

## 第2章

# SSH東海地区フェスタ2007への参加

福谷 敏

SSH東海地区フェスタ2007へは教員3名と生徒2名（高校1年生2名）が参加し、本校1年の佐伯君がこの機会にまとめ直した研究成果をポスターセッションの場で発表した。この成果は、昨年度の第7回日本数学コンクールジュニア数学コンクール論文賞を受賞した成果を高校に入ってから見直してみたものである。同級生の数名の諸君と話し合い、名古屋大学の数理学科の卒業生にきてもらい。また、多元数理研究科の鈴木紀明先生の研究室で聞いていただき、助言を頂いた成果である。以下は佐伯君の本人の発表「球の散らばり具合とまざり具合について」を文にまとめたものである。

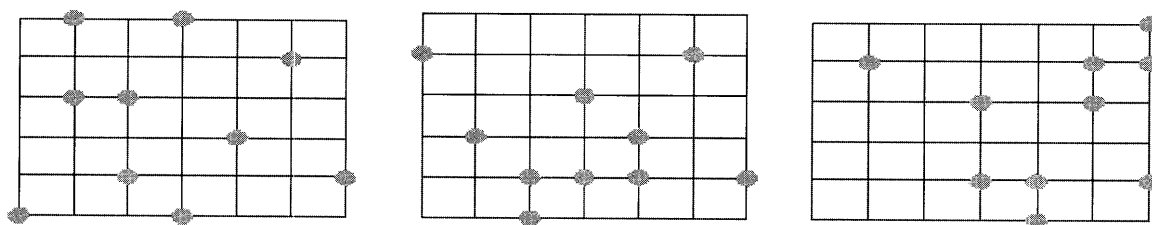
長方形の仕切りの中に小さな球をN個入れたとき、球の散らばり方を測る方法を考えて下さい。

さらに赤と青の球をN個ずつ入れたときの「赤青のまざり具合」の測り方を考え、「散らばり度」と「まざり度」の関係を述べて下さい。

### ○「球の散らばり具合とまざり具合について」(佐伯)

#### 問題

(2006年度 第7回日本数学コンクールジュニア数学コンクール論文賞より)



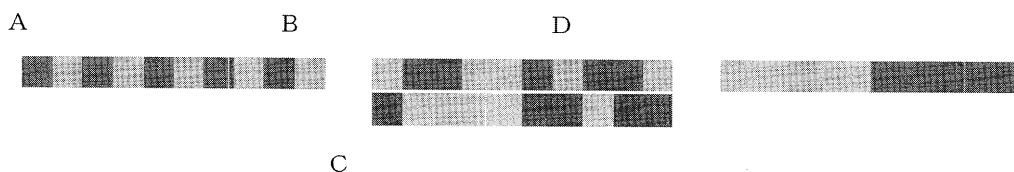
また、「まざり度」は、青と赤の球がそれぞれ散らばっていればよく混ざっていると考えた。下の2つの例では、右が余り混ざっておらず、左がよく混ざっている尺度となっていた。

決め方で不自然なところを見直し、「散らばり度」と「まざり度」を定め直してみた。

下のように、10個の枠の中に青や赤を入れていく  
(各5個)

## 2. 高校生になってから

(1)問題を最初から見直すという意味でまず2次元(平面)ではなく、1次元で(数直線)で考え、(中学生の時の



### 〈散らばり度〉

ここでは青の散らばり度を考える（赤は空白と見なす。）一番散らばっているとき、それぞれの青は（ $10 \div 5 = 2$ ）個ずつはなれている。この一番散らばっている状態にどれだけ近いかを測るには（あき部分の）左右2マス調べればよいと考えた。式をまとめると、今回の場合は

〔散らばり度〕 = (i番目の青に対して、左右2マスの範囲にある青の個数の  $i = 1$  から5までの総和)

例えば、

Aについては、 $1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5$ 、

Bについては、 $2 + 2 + 1 + 2 + 2 = 9$

となる。

この値が、低いほど散らばっているという尺度になる。

### 〈まざり度〉

今度は青と赤のまざり度を考える。

一番まざっている時、それぞれ赤と青は交互にあらわれると想定できるので、これも左右2マスを調べれば一番混ざっている状態に近いかを測れると考えた。ただし、今回は各青から赤の数を、各赤から青の数、と青と赤の相互関係を見ることにする。また、各青からの赤の数と各赤から青の数は同じになることがわかるので、どちらかを代表させればよいこともわかる。

〔まざり度〕 = (i番目の青に対して、左右2 (10 ÷ 2) マスの範囲にある赤の個数の  $i = 1$  から5までの総和)

例えば、

Cについては、 $1 + 1 + 1 + 1 + 0 = 4$ 、

Dについては、 $1 + 0 + 0 + 0 + 0 = 1$

となる。

この値が、高いほどよくまざっているという尺度になる。

## (2)観察と考察

10個の枠の中に青や赤を入れていく（各5個）パターン全部を観察してみた。10C5 = 256個のパターンについて、それぞれの「散らばり度」「まざり度」を調べてみた。また、数え上げるマスの数を変えるなど、定義式も変えてみることも試みた。

### 〔気づいたこと〕

- ・散らばり度の最低は5、最高は13（自明）
- ・まざり度の最高は9、最低は1（自明）

・まざり度において、

各青からの赤の数 = 各赤からの青の数

が成り立つ（全数調査、その後、この発表会での議論で証明もついた）。

・すべての配置において

(青の散らばり度) + (赤の散らばり度) + (まざり度) × 2 = 28

が成り立つ（全数調査、その後、この発表会での議論で証明もついた）。

また、この定義を自然に拡張して、中学生の時に考えた図形についても、この尺度が役に立つことを確認できた。

## (3)後の課題

- ・〔気づいたこと〕の最後の2つにきちんとした証明を記述したい。
- ・この尺度でも、色の反転、位置の回転を除いたとしても同じ値を示すことがある、この違いをどう表すべきか考えたい。
- ・この尺度を2次元に応用するには、間隔の概念をどうとらえるか、の問題がでてくる。
- ・「よく散らばる」、「よくまざる」、ことと、「でたらめに散らばる」「でらためにまざる」の違いをうまく記述したい。
- ・一般に考えていくためには、もう少し数学自体の言葉を身につけていくことの必要性を感じた。特に、書籍などを読むなどしてもっと勉強したい。