

報告番号	甲第	2305号
------	----	-------

拡散粒子の凝集モデル  
(Diffusion-Limited Aggregation)  
に基づく対称形分枝コロニーの成長

名古屋大学図書
和 1058461

1990年 2月

松浦 執

## 目次

序論	2
1. 緒言 — 糸状菌の成長様式 —	2
2. 分枝体の回転半径次元	3
第1章 湧き出し機構の導入による高密度分枝系の考察	5
§ 1-1. 目的と概要	5
§ 1-2. モデル	7
§ 1-3. 結果	8
§ 1-4. 主要な特徴のまとめ	10
第2章 剪定操作とクラスター成長 — 対称的パターンの形成 —	11
§ 2-1. 目的と概要	11
§ 2-2. コロニー面積とフラクタル次元	12
§ 2-3. 円形剪定の方法	14
§ 2-4. 円形剪定の結果	15
§ 2-5. 考察	20
§ 2-6. 糸状菌コロニーの成長様式	23
結論	27
参考文献	28

## 序論

### 1. 緒言 — 糸状菌の成長様式 —

糸状菌の菌糸体は複雑に枝分かれした管状の菌糸によって構成されている。菌糸体の成長は、先端優先 (apical dominance) と呼ばれる菌糸先端部分が伸長する形式によって行われる。その伸長速度は各菌糸によりかなりの差異があり、また、枝分かれも相当程度ランダムに形成されることが報告されている (Trinci, 1974, Prosser & Trinci, 1979)。このような分枝体の形成過程の機構とその一般性を明らかにするには Diffusion-Limited Aggregation (DLA) モデル が有力であると思われる。

DLAモデルは、1981年にWittenとSanderによって提唱されたもので、ランダムウォーカーが格子空間上の凝集体表面に順次吸着していくという仮定のもとで非可逆的な凝集体クラスターの成長を取り扱ったものである。この機構のもとに、統計的自己相似性をもつ開いた分枝形態 (この形態は "open fractal" と呼ばれる。) を示すクラスターが生成され、また、その構造は格子空間のEuclid次元  $d$  よりもかなり低いフラクタル次元  $D_f$  (2次元格子上では  $D_f \approx 1.7$ ) を持つことが検証されている。

DLAモデルを実際の生物の形態形成過程に対して適用する試みも次第に行われつつあり (Meakin, 1986, Gray and Kjems, 1989)、特に分枝パターン形成を生物の特殊性としてでなく、物理的な普遍的現象として説明することも可能に成りつつある。本論文ではこの見地に立って、糸状菌の菌糸パターンについて特にその空間的対称性が出現する条件及びその過程をこのモデルに基づいて明らかにすることを目的とする。

さて、糸状菌の菌糸体は、良好な環境条件のもとでは、固体培地上で数日のうちに菌糸を放射状に伸長・分枝させて円形の菌糸コロニー (集落) を形成する。実際、麴カビ (*Aspergillus oryzae*) に関する我々の実験では、25°Cで寒天培地上 (Czapek寒天培地) で培養したとき、培地が0.1% w以上グルコースを含有する場合にはコロニーは円形の輪郭を維持しつつ成長する。このときコロニー周縁の菌糸は、常にコロニー外部の新鮮な培地を利用できるので最も成長が盛んであり、隣接する菌糸同志で互いに或る程度の間隔を取りながらコロニー外方へと放射状に伸長しているのが観察される。この円対称性の原因は、菌糸密度が高くなる結果、成長方向並びに各菌糸の占有面積についての統計的平均化効果が顕著になる事によるものと推測される。一方、グルコースが不足するときには菌糸コロニーの周縁は不規則なフィヨルド状になる。これは菌糸密度が低くなった結果、上のような平均効果が発生しにくくなったためと理解される。

このような形態の違いを我々の実験から求めたフラクタル次元  $D_f$  によって表すと、対称的な成長をする培養条件では  $D_f \approx 2$  であるが、不規則周縁が形成される貧栄養条件下では  $D_f < 2$  となることが分かった。例えば、グルコース0.01% w (25°C) で7~10日培養した場

合、 $D_f=1.8\pm 0.1$ となることが見られた。

本論文の目的は、コロニーの円形対称性を維持するように菌糸が放射状に配置される物理的要因を、2次元格子上的DLAモデルを基礎にして探求することである。この目的のもとに、先ず、表面効果の存在しないランダムな分枝成長系で、分枝密度が高くなる場合についてパターンの成長状態を考察した（第1章）。続いて、従来のモデルでは考慮されなかったクラスターの表面効果による分枝パターンの対称性の発現を検証した（第2章）。

上の前者の目的のためには、新しく湧き出し型粒子供給モデルを取扱い、後者の目的に対しては、クラスター周縁部の粒子分布の均一度を人工的にコントロールする、“吸着-剪定”の手法を考案した。

この後者のモデルでは、粒子を $M_0$ 個ずつクラスターに吸着させ、その度毎に、1回目から順に半径 $l_0, \sqrt{2}l_0, \dots, \sqrt{t}l_0, \dots$ の円外の粒子を取り除く操作を導入する。本論文第2章に述べるように、表面の粒子分布の均一度をコントロールするパラメーターとして $l_0^2/M_0$ という量が本操作に於ては特に重要である事が判明した。そして、この値が大きいときopen fractalのパターン( $D_f\approx 1.7$ )が現れ、また、小さいときは対称的なパターン( $D_f\approx 2.0$ )が生成される。 $D_f$ が $D_f=1.7$ と $2.0$ の間の値を取る場合の分枝形態は、 $l_0^2/M_0$ の値を変えることによって連続的に生成される事が示される。このことから、分枝体の表面の粒子分布(分枝分布)を平均化するエントロピー効果が、分枝形態の均一性・対称性を決定する重要な熱力学的要因であることが結論される。また、各回での剪定円面積を $S$ 、 $S$ 内の粒子数を $M$ とするとき、分枝密度 $M/S$ の値が剪定クラスターの成長過程で一定である事が見出され、またこのことが分枝形態が自己相似になるための前提条件であることが示された。

なお上記の操作と異なった変則的な剪定の下での分枝パターン形成についても言及する。

糸状菌の菌糸パターン形成に於いては、一定のコロニー面積に生産される菌糸量を上の $M_0$ と対応させることができる。それ故、貧栄養培地上で菌糸密度が低くなる事は、 $l_0^2/M_0$ に於て一定の $l_0^2$ に対して $M_0$ が低い場合に相当し、表面均一化効果が低くなって $D_f < 2$ となるものと定性的に説明できる事が分かった。

また本論文では、菌糸パターン形成に対する上記DLAモデルの適用性とその限界、及び今後の発展の可能性等についても言及する。

## 2. 分枝体の回転半径次元

DLAクラスターの成長過程では、吸着した粒子数 $M$ はクラスターの回転半径 $R_g$ を用いて一般に次のように表現される。

$$M \sim R_g^{D_f} \quad (1)$$

ここで $D_f$ は回転半径次元または成長次元などと呼ばれ、 $M$ 及び $R_g$ によらない独立の値をとる。 $R_g$ はクラスターの全粒子の位置の原点からの距離 $r_i$ を自乗平均した値を $\langle r^2 \rangle$ とすると次のように定義される。

$$R_g = \langle r^2 \rangle^{1/2}$$

この $D_f$ はパターン形成の時間過程での質量と空間スケールの増加の比率を特徴づける指数と捉えることが出来る。特に、自己相似パターンの場合（フラクタルの場合）には(1)式の $D_f$ はフラクタル次元と呼ばれる。Witten & Sanderの取り扱ったDLAクラスターは自己相似パターンである。

しかしながら、パターンそのものが自己相似（フラクタル）でない場合でも、その成長過程が(1)式で表現される場合があり、以下第1章で扱う粒子湧き出しモデルがこれに相当する。一方、第2章で述べる簡定クラスターでは、分枝密度が成長過程で一定値をとるときにはパターンは自己相似となることが示され、従ってこの場合 $D_f$ はフラクタル次元となる。

2次元格子DLAモデルでは、 $M \sim 10^5$ の大きさのシミュレーションからはフラクタル次元 $D_f$ の値がおよそ1.7となることが知られていて (Meakin, 1986)、これは理論的にも証明されている (Matsusita et al., 1986)。ところで、 $M$ をさらに大きくした大規模なシミュレーションを実行すると、クラスターは正方格子の格子の方向に沿って成長する傾向が顕著になり、次第にクラスター全体が十字形を呈するようになる。その結果、クラスターが成長するにつれ、 $D_f$ が1.7からそれ以下の値に漸近するのが見られる (Meakin, 1986, Aukrust et al., 1989)。また、粒子の付着確率に異方性を導入したときにも成長と共に大スケールで形態の異方性が生じて来るのが見られる (Aukrust et al., 1989)。

このように $M$ の増加につれて $D_f$ が徐々に変化し、 $M$ に関して $D_f$ が漸近値をとる場合、 $D_f$ は実効回転半径次元と呼ばれ、次の差分式によって計算される。

$$D_f = \frac{\Delta (\log M)}{\Delta (\log R_g)} \quad (1')$$

本論文第2章では、クラスターが過渡的なパターン生成を行う場合も取扱うが、その時には、上式の実効次元によって成長過程を特徴づける事になる。

## 第1章 湧き出し機構の導入による 高密度分枝系の考察

DLAクラスターでは、成長にあたってランダムウォーカーの吸着が主として表面付近のみに集中してトラップされるため、粒子は内部に拡散していきにくいといういわゆる遮蔽効果が存在する。そこで第1章では、この遮蔽効果が比較的に低い場合のパターン成長を調べることを目的とする。そのために「遮蔽効果の少ない系」を「粒子がクラスター内部から湧き出す系」に置き換え、この湧き出し型のDLAと、通常の、粒子がクラスター外部から流入する流入型DLAとの対比を行う。さらに、各枝が伸長しやすくなるように枝の頂端の伸長方向が決められるという局所的な規則を導入して、局所的な分枝の空間占有効率が高められたときの分枝系全体のパターンの特徴を調べることを試みる。

### §1-1. 目的と概要

Witten & SanderのDLAモデルでは、不規則で開いた形の自己相似的なクラスターが生ずる。このようなパターンはopen fractalと呼ばれる。DLAがopen fractalになる理由は、定性的には以下のように説明されている。拡散粒子はランダムウォークしながらクラスターに近づくので、クラスターの枝系の頂端部に付着する確率が高く、枝と枝に挟まれた狭い入り江にまで侵入する確率は極めて低い。これが上述の遮蔽効果である。しかしながら、クラスターの枝系が広がるにつれこの遮蔽効果は減少し、拡散粒子は内部にも侵入することができるようになる結果、クラスターの内部の枝を成長させることになる。これら遮蔽効果と内部への拡散との二つの効果が釣り合って複雑に枝分かれした開いた形のクラスターができる。

それでは、完全吸着の規則は保ったまま（即ち表面効果は導入せずに）、遮蔽効果が働かぬ場合にはどの様なパターンが現れるだろうか。

Meakin(1984)は完全吸着モデルで遮蔽効果をコントロールする方法として、粒子の軌跡の次元 $d_w$ が $2 > d_w > 1$ の場合、即ち2次元のブラウン運動と直線運動との間の次元を持つ粒子の軌跡を導入した。

軌跡の次元 $d_w$ は、一定時間で粒子が運動してできた軌跡を幅 $l$ のdividerで区切る時、区切りの数 $N_l$ と観測スケール $l$ との間の $N_l \sim l^{-d_w}$ という関係から求められる。自由粒子のブラウン運動やランダムウォークの軌跡の $d_w$ は2である。

Meakinは、Levy-flightを用いて種々の $d_w$ の軌跡で粒子を運動させてクラスターを生成し、 $d_w$ が1に近い場合ほどクラスターのフラクタル次元 $D_f$ は2に近くなることを見いだした。 $d_w$ が1に近いほど軌跡は直線に近いので、粒子は張り出した枝に遮られずにクラスター内部に侵入することができるため、クラスターはコンパクトな塊状のパターンを示す。即ち、クラスターの遮蔽効果が低くなった結果、枝が太くなると同時に密集するようになることが知られた。

さて、本章では、 $d_w = 2$ の完全吸着ランダムウォーカーを用いるが、クラスター内部の空間にも常に粒子が供給されるモデル、即ち、湧き出し型粒子源の存在下でのパターン生成を試みる。このモデルでは成長の過程でクラスターのどの領域でも粒子が到来する系であるため、遮蔽効果は相対的に低くなり、粒子が完全に空間を埋め尽くすまでパターンが変化することになる。しかし、ランダムウォーカーは依然枝の頂端部に付着する傾向を持ち、クラスターには分枝形態が保たれる筈である。

また、生物の分枝パターン成長に於いても、分枝間相互作用は本質的な重要因子であり (Cohen, 1967, Honda et al., 1981, Edelstein, 1982)、特異的な相互作用によって特異な機能の発現や効率的な生存戦略・環境利用を可能にしている。この章では、一つの試みとして、各枝が伸長する際に近傍の枝の張り出しだけを回避するような局所的規則を設け、基本的なDLAパターンとの違いをみることにする。

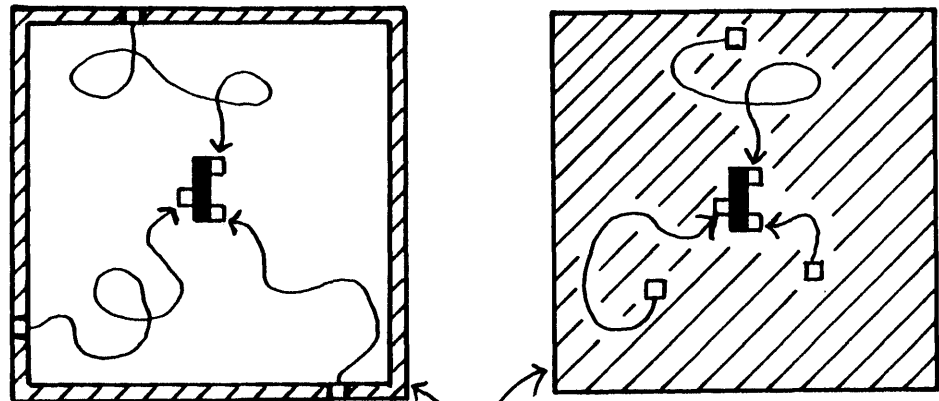
シミュレーションはNECのpersonal computer, PC-9801RAを用いて行った。プログラム言語はTurbo-Pascalを用いた。

以下に説明するように、粒子を出発させる位置を選ぶとき、及び粒子を正方格子上で2次元ランダムウォークさせるときには疑似乱数を用いる。乱数発生ルーチンは上記プログラム言語に供給されている合同法によるものを用いた。以下のモデルに於て、ランダムウォークの平均ステップ数は $\approx 6 \times 10^3$ 程度であり、最長の軌跡では高々 $\approx 3 \times 10^4$ 程度であった。先ず上記のルーチンによって $10^4$ 個の連続発生させた乱数からなる乱数系列を $10^3$ 列作り、これらに度数4の $\chi^2$ 検定を行ったところ、5%危険率で棄却される乱数列は5%程度であることを確かめた。また乱数系列の自己相関関数 $C(k)$ を種々のラグ,  $k$ , の値 ( $1 \leq k \leq 10^4$ ) について計算しその平均値を求めると0.01以下程度であった。以上の様にして、この乱数は上記の程度の長さのランダムウォーク軌跡を生成するためには一応十分な乱雑さを持つものと判断された。そこで、実際のシミュレーションに当たっては、より乱雑さの精度の高い上位バイトを用いて整数乱数を生成し、更にシャッフルルーチンによって系列相関を低減した。また、シミュレーションの過程で全く相同なパターンが生じていないこと、逆に、同等の条件の下で極端に異なったパターン・次元の値等が生じていないこと等をチェックした。

# Particle Supply

a. inward flow type

b. uniform source type



periodic boundary



particle launching area

図 1. 粒子流入型モデルと粒子湧き出し型モデルの模式図。

a. 流入型: 粒子は正方形の境界上から供給される。 b. 湧き出し型: 粒子は正方形の面内でランダムに選んだ格子点からランダムウォークさせる。これらの正方形の境界は、クラスタの成長とともに拡大させる。



## § 1-2. モデル

### [ 格子DLAモデル ]

#### 1. 粒子流入型のモデル

本研究では、2次元正方格子（全格子面積は $400 \times 400$ 格子単位）上でのシミュレーションを行った。最初に、格子上の座標原点に種粒子を置く。原点を囲む一辺の長さ $L = 30 + a\sqrt{M}$ （格子単位）の正方形の周期境界を設定する。ここで $a$ は生成されるクラスターの大きさに比べて、 $L$ が十分に大きくなるように選ぶ。また、 $M$ はクラスターの粒子数である。この周期境界上の一点をランダムに選び、その位置から一個の添加粒子をランダムウォークさせる。粒子はこの正方形境界内を運動し、種粒子を囲む8個の近接格子点のうちいずれかの位置に到達したところで静止する。同様にして、一回に一個の拡散粒子を次々にクラスター表面の近接格子点に付着させていく。この方法のもとでは、粒子は常にクラスターの外側からの拡散を通じて添加される。（図1 a）

#### 2. 粒子湧き出し型のモデル

上と同様にして原点を囲む正方周期境界を設定するが、添加粒子はこの正方境界内のランダムに選ばれた一点からランダムウォークさせる。従って、粒子はクラスターの外部のみならず、内部からも湧き出して吸着することになる。但し、粒子はクラスターの枝上から発生したり、枝上を移動することが無いようにする。その他の基本操作は1の流入モデルと同様である。（図1 b）

