——論　文——

正則な実時間通信プロセスに対するテスト擬順序の記号的特性化

結縁　祥治[†]　　坂部　俊樹[†]　　稲垣　康善[†]

Symbolic Alternative Characterizations of Testing Preorders for Regular Real-Time Communicating Processes

Shoji YUEN[†], Toshiki SAKABE[†], and Yasuyoshi INAGAKI[†]

あらまし　本論文では，通信プロセスの体系にタイムアウト演算子を導入することによって時間の概念を導入した実時間通信プロセスの体系において，テスト擬順序を定式化し，十分抽象的な代替特性化を示す．時間は実数領域として導入し，実時間通信プロセスに対するテスト擬順序をDeNicolaとHennessyの体系の自然な拡張として定義する．この意味論に対して，Holmerらの強双模倣関係に対する手法[12]を拡張し，実時間通信プロセスの記述から構文的に得られるタイムアウト情報を用いて，振舞いが変化しない有限な区間ごとに時間を抽象して扱う記号的代替特性化を提案する．この特性化によって，発散しない正則なクラスに対して有限的にテスト擬順序を証明する手法が導かれる．

キーワード　通信プロセス，実時間処理，プロセス代数，形式的意味論

1. まえがき

近年，動作体が互いに同期通信を行いながら並行に計算が進行する通信プロセスの体系に時間の概念を取り入れた体系に対する研究が行われている[1],[4]～[6],[14],[17],[20]．代表的なプロセス代数の体系であるCCS [13]，CSP [11]，ACP [2]では，通信の順序のみが観測でき，通信がいつ観測されるかという“時間”の概念は定式化されない．このような抽象化は理論としての明確さや定式化の簡明さの点で適切である．しかし，実際の並行計算を通信プロセスによってモデル化する場合には，例えば通信プロトコルをモデル化する場合など，時間の概念の導入は自然な要求である．このような背景のもとに通信プロセスに対して時間に関する拡張が行われている．

本論文では，時間領域を実数とし，タイムアウト演算子により時間の概念を導入した実時間通信プロセスに対する意味論として，テスト擬順序を定式化する．これは，時間の概念のない通信プロセスに対するDeNicolaとHennessyの体系[16]の拡張である．更に，テスト擬順序に基づく検証のための基礎となる代替特性化を示す．また，本論文における正則な実時間通信プロセスの体系については，テスト擬順序の特性は有限的に表現可能であることに基づいて，記号的代替特性化を提案し，正則な実時間通信プロセスに対するテスト擬順序は有限的に証明できることを示す．

本論文で扱う実時間通信プロセスの体系において時間制約を記述するタイムアウト演算子 $\lhd_d$ は直観的に次のような意味をもつ．P, Q を実時間通信プロセスとすると $P \lhd_d Q$ は，時間 d 以内に P が外部から観測可能な通信をすれば，それ以降 P のように振る舞い，そうでなければ，時間 d 後に Q のように振る舞うことを表す．このようなタイムアウト演算子は，[9],[15],[17]において導入されており，時間の概念をこの演算子を基本として十分に表現できることが知られている．本論文における体系では，観測可能な動作および観測不能な動作は，瞬時に行われるものとし，時間の経過に対しては影響を与えないとする．また，時間の経過はテストされる通信プロセスとテストする通信プロセスにおいて同一であると仮定する．

時間のない通信プロセスに対するテスト擬順序[16]は，CCSの演算子に対して代数が構成できることが知られている．CCSに対するテスト擬順序関係では，テストされるプロセスが別のプロセスと観測可能な通信ポートを通じて同期通信し，テストするプロセスが

† 名古屋大学工学部，名古屋市
School of Engineering, Nagoya University, Nagoya-shi, 464-01 Japan

成功状態になればテストを終了する．プロセス Q がプロセス P よりもより多くのテストに成功するとき，$P \sqsubseteq Q$ と書く．ここで，一般に $\sqsubseteq$ は擬順序をなす．通信プロセスの振舞いは非決定的であるため，通信プロセスは，成功の可能性をテストする $\sqsubseteq_{MAY}$ と成功の必然性をテストする $\sqsubseteq_{MUST}$ によって意味づけられる．それぞれの擬順序はその擬順序に対する本質的なテストによって代替特性化[8],[16]される．

このようなテスト擬順序は，実時間通信プロセスに対しても自然に拡張できる．本論文では，時間のない場合と同様，まず，どのようなテストがテスト擬順序に対して本質的に必要であるかという点に注目して，時間のない通信プロセスの場合の直接的な拡張として代替特性化を導く．この代替特性化は時間領域の稠密性から無限のテストによる特性化を要求する．しかし，実時間通信プロセスが時間によって振舞いを変化させるポイントであるタイムアウト情報を与えれば，時間は有限な区間として抽象できる．このことに注目して，実時間プロセスのもつテスト擬順序の性質はすべて有限的に証明できることを示す．タイムアウト情報は，実時間通信プロセスの動作式から構文的に得ることができるので，この代替特性化を記号的代替特性化と呼ぶ．更に，記号的代替特性化からは，自然にテスト擬順序の証明手法が導かれることを示し，この証明手法の適用例を示す．

本論文の構成は以下のとおりである．**2.** で実時間通信プロセスの体系を定義し，**3.** で実時間通信プロセスに対するテスト擬順序関係を定義し，通信に対する代替特性化を行う．**4.** では時間に関して動作式から得られる構文的タイムアウト情報を用いて，記号的代替特性化を示し，テスト擬順序は有限的な必須テストによって導かれることを示す．**5.** では，本論文の結果に対する議論と共に他の実時間通信プロセスの体系に対して比較を行う．最後に **6.** でまとめと今後の課題を述べる．

2. 実時間通信プロセス系

$\mathbf{R}^+$ を正実数の集合，$\mathbf{R}^{\geqq 0}$ を非負実数の集合とする．観測可能な動作集合を Act で表し，各動作は $a, b, a_i, b_i \cdots$ で表す．$\Delta = \{\epsilon(c) \mid c \in \mathbf{R}^+\}$ を遅延ラベル集合と呼ぶ，$Act \cup \Delta$ を $\mathcal{A}$ と書き，その要素を ξ で表す．更に，プロセス変数集合が $\mathcal{V}$ で与えられているとし，各変数は $x, y, \cdots$ で表す．$\mathbf{R}^{\geqq 0}$ には含まれない無限大を表す記号として ∞ を用いる．任意の $r \in \mathbf{R}^{\geqq 0}$ に対して，∞ は，以下のように特徴づけられる．

- $r < \infty$
- $r + \infty = \infty + r = \infty$

また，$\mathbf{R}^{\infty} = \mathbf{R}^{\geqq 0} \cup \{\infty\}$ とする．

実時間プロセス動作式は次の BNF で与える．

$$E ::= \mathbf{nil} \mid a.E \mid E + E \mid E \oplus E \mid E \lhd_d E \\ \mid x \mid \mathbf{rec}\!:\!x.E$$

ここで，$a \in Act, d \in \mathbf{R}^{\geqq 0}$，$x \in \mathcal{V}$ である．実時間プロセス動作式の集合を $\mathcal{PE}$ で表す．$\mathbf{rec}\!:\!x.E$ 中のプロセス変数 x の出現はすべて束縛されていると言い，束縛されていないプロセス変数の出現は自由であると言う．$E, F \in \mathcal{PE}$ に対して $E[F/x]$ は E における x の自由な出現を F で構文的に置き換えた実時間プロセス動作式を表す．実時間プロセス動作式に自由なプロセス変数の出現がないとき，その動作式は閉じていると言う．実時間プロセス動作式がガードされているという概念を[12]と同様に次のように定義する．

[定義 1]（ガード条件） プロセス変数 x は，E 中の自由な出現がすべて $a.F$ という形の E の部分式の F に含まれている場合，E においてガードされていると言う．また，E に含まれるすべての自由なプロセス変数がガードされていて，E の $\mathbf{rec}\!:\!x.F$ という形をした部分式に対して，F におけるすべての x の出現が F においてガードされているとき，E はガードされていると言う．

ガード条件を満たす閉じた実時間プロセス動作式を正則実時間通信プロセスと呼び，その全体を $\mathcal{P}$ で表す．以後，特に断らない限り，正則実時間通信プロセスを単に実時間通信プロセスと呼び，本論文ではこの実時間通信プロセスを対象とする．

$\mathcal{PE}$ と Act に対して，$\rightarrow \subseteq (\mathcal{PE} \times \mathcal{A} \times \mathcal{PE}) \cup (\mathcal{PE} \times \mathcal{PE})$ を表 1 の SOS 規則で定めることにより，ラベル付き遷移系 $\langle \mathcal{PE}, \rightarrow, \mathcal{A} \rangle$ を定義する．表 1 の定義では，$E \rightarrow E'$ は $\langle E, E' \rangle \in \rightarrow$ であることを，また，$E \xrightarrow{\xi} E'$ は $\langle E, \xi, E' \rangle \in \rightarrow$ であることを表す．

SOS の構成と $\mathcal{P}$ の定義から明らかに次の補題が成立する．

[補題 1] $P \in \mathcal{P}$ ならば $\{E | P \rightarrow E\} \cup \{E | P \xrightarrow{\xi} E, \xi \in \mathcal{A}\} \subseteqq \mathcal{P}$ である．

補題 1 より，実時間プロセス $\mathcal{P}$ に閉じた部分ラベル付き遷移系 $\langle \mathcal{P}, \rightarrow, \mathcal{A} \rangle$ が構成できる．以下では，特

表 1 操作的意味
Table 1 Operational semantics.

