

衝撃波流れにより上昇する固体粒子の数値解析*

土井克則*¹, Igor MEN'SHOV*², 中村佳朗*³

Numerical Analysis of a Solid Particle Lifted by Shock-Induced Flow

Katsunori DOI*⁴, Igor MEN'SHOV and Yoshiaki NAKAMURA*⁴ Graduate School of Engineering, Nagoya University,
Furo-cho, Chikusa-ku, Nagoya-shi, Aichi, 464-8603 Japan

When a shock wave propagates along a horizontal wall on which a small solid particle rests, the particle is lifted by shock-induced flow behind the shock. In the present study, the fluid forces acting on the particle and the motion of the particle are evaluated by numerical simulation to investigate dynamical characteristics of the particle. The particle Reynolds number is 6 000, and the considered time period is from the time when the shock hits the particle to the time when the boundary layer thickness grows to the same order as the particle size. As a result, the particle was successfully lifted in the present simulation, where the lift force on the particle changes with the clearance between the particle and the wall. Furthermore, it was found that factors such as the boundary layer profile, the particle shape, and the boundary layer transition cause data scattering observed experiment.

Key Words: Solid Particle, Wall Effect, Shock Wave, Multi-phase Flow, Numerical Analysis

1. 序 論

水平な壁面上に置かれた微小な固体粒子は、それに平行な気流の影響で上昇を開始する。このような現象は、自然界や工業プロセスの中で数多く観測される。また、固気混相流における壁面付近での固体粒子の力学的構造を解明する上でも、この現象の解析は重要である。

衝撃波が伝播する壁面上に固体粒子が多数堆積しているとき、それらは衝撃波背後で上昇するとともに分散し、粒子雲(粉塵雲)を形成する。この現象は、炭坑や工場での粉塵爆発のような工業災害に直接関係するものであり、安全工学上重要な問題である。

Gerrard⁽¹⁾は、衝撃波管実験によって衝撃波通過直後の初期段階における粒子の上昇を調べ、粒子雲形状のパラメータ依存性を示し、衝撃波通過から粒子雲形成までに遅れがあることを発見した。Dawes⁽²⁾、Fletcher⁽³⁾、Bracht et al.⁽⁴⁾、鈴木ら⁽⁵⁾も同様の実験を行っている。また、Khul et al.⁽⁶⁾、Thevand et al.⁽⁷⁾は、この問題を数値シミュレーションにより解析した。本研究でも、粒

子に離散モデルを適用した固気混相流モデルによる数値シミュレーションを行なった⁽⁸⁾。

一方、壁面上に固体粒子が一つだけ存在する場合も、詳細に解析されている。Cox et al.⁽⁹⁾は、低レイノルズ数の流れ場で粒子に作用する揚力を解析的に求めた。Vasseur et al.⁽¹⁰⁾も同様の解析を行い、実験から揚力の値を測定した。その後、McLaughlin⁽¹¹⁾や Cherukat et al.⁽¹²⁾は、これらの解析を一般化し、その適用範囲を拡張した。一様せん断流中に固体粒子が存在する場合は、Saffman⁽¹³⁾が低レイノルズ領域における揚力を解析的に求めた。その後、Dandy et al.⁽¹⁴⁾が数値解析し、その適用範囲を拡張した。

Suzuki et al.⁽¹⁵⁾は、壁面上に置かれた数個の固体粒子について、衝撃波が誘起した流れによる各々の粒子の運動を衝撃波管実験によって詳細に調べた。その結果、粒子はその回転運動とは無関係に上昇することや、測定値には大きなばらつきが存在することを示した。

本研究では、壁面上に置かれた一つの固体粒子について、その壁面上を伝播する垂直衝撃波が誘起する流れによる流体力と、それによる粒子の運動を数値シミュレーションに基づいて解析する。粒子の大きさは $D = 0.4\text{mm}$ とし、そのレイノルズ数は $Re_D = 6000$ である。壁面上の境界層が D と同程度の厚さになるまでの時間を解析対象とする。したがって、その時間は粒