### [ 分枝間の局所的な相互作用の規則 ]

以下の2種の規則は、拡散粒子が枝の頂端の最近接格子点に到達した場合にのみ適用する。粒子が枝の側部に到達したとき（頂端の新生）にはそのままその位置に固定する。

#### loc. 1) 近傍の分枝を回避して枝の頂端を伸長させる規則

ある頂端の最近接格子点に粒子が到達したとする。このときそのまま粒子を固定するのではなく、その頂端の周囲の未占有の最近接格子点は、すべて同等の「成長候補点」とする。次に、それら成長候補点の各々について、さらにその周囲の最近接格子点のうち既に占有されている点を数え上げる。この数が最も少ない（即ち、近接格子点の占有率が最も小さい）成長候補点に粒子を固定する。このようにすれば、新しい固定点は常に周囲に他の枝が最も少ない位置に作られていく。従って、この規則の下では、各枝が伸長し続ける確率がより高くなる傾向が生ずる。

## loc. 2) 枝の周囲に濃度勾配をつくる規則

真菌の菌糸は消化酵素を分泌して周囲の栄養物質を分解した上で菌糸に吸収することが知られている。菌糸同志の(相互回避的)屈性もこうした化学物質を媒介に起きていると考えられている(Robinson, 1973)。ここでは、枝の頂端に一個の到来粒子が固定される毎にその位置を中心に局所的な濃度勾配をつくり、新しく到達した粒子はこの濃度が最も低い位置に固定するようなモデルを設定する。

液体の分泌のシミュレーションは以下に述べるような方法によって行った。(注:これはコンピューターグラフィックスにおいて「染み」の画像を生成する際に用いられている方法である(例えば、安齊 伊吹, 1987)。)今、粒子が固定されたサイトを原点として、その位置に一定量 $Q$ の「液体」があるものと仮定する。次に原点周囲の格子点を、予め決められた「分岐数 $B$ 」だけランダムに選び、もしそれらの各格子点に量 $(Q-1)$ 以上の「液体」が存在しなければ、その格子点に $(Q-1)$ の「液体量」を与える。これらの格子点の各々について、再びその周囲に $B$ 個の格子点をランダムに選び、 $(Q-2)$ 以上の「液体」が存在しない限り、 $(Q-2)$ の「液体量」を与える。この操作を $Q$ 回繰り返した時、各サイトの「液体量」は保存する。(1-3-2節の図3に示したクラスターは $(B, Q)=(3, 5)$ としたものである。)

このようにして分枝の周囲には常時「にじみ」状の液体拡散パターンが形成されている。ある頂端の最近接格子の一つに粒子が到達したら、前述のloc.1と同様に各々の成長候補点の周囲を調べるのだが、今度は占有格子点数と共に「液体量」を合計し最低値を得た候補点に粒子を固定する。

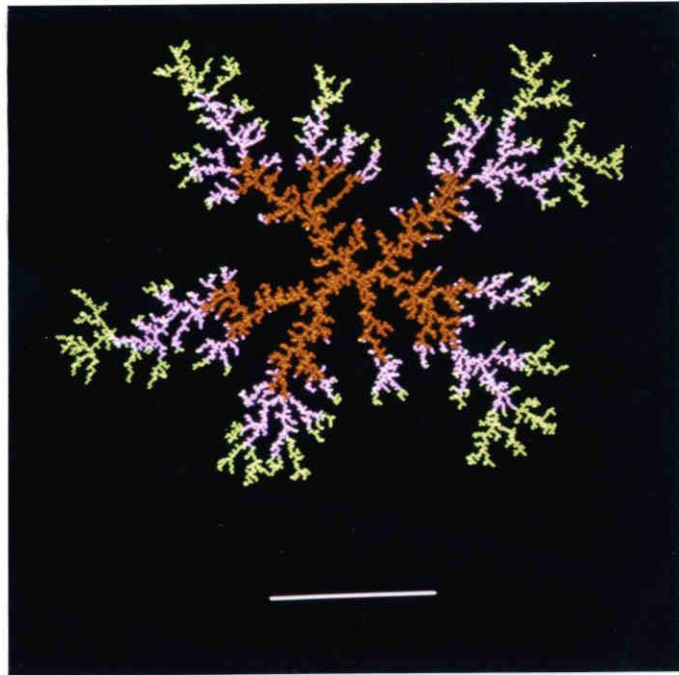
## § 1-3. 結果

### 1-3-1) 粒子流入型と湧き出し型

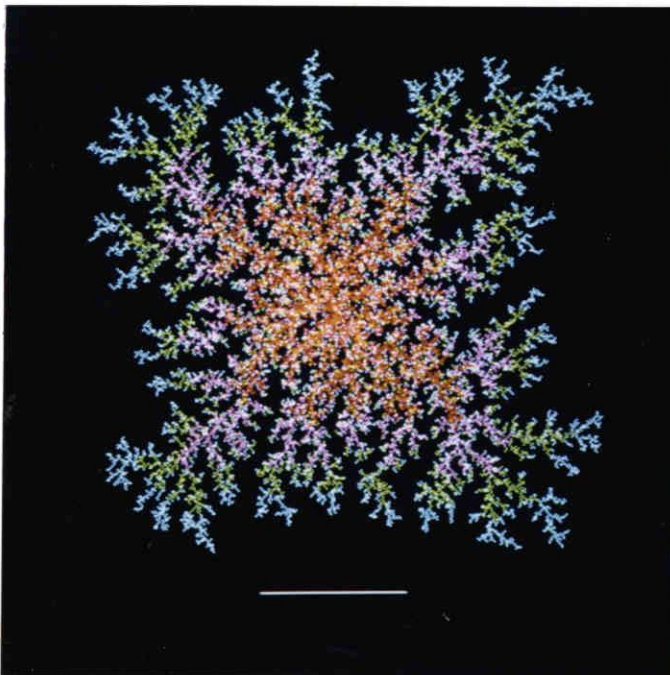
図2のaに粒子流入型、b1とb2に粒子湧き出し型のDLAパターンを示した。これらの図では、粒子を添加した順序とそれが付着した位置を示すために色分けを行った。aでは $M=1\sim 1500$ 、 $1501\sim 3000$ 、 $3001\sim 4500$ 、 $4501\sim 6000$ の4区間、b1では $M=1\sim 5000$ 、 $5001\sim 10000$ 、 $10001\sim 15000$ 、 $15001\sim 20000$ の4区間、b2では $M=1\sim 2500$ 、 $2501\sim 5000$ 、 $5001\sim 7500$ 、 $7501\sim 10000$ の4区間を順に赤、紫、緑、水色の4色に着色した。流入型DLAパターンでは色の帯がほぼ完全に分かれていて、拡散粒子がクラスターの深部にまでは極めて侵入していきにくいことを示している。

次にクラスターの形態に注目しよう。流入型のモデルでは、四方へ広がった主枝の周囲に広く側枝が張り出している。一方湧き出し型のクラスターは相対的にコンパクトで、内部の分枝にも粒子が供給されるためクラスター内部の分枝密度がかなり高くなっている。

a.



b1.



b2.

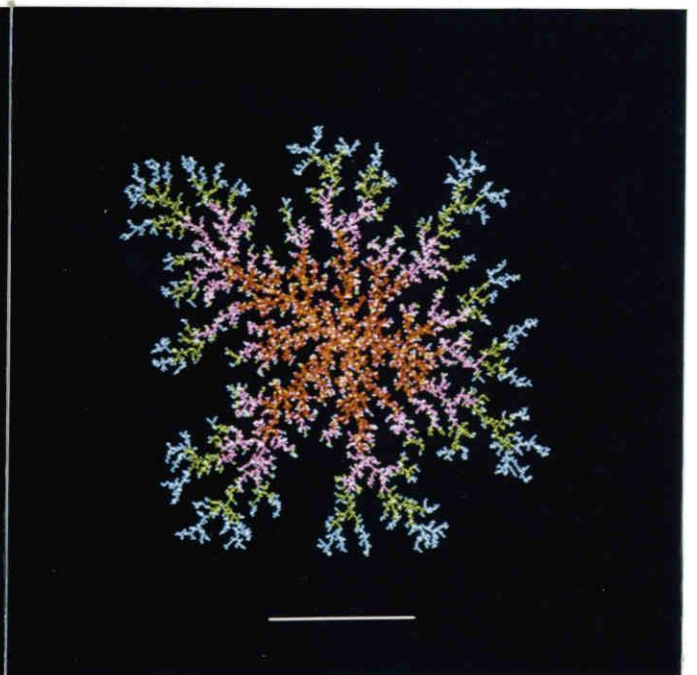


図2. a. 粒子流入型DLAクラスター ( $M = 6000$ )、及び、b1. b2. 粒子湧き出し型DLAクラスター ( $M = 20000$  (b1) 及び  $10000$  (b2))。クラスターの粒子を各々以下に示すMの4区間に分けて、順に赤、紫、緑、水色の4色に着色した。 a:  $M = 1 \sim 1500$ ,  $1501 \sim 3000$ ,  $3001 \sim 4500$ ,  $4501 \sim 6000$ .

b1:  $M = 1 \sim 5000$ ,  $5001 \sim 10000$ ,  $10001 \sim 15000$ ,  $15001 \sim 20000$ .

b2:  $M = 1 \sim 2500$ ,  $2501 \sim 5000$ ,  $5001 \sim 7500$ ,  $7501 \sim 10000$ .

正方境界の辺の長さ: a:  $30 + 5\sqrt{\pi}$ , b1:  $30 + 2.7\sqrt{\pi}$ , b2:  $30 + 4\sqrt{\pi}$ .

白色直線は100格子単位の長さを示す。

さらに細かくみると、後者のクラスターの周縁は流入型と同様な細い分枝で構成されているが、中心に近づくほど枝が太くなり、粒子が密度高く凝集した形になっている。b1のクラスターでは中心部がほとんど完全に粒子で埋め尽くされているのが見られる。このように、湧き出し型のクラスターでは一般の流入型DLAとは異なり、中心から周縁に向かって形態が変化しており、パターンの自己相似性は成立していない。即ちパターンそのものはフラクタル図形にはなっていない。

さて、湧き出しモデルでは粒子を供給する正方境界内の面積を小さく設定するほどクラスター内部からの粒子発生の頻度が相対的に高くなる。クラスター半径もこれに応じて小さくなり、クラスター周縁から中心に向かって密度が急激に増大する。図2 b1のクラスターは粒子数Mに対して境界正方形の辺の長さを $30+2.7\times\sqrt{M}$ とし、b2よりも面積拡大率の小さい正方形内でパターン生成したものである。このコロニーの成長の過程を特徴づける回転半径次元 $D_f$ を(1)式に基づいて見積るとおよそ $2.1(\pm 0.1)$ であった。この値は質量と回転半径の対数値の増加比率を表すもので、 $D_f$ が格子空間の次元2を越えると言うことは、クラスター内部での粒子増加が高いため、全質量増加に比して回転半径の拡大率がかなり低い事を示している。一方、図2 b2のクラスターは、辺の長さが $30+4\times\sqrt{M}$ の比較的に面積拡大率の大きな境界内で生成したものである。 $D_f$ の値はおよそ $1.9(\pm 0.1)$ であった。この両者を比較すると、 $D_f$ の高いほどクラスター中心部の枝の肥大が早く、空間が密に埋められていく。湧き出し型のクラスターは、中心から周縁に向かうにつれて局所的なフラクタル次元が2次元から1.7程度の低い次元で特徴づけられるようなパターンへとクロスオーバーしているものと言える。

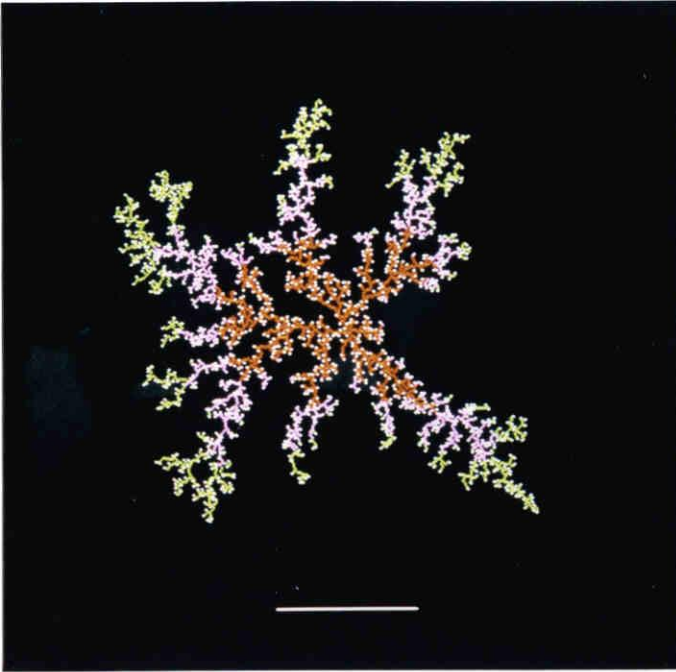
### 1-3-2) 局所的な分枝規則の効果

粒子流入型のモデルにさらに局所規則loc.1及びloc.2を用いて分枝パターンを生成したものを図3 a及びbに示した。双方ともに、 $M=1\sim 2000$ 、 $2001\sim 4000$ 、 $4001\sim 6000$ の3区間を各々赤、紫、緑に色分けした。また、頂端を白で示した。

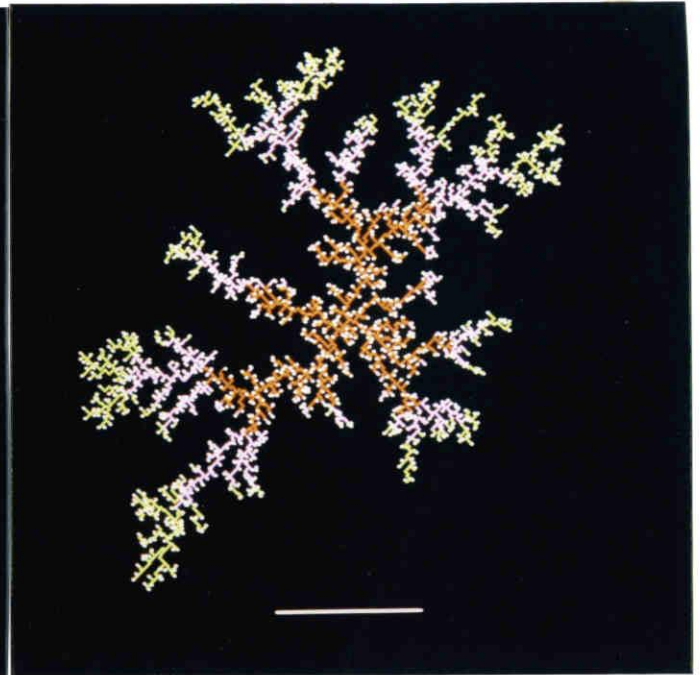
$M=6000$ の通常のDLAパターンである図2 aと比較して、局所的な規則を導入したパターンは細かな枝が密集して全体の骨格を形成している。即ち、局所規則によって枝は密集して形成されるようになるが、流入型の粒子供給の下では枝系の中で外方へ突出した部分ほど成長するという基本性質がある結果、細かな側枝を伴った骨格枝が外方へと張り出していく。

loc.1の下では側枝が複雑に伸び、それらが絡み合うようにして各主枝が形作られている。loc.2の下では濃度勾配を反映して分枝同志が互いに直角に分岐しているのがはっきりと見られる。枝が格子の対角線方向に伸長しているのは、8つの最近接格子点のうち対角点の4つは他の4点に比べて中心の格子点から離れているので粒子はそれらの位置を占める確率が高いためである。なお、これらのパターンの $D_f$ は $\approx 1.5\sim 1.6$ と見積られた。

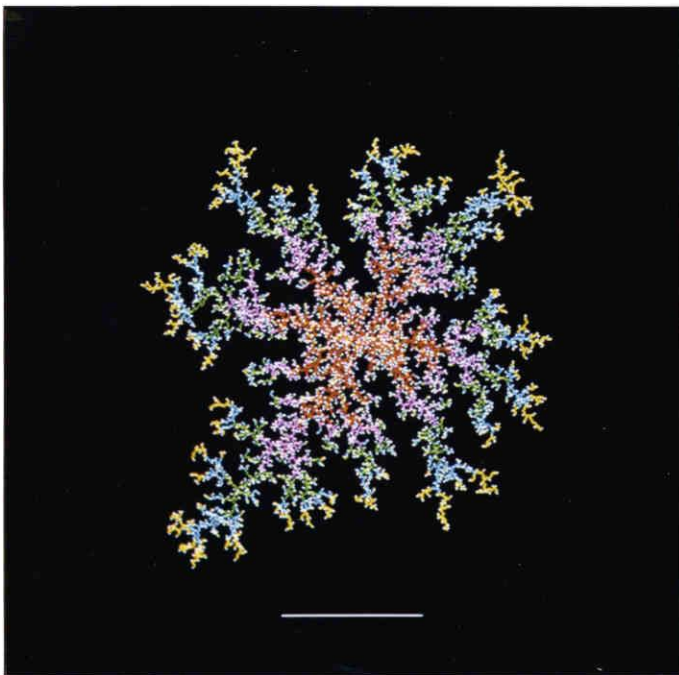
a.



b.



c.



d.