Inaction	$\dfrac{}{\mathbf{nil} \xrightarrow{\epsilon(c)} \mathbf{nil}}$
Prefix	$\dfrac{}{a.E \xrightarrow{a} E}$ $\quad$ $\dfrac{}{a.E \xrightarrow{\epsilon(c)} a.E}$
Time-out	$\dfrac{E \xrightarrow{a} E'}{E \lhd_d F \xrightarrow{a} E'}$ $\quad$ $\dfrac{E \rightarrow E'}{E \lhd_d F \rightarrow E' \lhd_d F}$ $\quad$ $\dfrac{E \xrightarrow{\epsilon(c)} E'}{E \lhd_d F \xrightarrow{\epsilon(c)} E' \lhd_{d-c} F}$ if $d \geq c$ $\quad$ $\dfrac{}{E \lhd_0 F \rightarrow F}$
External Choice	$\dfrac{E \rightarrow E'}{E+F \rightarrow E'+F}$ $\quad$ $\dfrac{F \rightarrow F'}{E+F \rightarrow E+F'}$ $\quad$ $\dfrac{E \xrightarrow{a} E'}{E+F \xrightarrow{a} E'}$ $\quad$ $\dfrac{F \xrightarrow{a} F'}{E+F \xrightarrow{a} F'}$ $\quad$ $\dfrac{E \xrightarrow{\epsilon(c)} E',\ F \xrightarrow{\epsilon(c)} F'}{E+F \xrightarrow{\epsilon(c)} E'+F'}$
Internal Choice	$\dfrac{}{E \oplus F \rightarrow E}$ $\quad$ $\dfrac{}{E \oplus F \rightarrow F}$
Recursion	$\dfrac{E[\mathbf{rec}:x.E/x] \rightarrow F}{\mathbf{rec}:x.E \rightarrow F}$ $\quad$ $\dfrac{E[\mathbf{rec}:x.E/x] \xrightarrow{\xi} F}{\mathbf{rec}:x.E \xrightarrow{\xi} F}$

に断らない限り，この部分ラベル付き遷移系を対象とする．

以下で次のような記法を用いる(注1)．

(i) $P \rightarrow P'$ となる P' が存在するとき $P\rightarrow$，また，$P \xrightarrow{\xi} P'$ となる P' が存在するとき $P \xrightarrow{\xi}$ と書く．

(ii) $P(\rightarrow)^* P'$ のとき $P \longrightarrow_0 P'$，また，$P(\rightarrow)^* \circ \xrightarrow{\epsilon(c)} \circ (\rightarrow)^* P'$ のとき，$P \longrightarrow_c P'$ と書く．

(iii) $P \longrightarrow_{c_1} \circ \cdots \circ \longrightarrow_{c_n} P'$ となる $c_i \in \mathbf{R}^+$ が存在し，$d = \Sigma_{i=1}^{n} c_i$ であるとき，$P \Rightarrow_d P'$ と書く．

(iv) $P \Rightarrow_d \circ \xrightarrow{a} Q$ であるとき，$P \xrightarrow{a}_d Q$ と書く．

(v) $S(P) = \{a \in Act \mid P(\rightarrow)^* \circ \xrightarrow{a}\}$

この遷移系は実時間通信プロセスに対して，以下のような標準的な性質 [6], [20] をもつ．

[補題 2] (1) (遷移可能性) $P \rightarrow$ あるいは $P \xrightarrow{\epsilon(c)}$ となる $c \in \mathbf{R}^+$ が存在する．

(2) (時間決定性) $P \xrightarrow{\epsilon(c)} P'$ かつ $P \xrightarrow{\epsilon(c)} P''$ ならば $P' \equiv P''$ である．

(3) (時間連続性) 任意の $c, d \in \mathbf{R}^{\geq 0}$ に対して $P \Rightarrow_{c+d} P''$ のとき，かつ，そのときに限り，$P \Rightarrow_c P'$ かつ $P' \Rightarrow_d P''$ となる P' が存在する．

(4) (最大進行性) $P \rightarrow$ ならば $P \overset{\epsilon(c)}{\not\longrightarrow}$ である．

(5) (動作持続性) $P \xrightarrow{\epsilon(c)} P'$ ならば，$P \xrightarrow{a}$ のとき，かつ，そのときに限り $P' \xrightarrow{a}$ である．

(証明) P の構造に関する帰納法による． □

3. 実時間通信プロセスに対するテスト擬順序

3.1 実時間テストプロセス

実時間テストプロセスは次の BNF で定義される．

$$T \ ::= \ \mathbf{nil} \mid a.T \mid w.T \mid T_1 \lhd_d T_2 \mid T_1 + T_2 \mid T_1 \oplus T_2$$

ここで，w は成功を表す特別な動作であり，$w \notin Act$ とする．実時間テストプロセスの集合を $\mathcal{T}$ で表す．実時間テストプロセスに対するラベル付き遷移系 $\langle \mathcal{T}, \rightarrow, \mathcal{A} \cup \{w\} \rangle$ は表 1 の SOS 規則に次の規則を付け加えることによって定義される．

$$\dfrac{}{w.T \xrightarrow{w} T}$$

3.2 相互作用系

[定義 2] $\mathcal{P}$ および $\mathcal{T}$ に対する相互作用系 $\mathcal{I}(\mathcal{P}, \mathcal{T})$ をラベル付き遷移系 $\langle \mathcal{P} \times \mathcal{T}, \rightarrow_I \rangle$ として定義する．ここで，$\mathcal{P} \times \mathcal{T}$ は状態集合，$\rightarrow_I \subseteq (\mathcal{P} \times \mathcal{T}) \times \mathbf{R}^{\geq 0} \times (\mathcal{P} \times \mathcal{T})$ は，$\mathbf{R}^{\geq 0}$ によってラベル付けされた状態遷移関係とし，表 2 の SOS 規則で定義される関係とする．ここで，文献 [8], [16] に従い，状態 $\langle P, T \rangle$ を $P \| T$ と記述する．また，$(P\|T, r, P'\|T') \in \rightarrow_I$ のとき，$P\|T \xrightarrow{r}_I P'\|T'$ と書く．

次に，相互作用系における計算の概念を定義し，[8] と同様にテスト擬順序を定義する．

[定義 3] 相互作用系 $\mathcal{I}(\mathcal{P}, \mathcal{T})$ において，状態 $P\|T$ は，$T \xrightarrow{w}$ であるとき，成功状態であると呼ぶ．状態遷移の系列

$$P_0\|T_0 \xrightarrow{c_1}_I P_1\|T_1 \xrightarrow{c_2}_I P_2\|T_2 \cdots \xrightarrow{c_n}_I P_n\|T_n \xrightarrow{c_{n+1}}_I \cdots$$

が以下の条件を満たすとき，$P_0\|T_0$ からの計算であると言う．

(注 1)：これらの記法は，$\langle \mathcal{PE}, \rightarrow, \mathcal{A} \rangle$ についても適宜同様に用いる．

表 2　相互作用系
Table 2　Interaction system.

$$\frac{P \xrightarrow{\epsilon(c)} P' ,\ T \xrightarrow{\epsilon(c)} T'}{P \| T \xrightarrow{c}_I P' \| T'} \text{ if } S(P) \cap S(T) = \emptyset$$

$$\frac{P \longrightarrow P'}{P \| T \xrightarrow{0}_I P' \| T} \qquad \frac{T \longrightarrow T'}{P \| T \xrightarrow{0}_I P \| T'}$$

$$\frac{P \xrightarrow{a} P' ,\ T \xrightarrow{a} T'}{P \| T \xrightarrow{0}_I P' \| T'} \text{ where } a \in Act$$

（1）　$P_0 \| T_0$ からの系列が有限で，その最終状態 $P_n \| T_n$ は成功状態であり，$0 \leqq i < n$ に対して，$P_i \| T_i$ は成功状態でない．

（2）　$P_0 \| T_0$ からの計算が無限系列ならば，$\Sigma_i c_i$ は無限大になる．

（1）の条件を満たすとき，この計算は成功計算であると言う．

［定義 4］（1）$P \| T$ からの成功計算が存在するとき，$P\,\mathbf{may}\,T$ とする．

（2）　$P \| T$ からの計算がすべて成功計算であるとき，$P\,\mathbf{must}\,T$ とする．

［定義 5］　$\mathcal{E} \subseteqq \mathcal{T}$ とする．

（1）　すべての $T \in \mathcal{E}$ に対して $P\,\mathbf{may}\,T$ ならば $Q\,\mathbf{may}\,T$ であるとき，$P \sqsubseteq^{\mathcal{E}}_{\mathbf{may}} Q$ とする．

（2）　すべての $T \in \mathcal{E}$ に対して $P\,\mathbf{must}\,T$ ならば $Q\,\mathbf{must}\,T$ であるとき，$P \sqsubseteq^{\mathcal{E}}_{\mathbf{must}} Q$ とする．

（3）　$P \sqsubseteq^{\mathcal{E}}_{\mathbf{may}} Q$ かつ $P \sqsubseteq^{\mathcal{E}}_{\mathbf{must}} Q$ ならば $P \sqsubseteq^{\mathcal{E}} Q$ とする．

以下では，$P \sqsubseteq^{\mathcal{T}}_{\mathbf{may}} Q$，$P \sqsubseteq^{\mathcal{T}}_{\mathbf{must}} Q$ および $P \sqsubseteq^{\mathcal{T}} Q$ をそれぞれ単に，$P \sqsubseteq_{\mathbf{may}} Q$，$P \sqsubseteq_{\mathbf{must}} Q$ および $P \sqsubseteq Q$ と書くことにする．

3.3　代替特性化

$d_i \in \mathbf{R}^+$，$a_i \in Act$ の対 $\langle d_i, a_i \rangle$ の有限系列：

$$\langle d_1, a_1 \rangle \langle d_2, a_2 \rangle \cdots \langle d_n, a_n \rangle$$

を Act 上の時間ワードと呼び，時間ワードの集合を時間言語と呼ぶ．また，λ は空の時間ワードを表し，$\mathcal{L}_{Act} = (\mathbf{R}^+ \times Act)^*$ とする．

$P \xrightarrow{a_1}_{d_1} \circ \xrightarrow{a_2}_{d_2} \circ \cdots \circ \xrightarrow{a_n}_{d_n} P'$ であるとき，$\sigma = \langle a_1, d_1 \rangle \cdots \langle a_n, d_n \rangle$ に対して $P \overset{\sigma}{\Rightarrow} P'$ と書く．

まず，時間のない場合と同様，$\sqsubseteq_{\mathbf{may}}$ は時間言語の包含関係で特徴づけれられることを示す．

［定義 6］　$P \in \mathcal{P}$ に対し，P の時間言語を $L(P) = \{\sigma \mid P \overset{\sigma}{\Rightarrow}\}$ によって定義する．

時間ワード σ に対し，実時間通信プロセス $T_0(\sigma)$ を以下のように帰納的に定義する．

$$T_0(\lambda) = w.\mathbf{nil}$$

$$T_0(\langle d, a \rangle \sigma') = \mathbf{nil} \lhd_d (a.T_0(\sigma') \lhd_0 \mathbf{nil})$$

$\{T_0(\sigma) \mid \sigma \in \mathcal{L}_{Act}\}$ を $\mathcal{T}_0$ とする．

［補題 3］　$P \sqsubseteq^{\mathcal{T}_0}_{\mathbf{may}} Q$ のとき，かつ，そのときに限り $P \sqsubseteq_{\mathbf{may}} Q$ である．