* 原稿受付 2004年2月27日。

*¹ 正員, 名古屋大学大学院工学研究科(〒464-8603 名古屋市千種区不老町)。*² 名古屋大学工学研究科。*³ 正員, 名古屋大学工学研究科。

E-mail: doi@fluid.nuae.nagoya-u.ac.jp

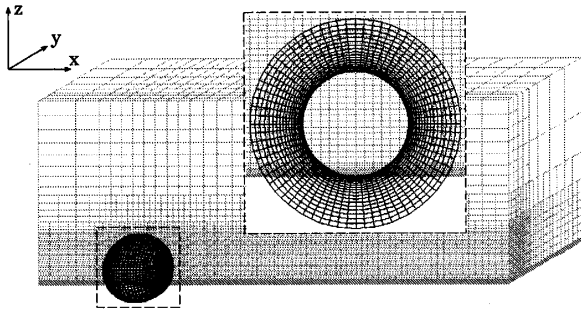


Fig. 1 Computational grid

子の緩和時間に比べて小さい。

粒子は慣性が大きいため、ここで扱う問題は準定常現象とみなすことができる。しかし、実際の粒子の運動を評価するためには、粒子と流れの相対速度、粒子と壁面の相対速度、粒子と壁面の間隔、粒子の回転速度、境界層の厚さなど多数のパラメータが影響し、それらの流体力への貢献度を知る必要がある。したがって、本研究では流れ場と粒子の運動を同時に解いて解析する。

2. 計算方法

流れ場の支配方程式は圧縮性 Navier-Stokes 方程式であり、空間の離散化には有限体積法を用いる。セル境界では、3次精度の MUSCL 法に Van Albada の制限関数を課して解を求め、近似 Riemann 解法で非粘性流束を評価する。また、粘性流束の計算における物理量の空間勾配は最小二乗法で評価し、時間積分には陰解法の LU-SGS 法を用いる。

本研究で用いた計算格子の一例を図1に示す。背景の直交格子の上に、粒子の運動に伴って並進および回転する格子を重ねる。格子間の物理量の受け渡しは、線形内挿により行う。

粒子の並進運動は、重心についての運動方程式を解くことにより得られる。粒子に作用する外力として、流体力、接触力、重力を考慮する。流体力は、粒子の表面で圧力と粘性応力を積分することによって求める。接触力は、粒子と壁面の間に働く力であり、離散要素法 (DEM)⁽¹⁶⁾と同様の方法で評価する。一方、粒子の回転運動は、剛体の回転に関する Euler 方程式を解くことにより得られる。なお、これらの方程式の時間積分には、2段階の Runge-Kutta 法を用いる。

一部の計算には、Goldberg et al.⁽¹⁷⁾が提案した1方程式乱流モデルを導入する。方程式の離散化および積分は、N-S 方程式と同様である。

壁面上を伝播する移動衝撃波の背後では、境界層が形成される。この現象を完全に捕えるためには、計算

領域として衝撃波面から粒子の位置まですべてを考える必要があるが、この場合計算量が多くなるので、本研究では、衝撃波後方に構成される流れを流入境界条件によって与える。伝播する衝撃波面から l だけ後方で、高さ h の点における速度を $\vec{u}_{theory}(l, h)$ とする。このとき、流入境界の高さ h における時刻 t での速度 \vec{u}_{inflow} を

$$\vec{u}_{inflow}(t, h) = \vec{u}_{theory}(t - V_{shock}l, h) \quad (1)$$

で与える。ここで、 V_{shock} は衝撃波の伝播速度を表す。また、 $\vec{u}_{theory}(l, h)$ および V_{shock} は理論から求める。

3. 計算条件

標準状態の空気中を壁面に沿って伝播する移動衝撃波の Mach 数を $M_S = 1.33$ とする。Rankine-Hugoniot の関係式から求められた衝撃波後方の流速は $U_0 = 164[m/s]$ である。粘性係数は、温度の関数として Sutherland の式から決定する。