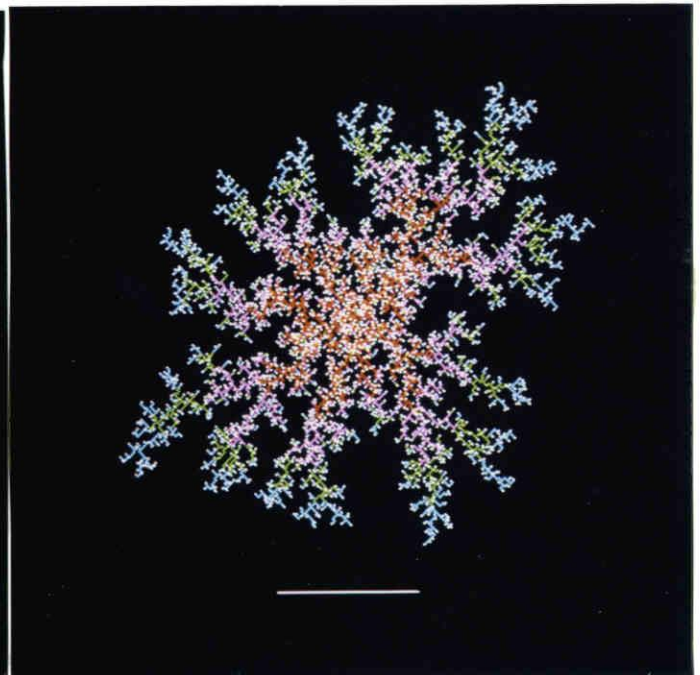


図3. 枝の成長方向に関する局所規則を導入したDLAクラスター。

a. 流入型 + loc.1 (M = 6000),      b. 流入型 + loc.2 (M = 6000),  
 c. 湧き出し型 + loc.1 (M = 10000),      d. 湧き出し型 + loc.2 (M = 10000)  
 c, d の正方境界の辺の長さ:  $30 + 4\sqrt{M}$   
 色分け:    a & b    M = 1 ~ 2000 (赤),    2001 ~ 4000 (紫),    4001 ~ 6000 (緑)  
           c & d    M = 1 ~ 2500 (赤),    2501 ~ 5000 (紫),    5001 ~ 7500 (緑)  
                   M = 7501 ~ 10000 (水色)。

いずれも分枝頂端は白色。

直線は100格子単位の長さを示す。

次に、粒子湧き出し型のモデルにloc.1およびloc.2を適用したものを各々図3 c及びdに示した。いずれも $M=10000$ で、図2 b 2と同じ拡大率の正方境界内でパターン生成を行った。図2 b 2のクラスターと比較して、やはりクラスター中心及び周縁まで伸びる骨格枝周囲での粒子の密集性が顕著である。全体構造やクラスターの広がりには図2 b 2と違わないが、局所規則によって個々の細かな枝同志の密集度が高くなっている。このためクラスターの骨格の形状がより明瞭である。

#### § 1-4. 主要な特徴のまとめ

本章では完全吸着の基本規則のもとに、ランダムウォーカーの遮蔽効果を下げたパターンを生成する例として、湧き出しモデル及び局所的な回避モデルを考えた。シミュレーションの主要な結果は次のようにまとめられる。

1) 湧き出し型の粒子供給をすることによってクラスターはコンパクトになる。粒子がブラウン運動しているため分枝成長が起こるが、中心に近いほど枝が太くなり、中心部では粒子は空間を密に充填している。一方クラスター周縁では粒子が吸着までに長い時間運動する確率が高いため、クラスター周縁にいくほど細い分枝が発達している。即ち、中心から周縁へと一様なパターンから細かい分枝パターンへとクロスオーバーする。

2) 枝の頂端を他の枝が少ない方向へ成長させる局所的な規則を導入した場合、枝は狭い空間に密度高くパッケージされる傾向が現れる。即ち、局所的な遮蔽効果だけが下がっているものと考えられる。さらに密度勾配を用いたモデルでは直交した分枝が生成され、局所的なパターンの規則性が生ずる。

3) クラスター全体のパターンは粒子供給の様式に依存し、局所的な分枝伸長に関する規則は局所的なパターンにのみ強い影響をもたらす。ランダムウォーカーの完全吸着規則の下では局所的規則を導入しても分枝パターン全体は不規則・不均一になる。

以上の様にして、不規則な分枝が成長するDLAの系に於て、表面を安定化する効果の無い場合には、遮蔽効果が低いときにもパターンの不均一性が成長することが示された。

## 第2章 剪定操作とクラスター成長

### — 対称的パターンの形成 —

#### § 2-1 目的と概要

この章の主な目的は、DLAに表面の等方性を安定に維持する規則を導入することにより、粒子のランダムな添加の過程から均一で対称的な分枝パターンが生成されることを示すことである。ただし、クラスターはあくまで分枝形態を保ったままで全体としての分枝配置の均一性・対称性を生じさせるようにしたい。このために、クラスターの成長過程で表面に繰り返し”粒子吸着-円形剪定”を施して、クラスターの最大半径の大きさとその拡大率に束縛条件を設けるとともに、周縁部の粒子分布を平均化することを試みた。そしてこの時の分枝密度とフラクタル次元の関係を調べた。以下に円形剪定の意味を3つに分けてまとめておく。

#### 遮蔽効果について

第1章で見たように、完全吸着モデルでは個々の枝の間に働く局所的な規則だけでは、クラスターはランダムな粒子添加の効果によって開いた形になる。即ち、クラスター表面に張り出した分枝系が添加粒子を吸着しやすい為に、クラスターの入り江になった部分への粒子流入を遮蔽してしまう。本章に述べる円形剪定によれば、優勢枝の過剰な成長を抑制し、クラスターの外縁に均一な確率で分枝を発達させる事ができる。(クラスター周縁の遮蔽効果が均一化される)

#### 粒子分布の平均化について

また、剪定を行わない一般のDLAでは、ランダムウォーカーはクラスターの表面に一旦吸着してしまうとそのまま固定されてしまう。そのため表面に生ずるランダムな凹凸が消退せず成長してしまう。従って、仮にランダムウォーカーとクラスター表面との間に特異的な相互作用が働いている場合でも、表面の粒子配置・分枝配置の均一性を保つ事が出来にくい。シミュレーションで示されるように、粒子の”吸着-剪定”を繰り返す過程でクラスター表面の粒子分布が平均化され、表面に枝が一様に作られるようになる。

#### 分枝系の拡大速度のコントロール

本章では分枝系の拡がりを表す量としてその内部に全ての分枝を含むような円形の面積「コロニー面積」を定義する。円形に剪定するので、剪定直後のコロニー面積は剪定円の面積に等しくなる。クラスターに一定量 $M_0$ 個の粒子をランダムに吸着させる毎に剪定を行うが、このとき剪定円の面積を一定量 $l^2$ づつ増加させる((7)式参照)。このようにして、コロニー面積の大きさ(即ち枝が到達できる範囲)とその拡大速度とを人工的にコントロ

ールすることができる。ここで  $l_0^2/M_0$  の値がコロニー面積拡大率のパラメーターになるが、シミュレーションの結果  $l_0^2/M_0$  を 5 から 1 に近づけるにつれてコロニーのフラクタル次元  $D_f$  が 1.7 から 2 に接近することが見いだされた。

## § 2-2 コロニー面積とフラクタル次元

分枝系の拡がりを測定する量として、「コロニー面積」 $S$ を導入しよう。 $S$ はクラスターの全ての粒子を囲む座標原点を中心とする最小の円の面積と定義する。 $t$  回目の円形剪定後のクラスターではコロニー面積を剪定半径  $\sqrt{t} l_0$  の 2 乗と定義する。後述のように、“吸着-剪定”の反復過程でクラスターが大きくなると共に剪定円を拡大するが、この過程をコロニー成長と呼ぶことにする。

さて、ここでコロニー成長の過程で  $S$  とコロニーの回転半径  $R_g$  とが満たすスケーリング関係を動力学的表式を通じて求めてみよう。まず、質量増加は時間  $t$  に対して次の様に表すことができると仮定しよう。

$$\frac{dM}{dt} = a M^n \quad (2)$$

ここで、 $a$  及び  $n$  は定数である。次に、粒子分布の広がりを特徴づけるために、クラスターの全ての粒子の原点からの平均 2 乗距離  $\langle r^2 \rangle$  ( $=R_g^2$ ) を考える。 $\langle r^2 \rangle$  と  $M$  との関係は(1)式に従うと仮定すると (このように仮定するのは分枝パターンをフラクタル次元を用いて特徴づけるためである)、(2)式と合わせれば  $\langle r^2 \rangle$  の時間変化は次式で表すことができる。

$$\frac{d\langle r^2 \rangle}{dt} = \langle r^2 \rangle^{1-(1-n)D_f/2} \quad (3)$$

ここで、 $D_f$  は時間  $t$  に依らず、パターンは定常的に生成されているものとした。

[線形成長するコロニーの場合：本章で扱う剪定モデルの場合]

さて、時刻  $t$  でのコロニー面積  $S(t)$  と  $\langle r^2 \rangle$  との関係を得るためには、コロニー内の分枝密度  $M(t)/S(t)$  の時間依存性を知ればよい。

本論文に示す円形剪定した分枝コロニーのシミュレーションの場合には、剪定パラメー



ター  $l_0^2/M_0$  の主要な範囲では  $M/S$  の値が時間に依らずほぼ一定値を取ることが見いだされた。

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{M}{S}\right) = 0 \quad (4)$$

ただしここで、時間  $t$  は測定時間間隔を単位にして設定する。更に、測定モデルでは  $S(t)$  は  $t$  に比例して増加させるので、 $M(t)$  も (4) 式の下で  $t$  に比例して増加することになり、(2)(3) 式で  $n = 0$  を代入すれば以下の式を得る。

$$\langle r^2 \rangle \sim t^{2/D_f} \quad \text{即ち} \quad \langle r^2 \rangle \sim S^{2/D_f}$$

$$\text{または、} \quad R_g \sim S^{1/D_f} \quad (5)$$

(5) 式に於て  $D_f$  が 2 に近いほど、2 次元の円形の面積  $S$  上に均一な分枝パターンが生成されていることを意味する。こうして、(4) 式のもとでは、 $D_f$  は、 $M$  と  $R_g$  の増加の比率のみならず、分枝体による空間  $S$  の充填形態の均一性を示す指数と見做すことが出来る。( (1) 式の  $D_f$  は 1 章でも見たようにパターンが不均一でも 2 になりうる。 )

#### [指数成長するコロニーのフラクタル次元]

細菌、真菌等の微生物のコロニーの場合には、成長の初期段階に時間に対して質量やコロニー半径が指数的に増加する「指数成長期」が現れる事が知られている。(真菌については、Trinci (1969) にその例が出ている。) 指数成長期の分枝パターンのフラクタル次元は次の様にして具体的な関係式で表すことが出来る。

まず(2)(3)式で  $n = 1$  と置くと次のようになる。

$$\frac{dM}{dt} = aM$$

及び、

$$\frac{d\langle r^2 \rangle}{dt} = b\langle r^2 \rangle \quad (6)$$

ここで  $a$  及び  $b$  は成長定数である。(6) 式を(1)式と比較すれば、フラクタル次元は次の様に書かれる。

$$\frac{D_f}{2} = \frac{a}{b}$$

即ち、コロニーの指数成長期では、フラクタル次元は  $M$  と  $\langle r^2 \rangle$  との増加率の比に相当する量になっている。

### § 2-3 円形剪定の方法

まず、DLAの基本ルールに従って粒子添加を開始する。クラスターの粒子数が  $M_0$  個に達したときに (図4 a)、原点から半径  $l_0$  の円外の粒子を「刈り」取る (図4 b)。この表面を円形に剪定されたクラスターに (図4 c)、再び  $M_0$  個の粒子を吸着させ (図4 d)、今度は半径  $\sqrt{2} l_0$  の円外に吸着した粒子を刈り取る (図4 e)。この吸着-剪定の手順を繰り返し、例えば  $M_0$  個の粒子を  $t$  回添加した後は、半径  $\sqrt{t} l_0$  の円外の粒子を取り除く。

$t$  回目の剪定に於て、クラスターに残った粒子数  $M(t)$  及びコロニー面積  $S(t)$  は次の様に表される。

$$\begin{aligned} M(t) &= M_0 t - m(t) \\ S(t) &= l_0^2 t \end{aligned} \quad (7)$$

ここで、 $m(t)$  は  $t$  回にわたる剪定操作の間に取り除かれた全粒子数である。枝系のパターンを生成する為のパラメータは、 $M_0$  (剪定時間間隔) と  $l_0$  (単位剪定半径) との2つである。しかし、シミュレーションの結果にも示される様に、コロニー空間の拡大速度に対応する量  $l_0^2/M_0$  が枝系を特徴づける主要なパラメーターとなる。

ランダムウォーカーを用いたDLAモデルでは、粒子が次元2の軌跡 (即ちブラウン運動の軌跡) を描きながら運動するため枝の先端にトラップされ易く、凝集体は分枝構造を示す。剪定を行うことによって表面の形状はより滑らかになるものの、 $M_0 \gg 1$  とした上で  $l_0^2/M_0$  を極端に小さくしない限り、一定の時間ランダムな吸着を続けるのでやはり分枝構造が生ずる。(ただし、 $M_0 = 1$  としたとき、 $l_0^2/M_0 \approx 1/2$  ではほぼ完全に粒子が詰まった凝集塊ができ分枝形態にはならなかった。)

(7)式に明瞭に示されるように、剪定はコロニー面積  $S$  の大きさとその拡大率をコントロールする。そして、 $l_0^2/M_0$  が小さいほど剪定の度毎に多くの粒子が刈り取られるので、表面の粒子分布の均一化効果が強く作用すると考えられる。また、剪定クラスター成長の過

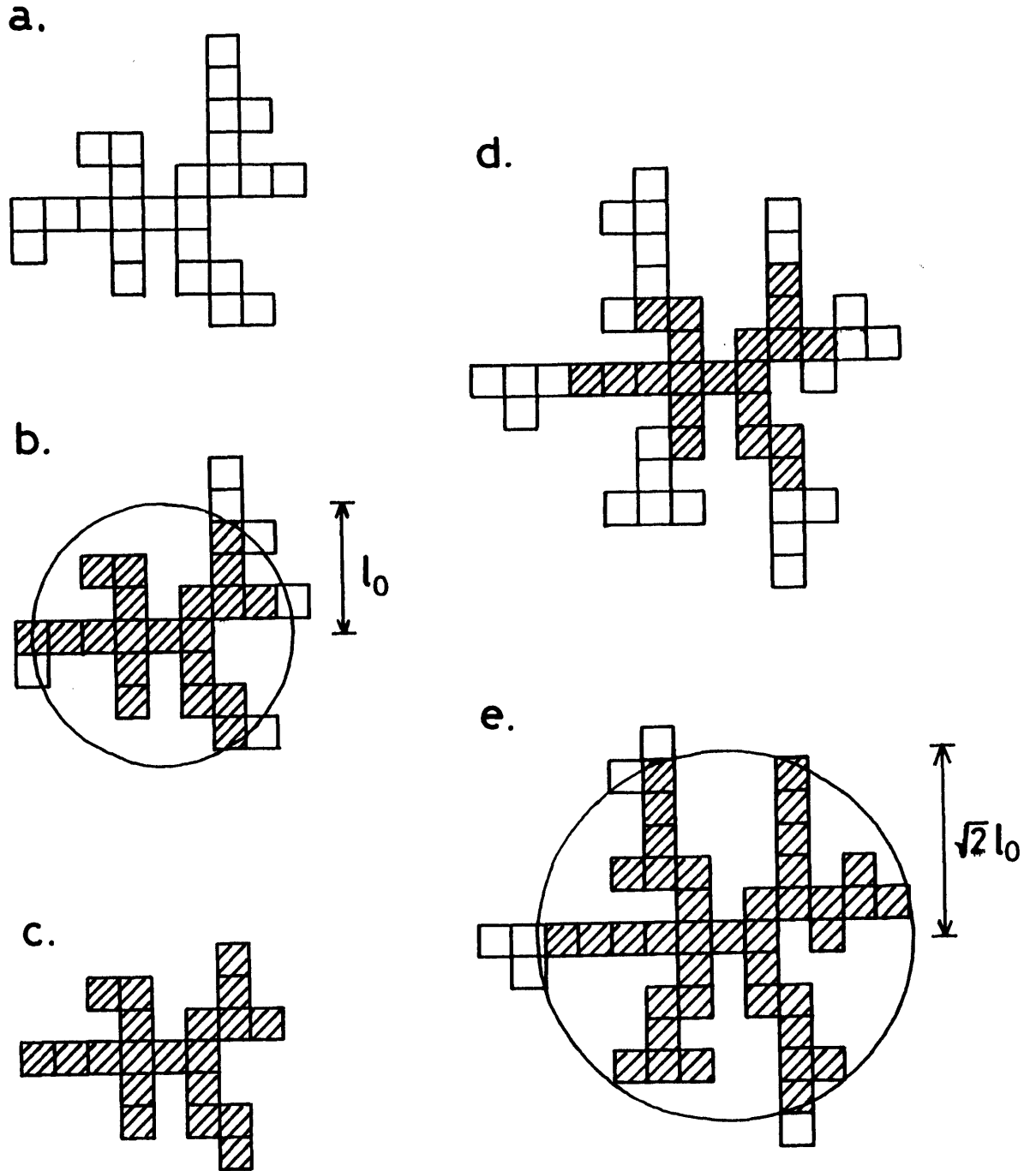


図4. 円形切断の方法。(最初の2回の切断操作)

- a. 最初の  $M_0$  個の粒子を種粒子に吸着させる。
- b. 原点(種粒子の位置)から半径  $l_0$  の円外の粒子を取り除く。
- c. 円形切断されたクラスター。
- d. c にさらに  $M_0$  個の粒子を吸着させる。
- e. 原点から半径  $\sqrt{2}l_0$  の円外の粒子を取り除く。

程で  $l_0$  及び  $M_0$  を一定に保つ限りは、この効果はほぼコンスタントに働くものと予想される。

さらに、分枝成長はランダムウォーカーの吸着によって進行するのだが、剪定を行うことによって、分枝が張り出す空間の大きさに関する束縛条件を設けることになる。分枝はこの束縛条件のもとに「最小仕事」の原則に従いながら空間  $S$  内に一定のパターンを形成していくものと推測される。

## § 2-4 円形剪定の結果

上述のパラメーター  $l_0^2/M_0$  を変えていくときに、生成されるクラスターには基本的には連続的な形状の変化が見られる。ただし、 $l_0^2/M_0 \geq 1$  では定常的な成長を示すものの、 $l_0^2/M_0 < 1$  では過渡的な成長が見いだされた。そこで、以下ではまずこれらの場合を分けて議論する。

