

(a) < 1次3角形要素 >

$$\phi = a_0 + a_1x + a_2y$$

(項数: 3)

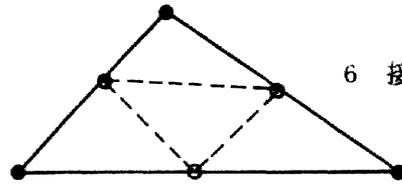


3 節点

(b) < 2次3角形要素 >

$$\phi = a_0 + a_1x + a_2y + a_3x^2 + a_4xy + a_5y^2$$

(項数: 6)

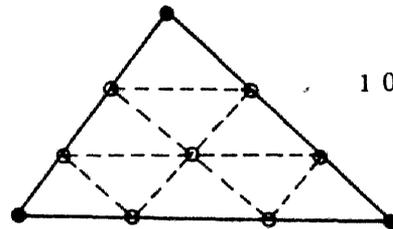


6 接点

(c) < 3次3角形要素 >

$$\phi = a_0 + a_1x + \dots + a_8y^3$$

(項数: 10)

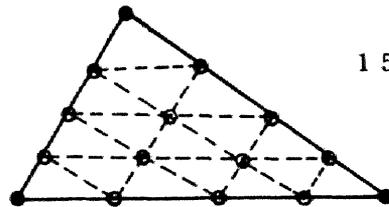


10 節点

(d) < 4次3角形要素 >

$$\phi = a_0 + a_1x + \dots + a_{14}y^4$$

(項数: 15)



15 節点

図 2.2.1 3角形要素における多項式表示と節点配置

このように、高次多項式を使用すると、計算上は面倒になるが、それだけ入力が少ないことで済むことになり、要素の細分化よりも高次多項式を使用した方が精度が向上するので、境界面の近似という点で要素の細分化は必要であるが、それ以外では高次多項式を使用するメリットは十分にある。

さて実際にn次の多項式を使用した場合について、2次元電界計算の場合を考える。Laplace方程式

$$\text{div}(\epsilon \text{ grad } \phi) = 0 \quad \dots\dots\dots (2.2.9)$$

を解く場合を考える。

$$\phi = \{1 \ x \ y \ \dots\} (a) \\ = (C) (a) \quad \dots\dots\dots (2.2.10)$$

$$\{\phi_e\} = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & \dots \\ 1 & x_2 & y_2 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_n & y_n & \dots \end{bmatrix} (a) = (C_e) (a) \quad \dots\dots\dots (2.2.11)$$

$$\therefore \phi = (C) (C_e)^{-1} (\phi_e) \quad \dots\dots\dots (2.2.12)$$

これより

$$\text{grad } \phi = (D) (C_e)^{-1} (\phi_e) \quad \dots\dots\dots (2.2.13)$$

ここに

$$D_{1i} = \partial C_i / \partial x$$

$$D_{2i} = \partial C_i / \partial y$$

したがってエネルギー汎関数Fは

$$\begin{aligned}
F &= \frac{1}{2} \iint \epsilon |\text{grad} \phi|^2 dS \\
&= \frac{\epsilon}{2} \phi_e \{ (C_e)^{-1} \}^t \left( \iint (D)^t (D) dS \right) \\
&\quad (C_e)^{-1} (\phi_e) \dots\dots\dots (2.2.14)
\end{aligned}$$

となるので、Fを最小化し

$$\left( \frac{\partial F}{\partial \phi_i} \right) = 0 \dots\dots\dots (2.2.15)$$

とすれば

$$\begin{aligned}
&\frac{\epsilon}{2} \{ (C_e)^{-1} \}^t (K) (C_e)^{-1} (\phi_e) \\
&+ (\phi_e)^t \{ (C_e)^{-1} \}^t (K) (C_e)^{-1} \phi_e = 0 \dots\dots\dots (2.2.16)
\end{aligned}$$

となる。ここに

$$(K) = \iint (D)^t (D) dS \dots\dots\dots (2.2.17)$$

である。したがって(K)が求めれば、各要素について要素マトリクスを作ることができるので、全体のマトリクスすなわち連立一次方程式を構成することができる。

(K)における積分は、3角形要素上で行なわれるものであり、面積座標(ζ<sub>1</sub>, ζ<sub>2</sub>, ζ<sub>3</sub>)とx, y座標の間には図 2.2.2 について、<sup>(10)(11)</sup>

$$\begin{bmatrix} 1 \\ x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \\ \zeta_3 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2.2.18)$$

が成立し、

$$\zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_3 = 1 \quad \dots\dots\dots(2.2.19)$$

である。

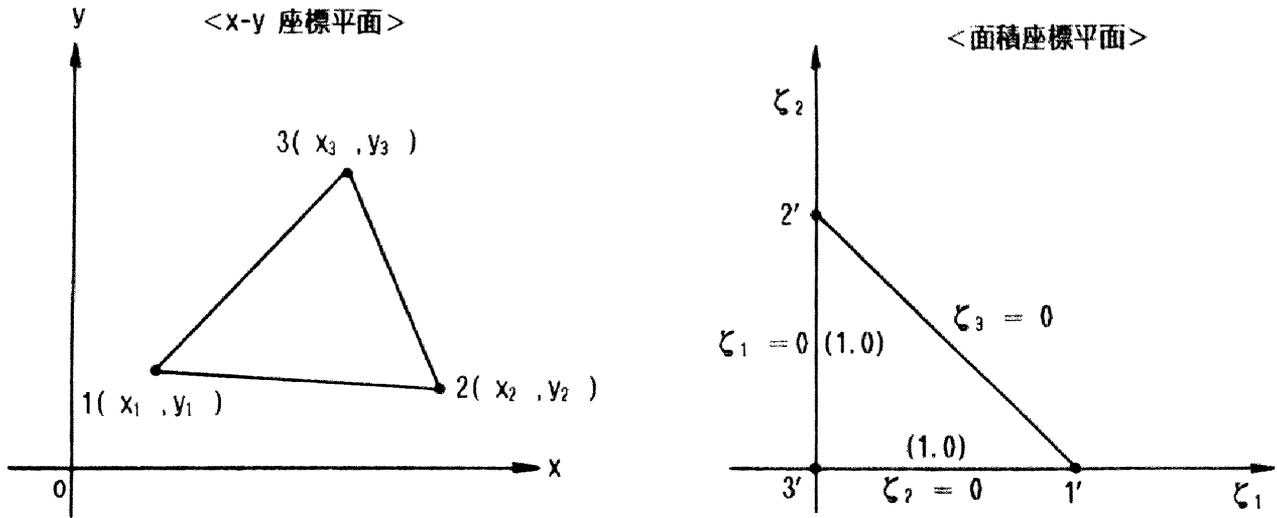


図 2.2.2 面積座標平面への要素の写像

x, y 平面上の任意の 3 角形要素は、常に面積座標平面における辺の長さ 1. 0 の 2 等辺 3 角形に写像されるので、積分はこの標準 3 角形についてのみ行なえば良いので考えやすくなる。

実平面より面積座標平面への積分の変換は

$$\iint f \, dx \, dy = 2 \Delta \iint f \, d\zeta_1 \, d\zeta_2 \quad \dots\dots\dots(2.2.20)$$

となり（ここに  $\Delta$  は 3 角形の積分）、 $f$  は任意の多項式であり、一般に

$$f = \zeta_1^l \zeta_2^m \zeta_3^n \quad \dots\dots\dots(2.2.21)$$

とすると

$$\frac{1}{2 \cdot \Delta} \iint f \, dx \, dy = \frac{2 \, l! \, m! \, n!}{(M+2)!} \quad \dots\dots\dots(2.2.22)$$

として得られる。ここに  $M = l + m + n$  である。

この公式によって (K) を計算すれば、各要素マトリクスができあがるので、領域全体についてそれを重畳すれば

$$(T) (\phi_j) = 0 \dots\dots\dots(2.2.23)$$

という多元連立一次方程式ができ上がる。境界条件を挿入して解けば各節点における解 $\phi$ が得られる。多元連立一次方程式の解き方は種々考えられ、直接法や繰り返し手法が用いられる。バンドマトリックスの特徴を生かしてSOR法 (Successive Over Relaxation 法) がよく用いられる。

以下に2次多項式を用いた場合の実際の計算について述べるが、3次以上の場合についても、図 2.2.1についての分割を行ない、(2.2.17)式の積分を行なえば、全く同様に扱うことができる<sup>(7)(9)</sup>。多項式を高次化すれば、入力データが少なくすみ精度向上が得られるが、一方プログラムが複雑になるので、2次で充分であると考えた。また全体の場を2次あるいはそれ以上の高次多項式を使用する必要はなく、必要とされる部分領域に対してのみ高次多項式を用いるのがよいであろうが、プログラムが煩雑化するので、用いる多項式は全体で一種類とした。

要素は図 2.2.1(b) を用い、試験関数として次の完全多項式を用いる。

$$\begin{aligned} \phi &= a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 x^2 + a_4 xy + a_5 y^2 \\ &= (1 \quad x \quad y \quad x^2 \quad xy \quad y^2) \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_5 \end{bmatrix} \\ &= (C) (a) \dots\dots\dots(2.2.24) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \{\phi_e\} &= \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & x_1^2 & x_1 y_1 & y_1^2 \\ 1 & x_2 & y_2 & x_2^2 & x_2 y_2 & y_2^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_6 & y_6 & x_6^2 & x_6 y_6 & y_6^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_5 \end{bmatrix} \\ &= (C_e) (a) \dots\dots\dots(2.2.25) \end{aligned}$$

$$\therefore \phi = (C) (C_e)^{-1} (\phi_e) \dots\dots\dots(2.2.26)$$

$$\therefore \text{grad } \phi = (D) (C_e)^{-1} (\phi_e) \dots\dots\dots(2.2.27)$$

ここに(2.2.24)式より

$$(D) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 2x & y & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & x & 2y \end{bmatrix} \dots\dots\dots(2.2.28)$$

となっている。したがって

$$(D)^t (D) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2x & y & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & x & 2y \\ 0 & 2x & 0 & 4x^2 & 2xy & 0 \\ 0 & y & x & 2xy & x^2 + y^2 & 2xy \\ 0 & 0 & 2y & 0 & 2xy & 4y^2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(2.2.29)$$

そこで  $(K) = \iint (D)^t (D) dx dy$  という積分を行なうにあたって(2.2.21)(2.2.22)式より

$$\iint x dx dy = \iint y dx dy = 0$$

$$\iint dx dy = \Delta$$

$$\iint x^2 dx dy = \frac{\Delta}{12} (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)$$

$$\iint y^2 dx dy = \frac{\Delta}{12} (y_1^2 + y_2^2 + y_3^2)$$

$$\iint xy dx dy = \frac{\Delta}{12} (x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3)$$

}.....(2.2.30)

を用いれば

$$\begin{aligned}
 (K) &= \iint (D)^t (D) dS \\
 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_3 & a_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_4 & a_5 & a_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_4 & a_6 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2.2.31)
 \end{aligned}$$

となる。ここに

$$\left. \begin{aligned}
 a_1 &= a_2 = \Delta \\
 a_3 &= \frac{1}{3} \cdot \Delta \cdot (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) \\
 a_4 &= \frac{1}{6} \cdot \Delta \cdot (x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3) \\
 a_6 &= \frac{1}{3} \cdot \Delta \cdot (y_1^2 + y_2^2 + y_3^2) \\
 a_5 &= \frac{1}{4} \cdot \Delta \cdot (a_4 + a_6)
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.2.32)$$

一方3次元軸対称場においても、同じプログラムで解くためには

$$(K') = \iint (D)^t (D) r dx dy \dots\dots\dots (2.2.33)$$

となり、 $r = r_0 + x$  ( $r_0$  : 重心の座標、 $x$  : 重心系変換座標) となるので

$$\begin{aligned}
 (K') &= \iint (D)^t (D) (r_0 + x) dx dy \\
 &= \iint \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & c_1 & 0 & c_2 & c_3 & 0 \\ & & c_1 & 0 & c_2 & 2c_3 \\ & \text{sym} & & c_4 & c_5 & 0 \\ & & & & c_6 & c_5 \\ & & & & & c_7 \end{bmatrix} dx dy \dots\dots\dots (2.2.34)
 \end{aligned}$$

ここに

$$\left. \begin{aligned}
 C_1 &= r_0 \\
 C_2 &= 2x^2 \\
 C_3 &= xy \\
 C_4 &= 4x^3 + 4x^2 r_0 \\
 C_5 &= 2x^2 y + 2xy r_0 \\
 C_7 &= 4xy^2 + 4y^2 r_0 \\
 C_6 &= \frac{(C_5 + C_7)}{4}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.2.35)$$

である。この積分を行なうに当って、やはり(2.2.21)(2.2.22)式を用いると(2.2.30)式で表わされる積分の他に

$$\int x^3 dx dy = \left( \frac{x_1 x_2 x_3}{10} \right) \cdot \Delta$$

$$\int x^2 y dx dy = \left( \frac{x_1^2 y_1 + x_2^2 y_2 + x_3^2 y_3}{15} \right.$$

$$\left. - \frac{x_1 x_2 y_3 + x_1 x_3 y_2 + x_2 x_3 y_1}{30} \right) \cdot \Delta$$

.....(2.2.36)

が必要となる。  
すなわち

$$(K') = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & b_1 & 0 & 2b_2 & b_3 & 0 \\ & & b_1 & 0 & b_2 & 2b_3 \\ & & & b_4 & b_5 & 0 \\ & & \text{sym} & & b_6 & b_5 \\ & & & & & b_7 \end{bmatrix} \dots\dots(2.2.37)$$

となる。ここに、

$$b_1 = r_0 \cdot \Delta$$

$$b_2 = \frac{1}{12} \Delta \cdot (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)$$

$$\begin{aligned}
b_3 &= \frac{1}{12} \Delta \cdot (x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3) \\
b_4 &= \frac{2}{5} \Delta x_1 x_2 x_3 + \frac{1}{3} \Delta \cdot r_0 (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) \\
b_5 &= \frac{2}{15} \Delta (x_1^2 y_1 + x_2^2 y_2 + x_3^2 y_3) \\
&\quad - \frac{1}{15} \Delta (x_1 x_2 y_3 + x_1 x_3 y_2 + x_2 x_3 y_1) \\
&\quad + \frac{\Delta}{6} r_0 (x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3) \\
b_7 &= \frac{4}{15} \Delta (x_1 y_1^2 + x_2 y_2^2 + x_3 y_3^2) \\
&\quad - \frac{2}{15} \Delta (x_1 y_2 y_3 + x_2 y_1 y_3 + x_3 y_1 y_2) \\
&\quad + \frac{\Delta}{3} r_0 (y_1^2 + y_2^2 + y_3^2) \\
b_6 &= \frac{b_5 + b_7}{4} \dots\dots\dots (2.2.38)
\end{aligned}$$

以上の結果を(2.2.16)式に代入して

$$\begin{aligned}
&\varepsilon \{ \{ (C_e)^{-1} \}^t (K) (C_e)^{-1} (\phi_e) \\
&\quad + \{ \phi_e \}^t \{ (C_e)^{-1} \}^t (K) (C_e)^{-1} \} = 0 \dots\dots\dots (2.2.39)
\end{aligned}$$

が表わされ、要素マトリクマスができ上がるので、全体のマトリクス(T)に代入して

$$(T) (\phi_i) = 0 \dots\dots\dots (2.2.40)$$

となる。(2.2.40)式で表わされる、多元連立一次方程式が出来上がれば、あとはSOR法によって、全く同様に解けば各節点上の電位 $\phi$ が解として求まる。電位 $\phi$ が求まれば、(2.2.27)式により各節点上における電界値 $E$ が

$$E = -\text{grad}\phi \dots\dots\dots(2.2.41)$$

として求まる。

要素の各辺上に $(n+1)$ 個の点を配置して、電位の連続性を保っているが、電界は連続にはならないので、同じ節点でもどちらの要素によるかによって、電界値は若干違って来るであろう。要素分割を細かくしてゆけばその誤差は充分小さくなる。

以上のように定式化された結果からみると、計算原理上の誤差発生要因はすでに明確であり、大きく次の3項目を挙げることができる。

- (A) 要素内で成立する電位近似関数によるもの
- (B) 要素分割数によるもの
- (C) 連立一次方程式を解く時の誤差

さらに詳細に分類すると、次の3項目を加えることができる。

- (D) 分割要素形状に起因するもの
- (E) 境界条件の与え方に起因するもの
- (F) その他

これらの中で(D)項は、ここで用いた3角形要素の他、4角形要素あるいはisoparametric要素の適用などが考えられ<sup>(4)(5)(8)</sup>同じ3角形要素でもその形状依存誤差の検討などが考えられる。しかしながら、ここでは、プログラム簡略化と、形状適合性の点から、直線3角形状要素の採用を決定し、(D)項については触れない。

一方、(E)項については、有限要素法の自然環境条件の適用と、連立一次方程式の繰り返し解法時の収束条件に影響を与えるものであるが、特に開放領域の計算については第2編・第3章で述べるので、ここでは言及しない。

したがって以下では(A)(B)(C)項について、検討を加える。

(A)項については、一般に(2.2.3)式で示した完全多項式を用いることが多く、したがって計算誤差が電位近似関数すなわち完全多項式の次数に依存することになる。各要素内の電位近似関数と電界近似関数を、次数1次および2次の場合につい

てまとめると(2.2.4)～(2.2.7)，(2.2.24)～(2.2.28)の各式より、2次元の時次のようになる。

(i) 1次要素

$$\phi = a_0 + a_1 x + a_2 y \dots\dots\dots(2.2.42)$$

$$E = - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{pmatrix} \dots\dots\dots(2.2.43)$$

(ii) 2次要素

$$\phi = a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 x^2 + a_4 xy + a_5 y^2 \dots\dots\dots(2.2.44)$$

$$E = - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 2x & y & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & x & 2y \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 & x_1 & y_1 & x_1^2 & x_1 y_1 & y_1^2 \\ 1 & x_2 & y_2 & x_2^2 & x_2 y_2 & y_2^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_6 & y_6 & x_6^2 & x_6 y_6 & y_6^2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_6 \end{pmatrix} \dots\dots\dots(2.2.45)$$

このように電位で見る限り(2.2.42)と(2.2.44)式とから、その差違はあまり大きくないが、電界でみると(2.2.43)式は定数になってしまうので、(2.2.45)式との差違が大きく、特に電界の変化の大きい所での1次要素使用の誤差は大きく、2次要素の適用により大きな改善の得られることが予想される。

逆に3次以上の要素を用いても、精度の改善以上にプログラムの複雑化と計算時間の上昇、分割要素数の制限などからの制約が大きく、特に複雑な形状の計算を目的とする変圧器絶縁設計用電界計算では、2次要素の採用で充分である。

以上より1次要素，2次要素の汎用プログラムを作成し、絶縁設計用に供した。

次に(B)項について、要素分割数を上げることによって精度が改善されることは明白であるが、計算機容量，計算時間の経済性などから一定の限度内に抑えることが必要である。本論文では、要素の再分割による新しい精度改良方法を次節で提案しており、要素分割と精度向上についてはそこで詳述する。

最後に(C)項であるが、連立一次方程式を効果的に解くことは、計算機本体に依存するところも有り、単純ではないが、経済性および最大適用場の拡大という点から重要なポイントとなる。

エネルギー汎関数Fが(2.2.14)式で与えられるため、各要素内で成立する要素マトリクスは対称となり、それを全体場に重畳した全体マトリクスは、零要素の非常に多いスパース対称マトリクスとなる。

連立一次方程式の解法には、このスパース対称性を有効に利用することが必要であり、直接法その他Wave-front法、Gauss-Seidel法、SOR法(Successive Over Relaxation法)などの繰り返し手法が適用される。適用場が拡大され、全体マトリクスが大形になると、繰り返し手法に依存せざるを得ない。

例えばSOR法によると(2.2.46)(2.2.47)式で与えられる誤差ベクトルのノルム $\Delta_k$ の打ち切り誤差や、加速係数の与え方が精度に影響を及ぼす。

$$\Delta_k = | \phi_n^k - \phi_n^{k-1} | \dots\dots\dots (2.2.46)$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \| \Delta_k \| = \lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^{NP} | \phi_n^k - \phi_n^{k-1} | / NP \rightarrow 0 \dots\dots (2.2.47)$$

(ここにkは繰り返し回数、NPは全節点数である)

実際には繰り返し回数kは無限大ではなく、有限の値を取り、したがって各節点の電位が有限の計算誤差を有することになる。

### 2.2.2 手計算と汎用プログラムによる誤差確認

2.2.1で行なった理論の定式化とプログラム化および誤差発生要因の分類結果を、理論解の得られる同軸円筒電極形状を用い、実際に計算を行ない確認する。手計算で計算するため、要素数、節点数が多くなるとぼう大な計算となってしまうため、図2.2.3に示す極めて単純な同軸円筒電極形状を用い、節点数8、要素数6とした。計算は手計算の他、汎用プログラムについても行なわれ、理論解析と比較した。

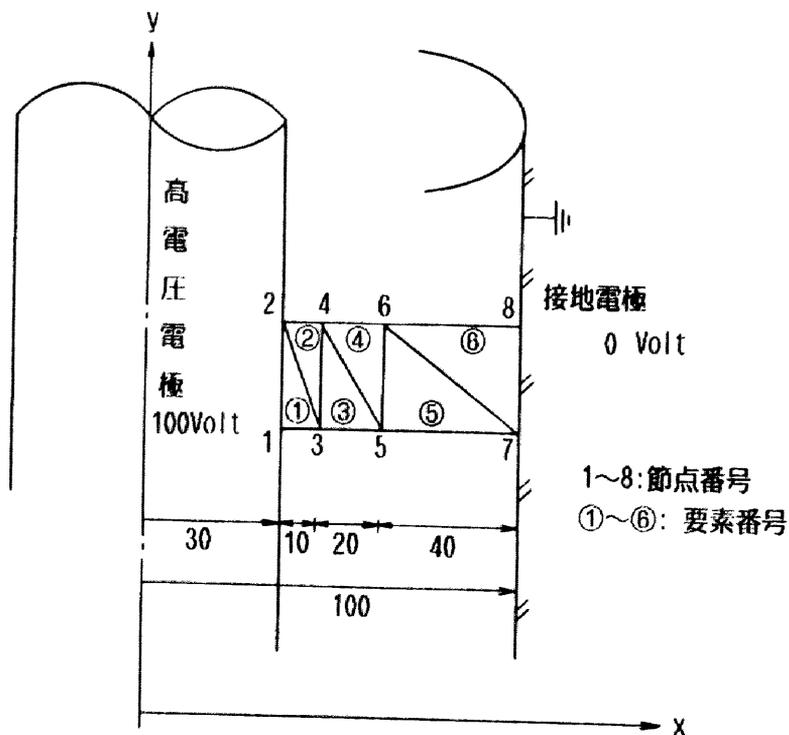


図 2.2.3 同軸円筒電極

要素分割と境界条件は図 2.2.3 に示す通りであり、辺 2-4-6-8 および 1-3-5-7 には自然境界条件が与えられる。電位近似関数は(2.2.42)の一次多項式を採用すると、すでに記した(2.2.10)~(2.2.13)式に相当する式が得られる。すなわち再記すると

$$\text{grad } \phi = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{pmatrix} \phi = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (2.2.48)$$

となり、ここで

$$A = \begin{pmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (2.2.49)$$

と置くと

$$A^{-1} = \text{adj}(A) / |A| \dots\dots\dots (2.2.50)$$

$$\text{adj}(A) = (A_{ij})^t \dots\dots\dots (2.2.51)$$

(adj は余因子行列を示す)

$$\therefore A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix} \dots\dots\dots (2.2.52)$$

$$\begin{aligned} \text{ここに } A_{11} &= \begin{vmatrix} x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \end{vmatrix} = x_2 y_3 - x_3 y_2 \\ A_{12} &= - \begin{vmatrix} 1 & y_2 \\ 1 & y_3 \end{vmatrix} = y_2 - y_3 \end{aligned} \dots\dots\dots (2.2.53)$$

などである。

$$\begin{aligned} |A| &= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 \end{vmatrix} \\ &= (x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1) \\ &= 2\Delta \end{aligned} \dots\dots\dots (2.2.54)$$

(ここにΔは3角形要素の面積である)

以上より(2.2.49)は次のようになる。

$$\begin{aligned} \text{grad } \phi &= \frac{1}{|A|} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ & & \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{|A|} \begin{pmatrix} A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ & & \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (2.2.55) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore |\text{grad } \phi|^2 &= \frac{(A_{12}\phi_1 + A_{22}\phi_2 + A_{32}\phi_3)^2}{|A|^2} \\ &+ \frac{(A_{13}\phi_1 + A_{23}\phi_2 + A_{33}\phi_3)^2}{|A|^2} \dots\dots\dots(2.2.56) \end{aligned}$$

ここで各要素のエネルギー汎関数  $F_e$  は(2.2.2) より

$$\begin{aligned} F_e &= \iiint \frac{1}{2} \varepsilon |\text{grad } \phi|^2 dv \\ &= \iiint \frac{1}{2} \varepsilon \left\{ \left( \frac{\partial \phi}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right)^2 \right\} \\ &\quad r d\theta dz dr \dots\dots\dots(2.2.57) \end{aligned}$$

となり軸対称のとき  $\frac{\partial \phi}{\partial \theta} = 0$ .  $r \rightarrow x, z \rightarrow y$  とすると

$$\begin{aligned} F_e &= 2\pi \cdot \frac{1}{2} \varepsilon \iint \left\{ \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 \right\} x dx dy \\ &= 2\pi \cdot \frac{1}{2} \varepsilon \iint \left\{ \frac{(A_{12}\phi_1 + A_{22}\phi_2 + A_{32}\phi_3)^2}{|A|^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{(A_{13}\phi_1 + A_{23}\phi_2 + A_{33}\phi_3)^2}{|A|^2} \right\} \dots\dots\dots(2.2.58) \end{aligned}$$

したがって、面積座標系で積分を行なうと

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_e}{\partial \phi_1} &= \frac{x_0}{\Delta} \left\{ (A'_{12}{}^2 + A'_{13}{}^2) \phi_1 + (A'_{22}A'_{12} + A'_{23}A'_{13}) \phi_2 \right. \\ &\quad \left. + (A'_{32}A'_{12} + A'_{33}A'_{13}) \phi_3 \right\} \\ &= B_{11}\phi_1 + B_{12}\phi_2 + B_{13}\phi_3 \dots\dots\dots(2.2.59) \end{aligned}$$

ここに $A'_{12}$ ,  $A'_{13}$ などは積分を面積座標で行なった時の $A_{12}$ ,  $A_{13}$ などの値を示すものである。

同様に

$$\frac{\partial F_e}{\partial \phi_2} = B_{21} \phi_1 + B_{22} \phi_2 + B_{23} \phi_3 \quad \dots\dots\dots(2.2.60)$$

$$\frac{\partial F_e}{\partial \phi_3} = B_{31} \phi_1 + B_{32} \phi_2 + B_{33} \phi_3 \quad \dots\dots\dots(2.2.61)$$

場全体の電位分布は全体のエネルギーが最小となるように分布するので

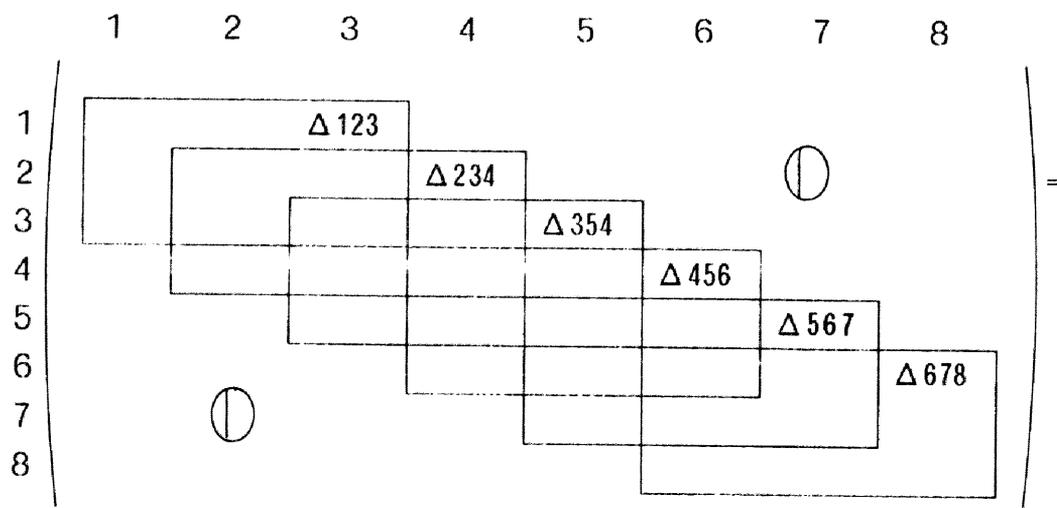
$$\sum_e \frac{\partial F_e}{\partial \phi_j} = 0 \quad \dots\dots\dots(2.2.62)$$