（証明）　十分条件は，$\mathcal{T}_0 \subseteqq \mathcal{T}$ であるので自明．

必要条件は，任意の $T \in \mathcal{T}$ に対して，$P\,\mathbf{may}\,T$ とすると，$P \| T$ からの成功計算が存在する．その計算に対して，$T \overset{\sigma}{\Rightarrow} T'' \Rightarrow_d T' \xrightarrow{w}$ とすると，$P\,\mathbf{may}\,T_0(\sigma)$．従って，$Q\,\mathbf{may}\,T_0(\sigma)$ であり，$Q \| T_0(\sigma) \xrightarrow{c_1}_I \cdots \xrightarrow{c_n}_I Q' \| w.\mathbf{nil}$ となる．Q' の遷移可能性（補題 2（1））より，$Q\,\mathbf{may}\,T$ □

［補題 4］　$\sigma \in L(P)$ のとき，かつ，そのときに限り $P\,\mathbf{may}\,T_0(\sigma)$ である．

（証明）　σ の長さに関する帰納法による．□

［定理 1］　$P \sqsubseteq_{\mathbf{may}} Q$ のとき，かつ，そのときに限り，$L(P) \subseteqq L(Q)$ である．

（証明）　補題 3 と補題 4 による．□

次に $\sqsubseteq_{\mathbf{must}}$ に対する代替特性化を示す．

［定義 7］　以下の条件が満たされるとき $P \ll_{\mathbf{must}} Q$ である．

$\sigma \in L(Q)$，$c \in \mathbf{R}^{\geqq 0}$ および Q' に対して $Q \overset{\sigma}{\Rightarrow} \circ \Rightarrow_c Q'$ ならば，$P \overset{\sigma}{\Rightarrow} \circ \Rightarrow_c P'$ となる P' が存在して，$S(P') \subseteqq S(Q')$ である．

$\gamma \in \mathbf{R}^+$ とする．$\sigma \in \mathcal{L}_{Act}$，$a \in Act$，$A = \{a_1, \cdots, a_n\} \subseteqq Act$ および $d \in \mathbf{R}^{\geqq 0}$ が与えられたとき，実時間テスト $T_1^{\gamma}(\sigma, a, d)$ および $T_2^{\gamma}(\sigma, A, d)$ を以下のように帰納的に定める．

$$T_1^{\gamma}(\lambda, a, d) = \mathbf{nil} \lhd_d (a.\mathbf{nil} \lhd_{\gamma} w.\mathbf{nil})$$

$$T_1^{\gamma}(\langle d_1, a_1 \rangle \sigma, a, d) = \mathbf{nil} \lhd_{d_1} (a_1.T_1^{\gamma}(\sigma, a, d) \lhd_{\gamma} w.\mathbf{nil})$$

$$T_2^{\gamma}(\lambda, A, d) = \mathbf{nil} \lhd_d ((a_1.w.\mathbf{nil} + \cdots + a_n.w.\mathbf{nil}) \lhd_{\gamma} \mathbf{nil})$$

$$T_2^{\gamma}(\langle d_1, a_1 \rangle \sigma, A, d) = \mathbf{nil} \lhd_{d_1} (a_1.T_2^{\gamma}(\sigma, A, d) \lhd_{\gamma} \mathbf{nil})$$

このような実時間テストの全体集合を $\mathcal{T}_e(\gamma)$ で表す．すなわち $\mathcal{T}_e(\gamma) = \{T_1^{\gamma}(\sigma, a, d), T_2^{\gamma}(\sigma, A, d) \mid \sigma \in \mathcal{L}_{Act}$, 有限な $A \subseteqq Act, a \in Act, d \in \mathbf{R}^{\geqq 0}\}$ とする．

以下，このような実時間テストが $\sqsubseteq_{\mathbf{must}}$ に対して必須のテストであることを示す．

[補題 5] 任意の $\gamma \in \mathbf{R}^+$ に対して $P \sqsubseteq^{\mathcal{T}_e(\gamma)}_{\mathbf{must}} Q$ が成り立つとき，$L(Q) \subseteqq L(P)$ である．

(証明) σ の長さに関する帰納法により，以下の事実を示すことができる．

すべての γ に対して $P\ \cancel{\mathbf{must}}\ T^{\gamma}_1(\sigma, a, d)$ ならば，$\sigma\langle d, a\rangle \in L(P)$ である．

そこで $\sigma = \sigma'\langle d, a\rangle \in L(Q)$ とすると，すべての $\gamma \in \mathbf{R}^+$ に対して $Q\ \cancel{\mathbf{must}}\ T^{\gamma}_1(\sigma', a, d)$．仮定より，$P\ \cancel{\mathbf{must}}\ T^{\gamma}_1(\sigma', a, d)$．従って，上の事実より $\sigma \in L(P)$． □

[補題 6] 任意の $\gamma \in \mathbf{R}^+$ に対して $P \sqsubseteq^{\mathcal{T}_e(\gamma)}_{\mathbf{must}} Q$ ならば，$P \ll_{\mathbf{must}} Q$ である．

(証明) 任意の $\gamma \in \mathbf{R}^+$ に対して $P \sqsubseteq^{\mathcal{T}_e(\gamma)}_{\mathbf{must}} Q$ であり，かつ $P \not\ll_{\mathbf{must}} Q$ であるとする．$Q \overset{\sigma}{\Rightarrow} \circ \Rightarrow_d Q'$ ならば補題 5 より，$P \overset{\sigma}{\Rightarrow} \circ \Rightarrow_d P'$ となる P' が存在し，すべての P' について $S(P') \not\subseteqq S(Q')$．$a \in S(P')$ かつ $a \notin S(Q')$ とする．すると，$Q' \overset{a}{\not\to}_d$ であるか，または，ある $c \in \mathbf{R}^+$ に対して $Q' \overset{a}{\to}_c$ である．前者の場合，任意の γ に対して $Q\ \cancel{\mathbf{must}}\ T^{\gamma}_2(\sigma, \{a\}, d)$ かつ $P\ \mathbf{must}\ T^{\gamma}_2(\sigma, \{a\}, d)$．後者の場合は，そのような c のうち最小のものを c' とすると，$\gamma < c'$ となる γ に対して，$Q\ \cancel{\mathbf{must}}\ T^{\gamma}_2(\sigma, \{a\}, d)$ かつ $P\ \mathbf{must}\ T^{\gamma}_2(\sigma, \{a\}, d)$．いずれの場合も仮定に矛盾． □

[補題 7] $P \ll_{\mathbf{must}} Q$ ならば $P \sqsubseteq_{\mathbf{must}} Q$ である．

(証明) $P \ll_{\mathbf{must}} Q$ を仮定して，$T \in \mathcal{T}$ に対して $Q\ \cancel{\mathbf{must}}\ T$ ならば $P\ \cancel{\mathbf{must}}\ T$ を示す．$Q\ \cancel{\mathbf{must}}\ T$ とすると，次のような $Q \| T$ からの無限の計算が存在する．

$$Q\|T \overset{c_1}{\to}_I Q_1\|T_1 \overset{c_2}{\to}_I \cdots \overset{c_n}{\to}_I Q_n\|T_n \overset{c_{n+1}}{\to}_I \cdots$$

ここで，$m > n$ に対して，$S(T_{m-1}) = S(T_m)$，$S(Q_m) \cap S(T_m) = \emptyset$ かつ $T_n \overset{w}{\not\to}$ とする．実時間テストは有限の動作遷移しか行うことができないのでそのような n が存在する．このとき，適当な $\sigma \in \mathcal{L}_{Act}$ および d に対して $Q \overset{\sigma}{\Rightarrow} \circ \Rightarrow_d Q_n$．$\ll_{\mathbf{must}}$ の定義より $P \overset{\sigma}{\Rightarrow} \circ \Rightarrow_d P_k$ かつ $S(P_k) \subseteqq S(Q_n)$ となる P_k が存在する．従って，$P\|T$ からの遷移系列：$P\|T \overset{c'_1}{\to}_I \cdots \overset{c'_k}{\to}_I P_k\|T_n$ が存在する．ここで $S(P_k) \subseteqq S(Q_n)$ であるので，以後の遷移において T_n は変化しない．従って，$P\ \cancel{\mathbf{must}}\ T$ である． □

[定理 2] $P \sqsubseteq_{\mathbf{must}} Q$ ならば，かつ，そのときに限り $P \ll_{\mathbf{must}} Q$ である．

(証明) $\mathcal{T}_e(\gamma) \subseteqq \mathcal{T}$ であるので，任意の $\gamma \in \mathbf{R}^+$ に対し $P \sqsubseteq_{\mathbf{must}} Q$ ならば $P \sqsubseteq^{\mathcal{T}_e(\gamma)}_{\mathbf{must}} Q$．補題 6 より $P \ll_{\mathbf{must}} Q$．逆は補題 7 である． □

定理 1，定理 2 および補題 5 より，テスト擬順序に対して次のような特性化を得る．

[系 1] $P \sqsubseteq Q$ のとき，かつ，そのときに限り，$L(P) = L(Q)$ かつ $P \ll_{\mathbf{must}} Q$ である．

(正則) 実時間通信プロセスの代替特性化に対して，時間のない場合と同様の帰納法は健全であることが示される [8] (注 2)．

[補題 8] $\mathbf{rec}{:}x.E, P \in \mathcal{P}$ とすると，

(1) $L(E[P/x]) \subseteqq L(P)$ ならば $L(\mathbf{rec} : x.E) \subseteqq L(P)$ である．

(2) $E[P/x] \ll_{\mathbf{must}} P$ ならば $\mathbf{rec} : x.E \ll_{\mathbf{must}} P$ である．

(証明) (2) の場合についての概略を示す ((1) の場合も同様の手法で証明できる)．仮定から，任意の σ に対して，$P \overset{\sigma}{\Rightarrow} \circ \Rightarrow_d P'$ ならば適当な Q' が存在して，$E[P/x] \overset{\sigma}{\Rightarrow} \circ \Rightarrow_d Q'$ かつ $S(Q') \subseteqq S(P')$．$E[P/x] \overset{\sigma}{\Rightarrow} \circ \Rightarrow_d Q'$ において，P からの導出を含まないとすると，E 部分の導出だけから $S(Q') \subseteqq S(P')$ が構成できることがわかる．また，$E \overset{\sigma''}{\Rightarrow} x$ かつ $P \overset{\sigma'}{\Rightarrow} \circ \Rightarrow_d Q'$ とすると，ガード条件から $|\sigma'| < |\sigma|$ である．これを繰り返して用いると P の任意の導出 $P \overset{\rho}{\Rightarrow} \circ \Rightarrow_d P'$ から E のみの導出だけの ρ' と適当な ρ'' に対して $E[P/x] \overset{\rho'}{\Rightarrow} \circ \overset{\rho''}{\Rightarrow} \circ \Rightarrow_d Q'$ かつ $S(Q') \subseteqq S(P')$ となる Q' を見つけることができる．