### 2-4-1) $1 \leq l_0^2/M_0 \leq 5$ の範囲で生成されたクラスターの場合

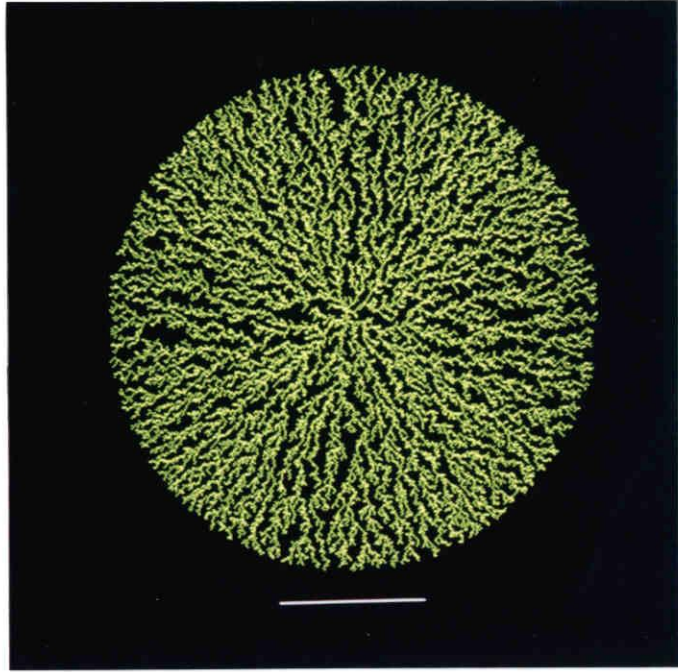
図5 a, b, c に円形剪定されたクラスターの代表的な3つの例を示した。これらのクラスターは  $M_0 = 50$  のもとに各々  $l_0 = 7, 11, 14$  として生成したものである ( $l_0^2/M_0$  の値は順に、(a)0.98, (b)2.42, (c)3.92)。図に見られるように、 $l_0^2/M_0$  が1に近い値であるほど、分枝が原点から放射状に伸長し、コロニー空間を均一に覆う形態が顕著になる。逆に  $l_0^2/M_0$  が大きくなるほどクラスターに枝の張り出していない「入り江」ができ、枝分布が不均一になる。

図6は、上の始めの2つのクラスター a, b について、初期成長（“吸着-剪定”）過程での剪定直前直後の  $M$  を  $R_g$  の関数として  $\log \sim \log$  プロットしたものである。図の各  $\circ$  は、毎回の剪定直後（即ち吸着開始点）の値を示す。各  $\bullet$  は剪定開始点である。また、実線と破線は各々吸着及び剪定の過程を示す。ここで、 $\circ$  をつないだ直線（これを  $F$  直線と呼ぶ）が(1)式を満たすことが見いだされた。それ故、剪定操作によってコントロールされたクラスターの成長過程は回転半径次元（ $1 \leq l_0^2/M_0$  の場合では  $D_f$  はフラクタル次元でもある。以下参照。）によって特徴づけられる。図5の各クラスターの回転半径次元は、a では  $D_f \approx 1.99$ 、b では  $D_f \approx 1.89$ 、そして c では  $D_f \approx 1.77$  である。

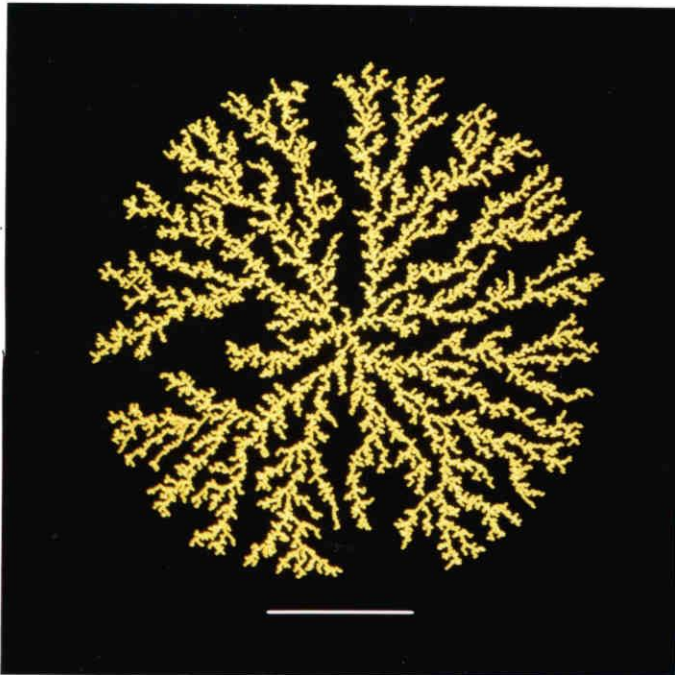
さて図6に見られるように、各剪定後の吸着直線（図中の各実線）の傾きは、剪定を繰り返すにつれて  $F$  直線の傾き（即ち  $D_f$  の値）に近くなっていく。ここで、吸着直線の傾き  $\alpha(M)$  を  $M$  の関数として具体的に計算してみよう。  $\alpha(M)$  は以下の様に定義する。

$$\alpha(M) = \frac{\Delta(\log M)}{\Delta(\log R_g)} \quad (8)$$

a.



b.



c.

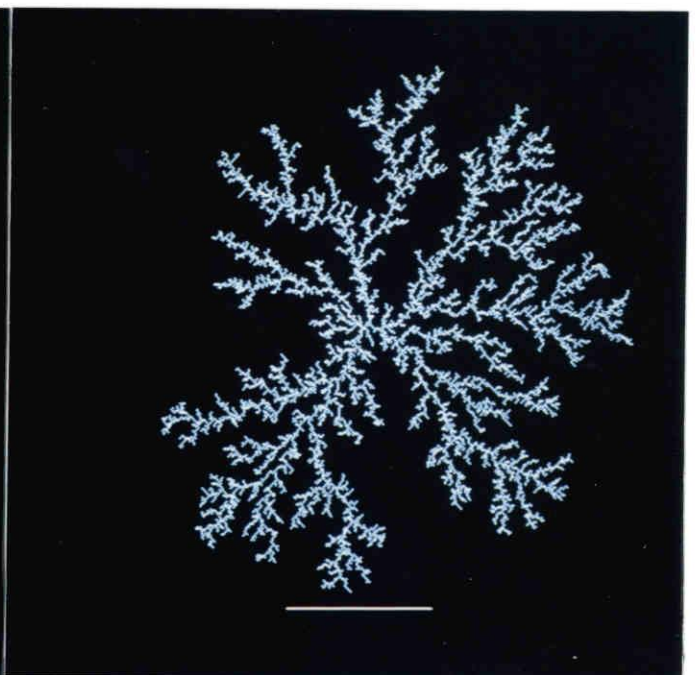


図 5. 円形制約された D L A クラスターの例。

(  $1 \leq l_0^2 / M_0 \leq 5$ , ただし  $M_0 = 50$  )

a.  $l_0 = 7$ ,  $l_0^2 / M_0 = 0.98$ ,  $M = 20000$  ( $D_f = 1.99$ ),

b.  $l_0 = 11$ ,  $l_0^2 / M_0 = 2.42$ ,  $M = 12000$  ( $D_f = 1.89$ ),

c.  $l_0 = 14$ ,  $l_0^2 / M_0 = 3.92$ ,  $M = 8000$  ( $D_f = 1.77$ ).

直線は 100 格子単位の長さを示す。

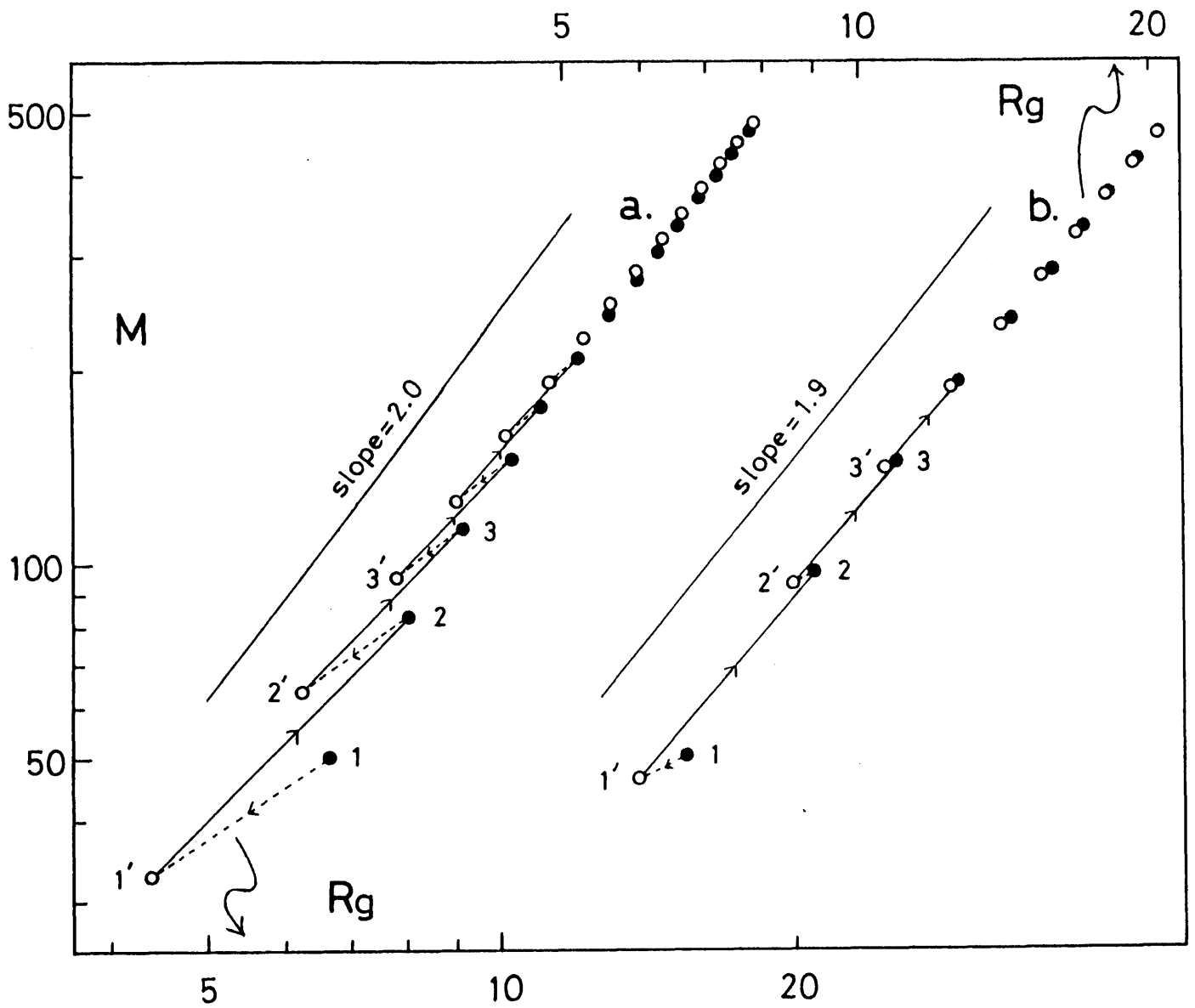


図6. 吸着-測定過程でのMと $R_g$ の増加。

a. (左図)  $(l_0, M_0) = (7, 50)$  のクラスターの生成過程。

b. (右図)  $(l_0, M_0) = (11, 50)$  のクラスター。

○: 測定直後 (吸着開始点) の値      ●: 測定開始点の値

実線: 吸着過程

破線: 測定過程

数字は各「吸着-測定操作」の番号を示す (最初の3ステップのみ記入した)。

ここで $\Delta$ は各吸着ステップでの増加量を示す。

図7に、図5に示した3種のクラスターについて、 $\alpha(M)$ の値をクラスターの粒子数 $M$ の関数としてプロットした。成長初期段階（即ち $M$ の小さい範囲）では、 $M$ の増加にともなう $\alpha(M)$ は1.7付近から増加していく。さらに、 $M > 3000$ の領域では、 $\alpha(M)$ の値は各々のクラスターの回転半径次元 $D_f$ の値に近づいていくのが見られる（即ちaでは $\approx 2$ 、bでは $\approx 1.9$ 、cでは $\approx 1.8$ に接近する）。特に、 $D_f \approx 2$ のクラスターaの場合（図中●印のもの）、 $\alpha \approx 2$ になっていくが、これは添加粒子が円形固定されたクラスターの表面に均一に吸着していることを示している。即ち、固定-吸着を繰り返していくと拡大したクラスターの表面は滑らかな円形になり、さらにこの表面にランダムウォーカー $M_0$ 個を吸着させていく間にも表面の円形がほとんど保たれたままになっている。以上の事から、固定パラメーター $l_0^2/M_0$ を1に近づけるに従ってクラスター周縁の枝の成長確率が平均化されると同時に分枝配置が均一になり、 $D_f$ が結果的に2に近づいていくことが分かる。

次に、成長の過程での分枝密度に関する定常性が成り立っていることを調べる為に、(4)式を変形した次の関係式を検討する。

$$\frac{dM}{dS} = \frac{M}{S} \quad (4')$$

ここで、 $dM/dS$ の値としては(7)式を参照して次の量を計算する。

$$\frac{dM}{dS} = \frac{(M_0 - \text{各固定後に取り除かれた粒子数})}{l_0^2}$$

図8に種々の $(l_0, M_0)$ のもとに生成されたクラスターについて、 $M/S$ と $dM/dS$ の平均値をプロットした。各点は各単一クラスターの成長の時間過程での平均値であり、どのクラスターについても $5000 \leq M \leq 8000$ の範囲で平均している。図に見られる様に、定常条件(4')または(4)は、 $1 \leq l_0^2/M_0 \leq 5$ の範囲でほぼ完全に満たされているといえよう。ただし $l_0^2/M_0 > 5$ の範囲では固定円の大きさが一般のDLAのサイズを越えてしまい、固定操作をもとにした $S$ の測定は無効になる。

成長過程での分枝密度の定常性が確認されたので、上述の $l_0^2/M_0$ の範囲では $D_f$ を2次元円形空間 $S$ 内での分枝パターンの均一度の指標と見做す事が出来る。そこで、図9に、図8に示した種々のクラスターの回転半径次元 $D_f$ を各々の $l_0^2/M_0$ の値に対してプロットした。極めて特徴的なことに、 $l_0^2/M_0$ を5から1に減じるにつれて、 $D_f$ は $\approx 1.7$ から $\approx 2$ までほぼ直線的に増加するのが見いだされる。

