

局所形状保持に基づく仮想弾性物体モデルの提案

宮崎 慎也[†] 吉田 俊介^{††} 安田 孝美^{††} 横井 茂樹^{††}

Proposal to Model Elastic Objects Based on Maintaining Local Shapes

Shin-ya MIYAZAKI[†], Shunsuke YOSHIDA^{††}, Takami YASUDA^{††}, and Shigeki YOKOI^{††}

あらまし 弾性応力がばね単位で定義される質点-ばねモデルでは,変形のひずみが大きくなるにつれて弾性応力が物体の平衡形状への復元に有効に作用しなくなる.本論文では,質点-ばねモデルの前提である物理学に基づいた局所的性質のモデル化手法を基礎としながら,弾性応力をばね単位ではなく物体を構成する体積的な最小単位である多面体要素単位で定義することにより,変形の度合いが大きな場合にも適当な応力が働き,適正な弾性振動が得られる弾性物体モデルを提案する.物体全体を質点位置に応じて複数の多面体要素に分割し,多面体要素ごとに平衡形状位置,すなわち多面体要素の頂点に配置された質点の弾性振動の収束位置を求め,その位置からの変位に基づいて質点に働く応力を決定する.多面体要素の平衡形状位置は2次元の場合については解析的に,3次元の場合については近似解法を用いて数値的に求める.

キーワード 弾性物体モデル, 変形, 物理モデリング, 対話操作, 人工現実感, コンピュータグラフィックス

1. ま え が き

仮想空間にCGモデルとして記述された物体を実物のように自由に操作するための技術が注目されている.それらのうち仮想物体の形状を表現するための技術については既に様々なモデル化の方法が提案されており,高性能のグラフィックスハードウェアを用いれば,かなり複雑な形状の物体モデルでさえも実時間応答による対話操作が実現可能である.しかしながら,それらのモデルでは基本的に仮想物体を剛体として扱うことしかできず,弾性変形等の性質を含めてモデル化する方法については満足のいくものはいまだ実現されていない.実物体では弾性をはじめとする物理学的性質により外力に対して形状に何らかの変化が生じるのが普通であり,その基本となる弾性物体モデルを実現することは,実用的な仮想空間操作のアプリケーションを実現する上で必要不可欠である.

弾性物体モデルの候補としては,弾性物体を質点とばねの組み合わせにより表現し,物体運動の生成には各質点において局所的に成立する運動方程式を時間軸

方向に線形差分することによって得られる漸化式を用いる方法が確立されている[1],[2].この方法は物体運動のシーケンスを比較的高速な計算処理で微小時間間隔で生成できるため実時間処理を要求する対話操作に適した手段であるといえるが,本来,質点-ばねモデルは変位が比較的小さい場合の近似モデルとして,質点間を単純な線形弾性のばねで結んだものであるため,大きな外力が加わるなどして弾性変形のひずみが大きくなると,ばねの弾性振動の発散等により物体の形状が正常に復元しないといった問題を生じる[3]~[5].その発生原因は,ばねの振動方向に対して外力が垂直に働く場合と,水平に働く場合の各場合についておおよそ以下のようなものである.

前者では,個々のばねにおいて,ばねの変位に対して発生する応力の関係が常に線形に定義されていることが原因となる.結果的に振幅が無限に大きな値をとり得ることになるため,振幅がばねの自然長を超えると,物体内で質点の位置関係が互いに入れ替わるといふ異常な状態を招く.後者では,物体の変形に対する復元力をトラス構造に配置された複数のばねが発生する応力の合力により得ていることが原因となる.変形の度合いが大きくなると,すべてのばねが平行に近い位置関係になり,適正な復元力が作用せず,物体の形状復元が正常に行われなくなる.極端な例を挙げれば,物体が完全につぶれてすべての質点が同一平面上にあ

[†] 中京大学情報科学部, 豊田市
School of Computer and Cognitive Sciences, Chukyo University, Toyota-shi, 470-0393 Japan

^{††} 名古屋大学情報文化学部, 名古屋市
School of Informatics and Sciences, Nagoya University, Nagoya-shi, 464-8601 Japan

る状態では、この平面と垂直な方向への応力は0となり、全く復元しないことになる。

前回の報告では、このうち前者について、振幅が自然長以下に抑制され、弾性振動が発散しないばねの改良モデルを提案した[4]。これに対し、ばね自体の改良による後者の原因への対処としては、要素の基本形状に応じた辺及び対角線へのばねの配置の仕方の工夫、ばねのパラメータの調節等が考えられるが、複数のばねに関係する問題であるがゆえに、いずれも根本的な解決策とはなり得ない。