粒子の形状として、直径 $D = 0.4[mm]$ の球と、各主軸長さが $1D \times 1.143D \times 0.875D$ の楕円体を考える。この基準径 D に対する Reynolds 数は、 $Re_D = 6000$ である。粒子の密度は、 $\rho_p = 9.8 \times 10^2[kg/m^3]$ とする。以上の値は、Suzuki et al.⁽¹⁵⁾の論文に記述された実験条件に準じている。ただし、粒子の形状に関しては、同論文内で 'nearly spherical' としか記述されていないため、本研究では、粒子形分布の標準偏差が平均値の 15% であるという同論文内の記述に基づき、また、各形状での体積を等しくして形状による結果の差異を明確にするために、上述の2つの形状を考える。

DEM のパラメータとして、バネ定数を $k = 8 \times 10^4[N/m]$ 、減衰係数を $c = 3 \times 10^{-2}[Ns/m]$ 、摩擦係数を $\mu = 0.3$ とする。計算の安定化のため、バネ定数は実際の値より大きく設定している。なお、このときの跳ね返り係数は、 $e = 0.7$ である。また、粒子の重さに応じて、初期位置にオーバーラップを与え、初期の粒子が壁に接触した状態を模擬する。

計算領域は、壁面に平行な主流方向に $14D$ 、スパン方向に $10D$ 、壁面から垂直な方向に $6D$ の3次元空間である。これ以降の説明では、主流方向を x 軸、壁面に垂直な方向を z 軸とする右手直交座標系を用いる。

流入境界条件(1)の基準速度分布 \vec{u}_{theory} を次式で与える。

$$\vec{u}_{theory} = (1 - \omega)\vec{u}_{lami} + \omega\vec{u}_{turb} \quad (2)$$

ここで、 \vec{u}_{lami} は層流境界層での速度である。これは、圧縮性を考慮した境界層方程式を相似変数に関する常微分方程式に変換し、それを数値的に解くことによ

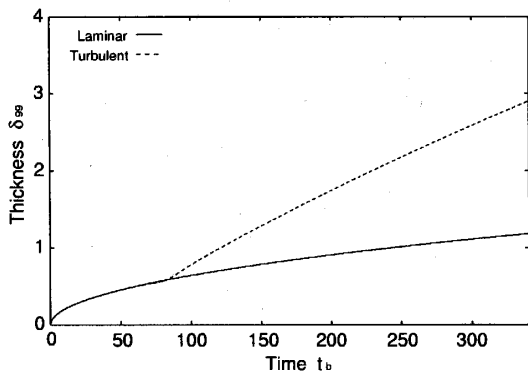


Fig. 2 Boundary layer thickness in inflow boundary

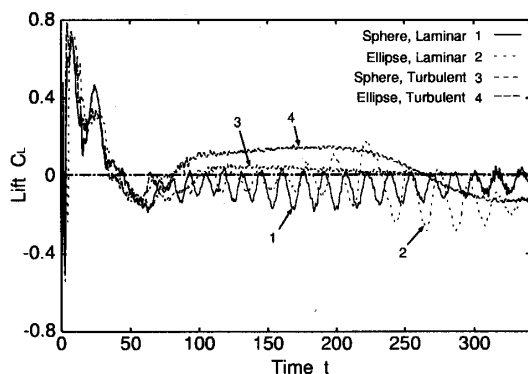


Fig. 3 Time history of lift force

て得られる⁽¹⁸⁾. また, \bar{u}_{urb} は乱流境界層での速度である. これは, 速度分布が 1/7 乗則に従うという仮定の下で, 壁面でのせん断応力を実験式で与えることによって理論的に得られる⁽¹⁹⁾. ω は, 乱流への遷移の程度を示すパラメータであり, 次式で与える.

$$\omega(\ell) = 0.5 \left[1 + \tanh \left(\frac{\ell - \ell_{trans}}{0.44\Delta\ell} \right) \right] \quad (3)$$

ここで, ℓ_{trans} は遷移の位置を, $\Delta\ell$ は遷移領域の幅を表す. Martin⁽²⁰⁾ によると, 衝撃波管実験における乱流遷移レイノルズ数は, $Re_{\ell_{trans}} = 3.3 \times 10^5 \sim 1.0 \times 10^6$ である. 本研究では, $Re_{\ell_{trans}} = 5 \times 10^5, Re_{\Delta\ell} = 2 \times 10^5$ とした.