さらに図10には、 $D_f$ をコロニーの分枝密度 $M/S$ の関数としてプロットした。図より、

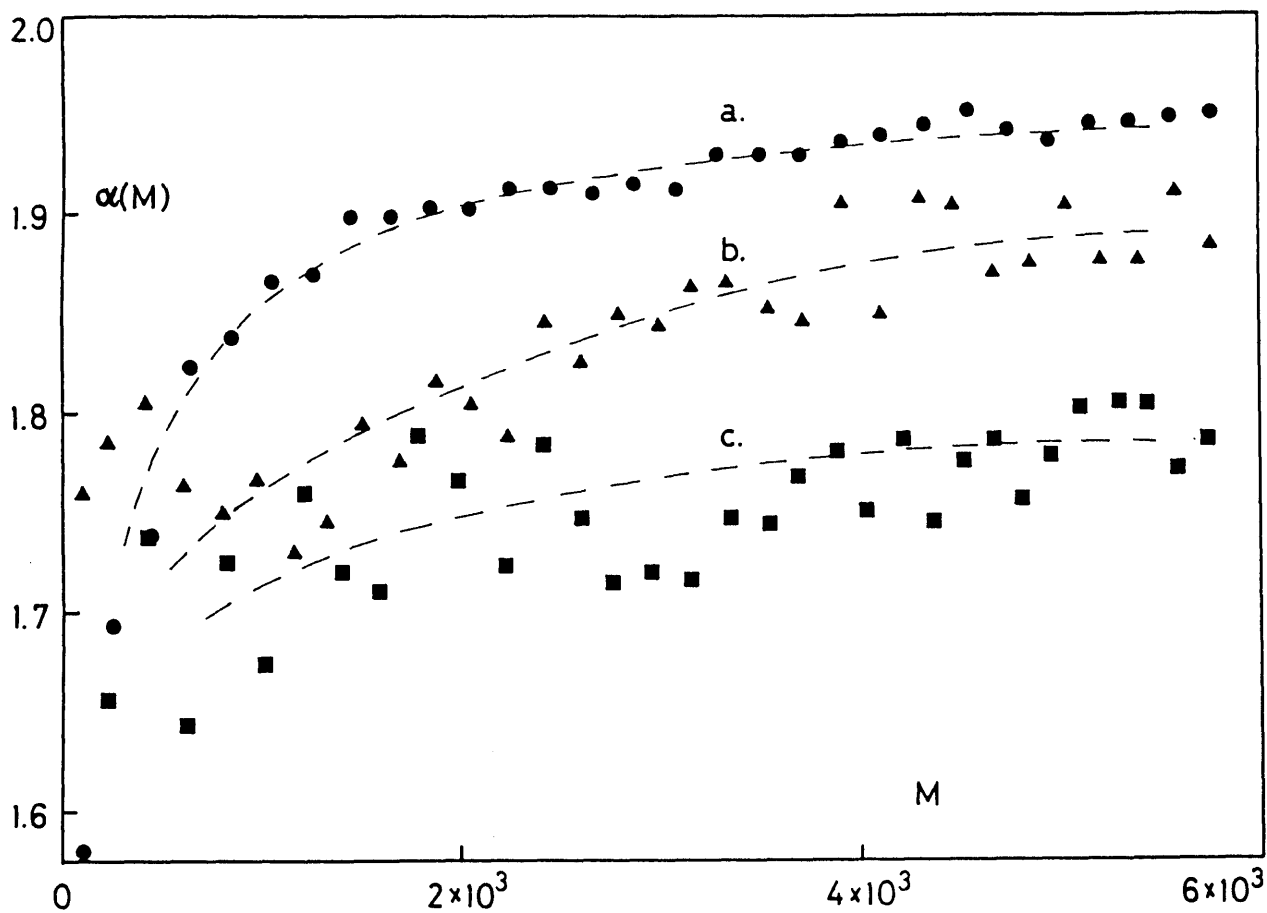


図7. 吸着直線（図6に実線で示したもの）の傾き $\alpha(M)$ のプロット。

各々 a. (●), ( $l_0, M_0$ ) = (7, 50),  $D_f = 1.99$ ,

b. (▲), ( $l_0, M_0$ ) = (11, 50),  $D_f = 1.89$ ,

c. (■), ( $l_0, M_0$ ) = (14, 50),  $D_f = 1.77$  のクラスター成長過程

を示す。



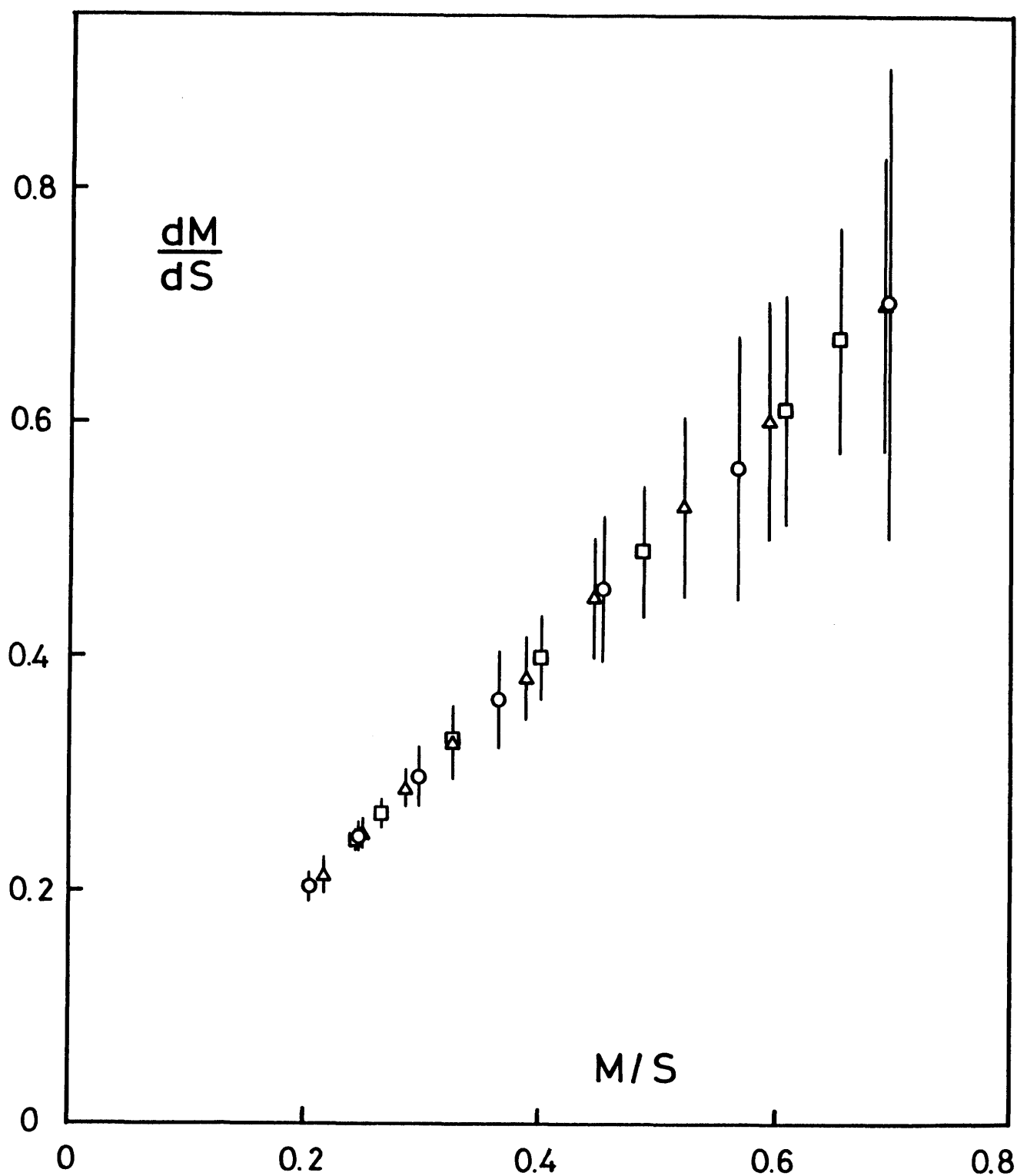


図 8. 種々の斬定クラスターの成長過程での  $dM/dS$  と  $M/S$ 。

(○) :  $M_0 = 25$ , (△) :  $M_0 = 50$ , (□) :  $M_0 = 100$ ,

各々、 $l_0$  の値は  $1 \leq l_0/M_0 < 5$  の範囲で選んだ。各点は単一コロニーの  $5000 \leq M \leq 8000$  の範囲の成長過程で平均した値。(  $M/S$  の値の分散は非常に小さく、この図上ではエラーバーが記入できない。 )

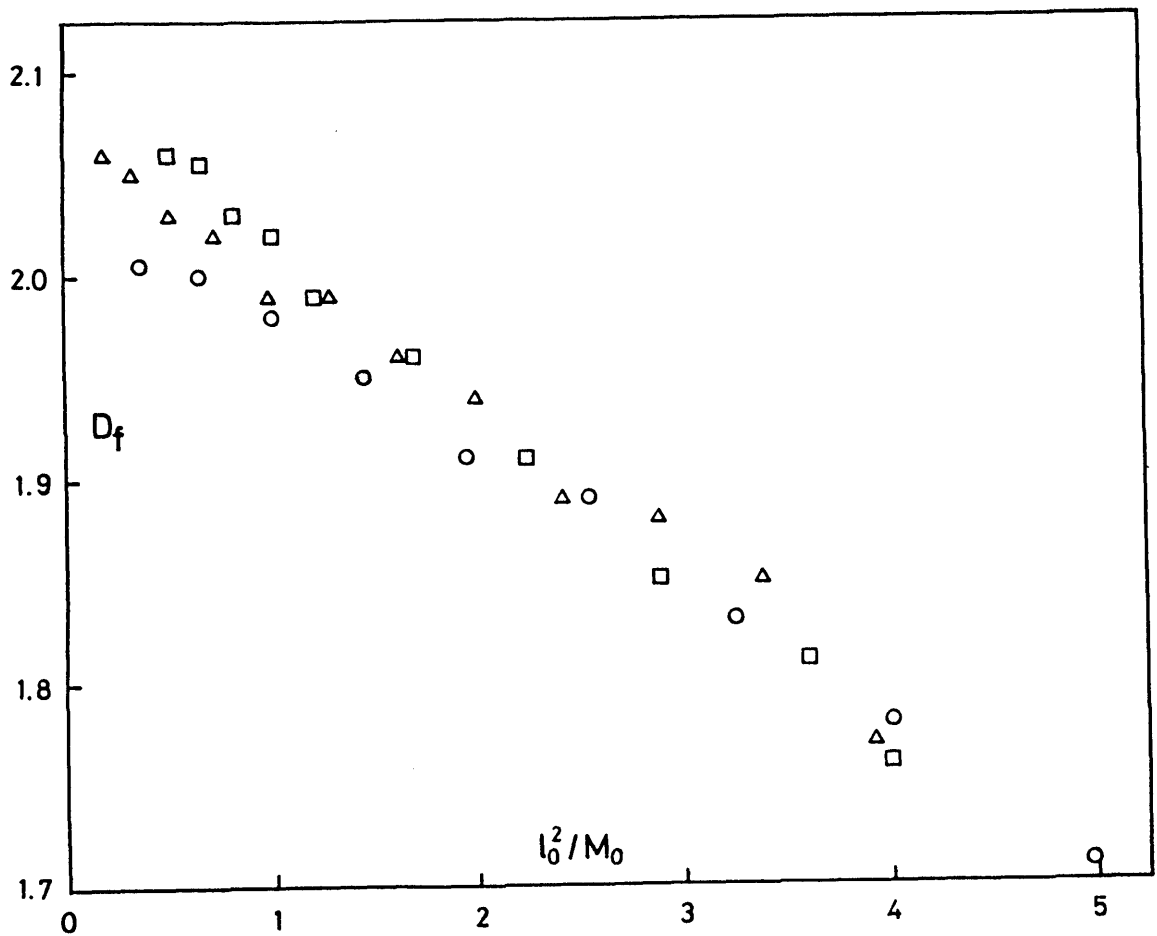


図9. 種々の軌定パラメーター  $l_0^2/M_0$  の値のもとに生成された各軌定クラスターの回転半径次元  $D_f$ 。

(○) :  $M_0 = 25$ ,      (△) :  $M_0 = 50$ ,      (□) :  $M_0 = 100$ ,

各点は5個のコロニーでの平均値を示す。

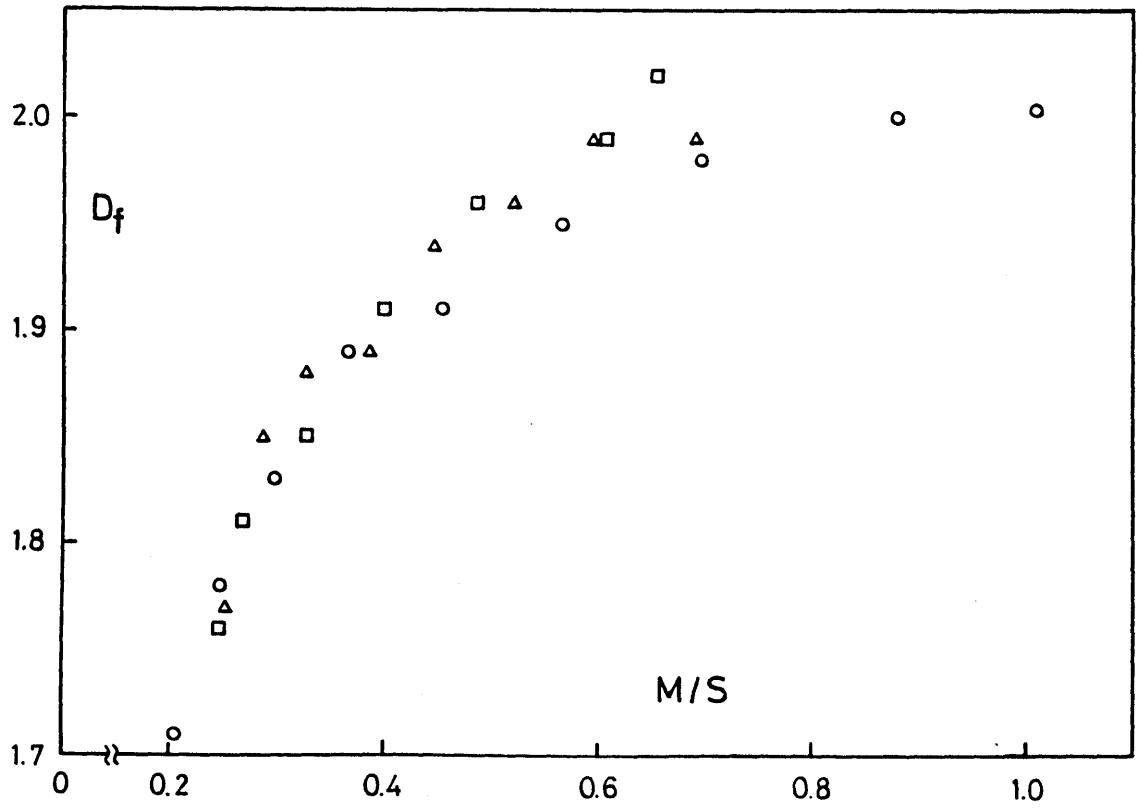


図 10. コロニーの分枝密度  $M/S$  と回転半径次元  $D_f$  の関係。

(○) :  $M_0 = 25$ , (△) :  $M_0 = 50$ , (□) :  $M_0 = 100$ ,

各点は 5 個のコロニーでの平均値を示す。

剪定操作のもとでの定常成長に於て、S内の分枝密度の値が高められるにつれて分枝パターンの均一性・規則性が高まることが分かる。M/Sの幾分狭い範囲 $0.2 < M/S < 0.4$ で、 $D_f$ は $\approx 1.7$ という一般のDLAの値から $\approx 1.9$ まで急激に増加している。剪定操作によって分枝構造は連続的に変化していくが、このとき一般の(無剪定の)DLAパターンはM/Sが最小となる極限の構造を示すものと言えよう。また一方、 $D_f$ はM/Sの比較的広い範囲で2に近い値を取るようである。特に $M_0=25$ の場合には $l_0^2/M_0 < 1$ のときにも(4)式の条件がほぼ成立しており、図10に見られる様に、M/Sの高い範囲でも $D_f \approx 2$ を示している。

#### 2-4-2) $0 < l_0^2/M_0 < 1$ の範囲での剪定の効果

図11に、 $M_0=50$ の場合に各々 $l_0^2/M_0=0.72, 0.5, 0.32, 0.13$ としてパターン生成する過程での、M/Sの時間変化(即ちMの増加に伴う変化)をプロットしたものを示す。図に見られるように、M/Sの値はMとともに漸近的に増加し続ける。これは剪定時間間隔が比較的大きいとき、剪定を繰り返すに従って、より密に粒子が成長表面に配置されることを意味する。従ってこれらの場合では(4)式は不成立である。しかしながら粒子密度は無限に増大することは有り得ず、Mをさらに増加していくときM/Sには漸近値が存在することは推測できる。なお、上述したように $M_0=25$ の場合にはM/Sはほぼ一定になっている。それ故、図10に見られるように、M/Sの高い領域でも $D_f$ の値はほぼ2に漸近している。

図12a, b, cには、 $M_0=50$ の下に各々 $l_0=6, 5, 3$ として生成したクラスターを示す。分枝パターンの対称性は維持され、 $l_0^2/M_0$ を小さくしたもののほど分枝の密集度が高くなる。cでは粒子はコロニー空間を相当に緻密に埋めているが、塊状にはならず、粒子1個分の太さの細かい分枝形態を保っている事が注目に値する。

(4)式が不成立であることは、 $M_0=50$ と100の場合、少なくとも上図に示した $M \leq 2.5 \times 10^4$ の領域では定常的なパターン生成の状態に至っていない事を意味する。ただしパターン生成が非定常でも(1)式に従って成長過程を表す回転半径次元 $D_f$ を求めることが出来る。各々の $(l_0, M_0)$ のもとに、単一のクラスターが $M=1 \times 10^4$ から $M=2.5 \times 10^4$ まで成長するときの $(R_g, M)$ の値から求めた $D_f$ が図9に示されている。

図9に見られるように、 $M_0=50$ 及び100の場合には $l_0^2/M_0$ を小さくするにつれ $D_f$ の値は2を超えて増加する。これは格子の次元が2であることと矛盾するように見えるが、(4)式が成り立っていないので、この領域での $D_f$ はパターンの均一度の指標にはなり得ない。ここでは $D_f$ は単にクラスター表面の粒子密度が増加する程度に応じて高くなっているものと解釈できる。ただし、このプロットはあくまで比較的小さいMを持つコロニーのパターンを特徴づけるものであり、Mを極限的に大きくしたパターンの場合には、 $M_0$ の大きな場合