質点-ばねモデルの長所は、実物体の変形の性質がその構成単位である個々の分子の振舞いによるものであることを模倣して、弾性物体の最小構成単位であるばねを局所的性質としてモデル化するのみで物体全体の運動を生成できる点である。反面、物体形状の空間的な復元を要するにもかかわらず、距離という1次元の量を保持するばねを応力発生の最小単位としている点が問題なのである。そこで本研究では、弾性応力をばね単位ではなく物体を構成する体積的な最小単位である多面体要素単位で定義することにより、変形の度合が大きな場合にも物体形状の復元に適した応力が働き、適正な弾性振動が得られる弾性物体モデルを提案する。

物体全体を質点位置に応じて複数の多面体要素に分割し、多面体要素ごとに平衡形状位置、すなわち多面体要素の頂点に配置された質点の弾性振動の収束位置を求め、その位置からの変位に基づいて質点に働く応力を決定する。例えば、立方体格子の質点-ばねモデルは八つの頂点に質点が配置された立方体が体積的な最小単位となる。多面体要素の平衡形状位置は2次元の場合については解析的に、3次元の場合については近似解法を用いて数値的に求める。

1.1 関連する研究

質点-ばねモデルの不具合については、既にいくつかの文献で報告されており、改善方法が提案されている。

文献[3]では、体積保存という幾何学的制約に基づく臨時的な内力を発生させることにより対処している。しかしながら、物体形状の復元を目的とする上では体積が保存されることは形状復元の必要条件でしかない。また、弾性変形において体積が保存されることは一般的ではなく、この点で弾性物体モデルの一般的なモデルとしては問題が残る。

文献[5]では、有限要素法における初期形状という体積的な平衡形状に対して応力を定義する方法を提案し

ており、この点は評価できるが、有限要素法は本来構造解析を目的とするものであり変位が小さい場合を対象としているため、このモデルでは変位が大きな場合には適正な応力が得られない。

2. 質点-ばねモデル

本論文で提案する弾性物体モデルは、質点-ばねモデルにおける弾性応力の定義方法を変更することにより実現している。したがって、本章では提案モデルの基礎となる質点-ばねモデルの弾性運動の計算方法を述べ、3.で提案モデルにおける弾性応力の定義方法について述べる。

2.1 質点に働く力の種類

質点-ばねモデルとは、立方体等の格子の頂点に質点を、辺にばねを配置したものであり、質点を共有するばね同士は質点を介して互いに結合している。ここでは質点に働く外力が、重力、剛体面との衝突による反発力及び摩擦力、内力が弾性応力及び弾性振動の減衰力のみであるとすると、反発力及び摩擦力を除く他の力については、重力加速度ベクトルを g 、質点 i の質量を m_i 、質点 i と質点 j を結ぶばねの弾性定数、減衰定数及び自然長をそれぞれ、 k_{ij} 、 D_{ij} 、 L_{ij} 、ある瞬間の質点 i の質点 j に対する相対位置ベクトルを p_{ij} 、相対速度ベクトルを v_{ij} とすれば、その瞬間に質点 i に働く力の総和ベクトル F_i は式(1)で表される。ただし、質点 j は質点 i と単一のばねによって接続されるすべての質点である。

$$F_i = m_i g - \sum_j \left[k_{ij} \left(1 - \frac{L_{ij}}{|p_{ij}|} \right) + D_{ij} \frac{v_{ij} \cdot p_{ij}}{p_{ij} \cdot p_{ij}} \right] p_{ij} \quad (1)$$

2.2 運動の生成

各質点において局所的に立てられた運動方程式を時間軸方向に差分近似することにより、時間軸上の離散化された各時刻 T における質点 i の速度ベクトル $V_i(T)$ 及び位置ベクトル $P_i(T)$ が、それぞれ式(2)、式(3)により、離散時刻間隔 ΔT で逐次的に決定される。

$$V_i(T + \Delta T) = V_i(T) + \frac{F_i(T)}{m_i} \Delta T \quad (2)$$

$$P_i(T + \Delta T) = P_i(T) + V_i(T) \Delta T \quad (3)$$

ここで、 ΔT の値は、ばねの振動周期に対して十分小さくとる必要がある。

2.3 剛体面との跳返り処理

前回の報告[4]では跳返り処理として、文献[2]で示さ

れている質点の剛体物体内部への進入量に比例した反発力を質点に与えるという方法を用いたが、この方法では弾性物体の一部が剛体内部に入り込んだように表示されるため、視覚的に適当でないという問題があった。そこで、今回は、弾性物体を構成する各質点と剛体面とは古典力学でいうところの剛体同士の理想的な跳ね返りをするという単純な方法を用いた（詳細は付録1.参照）。