式(2)より得られる 99%境界層厚さの時間変化を図2に示す. 有次元時刻 \hat{t} と境界層厚さ $\hat{\delta}_{99}$ を, 以下の式で無次元化している.

$$t_b = \frac{\hat{t} V_{shock} + \ell|_{\hat{t}=0}}{D}, \quad \delta_{99} = \frac{\hat{\delta}_{99}}{D} \quad (4)$$

以上で述べたモデルは, 粒子が存在しても流入境界での境界層への影響が小さいという仮定に基づく. その他の境界では, 壁面での断熱壁条件以外は, 全て特性境界条件を与える.

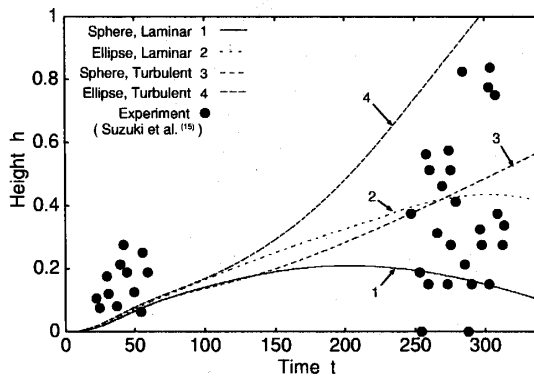


Fig. 4 Time history of height

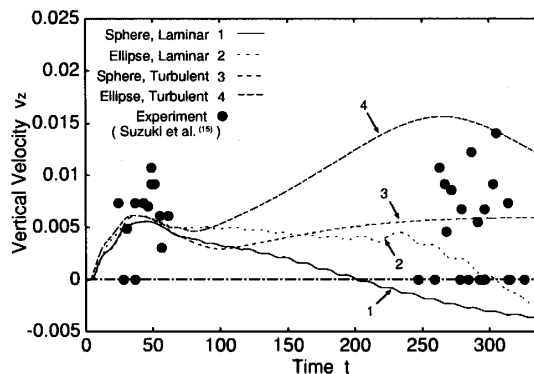


Fig. 5 Time history of vertical velocity

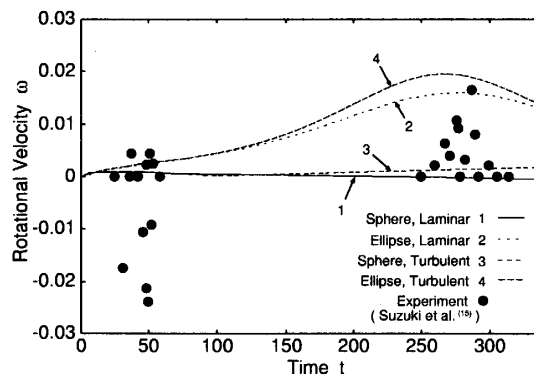


Fig. 6 Time history of rotational velocity

4. 計算結果

粒子に働く揚力 (流体力の z 方向成分) C_L , 粒子の上昇した高さ h , 上昇速度 (速度の z 方向成分) v_z , 回転速度 (角速度の y 方向成分) ω の時間履歴を, Suzuki et al.⁽¹⁵⁾ の実験結果とともに図3, 4, 5, 6にそれぞれ示す. 有次元の時刻 \hat{t} は, 次式で無次元化している.