P からの任意の導出 $P \overset{\rho}{\Rightarrow} \circ \Rightarrow_d P'$ について，導出 $P \overset{\rho_1}{\Rightarrow} P \cdots P \overset{\rho_n}{\Rightarrow} P \overset{\rho_{n+1}}{\Rightarrow} \circ \Rightarrow_d P'$ が存在する．ここで，これ以外に P は現れないとする．また仮定より $1 \leqq i \leqq n$ について $E[P/x] \overset{\rho_i}{\Rightarrow} P$ であり，ガード条件より $|\sigma_i| \geqq 1$ である．従って，表 1 における **Recursion** 規則を P に対して繰返しに対して用いれば，$\mathbf{rec}{:}x.E \overset{\rho}{\Rightarrow} \circ \Rightarrow_d Q'$ となる Q' が存在し，$S(Q') \subseteqq S(P')$ である． □

4. テスト擬順序の記号的代替特性化

本章では，前章で得られた代替特性化に対して，テストされるプロセスが構文的にもつ有限なタイムアウト情報を与えることにより，有限的に代替特性化が可

(注 2)：この帰納法そのものについてはガード条件は本質的でない [8] が，ガード条件を仮定しない場合は常に失敗するプロセスとして発散プロセスを考慮する必要がある．

能であることを示す．例えば，$a.\mathbf{nil} \lhd_5 b.\mathbf{nil}$ というプロセスは，時刻 5 でタイムアウトすることが構文からわかるので，時刻 t のうち $0 \leqq t < 5, t = 5, t > 5$ についてだけプロセスの振舞いを調べれば十分である．この概念を以下のように記号的遷移関係という形で定式化する．

4.1 記号的遷移関係

$\mathcal{PE}$ から $\mathbf{R}^\infty$ への安定時間関数 M を表 3 のように帰納的に定める．更に，$\mathcal{P}$ 上の関係 $\overset{d}{\leadsto}$ を次の（1），（2）によって定める．直観的には $P \overset{d}{\leadsto} P'$ は，P が d 時間後に P' となり，可能な動作を変える可能性があることを表す．

（1） $P(\rightarrow)^* P'$ ならば $P \overset{0}{\leadsto} P'$．

（2） $M(P) = d$ かつ $0 < d < \infty$ であるとき，適当な P'' が存在して $P \xrightarrow{\epsilon(d)} P''$ かつ $P'' \overset{d'}{\leadsto} P'$ ならば $P \overset{d+d'}{\leadsto} P'$．

適当な P' が存在して $P \overset{d}{\leadsto} P'$ であるとき，$P \overset{d}{\leadsto}$ と書く．

［補題 9］ $P \in \mathcal{P}$ に対して $\{d | P \overset{d}{\leadsto}\}$ は有限集合である．

（証明） $\{d | P \overset{d}{\leadsto}\}$ が無限集合であるとすると，$\overset{d}{\leadsto}$ の構成から，P からの $\rightarrow$ と $\xrightarrow{\epsilon(c)}$ のみによる無限の導出が存在しなければならない．しかし，P におけるガード条件からこのような場合はない． □

［補題 10］ $M(P) = d$ かつ $0 < d < \infty$ ならば $P \xrightarrow{\epsilon(d)}$ である．

（証明） ラベル付き遷移系 $\langle \mathcal{PE}, \rightarrow, \mathcal{A} \rangle$ において，プロセス動作式 E に対する構造帰納法による．

nil，x，$a.F$，$E_1 \oplus E_2$ の場合：自明

$E_1 + E_2$ の場合：$M(E_1 + E_2) = d$ かつ $0 < d < \infty$ とする．$M(E_1) = d_1$，$M(E_2) = d_2$ とすると定義から $min(d_1, d_2) = d$．$0 < d_1 < \infty$ かつ $d_1 \leqq d_2$ のとき，$\overset{d}{\leadsto}$ の定義から $E_1 \xrightarrow{\epsilon(d_1)}$ かつ $E_2 \xrightarrow{\epsilon(d_1)}$．従って，$E_1 \xrightarrow{\epsilon(d_1)}$．$0 < d_2 < \infty$ かつ $d_2 \leqq d_1$ の場合も同様．

$E_1 \lhd_d E_2$ の場合:$M(E_1) < d$ ならば，帰納法の仮定より $E_1 \overset{M(E_1)}{\leadsto}$ なので $\lhd_d$ の定義から $E \overset{M(E_1)}{\leadsto}$．$d \leqq M(E_1)$ ならば $\lhd_d$ の定義から，$E \overset{d}{\leadsto}$．

$\mathbf{rec}\!:\!x.E$ の場合：帰納法の仮定を直接適用する．

$\mathcal{P} \subseteqq \mathcal{PE}$ であるので補題が成り立つ． □

表 3 安定時間関数 M

Table 3 Life function M.

$M(x) = 0$		$M(\mathbf{nil}) = \infty$
$M(a.E) = \infty$		$M(E_1 \lhd_d E_2) = min(M(E_1), d)$
$M(E_1 + E_2) = min(M(E_1), M(E_2))$		$M(E_1 \oplus E_2) = 0$
$M(\mathbf{rec}\!:\!x.E) = M(E)$		

［補題 11］ $P \rightarrow$ ならば $M(P) = 0$ である．

（証明） $P \rightarrow P'$ に対する SOS 規則の適用回数に対する帰納法による． □

［補題 12］ $P \xrightarrow{\epsilon(d)} P'$ ならば以下のうちの一つが成立する．

（1） $M(P) = \infty$

（2） $P \overset{d}{\leadsto} P'$ かつ $M(P') = 0$

（3） $P \overset{d'}{\leadsto} P'$，$M(P') > 0$ かつ $d' \leqq d < d' + M(P)$ となる d' が存在する．

（証明） $P \xrightarrow{\epsilon(c)} P'$ に対する SOS 規則の適用回数に関する帰納法． □

時間付き動作は三つ組 $\langle d, a, t \rangle \in \mathbf{R}^{\geqq 0} \times Act \times \mathbf{R}^\infty$ であり，直観的には動作 a が時間 d 後に t の間だけ可能になることを表す．以下では，時間付き動作 $\langle d, a, t \rangle$ を a_d^t と書く．時間付き動作全体を $\mathcal{A}_T$ で表し，要素を μ, ν で表す．また，$a_d^t, a_e^u \in \mathcal{A}_T$ に対して，$e \leqq d$ かつ $d + t \leqq u + e$ であるとき，$a_d^t \preceq a_e^u$ と書き，a_d^t が記述する動作 a のタイミングは a_e^u によっても記述されていることを示す．$d < e + u$ かつ $e < d + t$ であるとき $a_d^t \sim a_e^u$ と書く．このとき，動作 a が生起するタイミングが共通部分をもつ．

時間付き動作の系列を記号的時間ワードと呼ぶ．記号的時間ワードに対して以下のような記法を導入する．また，ここでは，空の記号的時間ワードを λ_s と書く．

（i） $\sigma_s = \mu_1 \mu_2 \cdots \mu_n$，$\sigma'_s = \mu'_1 \mu'_2 \cdots \mu'_n$ に対して，$\mu_i \sim \mu'_i$ のとき $\sigma_s \sim \sigma'_s$

（ii） $\uparrow$: $\mathrm{P}((\mathcal{A}_T)^*) \times (\mathcal{A}_T)^* \rightarrow \mathrm{P}((\mathcal{A}_T)^*)$ を以下のように帰納的に定める(注3)．

$$\Sigma_s \uparrow \lambda_s = \{\sigma_s \in \Sigma_s \mid |\sigma_s| = 1\}$$

$$\Sigma_s \uparrow \mu' \sigma'_s = \Sigma'_s(\mu') \uparrow \sigma'_s$$

ここで $\Sigma'_s(\mu') = \{\sigma_s \mid \mu\sigma_s \in \Sigma_s, \mu' \preceq \mu\}$

（iii） $d_1 \leqq d$ かつ $d + t \leqq d_n + t_n$ であるような $\{a_{d_i}^{t_i} | d_i \leqq d_{i+1}, d_{i+1} \leqq d_i + t_i, 1 \leqq i < n\} \subseteqq \mathcal{A}_T$ が存在するとき，$\mathcal{A}_T\, \mathbf{covers}\, a_d^t$ と書く．

［定義 8］ 記号的遷移関係 $\overset{a_d^t}{\longmapsto}$ を以下のように定義する．適当な P'' が存在して $P \overset{d}{\leadsto} P''$，$P'' \xrightarrow{a} P'$ かつ $M(P'') = t$ であるとき $P \overset{a_d^t}{\longmapsto} P'$ である．

（注 3）： $\mathrm{P}(\mathcal{S})$ は集合 $\mathcal{S}$ のべき集合を表す．

$\sigma_s = \mu_1\mu_2\cdots\mu_n$ に対して $P \overset{\mu_1}{\longmapsto} \circ \overset{\mu_2}{\longmapsto} \cdots \overset{\mu_n}{\longmapsto} P'$ であるとき $P \overset{\sigma_s}{\Longmapsto} P'$ と書く．

直観的には $P \overset{a^t_d}{\longmapsto} P'$ は，P は時間 d だけ待機して時間 t のうちに動作 a を行い P' になるということを表す．この概念は，時間決定性および動作持続性によって正当化される．

［補題 13］ $P \overset{a}{\to} P'$ かつ $M(P) > 0$ ならば $0 \leqq d < M(P)$ に対して $P \overset{a}{\to}_d P'$ である．

（証明） 補題 10 から，$P \overset{\epsilon(M(P))}{\longrightarrow}$．また，補題 2（3）より，$0 \leqq d < M(P)$ について $P \overset{\epsilon(d)}{\longrightarrow}$．更に，$P \overset{a}{\to} P'$ なので，補題 2（5）より，$P \overset{a}{\to}_d P'$． □