これは、跳ね返りによる質点の速度変化が、更新時刻間隔 Δt に対して十分短い時間に行われるという仮定に基づいている。したがって、たとえ被衝突面が理想的な剛体面でなくとも、弾性物体の弾性係数に対して被衝突面の弾性係数が十分大きい場合ならば、衝突における質点速度の反転に要する時間は弾性物体の振動周期に対して十分短いので、反発係数を変更することにより上記のモデルで異なる硬さの剛体面との跳ね返りを表現できる。

ただし、上記の跳ね返り処理は弾性物体を構成する各質点と剛体面との干渉判定が行われた後の処理である。実用化においては干渉判定処理の高速化や弾性物体同士の衝突処理等も必要となるであろうが、これらの内容については本論文の範囲外とする。

3. 弾性多面体要素モデル

3.1 質点-ばねモデルの問題点

質点-ばねモデル（以下ばねモデル）は、直接的には1次元の長さを保持しようとするばねを、複数組み合わせさせてトラス構造に配置することにより、間接的に形状の変形に対する復元力を得ようとするものである。しかしながら、図1(b)に示すような3本のばねを組み

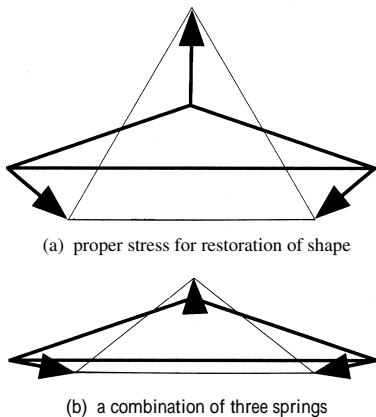


図1 極度に変形した正三角形要素に働く応力

Fig. 1 A set of stress for an extremely deformed regular triangle.

合わせた正三角形の例から明らかなように、ばねの組合せによる応力は変形の度が大きくなると応力間に競合が生じ、その結果三角形形状の復元にほとんど貢献しなくなる。また、正方形の4辺と一方の対角線にばねを配置した図2(b)及び(c)においては、応力が正方形形状の復元に不適である上に、ばねを配置する対角線の違いによる異方性も現れている。

そこで、図1(a)及び図2(a)に示すように、格子の体積的な基本要素となる多面体要素ごとに、多面体の平衡形状の位置を求め、それに対する各頂点の変位に比例した力をその頂点に働く応力とするようなモデル（以下多面体要素モデル）を考える。多面体要素モデルは、実物体の弾性応力が分子間力に基づいているという事実を模倣して、局所的性質を定義することにより全体の弾性運動を生成するというばねモデルの基本方針を継承し、かつ本来の目的である平衡形状への復元を基準とした応力の定義方法を与えることにより、従来の長さという1次元量に基づいた応力定義による問題点を克服している。これが多面体要素モデルの基本原理である。

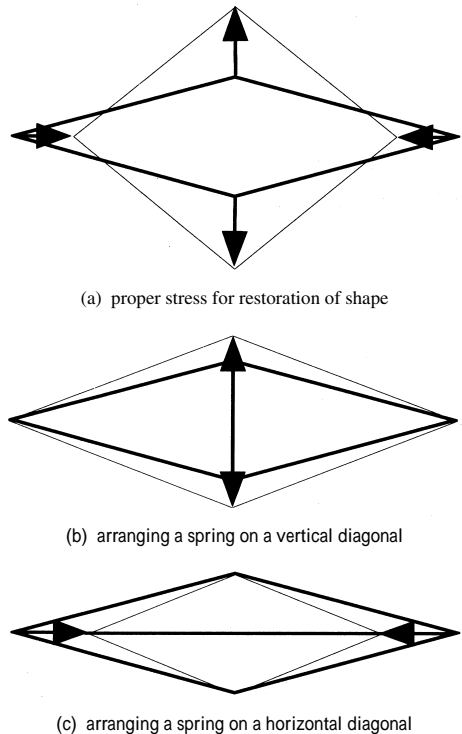


図2 極度に変形した正方形要素に働く応力

Fig. 2 A set of stress for an extremely deformed regular square.

