需要不確実性下の新製品導入
―― リアル・オプション・アプローチ ――

加　藤　　浩

This paper derives the conditions of the optimal timing of the new product introduction under demand uncertainty by the firm who sells durable goods. The new products are inferior to the old ones in quality or functions, and are sold to the consumers whose values are very low. We focus on the option value generated by delaying the introduction of the new products into the market. Then, we see how the speed of price reductions or the magnitude of price fluctuation affects the threshold of the new product introduction.

Ⅰ．イントロダクション

耐久消費財産業では，旧型製品の価格下落や需要の飽和への対抗策として，頻繁にモデルチェンジが行われ，新製品が市場に導入されている。新製品導入は，企業による投資行動の１つであり，リスクと不可逆性を備えた意思決定である。新製品の販売が行われる将来の市場環境は不確実であり，収益が変動するため，投資費用がどの程度回収できるか不明であるという点で，リスクを伴う。また，いったん製品を市場に導入すると，状況が悪化して製品販売から撤退しても，投入された費用を不完全にしか取り戻すことができない（すなわち埋没費用である）という意味で，不可逆性を備えている。このことから，利潤最大化を目指すならば，新製品導入の決定は慎重かつ合理的な判断により実行されなければならない。

本稿の目的は，現在旧型製品を販売しており，品質が劣化した新製品，あるいは機能が制限された新製品へのモデルチェンジを検討している企業を考え，市場投入の最適なタイミングに関する条件式を導き出すことである[1)]。耐久財を販売する企業は，まず高品質製品を販売し，その後，低品質製品の販売へと切り替えることで，最も高い利潤を達成することが，既存研究で証明されている[2)]。これを踏まえた上で，本稿は次のような状況を想定している。耐久財の販売を継続すると，販売対象が評価の高い消費者から低い消費者へと移っていくため，製品の販売価格を徐々に低下させないといけない。十分に低い価格を提示したとき，残された需要は，評価が非常に低い消費者であり，彼らへ販売するためには更なる価格引き下げが必要となる。しかし，これ以上低下してしまうと，生産による費用を賄えなくなる。そこで，旧型モデルと比べ低品質な廉価版の新型モデルを販売することで，低評価消費者の需要を獲得しようとするのである。これは様々な耐久消費財産業で実行されている販売慣行で，例えば書籍については，まずハードカバー版を販売し，需要が一巡してからソフトカバー版や文庫版を低価格で販売している。また，ゲームソフトや映画・ドラマのDVDソフトは，まず特典

版・豪華版を販売し，しばらくたってから値下げをして普及版・廉価版を販売することがよく観察される。あるいは，自動車についても「特別仕様車」などと称し，標準モデルに比べて，機能を制限もしくは内装を簡素化した廉価モデルを販売している[3)]。

本稿は，新製品導入が持つオプション価値に着目して分析を展開する[4)]。オプション価値を考える意義は，次のような要因が企業の利潤に大きな影響を与えるからである。旧型製品を基にして品質の低下した製品を開発したり，もしくは機能を取り除いたりすることでもある程度の費用がかかる[5)]。また，新製品は旧型製品と比べどのような違いがあるかを消費者に周知させるために，多額の宣伝費用やマーケティング費用が必要となる。しかも，それらのほとんどが埋没費用である。加えて，需要に関して不確実性が存在するため，将来の収益を予測して，行動を決定することが要求される。それゆえ，旧型製品の販売動向を見据え，様々な情報を得たうえで新製品導入を決断することは，利潤最大化を遂行する上で必要となる。したがって，新製品導入を，それにより増加する収益と，導入にかかる費用とを単純に比較して決定することは合理的とはいえない[6)]。新製品導入をしばらく待つことの利益，つまり新製品を将来時に導入する選択肢（＝オプション）を保持し続けることの利益（＝オプション価値）をも考慮に入れないといけない[7)]。換言すると，不確実性が支配する下での新製品導入の決定とは，保有しているオプションを行使するかどうかの問題に帰着されるのである。

このような点を踏まえて，以下ではモデルを構築し議論を進めていく。主たる関心は，需要が確定的である場合と不確実性がある場合の，それぞれについて，利潤が最大となる新製品導入のタイミングを求め，両者の条件式を比較し違いを見出すことで，不確実性が与える影響を明らかにすることである。

Ⅱ．モデルの設定

無限連続時間の下で，耐久財を販売する危険中立的な企業を考える。企業は，まず初めに旧型製品を毎時点 1 単位だけ販売する。生産費用は $c > 0$ で一定である。t 時点における販売価格は $p(t)$ である。また，初期価格 $p(0) = p_0$ は十分高い水準にあるものとする。将来の需要について不確実性があり[8), 9)]，現在の価格は観察できるが，将来の価格については分からない。この不確実性を次のように表現する。$p(t)$ は幾何ブラウン運動

$$\frac{dp(t)}{p(t)} = adt + bdw(t) \tag{1}$$

に従う確率変数とする。$w(t)$ はウィナー過程に従う確率変数であり，ドリフト係数 a やボラティリティ係数 $b(>0)$ は時間を通じて一定である。さらに本稿を通じて以下の仮定を置く。

仮定 1 ：$a < 0$

すなわち，時間の経過とともに販売価格は低下する傾向にあり，その低下率は a の絶対値で計測される。このような価格の動きは，耐久財の販売価格について一般的に成立する性質である[10)]。また，$w(t)$ が不確実性を引き起こし，b は価格変動の大きさを表す。