［補題 14］ $P \overset{a^t_d}{\longmapsto} P'$ であるとき

（1） $t = 0$ ならば $P \overset{a}{\to}_d P'$ である．

（2） $t > 0$ ならば $d \leqq d' < d + t$ となる d' に対して $P \overset{a}{\to}_{d'} P'$ である．

（証明） （1）に対しては $\overset{a^t_d}{\longmapsto}$ の定義より明らか．

（2）については，適当な P'' が存在して $P \Rightarrow_d P''$ かつ $P'' \overset{a}{\to} P'$ 補題 13から $0 \leqq d' < M(P'')$ となる d' について $P'' \Rightarrow_{d'} P_1$ となる P_1 が存在し，$P_1 \overset{a}{\to} P'$ □

各正則実時間通信プロセスに対して記号的遷移関係は有限的である．

［補題 15］ $P \in \mathcal{P}$ ならば $\{\langle P', \mu\rangle \mid P \overset{\mu}{\longmapsto} P', \mu \in \mathcal{A}_\mathcal{T}\}$ は有限である．

（証明） 補題 9 より，$\mu = a^t_d$ における d は有限．また，$M(P)$ の構成方法より，t は P において出現するタイムアウト演算子 $\lhd_d$ に出現する d か 0 または ∞ であるので有限．更に，通信に関しては明らかに有限分岐である． □

4.2 $\sqsubseteq_{\mathbf{may}}$ の記号的特性化

［定義 9］ $L_s(P) = \{\sigma_s \mid P \overset{\sigma_s}{\Longmapsto}\}$ を実時間プロセス P の記号的時間言語として定義する．

［定義 10］ $\sigma_s \in (\mathcal{A}_\mathcal{T})^*, \mu \in \mathcal{A}_\mathcal{T}, \Sigma \subseteqq (\mathcal{A}_\mathcal{T})^*$ のとき，$\sigma_s \trianglelefteq \Sigma$ を次のように定義する．

（1） $\lambda_s \in \Sigma$ ならば $\lambda_s \trianglelefteq \Sigma$

（2） $(\Sigma \uparrow \sigma_s)\,\mathbf{covers}\,\mu$ ならば $\sigma_s\mu \trianglelefteq \Sigma$

すべての $\sigma_s \in \Sigma'$ に対して $\sigma_s \trianglelefteq \Sigma$ ならば，$\Sigma' \trianglelefteq \Sigma$ と書く．

$\Sigma' \trianglelefteq \Sigma$ は直観的に Σ の要素と Σ' の要素と重ねていくと，時間的に Σ' が Σ を覆うことができることを表している．特に $\lambda_s \in L_s(P)$ であるので $\lambda_s \trianglelefteq L_s(P)$ となることに注意する．

以下，記号言語上の関係 $L_s(P) \trianglelefteq L_s(Q)$ が $P \sqsubseteq_{\mathbf{may}} Q$ を特徴づけることを示す．$\sqsubseteq_{\mathbf{may}}$ に対する $\trianglelefteq$ の適切性を示すため，まず，次の技術的な補題を示す．

［補題 16］ $P \in \mathcal{P}, \{Q_1, \ldots, Q_n\} \subseteqq \mathcal{P}$ に対して $L_s(P) \trianglelefteq \cup_{k=1}^n L_s(Q_k)$ であるとき $P \overset{a}{\to}_d P'$ ならば，$L_s(P') \trianglelefteq \cup_{k=1}^n \{L_s(Q') | Q_k \overset{a}{\to}_d Q'\}$ である．

（証明） 定義より，$P \Rightarrow_d P'' \overset{a}{\to} P'$ となる P'' が存在し，$P \Rightarrow_d P''$ に対して，補題 11，12を繰り返し適用することにより，$P \overset{d'}{\rightsquigarrow} P''$ に対して以下のいずれかが成り立つ．

（1） $M(P'') = 0$ かつ $d = d'$．

（2） $M(P'') > 0$ かつ $d' \leqq d < d' + M(P'')$．

以下それぞれの場合について更に $L_s(P)$ の要素によって場合分けする．

（1） $M(P'') = 0$ かつ $d = d'$ のとき

$\lambda_s \in L_s(P')$ の場合：$a^0_d \in L_s(P)$ であるので(注4)，$L_s(P) \trianglelefteq \cup_{k=1}^n \{L_s(Q_k)\}$ より $(\cup_{k=1}^n \{L_s(Q_k)\} \uparrow \lambda_s)$ $\mathbf{covers} a^0_d$．従って，$\{a^{t_1}_{d_1}, \cdots, a^{t_m}_{d_m}\} \subseteqq \cup_{k=1}^n L_s(Q_k)$．ここで，$d_1 \leqq d \leqq d_n + t_n$ かつ $1 \leqq l < m$ に対して $d_l \leqq d_{l+1}$ かつ $d_{l+1} \leqq d_l + t_l$．

このうち適当な j に対して $Q_j \overset{a^{t_j}_{d_j}}{\longmapsto} Q'_j$ かつ $d_j \leqq d < d_j + t_j$ または $d_j = d, t_j = 0$．すると，補題 14 より $Q_j \overset{a}{\to}_d Q'_j$ であるので，$\lambda_s \trianglelefteq \cup_{k=1}^n \{L_s(Q') | Q_k \overset{a}{\to}_d Q'\}$

$\sigma'_s\mu \in L_s(P')$ の場合：$a^0_d\sigma'_s\mu \in L_s(P)$ より，$(\cup_{k=1}^n L_s(Q_k) \uparrow a^0_d\sigma'_s)\mathbf{covers}\,\mu$．従って，$\sigma'_s\mu$ に対して適当なプロセス $\mathbf{Q}(\sigma'_s\mu)$ が存在し，$\mathbf{Q}(\sigma'_s\mu) \subseteqq \cup_{k=1}^n \{Q' | Q_k \overset{\nu}{\longmapsto} Q', a^0_d \preceq \nu\}$ かつ $(\cup\{L_s(R) | R \in \mathbf{Q}(\sigma'_s\mu)\} \uparrow \sigma'_s)\mathbf{covers}\,\mu$．よって $\sigma'_s\mu \trianglelefteq \mathbf{Q}(\sigma'_s\mu)$．補題 14より $\mathbf{Q}(\sigma'_s\mu) \subseteqq \cup_{k=1}^n \{Q' | Q_k \overset{a}{\to}_d Q'\}$ であるので $\sigma'_s\mu \trianglelefteq \cup_{k=1}^n \{Q' | Q_k \overset{a}{\to}_d Q'\}$．

以上から $L_s(P) \trianglelefteq \cup_{k=1}^n \{Q' | Q_k \overset{a}{\to}_d Q'\}$．

（2） $M(P'') > 0$ かつ $d' \leqq d < d' + M(P'')$ のとき

$\lambda_s \in L_s(P')$ の場合：$a^{M(P'')}_{d'} \in L_s(P)$ であるので，仮定より，$d_1 \leqq d'$，$d' + M(P'') \leqq d_m$，$1 \leqq i \leqq m$ に対して $d_i \leqq d_{i+1}$ かつ $d_{i+1} \leqq d_i + t_i$ となる $\{a^{t_1}_{d_1}, \ldots, a^{t_m}_{d_m}\} \subseteqq \cup_{k=1}^n L_s(Q_k)$ が存在する．ここで $d' \leqq d < d' + M(P'')$ であるので，d に対して $a^{t_j}_{d_j} \sim a^t_{d'}$ かつ $d_j \leqq d < d_j + t_j$ となる j が存在し，$Q_j \overset{a^{t_j}_{d_j}}{\longmapsto} Q'_j$ である．補題 14 から $Q_j \overset{a}{\to}_d Q'_j$ で

（注 4）：以下，長さ 1 の系列とその単一要素を曖昧に記述する．

あるので，$\lambda_s \trianglelefteq \cup_{k=1}^{n}\{L_s(Q')|Q_k \xrightarrow{a}_d Q'\}$.

$\sigma'_s\mu \in L_s(P')$ の場合：$a_{d'}^{M(P'')}\sigma'_s\mu \in L_s(P)$ であるので，仮定と $\uparrow$ の定義より $(\cup_{k=1}^{n}\{L_s(R)|Q_k \overset{\nu}{\longmapsto} R, a_{d'}^{M(P'')} \preceq \nu\} \uparrow \sigma'_s)$ **covers** μ. 一方，$a_{d'}^{M(P'')} \preceq \nu$ であるので $Q_k \overset{\nu}{\longmapsto} R$ ならば，補題 14 から $Q_k \xrightarrow{a}_d R$ である．従って $(\cup_{k=1}^{n}\{L_s(R)|Q_k \xrightarrow{a}_d R\} \uparrow \sigma'_s)$**covers** μ. よって $\sigma'_s\mu \trianglelefteq \cup_{k=1}^{n}\{L_s(Q')|Q_k \xrightarrow{a}_d Q'\}$.

以上から $L_s(P) \trianglelefteq \cup_{k=1}^{n}\{Q'|Q_k \xrightarrow{a}_d Q'\}$. □

次に適切性を示す．

［補題 17］ $L_s(P) \trianglelefteq L_s(Q)$ ならば $L(P) \subseteq L(Q)$ である．

（証明） 以下の命題を n に関する帰納法で証明する．

$\sigma \in L(P)$ に対して $|\sigma| \leq n$ かつ $L_s(P) \trianglelefteq \cup_{i=1}^{n} L_s(Q_i)$ ならば，$\sigma \in L(P)$ のとき $\sigma \in \cup_{i=1}^{n} L(Q_i)$.

$\sigma = \lambda$ については自明．$\sigma = \langle d, a\rangle\sigma'$ とすると $P \xrightarrow{a}_d P'$ かつ $\sigma' \in L(P')$ となる P' が存在する．補題 16 より $L_s(P') \trianglelefteq \cup_{i=1}^{n}\{L_s(Q')|Q_i \xrightarrow{a}_d Q'\}$. ここで帰納法の仮定から $\sigma' \in \cup_i\{L(Q')|Q_i \xrightarrow{a}_d Q'\}$ が成り立つ．従って $\sigma \in \cup_i L(Q_i)$ 最初の $\cup_{i=1}^{n}\{Q_i\}$ として，$\{Q\}$ とすると補題が示される． □

次に抽象性を示す．まず，記号時間ワードを時間言語に展開する関数 exp を以下のように定める．

$$
\begin{aligned}
&\exp(\lambda_s) = \{\lambda\}\\
&\exp(a_d^0\sigma_s) = \{\langle d, a\rangle\sigma | \sigma \in \exp(\sigma_s)\}\\
&\exp(a_d^t\sigma_s) = \{\langle d', a\rangle\sigma | \sigma \in \exp(\sigma_s),\\
&\qquad d \leq d' < d+t\}(\text{ここで } t > 0)
\end{aligned}
$$

［補題 18］ $L(P) \subseteq L(Q)$ ならば $L_s(P) \trianglelefteq L_s(Q)$ である．

（証明） 対偶を証明する．まず，$L_s(P) \not\trianglelefteq L_s(Q)$ とする．このとき $\sigma_s a_d^t \in L_s(P)$ が存在して $L_s(Q) \uparrow \sigma_s$ ~~covers~~ a_d^t.