3.2 多面体要素モデルの運動計算

多面体要素モデルの弾性運動の計算方法自体はばねモデルで用いられている一般的な方法と同じであり、その大まかな手順は、弾性物体の形状を立方体等の格子で与え、格子の頂点に配置された質点に働く力の総和を計算し、質点の位置と速度を求めるといものである。唯一の相違点は応力の定義方法である。ばねモデルでは、格子の辺に配置された個々のばねからばねの両端の質点に、ばねの変位に応じて応力が作用する。各質点には、その質点を一方の端点とするすべてのばねから受ける応力の総和が弾性応力として働くことになる。これに対し多面体要素モデルでは、格子を構成する多面体要素ごとに、変形の度合に応じて定義された応力が、多面体の頂点に配置された質点に作用する。各質点には隣接する複数の多面体要素からの応力が働くことになり、結果として、質点にはそれらの合力が働くことになる。質点*i*の弾性要素*e*における変位ベクトルを d_{ie} 、弾性要素*e*の重心に対する質点*i*の相対速度を v_{ie} 、弾性要素*e*の弾性定数及び減衰定数をそれぞれ k_e 及び D_e として、式(1)を以下のように表現すれば、応力計算以外の計算過程がこれらのモデル間で共通することがわかる。

$$F_i = m_i g - \sum_e \{k_e d_{ie} + D_e v_{ie}\} \quad (4)$$

次節以降では、形状復元に適した多面体要素の応力を決定するために必要となる、多面体要素ごとの平衡形状位置を求める方法について述べる。

3.3 多面体要素の応力

応力の決定において、ばねモデルの弾性応力がばねの内力であることと同じく、多面体要素が発生する応力も内力であると仮定する。この仮定は多面体要素の弾性振動の平衡形状位置を決定するための必要十分条件を与える。すなわち、物体の内力はその物体の重心速度、角速度に影響しないことから、内力の合力及び内力による力のモーメントの総和はともに零ベクトルとなる。このうち、内力の合力が零ベクトルであるという条件から、多面体要素の変形形状と平衡形状の重心位置は同一となることがわかる。

したがって、ある瞬間の多面体の頂点*i*の、平衡形状での重心に対する相対ベクトルを R_i 、変形形状でのそれを r_i とすれば、式(4)における頂点*i*の変位ベクトル d_{ie} は $(r_i - R_i)$ で与えられるので、 $\{r_i\}$ を既知、 $\{R_i\}$ を未知とする力のモーメントの釣合いの方程式

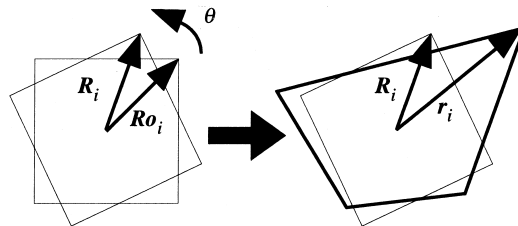


図3 多角形要素の平衡形状
Fig. 3 An equilibrium shape of a polygonal element.

$$\sum_i r_i \times k_e (R_i - r_i) = k_e \sum_i r_i \times R_i = \vec{0} \quad (5)$$

を解くことにより、多面体の平衡形状位置及び頂点に働く応力が一意に定まる。

実際の計算処理では、 R_i の初期状態 Ro_i を記録しておく、 R_i は Ro_i を重心周りに回転させたものであることから(図3)、 Ro_i から R_i への回転を与える変換行列を*M*として、 $\{r_i\}$ 及び $\{Ro_i\}$ を既知、*M*を未知とする以下の方程式を解くことになる。

$$\sum_i r_i \times M Ro_i = \vec{0} \quad (6)$$

3.4 2次元の場合の応力

2次元の場合の要素形状は多角形であり、2次元の運動をxy平面上で考えるとすれば、式(6)において既知変数となる $\{Ro_i\}$ 及び $\{r_i\}$ は

$$Ro_i = \begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ 0 \end{pmatrix}, r_i = \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ 0 \end{pmatrix} \quad (7)$$

という形で与えられる。また、回転行列*M*はxy平面上での原点周りの回転となるので、その回転角度を未知変数 θ として

$$M = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (8)$$

とおける。式(7)、式(8)の変数を式(6)に代入、整理して得られる以下の式から $\cos\theta$ 、 $\sin\theta$ の値が定まり、回転行列*M*、 $\{R_i\}$ が順に定まる。

$$\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\sum_i (X_i y_i - Y_i x_i)}{\sum_i (X_i x_i + Y_i y_i)} \quad (9)$$

3.5 3次元の場合の応力

3次元の場合は、要素の形状が多面体となり、回転変換行列に更に回転軸を与える未知変数が必要になる。未知変数として正規化された軸ベクトルを $u=(u_x, u_y, u_z)$ 、回転角度を θ とすれば、

$$M=uu^T + \cos\theta (I - uu^T) + \sin\theta \begin{pmatrix} 0 & -u_z & u_y \\ u_z & 0 & -u_x \\ -u_y & u_x & 0 \end{pmatrix} \quad (10)$$