$$t = \frac{\hat{t} V_{shock}}{D} \quad (5)$$

また, 垂直衝撃波が粒子に接触した時刻を $t = 0$ とする. 同様に, 有次元の揚力 \hat{F}_L , 高さ \hat{h} , 上昇速度 \hat{v}_z ,

回転速度 $\hat{\omega}$ も、以下の式で無次元化している。

$$C_L = \frac{4\hat{F}_L}{\pi D^2 q_0}, \quad h = \frac{\hat{h}}{D}, \quad v_z = \frac{\hat{v}_z}{U_0}, \quad \omega = \frac{\hat{\omega} D}{2U_0} \quad (6)$$

ここで、 q_0 は一様流の動圧を表す。図中の番号 1~4 は、粒子の形状や衝撃波背後の境界層の違いを表す。番号 1 は球+層流の場合(ケース 1)、番号 2 は楕円球+層流の場合(ケース 2)、番号 3 は球+乱流の場合(ケース 3)、番号 4 は楕円球+乱流の場合(ケース 4)である。楕円球の場合、初期条件における粒子の姿勢は、最長の主軸が y 軸に、最短の主軸が z 軸に平行な状態としている。

ケース 1 の時刻 (a) $t = 28$, (b) $t = 57$, (c) $t = 170$ における速度ベクトル分布と粒子表面の圧力分布を図 7 に、また、ケース 2, 3 について、時刻 $t = 170$ における同様な分布を図 8 に示す。速度ベクトルは、粒子の重心を通る x - z 平面上の成分を、また、圧力分布は、 x - z 平面と粒子表面の交線上の圧力(一様流の動圧 q_0 で無次元化)を表す。横軸の ϕ は、その交線上の点と粒子の重心を結ぶ直線が x - y 平面となす角度を表し、 $\phi = 0^\circ$ を上流側、 $\phi = 180^\circ$ を下流側とする。

なお、粒子の主流方向速度は、 $t = 340$ で $\hat{v}_x = 0.1U_0$ まで加速され、この値は各ケースでほとんど変化しない。

4.1 粒子に働く流体力と粒子の運動 球形粒子で層流境界層の場合(ケース 1)の結果について述べる。

衝撃波が粒子を通過する時間帯には($t \leq 1$)、大きな揚力が発生する。この作用時間は短く、撃力として作用するが、これによる粒子の上昇速度は $v_z|_{t=1} \sim 10^{-5}$ であり、粒子の運動への寄与は小さい。

衝撃波通過後も、床に置かれた粒子には大きな揚力が働く。粒子上面では回り込むような速い流れが発生し、下面では粘性力によって減速する。これによる上面の圧力低下と下面の圧力上昇が揚力を発生させる。この揚力により粒子は壁から離れ、その上昇角は約 $\tan\alpha = \Delta h/\Delta x = 0.2$ である。したがって、粒子の運動初期では、壁との摩擦力はほとんど影響しない。これは、粒子の角速度がほとんど存在しないことから明らかである。実際には、壁や粒子にはある程度の表面粗さが存在し、それによって接触状態や摩擦係数が変化するが、上述の結果より、それらの影響は小さいと考えられる。