（1） $L_s(Q) \uparrow \sigma_s = \emptyset$ のとき

$\sigma \in \exp(\sigma_s a_d^t)$ に対して，$\sigma \in L(P)$ かつ $\sigma \notin L(Q)$. すなわち $L(P) \not\subseteq L(Q)$.

（2） $L_s(Q) \uparrow \sigma_s = \{a_{d_1}^{t_1}, \cdots, a_{d_n}^{t_n}\}$ のとき

$L_s(Q) \uparrow \sigma_s$ ~~covers~~ a_d^t より，$d \leq e < t+d$ かつ $1 \leq i \leq n$ に対して $e < d_i$ または $d_i + t_i \leq e$ となる e が存在する．このとき $\sigma \in \exp(\sigma_s)$ に対して，$\sigma\langle e, a\rangle \in L(P)$ かつ $\sigma\langle e, a\rangle \notin L(Q)$. 従って，$L(P) \not\subseteq L(Q)$. □

補題 17 と補題 18 から次の定理を得る．

［定理 3］ $L_s(P) \trianglelefteq L_s(Q)$ のとき，かつ，そのときに限り $L(P) \subseteq L(Q)$ である．

［系 2］ $L_s(P) \trianglelefteq L_s(Q)$ のとき，かつ，そのときに限り $P \sqsubseteq_{\mathbf{may}} Q$ である．

また，補題 8（1）より，次の系が得られる．

［系 3］ $\mathbf{rec}: x.E, P \in \mathcal{P}$ のとき，$L_s(E[P/x]) \trianglelefteq L_s(P)$ ならば $L_s(\mathbf{rec}{:}x.E) \trianglelefteq L_s(P)$ である．

この事実と補題 15 により，$P, Q \in \mathcal{P}$ については $L_s(P) \trianglelefteq L_s(Q)$ を有限的にチェックできる．

4.3 $\sqsubseteq_{\mathbf{must}}$ の記号的特性化

次に $\sqsubseteq_{\mathbf{must}}$ の記号的特性化を示す．記号的特性化の直観的な意味は定義 7 をタイムアウトする可能性のある時点にのみ限定することによる．

まず，次のような“実行”演算子を記法として導入する．記号時間ワード σ_s および時間 c が与えられたとき，$P/\langle\sigma_s, c\rangle$ は，プロセス P が記号時間 σ_s で表されるタイミングで通信を行ったあと時間 c が経過したときに至る状態の集合を表す．

$P/\langle\sigma'_s, c\rangle = \{R|P \overset{\sigma'_s}{\Longmapsto} \circ \overset{c}{\leadsto} R, M(R) = 0\} \cup \{R|P \overset{\sigma'_s}{\Longmapsto} \circ \overset{c'}{\leadsto} R, M(R) > 0, c' \leq c < c' + M(R) \text{ for some } c'\}$

［定義 11］ $P, Q \in \mathcal{P}$ が以下の条件を満たすとき $P \ll_{\mathbf{must}}^{\mathsf{sym}} Q$ とする．

$\sigma_s \in L_s(Q)$ および $d \in \mathbf{R}^{\geq 0}$ に対して $Q \overset{\sigma_s}{\Longmapsto} \circ \overset{d}{\leadsto} Q'$ であるとき，次の条件（1）および（2）が成立する．

（1） $\sigma_s \trianglelefteq \{\sigma'_s \in L_s(P) | \sigma'_s \sim \sigma_s\}$

（2） $\sigma'_s \sim \sigma$ となる任意の $\sigma'_s \in L_s(P)$ に対して以下の (2a) (2b) のいずれか一方が成立する．

(2a) $M(Q') = 0$ の場合

適当な P' が存在して，$P' \in P/\langle\sigma'_s, d\rangle$ かつ $S(P') \subseteq S(Q')$ である．

(2b) $M(Q') > 0$ の場合

すべての $c' \in \{d\} \cup \{c | d \leq c < d + M(Q'), P \overset{\sigma'_s}{\Longmapsto} \circ \overset{c}{\leadsto}\}$ に対して適当な P' が存在して $P' \in P/\langle\sigma'_s, c'\rangle$ かつ $S(P') \subseteq S(Q')$ である．

以下，$\ll_{\mathbf{must}}^{\mathsf{sym}}$ は $\ll_{\mathbf{must}}$ と等価であることを示す．まず，$\ll_{\mathbf{must}}$ に対する適切性を示す．

［補題 19］ $P \ll_{\mathbf{must}}^{\mathsf{sym}} Q$ ならば $P \ll_{\mathbf{must}} Q$ である．

(証明) $Q \overset{\sigma}{\Rightarrow} Q'' \Rightarrow_d Q'$ かつ $P \ll_{\mathbf{must}}^{\mathsf{sym}} Q$ とする．このとき $P \overset{\sigma}{\Rightarrow} P'' \Rightarrow_d P'$ かつ $S(P') \subseteq S(Q')$ となる P', P'' の存在を示す．

$\sigma = \langle d_1, a_1\rangle \cdots \langle d_n, a_n\rangle$ とすると，補題 13 および記号的遷移関係の定義より，記号的時間ワード

$\sigma_s = \mu_1 \cdots \mu_n$ が存在して $\mu_i = a_{e_i}^{u_i}$ のとき，各 i について $u_i = 0$ かつ $d_i = e_i$ または $u_i > 0$ かつ $e_i \leqq d_i < e_i + u_i$ が成立する．このとき $Q \stackrel{\sigma_s}{\Longmapsto} Q''$．ここで，$\sigma \in \exp(\sigma_s)$．更に，$Q'' \Rightarrow_d Q'$ に対して，補題 11，12を繰り返し用いることにより，$Q'' \stackrel{d_s}{\leadsto} Q'$ であり，$M(Q') = 0$ かつ $d_s = d$ であるか，または，$M(Q') > 0$ かつ $d_s \leqq d < d_s + M(Q')$ である．

ここで定義 11 の条件（1）および補題 17から，$\sigma \in \exp(\sigma'_s)$ かつ $\sigma'_s \sim \sigma_s$ となる $\sigma'_s \in L_s(P)$ が存在する．この σ'_s に対して条件（2）のうちのいずれかが成立する．

$M(Q') = 0$ の場合：$P' \in \{R | P \stackrel{\sigma'_s}{\Longmapsto} \circ \stackrel{d}{\leadsto} R, M(R) = 0\}$ かつ $S(P') \subseteqq S(Q')$ ならば，$P \stackrel{\sigma'_s}{\Longmapsto} \circ \Rightarrow_d P'$ である．一方，$\sigma \in \exp(\sigma'_s)$ より $P \stackrel{\sigma}{\Rightarrow} P'' \Rightarrow_d P'$．$S(P') \subseteqq S(Q')$ かつ $P' \in \{R | P \stackrel{\sigma'_s}{\Longmapsto} \circ \stackrel{c'}{\leadsto} R, M(R) > 0, c' \leqq d < c' + M(R)\}$ のとき，$P \stackrel{\sigma'_s}{\Rightarrow} P'' \Rightarrow_{c'} P'$ とする．補題 12（3）から $P'' \Rightarrow_d P'$ である．

$M(Q') > 0$ の場合：$C = \{c | d_s \leqq c < d_s + M(Q'), P \stackrel{\sigma'_s}{\Longmapsto} \circ \stackrel{c}{\leadsto}\}$ とする．$C = \emptyset$ のとき，仮定より適当な P' が存在して，$P'/\langle \sigma'_s, d_s \rangle$ かつ $S(P') \subseteqq S(Q')$．ここで，$C = \emptyset$ であるから，$P \stackrel{\sigma'_s}{\Longmapsto} P'' \stackrel{e}{\leadsto} P'$ とすると，$d_s + M(Q') \leqq e + M(P')$．従って，$d_s \leqq e' < d_s + M(Q')$ となる任意の e' に対して補題 12（3）から $P'' \Rightarrow_{e'} P'$ が成り立つ．よって $P'' \Rightarrow_d P'$．$C = \{c_i | i = 1, 2, \ldots\}$ のとき(注5)，$c_i \leqq e < d_s + M(Q')$ となる任意の e について，$c_i = e$，$c_i \leqq e < c_{i+1}$ また $c_i \leqq e < d_s + M(Q')$ のいずれかが成り立つ i が存在する．ここで，$P \stackrel{\sigma'_s}{\Longmapsto} \circ \stackrel{c_j}{\leadsto} R_j$ とすると，任意の j について $S(R_j) \subseteqq S(Q')$ となる．従って，$c_i \leqq d < d_s + M(Q')$ の場合は，P' として R_i をとればよい．$d_s \leqq d < c_i$ の場合は，$C = \emptyset$ の場合と同様に適当な $P' \in P/\langle \sigma'_s, d_s \rangle$ をとることができる． □

次に $\ll_{\mathbf{must}}$ に対する抽象性を示す．

［補題 20］ $P \ll_{\mathbf{must}} Q$ ならば $P \ll^{\mathsf{sym}}_{\mathbf{must}} Q$ である．

（証明） $P \ll_{\mathbf{must}} Q$ かつ $P \not\ll^{\mathsf{sym}}_{\mathbf{must}} Q$ であるとして矛盾を導く．$Q \stackrel{\sigma_s}{\Longmapsto} \circ \stackrel{d_s}{\leadsto} Q'$ とする．$\Sigma'_s = \{\sigma'_s \in L_s(P) | \sigma_s \sim \sigma'_s\}$ に対して $\sigma_s \trianglelefteq \Sigma'_s$ を仮定する．仮定 $P \not\ll^{\mathsf{sym}}_{\mathbf{must}} Q$ より，定義 11における条件（2a），(2b) がともに成立しないような $\sigma'_s \sim \sigma_s$ が存在する．