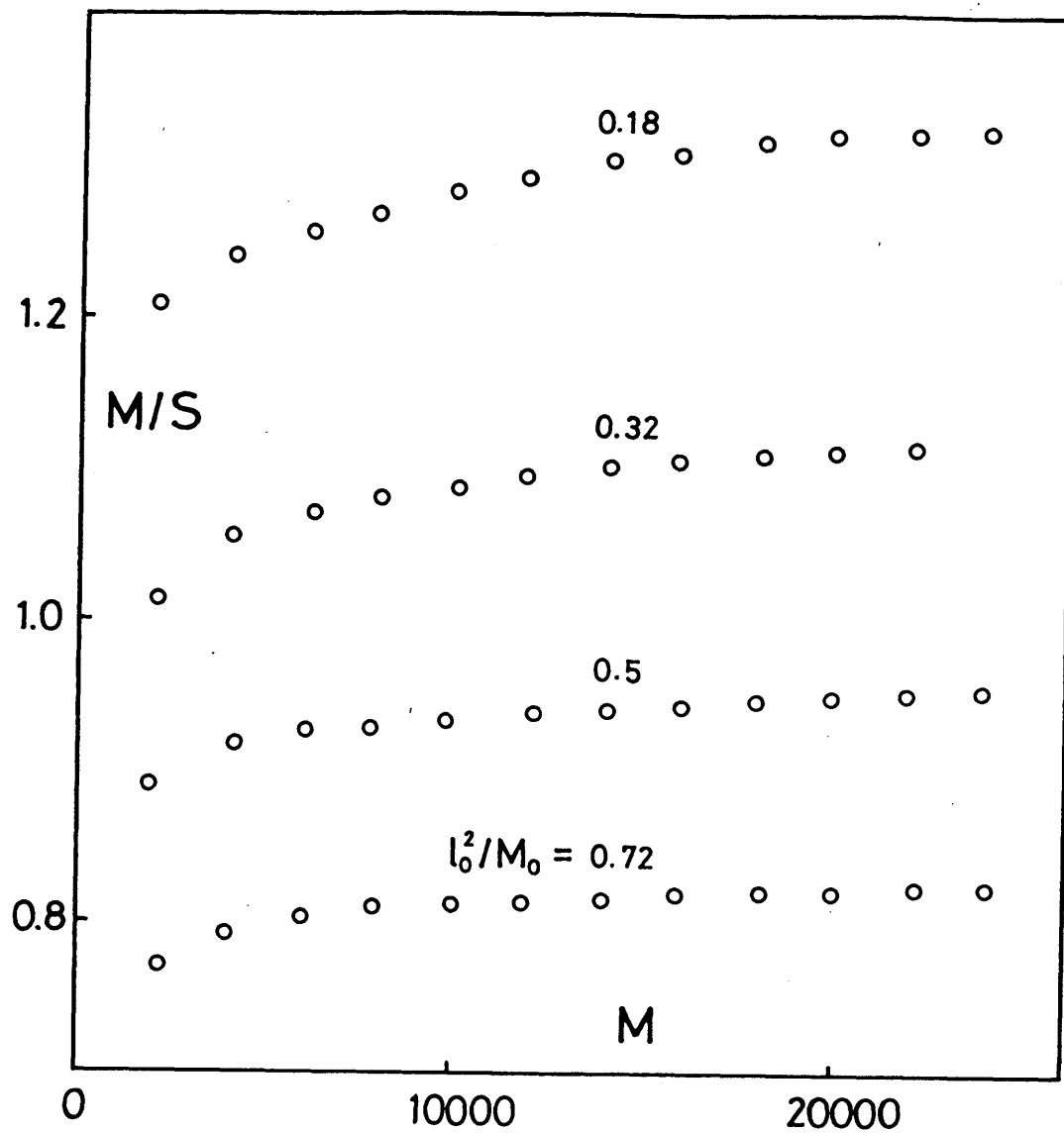
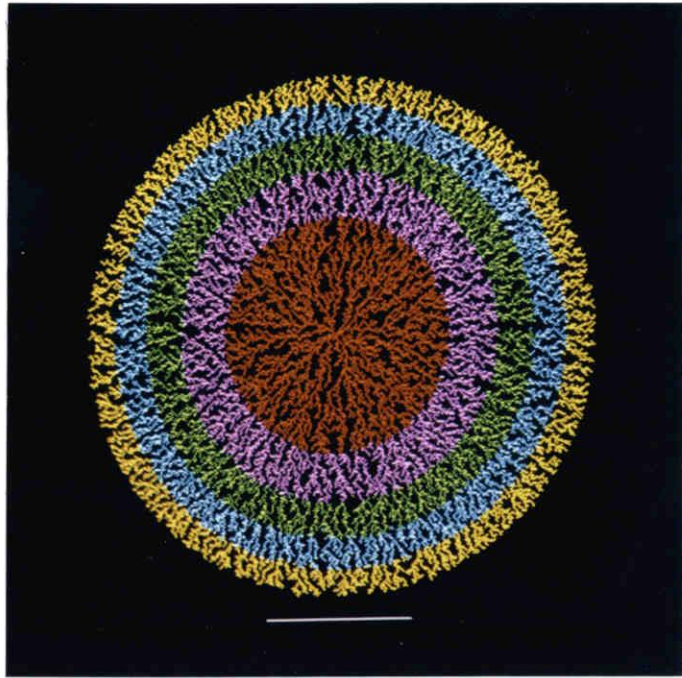
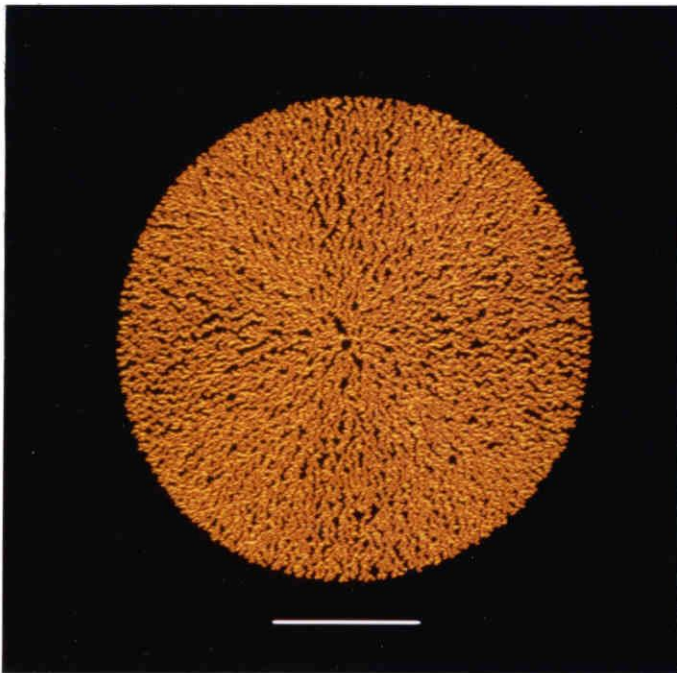


図 11.  $0 < l_0^2/M_0 < 1$  ( $M_0 = 50$  の場合) の範囲の剪定パラメーターの下でのコロニー生成過程に於ける分枝密度  $M/S$  の変化。各々の  $l_0^2/M_0$  の値は図中に記した。

a.



b.



c.

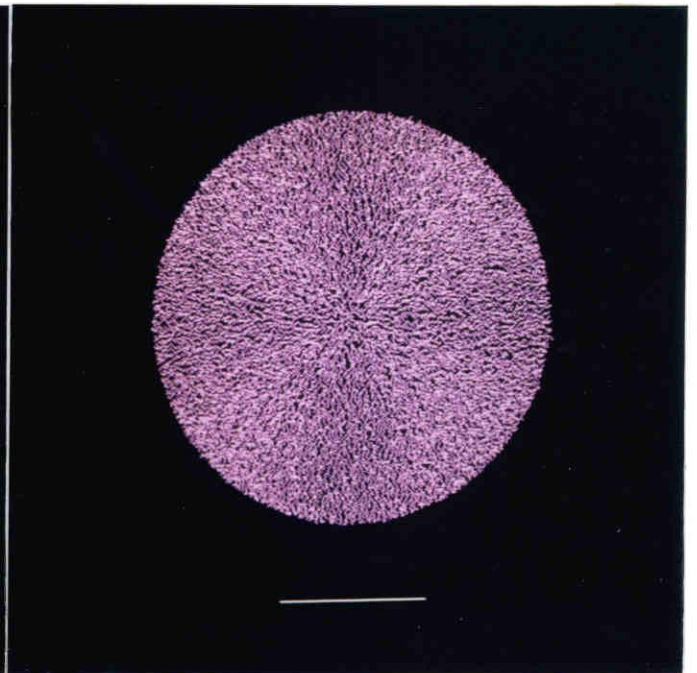


図 1 2. 円形安定されたクラスターの例。

(  $0 < l_0^2 / M_0 < 1$ ,  $M_0 = 50$  )

a.  $l_0 = 6$ ,  $l_0^2 / M_0 = 0.72$ ,  $M = 25000$  (  $D_T = 2.02$ ,  $M = 5000$  毎に色分け ),

b.  $l_0 = 5$ ,  $l_0^2 / M_0 = 0.5$ ,  $M = 25000$  (  $D_T = 2.03$  ),

c.  $l_0 = 3$ ,  $l_0^2 / M_0 = 0.18$ ,  $M = 25000$  (  $D_T = 2.06$  ).

直線は 100 格子単位の長さを示す。

を含めて $D_f$ の値は格子次元と等しく2に漸近することが推測される。(従って、これらの $D_f$ は(1')式の実効的次元と考えるべきである。)

フラクタル次元と並んでクラスターを特徴づける量として、クラスターの平均枝長を以下の様に定義しよう。

$$\text{平均枝長} = \frac{(\text{コロニーの総粒子数})}{(\text{頂端の総数})}$$

図13 a に無剪定の流入型DLAの平均枝長(MBL)を添加粒子数 $M$ に対してプロットした。成長初期段階では平均枝長が増加している。即ち初期には種粒子の周囲に頂端が作られる確率が高く、次第にランダムウォーカーが頂端に優先的に付着する効果が現れて各頂端が伸長しやすくなる。枝分かれと頂端伸長の傾向とが釣り合うようになって定常的なパターン生成の段階に入る。この定常生成期に平均枝長がほぼ一定値を取ることが図に明らかである。

平均枝長とパターンとの関係を調べるために、図13 b に $M_0=50$ の場合でのいくつかのクラスターの平均枝長を $l_0^2/M_0$ に対してプロットした。 $l_0^2/M_0 > 1$ の場合には、やや変動があるものの、平均枝長は無剪定のDLAとほぼ同等な値を取っている。 $l_0^2/M_0 \approx 1$ で平均枝長はやや高い値を示す。さらに、 $l_0^2/M_0$ を1以下に減少させていくと、平均枝長もこれにつれて減少する。このことから、 $l_0^2/M_0 \approx 1$ 付近から剪定が分枝頻度にも影響を及ぼし、 $l_0^2/M_0 < 1$ では分枝頻度が $D_f \leq 2$ のパターンに比べて高くなっていくことを意味する。

### 2-4-3) 剪定操作中断後のパターンの変化

2-4-1)で剪定クラスターが成長すると剪定された表面に $M_0$ 個の粒子が表面の形状と相似な分布で吸着するのを見た。しかし、その後剪定操作をせずにクラスターに添加粒子がランダムに吸着するままに放置すると、クラスター周縁には次第に不規則な凹凸ができ、不均一な分枝が発達してくる。このようなパターンの緩和過程を解析する為に、(1)式を $R_g$ で微分して得られる関係式を考えてみよう。

$$\log \frac{dM}{dR_g} \sim \log \frac{M}{R_g} \quad (9)$$

(1)式に於て $D_f$ が一定値を取るような成長をする限り、(9)式の両辺をプロットしたときに $D_f$ の値に依らず必ず傾き1の直線が得られる筈である。

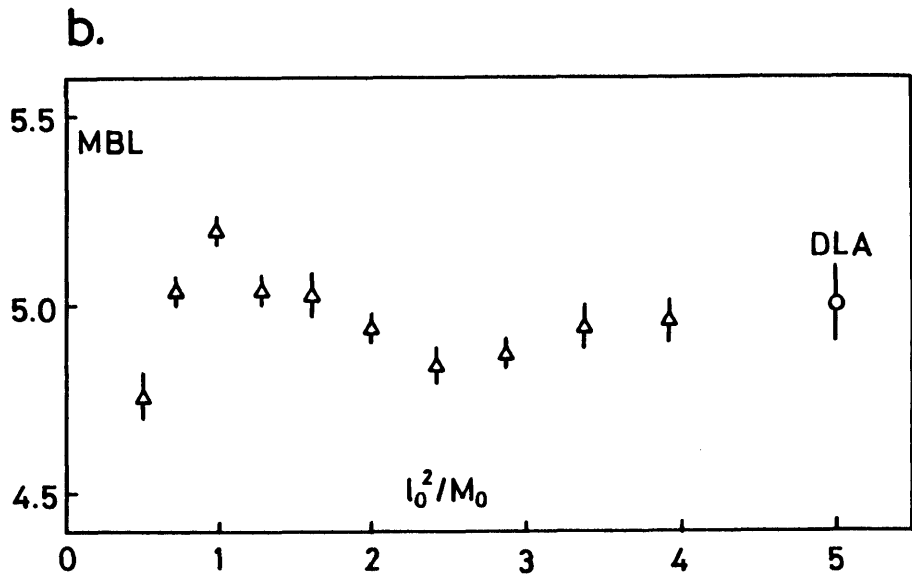
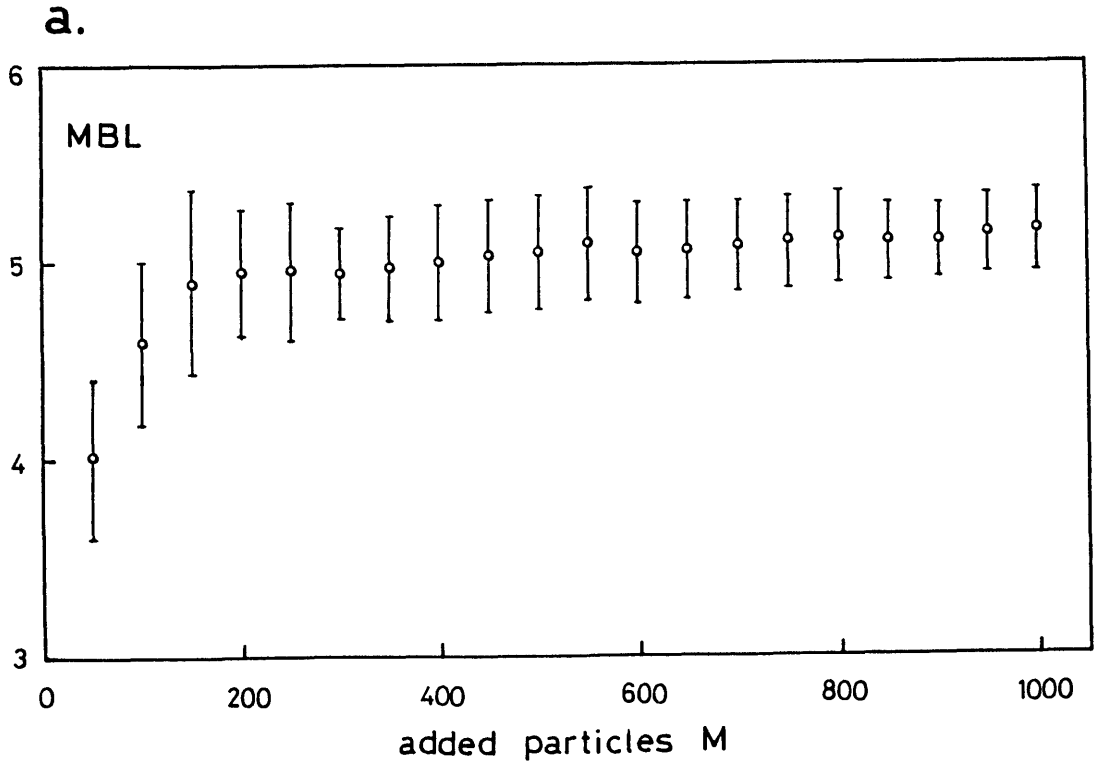


図13. a. 無剪定粒子流入型DLAの初期成長過程での平均枝長MBLの変化。(20個のコロニーでの平均値)  
 及び、b. 種々の  $l_0^2/M_0$  (ただし  $M_0 = 50$ ) のもとで生成したコロニーのMBLの値(単一コロニーの生成過程 ( $M > 3000$ ) で平均した値)。(無剪定流入型DLAのMBLも○で記入した。)



そこで図14に、剪定パラメータを  $(l_0, M_0) = (10, 100)$  として、コロニーの全粒子数が各々  $M = 200, 500, 1000, 1500$  に達するまで剪定を繰り返した後に、無剪定のまま成長させた4例について上のプロットを示した。図に見られる様に、剪定操作を中断した後に特徴的な非相似成長領域が現れる。この中間領域では、 $M/R_g$  は増加しているにも拘らず  $dM/dR_g$  はほぼ一定の値に止どまっている。またこの領域の大きさはもとの剪定コロニーの大きさ（即ち、図の例では  $M = 200, \dots$  等の値）に比例しているのが見られた。

#### § 2-4-4) 変則的な剪定の例

剪定の規則を変えることで剪定の効果がより明かにされる場合がある。以下に3種の例を示す。

##### 1) ある期間だけ円形剪定したもの

図15aには、 $M = 2000$ まで無剪定DLAクラスターを作り、 $2000 \leq M \leq 5000$ の期間では円形剪定を行い、その後再び無剪定のままランダムウォーカーを吸着させたものを示す。剪定条件は  $M_0 = 100, l_0 = 10$  である。剪定を開始するときの初期半径は  $M = 2000$ の時  $l = 45$  (格子単位) である。剪定期間中はパターンの分枝密度が高くなっている。図から解るように、無剪定中は枝は疎らに生じているが、剪定を開始して外部の枝を取り除いても粒子は余りクラスター内部には流入せず、表面の分岐が盛んになることが見られる。このため、このクラスターは内部が低密度のままであり、剪定を開始した付近から円周の方向に枝が分岐している。そして結果的に剪定期間中は枝が同心円部分を効率的に充填する形態になっている。

##### 2) 等比的な時間間隔で剪定を行ったもの

本論文では一定の周期  $M_0$  毎に剪定を行うことによってクラスター表面に一定の平均化効果を与えるモデルを議論してきた。ここではクラスターの成長過程で次第に剪定の頻度を増していったものの例を示す。図15b及びcは、 $n$  回目の剪定を添加粒子数  $M$  が  $M = 3600 \times C^{n-1}$  の時に行ったものである（ただし  $C$  は時間間隔の比で、15bでは  $C = 0.6$ 、15cでは  $C = 0.4$  とした）。また、このときの剪定半径は  $\sqrt{M}$  とした。剪定頻度が高くなるにつれて分岐頻度が高まりコロニー周縁ほど粒子密度が高まる。さらにb, cを比較すると剪定頻度の高いcの方では中心から動径方向にやや離れたところから周縁に向かって急激に密度の高い枝系が生じている。一方、中心付近では枝が円周方向にも伸長しているのが見られる。これはクラスターの分枝密度が低い場合に表面の枝に粒子が吸着していくとき、動径方向に伸長した枝が剪定によって刈り取られ、円周方向に空いている空間へと伸びた枝が残っていくためである。円周方向に伸びた枝は粒子を吸着し、次第に動径方向の枝が発生する。剪定の頻度が急激に高まると、cのクラスターの周縁に見られるように、分枝分布の平均