新製品は旧型製品に比べて品質が劣化しているため，消費者の評価は低下し，旧型製品の販売価格 p に対して，新製品の販売価格は $(1-\mu)p$ と低下する。ここで，$0 < \mu < 1$ は品質低下率である。また，新製品価格

$(1-\mu)p$ に含まれる p は，(1)式に従う確率変数である。新製品の生産費用は旧型製品よりも低くかつ一定であり，ここではゼロに基準化する。新製品を市場へ投入するに際して，一定額の導入費用 I がかかる。さらに，いったん新製品を導入すると，永久に新製品を販売し続けるものとする[11]。最後に，I, c について以下の仮定を置く。

仮定２：$I < \dfrac{c}{r}$

ただし，r は割引率である。つまり，新製品導入による生産費用の節約（c）が，１時点当たりで平準化された導入費用（rI）よりも大きい。

Ⅲ．需要の不確実性がないとき

比較のために，需要が確定的であるケースを考える。これは(1)式を $b=0$ としたものである。このとき，販売価格の動きは $p(t)=p_0e^{at}$ で与えられる。新製品を導入する時点 $\hat{t}$ を決定する問題は，以下のようになる。

$$\begin{aligned}\underset{\hat{t}}{\text{Max}}\ &\int_0^{\hat{t}}(p_0e^{at}-c)e^{-rt}dt \\ &+\int_{\hat{t}}^{\infty}(1-\mu)p_0e^{at}e^{-rt}dt-Ie^{-r\hat{t}} \\ =&\ \frac{p_0}{r-a}\{1-\mu e^{-(r-a)\hat{t}}\}+\frac{c}{r}e^{-r\hat{t}}-Ie^{-r\hat{t}}\end{aligned} \tag{2}$$

１階の条件より[12]，

$$e^{a\hat{t}}=\frac{c-rI}{\mu p_0} \tag{3}$$

これより，新製品が導入される時間は，

$$\hat{t}=-\frac{1}{a}\left\{\log\frac{p_0\mu}{r}-\log\left(\frac{c}{r}-I\right)\right\}. \tag{4}$$

と定まる。この式から，以下に挙げる要因により，新製品導入の時間が早まる（$\hat{t}$ が小さくなる）ことが分かる。まず①初期価格が低い，さらに②新製品の品質低下率が小さい，また③導入費用が低い，最後に④旧型製品の生産費用が大きい。

新製品が導入されるときの価格 $\hat{p}$ は，

$$\hat{p}=\frac{r}{\mu}\left(\frac{c}{r}-I\right) \tag{5}$$

であり，これは，

$$\frac{c}{r}-\frac{\mu\hat{p}}{r}=I \tag{6}$$

と変形できる。左辺は，新製品導入による利潤増加の割引現在価値を合計したもので，生産費用節約による利潤増加から価格低下による利潤減少を引いたものである。これが導入費用と等しくなるときに，新製品を市場に投入することが最適となる。

Ⅳ．需要の不確実性があるとき

次に，将来の需要が不確実であるケースを考える。確定的な需要のときとは異なり，新製品の導入時間を決めることはできない。この場合，利潤最大化の問題は閾値（threshold）$p*$ を求めることに帰着される。現在観察される旧型製品の販売価格が $p*$ よりも高い水準にあるとき，そのまま旧型製品を販売し続けるが，いったんそれより低い水準になると新製品を市場へ導入するのである。

１．旧型製品について

現在の販売価格が p であるとき，以降の旧型製品の販売から得る利潤について，その割引現在価値の期待値の総和を $V_H(p)$ とする（すなわち評価関数である)。特に，初期価格 p_0 に対して，

$$V_H(p_0) = \mathrm{E}\Big(\int_0^\infty \{p(t)-c\}e^{-rt}dt \,|\, p(0)=p_0\Big). \quad (7)$$

微小時間 dt についてベルマン方程式を考える。これは，次式のようになる。

$$V_H(p) = (p-c)dt + e^{-rdt}\mathrm{E}\,V_H(p+dp). \quad (8)$$

ここで，

$$V_H(p) = (p-c)dt + V_H(p) - rV_H(p)dt + \{\mathrm{E}\,V_H(p+dp) - V_H(p)\} \quad (9)$$

と変形できる。ただし dt のオーダー以上の誤差を無視している。これを整理すると，

$$rV_H(p)dt = (p-c)dt + \mathrm{E}(dV_H) \quad (10)$$

となる。ただし，$\mathrm{E}(dV_H) = \mathrm{E}\,V_H(p+dp) - V_H(p)$ としている。左辺は $(t,t+dt]$ 間に価値 V_H を持つ資産を保有するとき（すなわち旧型製品を販売する企業を所有するとき）に得られる収益である。これが，右辺の2つの項，つまりインカム・ゲイン $(p-c)dt$ とキャピタル・ゲインの期待値 $\mathrm{E}(dV_H)$ との和に等しくなるということで，⑽式は無裁定条件（no-arbitrage condition）を意味している。

