

第3章

J S T 研究発表会への参加

平成20年度SSH生徒研究発表会が、8月7日（木）～8日（金）にパシフィコ横浜で開催され、本校の発表生徒の引率をした報告をする。

まず第1日目は全体会に引き続き6つの分科会に分かれての発表であった。今年度の生徒発表は、平成18年度に指定された31校の発表で、本校は第2分科会で6校のうちの4番目の発表であった。第2分科会は物理分野と数学分野の発表であった。本校は純粋に数学の内容で、4校が物理分野（「高温超伝導体における磁気浮上現象」、「周辺騒音軽減のための屈折を用いた音波集束の研究」、「超音波の研究」、「RESEACH on the スペクトル～自作分光器による天体の分光観測」）、残りの1校は化学と数学を結びつけたもの（「銅金属葉のフラクタル成長とボロノイ分割」）であり、いずれも実験に基づき、そこから考察する内容であった。本校は「立体とその面に関する様々な性質の研究」と題して、内容的には一般には多面体は面にねじれなど歪みなく変形させることは出来ないという先入観があるが、歪みなく変形させることは出来ないだろうかという疑問から、過去の数学者の研究を調べ、凸閉多面体では変形させることはできないが、凹部を含む多面体では変形させることができることが知られていることが分かり、それを実際に独自に作成することを試みたという内容であった。さらに立体面を何色かの色で塗り分けるという問題で、 m 個の穴があいた多面体は、最低何色あれば塗り分けることが可能かというような、純粋に数学の問題として研究した内容の発表であった。

この問題を追及したのは、高校2年生の1人の男子が中心になった個人研究ではあったが、その発表への協力として、高校2年生の男子3人、女子2人、高校1年生の男子1人が応援に行き、他の生徒達の積極的な支援があり、質疑応答を含め30分間の発表であったが、成功裏に終えることができた。

第1日目の最後に、各分科会で2日目に全体場で発表をする代表校の選出があった。プレゼンテーションの方法、質疑に対する応答からみて期待はしていたが、残念ながら本校は代表校には選出されなかった。代表校は「銅金属葉のフラクタル成長とボロノイ分割」で発表した茨城県立水戸第二高等学校であったが、これは、金属の結晶時に起こる分枝を繰り返して成長していく様（フラクタル成長）と、化学と数学を結びつけたもので、内

容的にはそれほど高度な内容ではなかったが、高校生が普段学習している身近な問題を、違う教科と結びつけて考えるという観点が評価されたのではないと思われる。

また、各校の発表に対する講評があったが、全体的には、高校生としてサイエンスに対する迫り方、実験検証する際のポイント等に対するアドバイスがあり、生徒達には有益であったと考える。しかし、一部に講評者自身の研究と絡めて、ある学校の取り組みは既に自分が今までに発表してきている内容であるなど批判的なもので終わった部分もあり、高校生に対してこれからどんな方法で研究していったら良いのかの指針が全く示されなかったのは、若者達を育てる研究者・教育者としては残念であった。

第2日の午前中に、各分科会を代表する学校の研究発表があった。第1分科会：佐野日本大学高等学校「加速度の視覚認識装置の開発と研究」、第2分科会：茨城県立水戸第二高等学校「銅金属葉のフラクタル成長とボロノイ分割」、第3分科会：長野県屋代高等学校「玄龍石～上田の不思議な石～」、第4分科会：宮崎県立宮崎北高等学校「鉄（Ⅲ）イオンに対する黒豆ポリフェノールの還元作用について」、第5分科会：名古屋市立向阳高等学校「花粉管伸長のしくみ」、第6分科会：ノートルダム清心学園清心女子高等学校「サンショウウオの人工繁殖」の6校であった。いずれも各分科会を代表するだけあり、正々堂々とした自信に満ちた発表であり、高校生でここまでやれるのかというものばかりであり、参加生徒には良い刺激となったと思われる。

16年度SSH指定5校、17年度指定22校、18年度指定31校、19年度指定31校、20年度指定5校の計94校が参加したポスターセッションは、1日目の午後、2日目の午前にパシフィコ横浜国立大ホールのマリンロビーで行われた。ほとんどの学校が部・クラブでの取り組みで、内容的には、物理、化学、生物、地学など理科に関連して、調査、実験、仮説、検証というもので、純粋に数学を扱う学校は4～5校で、数学教員としては寂しい気がした。