となる[6]。ただし、 $u_x^2 + u_y^2 + u_z^2 = 1$ である。

ここで、式(6)を解析的に解いて軸ベクトル u 及び回転角度 θ の解を得ることは困難であるため近似解法を用いる必要がある。ここで、時刻 T の $\{R_i\}$ を求めるために、式(6)の $\{r_i\}$ 及び $\{Ro_i\}$ として時刻 T の $\{r_i\}$ 及び時刻 $(T-\Delta T)$ の $\{R_i\}$ を用いることを考える。すなわち

$$\sum_i r_i(T) \times MR_i(T - \Delta T) = \vec{0} \quad (11)$$

を解く上では $\theta = 0$ が適用できるので、既知変数

$$R_i(T - \Delta T) = \begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{pmatrix}, r_i(T) = \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix} \quad (12)$$

と、近似式 $\cos\theta = 1$ 、 $\sin\theta = \theta$ を式(10)に代入した結果の M を式(11)に代入することにより以下の式を得る(詳細は付録2.参照)。

$$\theta \begin{pmatrix} \sum_i Y_i y_i + \sum_i Z_i z_i & -\sum_i X_i y_i & -\sum_i X_i z_i \\ -\sum_i Y_i x_i & \sum_i Z_i z_i + \sum_i X_i x_i & -\sum_i Y_i z_i \\ -\sum_i Z_i x_i & -\sum_i Z_i y_i & \sum_i X_i x_i + \sum_i Y_i y_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_i Y_i z_i - \sum_i Z_i y_i \\ \sum_i Z_i x_i - \sum_i X_i z_i \\ \sum_i X_i y_i - \sum_i Y_i x_i \end{pmatrix} \quad (13)$$

式(13)から得られる u_x, u_y, u_z から正規化された軸ベクトル u が定まり、次に回転角度 θ が定まる。

図4は三角形要素を組み合わせてできる2次元形状

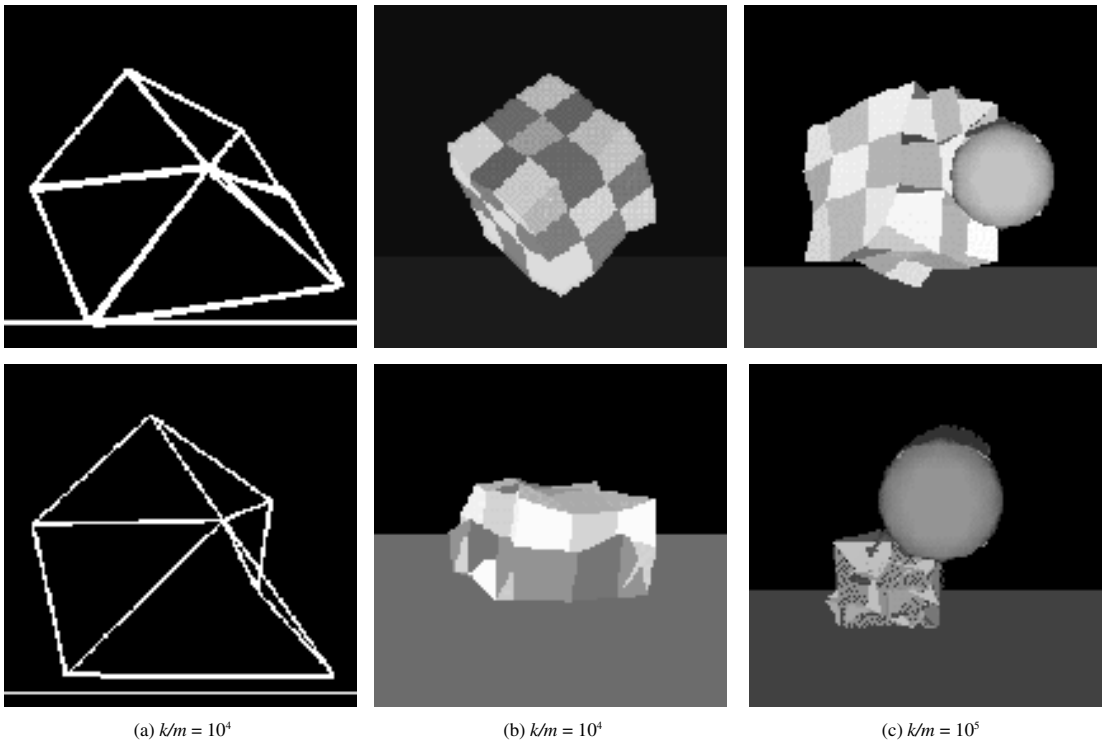


図4 要素形状に基づく応力(上段)とばねによる応力(下段)の運動計算結果の比較

Fig. 4 Comparison between proposed model(upper) and mass-and-spring model(lower).