V_H について，伊藤の補題を適用すると，

$$dV_H = V_H'(p)dp + \frac{1}{2}V_H''(P)(dp)^2. \quad (11)$$

これに⑴式を代入して期待値をとる。$\mathrm{E}((dw)^2) = dt$ であることを考慮し，dt のオーダー以上の誤差を無視すると，以下の式を得る[13)]。

$$\mathrm{E}(dV_H) = aV_H'(p)dt + \frac{1}{2}b^2V_H''(p)dt. \quad (12)$$

⑽式に代入して，dt で割ると基本方程式が次のような形で導かれる。

$$\frac{1}{2}b^2p^2V_H''(p) + apV_H'(p) - rV_H(p) + p - c = 0. \quad (13)$$

これは V_H に関する非同時2階微分方程式であり，これの同時微分方程式の特性方程式を，

$$f(\lambda) \equiv \frac{1}{2}b^2\lambda^2 + \Big(a - \frac{1}{2}b^2\Big)\lambda - r = 0 \quad (14)$$

とする。これより特性解 λ_1, λ_2 を求めると，

$$\lambda_1 = \frac{b^2-2a+\sqrt{(2a-b^2)^2+8rb^2}}{2b^2}, \quad (15)$$

$$\lambda_2 = \frac{b^2-2a-\sqrt{(2a-b^2)^2+8rb^2}}{2b^2}. \quad (16)$$

ここで，$f(0) = -r < 0$，$f(1) = a-r < 0$ から，$\lambda_1 > 1$，$\lambda_2 < 0$ であることが分かる。さらに⒀式の特殊解の1つは $p/(r-a) - c/r$ であるので，⒀式の一般解は次のようになる。

$$V_H(p) = C_1p^{\lambda_1} + C_2p^{\lambda_2} + \frac{p}{r-a} - \frac{c}{r}. \quad (17)$$

ただし C_1，C_2 は定数である。右辺3項目，4項目はファンダメンタルズ項である。これは，企業の実体的な価値を評価したものである。本モデルの場合は，初期価格が $\tilde{p}$ であるとき，永遠に旧型製品を販売するときに得られる合計利潤の割引現在価値についての期待値

$$\frac{\tilde{p}}{r-a} - \frac{c}{r} = \int_0^\infty \{\mathrm{E}(p)-c\}e^{-rt}dt = \int_0^\infty \big(\tilde{p}e^{at}-c\big)e^{-rt}dt \quad (18)$$

がファンダメンタルズ項となる。

ファンダメンタルズ項以外の部分，すなわち⒄式右辺の初めの2項は，新製品導入についてのオプション価値を表す。ここで，価格が上昇するほど新製品を導入するメリットは小さくなり，特に $p\to\infty$ のとき，オプション価値はゼロに収束する。$\lambda_1 > 0$ であることから，これが成立するためには $C_1 = 0$ でなくてはならない。したがって，旧型製品の評価関数は，

$$V_H(p) = C_2p^{\lambda_2} + \frac{p}{r-a} - \frac{c}{r} \quad (19)$$

となる。

2．新製品について

新製品価格が $(1-\mu)p$ であるときの評価関数を $V_L(p)$ とすると，以下の基本方程式を得る。

$$\frac{1}{2}b^2p^2V_L''(p)+apV_L'(p)-rV_L(p)+(1-\mu)p=0. \tag{20}$$

前節と同様の方法で，一般解が以下の式として導かれる。

$$V_L(p)=D_1p^{\lambda_1}+D_2p^{\lambda_2}+\frac{(1-\mu)p}{r-a}. \tag{21}$$

D_1，D_2 は定数である。$p\to 0$ のときは $V_L\to 0$ となることが要求される。したがって，$\lambda_2<0$ より，$D_2=0$ なる。さらに，$\lambda_1>1$ であるから，バブル項を排除するためには $D_1=0$ でなくてはならない。すなわち，永遠に新製品を販売するので，V_L にファンダメンタルズ以上の価値が付くことはない。これが満たされない状況がバブルであり，企業の所有者は企業を転売すると高額のキャピタル・ゲインを得ることになる。$D_1=0$ は，かかる投機の可能性を排除する条件である。

以上の議論より，新製品の評価関数は次のようになる。

$$V_L(p)=\frac{(1-\mu)p}{r-a}. \tag{22}$$

3．境界条件

閾値 $p*$ において，V_H，V_L は次の 2 つの条件を満たさないといけない[14]。

value-matching条件：

$$V_H(p*)=V_L(p*)-I \tag{23}$$

smooth-pasting条件：

$$V_H'(p*)=V_L'(p*) \tag{24}$$

(23)式より，

$$\frac{c}{r}-\frac{\mu p*}{r-a}=C_2p*^{\lambda_2}+I. \tag{25}$$

左辺は，旧型製品から新製品に切り替えることで増える利潤の割引現在価値の合計である。右辺は，導入費用に新製品を販売することで失われるオプション価値を加えたものである。したがって，不確実性があるときの新製品導入は，この 2 つの費用を考慮に入れて決定される。(24)式より，

$$\lambda_2C_2p*^{\lambda_2-1}=-\frac{\mu}{r-a}. \tag{26}$$

(25)，(26)式より，閾値 $p*$ が次のように求まる。

$$p*=\frac{\lambda_2}{\lambda_2-1}\frac{r-a}{\mu}\left(\frac{c}{r}-I\right). \tag{27}$$

(5)式と比べることで，$p*<\hat{p}$ であることが示される[15]。需要に不確実性があるときは，確定的な場合と比べて，オプション価値が存在するため，意思決定が慎重になり，価格がより低くならないと新製品は導入されない。