図 2.2.3 で示した場の各要素について(2.2.59)~(2.2.60)に対応する $(B_{ij})$ 行列を求めると例えば次のようになる。

$$\text{要素①: } \Delta 123 \Rightarrow \begin{pmatrix} 199.58 & -99.79 & -99.79 \\ -99.79 & 99.79 & 0.0 \\ -99.79 & 0.0 & 99.79 \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots(2.2.63)$$

$$\text{要素②: } \Delta 234 \Rightarrow \begin{pmatrix} 110.12 & 0.0 & -110.12 \\ 0.0 & 110.12 & -110.12 \\ -110.12 & -110.12 & 220.24 \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots(2.2.64)$$

いずれも各要素マトリクスが対称であることがわかる。これを全体場のマトリクスに重畳すると次のようになる。



199.58	-99.79	-99.79	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
-99.79	209.91	0.0	-110.12	0.0	0.0	0.0	0.0
-99.79	0.0	557.76	-390.0	-69.97	0.0	0.0	0.0
0.0	-110.12	-390.0	580.0	0.0	-79.96	0.0	0.0
0.0	0.0	-69.97	0.0	1323.58	-1198.68	-54.93	0.0
0.0	0.0	0.0	-79.96	-1198.68	1343.66	0.0	-65.02
0.0	0.0	0.0	0.0	-54.93	0.0	1095.23	1040.3
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-65.02	1040.3	1105.32

.....(2.2.65)

全体マトリクスを再び  $(A_{ij})$  とおくと(2.2.62)(2.2.65)式より

$$(A_{ij})(\phi_j) = (K) \quad \text{.....(2.2.66)}$$

を解くことがLaplaceの方程式(2.2.9)を解くことと等価となる。

ここで(2.2.26)式の定数ベクトル  $(K)$  に電位境界条件すなわち

$$\phi_1 = \phi_2 = 100.0 \text{ volt} \quad \text{.....(2.2.67)}$$

$$\phi_7 = \phi_8 = 0.0 \text{ volt}$$

与えることによって(2.2.26)式を解くと未知の  $\phi_3, \phi_4, \phi_5, \phi_6$  が求まる。なおSOR法の加速係数  $\omega$  は  $\omega = 1.82$  を用いた。この手計算計算結果を、汎用プログラムによる結果と併せて理論解析解と比較すると表 2.2.1 および表 2.2.2 のようになる。

表 2.2.1 電位値計算結果

	$\phi_1$	$\phi_2$	$\phi_3$	$\phi_4$	$\phi_5$	$\phi_6$	$\phi_7$	$\phi_8$	SOR 収束回数
手 計 算 (1次要素)	100.0	100.0	75.96 (0.52)	75.86 (0.65)	42.19 (0.89)	42.15 (0.99)	0.0	0.0	41
汎用プログラム (1次要素)	100.0	100.0	75.96 (0.52)	75.84 (0.68)	42.22 (0.82)	42.14 (0.10)	0.0	0.0	43
理 論 値	100.0	100.0	76.36	76.36	42.57	42.57	0.0	0.0	—

( )内は理論値に対する誤差

表 2.2.2 最大電界計算結果

	最 大 電 界 値	誤 差 %	要 素 数	SOR 収 束 回 数
手 計 算 (1次要素)	2.403	13.2	6	41
汎用プログラム (1次要素)	2.4156	12.7	6	57
”	2.7740	0.20	100	92
汎用プログラム (2次要素)	2.7565	0.44	6	43
”	2.7653	0.12	100	252
理 論 値	2.7686	—	—	—

この結果より以下のようにまとめることができる。すなわち手計算によっても充分高い精度で電位値が得られるのに対し、電界値は、2.2.1で予想したように、要素数の少ない時には大きな誤差が生じ、2次要素を用いることによって大きな精度改良が得られる。

手計算と汎用プログラムとの間の誤差は電界値で約0.6%であり、手計算の場合に桁落ちさせた結果が誤差となって現われていることが予想される。

いずれにしても上記の結果より、定式化そのものの正しさと、汎用プログラム化の正確さが検証された。

### 2.3 有限要素法の改良—要素再分割法の開発—

有限要素法による電界計算誤差が要素の分割数に依存することはすでに述べた通りであるが、ここではその定性的、定量的把握と、その検討結果に基づく再分割による精度改良方法の開発についてまとめる<sup>(2)(3)</sup>。

計算精度は、分割要素数のみならず要素の形状にも影響を受けるので、ここでは同一形状のまま分割要素数のみ変化させて計算を行なった。すなわち、図 2.2.4 で示

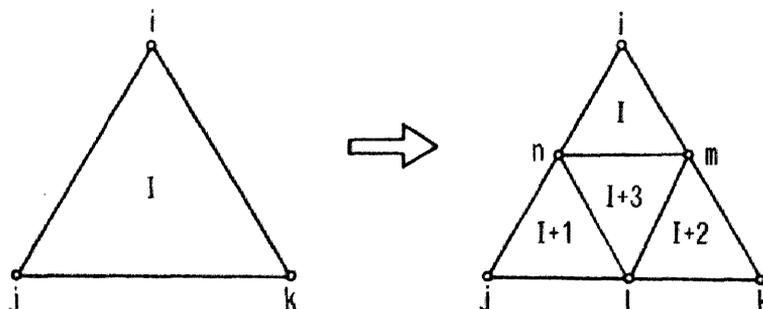


図 2.2.4 要素の再分割

すようにひとつの要素を1回の繰り返しで相似形の4つの要素に分割する。したがって (NE) を要素数とし、n を再分割の繰り返し回数とすれば、

$$(NE)_{n+1} = 4 * (NE)_n \dots\dots\dots (2.2.68)$$

となりこの時節点数 (NP) および辺の数 (IS) は次のようになる。

$$(NP)_{n+1} = (NP)_n + (IS)_n \dots\dots\dots (2.2.69)$$

$$(IS)_{n+1} = (IS)_n * 2 + (NE)_n * 3 \dots\dots\dots (2.2.70)$$

このようにして再分割を繰り返してゆくときの、計算精度の向上してゆく過程を図 2.2.5 に示す。図 2.2.5 は同図(a) に示すような 2次元・2媒質場における要素分割と計算結果—等電位面を表わしており、同図(b) を初期形状とし、以下(c)(d)(e)(f)と 4回の再分割を繰り返したものである。(以降高電圧電極の電位を規格化して100%と%値で表示する。)

図 2.2.5 において (b) → (c) → (d) → (e) → (f) と繰り返しが進むにつれて電位値と、接線方向電界値とが改善されてゆくことがわかる。この時の誘電体(スパーサ) ABに沿った接線方向電界値と電位の分布の変化をみると図 2.2.6 に示すようになる。

同様に軸対称3次元について、図 2.2.4 に示した再分割を行なってゆくと、等電位面は例えば図 2.2.7 に示すように変化する。この場合特に電界値の変化の大きい軸対称電極近傍において誤差の大きいことがわかる。

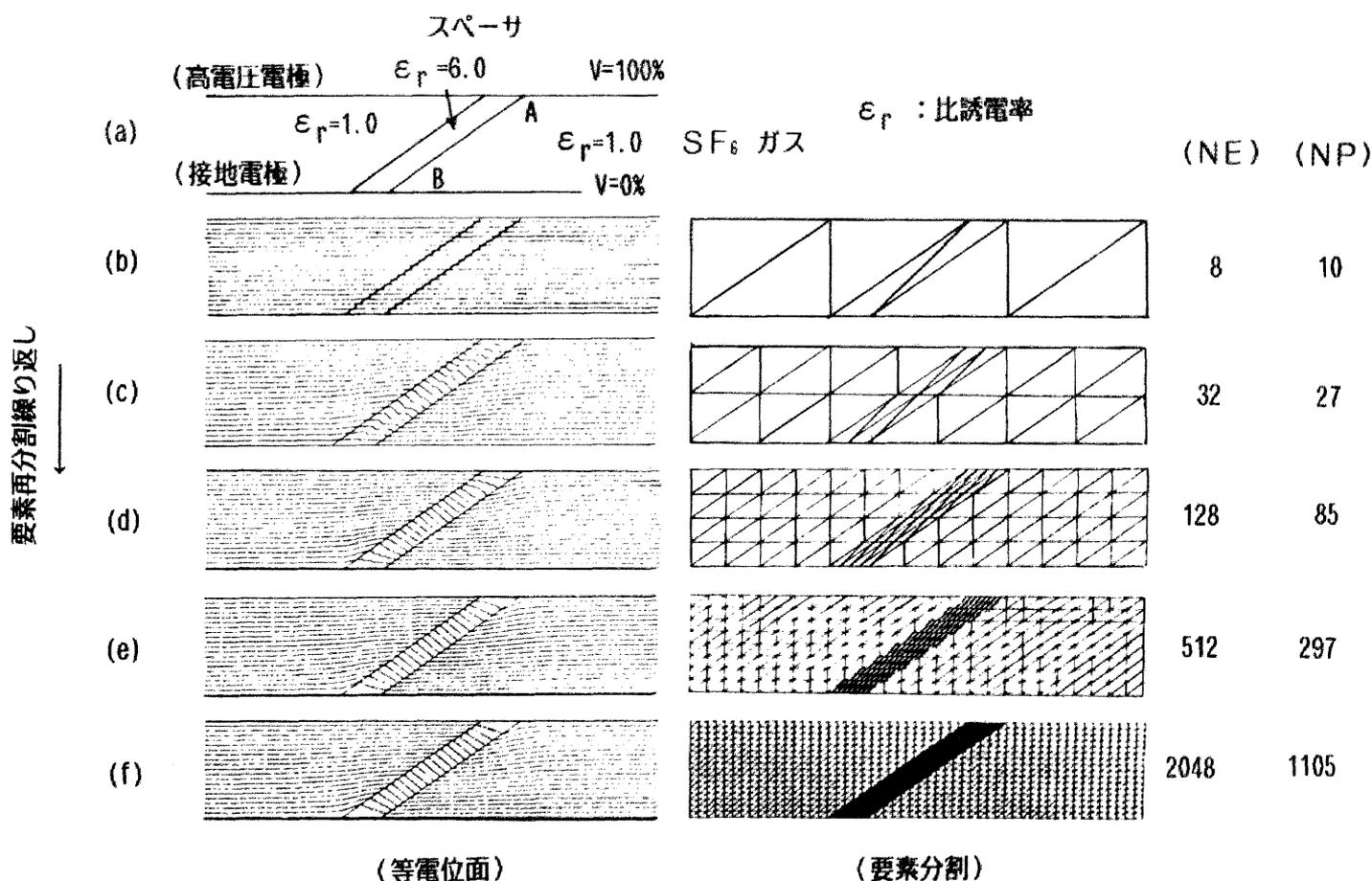


図 2.2.5 要素再分割と等電位面の変化 (2次元)

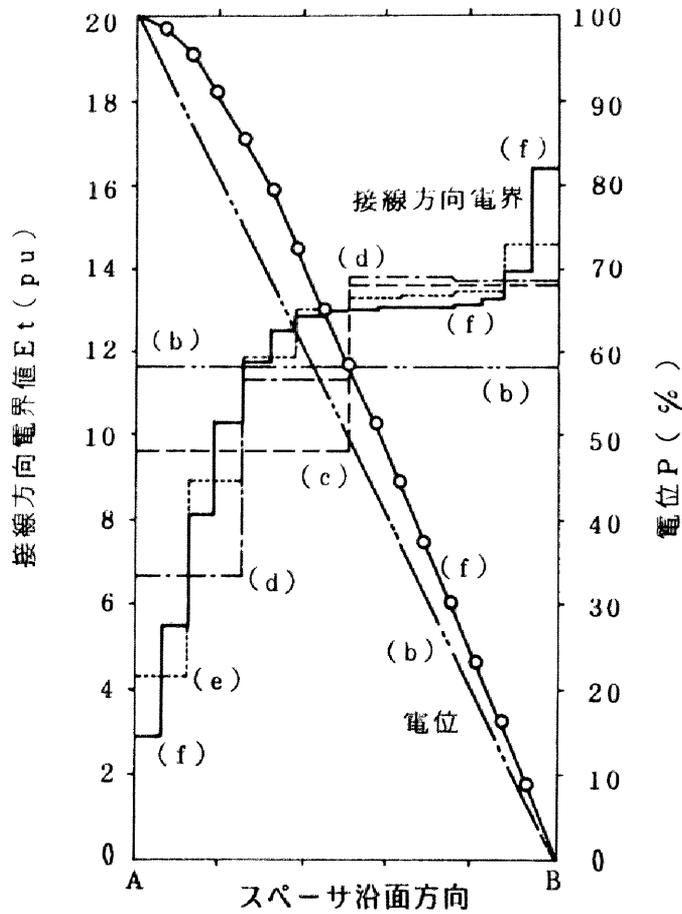


図 2.2.6 接線方向電界値と電位の分布 ( (b)(c)(d)(e)(f)は図 2.2.5 に示した繰り返しステップに対応)

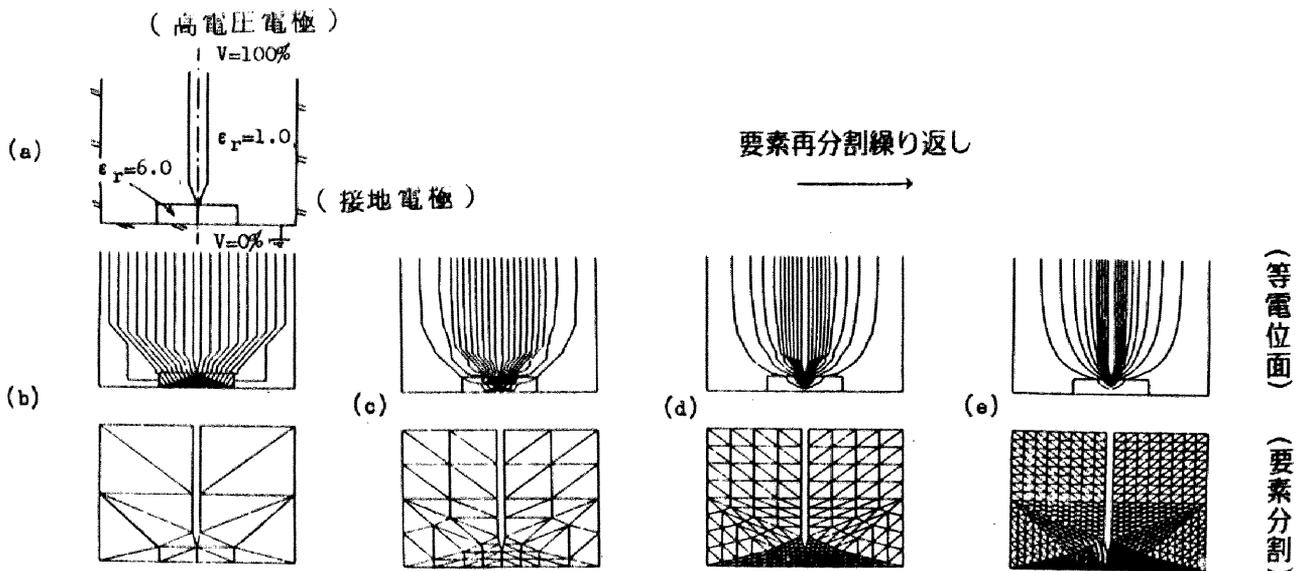


図 2.2.7 要素再分割と等電位面の変化 (軸対称 3次元)

図 2.2.4 で示した再分割方法に依れば、要素の再分割はすべて相似形で行なわれるので、再分割を何度繰り返しても分割の規則性は失なわれず、また各節点当りの辺の数が再分割によっても増加することがないので、連立一次方程式の係数行列のバンド幅が増すことが無いという長所を有する。

このような再分割の繰り返しは、計算機容量の限界まで行なうことができる。一方これらの結果より、各繰り返し時点の電界値を級数で表現し、より効率よく電界値を外挿できるものと考えられる。

すなわち再分割を繰り返してゆく各ステップの電界値  $E(x)$  をとり、有限回の繰り返し値から無限回の繰り返し時における電界値  $E_0(x)$  を以下の漸近級数(2.2.71)式を用いて外挿する方法を開発した。

$$E(x) = \sum_{i=0}^n \frac{a_i}{x^i} \dots\dots\dots (2.2.71)$$

$$x = \ln \{ (NE)_i / (NE)_i \} \dots\dots\dots (2.2.72)$$

$$\therefore E_0(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} E(x) \dots\dots\dots (2.2.73)$$

このように、実際には最大繰り返し回数  $n$  が 4～6 などの有限であっても(2.2.71)～(2.2.73)において  $n \rightarrow \infty$  と置く事によって、無限回の繰り返しに相当する電界値、すなわち無限個の要素分割を行なった時に相当する電界値  $E_0(x)$  を容易に推定することができる。

実際に計算を行なう再分割数  $n$  を多数回取れない場合には、外挿時に  $n \rightarrow \infty$  とするよりも  $n \rightarrow n+1$  あるいは  $n \rightarrow n+2$  程度とした方が精度が向上することがわかっている。これは、近い範囲の方が外挿精度が高いためである。この時の電界推定値を  $E_0(x)$  とする。本計算時のフローチャートを図 2.2.8 に示す。

以下では実例によって  $E_0(x)$  あるいは  $E_0(x)$  ( $n \rightarrow n+1$  あるいは  $n \rightarrow n+2$ ) を求めてみる。図 2.2.9 に示す同軸円筒形状において、1次多項式(1次要素)、および2次多項式(2次要素)を用いて、 $n=1 \sim n=5$  までの再分割繰り返しを行なった時の最大電界強度の変化が同図に示されている。

特に  $a/d=0.25$ 、1次要素について、(2.2.71)～(2.2.73)の漸近級数外挿法を適用すると表 2.2.3 に示す結果が得られる。表 2.2.3 には実際に計算を行なった再分割繰り返し数  $n=5$  であるので  $n \rightarrow n+1=6$ 、 $n \rightarrow n+2=7$  および  $n \rightarrow \infty$  と外挿した時の結果がまとめてある。この場合は  $n \rightarrow \infty$  よりも  $n \rightarrow n+2$  の場合が最も高精度で求められている。 $n \rightarrow n+1$  の外挿によって誤差が  $1/2$  に減少することも示されている。

以上示したように、この新しい漸近級数外挿法を適用することによって効率よく有限要素法の計算精度を向上させることが確認された。

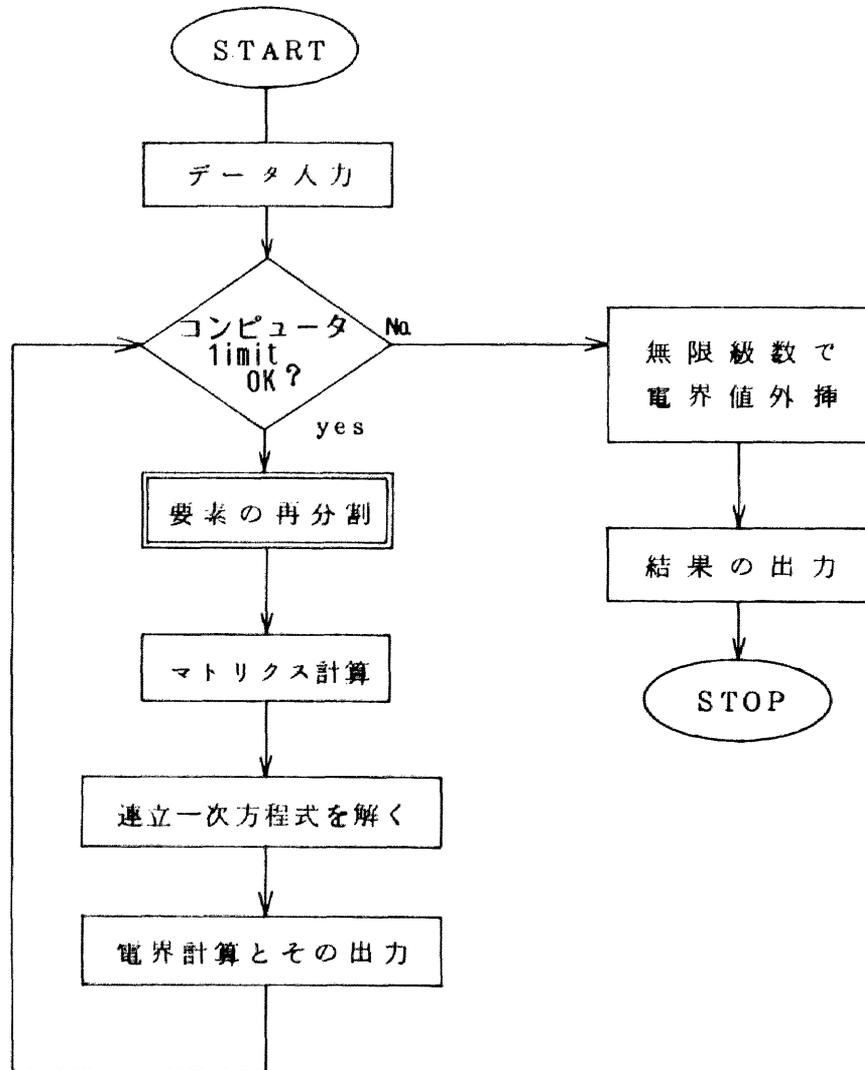


図 2.2.8 計算のフローチャート

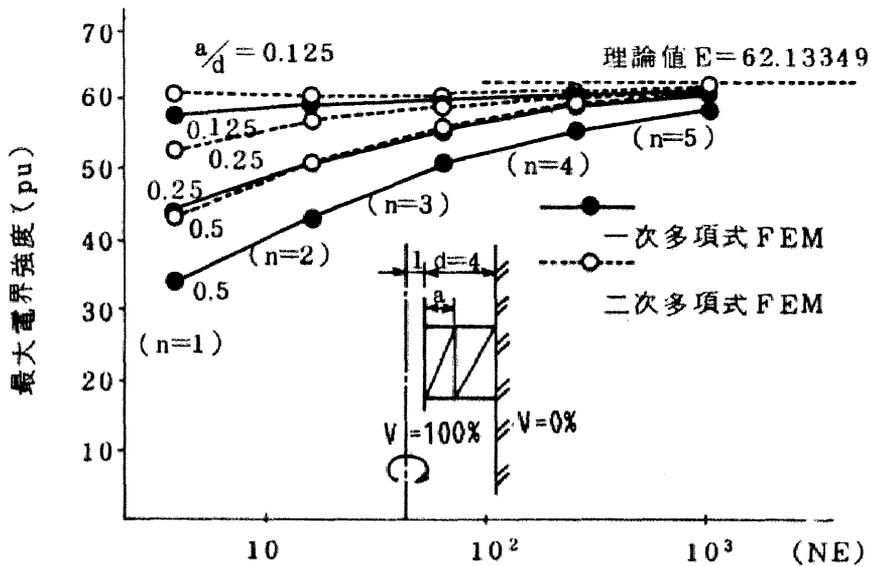


図 2.2.9 同軸円筒電極と再分割による電界値の収束

表 2.2.3 再分割による外挿法適用結果 ( $\frac{a}{d} = 0.25$ , 1次多項式)

	n	高電圧電極上の電界値	計算誤差
計 算 値	1	44.275 (Pu)	28.74 (%)
	2	50.565	18.62
	3	55.589	10.53
	4	58.671	5.57
	5	60.342	2.88
外 挿 値	6	$E'_0(x)$ 61.263	1.40
	7	$E'_0(x)$ 61.783	0.56
	$\infty$	$E_0(x)$ 60.793	2.16
理 論 値	-	62.1335	-

#### 2.4 プログラムの汎用化と適用場の拡大

計算原理の定式化と誤差検討結果をもとに、有限要素法電界計算プログラムを汎用化し、適用場の拡大を行なった。入出力の汎用化に対しては、ディジタイザの導入による座標自動読み取りおよび自動要素分割プログラムの開発、ならびに等電位面、電界ベクトル図のグラフィックディスプレイ出力を可能とした。これらの機構は、通常の変圧器絶縁設計時に本プログラムを使用する上で最低限必要とされるものである。

一方、変圧器内各部の他、全体場の計算を可能とするために、使用最大要素数・最大節点数の拡大を計った。そのためには計算機メモリの有効利用が必要であり、マトリクス内の零要素の省略と節点当りの辺数最適化法を導入し、最適バンドマトリクスを作成した。さらにはバンドマトリクスの対称分の省略も行なわれ、SOR法の適用では、収束状況に応じた最適加速係数の自動設定を行なった。

本汎用プログラムによる実際の計算結果はすでに表 2.2.1, 表 2.2.2 に示した通りであるが、実際の変圧器絶縁設計に適用した例については第5章にまとめて示す。

## 2.5 まとめ

有限要素法による電界計算の課題を明確にし、精度改良ならびに適用場の拡大・汎用プログラム化を進めた。

要点を列挙すれば次のとおりである。

- (1) 有限要素法の定式化より、誤差発生分析を行なった。
- (2) 手計算と解析理論解との比較ならびに汎用プログラム計算結果との比較検討により、定式化の検証を行ない、汎用プログラムのアルゴリズムの正確さを確認した。
- (3) 要素再分割を繰り返す手法により、要素分割数と計算精度との関係を定性的・定量的に明らかにした。
- (4) 要素再分割法の原理に基づき、漸近級数を用いた外挿法を新たに開発し、簡単に精度を向上させる方法を提案し、検証した。それによれば、新たに計算することなく、等価的に $4^1$ 倍、 $4^2$ 倍などの要素数で計算した時に相当する結果を得ることができ、誤差が $1/2$ 、 $1/5$ 程度となることを確認した。
- (5) 汎用プログラムを作成し、入出力の汎用化、計算場の拡大を行なった。
- (6) 変圧器絶縁設計への適用上の問題点を解決した。

## 2.6 文 献

- (1) O. C. Zienkiewicz: The Finite Element Method in Engineering Science, McGraw-Hill (1971)
- (2) H. Okubo, et al: Archiv f. Elektrotech. 60, P27 (1978)
- (3) H. Okubo, et al: ISH-79, Milano, 11.05 (1979)
- (4) R. Leyvraz: ISH-75, Zürich. (1975)
- (5) W. Hoppe: ISH-75, Zürich. (1975)
- (6) 加藤: 東京大学博士論文 (1976)
- (7) 根本: 電気学会情報処理研究会, IP-74-16 (1974)
- (8) O. W. Anderson: IEEE PES Meeting, F77 183-7 (1977)
- (9) P. Silvester: INT. J. Engng. Sic., 7, P809 (1969)
- (10) 鷺津: 弾性学の変分原理概論, 培風館, P55 (1972)
- (11) 藤野: 熱伝導と熱応力, 培風館 (1972)
- (12) 宇田川, 他: 数学公式 (I) (II) (III) 岩波書店 (1973)

## 第3章 コンビネーション法の開発

### 3.1 まえがき

数値計算による電界解析手法は、大別して領域計算法と境界計算法とに分けられる。それぞれの計算法の中で最近の進歩が著しく、また各分野で幅広く用いられている代表的な手法が有限要素法と電荷重畳法である。この両手法は上記計算法の違いから計算原理は全く異なっており、したがって計算上の特徴ならびに用いられる場の特徴も大きく相違している。