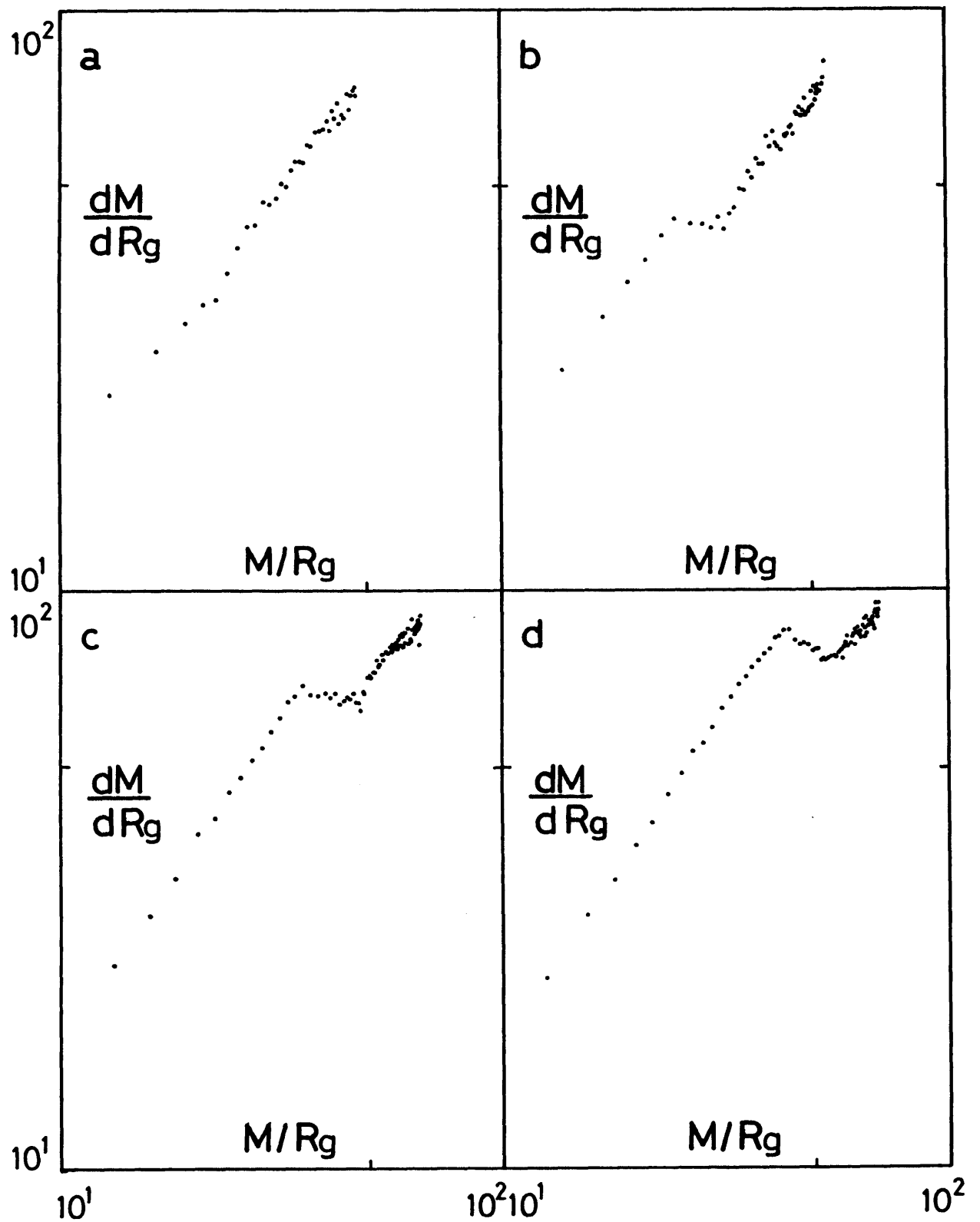


図 1 4. 剪定中及び剪定中断後の  $dM/dR_g$  と  $M/R_g$  の関係。

各々、 a:  $M = 200$ , b:  $M = 500$ , c:  $M = 1000$ , d:  $M = 1500$  まで ( $l_0, M_0$ )  
 $= (10, 100)$  の条件で剪定を繰り返す。その後無剪定で粒子を吸着させていっ  
たもの。

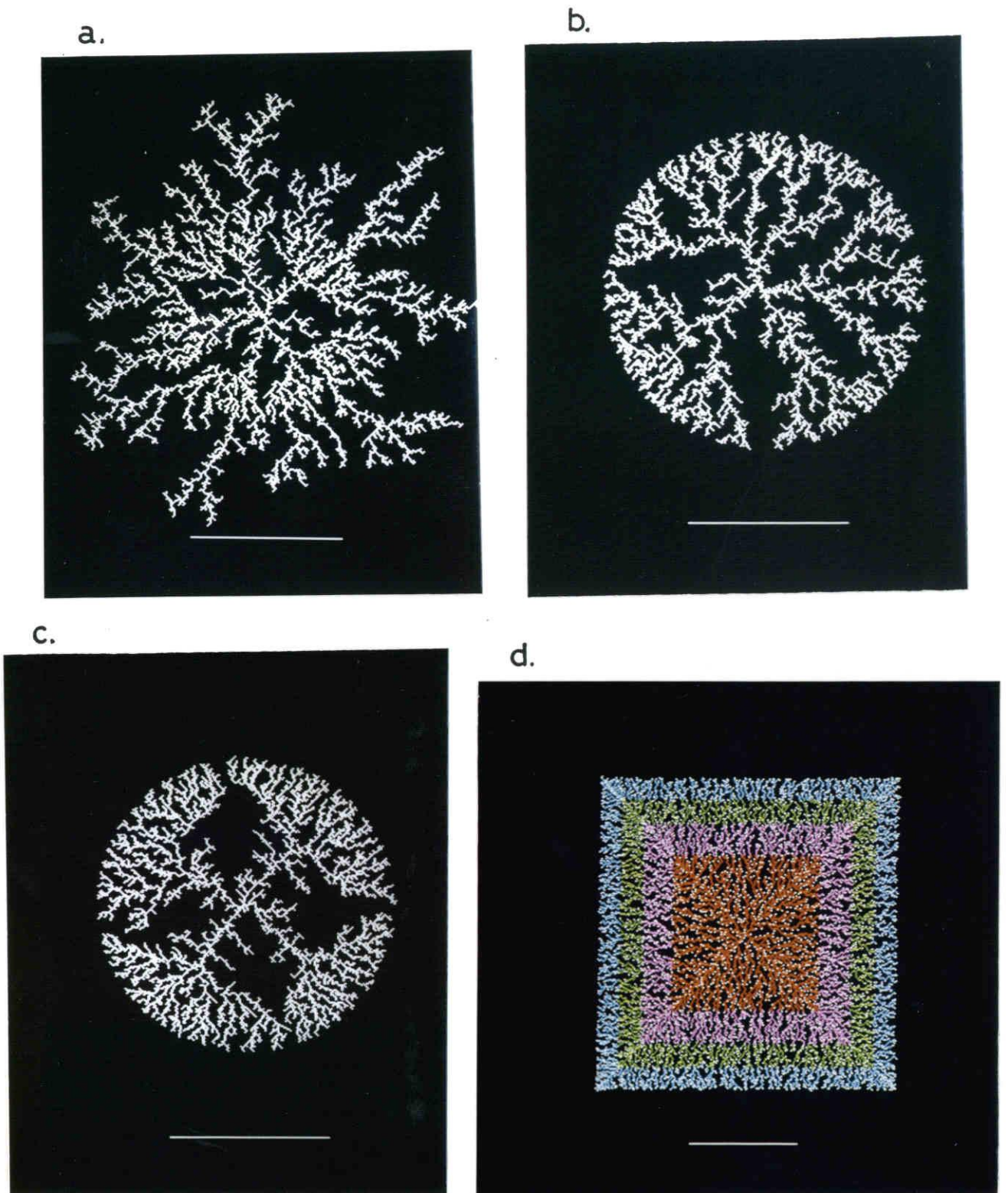


図 15. 突則的な剪定を施して生成したコロニーの例。

- a.  $2000 \leq M \leq 5000$  の期間のみ剪定を施したもの。総粒子数  $M = 7000$ 。剪定条件  $(l_0, M_0) = (10, 100)$ 。
- b. & c. 等比的時間間隔で剪定操作を行ったもの。  $n$  回目の剪定を添加粒子数が  $M = 3600 \times C^{n-1}$  のときに剪定半径を  $\sqrt{n}$  として行った。ただし b:  $C = 0.6$ , c:  $C = 0.4$ 。
- d. 正方形に剪定したもの。  $M = 20000$ 。剪定条件  $(l_0, M_0) = (10, 100)$ 、ただし  $l_0$  は正方形の一辺の長さ。

化効果が働き均一な分枝系が発達する。これに比してbでは剪定頻度が低いために、分かれた枝もクラスター外方に向かって伸びている。粒子流入型のモデルでは基本的に枝がクラスター外方に成長する性質があるためである。

### 3) 正方形の剪定

図15dに一定時間間隔で正方形に剪定しながら成長させたコロニーを示す。この場合各枝は辺と垂直の方向に伸長している。正方形の4つの頂角の部分は特異点になるので対角線に沿って粒子密度は高くなっている。このように剪定の効果は、刈り込む形状に従って分枝の成長方向が調整され、効率的な空間充填パターンが生成されるところに現れる。

## § 2-5 考察

まず第一に、剪定クラスターの最も基本的な特徴は、クラスター全体の均一性は変化するものの、分枝形態そのものは（極端な剪定条件の場合を除いて）ほぼ完全に保たれていることである。この事実は、これまでに提唱されてきた種々のモデル、例えば、添加粒子の運動の軌跡の次元を2以下にするモデル、粒子の付着確率を1未満にするモデル (Matsushita et al., 1986)、ノイズリダクションの規則を用いて表面張力の効果を導入するモデル (Kertesz & Vicsek, 1986, Nittmann & Stanley, 1986, Aukrust et al., 1989)等に於いて、枝が太くなったり、塊状の凝集体となって分枝形態自身が失われてしまう結果となったのと対照的である。

円形剪定の基本的役割は、クラスター表面での分枝成長の均一性をコントロールすることである。この効果は、図7に見られたようにクラスターが成長するにつれて、粒子が一定の均一度でクラスター表面に吸着するようになることで確かめられる。特に、剪定パラメーター  $l_0^2/M_0$  を1に近い値に設定した時には、粒子は剪定された表面に一様に吸着する傾向を示し、その結果出来る分枝はクラスター周縁部に均一に配置されるようになることが知られた。完全吸着モデルでは一旦できた枝はそのまま固定されてしまうが、剪定モデルでは枝密度の偏りが平均化されていくようになる。この意味で、表面の分枝配置が決定されるまでに一種の表面エントロピー効果が働いているものと考えることができる。

こうして出来た分枝系は、枝が中心から分岐しながら放射状にコロニー空間周縁に向かって伸びた形態を示している。さらには、対称的な分枝成長を実現するためには、コロニー内部での（粒子の入れ替えや再配置等による）平均化効果は必要とはしないということも結論できよう。コロニー内部でもエントロピー効果が働く場合には、系は完全に可逆的に振舞い、気体的な状態になるものと考えられる。

次に、剪定パラメーター  $l_0^2/M_0$  を固定してクラスターを成長させるとき、 $1 \leq l_0^2/M_0$  の範囲では、コロニーの分枝密度  $M/S$  は時間によらず一定の値を保つことが見られた。こ

のことはコロニーへの粒子の流入量（即ち、各剪定操作後にクラスターに残る粒子の量）が一定であること、言い替えれば、表面の枝系が拡散してくる粒子に対して全体としてある一定の均一さの遮蔽効果を及ぼしていることを意味する。このためクラスターが一定の統計的な相似性を保ちながら成長し、この場合には $D_f$ の値がクラスターの均一性の指標となる。（完全吸着のDLAは、遮蔽効果が極限的に不均一な場合となっている。）

さらに、上の領域では、 $dM/dS$ の平均値が（剪定パラメーター $l^2/M_0$ の値に応じて）或る一定値を取ることで毎回の剪定で刈り取られる平均粒子数が一定であることが分かる。このことは剪定パラメーターによって周縁部の粒子間の交換性、即ちミキシングの度合いがコントロールされることを意味する。換言すれば、クラスターのフラクタル次元はこのミキシングの度合い（即ちエントロピー効果の程度）によって決ってくるものと考えることが出来る。

一方、剪定は分枝コロニーの拡大運動に対する空間的・時間的な束縛条件となる。分枝はランダムウォーカーの吸着によってランダムに作られていくが、剪定パラメーターによって定まる一定のコロニー空間内に分枝を配置することになる。そこで $l^2/M_0$ を下げて分枝密度が高くなる条件にしてやると、コロニー内の分枝パターンはより対称性の高いものになった。対称的な分枝パターンは、一定の等方的な束縛条件のもとで、成長表面だけで均一化・ミキシングの効果を働かせた結果生じてきたものである。

また一方、 $l^2/M_0 < 1$ の範囲では表面の粒子密度が内部よりも高くなる結果を与える。即ち、この範囲では遮蔽効果は一定でなく、成長するにつれて拡散粒子が表面に高密度に吸着し易くなっていく。このためパターン自身は自己相似にならず、 $D_f$ の値が2を超える。これは成長するにつれて表面の粒子密度がより大きくなることに対応する。これらのことから、剪定クラスターに於いては、 $D_f$ がどの値を取るにせよ、粒子の吸着率あるいは遮蔽効果が成長過程で一定に保たれていることが、フラクタル的なパターン生成の条件となっていることが分かった。

ここで物理的な系のパターン形成に対するDLAの応用について触れておこう。

近年、電析（Matsushita et al., 1984: 円盤形の電析セルの内部に硫酸亜鉛水溶液を満し、セルの中心に陰極として炭素電極棒を、セルの内周にはリング状の亜鉛板陽極を置き、両極間に電圧を加える。このとき陰極先端から亜鉛金属葉が成長する。）、多孔物質やヘレ・ショウセル内の粘度の異なる2流体の運動（Paterson, 1984, Ben-Jacob et al., 1985: 2枚の透明平行平板からなるヘレ・ショウセル内部にグリセリンを満し、セルの中央部から空気を注入する。このとき気泡がグリセリンを押しだし、空気の“viscous-fingering”が成長する。）、そのほか誘電破壊（Niemeyer et al., 1984）、sput-

ter-deposited薄膜の形成 (Elam et al., 1985) 等の物理的な系に於て、DLAとほぼ等価なフラクタル次元を持つパターンが生ずることが示されてきた。この事は、異なった機構の下に生ずるパターンが同一のuniversality classに属していることを裏付けている。

ここで強調すべきことは、物理的対象のフラクタル次元はひとつの「普遍的」性質であり、成長機構の詳細には依存しないということである。この意味で、WittenらのDLAモデルは、純粋なランダムプロセスから一定の普遍的なパターンが生ずる事を直接的に示した点で重要なものであることが認識される。

電析、viscous-fingeringなどの実験では、電析セルに加える電圧を高めて成長速度を上げたり、ヘレ・ショウセルに注入する空気の圧力を適当に選ぶと、雪の結晶に見られるような異方性を持ったdendritic patternや、異方性の高い針状結晶的なパターンが現れる。このような異方性を持った結晶成長に対してDLAを拡張して応用するために、表面効果を考慮したモデル、及び表面の“ゆらぎ”をコントロールしたノイズリダクションモデルが提唱された。

Vicsek (1984) のモデルでは以下の二つの効果を導入した。先ず、表面の各サイトに、その位置での面の曲率に依存する付着確率を仮定し、面の曲率の高い部分への粒子の吸着を抑制する。さらに、粒子が固定される際には、近隣の表面サイトのうち周囲の粒子密度の最も高いサイトに固定する。この二段階の手続きを用いて、表面を滑らかなにする効果を大きく取り入れると、始めはコンパクトな塊状のクラスターが得られる。しかし、粒子数を増やすにつれて、滑らかな界面は不安定になり、クラスター全体は太い塊状の枝が分岐したパターンになることが見られた。

ノイズリダクションのモデル (Kertesz & Vicsek, 1986, Nittmann & Stanley, 1986, Aukrust et al., 1989) では基本的に次のような規則が導入される。クラスター表面の各格子点は、拡散粒子がその位置に  $s$  回到達したときに初めて粒子を1個付着させる。このとき、成長点の周囲にできる新しい表面格子点でのカウント数は常に0から始める。即ちこのモデルは、拡散粒子のランダムな凝集過程に平均化効果を導入することに相当する。Kertesz & Vicsekのシミュレーションによると、 $s$ を増加するにつれ格子の異方性（正方格子、三角格子等）の効果がクラスターの形態に影響を及ぼすようになり、open fractalからdendrite、さらには針状結晶のパターンが見いだされた。ただしこれらのパターンでもクラスターの表面にはかなりの凹凸が生じている。

さてdense-branchingと呼ばれるもうひとつの重要なパターンが、電析、並びにviscous-fingering等の実験でも見いだされている。例えば、電析実験に於て適当な電圧・亜鉛濃度の条件のもとで、細かな金属亜鉛の枝が密集しながら放射方向に対称的に伸長したパターンが現れるのが見られる。個々の枝は複雑に分岐しているものの、凝集体全体の界面は滑らかな円形になる。この界面の円形性は成長過程で非常に安定である。それ故クラスター全体のフラクタル次元は空間次元と等しくなっている。これらの点でdense-branchingは

真菌コロニーのパターンと同等の性格を持っている。dense-branchingが生ずる機構は明らかになっておらず、今までのところシミュレーションによって再現された例も報告されていない。本章の釀定DLAでは、クラスターの界面を人工的に安定に維持される条件をつくったときにdense-branchingの放射状対称パターンが現れることを示している。実際に粒子の着脱のあるなしに拘らず、dense-branchingが現れるときには、界面を安定に維持するような分枝成長の平均効果が働いているものと推測することができる。これは、dendriteの成長の場合のような微視的な表面効果とは異なり、枝分かれが盛んになる条件のもとで働く均一化効果である。

## § 2-6 糸状菌コロニーの成長様式

分枝形態は生物の体制にも幅広く見いだされる。本節では糸状菌コロニーの形態形成機構を釀定DLAモデルに基づいて検討する。個々の生物系固有のメカニズムを越えた形態形成作用の共通性を検討することは、その本質的な機構を明らかにするために有意義であると思われる。