V．比較静学

価格が低下するスピード（a の絶対値），価格変動の大きさ（b），また新製品の品質低下率（μ），それぞれの値の変化が，閾値 $p*$ に与える影響について分析する。$p*$ の値が大きいほど，新製品導入が早く行われると解釈できる。具体的な分析方法として，a，b，μ について様々な数値を想定し，$p*$ の値の変化を観察する。ここでは，$r=0.04$，$I=1{,}000{,}000$，$c=50{,}000$として議論を進める。

(1)　a と $p*$ の関係

図 1（$\mu=0.7$のとき），あるいは図 3（$\mu=0.1$のとき）より，以下の関係を得る。b の値を固定したとき，a が小さくなるほど

$p*$ は増加し，かつその増加は逓減的である。この結果は次のように解釈ができる。

価格の変動が一定のとき，

- 値崩れの著しい製品は，旧型製品の価格が高い水準にあっても，早い段階で新製品が市場に導入される。逆に価格が徐々に低下するならば，すぐに新製品を導入することで失われるオプション価値が高いため，価格が十分に低下するまで導入を控える。
- 価格低下のスピードがすでに十分速いときは，そのスピードがアップしても，新製品導入の時点はさほど変わらなくなる。

⑵　b と $p*$ の関係

図 2 （$\mu = 0.7$のとき），あるいは図 4（$\mu = 0.1$のとき）より，以下の関係を得る。a の値を固定したとき，b が大きくなるほど $p*$ は減少し，かつその減少は逓減的である。したがって，以下のような解釈ができる。

価格低下のスピードが一定のとき，

- 価格変動が大きいほど，待つことのメリットが大きくなるため，旧型製品の価格が十分低くなるまで新製品導入は行われない。逆に，価格の変動が小さい需要の安定した製品は，早く新製品が導入される傾向にある。
- 価格変動があまりに大きいと，その変動が多少大きくなっても，新製品導入の時期に与える影響は小さい。

⑶　μ と $p*$ の関係

図 1 と図 3，あるいは図 2 と図 4 を比較することで以下のことがいえる。

- 大幅に品質の劣化した新製品，あるいは機能が大きく制限された新製品は，旧型製品の価格が低くなるまで導入されない。逆に，旧型製品とさほど品質の差がないような新製品は，頻繁に導入される。

Ⅵ. 新製品が導入される時間の期待値

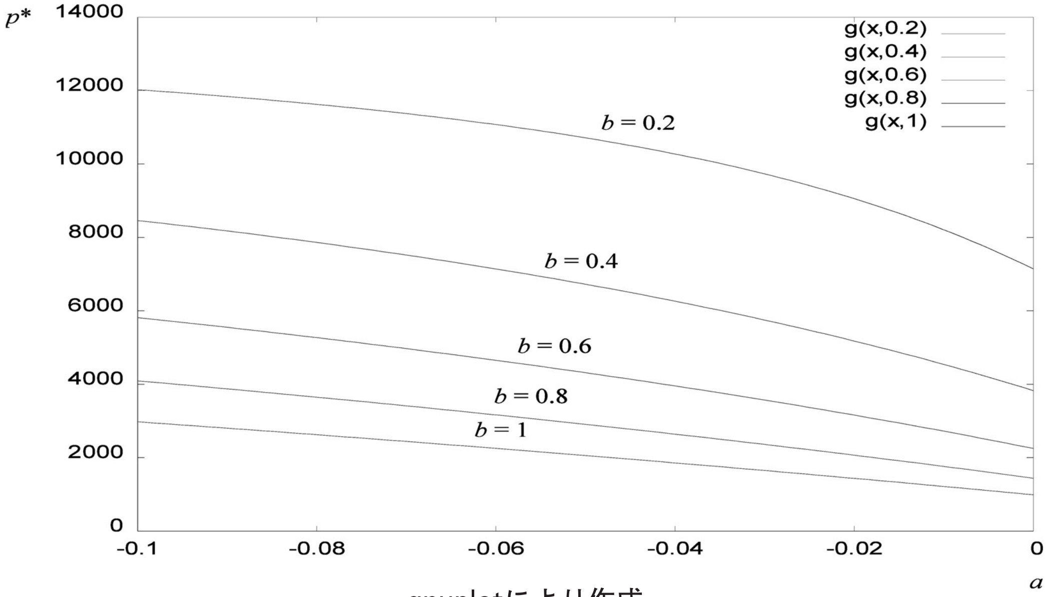
現時点の価格が $p(\geq p*)$ であるとき，その時から新製品が導入されるまでにかかる時間の期待値は，