例えば、電荷重畳法はプログラミングが比較的容易で計算精度が高いが、あまり複雑な場の計算には不向きである。また電荷重畳法は部分場や無限遠を含む場の計算に適しており、逆に多媒質場や複雑な形状場、空間電荷や漏れ抵抗を含む特殊場の計算には不向きである。一方、有限要素法は上記した電荷重畳法の特徴を示す傾向についてほぼ相反する特徴を有していると言うことができる。したがって、この両者を空間的に結合させた手法を考えると、両者の長所を有し短所を補い合って計算精度の高い汎用的手法を得ることができる<sup>(1)(2)(3)</sup>。ごく単純な場の計算は別として、一般には一つの場でも部分的に別々の計算手法を用いたほうが精度が向上することが多々あり、またこれまで単一の手法のみでは解くことが困難であったり、あるいは近似的に解いていたような場でも、上記両手法の結合された手法によれば容易に解くことができる場合が生ずる。

一方、これまでに有限要素法による半無限空間の取扱いについては、例えば周囲に仮想境界を設け、その中で有限要素法、その外では半無限空間を満足するグリーンの定理を適用して解析的に解く方法など、波動問題の分野を中心に幾つかの報告例がある<sup>(1)(2)(11)(12)</sup>。しかし、ここで考える有限要素法と電荷重畳法との結合による解法は、半無限空間の処理のための方法ではなく、有限要素法の周囲にある電荷重畳法の領域の計算にも重点を置いた手法であり、結果として半無限空間の処理も問題なく行なえるという特徴を持っている。この点で従来の方法とは区別して考えることができ、新しい考え方に立脚したより一般的な手法であると言える。

変圧器絶縁についてみれば、この計算法は巻線内部の詳細計算などのような、複雑な形状を局部的に計算する場合や、ブッシングなどの多媒質開空間場の高精度計算に最も適した計算法として考えられる。

本章では、上記電荷重畳法と有限要素法を空間的に結合した手法をコンビネーション法と名付け、その原理・計算精度などの開発結果を述べる。

3.2 電荷重畳法と有限要素法 (4)(5)(6)(7)(13)

電荷重畳法は Laplace の方程式をその数学的線形性を利用し、点電荷、リング電荷などのいわゆる特解の重畳解として表わすものである。2次元場、軸対称3次元場、一般3次元場いずれにも適用でき、電位係数の概念を用いて境界条件を与えると、電荷重畳法の基本式として次式を得る。

$$(P)(Q) = (\Phi) \dots\dots\dots(2.3.1)$$

ここに (P) : 電位係数マトリクス, (Q) : 電荷量ベクトル,  
(Φ) : 電位ベクトル,

このように電荷重畳法では、電極形状を表わす輪郭点および電荷の位置座標の関数として表わされる電位係数マトリクス (P) および輪郭点上の電位 (Φ) という既知量より、未知電荷量 (Q) を求めるという連立一次方程式に帰着されることがわかる。媒質が一つのときには、(P) は零要素のない非対称マトリクスとなる。2媒質のときは電界係数が導入され、零要素が現われるがマトリクスは非対称である。

一方、有限要素法では全体場を有限個の要素に分割し、各要素内で成立する電位近似関数を仮定し、全体場の静電エネルギーを最小にすることによって Laplace 方程式を等価的に解くもので、最終的には節点 i の電位  $\phi_i$  を求める。

静電エネルギー汎関数は場の誘電率を  $\epsilon$  とすると

$$F = \iiint \frac{1}{2} \epsilon (\text{grad} \phi)^2 dv \dots\dots\dots(2.3.2)$$

で支えられ、F を最小にするための条件式

$$\frac{\partial F}{\partial \phi_i} = 0 \dots\dots\dots(2.3.3)$$

により最終的には次式で表わされる多元連立一次方程式が得られる。

$$(T)(\Phi) = (B) \dots\dots\dots(2.3.4)$$

ここに、 $(\mathbf{T})$ ：要素マトリクス of 合成されたマトリクス、 $(\Phi)$ ：各節点の電位値を表わすベクトル、 $(\mathbf{B})$ ：定数ベクトルである。節点関係および静電エネルギーの形より、マトリクス $(\mathbf{T})$ は零要素の多いバンドマトリクスとなり、対称である。このように、電荷重畳法と、有限要素法は全く違った原理に基づき、求める未知数はそれぞれ電荷量と電位というように異なっているが、帰結する方程式は(2.3.1)、(2.3.4)式のように全く同じ形の連立一次方程式となる。

さて、表 2.1.1 で示したように各種計算法はそれぞれの特徴を有しており、周囲境界を有しない場合や局所場の計算、あるいは電荷による等電位面を重ね合わせる原理より一般に曲線形状の電界計算には電荷重畳法が有利に用いられ、精度も高く、逆に有限要素法は不利となる。一方多数誘電体場や複雑な形状をした場あるいは空間電荷場や漏れ抵抗の存在する場の計算には、有限要素法のほうが有利である。

このような背景より、両計算手法を組合せたいわゆるコンビネーション法を考案した。上記したようにコンビネーション法はそれぞれの計算法を独立では用いられない場に適用されるので適用場が拡大され、単独で用いられる場でも部分的に分離してコンビネーション法を用いれば、部分的にそれぞれ有利な計算法で計算できるので、精度の向上、計算時間の短縮などが期待できる。

数値電界計算法にはこのほかに表面電荷法や差分法などがあるが、いずれも境界計算法と領域計算法とに分類した場合、境界計算法としての電荷重畳法、および領域計算法としての有限要素法にそれぞれ含まれるので空間的結合手法を考える場合、電荷重畳法と有限要素法とによるコンビネーション法を考えれば十分であろう。この意味で、コンビネーション法は境界計算法と領域計算法との組合せであるとも言うことができる。

### 3.3 計算原理

コンビネーション法では、計算される全体場を電荷重畳法で計算する領域(CS領域とする)および有限要素法で計算する領域(FE領域とする)に分割する。この両領域の間にできる面を結合面と称する。計算法の特徴より、無限に広がる開放空間に電荷重畳法を用い、周囲に囲まれた空間に有限要素法を使用する場が多いので、その場合を基本として領域の分割概念を図 2.3.1に示す。

CS領域・FE領域それぞれの内部では、当然それぞれの手法をそのまま使い、(2.3.1)式および(2.3.4)式が成立する。コンビネーション法の問題点は両領域をいかに結合させるか、すなわち両領域の結合上の処理にあり、一般には結合面上で電位および電束密度の法線方向成分の連続性条件を用いる。CS領域から見たとき、FE領域内部は電位の分布した一種の電極とみなすことができ、したがって結合面上に与えた $n_G$ 個の輪郭点(以下、結合点とする)の電位 $\phi_G$ が未知境界値となり、それに対応した電荷の電荷量が未知数となる。一方、FE領域から見たCS領域は同様にFE領域の周囲境界とみなすことができ、 $n'_G$ 個の結合点上の電位そそのものが未知境界値となる。

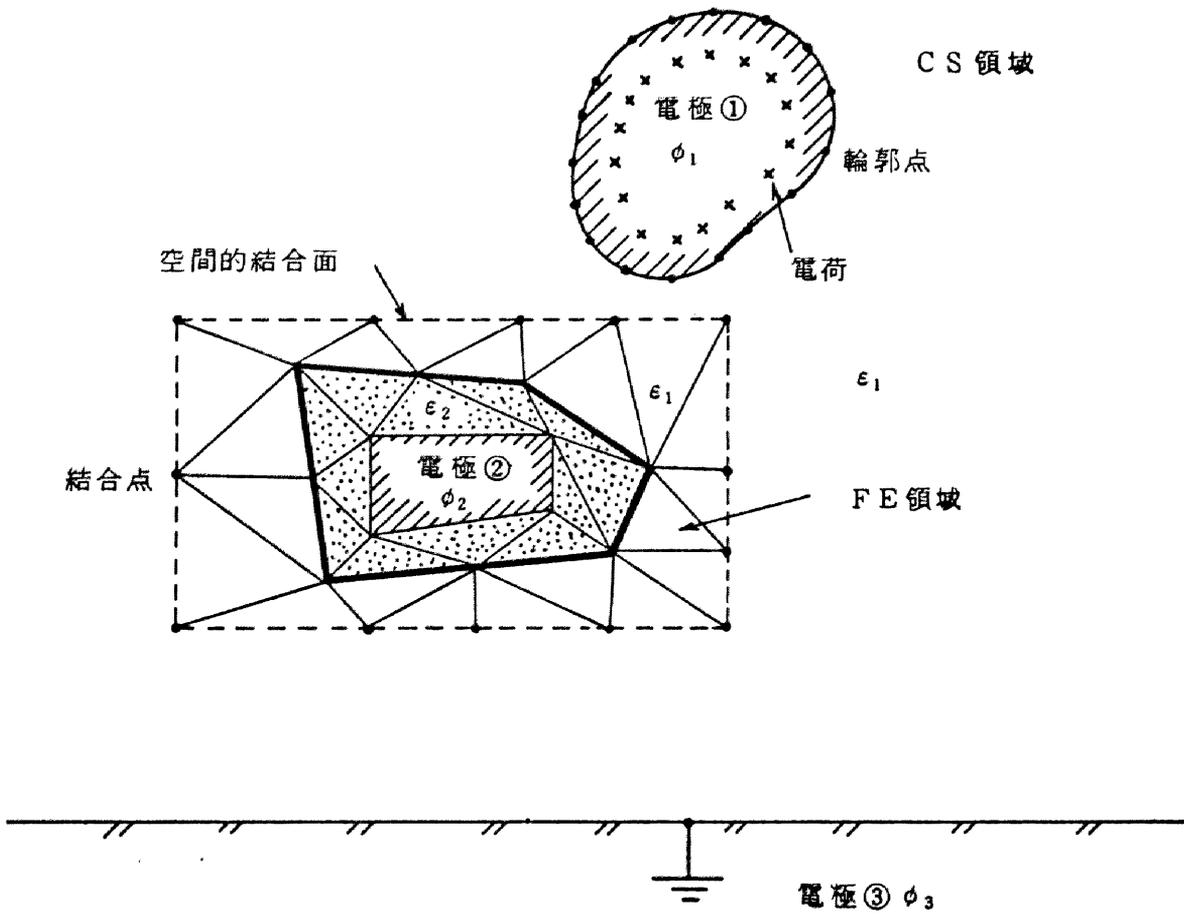


図 2.3.1 領域の分割

表 2.3.1 未知数

$n_L$	CS領域内の電荷数
$n_G$	結合面上に与えた輪郭点数 (結合面内に与えた電荷数)
$n'_G$	結合面上に与えた電位節点数
$n_F$	FE領域内の節点数

このようにして未知数は表 2.3.1 に示すようになる。結合面上に与えた結合点数は両領域とも同数にとるので

$$n'_G = n_G \dots\dots\dots (2.3.5)$$

となる。したがって、場全体の未知数Nは

$$N = n_L + n_F + 2 n_G \dots\dots\dots (2.3.6)$$

となる。N個の未知数がすべて求めれば、CS領域内では $n_L$ 個の電荷 $Q_L$ と $n_G$ 個の電荷 $Q_G$ によって電位・電界計算ができ、FE領域内では $n_F$ 個の電位 $\phi_F$ と $n_G$ 個の電位 $\phi_G$ によって電界計算ができる。

さて、逆に与えられる条件式としてはCS領域内の輪郭点の電位境界条件より $n_L$ 個、FE領域内のエネルギー最小条件より $n_F$ 個が与えられ、結合点上での電位および電束密度の法線成分連続条件より $2 n_G$ 個が与えられるので、合計N個の条件式が与えられる。

結合面と結合面上に配置した結合点、それに対応する結合点電荷の様子を図 2.3.2 に示す。以下に与えられる条件式のうち結合面に関するものをまとめる。まず結合面における電位連続条件より

$$\phi_{i(CS)} = \phi_{i(FE)} \quad (i = 1 \sim n_G) \dots\dots\dots (2.3.7)$$

が得られ、CS領域側で計算されるi番目の結合点上の電位 $\phi_{i(CS)}$ は電位係数 $P(i, j)$ および未知電荷 $Q_j$ により、

$$\phi_{i(CS)} = \sum_{j=1}^{n_L + n_G} P(i, j) Q_j \quad (i = 1 \sim n_G) \dots\dots\dots (2.3.8)$$

と表わされる。一方、同様のFE領域側から計算される電位 $\phi_{i(FE)}$ はそれ自身が未知数となる。

結合面上における第二の条件である電束密度Dの法線成分の連続性条件より、

$$D_{ni(CS)} = D_{ni(FE)} \quad (i = 1 \sim n_G) \dots\dots\dots (2.3.9)$$

が得られる。したがって、結合面を誘電体境界面上にとると次の(2.3.10)式が、また同一誘電体内にとると(2.3.11)式が成立する。

$$E_{ni(CS)} = (\epsilon_{(FE)} / \epsilon_{(CS)}) E_{ni(FE)} \dots\dots\dots (2.3.10)$$

$$E_{ni(CS)} = E_{ni(FE)} \dots\dots\dots (2.3.11)$$

CS 領域

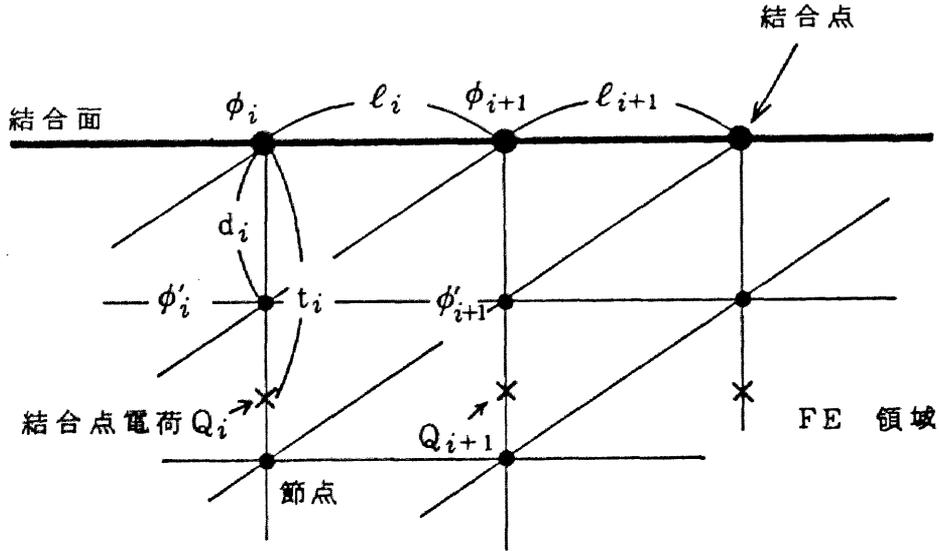


図 2.3.2 結合点と結合点電荷

ここで、 $E_{ni(CS)}$  および  $E_{ni(FE)}$  は次のように表わされる電界成分である。

$$E_{ni(CS)} = \sum_{j=1}^{n_L + n_G} F_n(i, j) Q_j \quad (i = 1 \sim n_G) \quad \dots\dots\dots (2.3.12)$$

$$E_{ni(FE)} = - \{ \phi_{i(FE)} - \phi_{i(CS)} \} / d_i \quad \dots\dots\dots (2.3.13)$$

ここに、(2.3.9) ~ (2.3.13)式における  $n$  は法線方向を示し、 $F_n(i, j)$  は法線方向の電界係数である。また  $d_i$  は図 2.3.2 に示すように  $i$  番目の結合点における電位差分近似点間の距離である。図 2.3.2 における  $t_i$  は、結合点と結合点電荷間の距離であり、一般には隣接結合点間の距離  $l_i$  の関係として表わされ、

$$t_i = k \cdot l_i \quad \dots\dots\dots (2.3.14)$$

となる。  $k$  は定数であるが、一般の電荷重畳法で用いられている 1.0 ~ 1.5 などの値が適している。

以上示したように、(2.3.7) ~ (2.3.13)式によりCS領域とFE領域間の結合面条件ができたので、各領域内で単独で成立する(2.3.1), (2.3.4)式を加えて最終的にコンビネーション電界計算法の解くべき方程式として次の(2.3.15)式に示す多元連立一次方程式を得る。

	$n_1$	$n_2$	$n_3$	$n_4$			
$n_1$	$A_{11}$	$A_{12}$	0	0	$\times$	$Q_L$	$\phi_L$
$n_2$	$A_{21}$	$A_{22}$	$A_{23}$	0		$Q_G$	0
$n_3$	$A_{31}$	$A_{32}$	$A_{33}$	$A_{34}$		$\phi_G$	0
$n_4$	0	0	$A_{43}$	$A_{44}$		0	0

..... (2.3.15)

ここに

$$\begin{aligned}
 n_1 &= n_L \\
 n_2 &= n_L + n_G \\
 n_3 &= n_L + n_G + n_G \\
 n_4 &= n_L + 2n_G + n_F = N
 \end{aligned}
 \qquad \text{..... (2.3.16)}$$

である。また  $Q_L$ 、 $Q_G$  はそれぞれCS領域および結合点での電荷量を示しており、 $\phi_L$ 、 $\phi_G$  それぞれの電位を示している。

### 3.4 方程式の解法

(2.3.15)式に示したコンビネーションマトリクスのうち、斜線部は電荷重畳法による電位、電界係数から成り立っており、零要素がないかあるいは非常に少ない非対称マトリクスである。また、その他の部分は有限要素法による対称バンドマトリクス部  $A_{44}$ を除いてほとんどが零となっている。また、マトリクスの各行、各列の絶対値間に大きな差がある場合もあり、全体としてマトリクスの状態は悪くなっている。連立一次方程式としては、CS領域で数10～数100元、FE領域で数100～数1000元、結合点領域で数10元となる場合が一般的であり、したがって全体として数1000元の方程式を解くことになる。

マトリクスの状態が悪いので、直接法による解法が望ましいが、数100元を越える場の解法には計算機記憶容量の制限より、もはや内部メモリーのみによる直接法で解くことが困難となり、外部メモリーを用いるために直接法に修正・改良を加えるか、

あるいは反復法によらざるを得ない。

いずれにしても、コンビネーション法では(2.3.15)式に示した状態の悪い多元連立一次方程式をいかに解くかという点が一つのポイントになる。直接法を用いる場合、理論的に厳密解の得られる方法としていわゆる Gauss の消去法などがある。<sup>(8)</sup>

連立一次方程式の元数が多く、計算機の記憶容量が不足する場合には、全体のマトリクスを複数個の部分列に分解し、各部分列に対して行交換と消去交換を行なってゆく改良 Gauss 法を用いれば容易に解くことができる。しかし、元数が増加すると元数のほぼ 3 乗に比例して計算時間が長くなるので、元数が極端に多いときは反復法を用いたほうが効果的である。

反復法としては幾つかの手法が用いられ得るが、全体としてマトリクスには零要素の多いことにより、Gauss-Seidel 法あるいはそれを基にした SOR 法 (Successive Over Relaxation Method) などが用いられる。Gauss-Seidel 法では、(2.3.15)式で示した連立一次方程式を

$$(A_{ij})(X_j) = (B_i) \quad (i = 1 \sim N, j = 1 \sim N) \quad \dots\dots\dots(2.3.17)$$

のように表わしたとき m 回目の繰返しにおける k 行の解  $X_k^{(m)}$

$$X_k^{(m)} = A_{kk}^{-1} \left( B_k - \left\{ \sum_{j=1}^{k-1} A_{kj} X_j^{(m)} + \sum_{j=k+1}^N A_{kj} X_j^{(m-1)} \right\} \right) \quad \dots\dots\dots(2.3.18)$$

として求めるものである。

SOR 法では収束に加速係数  $\omega$  を用いて次式のようなになる。

$$X_k^{(m)} = X_k^{(m-1)} + \omega (X_k^{(m)*} - X_k^{(m-1)}) \quad \dots\dots\dots(2.3.19)$$

ここに、 $X_k^{(m)*}$  は(2.318) 式によって計算された値である。

(2.3.15)式を(2.319) 式を用いてコンビネーション法を解く場合、マトリクスの状態が悪いだけに収束状態が非常に悪く、また加速係数  $\omega$  の選定が難しい。解く場によっては  $\omega \leq 1$  のいわゆる減速係数を用いることも少なくなく、 $\omega$  の値が理論的に求まらず経験に頼らざるを得ないことから、これらの反復法は一般には用いるのに困難を伴なう。反復法を用いてその収束性を改良するために、収束各ステップで加速係数の値を自動的に変化させたり、あるいはマトリクスの状態を考慮して、CS 領域計算時と FE 領域計算時にそれぞれ別の加速係数  $\omega$  を用いるなどが考えられる。これまでの経

驗によれば、収束が悪い場合に、特に後半の繰り返し計算時に減速係数を用いて成功している。

### 3.5 プログラムの汎用化

上述したように、このコンビネーション法は従来の境界計算法と領域計算法を結び合わせた計算法であり、これまで電荷重畳法や有限要素法における計算機入出力汎用化プログラムと全く同じ手法によってプログラムを汎用化することができる。すなわち、一般的には直線および円弧による境界形状入力のみにより、電荷重畳法では輪郭点および電荷の自動配置、有限要素法では自動要素分割が行なわれている。出力としては、プロッタあるいはグラフィックディスプレイなどが用いられる。入力として図面から直接入力できる座標自動読み取り装置 (Digitizer) を導入することも可能である。

一方、一般の各分野において電界を求めるために計算されるべき場として考えられるものを分類すると、

- (1) 電荷重畳法 (あるいは境界計算法) のみによって解かれる場
- (2) 有限要素法 (あるいは領域計算法) のみによって解かれる場
- (3) コンビネーション法によって解かれる場

の3種となる。したがって、電界計算プログラムも最終的には、コンビネーション法一つにすることが可能であり、それを入力指示により電荷重畳法あるいは有限要素法それぞれ単独でも用いることができるように汎用化することができる。コンビネーション法による計算のフローチャートをまとめて図 2.3.3 に示す。

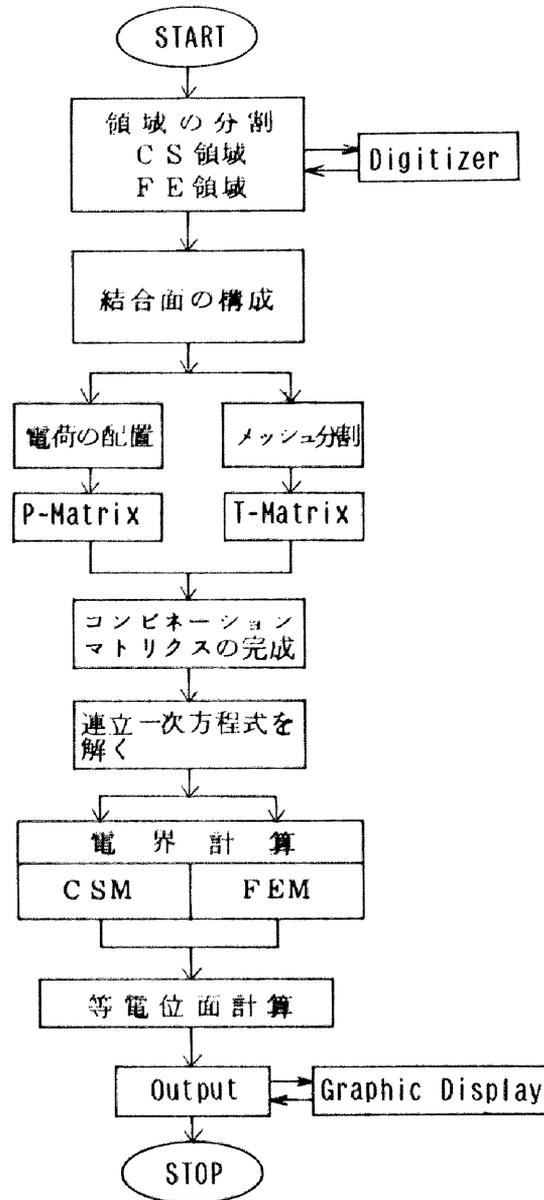


図 2.3.3 フローチャート

### 3.6 精度の検証－2次元場

コンビネーション法による計算精度の検討と応用例を明らかにするために、以下に2次元および軸対称3次元場における計算例を示す。

図 2.3.4 に示すような2次元2媒質円筒対平板場について、コンビネーション法を適用しその計算結果について検討する。この場合、CS領域には無限長線電荷を配置し、Y軸に対し対称性を利用し、またFE領域ではY軸に対し自然境界条件を利用すれば、計算はY軸から右半分のみについて行なえばよい。電位は高電圧電極を  $V = 100\%$  とし、接地電極を  $0\%$  とする。

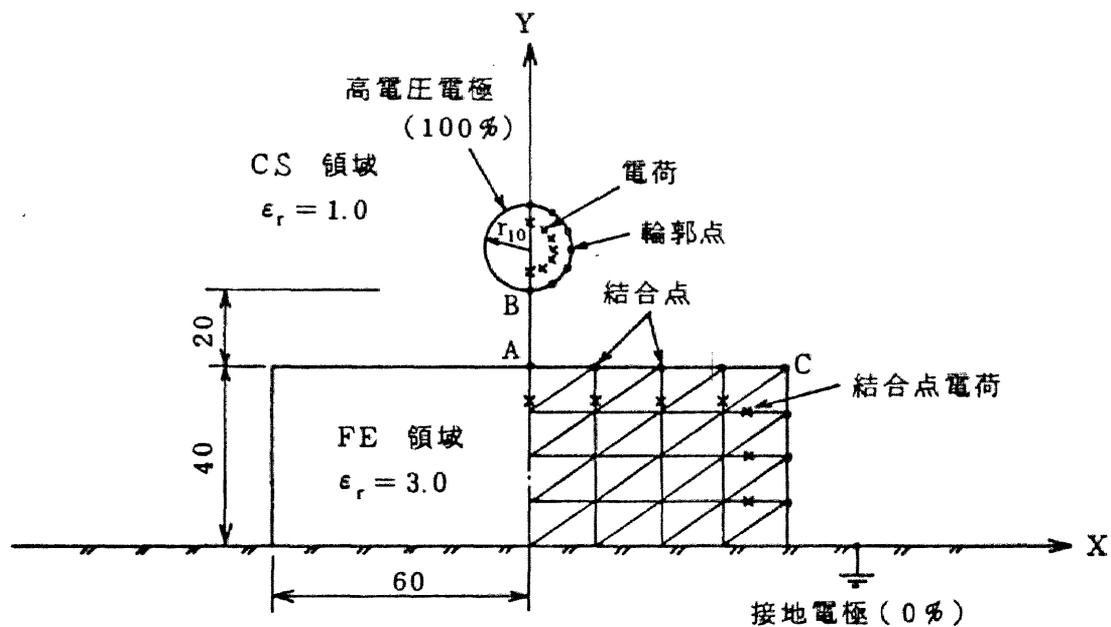


図 2.3.4 2次元 2媒質場

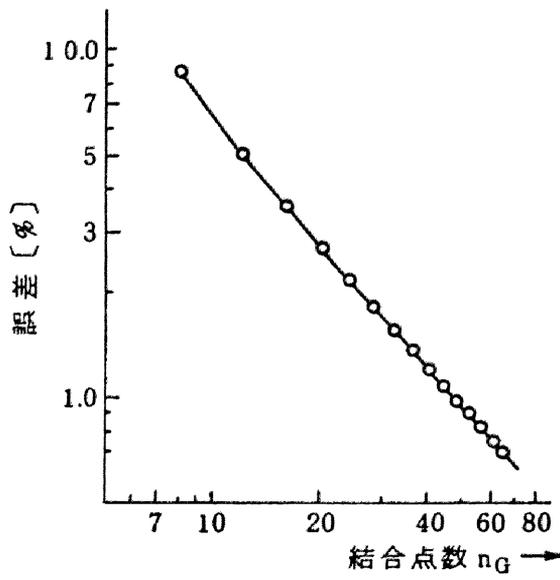
まず、始めに誘電体境界面をそのまま結合面とし、誘電率比を1.0:3.0とし、CS領域内の電荷数を $n_L = 9$ とする。この条件下で結合点数 $n_G$ を種々変化させ計算精度の検討をした。