本校のポスターセッションは、生徒発表内容と同じテーマで、実際に、歪みなく変形できる多面体を展示したり、その多面体の展開図を配布したり、また、オイラーの定理を漫画にして参加者に分かりやすく説明した

りとプレゼンテーション方法を工夫して行った。多くの参加者に聞いてもらえて、発表生徒は充実した2日間を過ごすことができた。

他校のポスターセッションは、一つのテーマのみに限らず、幾つかのテーマについて行われていた。この点では、本校も授業の一環で行われた臨海実習、総合人間科で行っている個人研究、サークルで行っている実験、検証、SLPⅡで行っている内容等、いろいろな角度から幾つかの内容を取り上げても良いのではと思われた。本校の目指すSSHの目標として、いろいろな角度からサイエンスリテラシーを育てるという意味でもこれは必要ではないかと思われる。

最後に、今回生徒発表会に参加して、このような機会を生徒達に提供することは意義があると思われるが、この2日間ないしは準備からの3日間にかかる費用はかなりのものであるように感じた。これに必要な経費を現場に充てた方がもっと効果が出るように感じた。さらに本校のような中高一貫校では、中学からの取り組みに対しても財政的支援を行っていく方が生徒達の刺激は高まるように感じた。

立体とその面に関する
様々な性質の研究

名古屋大学教育学部附属高等学校

身近にある立体

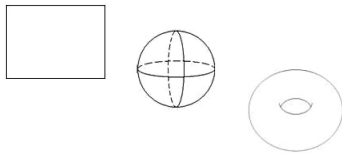


3つの疑問

- 立体の面(特に曲面)と平面の違いとは?
- 立体の面は何色で塗り分けられるのか?
- 立体で変形する(硬い)ものはあるのか?

疑問その1

- 立体の面(特に曲面)と平面の違いとは?



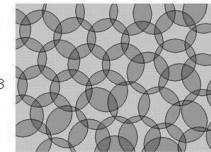
コンパスで円を書く(1)

- 平面、曲面にコンパスで円を書く(等距離にある点の集合の内部に色をつける)
- 円で平面、曲面を埋め尽くすようにする。
- 円の重なり具合の最大数を比較する。

コンパスで円を書く(2)

平面の場合

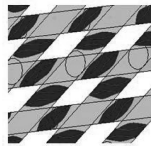
重なり具合は3
(濃青部)



コンパスで円を書く(3)

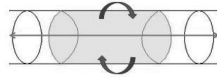
立体面の場合
(円柱を幾つも
組み合わせたもの)

重なり具合は2
(濃青部)



コンパスで円を書く(4)

- 平面では重なりが3
立体面(曲面)では重なりが2
- この違いは立体面がある方向に広がり残りの方向に閉じていることが原因と考えられる。



平行線について

平行線を定義する(交わらない)

↓ そのために

直線を定義する

↓ どのように?

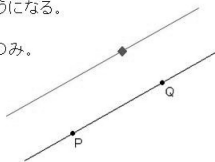
2点間の最短距離を直線とする。



平行線(平面)

直線は図のようになる。

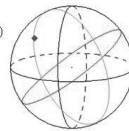
平行線は1本のみ。



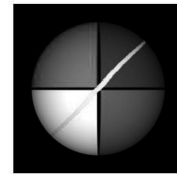
平行線(球)

直線は図のようになる。
(中心を通る円周になる)

平行線は0本になる。

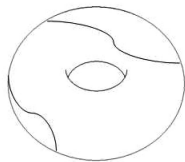


球の平面展開

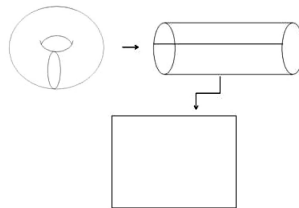


トーラス上の直線

どのような線が
描かれるか?