$M(Q') = 0$ の場合：任意の $P' \in P/\langle \sigma'_s, d_s \rangle$ に対して $S(P') \not\subseteqq S(Q')$ となる．このとき $\sigma \in \exp(\sigma'_s)$ について $\{R | P \stackrel{\sigma}{\Rightarrow} \circ \Rightarrow_{d_s} R\} \subseteqq P/\langle \sigma'_s, d_s \rangle$ であるので，$Q \stackrel{\sigma}{\Rightarrow} \circ \Rightarrow_{d_s} Q'$ に対して，$P \stackrel{\sigma}{\Rightarrow} \circ \Rightarrow_{d_s} P'$ かつ $S(P') \subseteqq S(Q')$ となる P' が存在しないため，$P \ll_{\mathbf{must}} Q$ と矛盾する．

$M(Q') > 0$ の場合：$\sigma \in \exp(\sigma_s) \cap \exp(\sigma'_s) \neq \emptyset$ とする．このとき，補題 12（3）から $d_s \leqq d < d_s + M(Q')$ に対して $Q \stackrel{\sigma}{\Longrightarrow} \circ \Rightarrow_d Q'$．$P \ll_{\mathbf{must}} Q$ よりこのような d に対して $P \stackrel{\sigma}{\Rightarrow} \circ \Rightarrow_d P'$ かつ $S(P') \subseteqq S(Q')$ となるような P' が存在しなければならない．しかし，P', σ'_s および適当な d'_s が存在して条件（2b）が満たされてしまうので矛盾する． □

補題 19 と補題 20より次の特性化を得る．

［定理 4］ $P \ll^{\mathsf{sym}}_{\mathbf{must}} Q$ のとき，かつ，そのときに限り $P \ll_{\mathbf{must}} Q$ である．

［系 4］ $P \ll^{\mathsf{sym}}_{\mathbf{must}} Q$ のとき，かつ，そのときに限り $P \sqsubseteq_{\mathbf{must}} Q$ である．

更に，補題 8（2）から次の系を得る．

［系 5］ $\mathbf{rec}{:}x.E, P \in \mathcal{P}$ に対して $E[P/x] \ll^{\mathsf{sym}}_{\mathbf{must}} P$ ならば，$\mathbf{rec}{:}x.E \ll^{\mathsf{sym}}_{\mathbf{must}} P$ である．

再び，系 5，補題 15および $L_s(P) \trianglelefteq L_s(Q)$ のチェックの有限性から $P \ll^{\mathsf{sym}}_{\mathbf{must}} Q$ も有限でチェックできる．補題 19 の証明中にふれたように定義 11 の条件 (2b) を直接チェックすると一般には無限になる．しかし，実時間通信プロセスの正則性から適宜，系 5 を適用することで定義 11 の条件は有限でチェック可能である．

4.4 証　明　例

記法を簡単化するため以下では $a.\mathbf{nil}$ を単に a と書くことにする．

［例 1］ $P_1 = (a+b) \triangleleft_5 b$, $Q_1 = a+b$ とする．$L_s(P_1) = \{\lambda_s, a_0^5, b_0^5, b_5^\infty\}$, $L_s(Q_1) = \{\lambda_s, a_0^\infty, b_0^\infty\}$．従って，$P_1 \sqsubseteq_{\mathbf{may}} Q_1$．

$a_0^\infty \in L_s(Q_1)$ に対して $a_0^\infty \trianglelefteq L_s(P_1)$ が成立しないので，定義 11 において（1）を満たさない．従って $P_1 \not\ll^{\mathsf{sym}}_{\mathbf{must}} Q_1$．また，$P_1 \stackrel{\lambda_s}{\longmapsto} \circ \stackrel{5}{\leadsto} b$ に対して $\{c | Q_1 \stackrel{\lambda_s}{\Longmapsto} \circ \stackrel{c}{\leadsto}, 5 \leqq c\} = \emptyset$．更に $Q_1/\langle \lambda_s, 5 \rangle = \{a+b\}$ であるので (2b) の条件を満たさない．従って $Q_1 \not\ll^{\mathsf{sym}}_{\mathbf{must}} P_1$．

［例 2］ $P_2 = (\mathbf{nil} \triangleleft_5 a) \oplus (\mathbf{nil} \triangleleft_6 b)$ および $Q_2 = \mathbf{nil} \triangleleft_5 (a \triangleleft_1 (a+b))$ とする．$L_s(P_2) = \{\lambda_s, a_5^\infty, b_6^\infty\}$

（注 5）：C は一般に有限集合とはならない．この点については後述．

$L_s(Q_2) = \{\lambda_s, a_5^1, a_6^\infty, b_6^\infty\}$ である．$L_s(P_2) \trianglelefteq L_s(Q_2)$ かつ $L_s(Q_2) \trianglelefteq L_s(P_2)$ より，$L_s(P_2) \sqsubseteq_{\mathbf{may}} L_s(Q_2)$ かつ $L_s(Q_2) \sqsubseteq_{\mathbf{may}} L_s(P_2)$．

また以上より P_2 と Q_2 に対して定義 11 の条件（1）は成り立つ．$Q_2 \overset{5}{\rightsquigarrow} (a \lhd_1 b)$ に対して $S(a \lhd_1 b) = \{a\}$ であり，$M(a \lhd_1 b) = 1$ である．$P_2 \overset{5}{\rightsquigarrow} a$ かつ $M(a) = \infty$ であり，条件 (2-b) を満たす．$Q \overset{6}{\rightsquigarrow} a \lhd_0 (a+b)$ については，$P_2 \overset{5}{\rightsquigarrow} a$ が条件 (2a) を満たす．$Q_2 \overset{6}{\rightsquigarrow} a+b$ については $P_2 \overset{6}{\rightsquigarrow} b$ が条件 (2b) を満たす．また，$Q_2 \overset{a_5^1}{\Longmapsto} \mathbf{nil}$ および $Q_2 \overset{a_6^\infty}{\Longmapsto} \mathbf{nil}$ に対して $P_2 \overset{a_5^\infty}{\Longmapsto} \mathbf{nil}$，$Q_2 \overset{b_6^\infty}{\Longmapsto} \mathbf{nil}$ に対して $P_2 \overset{b_6^\infty}{\Longmapsto} \mathbf{nil}$．従って，$P_2 \ll^{\mathsf{sym}}_{\mathbf{must}} Q_2$

しかし，$P_2 \overset{\lambda_s}{\Longmapsto} \circ \overset{6}{\rightsquigarrow} b$ に対して $\{c | 6 \leq c, Q_2 \overset{\lambda_s}{\Longmapsto} \circ \overset{c}{\rightsquigarrow}\} = \{6\}$ であり，$P/\langle \lambda_s, 6 \rangle = \{a, a+b\}$ であるので (2b) の条件を満たす遷移が存在せず，$Q_2 \not\ll^{\mathsf{sym}}_{\mathbf{must}} P_2$

［例 3］ 自動販売機の例 [12] に対してタイムアウトが非決定的な P_3 について，テスト擬順序によってタイムアウトが決定的な Q_3 より **must** の意味で小さく関係づけられる．

$P_3 = \mathbf{rec}: x.\mathrm{coin.}\,(\mathrm{coffee.}x \lhd_{20} x \oplus \mathrm{coffee.}x \lhd_{21} x)$

$Q_3 = \mathbf{rec}: x.\mathrm{coin.}\,(\mathrm{coffee.}x \lhd_{20} x)$

$L_s(\mathrm{coin.}\,(\mathrm{coffee.}x \lhd_{20} x)[P_3/x]) = L_s(\mathrm{coin.}\,(\mathrm{coffee.}P_3 \lhd_{20} P_3)) \trianglelefteq L_s(P_3)$ であるので，系 3 から $Q_3 \trianglelefteq P_3$ である．

$R_3 = \mathrm{coin.}\,(\mathrm{coffee.}Q_3 \lhd_{20} Q_3 \oplus \mathrm{coffee.}Q_3 \lhd_{21} Q_3)$ とし，$R_3 \ll^{\mathsf{sym}}_{\mathbf{must}} Q_3$ を示せば，系 5 から $P_3 \ll^{\mathsf{sym}}_{\mathbf{must}} Q_3$ が示される．

まず，$Q_3 \trianglelefteq P_3$ より，定義 11（1）の条件は満たされる．

ここで，$M(R_3) = M(Q_3) = \infty$，$S(R_3) = S(Q_3) = \{\mathrm{coin}\}$．

$Q_3' = \mathrm{coffee.}Q_3 \lhd_{20} Q_3$ および $Q_3'' = \mathrm{coffee.}Q_3 \lhd_0 Q_3$ とすると，$Q_3 \overset{\mathrm{coin}_0^\infty}{\Longmapsto} Q_3'$，$M(Q_3') = 20$．また，$Q_3' \overset{20}{\rightsquigarrow} Q_3''$，$Q_3' \overset{20}{\rightsquigarrow} Q_3$，$Q_3' \overset{\mathrm{coffee}_0^{20}}{\Longmapsto} Q_3$ である．

$R_3' = \mathrm{coffee.}Q_3 \lhd_{20} Q_3 \oplus \mathrm{coffee.}Q_3 \lhd_{21} Q_3$ とすると $R_3 \overset{\mathrm{coin}_0^\infty}{\longmapsto} R_3'$．以下のような三つの場合に分けられる．

（1） $Q_3 \overset{\mathrm{coin}_0^\infty}{\Longmapsto} \circ \overset{0}{\rightsquigarrow} Q_3'$ に対して，$M(Q_3') = 20 > 0$ であるので，条件 (2b) をチェックする．$\{0\} \cup \{c | 0 \leq c < 20, R_3 \overset{\mathrm{coin}_0^\infty}{\Longmapsto} \circ \overset{c}{\rightsquigarrow}\} = \{0\}$ である．0 に対して，$R_3/\langle \mathrm{coin}_0^\infty, 0 \rangle = \{R_3', \mathrm{coffee.}Q_3 \lhd_{20} Q_3, \mathrm{coffee.}Q_3 \lhd_{21} Q_3\}$ であり，$S(R_3') = \{\mathrm{coffee}\} \subseteq S(Q_3') = \{\mathrm{coffee}\}$ となるので条件を満たす．

（2） $Q_3 \overset{\mathrm{coin}_0^\infty}{\Longmapsto} \circ \overset{20}{\rightsquigarrow} Q_3''$ に対して，$M(Q_3'') = 0$ であるので，条件 (2a) をチェックする．$R_3'/\langle \mathrm{coin}_0^\infty, 20 \rangle = \{\mathrm{coffee.}Q_3 \lhd_0 Q_3, Q_3\}$ であり，$S(R_3') = \{coffee\} \subseteq S(\mathrm{coffe.}Q_3 \lhd_0 Q_3) = \{\mathrm{coffee}\}$．