$$T(p) = \frac{2(\log p - \log p*)}{b^2 - 2a} \tag{28}$$

で与えられる（導出は付録参照）[16]。初期価格は p_0 であるから，0 時点から新製品が導入されるまでの期待時間 t^* は，次式のようになる。

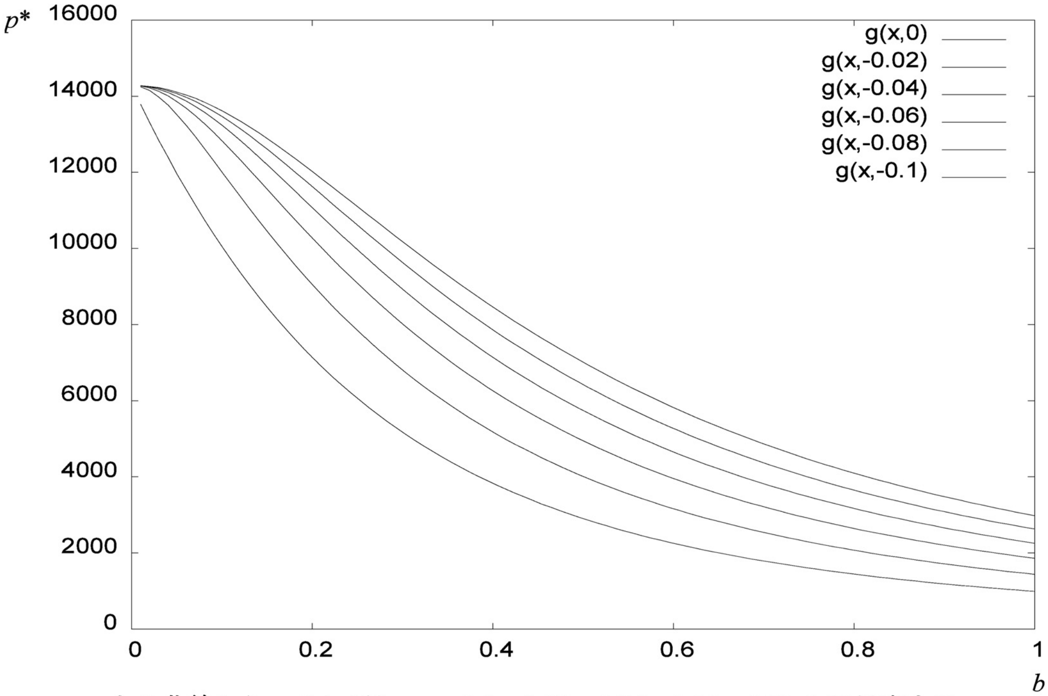
$$t* = \frac{1}{\frac{b^2}{2} - a}\left\{\log \frac{p_0 \mu}{r - a} - \log \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - 1}\left(\frac{c}{r} - I\right)\right\}. \tag{29}$$

新製品導入の時間が早まる要因は，需要の不確実性がない場合（⑷式）と同様である（Ⅲ節の①〜④）。ただし，各値が $t*$ に与えるインパクトは弱まる。㉙式を見ると，右辺全体に $1/(b^2/2 - a)(< 1/(-a))$ が乗じられている。また，右辺第 1 項については，r ではなく $r - a$ によって大きく割り引かれている[17]。さらに，右辺第 2 項は乗数 $\lambda_2/(\lambda_2 - 1)(< 1)$ がかけられている。したがって，不確実性の帰結である価格変動が，新製品の導入時点に大きな影響を与えることが分かる。