粒子が上昇するに伴い、粒子と壁との隙間は大きくなり、そこでは速い流れが発生する。これにより、下面では圧力が低下し、流体力は粒子に対して下向きに働くようになる。

さらに粒子が上昇すると、壁との隙間も大きくなる

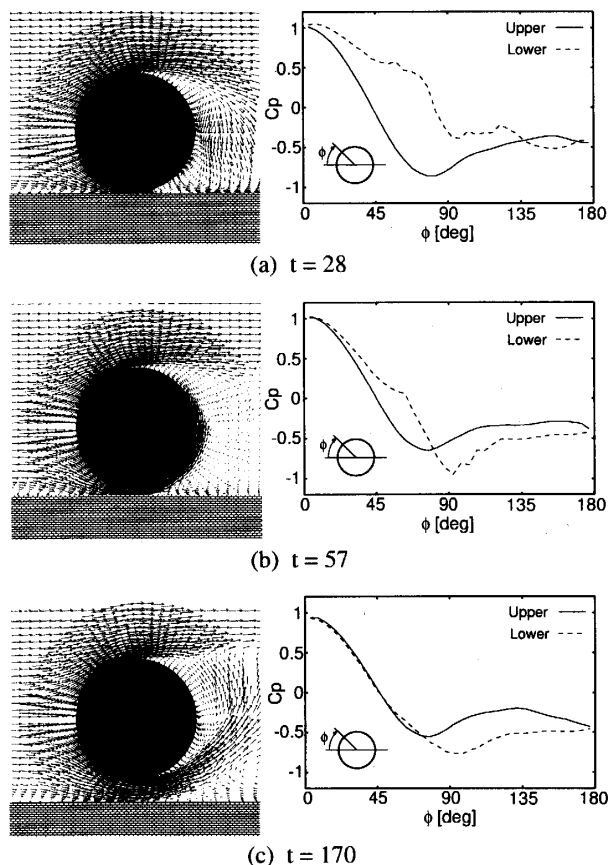


Fig. 7 Velocity vectors and pressure distribution for the case of sphere and laminar flow

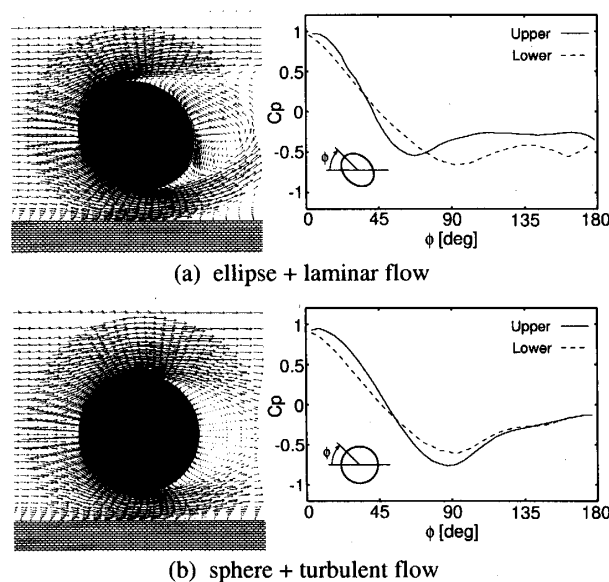


Fig. 8 Velocity vectors and pressure distribution at $t=170$ for other cases

が、同時に境界層も厚くなるため、相対的な間隔はむしろ小さくなる。この結果、下面での圧力低下は変わらず、やがて粒子は降下する。

ちなみに、重力と揚力の比を概算すると、

$$\frac{m_p g}{F_L} = \frac{4\rho_p D g}{3C_L \rho_o U_o^2} \sim 10^{-3} \quad (7)$$

となり、重力の影響はかなり小さい。すなわち、粒子の降下は重力によるものではない。

4.2 ケースによる運動の違い Suzuki et al.⁽¹⁵⁾の実験結果を見ると、測定値が大きくばらついている。この原因として、粒子の形状が完全な球ではないこと、境界層が乱流に遷移していることの二つが考えられる。

粒子の形状が楕円球の場合 (ケース 2): 粒子は回転しながらより高く上昇する。衝撃波通過後、粒子の下面では圧力が上昇する。このとき、楕円球には揚力が働くのと同時に、圧力分布による y 軸まわりの正の回転モーメントが作用する。このモーメントは、表面の法線が重心を通る球の場合には発生しない。これにより粒子はゆっくりと回転し、時刻 $t = 230$ で約 90° 傾く。その間、粒子の姿勢は一様流に対して迎角を持ち、揚力が増加し続ける。なお、粒子の傾きが 90° になる前後で揚力の傾向が大きく変化するので、粒子の回転速度による Magnus 力の寄与は小さいことがわかる。