（3） $Q_3 \overset{\mathrm{coin}_0^\infty}{\Longmapsto} \circ \overset{20}{\rightsquigarrow} Q_3$ に対して，$M(Q_3) = \infty$ であるので，条件 (2b) をチェックする．$\{20\} \cup \{c | 20 \leq c < \infty, R_3 \overset{\mathrm{coin}_0^\infty}{\Longmapsto} \circ \overset{c}{\rightsquigarrow}\} = \{20, 21\}$ である．20 に対して，$Q_3 \in R_3'/\langle \mathrm{coin}_0^\infty, 20 \rangle$ について条件が成り立つ．21 に対して，$Q_3 \in R_3'/\langle \mathrm{coin}_0^\infty, 21 \rangle$ で同様．

以下，R_3 からの遷移は Q_3 と全く同じになるので，条件（2）が成立する．

逆に $R_3 \overset{\mathrm{coin}_0^\infty}{\Longmapsto} \circ \overset{21}{\rightsquigarrow} \mathrm{coffee.}Q_3 \lhd_0 Q_3$ に対して，$Q_3 \overset{\mathrm{coin}_0^\infty}{\Longmapsto} \circ \Rightarrow_{21} R$ かつ $\mathrm{coffee} \in S(R)$ となる R が存在しないので $Q_3 \not\ll^{\mathsf{sym}}_{\mathbf{must}} P_3$ である．

5. 議論および関連する研究について

本論文で提案した実時間プロセス系は Timed CSP [6] および Timed CCS [20] の部分体系 [12] に基づいている．[12] では時間経過として遅延演算子 $\epsilon(c).E$ が用いられているが，本論文では操作的に等価な $\mathbf{nil} \lhd_c E$ で表される．タイムアウト演算子は離散時間については [7], [9], [17] において導入され，**ATP** [15] および Timed CSP [6], [18] では稠密時間について導入されている．[12] では，τ が可能な場合には非決定的な選択が時間の経過に優先させることによりタイムアウトを表現している．

本論文における記号的代替特性化は [12] の拡張である．[12] では時間的強双模倣等価について記号的な概念を導入して等価関係の決定性を導いている．本論文ではこの概念がテスト擬順序にも拡張できることを示した．時間的強双模倣等価では，τ による時間の分割が観測可能であるので，自動販売機の例 [12] において $\mathbf{rec}: V_1.\mathrm{coin.}\,(\mathbf{nil} \lhd_{15} (\mathbf{nil} \lhd_{15} .V_1) + \mathrm{coffee.}V_1)$ と $\mathbf{rec}: V_2.\mathrm{coin.}\,(\mathbf{nil} \lhd_{30} V_2 + \mathrm{coffee.}V_2)$ とを区別する．時間的弱双模倣等価関係はこの問題を解決するが，CCS と同様外部選択に対する合同性をもたない [20]．これに対して，本論文におけるテスト擬順序では最大進行性のためにこのような分割は観測可能であるが，テストによる意味定義により合同性は保たれる．合同性は **3.3** の代替特性化を用いて示すことができる．更に，本論文で提案した意味論は擬順序であり，例 3 に示されるように等価でない場合も時間に関する非決定

性を含めて，非決定性の比較の枠組みを与える．この点は，仕様の検証やソフトウェアの構築の基礎という観点から見て有用である．

[15] では，本論文と同様なタイムアウト演算子を導入した体系 **ATP** を提案し，時間領域に対して相対的な枠組みにおいて時間グラフによるモデル化について議論している．しかし，操作的意味論は強等価関係を基本としており，本論文のアプローチとは異なる．

[4],[14] においては，動作が発生した時間を束縛し，以後の動作に影響を与えるような時間依存が記述できる．このような枠組みについては事前にタイムアウトの時間が特定できなくなるので，本論文の手法は直接適用できないが，[10] のような手法を用いれば時間依存も抽象化可能であると考えられる．

[18] で示されているようにテスト擬順序と失敗集合意味論から導かれる擬順序は等価となる．但し，本論文では発散プロセスは扱わない．Timed CSP におけるテスト擬順序 [18] は **may** によるテストのみで定義されているが，これは Timed CSP の並行演算子が外部と同期できるように定義されているためで，本論文における **must** のテストを含む．従って，本論文で示した記号的な特徴付けは失敗集合の表示に対して有限的な特徴付けをしているとみなすことができる．

本論文では，実数を時間領域としているが，稠密性が本質的な必要条件である．離散時間におけるテスト擬順序については，[5],[9],[17] において議論されている．[5] では，単位時間の経過は τ によって，また，[9],[17] では特別なラベル σ でラベル付けされた遷移で表される．[9],[17] では，受理集合意味論が展開されている．本論文による結果から，有限種類の時間経過ラベルを用意することによって，各プロセスが意味付けできることがわかるが，各時間経過ラベル間に時間の意味を導入する必要があり，表示的意味論の構成については今後の課題である．

6. むすび

本論文では，実数で表される時間を導入した通信プロセスの体系に対して，テスト擬順序を定義し，十分抽象的な代替特性化を示した．ここでは，時間はタイムアウト演算子によって導入した．本論文で提案した記号的代替特性化により，動作式から構文的に得られるタイムアウト情報から時間を有限の区間に抽象して有限的にテスト擬順序を証明することができる．本論文では正則なクラスにのみ限定して議論しているが，[19] に示されているような展開定理を用いることができれば，正則性を保つ更に広いクラスの動作式 [3] にも同様の意味付けが可能となる．展開定理の確立は今後の課題である．発散プロセスは最大進行性の下では時間の停止を意味する [18]．発散プロセスについての取扱いは今後の課題である．

謝辞 本研究を進めるにあたり，御討論頂いた名古屋大学情報工学科稲垣・坂部研究室の皆様に感謝する．なお，本研究は，一部，立松財団および文部省科学研究費補助金（課題番号 08780260 および 08458066）からの援助を受けている．

文　献

[1] J.C.M. Baeten and J.A. Bergstra, "Real time process algebra," Formal Aspects of Computing, vol.3, pp.142–188, 1991.
[2] J.C.M. Baeten and W.P. Weijland, "Process Algebra," Cambridge Tracts in Computer Science 18, Cambridge University Press, 1990.
[3] T. Bolognesi and S.A. Smolka, "Fundamental results for the verification of observational equivalence," Protocol Specification, Testing and Verification, VII, H. Rudin and C.H. West (editors), pp.165–179, 1987 (North Holland).
[4] L. Chen, "Timed processes: Models, axioms and decidability," Ph.D. Thesis, The University of Edinburgh, Department of Computer Science, 1993.
[5] R. Cleaveland and A.E. Zwarico, "A theory of testing for real-time," Proc. Logics in Computer Science '91, pp.110–119, 1991.
[6] J. Davies and S. Schneider, "A brief history of timed CSP," Theoretical Computer Science, vol.138, pp.243–271, 1995.
[7] H.A. Hansson, "Time and probability in formal design of distributed systems," Ph.D. Thesis, Uppsala University, Department of Computer Science, 1991.
[8] M. Hennessy, "Algebraic Theory of Processes," The MIT Press, 1988.
[9] M. Hennessy, "On timed process algebras: A tutorial," Technical Report Report 2/93, University of Sussex, Computer Science, 1993.
[10] M. Hennessy and H. Lin, "Symbolic bisimulations," Theoretical Computer Science, vol.138, pp.353–389, 1995.
[11] C.A.R. Hoare, "Communicating Sequential Processes," Prentice-Hall, 1985.
[12] U. Holmer, K. Larsen, and W. Yi, "Deciding properties of regular real timed processes," Proc. CAV '91 (LNCS vol.575), pp.443–453, 1991.
[13] R. Milner, "Communication and Concurrency," Prentice-Hall, 1989.
[14] F. Moller and C. Tofts, "A temporal calculus of communicating systems," Proc. CONCUR 90 (LNCS vol.458),

pp.401–415, 1990.
[15] X. Nicollin, J. Sifakis, and S. Yovine, "From ATP to timed graphs and hybrid systems," Proc. Real-Time: Theory in Practice (LNCS vol.600), pp.549–572, 1991.
[16] R. De Nicola and M.C.B. Hennessy, "Testing equivalences for processes," Theoretical Computer Science, vol.34, pp.83–133, 1983.
[17] T. Regan, "Process algebra for timed systems," Ph.D. Thesis, University of Sussex, Computer Science, 1991.
[18] S. Schneider, "An operational semantics for timed CSP," Technical Report TR-1-91, Programming Research Group, Oxford University, 1991.
[19] W. Yi, "CCS+Time=an interleaving model for real time systems," Proc. ICALP 91 (LNCS vol.510), pp.217–228, 1991.
[20] W. Yi, "A calculus of real time systems," Ph.D. Thesis, Chalmers University of Technology, Department of Computer Science, 1991.

(平成 8 年 3 月 22 日受付，10 月 22 日再受付)

結縁　祥治　(正員)

昭 60 京大・工・情報工学卒．平 2 名大大学院博士課程了．同年同大学助手．現在に至る．並行計算の意味論およびその応用に関する研究に従事．日本ソフトウェア科学会会員．

坂部　俊樹　(正員)

昭 47 名大・工・電気卒．昭 52 同大大学院博士課程了．同年同電子工学科助手，昭 60 三重大学工学部助教授．昭 62 名大工学部助教授．平 5 同大工学部教授．現在に至る．代数的仕様記述法，書換え型計算モデル，並行計算，その他ソフトウェアの基礎理論全般に興味をもつ．EATCS，情報処理学会，日本ソフトウェア科学会，人工知能学会各会員．

稲垣　康善　(正員)

昭 37 名大・工・電子卒．昭 42 同大大学院博士課程了．同大助教授，三重大教授を経て，昭 56 より名大教授．この間，スイッチング回路理論，オートマトン・言語理論，計算論，ソフトウェア基礎論，並列処理，代数的仕様記述・検証とプログラム自動生成などの研究に従事．工博．昭 40 年度後期稲田賞，平 4 年度論文賞受賞．著書「符号理論」(コロナ社，共著)，「オートマトン・形式言語理論と計算論」(岩波書店，共著)，等．情報・システム　ソサイエティ会長，IEEE，ACM，EATCS，情報処理学会，電気学会，日本ソフトウェア科学会，人工知能学会，日本 OR 学会各会員．