gnuplotにより作成

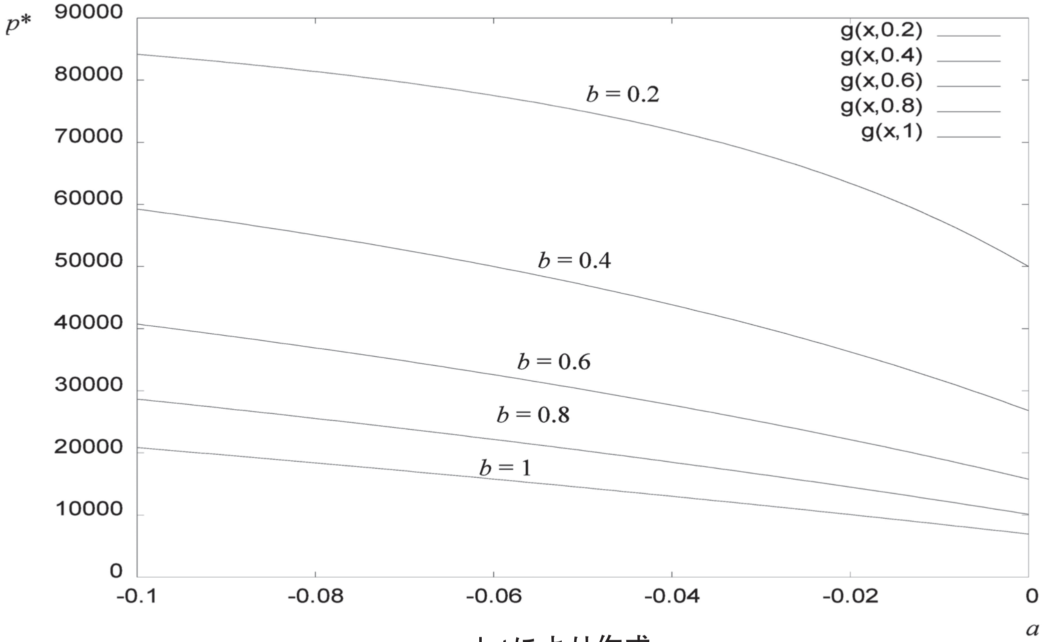
図１　a と $p*$ の関係（$\mu = 0.7$，$b =$ 一定）



上の曲線から，それぞれ $a = -0.1, -0.08, -0.06, -0.04, -0.02, 0$ に対応する

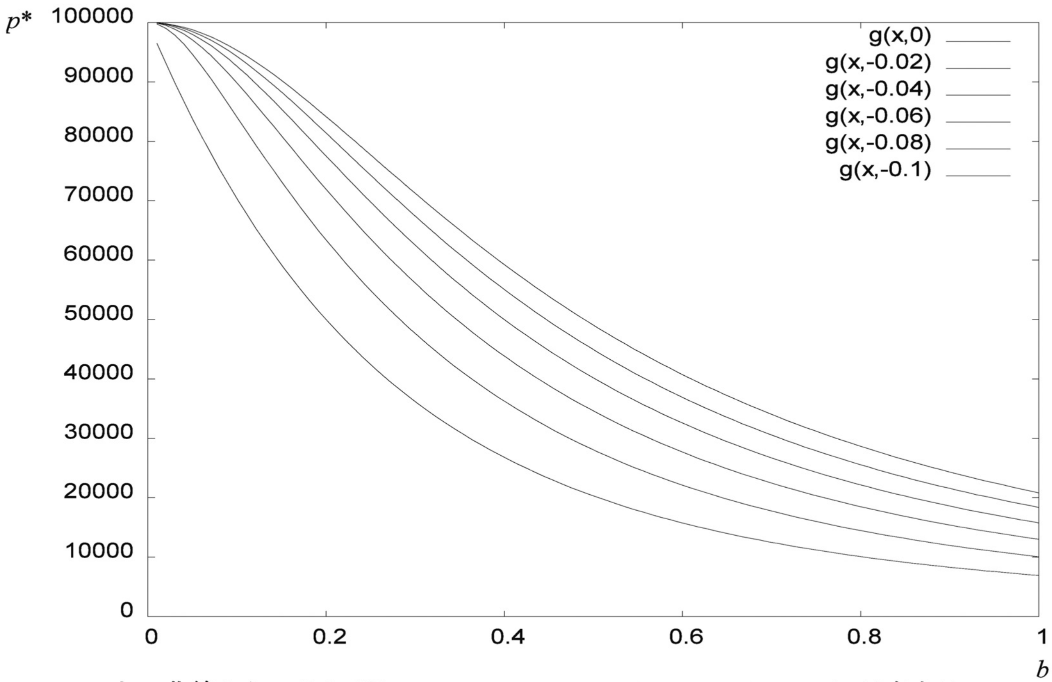
gnuplotにより作成

図２　b と $p*$ の関係（$\mu = 0.7$，$a =$ 一定）



gnuplotにより作成

図3　a と $p*$ の関係（$\mu = 0.1$，$b =$ 一定）



上の曲線から，それぞれ $a = -0.1, -0.08, -0.06, -0.04, -0.02, 0$ に対応する

gnuplotにより作成

図4　b と $p*$ の関係（$\mu = 0.1$，$a =$ 一定）

Ⅶ．今後の課題

本稿は，耐久財を販売する企業による新製品導入の最適なタイミングについて検討してきた。オプション価値に焦点を当てることにより，不確実性が意思決定にどのような影響を与えるかが明らかになった。

本稿で展開されたモデルは単純なものであり，いくつか重要な視点が捨象されていた。この点を補完していくことは，今後の研究として有意義なものとなろう。まず，新製品の研究開発段階を考慮に入れることは，R&D投資の理論分析としても興味深い[18]。これは，オプションを獲得するための投資段階と見ることができる。あるいは，研究開発後の製品の改良や市場動向の学習などをモデルに組み入れることで，新製品の市場導入をしばらく待つメリットを具体化できる。これにより，リアル・オプション分析がより充実するものと期待できる。

さらなる野心的な課題は，産業動学の理論研究への拡張である。本研究では新製品が導入されるまでの時間の期待値を求めたが，これは１つの製品の成長，とりわけ成熟期から衰退期までの時間経過を表現していると解釈できる。本モデルを発展させることで，さらなる品質・機能の低下した（付加価値の低下した）製品の市場投入，最終的には市場からの撤退も考えることができるだろう。あるいは，製品の揺籃期を考え，品質・機能の向上した製品を逐次的に市場へ販売するモデルも構築できるだろう。これは，本稿の設定とは逆のプロセスである。このように，本稿で議論されたモデルは，製品のライフサイクル（導入，成長，成熟，衰退）の動態を内生的に検討できるモデルへと発展させることができるだろう[19]。また本モデルは，古い事業領域からの撤退と新しい領域への参入の時間的流れを扱った研究と見ることができる。参入・撤退は，操業企業数や市場シェアに大きな影響を与えるため，産業動学の研究では鍵となる現象である。これについても，リアル・オプションによる分析が有効に機能するであろう。

付録

ここでは，(28)式を導出する過程を示す[19]。すなわち，確率過程 $p(t)$ が最初に閾値 p^* に到達する時間の期待値を求める[20]。

まず，幾何ブラウン運動と標準ブラウン運動との関係について確認する。標準ブラウン運動

$$dP(t) = Adt + Bdw(t) \tag{30}$$

に従う確率変数 P と，幾何ブラウン運動(1)式に従う確率変数 p について，$P = \log p$ の関係が成立する。この関係式に伊藤の補題を適用することで，

$$dP(t) = \left(a - \frac{1}{2}b^2\right)dt + bdw(t) \tag{31}$$

であることが示される。したがって，ドリフト係数とボラティリティ係数について，以下の関係を得る。

$$A = a - \frac{1}{2}b^2,\ B = b. \tag{32}$$

$a < 0$ より $A < 0$ である。確率過程 $P(t)$ について，両端に吸収壁（absorption barrier）が存在するものとする。右端の吸収壁を $\overline{P}$，左端の吸収壁を P^* とする。