(2.3.14)式において $k = 1.0$ とし、さらに図 2.3.2 について

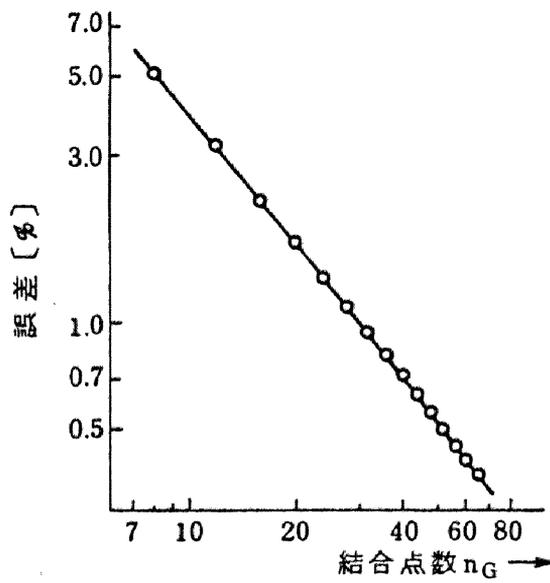
$$\ell_j / \ell_{j+1} = 1.0 \dots\dots\dots (2.3.20)$$

としたときに、誘電体表面中央(A点)における電位および電界の誤差、ならびに高電圧電極中央(B点)における電界誤差の結合点数 $n_G$ に対する変化を図 2.3.5(a)~(c)にそれぞれ示す。ここに誤差の計算は、図 2.3.4 と同一場に電荷を330個配置し電荷重畳法で解いたときの値を基準とした。図 2.3.5 より結合点数 $n_G$ の増加と共にそれぞれの点の計算誤差が単調に減少してゆくことがわかる。

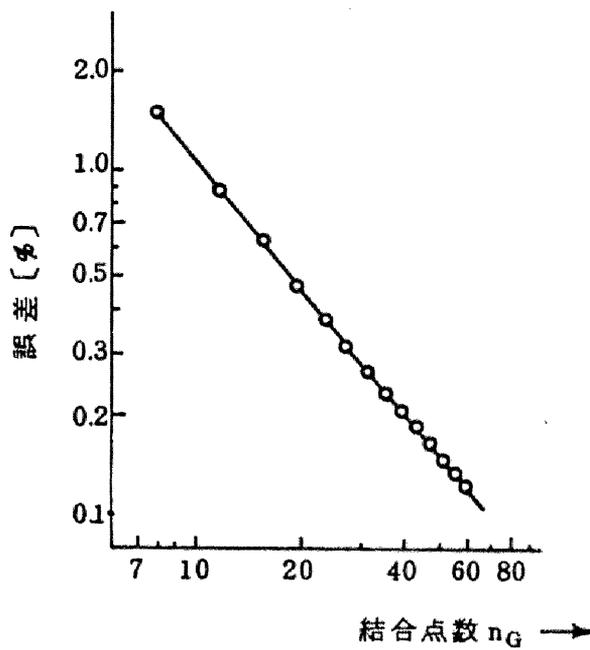
また、A点の電界値誤差について、図 2.3.4 A-C間の結合点数 $n_G$ 、すなわちA-C間のFE領域内要素数による変化を表わしたものが図 2.3.6(a)である。FE領域内の電位近似関数として、一次多項式および二次多項式を用いたときのそれぞれの結果が比較して示してある。図 2.3.6(b)には $n_G$ を一定としたときの $k (= t_j / \ell_j)$ の値がA点の電界値に及ぼす影響が示してある。



(a) A点の電位誤差

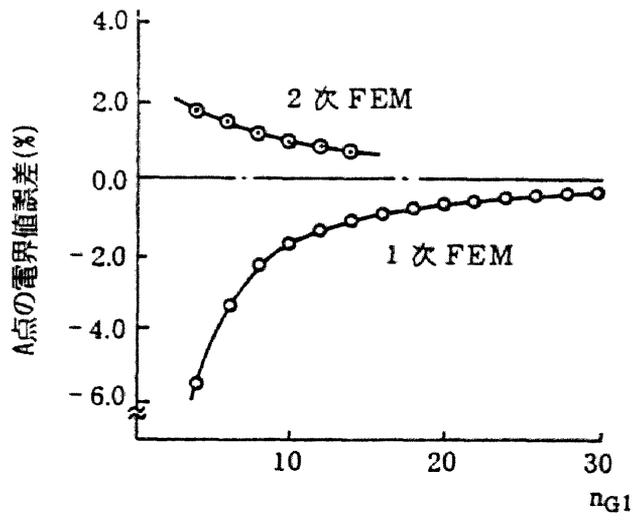


(b) A点の電界誤差

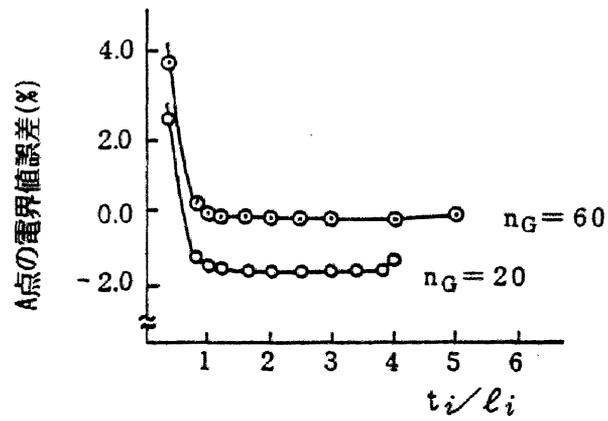


(c) B点の電界誤差

図 2.3.5 計算誤差 (2次元 2媒質場)



(a) A-C 間分割数  $n_{G1}$  の影響



(b) 電荷位置の影響

図 2.3.6 A点の電界値誤差

以上示したいずれの結果も、コンビネーション法が十分な計算精度で用いられていることを示しており、さらにこれまでの計算結果では、 $n_G = 64$ とし結合点をA点からC点に等比級数配列することにより、A点の電位で0.2%以下、電界で0.1%以下の計算誤差内に収めることができることが明らかになっている。

一方、結合面をこれまでのように誘電体境界面でなく、同一媒質中のある空間に持ってくるのが可能であり、この場合には結合面における電界のひずみが生じないので計算精度は更に一層上昇する。

したがって、結合点条件を最適にすれば各計算領域内ではその計算法を単独で用いたときの計算精度が得られるので、全体としても同程度の計算精度となる。

### 3.7 精度の検証－軸対称3次元場

軸対称3次元場ではCS領域にリング電荷および有限長線電荷を適用する。FE領域にも軸対称有限要素法を適用すれば、原理的には2次元場におけるときも全く同様に解くことができる。

軸対称3次元場へのコンビネーション法適用例として図2.3.7(a)に示す電極場を考える。電位は高電圧電極を $V = 100\%$ とし接地電極を $0\%$ とする。この場合のCS領域電荷配置、FE領域要素分割の状況についても同図に併せて示す。コンビネーション法による等電位面計算結果を図2.3.7(b)に示す。結合面上に等電位面の不連続はなく各領域内とも領域に適用された計算法の単独計算時の計算精度がほぼ得られている。

コンビネーション法が有利に動く場は、従来の手法を単独では用いられない場が主体となるので、他の手法と単純に同一場を解いたときの計算時間や計算精度で比較することはできない。しかし、同等の計算を行なっても電荷重畳法のみで計算する場合には、特に薄い固体絶縁物などの存在する場合には必要とする電荷数が増大し、マトリクス計算時間が電荷数のほぼ3乗に比例するので電荷重畳法のほうが条件が悪くなる。もちろん、2媒質以上の多媒質場になると条件が極端に悪くなり、コンビネーションによらざるを得ない。

一方、有限要素法単独で計算すると、無限遠点の処理が問題となり、自然境界条件が適用されるための誤差を少なくするために要素分割を遠方まで行なう必要がある。そのために繰返し収束回数および計算時間が増加する可能性があり、高電圧電極上の計算精度では電荷重畳法やコンビネーション法より低下する。このように、同等の計算を行なっても単独の計算法では十分な精度が得られない場合や計算効率が低下することがあり、そのような場合にコンビネーション法を効果的に適用することができる。

高電圧機器関連では、無限遠点を含む多媒質場の例として、高電圧プッシング・避雷器・支持絶縁物などの外部絶縁系を挙げることができ、このような場の電界計算にコンビネーション法が適用できる。特に変圧器については、巻線内部の局部詳細計算や、プッシング周囲電界の計算に適している。

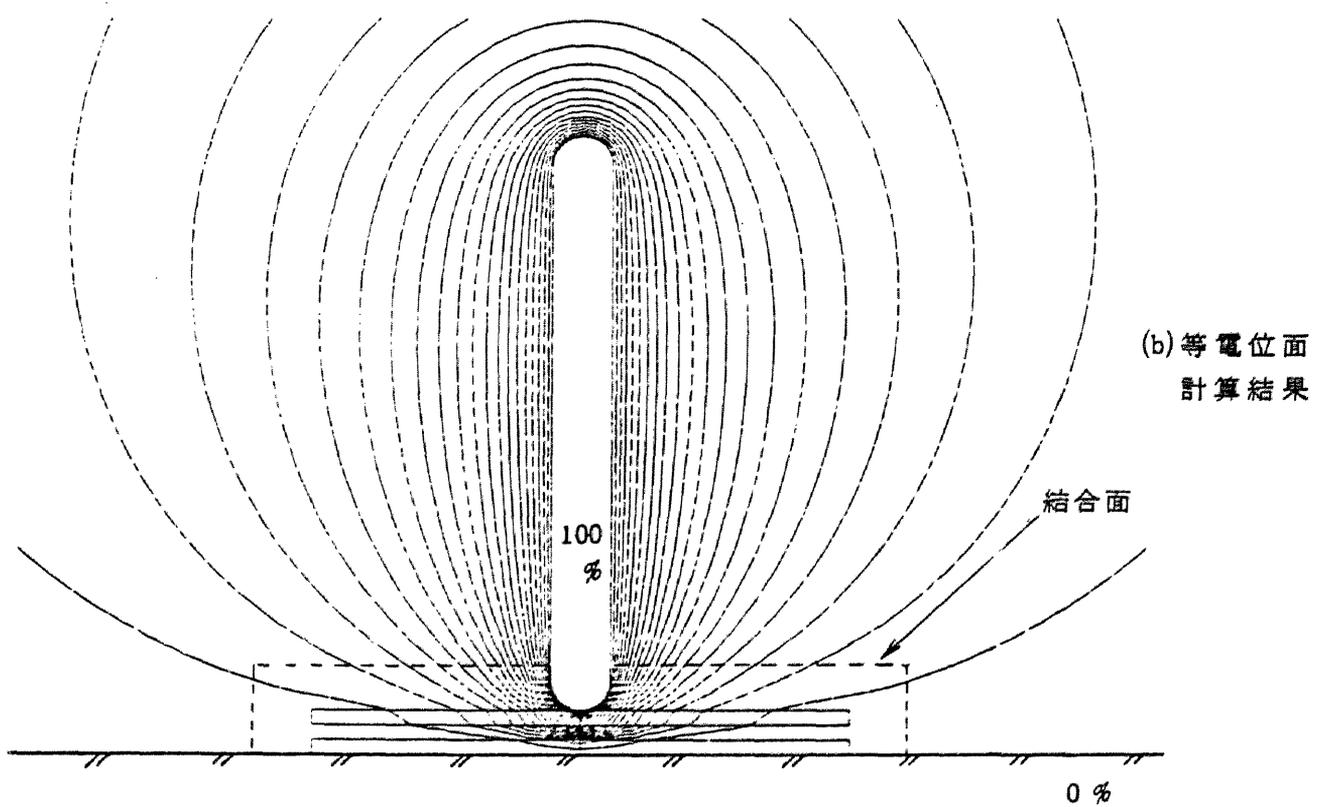
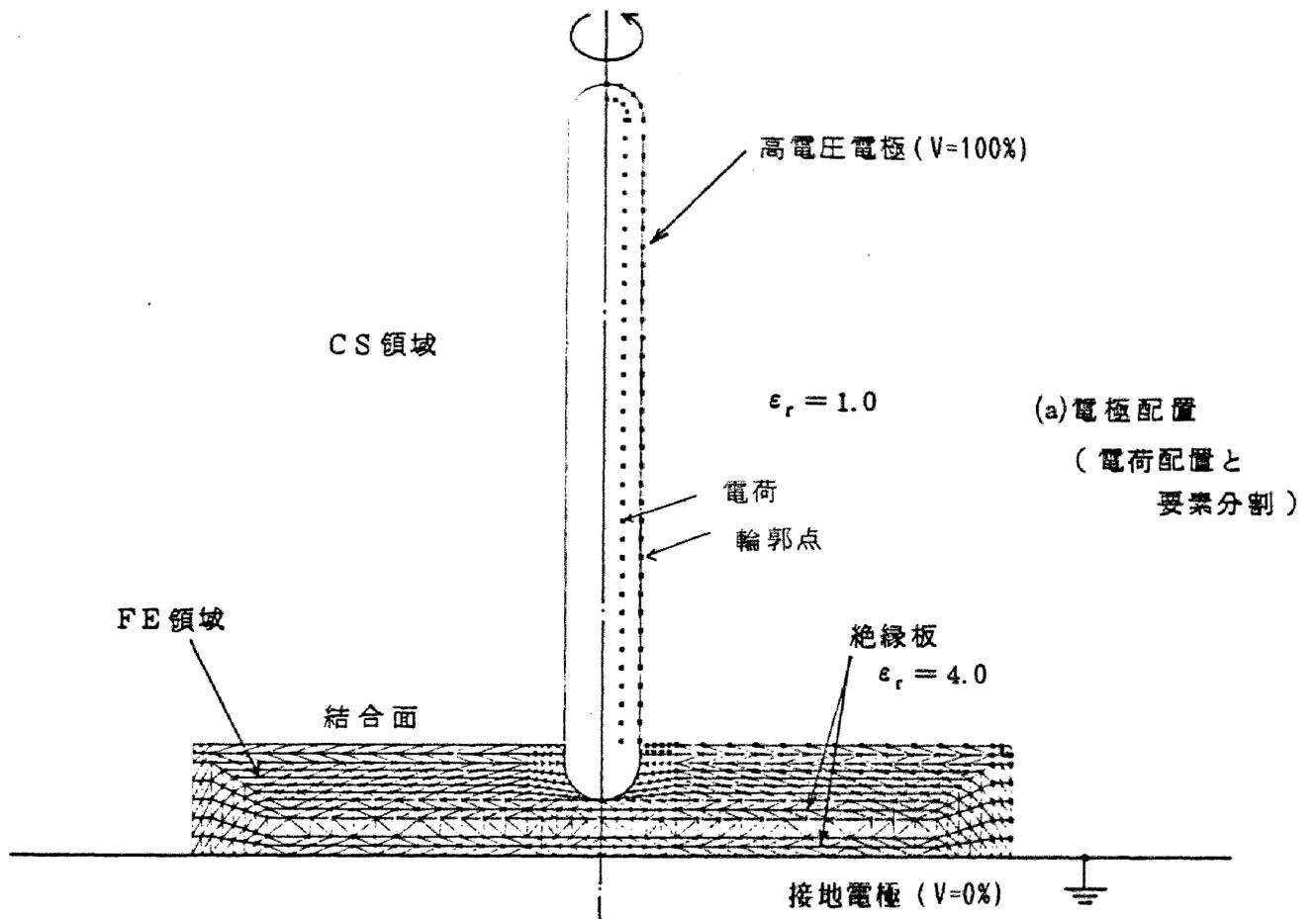


図 2.3.7 軸対称 3次元場の計算

### 3.8 計算例

以下にコンビネーション法を用いた電界計算例をいくつか示す。

#### (1) 高電圧ブッシング

図 2.3.8(a) で示す開放空間中の高電圧ブッシングの電界計算をする場合には、

- (i) 開放空間である。
- (ii) 3媒質以上の多媒質場である(絶縁紙, 絶縁油, 磚管, 空気)
- (iii) 薄い絶縁物が多い(ブッシング磚管内部)
- (iv) 薄葉導体が含まれている(コンデンサコア電極)

などの条件から、コンビネーション法による計算が最も適している場合のひとつである。

したがって、絶縁物や複雑な形状を有する部分を有限要素法でその周囲の1媒質無限開放空間を電荷重畳法で解く。この時の領域分割の様子を図 2.3.8(b) に示す。また等電位面の計算結果の1例を図 2.3.8(c) に示す。この場合は両領域の結合面を任意の空間にとっているが、等電位面の不連続性は現われていない。

この場は、電荷重畳法単独では、媒質数が多いことや形状が著しく複雑であるために精度良く解くことができず、一方有限要素法単独では開放無限空間があるために精度と計算時間の面で難点が生じ、したがって今回のコンビネーション法による計算結果を単純に他の手法の場合と比較できないが、それだけにコンビネーション法のメリットが多いとすることができる。

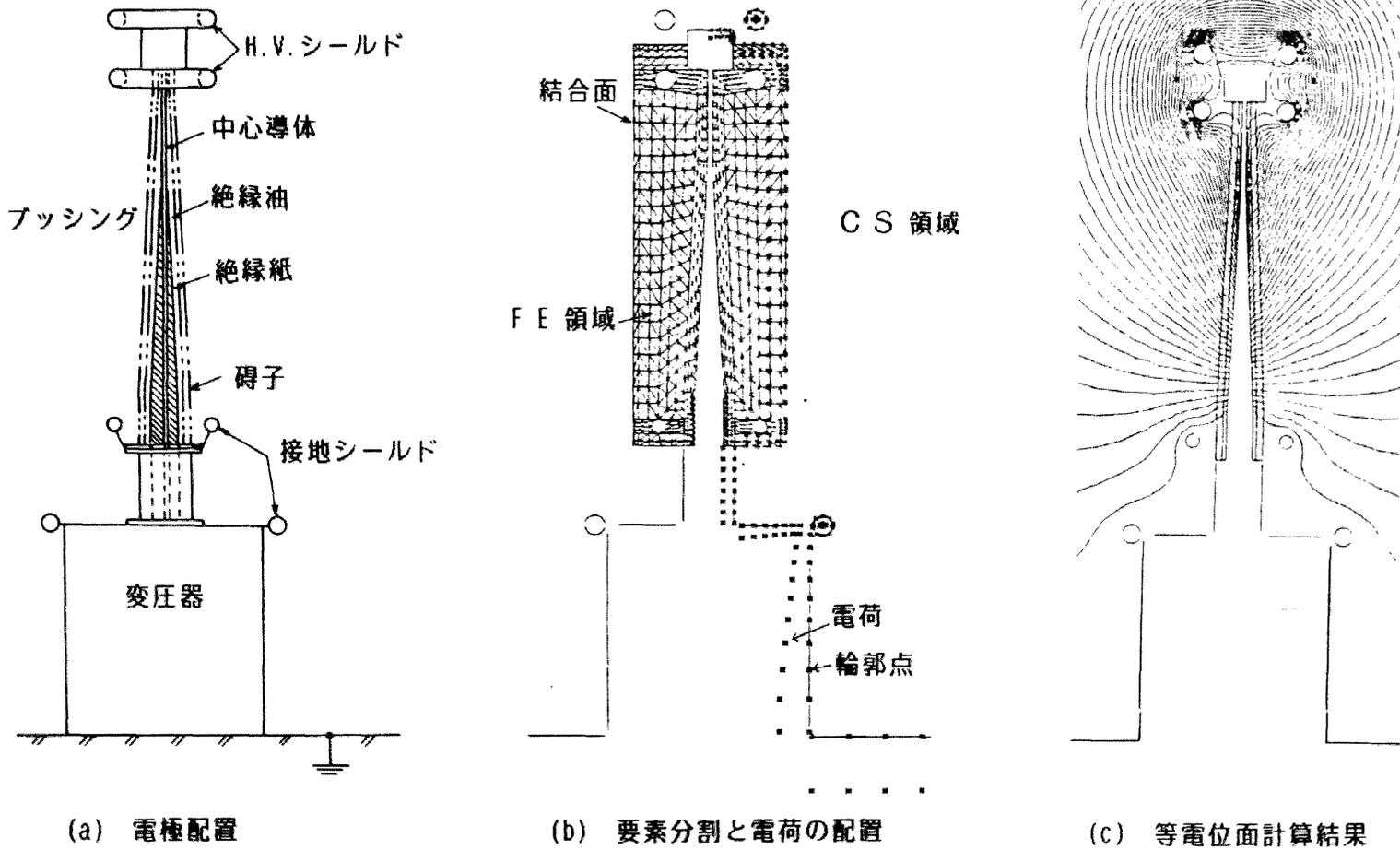


図 2.3.8 高電圧ブッシングのコンビネーション法による電界計算（軸対称 3次元場）

(2) 空間電荷の存在する場の計算

無限遠点を含む場における空間電荷場や漏れ抵抗の存在する場の電界計算にもコンビネーション法が適用できる。空間電荷場の取扱いについては、これまでもいくつかの報告例があるように種々の検討がなされてきているが、空間電荷の分布を扱う場合や特異点の処理などの点において有限要素法による取扱いが容易である。(10)

一方、一般に絶縁破壊現象の解析などにおける空間電荷電界を計算する場合には、電極形状は比較的簡単で局所場の解析となることが多く、また高精度計算が要求される。その意味で電荷重畳法の適用は不可欠である。したがって、空間電荷が分布して存在する空間のみ有限要素法を用い、他の開放空間を電荷重畳法で計算すれば計算精度が向上する。

例えば、図 2.3.9 に示す半球棒-平板系において、ギャップ間に任意の位置に変化させることのできる FE 領域を考える(9)。空間電荷の存在しないときは、(2.3.15) 式と全く同様にするることによって電位、電界計算を行なうことができ、空間電荷が空間密度  $q$  で存在するとき、FE 領域内で成立するエネルギー汎関数  $F'$  は(2.3.2) 式の代わりに次式となり、

$$F' = \int_V \left( \frac{1}{2} \epsilon (\text{grad } \phi)^2 - q\phi \right) dv \dots\dots\dots (2.3.21)$$

各要素内の平均空間電荷密度  $q_e$  を三角形要素の各節点へ分配して重みを付けることにより、各要素について(2.3.22)式のような方程式を得る。

$$\epsilon_e (C_e) (\phi_e) = \frac{q_e}{3} \Delta \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (2.3.22)$$

ここに、添字  $e$  は各要素単位、 $\Delta$  は三角形要素の面積である。FE 領域の空間電荷は(2.3.22)式のように単純に各節点に重みを付けて表わすことができる。

このようにすれば空間電荷の分布も FE 領域で容易に取扱うことができ、空間電荷の存在しない場合、 $q_e = +200 \text{ pu}$  存在する場合、それに  $q_e = -200 \text{ pu}$  存在する場合の3ケースについて等電位面を計算した結果を図 2.3.10(a)(b)(c)に示す。ここに  $q_e$  の値は印加電圧値および寸法単位に影響を受けるため、ここでは高電圧電極の電位値を100%に規格化して電荷量は(pu)表示としている。

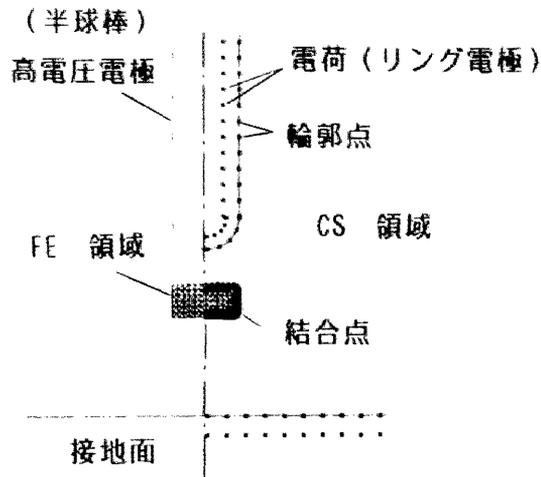


図 2.3.9 領域の分割と電極配置

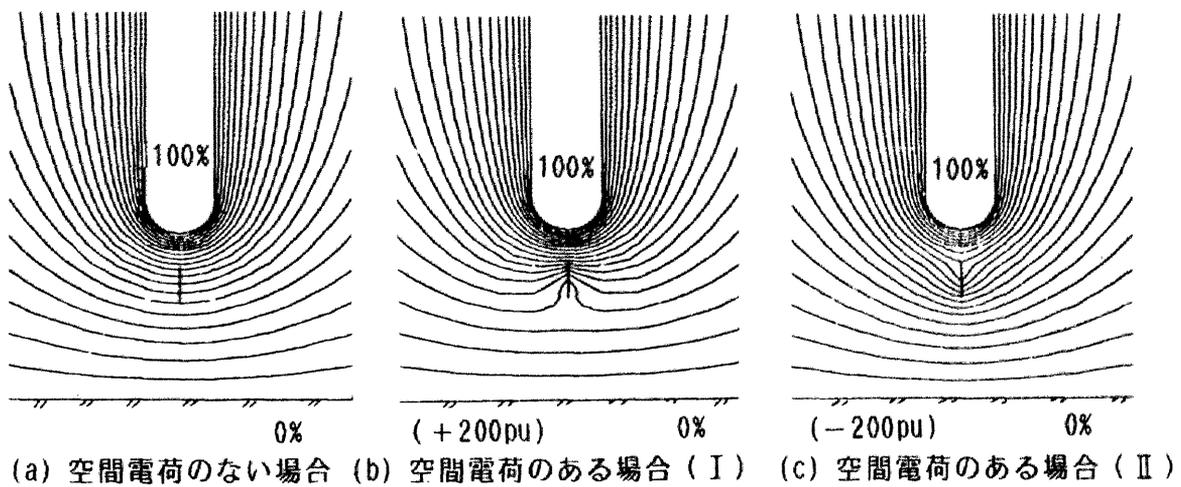


図 2.3.10 コンビネーション法による空間電荷電界の計算

図 2.3.10 で示したものは FE 領域内に均一に空間電荷が分布した場合であるが、FE 領域内ではその分布は任意に取扱うことができ、また FE 域の位置および大きさも変化させることができるので、一般化した空間電荷電界および絶縁物表面の表面電荷電界の解析にこのコンビネーション法を適用することができる。空間電荷分布が非対称 3 次元の場合には、コンビネーション法の長所がより一層生かされることになる。

一方、漏れ抵抗の存在する場の解析には有限要素法や電荷重畳法が用いられているが、体積抵抗率に電界依存性がある場合などの解析には電荷重畳法では不利になり、また漏れ抵抗を考慮する必要のある部分が限られているところも多いため、コンビネーション法の適用が有利になってくる。

漏れ抵抗の存在する部分をすべてFE領域とすることによって解けるので、解法としては有限要素法における場合と全く同様に扱うことができる。

直流場では静電界と定常電流界との対応からFE領域の誘電率を導電率に置き換えて解くことができる。交流場ではこれまでの定数誘電率 $\epsilon$ を(2.3.23)式のように周波数の関数で表わすと、場のエネルギー汎関数が(2.3.24)式のように複素数で表わされ、全体が複素数計算となる。したがって、この場合の(2.3.15)式で示した全体の連立一次方程式は(2.3.25)式のようになる。

$$\epsilon = \kappa + j(2\pi f)\epsilon \dots\dots\dots(2.3.23)$$

$$F = \int \int \int_V \frac{1}{2} \{ \kappa + j(2\pi f)\epsilon \} \dot{E}^2 dv \dots\dots\dots(2.3.24)$$

$$\dots\dots\dots(2.3.25)$$

 : 零要素のない部分  
 : 零要素の多い部分
   
 添字  $\left\{ \begin{array}{l} r : \text{実数部} \\ i : \text{虚数部} \end{array} \right.$

ここに、

$$\begin{aligned}
 n_1 &= 2n_L \\
 n_2 &= 2(n_L + n_G) \\
 n_3 &= 2(n_L + 2n_G) \\
 n_4 &= 2(n_L + 2n_G + n_F)
 \end{aligned}$$

であり、また  $f$  は印加電圧の周波数、 $\epsilon$  は導電率、 $\vec{E}$  は複素電界である。  
(2.3.25)式を解けば一般の場合と全く同様に電位電界計算をすることができる。

### 3.9 まとめ

コンビネーション法による電界解析手法を用いることによって全体的に見て適用場の拡大、精度の向上が図られることが明らかになったが、コンビネーション法は、高電圧ブッシングや支持絶縁物周囲などの外部絶縁系をはじめ、複雑な場の局所的解析法にも用いられ得ることが確認された。