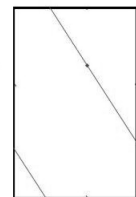
トーラスの平面展開



平行線(トーラス)

直線は図のように予想できる。

この予想が正しいとすれば、
平行線は1本となる。



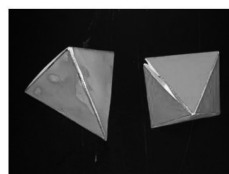
疑問その2

- 立体面の面は幾つで塗り分けられるのか?

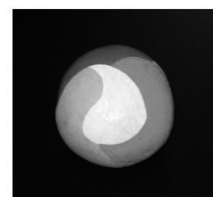
平面地図に関しては、
4色定理(または6色定理)がある。



多面体の面の塗り分け



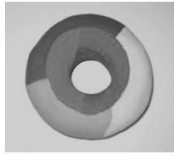
球面の塗り分け



トーラスの塗り分け

7色で彩色可能であることがわかる。

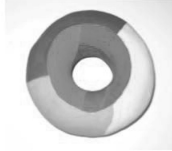
裏面→



トーラスの塗りわけ(一般化)

- m個の穴が開いたトーラス上の地図は
何色で彩色可能か?

m=1のときは
7色で彩色可能



トーラスの塗りわけ(一般化)

オイラー標数の式から $\frac{7+\sqrt{1+48m}}{2}$ 色で
塗り分けられることを導いた。

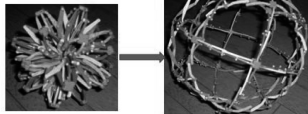
m=2のとき
(8色で塗り分けられていない!!)



疑問その3

- 立体で変形するものはあるのだろうか?

一般によく見られるもの

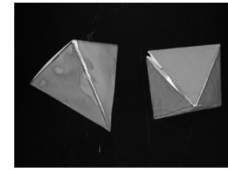


問題の視点を変える

- 変形する立体は存在する。
- ↓
- 辺と頂点の固定による変形が行われている。
- ↓
- しかし、面は無視されている。
- ↓
- 変形する閉多面体はあるのだろうか?

変形する多面体(1)

このような
多面体は
変形する
だろうか?



コーシーの剛性定理

定理 “2つの3次元の凸閉多面体が組み合わ
せ同値で、対応する面が合同であるならば、
それらは合同である。”

(組み合わせ同値

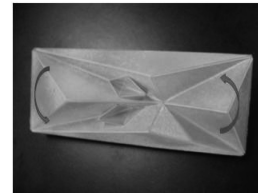
...面の集合が互いに同様であること
↓つまり...

変形する凸閉多面体は存在しない。

シュテッフェンの多面体



コネリーの多面体

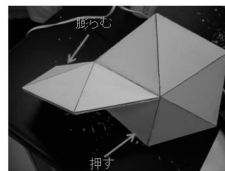


変形する多面体(2)

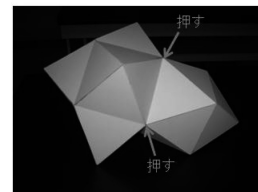
変形させるための条件

- 多面体が凹部を含むということ。
- 多面体が組み合わせ同値で安定した状態を2つ以上持つこと。

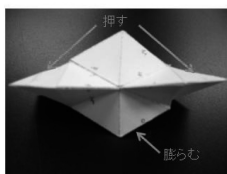
デルタ20面体



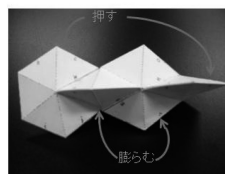
デルタ32面体



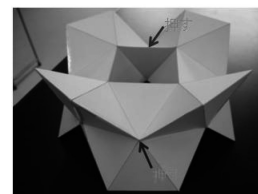
デルタ28面体



デルタ36面体



デルタ64面体



コーシーの剛性定理(補)

証明のアイデア

- オイラーの多面体定理を用いる
- ある頂点の近くの球面多角形が合同であることを示す。
- 上記のある頂点を動かす。

変形する多面体(アイデア)

- 三角形を張り合わせる。
- 凹部をつくり変形するようにする。
- 変形したときの歪みがなくなるような構造を考える。

まとめ

- 平面と立体面はある方向に閉じているか閉じていないかの違いがある。
- ただし、塗り分けのように平面と違いが見られない場合もある。
- 立体面の状態を考えることによって変形する多面体を幾つも作ることが出来る。