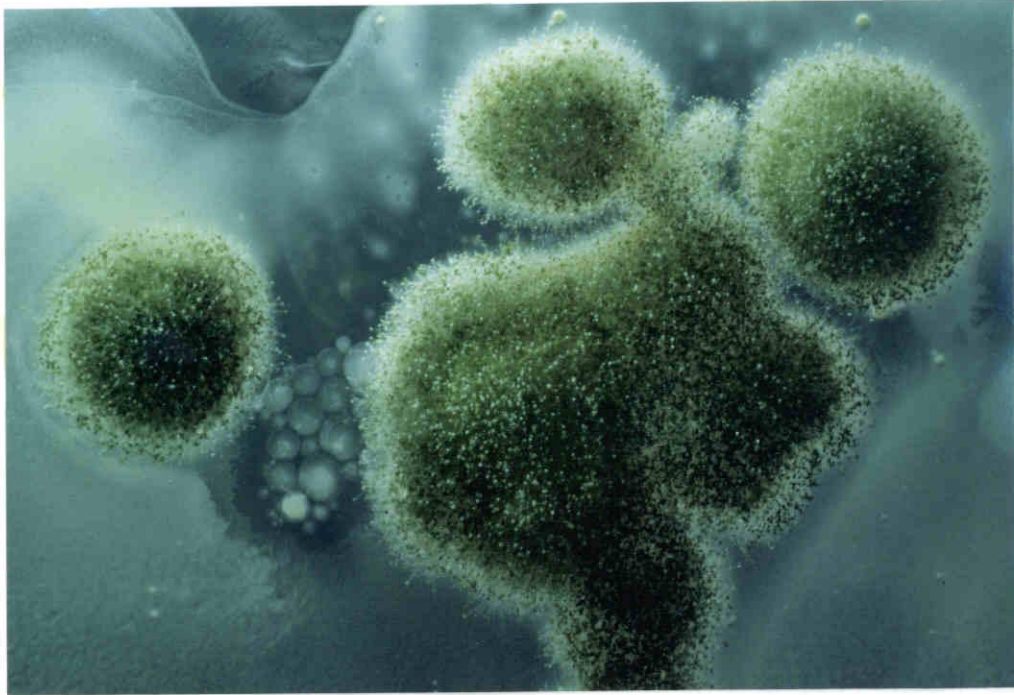
### § 2-6-1) 糸状菌コロニーの成長と釀定DLA

ここでは、等方的な分枝形態をもつ糸状菌コロニーの成長の実測結果を釀定DLAと対比して考察しよう。我々の実際の観察には25°CでCzapek寒天培地上(NaNO<sub>3</sub> 3g, K<sub>2</sub>HPO<sub>4</sub> 1g, MgSO<sub>4</sub>·7H<sub>2</sub>O 0.5g, KCl 0.5g, FeSO<sub>4</sub>·7H<sub>2</sub>O 0.01g, bacto-agar 15g, redistilled water 1000ml (+glucose))で培養した麴カビ (*Aspergillus oryzae*) が用いられた。

グルコースを充分量含有する培地上では、菌糸体は放射状に拡大してほぼ円形の輪郭を持つコロニーを形成する(図16a)。ところが、グルコースが不足するときには、コロニーは大雑把には滑らかな輪郭を持つものの、フィヨルド状の菌糸のパターンが形成され(図16b)、菌糸密度は低くなる。こうしたコロニー形態のフラクタル次元 $D_f$ は、成長するコロニーの輪郭を写し取り、輪郭内の面積と、輪郭の最大半径とをlog~logプロットすることによって見積ることができる。培地が0.1% w以上グルコースを含有するときには $D_f \approx 2$ であるが、グルコース0.01% wの培地で7~10日間培養したコロニーでは $D_f = 1.8 \pm 0.1$ と見積られた。

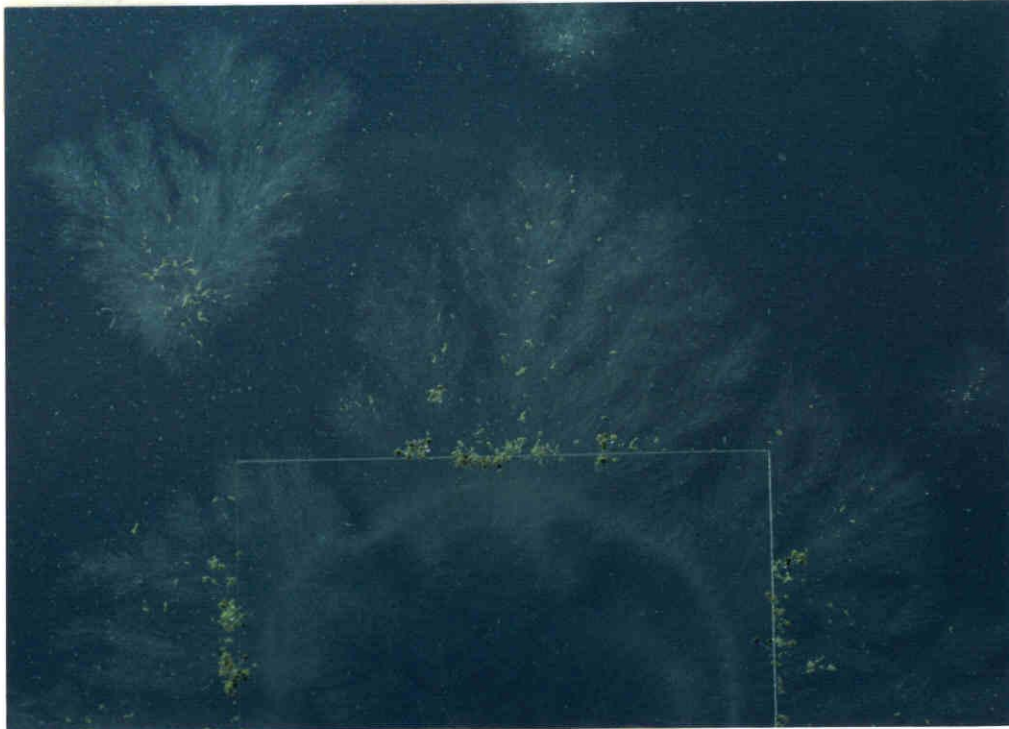
釀定DLAモデルでは、一定の面積 $l_0^2$ を持つ同心円領域に $M_0$ 個の粒子を付着させることを繰り返すが、このとき $M_0$ が大きく(即ち釀定パラメーター $l_0^2/M_0$ が小さく)なるほど分枝密度が高く円形対称なクラスターが生成される。これを糸状菌成長の場合に適用してみよう。富栄養培地と貧栄養培地上で同じ面積を持つコロニーを考える。各々のコロニーが

a.



1 cm

b.



1 cm

図 16. 寒天培地上の真菌コロニー (*Aspergillus oryzae*)。

- a. グルコース 5%, 中央付近ではいくつかのコロニーが融合している。分生子が豊富に形成されている。
- b. グルコース 0.01%, 中央下の部分に胞子を撒き、その上にカバーグラスがかぶせてある。菌糸はカバーグラスの外部まで伸長している。カバーグラスの下部には円形に菌糸密度の高い部分が等時的に形成されている。(カバーグラスをかぶせると分生子が作られないので菌糸のパターンが視察できる。)



一定の面積  $l^2$  だけ拡大するとき、富栄養培地上では貧栄養培地よりもコロニーの周縁領域で多量の菌糸  $M_0$  が生産される。つまり、富栄養培地上のコロニー成長は釀定DLAで  $l^2/M_0$  が小さい場合に相当する。このことから、富栄養培地上の菌糸パターンが円形対称的になるのは、釀定DLAで見られたように、コロニー周縁領域で菌糸の配置・成長方向に均一化効果・エントロピー効果が働いているためであると定性的に理解される。

実際、コロニー周縁部の菌糸は常に外部からの新鮮な培地の栄養分を利用できるので、成長が著しく盛んであることが知られている。そして、各菌糸が隣接する菌糸との間に或る程度の間隔を取りながら、コロニー外方に向かって伸長しているのが観察される。

一般に、周縁成長帯での分枝パターンの調節には2種類の生理的機構が関わっていると考えられる。ひとつは隣接する菌糸間の化学的屈性による相互作用 (Robinson, 1973) であり、他方は、菌糸内部の小胞体の先端部方向への流動 (Prosser & Trinci, 1979) 等の内生的機構である。(この小胞体が菌糸先端や菌糸内の一部に蓄積することが、先端成長や新先端生成の原因であると考えられている (Prosser & Trinci, 1979)。) 良栄養条件のもとでは菌糸密度が高くなり、各菌糸の成長可能な方向や空間が強く限定されて来る。一方、一定の環境条件の下での伸長速度等の生理的能力には一定の限界があると考えられるので、上のような機構において、成長方向・菌糸のコロニー空間内での自由体積に関する平均化の効果が生じて来る可能性がある。

貧栄養培地上では菌糸数が増加しにくく、さらにコロニー周縁の成長帯内でもコロニー外方に突出した部分ほど成長しやすい事が推測されるが、このような場合では、分枝配置に関するエントロピー効果も低く、これが分枝パターンの不規則性や2以下のフラクタル次元の原因となるものと考えられる。

上述のごとくDLAクラスターには時間経過に対してほぼ一定の平均枝長が存在するが、真菌コロニーにも同様な菌糸生育単位 (hyphal growth unit) が知られている。菌糸生育単位  $G$  は各菌糸先端当りの菌糸体の長さで定義される (即ち平均菌糸長)。  $G$  は孢子発芽後増加し、ある最大値に達する。それから菌糸が分岐する度に  $G$  の値は変動するが、菌糸体の成長が進むにつれて変動幅は減少しやがて一定値を取るようになる。この段階ではコロニー内で連続的に分枝が生じている。  $G$  は生理的単位であり菌の種によって固有の値をとる。菌糸体の生育はこの単位を増加させていく過程として捉える事が出来る (Trinci, 1974)。

## § 2-6-2) 釀定DLAの適用限界

ここで釀定DLAを菌糸体成長に適用する上での問題点に言及する。釀定DLAの機構では内部の分枝をそれ以上成長させることはできないが、菌糸コロニーでは、内部でも側枝が形成されコロニー空間を更に高密度に覆うようになる。そして、菌糸同志の融合、菌

糸の過密化に伴う自己融解等の現象が見られ、これらの作用がコロニー全体の形態形成に大きな影響を及ぼしている。我々のモデルではこのようなコロニー内部の挙動を考慮することが困難であり、そのために種固有のパターン形成を詳細に検討するには至らなかった。

また上述の菌糸生育単位Gが大きいほどコロニーの拡大速度が大きい事が知られているが、我々のモデルではGに対応する平均枝長をコントロールすることはできない。平均枝長が大きいとき、分枝密度 $M/S$ が我々が見いだしたよりも低い値でも対称的な分枝パターンが形成される可能性がある。

### § 2-6-3) 種々の分枝成長モデル

菌糸体の成長のモデル、あるいは生物の分枝体の成長のモデルはこれまでも様々なものが提唱されてきた。分枝成長の詳細にわたる特徴を考慮したモデルには例えば次のようなものがある。Cohenは先端優先の分枝モデルにおいて、分枝確率や枝の成長方向等を既にできあがった分枝配置が作る場との相互作用のもとに決定する規則を導入し、コンピューターシミュレーションによって様々なパターンが生成できることを示した (Cohen, 1967)。Prosser & Trinciは、菌糸成長の初期段階での指数成長期のみを対象として、伸長・分枝の引金となる小胞体の生産・蓄積の機構をモデル化して、菌糸成長のシミュレーションを行った (Prosser & Trinci, 1979)。これらのモデルでは分枝の局所的法則に焦点を合わせているので、発達したコロニー全体のパターンの構造や集団効果までは議論されなかった。Edelsteinは局所的な菌糸密度と頂端数密度に関する連続の方程式をたて、そこに菌糸間、頂端間、菌糸-頂端間の相互作用の効果を導入し、微視的な現象がコロニー全体の菌糸及び頂端数密度の分布にどのような効果をもたらすかを論じた (Edelstein, 1982)。Hondaらは、枝同志の接近に伴う分岐抑制効果や、幹、枝等の内部の流量比に依存した分岐率の規則を導入した樹木のモデルをシミュレートして、実際の植物の分岐率などとの比較をおこなった (Honda et al., 1981)。菌糸のコロニーは等方的に成長するのでパターンの対称性を前提にできるが、樹木などでは地上から空中へ、主幹から太陽光の照射する周縁へ等といった方向性を考える必要があるといった違いがある。これらのモデルでは枝同志の相互作用を加味した分枝・伸長の規則を設定したときにパターン全体あるいは分岐頻度等がどのようなものになるかを予想している。

簡定DLAは、細胞レベルの現象等の法則を適用するのではなく、非可逆的でランダムな分枝成長過程において、時間的空間的な束縛の下での平均効果の程度に応じて、不規則な形態から対称的な形態までの任意の中間形態が生成されることを示す一つのモデルである。このモデルによって、等方的に枝系が拡張していく場合、空間を高密度に占有するために分枝系にとって最適なパターンとして、エントロピー効果が働いて放射状の対称的な分枝配置が選ばれることがわかった。

本論文では円形の剪定操作による対称的な分枝パターン形成を議論したが、2-4-4)節にも例を示したように、剪定操作を非等方的なパターン形成、或は極性を持った分枝系の成長にも拡張することが可能であると思われる。さらに、菌糸コロニー間では化学的屈性によるコロニー間相互作用が存在するが、これに伴う菌糸パターンの変化に適合するような剪定条件を検討することにより、この相互作用における熱力学的要因を議論することも可能であると思われる。また、糸状菌では成長過程での環境条件の変動に応じてパターンに変化が生ずるが、種々の環境条件（温度、湿度、栄養、その他）とパターン形成との関係を剪定条件を通じて熱力学的見地から比較対照することもできるのではないかとと思われる。

## 結 論

本論文では、一定条件下に見いだされる糸状菌の対称的な菌糸パターン形成をDLAモデルを適用して検討し、その機構に関して以下の諸点を明らかにした。

まず第1章で、ランダムな分枝成長系で表面効果が存在しない場合には、分枝密度が高くなる条件の下でも表面を安定化する効果は生ずることなく、パターンの不均一性が増大することが示唆された。

第2章では、 $M_0$ 個の粒子を吸着させる毎に、1回目から順に半径 $l_0, \sqrt{2}l_0, \dots$ の円外の粒子を取り除くという円形醸定の方法を導入した。この機構を導入した系ではエントロピー効果がクラスター表面にのみ働くため、系全体は完全に非可逆的に成長し、表面均一化効果が蓄積して対称的な分枝系が出現する事が知られた。また、常に（醸定パラメーター $l_0^2/M_0$ に応じた）一定量の粒子が、一定の分布でクラスター表面に吸着することが、クラスターの相似的成長の基本的な原因になっている事が知られた。

糸状菌コロニーでは、周縁成長帯において菌糸間に何らかの相互作用に基づいた菌糸配置に関する一様化の効果が存在するために、醸定DLAと同様に対称的なパターンが形成されるものと結論できる。また、貧栄養培地上では成長帯での定常的な菌糸生産量が低くなるが、これは醸定パラメーター $l_0^2/M_0$ において一定の $l_0^2$ に対して $M_0$ を小さくした場合に相当する。即ち貧栄養培地上での菌糸パターンの不均一化は、表面の分枝分布の平均効果が低くなるために生じたものとして定性的に説明できる。

以上述べたように、醸定操作を導入することは、分枝パターンの対称化の機構を物理的に理解する上で有意義であり、種々の不可逆的物理現象のみならず生物系のパターン成長過程について、その機構の可能性を探求する上で、DLAは今後とも非常に有力であることが示唆された。

## 参考文献

1. T. Aukrust, M. A. Novotny, D. A. Browne, and K. Kaski, *Phys. Rev.*, A39, 2587 (1989).
2. 安斉利洋 伊吹龍 「ターボ・グラフィックス」 JICC出版局 (1987).
3. E. Ben-Jacob, R. Godbey, N. D. Goldenfeld, J. Koplik, H. Levine, T. Mueller, and L. M. Sander, *Phys. Rev. Lett.*, 55, 1315 (1985).
4. D. Cohen, *Nature*, 216, 246 (1967).
5. L. Edelstein, *J. theor. Biol.*, 98, 679 (1982).
6. W. T. Elam, S. A. Wolf, J. Sprague, D. U. Gubser, D. Van Vechten, G.L. Barz, Jr., and P. Meakin, *Phys. Rev. Lett.*, 54, 701 (1985).
7. F. Gray, and J. K. Kjems, *Physica*, D38, 154 (1989).
8. H. Honda, P. B. Tomlinson, and J. B. Fisher, *Amer. J. Bot.*, 68, 569 (1981).
9. J. Kertesz, and T. Vicsek, *J. Phys.*, A19, L257 (1986).
10. M. Matsushita, M. Sano, Y. Hayakawa, H. Honjo, and Y. Sawada, *Phys. Rev. Lett.*, 53, 286 (1984).
11. M. Matsushita, K. Honda, H. Toyoki, Y. Hayakawa and H. Kondo, *J. Phys. Soc. Jpn.*, 55, 2618 (1986).
12. P. Meakin, *Phys. Rev.*, B29, 3722 (1984).
13. P. Meakin, *J. theor. Biol.*, 118, 101 (1986).
14. P. Meakin, *Phys. Rev.*, A33, 3371 (1986).
15. L. Niemeyer, L. Pietronero, and A. J. Wiesmann, *Phys. Rev. Lett.* 52, 1033 (1984).
16. J. Nittmann, and H. E. Stanley, *Nature*, 321, 663 (1986).
17. L. Paterson, *Phys. Rev. Lett.*, 52, 1621 (1984).
18. J. I. Prosser, and A. P. J. Trinci, *J. gen. Microbiol.*, 111, 153 (1979).
19. P. M. Robinson, *Bot. Rev.*, 39, 367 (1973).
20. A. P. J. Trinci, *J. gen. Microbiol.*, 57, 11 (1969).
21. A. P. J. Trinci, *J. gen. Microbiol.*, 81, 225 (1974).
22. T. Vicsek, *Phys. Rev. Lett.*, 53, 2281 (1984).
23. T. A. Witten, and L. M. Sander, *Phys. Rev. Lett.*, 47, 1400 (1981).

## 謝辞

本研究を行うに当たり終始懇切な御指導、ご鞭撻を賜りました今井宣久教授に謹んでお礼申し上げます。

本研究を進める過程で、有益な御助言を頂きました飯田荘象助手、吉野茂雄助手に心よりお礼申し上げます。

本研究をまとめるに当たり有益な御助言を頂きました中部大学宮島佐介教授にお礼申し上げます。

本研究の過程で有益な御助言を頂きました諸先輩、同輩諸氏にお礼申し上げます。