一方、直流場や交流場における、空間電荷場や表面電荷の存在する場にも有効に用いられ、変圧器油中の放電進展シミュレーションなどにも応用され得る。

このコンビネーション法は単に電荷重畳法と有限要素法の組合せ計算法であるにとどまらず、境界計算法と領域計算法との組合せの意味を持つものであり、したがって、このほかの差分法や表面電荷法も当然コンビネーション法に相込むことが可能である。

一般3次元場にコンビネーション法を適用することはもちろん可能であり、メモリの節約・計算の効率化を考えるとコンビネーション法の長所は一般3次元場で最大限に発揮されるだろう。またコンビネーション法の汎用化により、一つのプログラムで自動入力により適用する場に応じて、単独あるいは複数の計算法が決定され結果が得られたり、誤差のチェックが行なわれるなどの方法が取入れられることも考えられる。

さらに、このような計算手法相互結合についての考え方は、通常電界計算に限らず、波動問題などにおける半無限空間の処理計算法の一般化手法として用いられ、また機械・構造力学・流体力学などにおける場の計算にも応用できるであろう。

### 3.10 文 献

- (1) 宅間，他：昭和54年電気学会連合大会、No. (1979)
- (2) 大久保，他：電気学会論文誌，101-A，11，PP543 (1981)
- (3) H. Steinbigler：ISSH-79, Milano, 11, 11 (1979)
- (4) H. Singer, et al：IEEE Trans. PAS, PAS-93,  
P1660 (1974)
- (5) O. C. Zienkiewicz：The Finite Element Method in  
Engineering Science, McGraw-Hill (1979)

- (6) H. Okubo, et al: Archiv f Elektrotech. , 60, P27 (1978)
- (7) 加藤：東京大学博士論文（昭和51年）
- (8) 戸川：マトリクス計算法，オーム社，P56（1974）
- (9) 大久保，他：昭和56年電気学会全国大会，No. 16（1981）
- (10) 加藤：昭和55年電気学会全国大会，S2-6（1980）
- (11) P. Silvester, et al: Proc. IEE, 118, 12, P1743  
(1971)
- (12) 加川：有限要素法入門，オーム社（1977）
- (13) 河野，他：数値電界計算法，コロナ社

## 第4章 電界最適化法の開発

### 4.1 まえがき

与えられた電極形状に対して電界解析するのみでなく、計算機を用いて自動的に電極表面電界強度分布が一様となる電極形状を得る試み（以下、電界強度の最適化と呼ぶ）がなされるようになってきた。このように電極表面電界強度を低下させ、電界分布の一様化を促す電界最適化は、電界空間の有効利用という点から、機器の縮小化および信頼性向上を目指す高電圧絶縁設計上極めて重要である。

電界最適化に対する試みは、古くはBorda<sup>(1)(2)</sup>、Rogowski<sup>(3)</sup>らによってその端緒が開かれ、その後Singer<sup>(9)</sup>、Metz<sup>(10)(22)</sup>らによって開発が進められた。最近では表面電荷法を用いた手法が開発されている。

汎用性という点からみれば、計算時間の短い電荷重畳法に基いたSinger およびMetzの方法が今後とも広く用いられてゆくであろうと考えられる。本章ではその精度と適用範囲の広さで優るMetzの方法を発展させ、新たに2媒質回転対称場において最適化反復計算を自動化する方法の開発を行なった効果をまとめて述べる。いくつかの計算例を通し、この自動最適化手法が有効に用いられることが明らかになったので、Borda電極形状との比較検討結果も併せて述べる。

### 4.2 電界強度の最適化

ここで言う「最適化」とは、電極表面電界強度を低減させ、電界強度分布の一様化を図ることを意味しており、したがって以下では絶縁媒質の絶縁特性やその他の、例えば熱的・機械特性とは切り離して考えることにする。

汎用性のある完全な最適化とは称せられなくとも、同様の試みは既に、Borda、Rogowski、Felici<sup>(4)</sup>らによって行なわれてきている。いずれも2次元電極として等角写像を用いて計算されており、その結果は一様な電界分布を有するBorda電極、Rogowski電極あるいはBruce電極<sup>(6)(7)</sup>などとして広く知られている。

しかし、3次元問題あるいは2媒質問題などとして広く電界の最適化を行なうためには、数値解析電界計算法に頼らざるを得ない<sup>(5)</sup>。Singerによって電荷重畳法を用いた電界最適化の端緒が開かれた後、今日までにいくつかの研究が続けられてきている。数値計算による電界計算法として有力な手法には、有限要素法、差分法、電荷重畳法などがあるが、反復計算によって最適化形状を求める場合には、計算機の占有記憶容量、プログラムの難易度、計算時間、計算精度などを総合的に判断すると、有限要素法<sup>(11)</sup>や差分法<sup>(21)</sup>よりも電荷重畳法が有利であることは明らかである。

Singer<sup>(13)</sup>による電界最適化法は、最初に電極形状を与え、輪郭点によりその境界条件を満たす電荷量を計算し、その値から電界強度分布を求める。さらにその結果より、ある補正条件を用いて電極形状を変化させ、これまでの計算の繰返しを行ない満足な結果が得られるまで続けるというものである。Singerはその補正条件として、Spieirein<sup>(18)(19)</sup>の与えた電界強度と曲率の関係式を用いている。

これに対してMetz<sup>(14)</sup>が提案した電界最適化手法は、同じく電荷重畳法に基づいてはいるものの、出発点が電極形状ではなく、電荷である点がSingerの方法と異なっている。与えられた電荷の量とその位置から等電位面が計算され、それによって電極形状が形成され、電界強度分布が行なわれる。そして、その結果に対して電荷量あるいは電荷の位置の補正を行ない、繰返し計算を行なうのがMetz法の基本である<sup>(17)</sup>。Singer法とMetz法のフローチャートを図2.4.1に比較して示す。

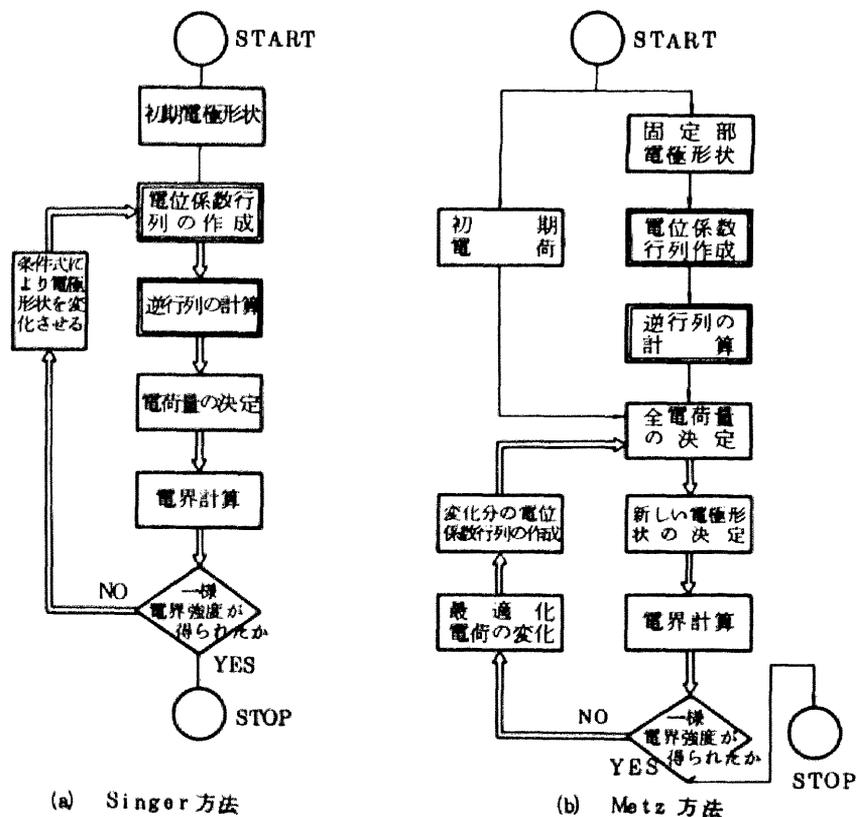


図 2.4.1 Singer法とMetz法

Singer の方法は電極形状から出発するので、最適化を行なう領域、つまり最適化領域内に置かれた輪郭点条件を満たすように多くの電荷を必要とし、繰返し過程で輪郭点を変化させてゆくので多くの電位係数マトリックス成分の計算をやり直す必要がある。その反面、補正条件のみ決定すれば比較的楽に自動計算ができるという長所がある。一方、Metz の方法は最適化領域内に輪郭点を配置しないので、最適化に用いる電荷（以下、最適化電荷と呼ぶ）数は少なく済み、そのために繰返し計算時に計算をやり直す行列成分は少なく、したがって計算時間が短く反復計算には有利である。また等電位面から電極形状を直接与えるので、計算精度が高いという長所があるが、一方、自動計算がしにくいという不利な面もある。

本章ではこのMetz の方法を発展させ、反復計算過程において各ステップごとに新たに電荷（最適化電荷）を追加してゆき、その電荷量は電界強度分布の凹凸の程度に緩和係数を乗じた値とするような、電界最適化自動反復計算法を開発した結果を述べる。

Metz の方法が最適化電荷の電荷量あるいはその位置を変化させているのに対し、本方法は新たに新電荷を追加してゆく方法をとっているので自動計算化が容易となり、特に最終段において電界の一様化収束の精度を上げるのに有利な形になっている。

#### 4.3 Metz の方法に基づいた最適化自動計算

Singer の方法がSpielrein の条件に基づいた方法であり、限定された形状変化範囲を持つのに対し、Metz の方法は等電位面の決定に基づく方法であるので、変化する電極形状の自由度は大きい。

電荷重畳法では、場の中に配置された  $n$  個の電荷の電荷量 ( $Q_j$ )、 $n$  個の輪郭点の持つ電位係数マトリックス ( $P_{ij}$ ) とについて、

$$\begin{pmatrix} P_{11} & \cdots & P_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ P_{n1} & \cdots & P_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_1 \\ \vdots \\ Q_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_n \end{pmatrix} \cdots \cdots \cdots (2.4.1)$$

という関係が成り立つ。ここに、 $(\phi_j)$  は  $n$  個の輪郭点の電位である。

さてここでは原理をわかりやすく説明するために図 2.4.2 に示すような軸対称平行平板電極の端部形状を最適化する場合を例にとって考えてみる<sup>(12)(16)(20)(23)</sup>。

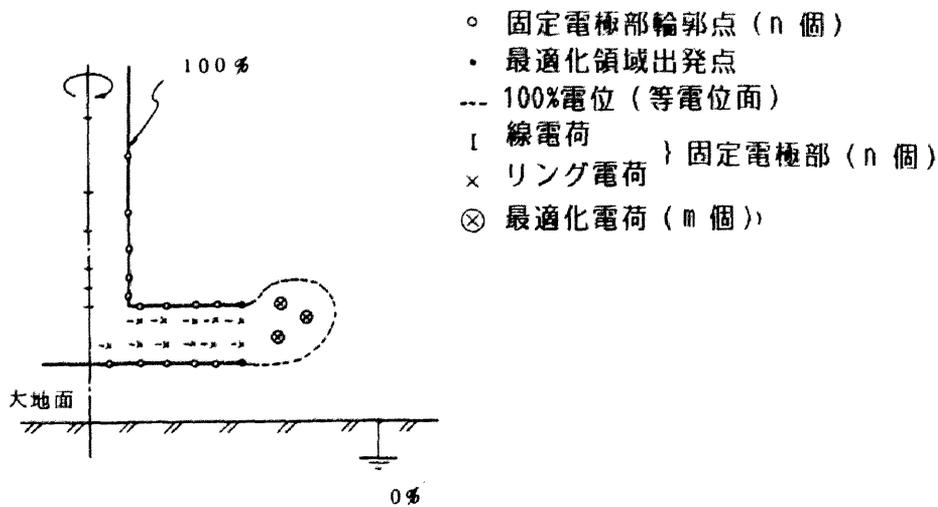


図 2.4.2 固定電極と最適化領域

すでに固定電極部として配置されている  $n$  個の電荷および輪郭点の場に、最適化電荷を  $m$  個配置し、その電荷量を  $(Q_j)$  とすると全体場について、

$$\begin{pmatrix} P_{11} & \cdots & P_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ P_{n1} & \cdots & P_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_1 \\ \vdots \\ Q_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} P'_{11} & \cdots & P'_{1m} \\ \vdots & & \vdots \\ P'_{n1} & \cdots & P'_{nm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q'_1 \\ \vdots \\ Q'_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_n \end{pmatrix} \quad \dots (2.4.2)$$

となる。ここに、 $(P'_{ij})$  は最適化電荷による固定電極部輪郭点に対する電位係数マトリクスである。(2.4.2) 式より

$$\begin{pmatrix} Q_1 \\ \vdots \\ Q_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_{11} & \cdots & P_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ P_{n1} & \cdots & P_{nn} \end{pmatrix}^{-1} \left[ \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_n \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} P'_{11} & \cdots & P'_{1m} \\ \vdots & & \vdots \\ P'_{n1} & \cdots & P'_{nm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q'_1 \\ \vdots \\ Q'_m \end{pmatrix} \right] \quad \dots (2.4.3)$$

となり、 $(Q_j)$  が求められる。 $(Q_j)$  および  $(Q'_j)$  の値が明らかになると場の中のすべての電荷量が決定されることになるので、任意の点の電位および電界計算が可能になる。この段階で与える必要のあるものは  $(P'_{ij})$  と  $(Q'_j)$  であり以下の繰返し計算においても、 $(P'_{ij})$ 、 $(Q'_j)$  の値をいかに与えるかに重点が置かれている。つまり、ある反復計算時において、 $(Q_j)$  を求めた後に電界計算をし、電界分布の一樣化条件を満たしていないとき、すなわち最適化電極形状が得られないときは、ある条件によって  $(P'_{ij})$ 、 $(Q'_j)$  を変化させて、再度新しい  $(Q_j)$  を求めて電界計算をするという繰返しを行なう。この繰返し過程において、輪郭点を有しているいわゆる固定電極部形状は常に不変であるが、輪郭点を与えていない最適化領域の等電位面すなわち電極形状は、反復計算ごとに変化してゆく。

2 媒質場においても、上記の手法をそのまま適用することができる。以下図 2.4.3 を例にとって考えてみると、まず境界領域を次の領域に分けて考えることができる。

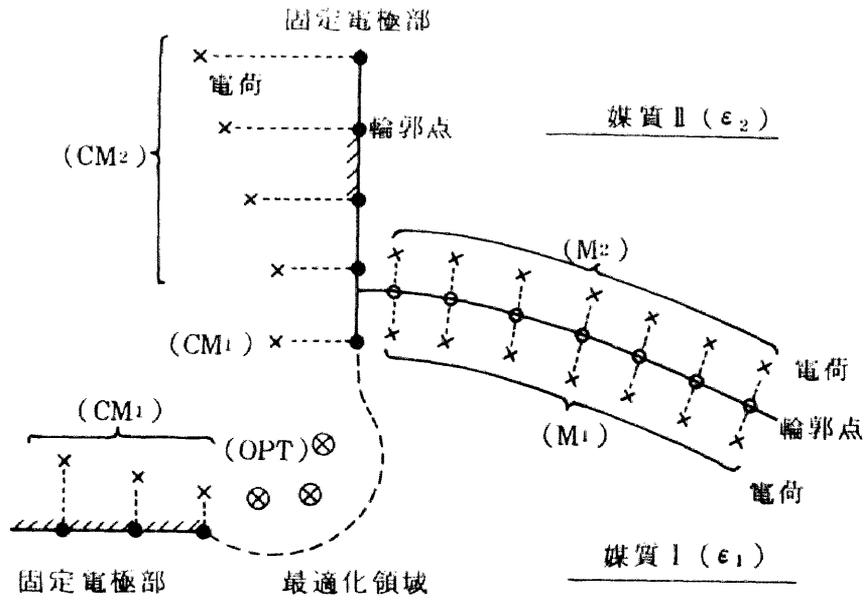


図 2.4.3 2媒質最適化モデル

つまり、電極表面上で媒質 I ( $\epsilon_1$ ) に接する領域 ( $CM_1$  領域とする)、電極表面上で、媒質 II ( $\epsilon_2$ ) に接する領域 ( $CM_2$  領域とする)、電極表面上で最適化を行なう領域—最適化領域— ( $OPT$  領域とする)、媒質境界上で、媒質 I ( $\epsilon_1$ ) 側の領域 ( $M_1$  領域とする)、それに媒質境界上で媒質 II ( $\epsilon_2$ ) 側の領域 ( $M_2$  領域とする) に分割される。

ここで、まず単純にこの場の電界計算を行なうときの基本式を考えると次式が得られる。

$$\begin{matrix}
(i \in CM_1) \\
(i \in CM_2) \\
(i \in M_1) \\
(i \in M_2)
\end{matrix}
\begin{matrix}
(j \in CM_1) & (j \in CM_2) & (j \in M_1) & (j \in M_2) \\
\begin{bmatrix}
P_{ij} & P_{ij} & 0 & P_{ij} \\
P_{ij} & P_{ij} & P_{ij} & 0 \\
0 & 0 & P_{ij} & -P_{ij} \\
\left(\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} - 1\right) F_{ij} & \left(\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} - 1\right) F_{ij} & \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} F_{ij} & -F_{ij}
\end{bmatrix}
\end{matrix}
\times
\begin{matrix}
Q_j (j \in CM_1) \\
Q_j (j \in CM_2) \\
Q_j (j \in M_1) \\
Q_j (j \in M_2)
\end{matrix}
=
\begin{matrix}
\phi_i (i \in CM_1) \\
\phi_i (i \in CM_2) \\
0 (i \in M_1) \\
0 (i \in M_2)
\end{matrix}
\tag{2.4.4}$$

ここで、 $(j \in CM_1)$  などは  $j$  が  $CM_1$  領域内にあることを示しており、 $P_{ij}$  は  $i$  番目の輪郭点と  $j$  番目の電荷点との間の電位係数、 $F_{ij}$  は同様の電界係数、 $Q_j$  は  $j$  番目の電荷の電荷量、 $\phi_i$  は  $i$  番目の輪郭点の電位である。  
(2.4.4) 式を簡単化して(2.4.5) 式のように表わす。

$$\begin{bmatrix}
P (i \in CM_1, CM_2, M_1) \\
F (i \in M_2)
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
Q
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
\Phi (i \in CM_1, CM_2) \\
O (i \in M_1, M_2)
\end{bmatrix}
\tag{2.4.5}$$

この場合において、最適化領域 (OPT 領域) に与えた最適化電荷の値を  $Q'_j$  とし、この  $Q'_j$  に依存する各固定電極部輪郭点の電位係数・電界係数をそれぞれ  $P'_{ij}$ 、 $F'_{ij}$  とすれば図 2.4.3 に示すの場合において次の(2.4.6) 式が得られる。

$$\begin{matrix}
(i \in CM_1) \\
(i \in CM_2) \\
(i \in M_1) \\
(i \in M_2)
\end{matrix}
\begin{matrix}
(j \in CM_1) & (j \in CM_2) & (j \in M_1) & (j \in M_2) & (j \in OPT) \\
\begin{bmatrix}
P_{ij} & P_{ij} & 0 & P_{ij} & P_{ij} \\
P_{ij} & P_{ij} & P_{ij} & 0 & P_{ij} \\
0 & 0 & P_{ij} & -P_{ij} & 0 \\
\left(\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} - 1\right) F_{ij} & \left(\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} - 1\right) F_{ij} & \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} F_{ij} & -F_{ij} & \left(\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} - 1\right) F_{ij}
\end{bmatrix}
\end{matrix}
\begin{matrix}
Q_j (j \in CM_1) \\
Q_j (j \in CM_2) \\
Q_j (j \in M_1) \\
Q_j (j \in M_2) \\
Q_j (j \in OPT)
\end{matrix}
=
\begin{matrix}
\phi_i (i \in CM_1) \\
\phi_i (i \in CM_2) \\
0 (i \in M_1) \\
0 (i \in M_2)
\end{matrix}
\tag{2.4.6}$$

同様に(2.4.6) 式を簡単化し、最適化領域だけ分離して表わすと、

$$\begin{aligned}
 & (j \in CM_1, CM_2, M_1, M_2) (j \in OPT) \\
 & \begin{bmatrix} P & P' (i \in CM_1, CM_2, M_1) \\ F & F' (i \in M_2) \end{bmatrix} \\
 & \times \begin{bmatrix} Q (i \in CM_1, CM_2, M_1, M_2) \\ Q' (i \in OPT) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi (i \in CM_1, CM_2) \\ O (i \in M_1, M_2) \end{bmatrix} \dots\dots(2.4.7)
 \end{aligned}$$

となる(2.4.7) 式において、未知であるものは固定電極部の電荷量 ( $Q$ ) だけであるので、これを求めると、

$$[Q] = \begin{bmatrix} P \\ F \end{bmatrix}^{-1} \left[ \begin{bmatrix} \Phi \\ O \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} P' \\ F' \end{bmatrix} [Q'] \right] \dots\dots\dots(2.4.8)$$

となり、これにより場の中のすべての電荷の電荷量が得られるので、場の中の任意の点の電界計算をすることができる。

最適化を続けるときの繰返し過程は、一媒質の場合と全く同様に与えることができる。したがって、各繰返し計算時に計算し直す必要があるものは、 $P'$ 、 $F'$ のみであり、 $P$ 、 $F$ については一度だけ計算しておけばよいことがわかる。一般に高電圧機器などの電極形状を最適化するときには、最適化領域に配置された電荷の数(最適化電荷の数)は、固定点電極部に配置された電荷数に比べて圧倒的に少ない場合が多く、したがって、 $P$ 、 $F$ の計算に比べ $P'$ 、 $F'$ の計算に要する時間は大幅に短く、繰返し計算には有利に働く。

さて、ここで問題となるのは、最適化領域における初期電荷の電荷量とその位置をどのように決定するかということである。一般には初期電極形状を定め、最適化領域を直線とか円弧とかで任意に近似し、そのとき配置した電荷と、その電界計算結果から得られた電荷量とを初期値とすればよい。また、用いるプログラムと電極配置によっては固定電極部の電荷量のオーダがあらかじめ予想できることがあり、そのときはその予想値から考えた任意の電荷量を適当に配置して、それを繰返し自動計算の初期値としても差し使えない。

ここでは、ある電極形状について電界計算を行なった後、自動的に電荷量あるいは電荷の位置に修正を与えるための条件として、最適化領域内における電界分布の形状を基に、電界値の極大・極小値間の差の関数として新電荷位置およびその量を決定するという最適化補正条件を設定した。

図 2.4.4 を例にとってその最適化補正条件について考えてみる。図 2.4.4 において、A～Gが等電位面で表わされた最適化領域であるとし、初期に与えられた初期電荷を $Q_j$ とすると、このときのA～G間の電界強度分布は、例えば図 2.4.5 に示すようになる。図 2.4.5 ではB, D, F点で電界値が極大となり、C, E点で極小となっている。ここで、この電界分布を補正するために例えば図 2.4.6 においてC点から $l_{CS}$ の距離のS点に芯電荷 $Q'_C$ を配置する。

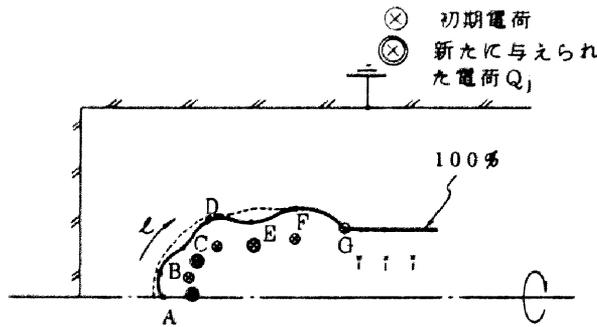


図 2.4.4 最適化計算例

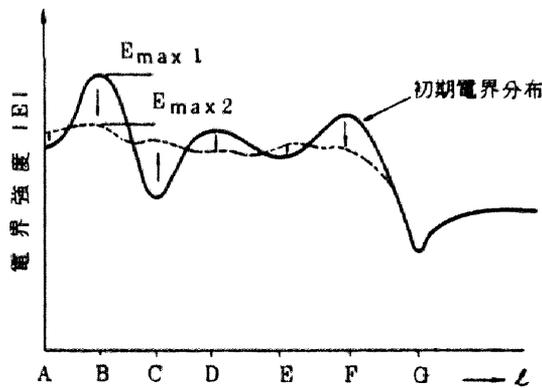


図 2.4.5 電界強度分布

ここに $l_{CS}$ は、

$$l_{CS} = k \cdot \min (l_{BC} , l_{CD}) \dots\dots\dots (2.4.9)$$

と与えられる。それは、電極表面の電界強度分布の極大・極小は電極表面の形状、すなわち等電位面の形状にほぼ対応しており、したがって電界分布の凹凸を修正するためには電極表面形状（等電位線形状）を修正すべき位置に電荷を配置する必要があるためであり、極大－極小間の近い方から修正してゆく方法を取るのので、(2.4.9) 式のように $l_{BC}$ ・ $l_{CD}$ のうちの短い方を基準にしている。

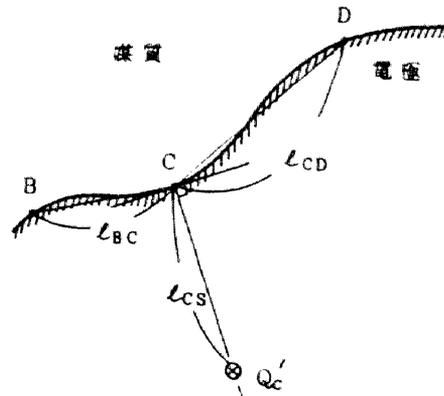


図 2.4.6 新電荷の配置

一方、ここで用いた  $k$  は定数であり、一般には  $k$  の値は  $1 \leq k \leq 2$  とする。電極表面と電荷の位置との対応関係は文献からも  $k \approx 1.5$  が適当であるとされているが、電界最適化の場合でも電極表面形状の修正度との関係から、一般には  $k = 1.5$  を用いており、繰返しの初期では電界分布を大きく修正する必要から、電荷は電極表面からより離れた位置に置かれるように  $1.5 \leq k \leq 2$ 、繰返しの収束期では逆に、電極表面の凹凸を細かく修正する必要から  $1 \leq k \leq 1.5$  とすると収束しやすくなる。 $k$  の値のを 1 以下あるいは 2 以上にとると、ごく局所的な修正に終わってしまったり、逆に修正域が大きくなり過ぎたりして、一般的には効果が減少してしまうことが多い。

さらに  $Q'_c$  の大きさは、 $Q'_c$  によって図 2.4.6 の B 点あるいは D 点に誘起される電位  $\Delta V_{CB}$ 、 $\Delta V_{CD}$  に対して、

$$Q'_c = \sum_j (P_{cj}^{-1} \Delta V_{cj}) \quad (j = B, D) \dots\dots\dots (2.4.10)$$

$$\Delta V_{cj} = f(E_j - E_c) \quad (j = B \text{ or } D) \dots\dots\dots (2.4.11)$$

を満たすものとして与えられる。ここで、 $E_j$  は  $j$  点での電界強度値である。(2.4.11) 式は、電界分布の極大と極小間の差をある関数  $f$  でもって電位差  $\Delta V_{cj}$  に変換する。この変換に用いる関数  $f$  は定数でも良いが、適用する場のギャップ長などを用いて規格化すると良い。

このようにして、電界分布の各部分の凹凸の修正のための新しい電荷  $Q'_j$  がいくつか配置されるが、それらの電荷量は(2.4.10)、(2.4.11)式によりいずれも局所的条件下で決定しているので、全体場で重畳するときには、それぞれの修正量に緩和係数  $\omega$  を掛ける。つまり新たに  $Q''_j$  を

$$Q''_j = \omega \cdot Q'_j \dots\dots\dots (2.4.12)$$

とし、実際に配置するときの電荷量  $Q''_j$  は緩和係数  $\omega$  を掛けたものとなる。

一般の反復収束計算における緩和係数と同様に、ここで用いる $\omega$ の値も経験的に求められるものであり、電極形状によっても変化する。しかし、一般的には収束の初期には大きな修正幅を必要とし、最終段階における修正幅は小さく取るべきであるので、繰返し計算に合わせて $\omega$ の値を少しずつ変化させるとよい。ここでは $\omega$ の値として、初期には0.1、最終段階では0.01となるように設定した。