及び $3 \times 3 \times 3$ の立方体格子の 3 次元形状について、要素形状に基づいた応力(上段)とばねによる応力(下段)の各場合について運動計算の結果を、弾性物体の硬さを示す質点の質量 m に対する弾性定数 k の比 k/m を同一にした場合で比較したものである。(a)では、ばねモデルの場合に応力が適当でないために一部質点位置の入れ替わりが生じている。(b)は、弾性係数が比較的小さい柔らかい物体が床に衝突した直後の状態であるが、ばねモデルでは床に近い一列が内部に入り込んだ状態になっている。(c)は(b)と比較して k/m の値が大きい場合で床との衝突のみではばねモデルでも形状の破綻は生じなかったが、対話操作により外力を加えた結果、ばねモデルでは質点の入れ替わりが繰り返され、すべての頂点が中央に集まった状態になっている。

4. 近似解法に起因する誤差の評価と対処法

3次元の場合に得られる多面体要素の平衡形状位置は近似解法によるため誤差を含むものであるが、この近似誤差が物体運動の計算結果にどの程度影響するかを定量的に評価する必要がある。平衡形状位置は離散時刻における一つ前の位置を回転して得られるが、近似誤差はこのときの回転軸と回転角度に現れるため、結果として多面体要素を回転させる余分な力が加えられることになる。したがって近似誤差の悪影響の評価基準としては、この余分な回転力によって多面体要素の重心周りに生じる角加速度の大きさが適当であり、その値が運動過程を通じて十分小さければ誤差による影響は無視できるといえる。多面体要素のモーメントの概算値

$$I = \sum_i m_i |R_{o_i}|^2 \quad (14)$$

を用いれば、各離散時刻における瞬間の近似誤差による角加速度 α は

$$\alpha = \frac{k_e \sum_i r_i \times R_i}{I} \quad (15)$$

となる。

表 1 は、単一の立方体要素が 1 辺の長さの 10 倍程度の高さから落下し、剛体の床と初めて衝突した直後から 10 秒間の各離散時刻における式(15)の角加速度 α の平均値 $\mu(\alpha)$ 、標準偏差 $\sigma(\alpha)$ 及び最大値 $\max(\alpha)$ を、弾性物体の硬さを示す k/m を現実的な値[4]である 10^4 、

表 1 平衡形状の近似計算における誤差

Table1 Errors by approximated calculation. - means below lower limit of the measurable range.

$k/m = 10^4$				
	A	B	C	D
number of iteration	1	1	2	3
ΔT	0.006	0.0006	0.006	0.006
$\mu(\alpha)$	4.52554	0.032915	0.000493	-
$\sigma(\alpha)$	4.49862	0.037503	0.002110	-
$\max(\alpha)$	30.875971	0.320008	0.060352	0.000001

$k/m = 10^5$				
	A	B	C	D
number of iteration	1	1	2	3
ΔT	0.002	0.0002	0.002	0.002
$\mu(\alpha)$	1.987712	0.030974	-	-
$\sigma(\alpha)$	1.683120	0.028445	0.000001	-
$\max(\alpha)$	9.119262	0.157926	0.000017	-

$k/m = 10^6$				
	A	B	C	D
number of iteration	1	1	2	3
ΔT	0.0006	0.00006	0.0006	0.0006
$\mu(\alpha)$	1.301888	0.005511	-	-
$\sigma(\alpha)$	1.297613	0.005129	-	-
$\max(\alpha)$	7.570902	0.034552	-	-

10^5 、及び 10^6 とした各場合について示したものである。このうち A 列及び B 列は、 ΔT の大きさを弾性振動の周期の 10 分の 1 及び 100 分の 1 程度とした場合であり、これらの結果から ΔT が大きくなると近似誤差が無視できなくなることがわかる。逆に ΔT を小さくすれば式(10)の θ の値が小さくなるので近似誤差は減少するが、 ΔT の値に反比例して計算時間が増加するという問題が生じる。そこで ΔT の値を変化させずに近似誤差を減少させる方法を以下に提案する。

式(11)では $\theta = 0$ という条件を満たすために、式(6)における参照形状 $\{R_{o_i}\}$ として $\{R_i(T-\Delta T)\}$ を採用した。これにより得られる $\{R_i\}$ は近似解法であるため真の値とはならないが、少なくとも $\{R_{o_i}\}$ よりは真値に近いことが期待できる。すなわち、式(11)より得られた $\{R_i(T)\}$ を $\{R_{o_i}\}$ として再度式(6)を解くことにより、更に真値に近い $\{R_i\}$ が得られることがわかる。このように考えると、式(6)を 1 回解く操作は $\{R_i\}$ を真値に近づける操作であると解釈できるので、 $\{R_i(T-\Delta T)\}$ を初期値として上記の手順で式(6)を反復して解くことにより、 $\{R_i\}$ の値は真値に収束していくと考えられる。