まず，標準ブラウン運動をランダム・ウォークで近似し，吸収壁に到達するまでにかかる期待時間を求める。ランダム・ウォークは時

間 Δt ごとに一歩の幅 Δh で進む。$\Delta h = B\sqrt{\Delta t}$ という関係を維持しつつ，$\Delta t \to 0$ とすることを考える。一歩前進する確率を q，一歩後退する確率を $1-q$ とし，

$$q = \frac{1}{2}\left(1+\frac{A}{B}\sqrt{\Delta t}\right) = \frac{1}{2}\left(1+\frac{A}{B^2}\Delta h\right) \tag{33}$$

と置く。$A < 0$ であるから，$q < 1/2$ となる。状態 $i = 0,\ 1,\ 2,\ \cdots$上のランダム・ウォークを考え，右端の吸収壁を0，左端の吸収壁を m とすると，以下の関係を得る。

$$P = P* + i\Delta h, \tag{34}$$

$$\overline{P} = P* + m\Delta h. \tag{35}$$

状態 i から出発して，最初にどちらかの吸収壁に到達する期待時間 T_i を求める。まず，T_i に関する推移方程式

$$T_i = \Delta t + (1-q)\,T_{i-1} + qT_{i+1} \tag{36}$$

が導かれる。これは非同時2階差分方程式である。同時系の特性方程式は，

$$q\beta^2 - \beta + (1-q) = 0$$

で，解は $\beta = 1,\ (1-q)/q(\neq 1)$ である。また(36)式の特殊解の1つは $-i\Delta t/(2q-1)$ であるから，(36)式の一般解が以下の式で与えられる。

$$T_i = -\frac{i\Delta t}{2q-1} + K_1 + K_2\left(\frac{1-q}{q}\right)^i. \tag{37}$$

ただし，$K_1,\ K_2$ は定数であり，境界条件 $T_0 = T_m = 0$ より，定数の値がそれぞれ求まる。このとき，(37)式は，

$$T_i = \frac{\Delta t}{2q-1}\left\{m\frac{1-\left(\frac{1-q}{q}\right)^i}{1-\left(\frac{1-q}{q}\right)^m} - i\right\} \tag{38}$$

となる。

次にブラウン運動に変換する。(33)式を代入して $\Delta h \to 0$ とする。まず，

$$\left(\frac{1-q}{q}\right)^i \to \exp\left(-\frac{2A(P-P*)}{B^2}\right). \tag{39}$$

$((1-q)/q)^m$ についても同様にする。さらに(38)式に，(34)，(35)，(39)式を代入すると，状態 P から出発して吸収壁へ到達する期待時間が，以下の式として導かれる。

$$T(P) = \frac{\overline{P}-P*}{A}\frac{1-\exp\left(-\frac{2A(P-P*)}{B^2}\right)}{1-\exp\left(-\frac{2A(P*-\overline{P})}{B^2}\right)} - \frac{P-P*}{A}. \tag{40}$$

本稿のモデルでは $\overline{P} = \infty$ であるから，ロピタルの定理より右辺第1項は0となり，結局，

$$T(P) = -\frac{P-P*}{A} \tag{41}$$

となる。これを幾何ブラウン運動の定数や変数に変換することで，(28)式を得る。

謝辞

本稿は，日本学術振興会科学研究費補助金（基盤研究（C）課題番号21530287）に基づいて行われた研究である。なお，gnuplotを用いた比較静学について，三宅伸治准教授（西南学院大学経済学部）よりご指導を賜った。ここに記して感謝の意を表する。ただし，本稿に含まれる誤りについては，すべて筆者の責任である。

注

1）耐久財の新製品導入に関する既存研究は，2段階ゲームによってモデル化されているものが多い（代表的なものとしてFudenberg and Tirole (1998)）。したがって，旧型製品の販売時間がどれくらい経過してから，新製品が導入されるかについては問題にされることはほとんどない。

2) Moorthy and Png(1992), Deneckere and McAfee(1996)参照。この研究での企業の動機は，高品質・高価格製品をまず販売し，高評価消費者の需要をスクリーニングしてから，その後残った低評価消費者に低品質・低価格製品を販売することである。

3）自動車会社各社が実行している。最近の事例を挙げると，トヨタ自動車はクラウンの機能を絞った廉価版である特別仕様車「スペシャルエディション」を，標準モデルよりも約70万円引き下げて販売した（日経産業新聞2009年6月17日）。またプジョーは，ハッチバック車「スタイル」とワゴン「SWプレミアム」を，一部装備を省いて，従来車に比べてそれぞれ20万円安く販売した（日経産業新聞2009年12月7日）。

4）リアル・オプションは，金融工学におけるオプション理論（コール・オプション）を，金融商品以外への投資についての意思決定に応用したものである。簡潔に解説したものとして，Brealey and Myers(2000), Chapter 21など参照。経済学への応用は，これまでマクロ経済学の投資理論が中心だったが，近年，産業組織論の分野にも及んでいる。特に，参入・退出の理論（Dixit(1989), Alvarez(1998), Murto(2004)）やR&Dの理論（Weeds(2002)）では強力な分析ツールとなっている。

5）具体的な製品をどう低品質化するかについて，Shapiro and Varian(1998), Chapter 3で詳細に述べられている。

6）つまり，不確実性があるときは，正味現在価値（NPV）に基づく投資決定は合理的とはいえないのである。

7）ライバル企業との競争があるときは，相手に先制（preemption）して新製品を市場に導入することが重要になることもある（Fudenberg and Tirole(1986)）。