次に最終段階で繰返し過程を打ち切るときは、 $n$ を繰返し回数として、最適化領域内における電位の最大値 $E_{\max}$ の変化率 $\Delta E_{(m)}$ が

$$\Delta E_{(m)} = |E_{\max(n-1)} - E_{\max(n)}| < \delta \quad \dots\dots\dots (2.4.13)$$

という条件を満たしたときとする。ここに、打ち切り値 $\delta$ の値は任意にとることができるが、一般には初期電界分布最大値と最小値との差から

$$\delta = (E_{\max(1)} - E_{\min(1)}) / C \quad \dots\dots\dots (2.4.14)$$

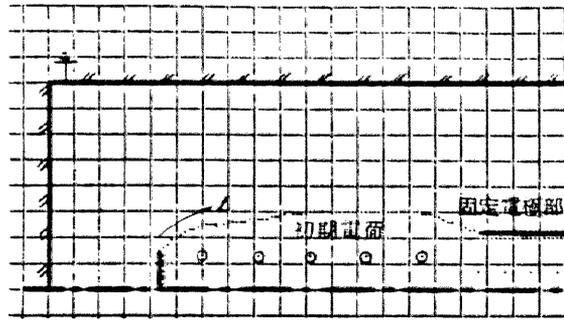
とし、定数 $C$ を10.0～30.0程度の値を用いる。ここに、 $E_{\max(n)}$ ・ $E_{\min(n)}$ はそれぞれ $n$ 回目の繰返しにおける最適化領域内の電界最大値および最小値である。

このようにして新たに与えられた最適化電荷を $Q_j'$ とすると、例えば図2.4.4の破線で示すような等電位面－電極形状が得られる。また電界強度分布は、図2.4.5において例えば破線で示すようになり、極大値・極小値間の差異が減少する。以下この繰返しを行ない、(2.4.13)(2.4.14)式で表わされる最大電界強度値の低減度と、電界最適化電極を得ることができる。

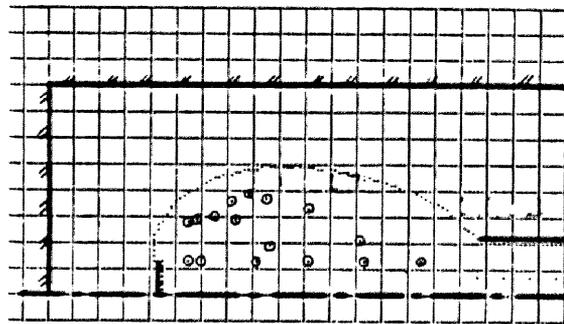
#### 4.4 自動計算による最適化計算例

以上説明した最適自動計算プログラムにより、円筒容器内の高電圧中心導体終端シールド形状について電界最適化を行なった結果を図2.4.7に示す。(a)図は初期電極形状と最適化初期電荷の配置、(b)図は5回繰返し計算後の電極形状と最適化電荷の配置、(c)はそのときの電界分布の推移を示している。5回の繰返し計算によって確実に最大電界強度が低下し、電界分布の一様化がなされていることがわかる。

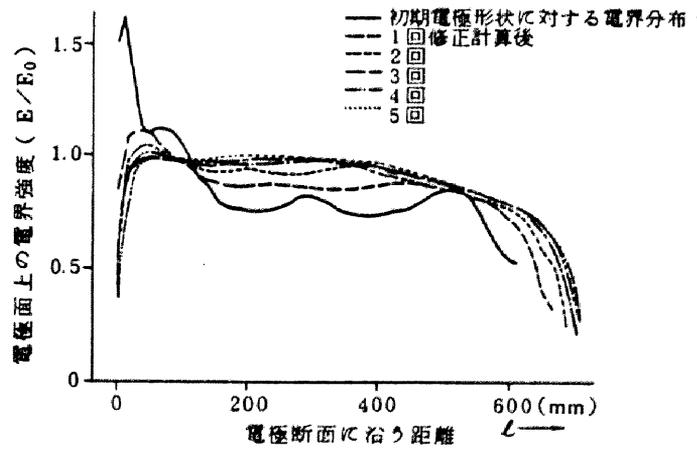
一方、同様の円筒容器内の高電圧中心導体終端シールド形状について、同軸絶縁筒が存在するときの最適化自動計算例を以下に示す。この場合は2媒質計算となり、絶縁筒の有無による最適電界シールド形状の相違を図2.4.8(a)に示し、このときのシールド表面に沿った電界分布を(b)図示す。単純な半球終端に比べて、最適シールド形状を用いると共に良い電界の一様性が得られることが明らかになっている。絶縁筒のない場合の方が、電極表面ではより低い一様電界値が得られていることがわかる。



(a) 初期電極形状と初期最適化電荷



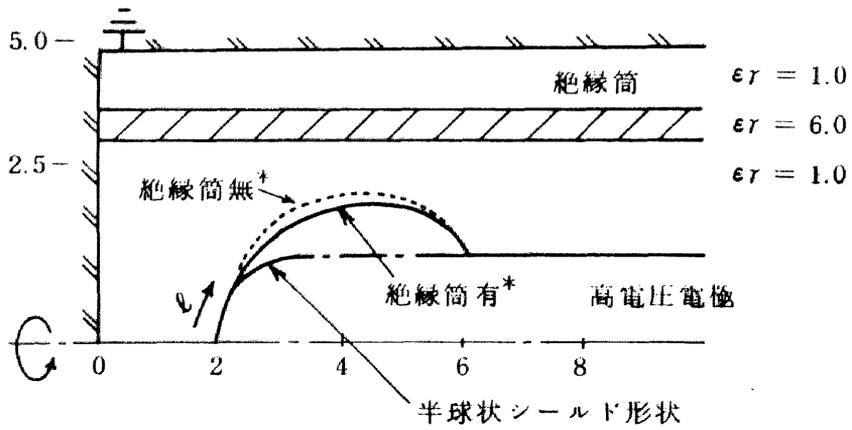
(b) 5回繰り返し計算後の電極形状



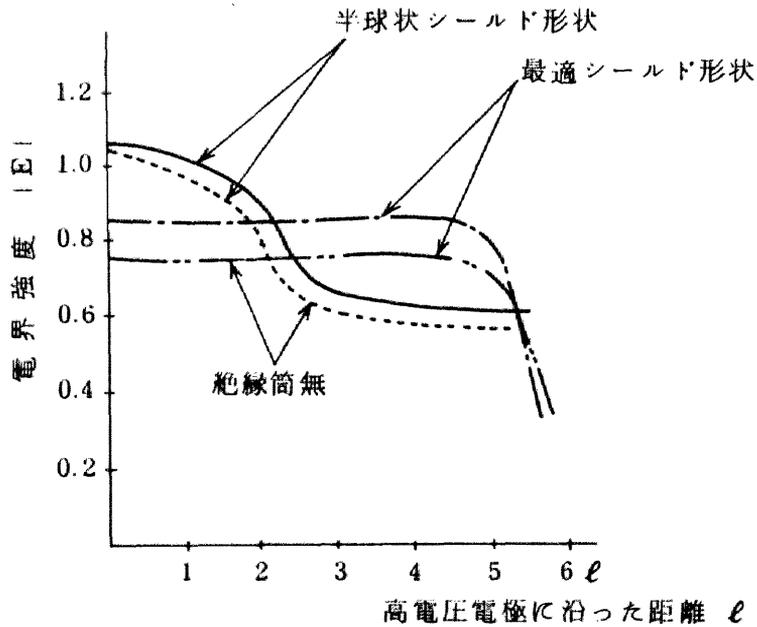
(c) 電極表面電界強度分布の変化

図 2.4.7 最適化繰り返し過程

なお、本計算法は軸対称場について自動入出力を有した汎用プログラム化をし、これを用いて計算を行なった例を図 2.4.9, 2.4.10, 2.4.11 に示す。



(a) 電極形状 (\*印：最適シールド形状)



(b) 電界分布

図 2.4.8 最適シールド形状と電界分布 (2媒質)

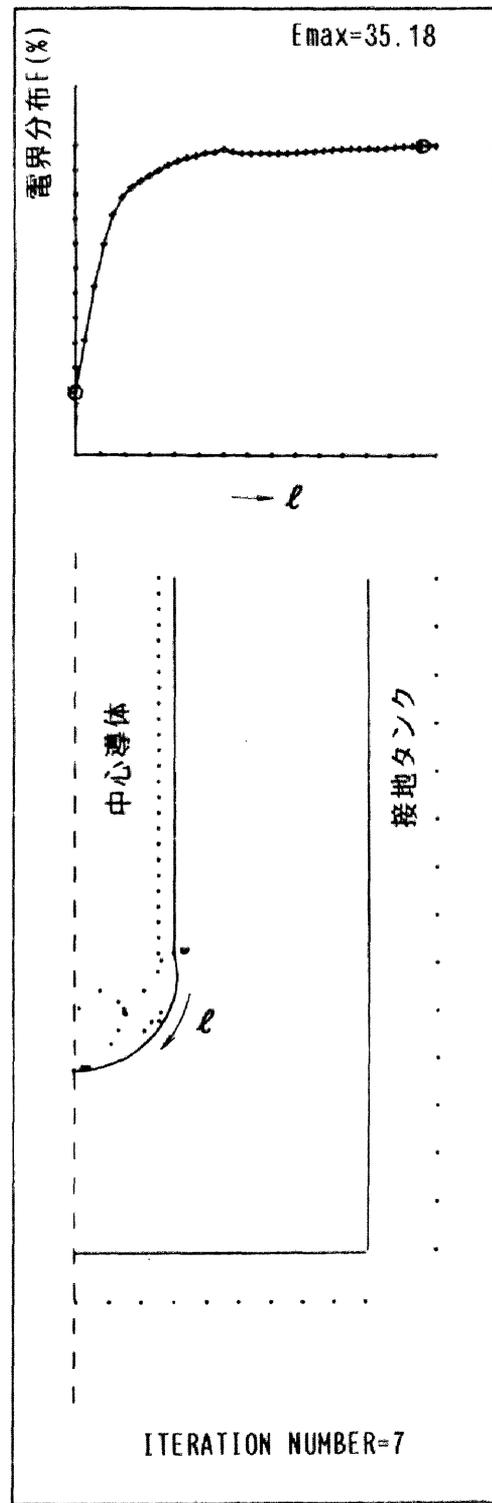
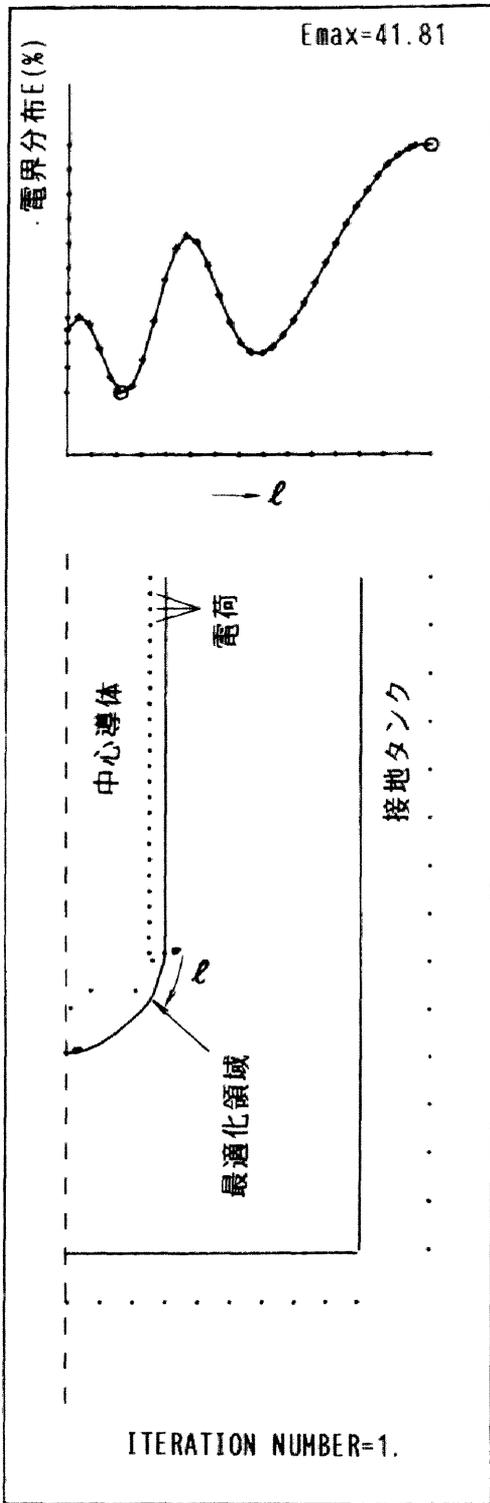


図 2.4.9 最適化計算例 ( I )

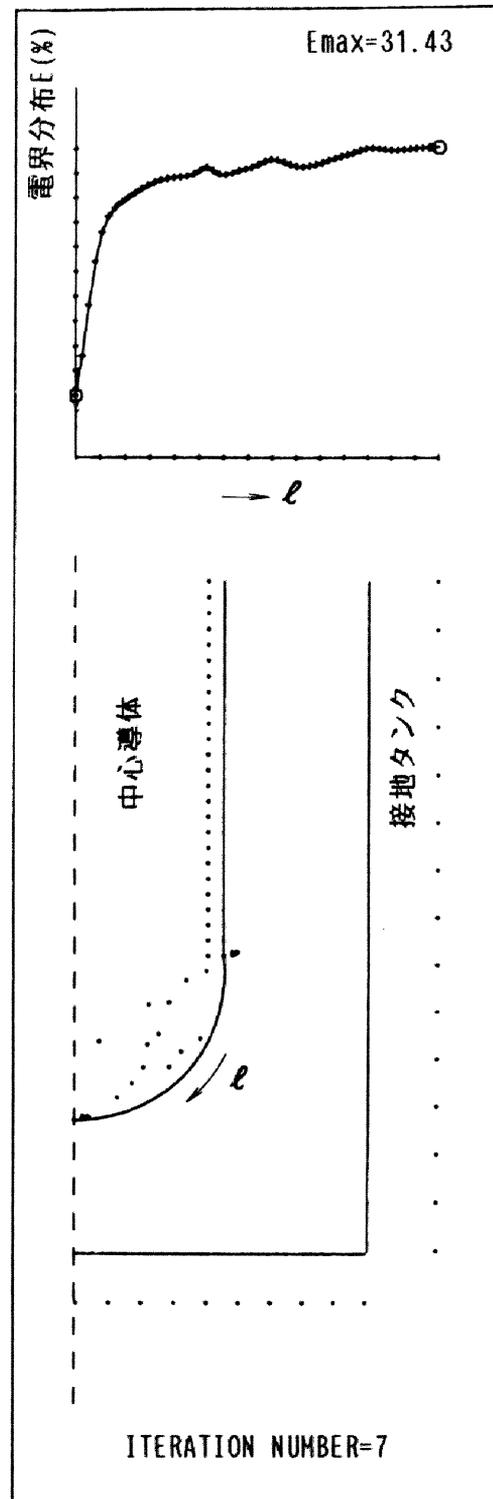
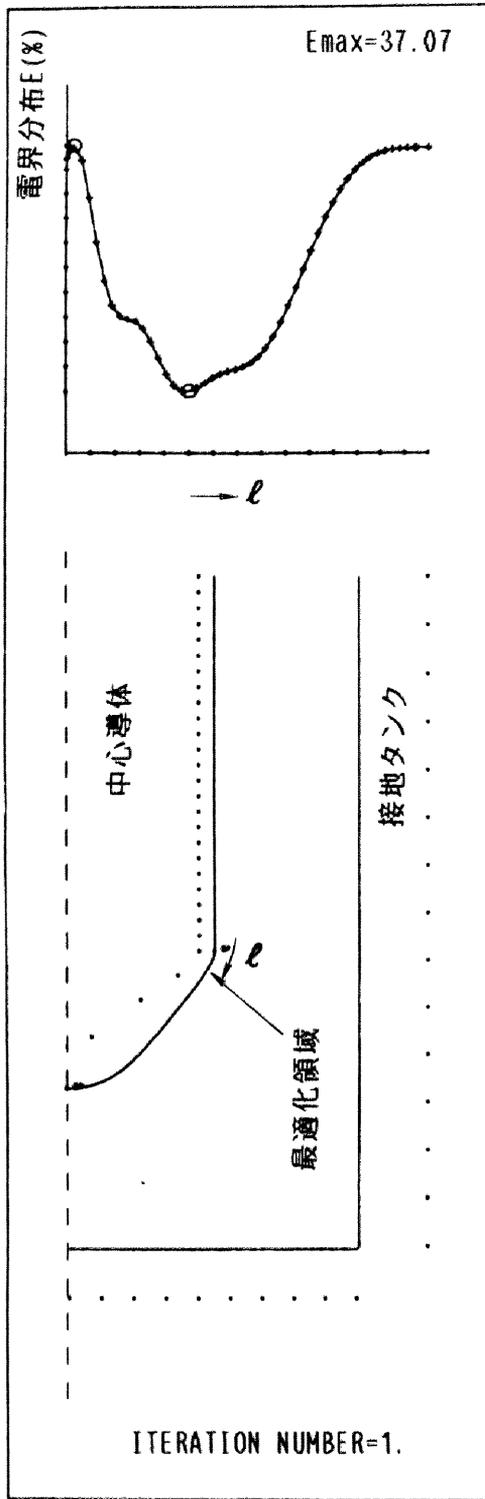


図 2.4.10 最適化計算例(Ⅱ)

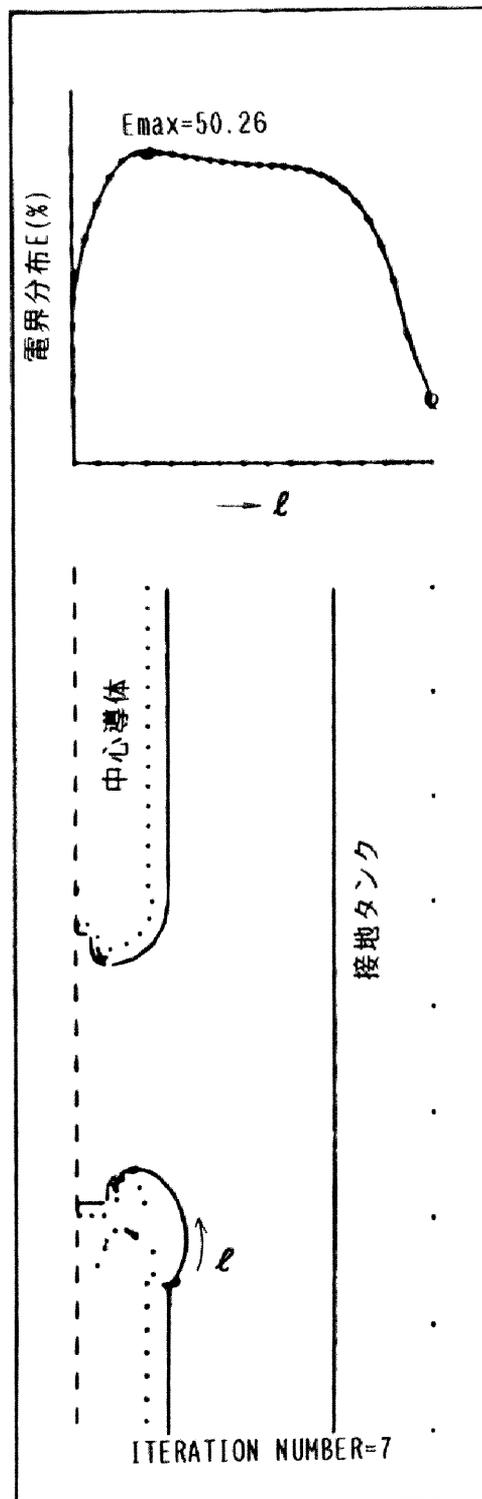
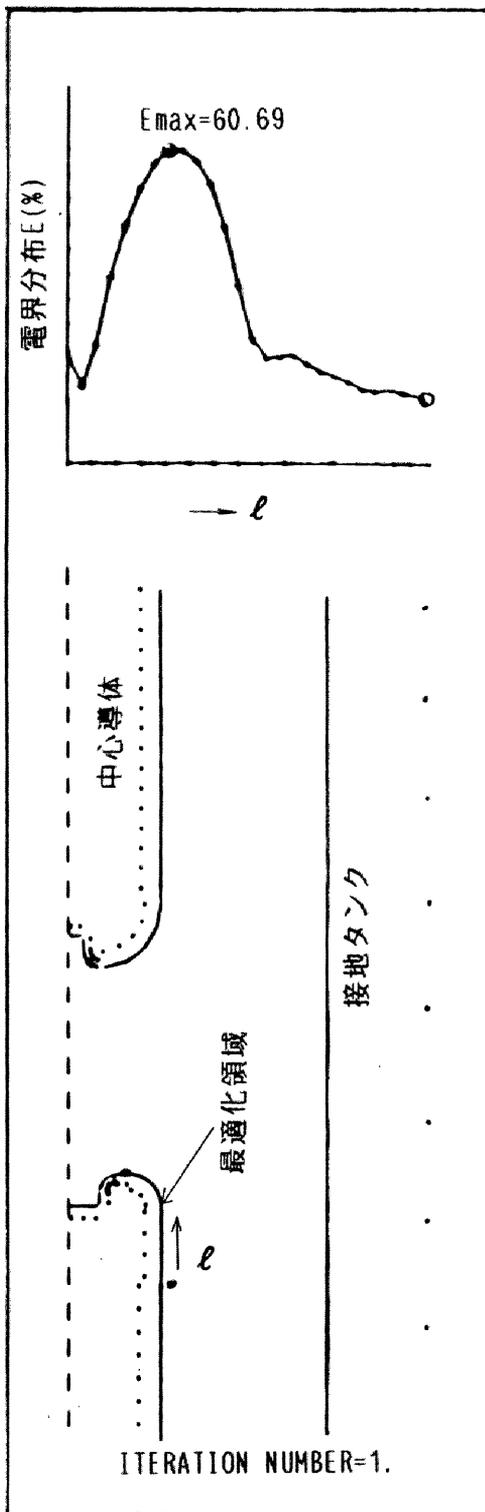


図 2.4.11 最適化計算例 (Ⅲ)

#### 4.5 Borda電極形状と軸対称最適化電極

J. C. Borda が流体力学の分野において、ある形状に沿った流速が一樣である流体流出口形状を表わし<sup>(1)</sup>、後にN. Felici<sup>(4)</sup>や、L. V. Bewley<sup>(2)</sup>によって電気工学に紹介されたもの、すなわち電気工学においてBorda形状とは、電極のある領域において電界分布が一定となる形状をさすものであり、Rogowski電極<sup>(3)</sup>などと対比されるものである<sup>(8)</sup>。しかし、いずれも等角写像によって求められた形状であるので、実際の実験や機器に用いる場合には、軸対称形状などに変更することが必要であり、いずれも近似Borda形状、近似Rogowski形状などとして取り扱われている。

以下では、ここで開発した2次元および軸対称電界最適化プログラムを用い、軸対称形状におけるBorda形状を求め、軸曲率の影響や、壁面の影響などについて計算をする。このような軸対称最適化により、従来は正確に得られなかった現実的な一様電界分布電極形状を得ることができよるようになった。

##### (1) 2次元Borda形状

図 2.4.12 (a) に無限大平板に対するBorda形状 ( $\pi/2$  Borda形状) を示す。点Aを原点としてパラメータ $\varphi$ を用いて表わすと、

$$x = -2 \left\{ \sin \varphi - \ln \tan \left( \frac{\varphi}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right\}$$

$$y = 2 (1 - \cos \varphi) \quad \dots\dots\dots (2.4.15)$$

$$(\varphi = 0 \sim \pi/2)$$

となる。ここで、対向する無限大平面電極は $y = 2 + \pi$ に位置しており、 $x \rightarrow \infty$ においてBorda形状と平面電極とのギャップ長は $\pi$ となる。このBorda形状 (2次元) を軸対称に拡大して軸曲率半径を $x_0$ とすると、図 2.4.12 (b) に示すようになる。なお、ここでは座標原点を平面電極と回軸との交点に移している。A点の座標は $(x_0, y_0)$ である。

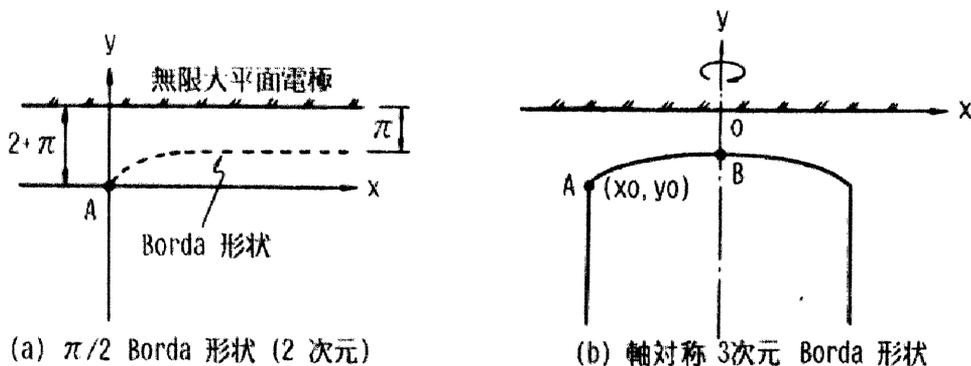


図 2.4.12 Borda 形状

まず、図 2.4.12 (a) に示す 2 次元 Borda 形状について、電荷重畳法を用いて電界計算すると、図 2.4.13 に示すように、A 点より平面電極に対向した電極表面全体にわたって、一様電界分布が得られていることがわかる。この形状をそのまま軸対称 3 次元に拡大した図 2.4.12 (b) に示す形状について同様に電界計算を行なうと、軸曲率の影響により電界最大値は A 点に、最小値は B 点に現われ電界の一様性は失われる。そこで、電界の一様性 ( $E_{\max} / E_{\min}$ ) を  $|x_0 / y_0|$  の関数として計算すると図 2.4.14 に示すようになる。軸半径が大きく 2 次元場に近くなると一様性は良くなるが  $|x_0 / y_0|$  の値が小さい領域では軸曲率の影響を大きく受けるので一様性は低下してくることがわかる。特に

$|x_0 / y_0| < 5$  において 10% 以上

$|x_0 / y_0| < 10$  において 5% 以上

の非一様性を生じることが明らかになった。このように 2 次元で得られた Borda 形状をそのまま軸対称 3 次元場に拡大するときには、軸曲率を考慮して検討する必要があることがわかる。

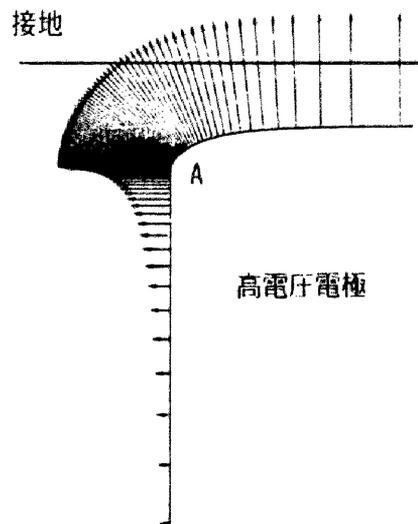


図 2.4.13 電界強度分布 (2 次元)