表1のC列, D列の部分は, ΔT の値をA列と等しくし, 上記の反復回数を2回及び3回とした場合の近似誤差である. 反復を繰り返すごとに近似誤差が著しく減少している. また, これらの結果は立方体要素1個の場合であり, 複数の要素が結合した状態では個々の要素の重心周りの回転は近傍の要素により抑制されるため, 近似誤差の実際の影響は更に小さいと考えられる. したがって実用上は反復回数2回で十分である.

反復回数を固定すれば, ばねモデルと多面体要素モデルの計算量はいずれも弾性要素数に比例するので, 両モデル間で計算時間の本質的な差はないといえる. シミュレーション実験の結果でも, ばねモデルの計算時間を基準として, 多面体要素モデルの計算時間は反復回数2回の場合で5%程度の増加であることが確認されている.

5. むすび

本論文では, 従来の質点-ばねモデルにおけるばねに基づく弾性応力の定義を拡張し, 弾性物体を構成する多面体要素の形状に基づいて弾性応力を定義した弾性物体モデルを提案した.

今回の報告では, 自由形状を多面体要素に分解する方法については触れなかったが, 弾性運動の計算処理時間が高コストであることを考えると, 少ない多面体要素数で効果的な弾性物体運動を実現することが今後の課題となる. 物体形状の与え方として, 立方体格子に対応するボクセル表現を採用すれば実現は容易であるが, 複雑な形状を表現するためにはボクセル分割の解像度を上げる必要があるため実時間処理を考えると限界がある. 物体の形状に適した効果的な要素分割には多面体要素の形状を任意にとれる方が有利であるので, その際には多面体要素の形状にかかわらず常に適正な応力が得られる本モデルは有効な手段となる. また, 本モデルは変形の場合が比較的大きくなる柔軟な弾性物体が表現できるため, 軟部組織の外科手術や球技スポーツなどの訓練用の対話システムへの応用も有効である.

謝辞 日ごろより研究に御援助頂いている中京大学情報科学部の福村晃夫教授並びに長谷川純一教授に感謝します. 本研究の一部は文部省科学研究費補助金による.

文 献

- [1] D.Terzopoulos, J.Platt, A.Barr, and K.Fleisher, "Elastically Deformable Models," *Computer Graphics*, vol.21, no.4, pp.205-214, 1987.

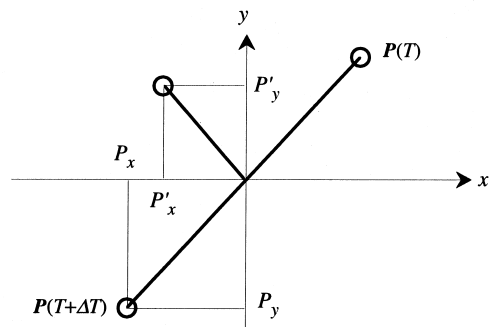
- [2] A.Norton, G.Turk, B.Bacon, J.Gerth, and P.Sweeney, "Animation of Fracture by Physical Modeling," *The Visual Computer*, 7, pp.210-219, 1991.
- [3] 寺沢幹雄, 木村文彦, "動力学に基づいたアニメーションのための体積保存変形手法," *グラフィックスとCADシンポジウム*, pp.177-184, 1992.
- [4] 宮崎慎也, 安田孝美, 横井茂樹, 鳥脇純一郎, "仮想弾性物体の対話操作のためのモデル化と実現," *信学論(A)*, vol.J79-A, no.11, pp.1919-1926, Nov. 1996.
- [5] 広田光一, 金子豊久, "仮想物体の弾性モデルに関する検討," *計測自動制御学会論文集*, vol.34, no.3, pp.232-238, 1998.
- [6] J.Neider, T.Davis, and M.Woo, "OpenGL Programming Guide," Addison-Wesley, p.478, 1993.

付 録

1. 跳返り処理の計算式

ある質点の位置 $P(T)$ 及び速度 $V(T)$ が式(2), 式(3)により位置 $P(T+\Delta T)$ 及び速度 $V(T+\Delta T)$ に更新されたとする. その結果, 質点位置 $P(T+\Delta T)$ が剛体内部にあると判定されたならば, この質点は, 時刻 T と時刻 $T+\Delta T$ の間に剛体と衝突する質点であるので, このようなすべての質点の位置 $P(T+\Delta T)$ 及び速度 $V(T+\Delta T)$ を以下のように修正する.