8）需要が不確実である耐久財独占モデルについては，すでに研究成果があり，Bhatt(1989), Biehl (2001)などが代表的である。

9）需要関数を$p = \theta D(y)$とする。ただしθは需要のシフト・パラメータであり，確率変数である。販売企業が毎時点固定量を販売するならば（本稿では$y = 1$），価格p自体を確率変数と見て，需要の不確実性を表していると見なすことができる。

10）プレイヤーの提示価格が持つこのような性質を，ゲーム論ではCoasian dynamicsと呼んでいる (Fudenberg and Tirole(1991), Chapter 10参照)。また，マーケティング理論では上澄み価格 (skimming pricing）と呼ばれている。

11）次のような状況にあると考える。新製品をさらに劣化させた製品はもはや価値を持たないので，モデルチェンジはこれ以上できない。また，製品の販売を止め，生産から完全に撤退するときは，そのために莫大な費用がかかる（労働者の退職金支払い，工場や設備の廃棄，用地の回復など）。さらに，操業を一時的に停止する費用も莫大であるとする（一時待機させる労働者への休業補償金支払，工場や設備のメンテナンス費用，用地の地代払いなど）。このため，たとえ新製品からの収益がマイナスになろうとも生産・販売を続ける。ただし，操業の一時停止や市場から撤退するというオプションも企業は所有しており，新製品の販売価格がある水準を下回るとそれらを行使するというケースへ拡張することも可能であろう。一時停止，撤退のオプションについてはDixit and Pindyck(1994), chapter 7で分析されている。

12）仮定2が成立するならば，2階の条件は満たされる。

13）$\mathrm{E}(dw) = (dt)^{1/2}$より$\mathrm{E}(dwdt) = (dt)^{3/2}$である。

14）この2つの条件が満たされないとき，$p*$が閾値であることに反する。すなわち，価格が$p*$よりもわずかに高いときでも新製品を導入することが最適となるか，価格が$p*$よりもわずかに低くて

も旧型製品を販売し続けることが最適となってしまう。詳細はDixit (1993), Dixit and Pindyic (1994), Stokey(2009)参照。

15）gnuplotで確認した。

16）$a<0$ であるから，価格は変動しながらも $p*$ に向かって進む。したがって，価格がどのような水準にあっても，確率1で新製品が導入されることが示される。この確率の計算方法はDixit(1993)に示されている。

17）$r-a$ は便利収益（convenience yield）率，あるいは不足収益（return shortfall）率と呼ばれている。

18）2段階ゲームを用いて分析している研究は，すでにいくつか世に出されている（Waldman(1996)など)。

19）Vettas(1998)は，学習効果と情報の伝播に着目して製品普及のS型曲線を内生的に導き出した。

20）詳細については，Dixit(1993)を参照されたい。

参考文献

Alvarez, L. (1998),“Exit Strategies and Price Uncertainty : A Greenian Approach.”, *Journal of Mathematical Economics*, Vol.29, pp.43-56.

Bhatt, S. (1989),“Demand Uncertainty in a Durable Goods Monopoly.”, *International Journal of Industrial Organization*, Vol.7, pp.341-355.

Biehl, A. (2001),“Durable-Goods Monopoly with Stochastic Values.”, *Rand Journal of Economics*, Vol.32, pp.565-577.

Brealey, R. and S. Myers. (2000), *Principles of Corporate Finance*, McGraw-Hill.

Deneckere, R. and P. McAfee. (1996),“Damaged Goods.”, *Journal of Economics and Management Strategy*, Vol. 5, pp.149-174.

Dixit, A. (1989),“Entry and Exit Decisions under Uncertainty.”, *Journal of Political Economy*, Vol.97, pp.620-638.

Dixit, A. (1993), *The Art of Smooth Pasting*, Routledge.

Dixit, A. and R. Pindyck. (1994), *Investment under Uncertainty*, Princeton University Press.

Fudenberg, D. and J. Tirole. (1986), *Dynamic Models of Oligopoly*, Routledge.

Fudenberg, D. and J. Tirole. (1991), *Game Theory*, MIT Press.

Fudenberg, D. and J. Tirole. (1998),“Upgrades, Tradeins, and Buybacks.”, *Rand Journal of Economics*, Vol.29, pp.235-258.

Moorthy, S. and I. Png. (1992),“Market Segmentation, Cannibalization, and the Timing of Product Introductions.”, *Management Science*, Vol.38, pp.345-359.

Murto, P. (2004),“Exit in Duopoly under Uncertainty.”, *Rand Journal of Economics*, Vol.35, pp.111-127.

Shapiro, C. and H. Varian. (1998), *Information Rules : A Strategic Guide to the Network Economy,* Harvard Business School Press.

Stokey, N. (2009), *The Economics of Inaction : Stochastic Control Models with Fixed Costs,* Princeton University Press.

Vettas, N. (1998),“Demand and Supply in New Markets: Diffusion with Bilateral Learning.”, *Rand Journal of Economics*, Vol.29, pp.215-233.

Waldman, M. (1996),“Planned Obsolescence and the R&D Decision.”, *Rand Journal of Economics,* Vol.27, pp.583-595.

Weeds, H. (2002),“Strategic Delay in a Real Options Model of R&D Competition.”, *Review of Economic Studies*, Vol.69, pp.729-747.

（西南学院大学経済学部）