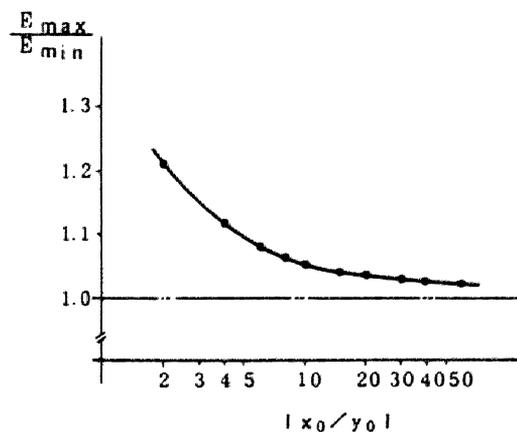


図 2.4.14 軸対称 3次元 Borda 電極形状における電界強度分布の一様性からの差違

## (2) 3次元軸対称一様電界強度電極形状

上述したように、Borda形状を軸対称3次元場に拡大した電極は、 $|x_0|/|y_0|$ の値が十分大きくない限り一様電界強度分布条件を満たさない。今回開発した電界最適化プログラムを用いて軸対称3次元場における一様電界分布電極形状を求める計算を行った。

図 2.4.15 にこのようにして得られた新しい電極形状の一例を示す。これは  $|x_0|/|y_0| = 4$  の場合のBorda形状を初期値として、電界最適化自動反復計算を行なって得られたものであり、 $|x| < 3.5$  の範囲内で電極表面電界強度の一様分布からの偏差は0.4%以下となっている。

このようにして得られた電極形状では、広い電極面積上で電界強度分布が一様となっており、端部では中心部よりも電界強度が低くなっている。軸対称3次元形状で求められているので、絶縁試験用電極しても応用され得るであろう。

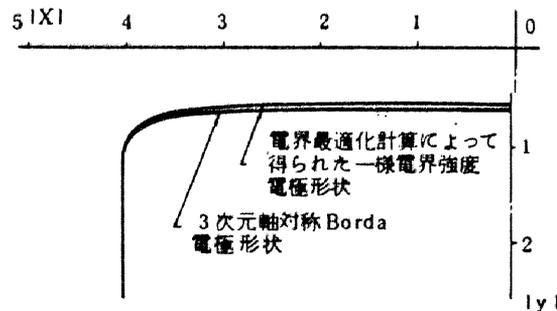


図 2.4.15 3次元軸対称一様電界強度電極形状

(3) 接地円筒ケース内電極形状の最適化

接地ケース内の円筒形電極端部について電界の最適化を行ない、電極表面電界分布の一樣な電極形状を計算で求めてみよう。図 2.4.16 のA、B、Cに対向しているDEFについて、2次元一樣電界分布電極を計算すると、

$$x = 2 \ln \tan \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$$

$$y = 2 \ln \tan \left( \frac{\varphi}{2} \right) \quad \dots\dots\dots(2.4.16)$$

$$(\varphi = 0 \sim \pi/2)$$

となり、やはりBorda形状が得られる。このBorda電極を3次元軸対称場に拡大すれば電界の一樣性は崩れる。したがって、電界最適化自動計算で3次元軸対称一樣電界電極を求めると、図 2.4.16 において破線で示す形状が得られる。側面に対するギャップ長1に対して、主ギャップ長は0.94825となる。同図において、F-E間は全くBorda形状と一致し、E-D間に若干の形状の差が現われる。この場合はギャップ長に対して電極の軸半径が大きいため、軸曲率の影響が少ないため形状に大きな変化が現われていない。

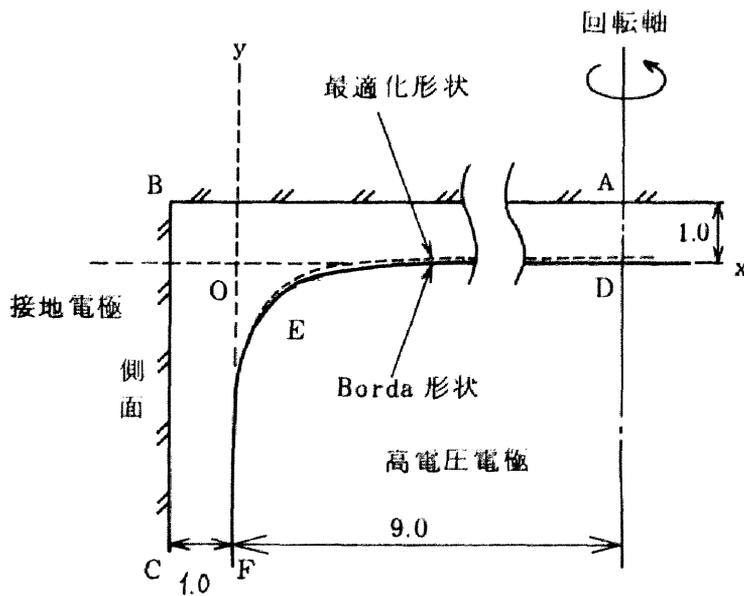


図 2.4.16 側面のあるBorda 形状とその3次元軸対称最適化電極化形状

さて、次に3次元軸対称一様電界電極形状について接地ケース半径 $D_0$ による影響を検討してみよう。ここでは高電圧棒電極の半径 $D_i$ を一定とし、( $D_i = 10$ ) また最短ギャップ長 $G = 1$ ととり、接地外側円筒ケース内径 $D_0$ を種々とり、各場合について今回開発した電極表面電界強度最適化計算プログラムを適用する。計算結果を図 2.4.17 に示す。内部高電圧電極表面上において $|x| < 10$ の部分では電極表面電界分布は完全に一様である。 $D_0 = \infty$ は接地円筒ケースが存在せず、高電圧電極が無限接地平面に対向している状態に相当する。 $D_0 = 11.052$ の場合には、内側高電圧電極上の全表面の電界強度分布が一様となる。図 2.4.17 によれば $D_0 \geq 15$ では電極形状に対する接地円筒ケースの影響がほとんど無視できることがわかる。これらの計算時における輪廓点および各最適化電荷の配置例を図 2.4.18 に示す。

このようにして求めた3次元軸対称場での一様電界電極形状を、1766年に Bordaが等角写像により求めた2次元一様電界電極形状と比較すると図 2.4.19 のようになる。軸曲率の影響を受け電極端部において互いに形状間に差異が現われることがわかり、この差異は $D_i$ の値によって異なり、 $D_i$ が小さいほど大きくなる。

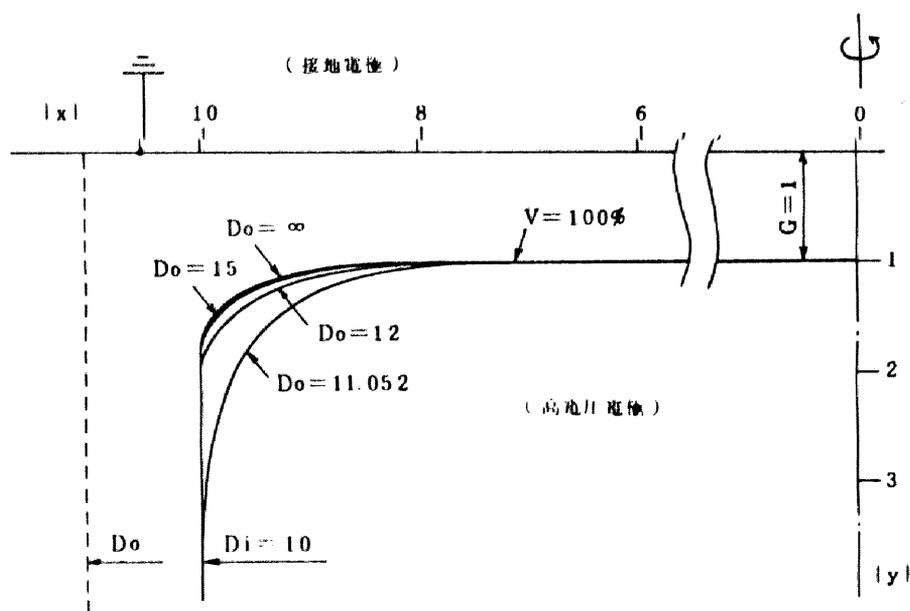


図 2.4.17 接地円筒ケース内高圧電極の最適化  
(一様表面電界分布) 形状



#### 4.6 表面電荷法による絶縁物形状の最適化

電極形状だけでなく絶縁物形状を電界的にみて最適化することも、電界空間の有効利用を果たし、高電圧機器設計上重要なことである。

これまでも絶縁物形状の電界最適化について、いくつかの研究報告があるが、本章では新たに表面電荷法を用いて行なった結果を以下に報告する。表面電荷法はすでに説明したように、電荷をいわゆる境界面上に配置するので、境界形状のみで計算ができる。したがって電界最適化のような境界形状が変化してゆくような場合は、最もうまく適合した方法であると言える。また基本的には図 2.4.20 に示すように、繰り返し収束方法がとられるので、計算時間の問題から、電荷重畳法との併用をした方が望ましい。

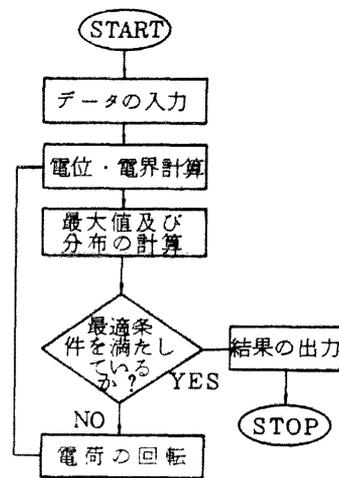


図 2.4.20 電界最適化

最適化の手順は以下に示す通りである。まず入力した初期形状について通常の表面電荷法による電位・電界計算をした後、最適化を行なう最適化領域内の電界分布を検討する。絶縁物沿面の場合には、沿面電界強度が重要となる場合が多く、ここでは沿面電界強度（接線方向電界強度）について最適化を行なう。たとえば、電界最適化領域内における最大沿面電界強度を  $E_{Tmax}$  とし、最低を  $E_{Tmin}$  とすると、全体の平均電界強度  $E_{TAVE}$  は次の(2.4.17)式に示すようになり、全体  $n$  個の電荷それぞれについて(2.4.18)式で表わされる偏差  $\delta$  を求める。

$$E_{TAVE} = \left( \sum_i^n E_{Ti} \right) / n \dots \dots \dots (2.4.17)$$

$$\delta_i = \left( \frac{E_{Ti} - E_{TAVE}}{E_{TAVE}} \right) \dots \dots \dots (2.4.18)$$

ここで  $E_{TAVE}$  のかわりにある設定値  $E_0$  を用いてももちろんよい。  
 次の段階として、各々の表面電荷は図 2.4.21 に示すように (2.4.18) 式の  $\delta$  に比例した分だけの位置的な修正を受ける。ここでは (2.4.19) 式で表わされる角度  $\beta$  だけ表面電荷が回転され、全体の電界方向に対するその表面電荷の対向方向を変化させる方法をとる。

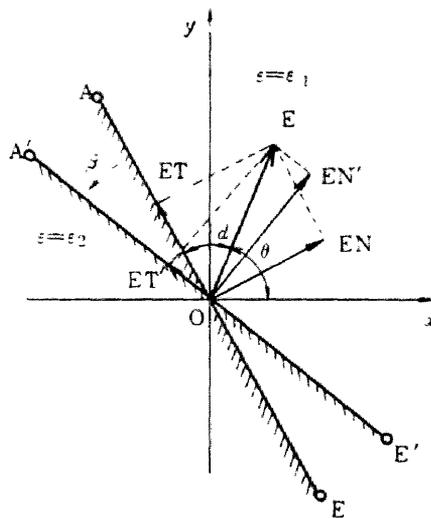


図 2.4.21 表面電荷の回転

$$\beta = \omega \cdot \beta_0 \cdot \delta_i \quad (\beta_0 : \text{最小回転角度}) \dots\dots\dots (2.4.19)$$

ここに  $\omega$  は個々の電荷の全体場への影響度を和らげるためと、収束の加速のために用いられる緩和係数である。

同心円筒系のスペーサ形状について電界最適化を行なった時の結果を、図 2.4.22、図 2.4.23 に示す。12回の繰り返し自動計算により図 2.4.22 に示すような形状が得られ、電界分布は図 2.4.23 に示すように一様化されて最大電界強度は約 26% 低下した。

この場合、最適化領域に 10~12 個の表面電荷を配置して自動計算をしており、表面電荷の回転がなされた後の形状の決定ならびに表面電荷の再配置は自動的に行なわれる。このケースについては、A 点を固定しているが、B 点を固定点としても、計算できる。さらに高電圧支持絶縁物形状について同様に計算した例を図 2.4.24 に示す。この結果はほぼ同様のモデルについて Singer<sup>(9)</sup> が電荷重畳法を用いて計算した結果と良く一致している。

この方法は、まだ完全な汎用性はないが、軸対称場で絶縁物が複雑に入り組んでいなければ、一般的に使用できる。

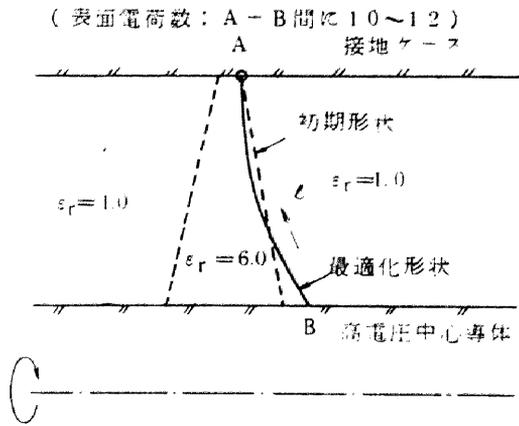


図 2.4.22 電極配置と最適化形状

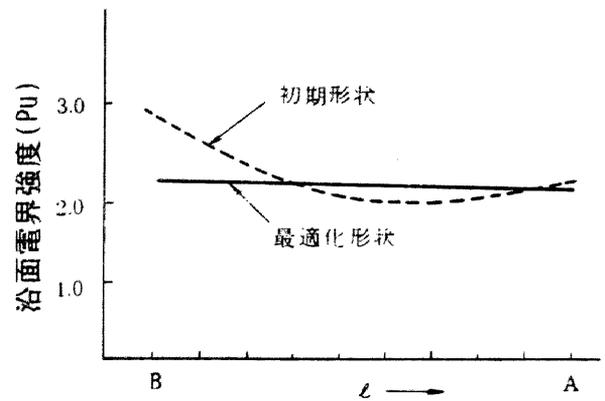
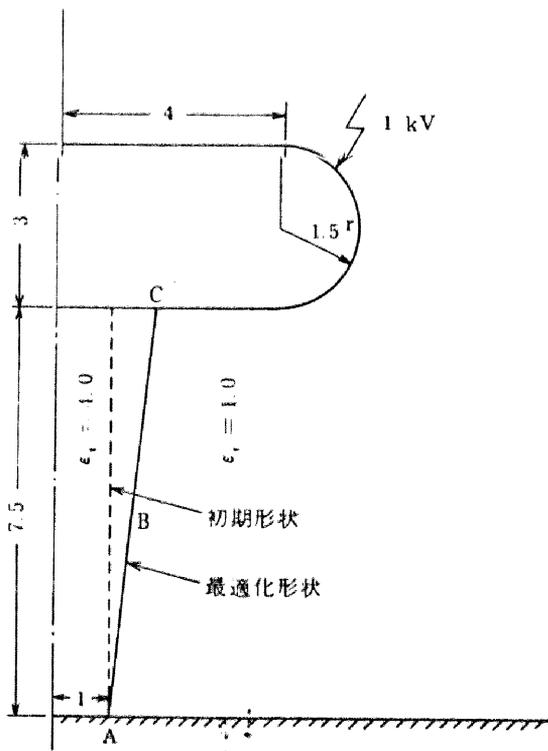
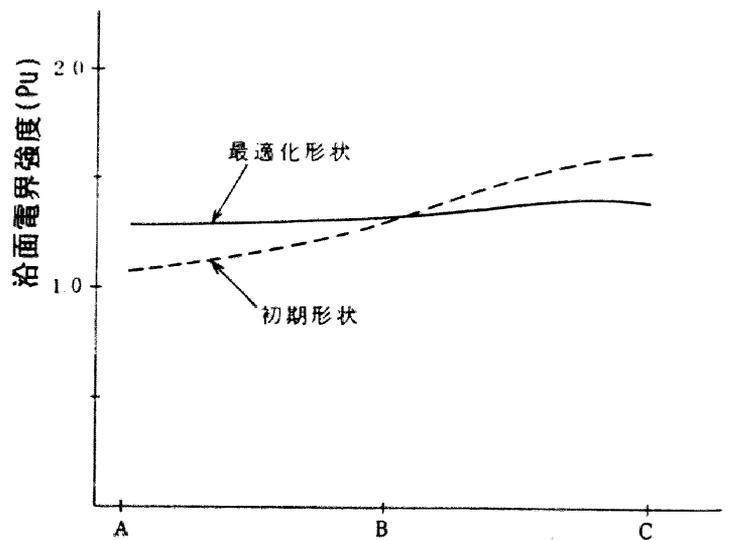


図 2.4.23 沿面電界強度分布



(a) 最適化形状



(b) 沿面電界強度分布

図 2.4.24 高電圧支持絶縁物形状の最適化

#### 4.7 まとめ

Metz の電界最適原理に基づき、開発した自動計算法について説明し、それを用いて求められた最適化電極についてBorda形状と比較検討を行なった。この方法は、基本的には等電位面追跡形となっており、電荷量から出発するMetzの方法に基づいているが最適化繰返し過程において新電荷を順次配置していくという方法をとっている点がMetz 自身の方法と相違しており、この点は繰返し過程の自動化が容易となり、特に最終ステップにおいて電界一様化の精度を上げるうえで有利な形となっている。また、本研究を通して、この計算手法が有効に使用できることが明らかになり、これまで2次元平等電界電極の拡張として用いられてきた3次元軸対称平等電界電極が、正確に計算で求められることが明らかとなった。さらに、この計算手法を各種高電圧機器内の電極形状決定のために用いれば、電界空間の有効利用あるいは機器の信頼性向上のために役立つものと考えられる。

変圧器絶縁設計上、電界最適化の適用できる場所は、例えば

- (1) 巻線端部高電圧シールド形状、シールド被覆絶縁物形状
- (2) 巻線素線断面形状
- (3) 多巻線変圧器の巻線配置
- (4) 接地電極形状
- (5) 高電圧ブッシング下部シールド形状
- (6) 油中リード支え形状、油中スペーサ形状

などであり、油入変圧器、ガス絶縁変圧器とも今後の技術として有効活用されてゆくであろう。

このような電界最適化の試みは、技術としてまだ初期段階であるが、今後各方面で多用されてゆくものと考えられ、電界強度のみならずその他の構成要素との関連性も含めての最適化を進めてゆく必要がある。また表面電荷法を用いて最適化を行なったことは全く新しい試みであり、その特長を生かすことは今後の方向を与えるものとなるであろう。

#### 4.8 文献

- (1) J. Borda : Mém. Acad. Roy. Sci. , P 579 (1766)
- (2) L. V. Bewley : Two-dimensional Fields in Electrical Engineering, Dover Publ. , New York , P 142 (1963)

- (3) W. Rogowski : Arch . f . Elektrotech. , 12, 1, P1 (1923)
- (4) N. J. Felici : Rév. Gen. Elect. , 59, P479 (1950)
- (5) J. A. Harrison : Brit . J. Appl . Phys . , 18, P1617  
(1967)
- (6) J. P. Pearson, et al : Brit . J. Appl . Phys . , Ser. 2, 2,  
P77 (1969)
- (7) F. M. Bruce : IEE, 94, Part II, P138 (1947)
- (8) H. Prinz : Hochspannungsfelder, R. Oldenbourg München (1969)
- (9) H. Singer : ISH-75, Zürich , P111 (1975)
- (10) D. Metz : etz -a , A-97, 2, P121 (1976)
- (11) K. Antolic : ISH-72, München, P1 (1972)
- (12) H. Okubo : ISH-79, Milano , 11. 16 (1979)
- (13) H. Singer : ISH-79, Milano , 11. 06 (1979)
- (14) D. Metz : ISH-79, Milano , 11. 12 (1979)
- (15) 加藤, 他 : 電気学会論文誌, 97-B, 6, P379 (1981)
- (16) 雨宮, 他 : 昭和53年電気学会東京支部大会 (1978)
- (17) H. Okubo, et al : Archiv f. Elektrotech, 60, P27 (1978)
- (18) J. Spielrein : Archiv f. Elektrotech. , 4, 3, P78 (1915)
- (19) J. Spielrein : Archiv f. Elektrotech. , 5, 7, P244 (1917)
- (20) 雨宮, 他 : 昭和54年電気学会全国大会, 148, P183 (1979)
- (21) M. S. Mashikian, et al : IEEE PAS, PAS-97, 3,  
P914 (1978)
- (22) D. Metz : Doktor Thesis , TH Aachen (1979)
- (23) 大久保, 他 : 電気学会論文誌, 100-A, 8, P441 (1980)

### 5.1 まえがき

高電圧変圧器は、厳しい輸送制限内で、高信頼性絶縁の開発を要請され、500KV変圧器や将来のUHV変圧器においては、絶縁空間を最大限に利用した絶縁設計が重要となり、そのためには、もはや数値電界解析の導入が必要不可欠となっている。

以下では第1章～第4章で行なった電界解析技術の改良・開発・結果をまとめ、その変圧器絶縁設計への適用状況と絶縁性能向上に果たす役割を明確にする。

### 5.2 電界解析技術を適用した絶縁設計

高電圧・大容量変圧器内は主として油と紙との2媒質絶縁となっているが、他の高電圧機器と比べて電位の分布や電極の被覆、プレスボード筒やバリヤの存在など、内部構造・境界条件が極めて複雑であるのが特徴である。したがって全体に汎用性の高い有限要素法の適用が効果的であるが、一方、局所の高精度計算や、ギャップ長などのパラメータ可変の電界計算には電荷重畳法あるいは表面電荷法の適用が有効である。

有限要素法の適用にあたっては、第2章で述べた誤差検討結果と精度改良法が採用され、有限要素法による高精度計算を可能としている。電荷重畳法・表面電荷法は、第3章で示したコンビネーション法として共用することができる。これらの手法をその特徴に基づいて有効に用いる事が重要であり、第1章、表 2.1.1 より、さらにわかりやすく変圧器内の絶縁構成についてまとめると表 2.5.1 のようになる。

一方、変圧器絶縁設計に際して、しばしば必要とされる、空間電荷の存在する場や浮遊電位の場などの特殊場については同様に表 2.5.2 にまとめる。これらよりそれぞれの手法を使い分けることが必要であるが、今回開発したコンビネーション法によればほとんどすべてを含んでいるので特に分類する必要はなく、計算手法のひとつの将来方向を示していると思われる。

また、図 2.3.8 で示したプッシング計算などのように、多媒質・開放空間であり、従来の方法ではあまり精度良く計算できなかった場などもコンビネーション法の開発導入により精度良く計算できるようになった。同図の場合、コンビネーション法によれば、プッシング導管表面の漏れ抵抗なども考慮に入れることができる。

一方、第4章で示した電界最適化法は、発展途上技術であり、今だ今後の技術進展に依存するところが大きい。絶縁空間の有効利用を今後も進める上で必須の技術となることは確実であり、CAD (Computer Aided Design)、CAM (Computer Aided Manufacturing) とともに絶縁設計の自動化・信頼性向上に寄与するものと思われる。

表 2.5.1 変圧器絶縁構成と電界解析法の適用

		全体場	主絶縁	内部絶縁	端部絶縁	外部絶縁
絶縁構成		—	メインギャップ プレスボードシ リンダ	ターン間 セクション間	静電シールド 対ヨーク距離 プレスボードア ングル	対タンク距離 リード絶縁 プッシング絶縁
コ ン ピ ネ ー シ ョ ン 法	有限要素法	○		○	○	
	電荷重畳法		○	○	○	○
	表面電荷法		○		○	○

表 2.5.2 特殊場の計算

		空間電荷場	直流絶縁	浮遊電位	電界最適化	一般3次元場
コ ン ピ ネ ー シ ョ ン 法	有限要素法	○	○	○		
	電荷重畳法			○	○	○
	表面電荷法			○	○	○

現在までの、電界最適化法による具体的成果は、例えば油中高電圧試験用電極形状の自動計算、円板巻線の端部形状の最適化、プッシング下部電極形状の最適化、ならびに油中スペーサ形状の最適化などを挙げることができる。

以上、本論文での技術成果が、実際に絶縁設計に取り入れられている状況をまとめたが、実際に絶縁構成を検討する時の代表的なパターンとして円板巻線端部絶縁設計におけるフローチャートを図 2.5.1 に示す。このように数値電界解析は、精度の向上ならびに適用場拡大の開発目標を達成した結果、通常の絶縁設計に組み込まれ、その威力を十分に発揮している。

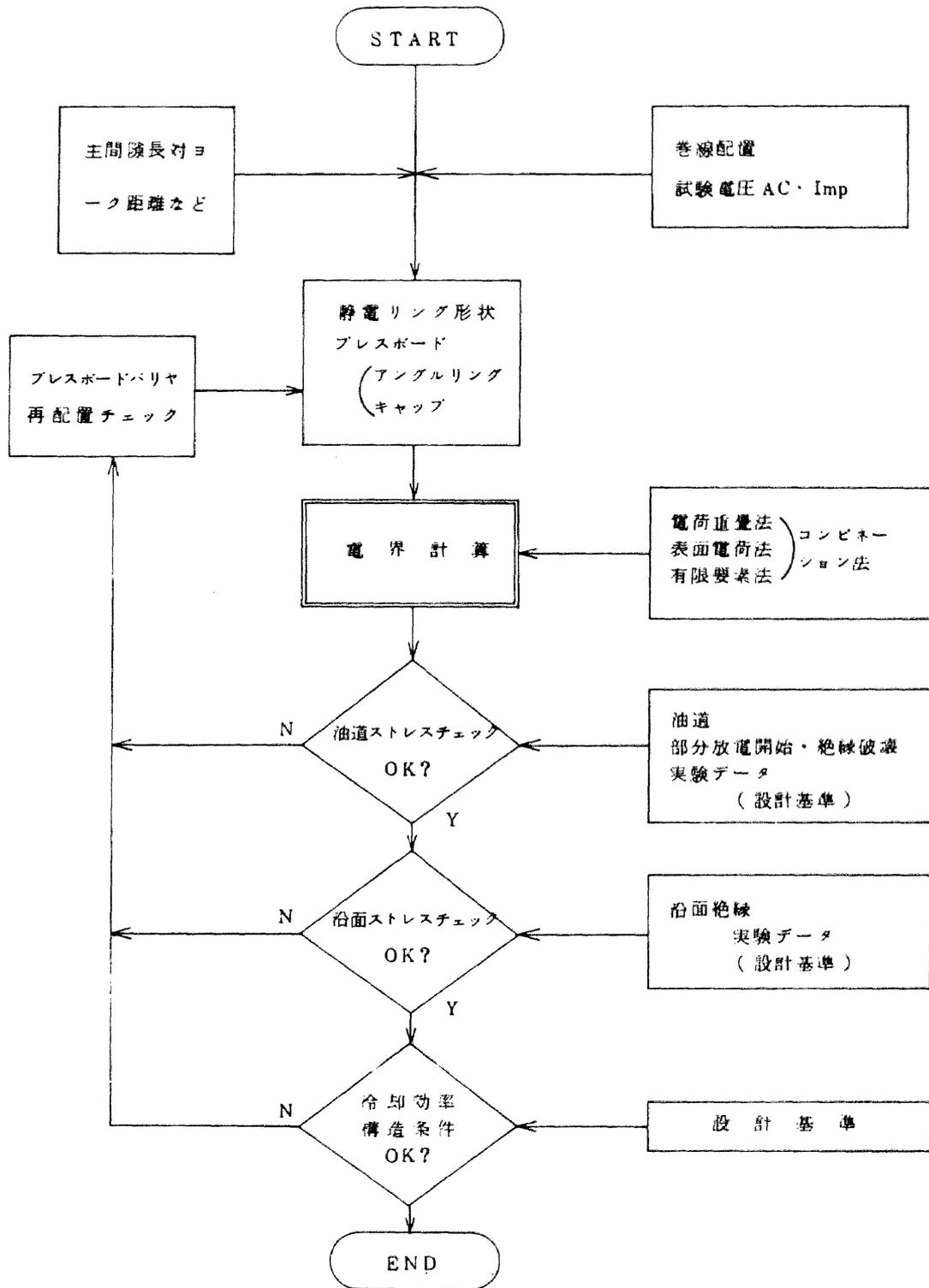


図 2.5.1 端部絶縁設計

### 5.3 計算適用例とその評価

以下では第2章に示した有限要素法汎用プログラムにより、計算した実例を示し、その効果を明らかにする。(コンビネーション法(第3章)については、高電圧ブッシングや空間電荷場の計算、電界最適化法(第4章)については、母線端末部やBorda形状の計算など本文中に計算例をすでに示したので、ここでは省略する。)