理想的な質点と剛体面との跳返りでは, 質点は剛体面と垂直なある2次元平面上を運動することになる. この平面上において以下のに示すような, 衝突点を原点, 剛体面と平行な方向を x 軸, 垂直な方向を y 軸とする座標系を考え, この座標系における修正前の速度ベクトル $V(T+\Delta T)$ 及び位置ベクトル $P(T+\Delta T)$ の2次元の座標値を (V_x, V_y) 及び (P_x, P_y) とする (図A-1). また, これらの衝突処理による修正後の座標値を (V'_x, V'_y) 及び (P'_x, P'_y) で表す. 衝突の前後において質点速度の y 成分は質点と剛体面との反発係数 e に応じて減速かつ反転する.



図A-1 跳返り処理における質点位置
Fig. A-1 Positions of mass point in a collision process.

$$V'_y = -\varepsilon V_y$$

$$P'_y = -\varepsilon P_y$$

また、質点と剛体面との摩擦係数を μ とし、衝突時に質点 i と剛体面との間に発生する垂直抗力を $m_i(1+\varepsilon)V_y$ とみなせば、質点速度の x 成分は以下の式により減少または 0 となり、質点速度は減速又は停止する。

$$V'_x = V_x - \mu(1+\varepsilon)V_y$$

$$P'_x = V'_x \Delta T$$

ただし V_x と V'_x の積が負となる場合は V'_x 及び P'_x はともに零ベクトルとなる。

2. 式(13)の導出過程

近似式 $\cos\theta = 1$, $\sin\theta = \theta$ を式 (10) に代入すると、回転行列 M は

$$M = \begin{pmatrix} 1 & -u_z\theta & u_y\theta \\ u_z\theta & 1 & -u_x\theta \\ -u_y\theta & u_x\theta & 1 \end{pmatrix}$$

で与えられ、これと式 (12) の既知変数を用いれば、

$$MR_i(T - \Delta T) = \begin{pmatrix} X_i - u_z\theta Y_i + u_y\theta Z_i \\ u_z\theta X_i + Y_i - u_x\theta Z_i \\ -u_y\theta X_i + u_x\theta Y_i + Z_i \end{pmatrix}$$

となる。これと式 (12) の既知変数を用いて式 (11) を表すと、

$$\sum_i \begin{pmatrix} -u_y\theta X_i Y_i + u_x\theta Y_i Y_i + Z_i Y_i - u_z\theta X_i z_i - Y_i z_i + u_x\theta Z_i z_i \\ X_i z_i - u_z\theta Y_i z_i + u_y\theta Z_i z_i + u_y\theta X_i x_i - u_x\theta Y_i x_i - Z_i x_i \\ u_z\theta X_i x_i + Y_i x_i - u_x\theta Z_i x_i - X_i y_i + u_z\theta Y_i y_i - u_y\theta Z_i y_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

となる、この等式の左辺の項のうち θ を因数にもたないものを右辺に移項し、 θ , u_x , u_y , 及び u_z について整理すると式 (13) が得られる。

(平成 10 年 7 月 17 日受付, 12 月 15 日再受付)



宮崎 慎也 (正員)

平 1 名大・工・情報卒・平 6 同大大学院博士課程了。平 5 中京大・情報科学部助手、平 9 同講師を経て、平 11 同助教授。工博。平 5 本会学術奨励賞。CG, VR の特に仮想環境構築、空間操作に関する研究に従事。情報処理学会、日本 VR 学会、IEEE 各会員。



吉田 俊介 (学生員)

平 8 中京大・情報科学・情報科学卒。平 10 同大大学院修士課程了。現在、名大大学院人間情報学研究科博士課程在学中。バーチャルリアリティにおける人間の特性に適した仮想空間の構築や協調作業に関する研究に従事。情報処理学会、日本 VR 学会各会員。



安田 孝美 (正員)

昭 57 三重大・工・電気卒。昭 62 名大大学院博士課程了。同年名大・工学部助手を経て、平 5 同大情報文化学部助教授。工博。CG, VR の基礎手法とその各種応用に興味をもつ。最近ではネットワークを利用したマルチメディアに CG, VR の新たな可能性を求めて研究を行っている。情報処理学会会員。



横井 茂樹 (正員)

昭 46 名大・工・電気卒。昭 52 同大大学院博士課程了。名大助手、三重大助教授、名大・工・情報工学科助教授、平 5 同大情報文化学部教授を経て、平 10 同大大学院人間情報学研究科教授。工博。CG, マルチメディアの技術と応用に関する研究に従事。情報処理学会、日本 VR 学会、日本シミュレーション外科学会、情報文化学会、日本コンピュータ外科学会等各会員。