#### (a) 有限要素法によるセクション間ストレスの計算

図 2.5.2 に要素分割を図 2.5.3 に等電位面計算結果を示す。インターリーブ巻線におけるこのようなセクション間電位分布は図 2.5.3 に示したように複雑になるが、有限要素法の適用によりはじめて詳細に解明されたものである。図 2.5.3 は電位振動計算により得られた各素線導体の電位値をもとに、電界計算を行なったもので、その結果ターン間ストレス、セクション間ストレス、セクション端部ストレスのチェックを行なうことができる。

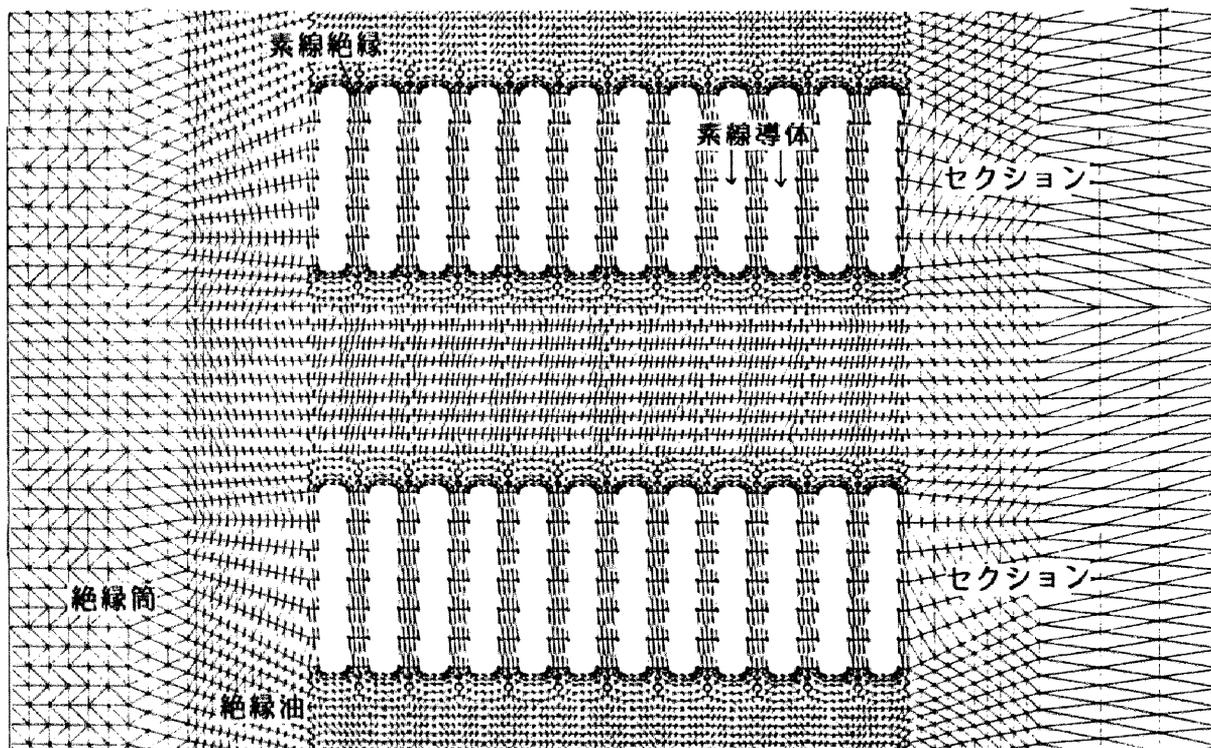


図 2.5.2 セクション間要素分割

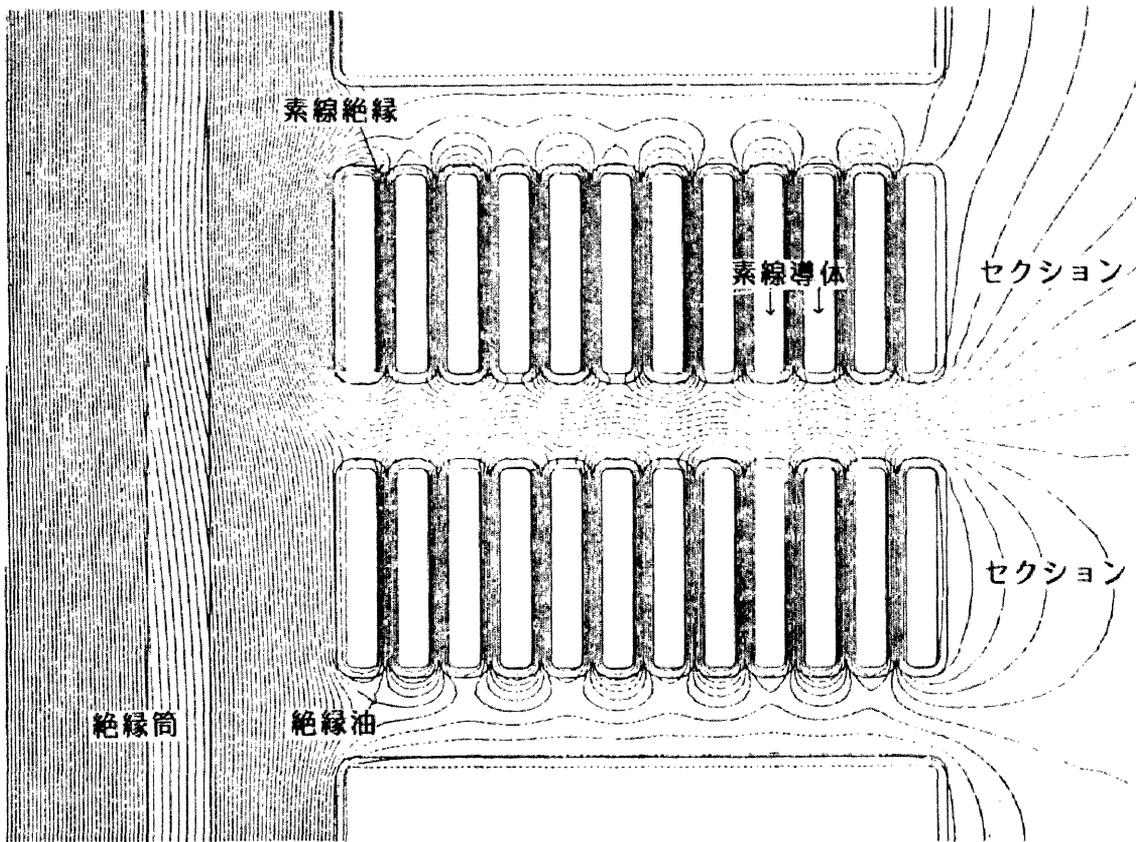


図 2.5.3 有限要素法による円板巻線セクション間電界解析

(b) 有限要素法による発電所用500KV変圧器巻線全体場の解析

図 2.5.4 に等電位面、図 2.5.5 に電界ベクトル図の計算結果を示す。電極、絶縁物が複雑に配置され、電位境界条件の多様な同図のような例は、他の手法では計算困難であり、有限要素法プログラムの適用場拡大作業の成果によってはじめて可能となった。約10年前における類似の場の計算に抵抗紙法を適用した結果を図 2.5.6 に示すが、両者間の差違は明白である。

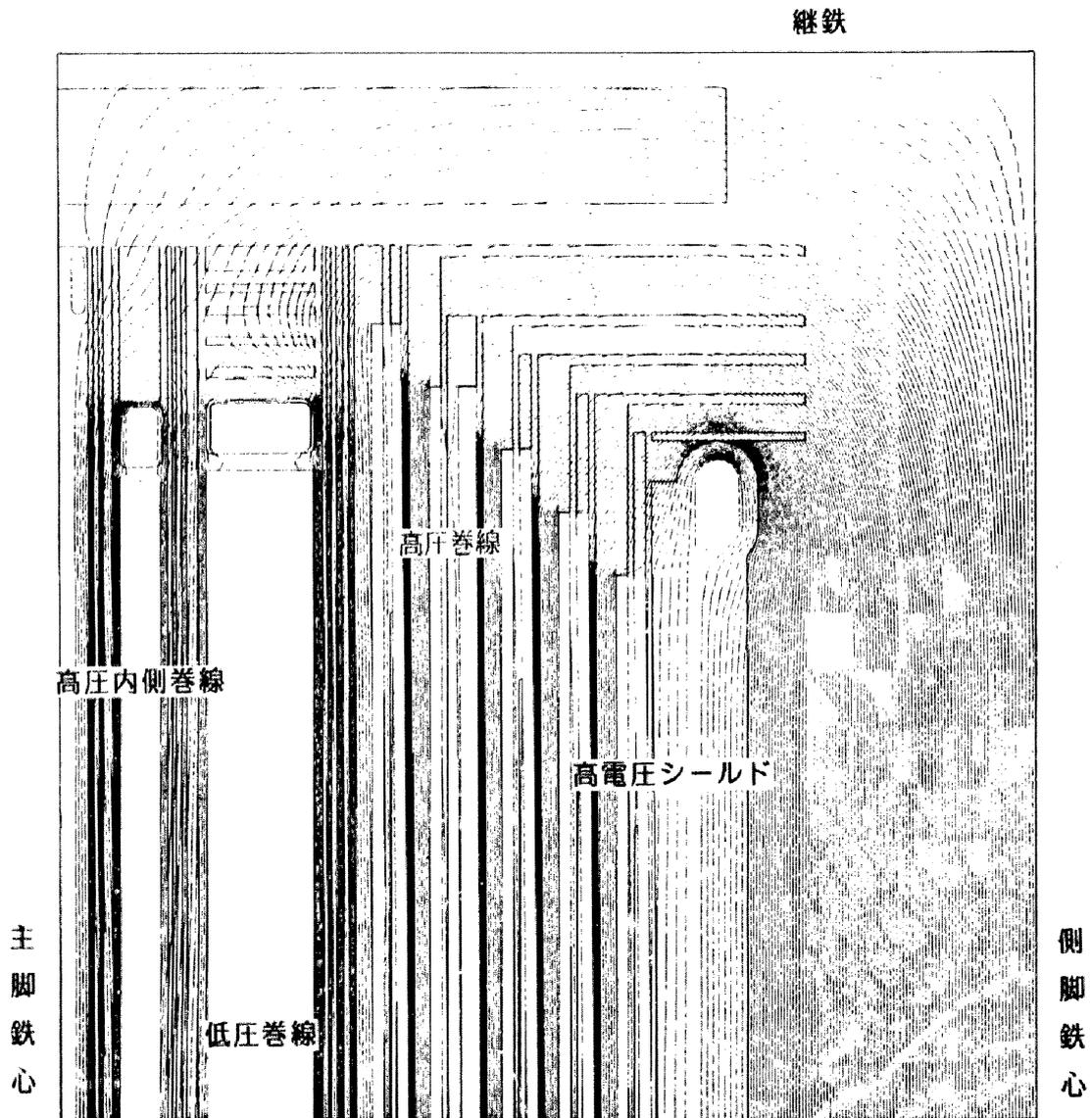


図 2.5.4 500kV 発電所用変圧器巻線全体場解析 (等電位線)

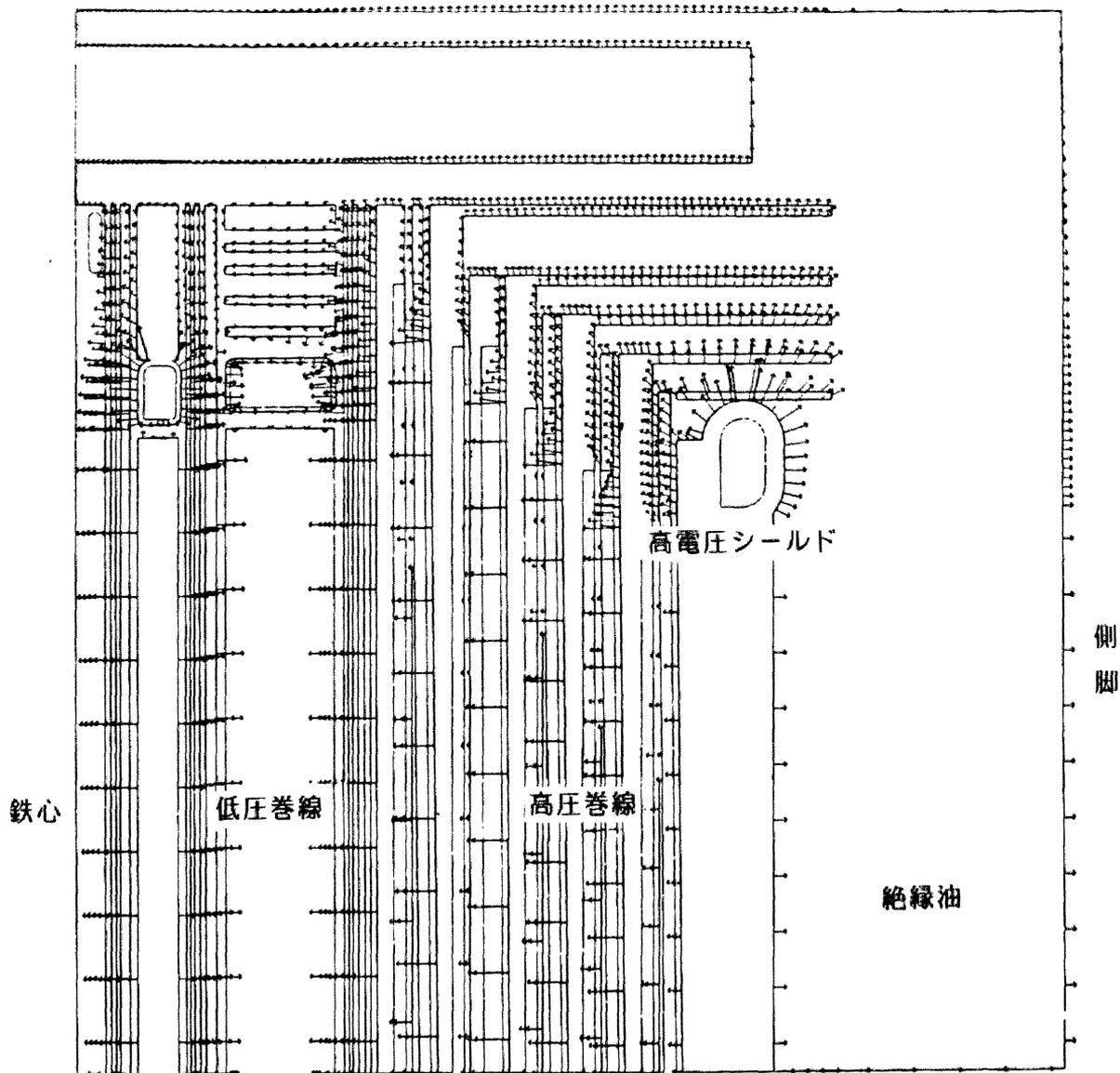


図 2.5.5 電界ベクトル図 (図 2.5.4に対応)

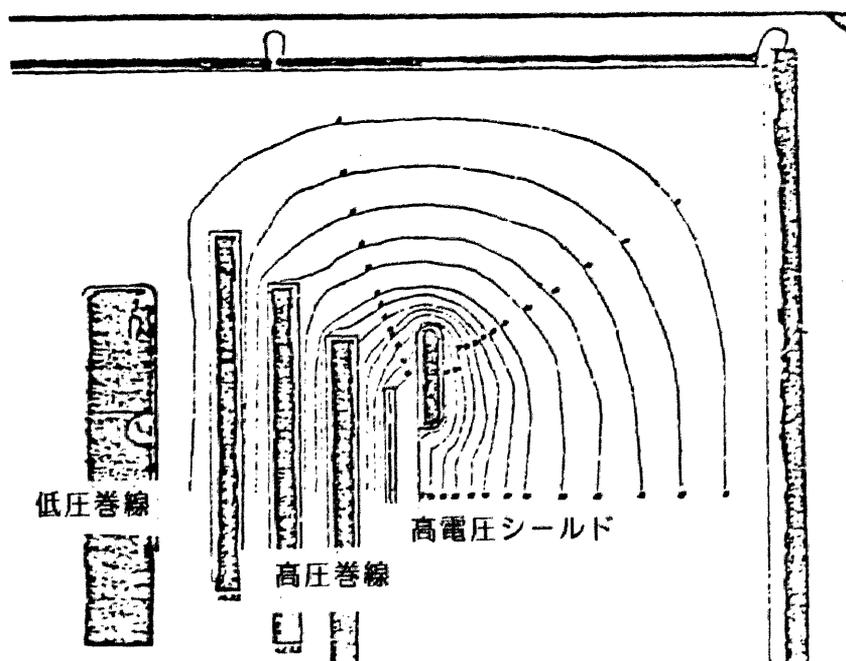


図 2.5.6 抵抗紙によるフィールドマッピング結果 (等電位線)

(c) 有限要素法による空間電荷場および直流場計算

図 2.5.7 に有限要素法による静電界（空間電荷なし）、空間電荷場、ならびに直流電界の計算結果を比較して示す。同図（b）は、プレスボード絶縁物AB上に、表面電荷が指数分布した時のPoisson場計算の結果である。同図（a）のLaplace場計算結果に比べて、電位分布に大きな変歪が生じている。電荷重畳法や表面電荷法に比べて、有限要素法ではそれが領域計算法であることにも起因して、等電位面が容易に描けるのが大きな特徴のひとつであり、効率の良い絶縁設計をする上で等電位面分布を調査することは重要なポイントであり、その意味でも有限要素法の使用に意義がある。

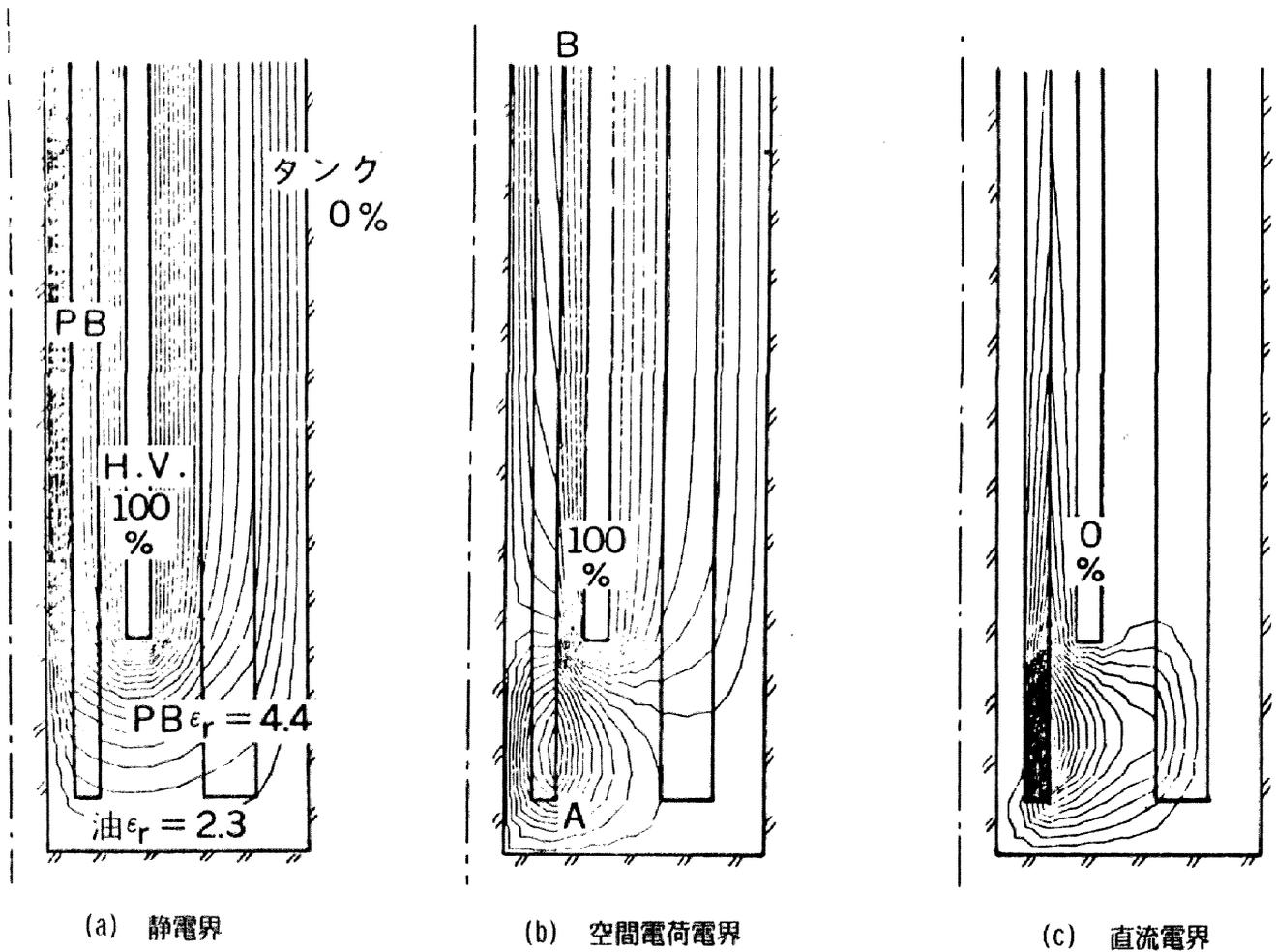


図 2.5.7 空間電荷（表面電荷）の存在する時の電界解析（有限要素法）

## 結 言

本論文においては、変圧器における流動帯電現象の解明と、数値電界解析技術の開発について述べた。この2つの技術的成果は、変圧器の高電圧・大容量化を進め、より一層のコンパクト化を達成する際、絶縁技術上ならびに絶縁設計上欠くことのできない重要なものである。その成果を列挙すれば次のとおりである。

### 1. 流動帯電現象

- (1) 変圧器内の帯電特性を、流量、温度、課電、絶縁油、固体絶縁物、流路形状などのパラメータについて明らかにし、帯電量の低減技術の確立をした。
- (2) 油中静電気放電の研究を行ない、発生形態による4つの放電パターンを明確にした。
- (3) 循環式帯電度測定装置の開発をし、絶縁油の帯電度管理、物性調査のための実用化を果たした。
- (4) 絶縁油の諸物性と帯電度との関係を調査し、劣化生成物中の帯電発生要因について具体的に明らかにした。
- (5) フィルタリングによる帯電度低減効果を見出し、一方、アルキルベンゼン混合油、ベンゾトリアソール添加油の帯電度低減作用を明示した。

以上を通して、変圧器構造、絶縁油、現地処理のそれぞれについて、流動帯電抑制を目的とした新しい技術、設計、管理基準を作成することができた。

### 2. 数値電界解析技術

- (1) 各計算法の特徴の検討を行ない、変圧器絶縁設計への適用分類を行なった。
- (2) 有限要素法の誤差要因の検討、適用場の拡大を行ない、変圧器絶縁設計に適した1次要素および2次要素の汎用プログラムを作成した。
- (3) 有限要素法の計算精度向上のために、新しい漸近級数外挿法を適用した要素再分割法を提案した。
- (4) 変圧器内絶縁構成検討のために、適用場拡大、精度向上と有限要素法による開放領域計算を目的として、コンビネーション法を考案し、実用化・汎用化した。コンビネーション法の開発は、数値計算法の将来のあり方を示唆するものと考えられる。
- (5) 電荷重畳法、表面電荷法を用いた電界最適化法を開発し、Metz法の自動計算化を達成した。最適化計算例として、軸対称Borda電極を求め、これを提案した。

以上の成果は、通常の高電圧変圧器絶縁設計のみならず、変圧器絶縁の研究、開発における手段としても用いられて効果を発揮することができる。

このように流動帯電現象を解決し、電界解析技術を積極的に取り入れることによって、高電圧大容量変圧器の絶縁性能は大幅に向上したが、今後到来するさらに厳しい条件下での絶縁要請に対処してゆくためには、この分野の研究開発をより一層深めてゆく必要があるであろう。

## 謝 辞

本研究の遂行ならびに本論文の作成にあたり、終始懇切なる御指導を賜った名古屋大学教授工学博士家田正之先生に深甚なる感謝の意を表します。また、本論文をまとめるにあたり、数々の有益なご教示および激励を賜った名古屋大学教授工学博士堀井憲爾先生、鬼頭幸生先生、および稲垣康善先生に深甚の感謝の意を表します。さらに本研究を進めるにあたり、広い視野から御指導をいただいた名古屋大学名誉教授宮地巖先生（現在愛知工業大学教授）に深く感謝の意を表します。

本研究は（株）東芝・重電技術研究所において実施されたものである。終始懇切なる御指導と励ましをいただいた重電技術研究所三木康夫所長、山本充義前所長、村野稔技監ならびに柳父悟所長附に深甚なる謝意を表します。

また本研究を進めるにあたり、御指導御協力を賜った重電事業本部村田久夫電力技師長、毛受新一副技師長、浜川崎工場変圧器部岡本雅夫部長、矢成敏行主幹、池田正己課長に深く感謝の意を表します。

さらにたゆまぬ御指導と御助言を頂いた重電技術研究所本多正己高電圧技術担当課長、伊勢順一絶縁技術主査ならびに高電圧技術グループの方々に厚く感謝致します。

本研究に関して発表した論文

No.	題 目	発 表 機 関	共 著 者	関連する章
1	Vergleichende Feldberechnungen und Optimierung in Elektrodensystemen von Hochspannungsanlagen	Archiv für Elektrotechnik, Vol.60, 27(1978)	D. Metz	(第2編) 第2章 第4章
2	大型高電圧変圧器における流動帯電現象	静電気学会誌 Vol.3, No.5, 258 (1979)	本 多 正 己 池 田 正 己	(第1編) 第1章 第2章
3	Charging Tendency Measurement of Transformer Oil	IEEE, PES Winter Meeting, A79 051-4 (1979)	M. Ikeda M. Honda T. Yanari	(第1編) 第3章
4	変圧器の絶縁技術分野における電界計算技術の進歩	電気学会, 静止器研究会 TC-79-2(1979)	池 田 正 己 本 多 正 己 矢 成 敏 行	(第2編) 第1章
5	Calculation Error and the Field Discretisation of Finite Element Method	ISH-79, Milano, No.11.05(1979)	M. Honda S. Menju	(第2編) 第2章
6	Electrostatic Discharges in Insulating Oil	ISH-79, Milano No.23.14(1979)	M. Ikeda M. Honda S. Menju	(第1編) 第2章
7	最近の電界解析法とその応用	電気学会誌, Vol.100, No.7, 609(1980)	里 周 二	(第2編) 第1章
8	UHV 変圧器絶縁技術上の諸問題	電気学会, 昭和55年電気四学会連合大会(1980)	池 田 正 己 井 上 保 行 矢 成 敏 行	(第2編) 第1章 第5章
9	反復自動計算による電界強度分布の一様化とBorda形状	電気学会論文誌, A分冊, Vol.100, No.8, 441(1980)	雨 宮 隆 己 池 田 正 己 本 多 正 己	(第2編) 第4章
10	絶縁油の帯電度と帯電発生要因に関する一考案	電気学会論文誌, A分冊, Vol.101, No.5, 271(1981)	矢 成 敏 行 池 田 正 己 本 多 正 己 柳 川 和 広	(第1編) 第3章 第4章
11	コンビネーション法による電界解析	電気学会論文誌, A分冊, Vol.101, No.11, 543(1981)	池 田 正 己 本 多 正 己 矢 成 敏 行	(第2編) 第3章
12	Electric Field Analysis by Combination Method	IEEE PAS, PAS-101 No.10, 4039(1982)	M. Ikeda M. Honda T. Yanari	(第2編) 第3章
13	Suppression of Static Electrification of Insulating Oil for Large Power Transformers	IEEE PAS, PAS-101, No.11, 4272(1982)	M. Yasuda K. Goto T. Ishii E. Mori M. Masunaga	(第1編) 第4章