初期条件での粒子の姿勢に関する別の場合として、この粒子を立てた状態 (最長の主軸が z 軸に平行である状態) で計算を行ったが、粒子はほとんど回転せず、上昇する高さも球の場合とほとんど同じであった。これは、粒子を主流に対して寝かせた状態では、衝撃波通過後の圧力分布によるモーメントは粒子の回転を助長する方向に作用するのに対して、立てた状態では、モーメントは粒子の回転を抑える方向に働くためである。

境界層が乱流に遷移する場合 (ケース 3): この場合には、粒子はより高く上昇する。これには、二つの要因が考えられる。第一の要因は、境界層が厚くなったことである。乱流遷移後のわずかな時間で、粒子はその全体が境界層に浸かった状態になる。このとき、粒子に向かってくる流れの速度が上面付近と下面付近では異なる。したがって、層流の場合に比べて、下面での隙間を抜ける流れによる圧力低下量は減少する。第二の要因は、粒子上面での流れの剥離点が、乱流の効果で下流側にずれることである。これにより、上面の流れはより加速され、圧力低下量は増大する。

楕円球で乱流遷移を考慮した場合 (ケース 4): 粒子はさらに上昇し、到達高度は実験で得られた最大値とほぼ一致する。

上述の各ケースでは極端な場合を、つまり、物体形状に関しては最も歪んでいる場合を、また乱流に関しては境界層遷移がかなり早い段階で起こった場合を仮

定している。したがって、実際の実験はこの中間の条件に相当し、その結果、測定値にばらつきが生じると考えられる。

5. 結 論

壁面上を伝播する垂直衝撃波の中に置かれた単一の固体粒子に作用する流体力、およびそれによる粒子の運動を数値シミュレーションから解析し、実験データと合理的に一致する結果を得ることができた。

壁面上に置かれた固体粒子は、流体力によって上昇するが、粒子に働く揚力は、壁との隙間の大きさや壁面上の境界層の厚さに大きく依存する。これにより、粒子の運動は複雑に変化し、場合によっては、負の揚力が発生する。揚力の特性は、粒子の形状や境界層の状態 (層流か乱流か) によっても大きく変化し、これらの要因で、実験における測定値のばらつきが生じていると考えられる。

文 献

- (1) Gerrard, J. H., Brit. J. Appl. Phys., 14, 1963, pp. 186-192.
- (2) Dawes, J. G., Safety in Mines Research Establishment, Ministry of Fuel and Power, England, 36, 1952, pp. 1-69.
- (3) Fletcher, B., J. Phys. D : Appl. Phys., 9, 1976, pp. 197-202.
- (4) Bracht, K., Merzkirch, W., Int. J. Multiphase Flow, 5, 1979, pp. 301-312.
- (5) 鈴木, 足立, 機論B編, 52, 483, 1986, pp. 3742-3746.
- (6) Khul, A. L. et al., Progress in Astronautics and Aeronautics, AIAA, Wash., D.C., 154, 1994, pp. 491-515.
- (7) Thevand, N. et al., Shock Wave, 11, 2002, pp. 279-288.
- (8) 土井ら, 日本混相流学会年会講演会論文集, F203, 2002, pp. 149-150.
- (9) Cox, R. G., Hsu, S. K., Int. J. Multiphase Flow, 3, 1977, pp. 201-222.
- (10) Vasseur, P., Cox, R. G., J. Fluid Mech., 80, 1977, pp. 561-591.
- (11) McLaughlin, J. B., J. Fluid Mech., 246, 1993, pp. 249-265.
- (12) Cherukat, P., McLaughlin, J., J. Fluid Mech., 263, 1994, pp. 1-18.
- (13) Saffman, P. G., J. Fluid Mech., 22(2), 1965, pp. 385-400.
- (14) Dandy, D. S., Dwyer, H. A., J. Fluid Mech., 216, 1990, pp. 381-410.
- (15) Suzuki, T. et al., Trans. JSASS, 38, 121, 1995, pp. 243-250.
- (16) 乱流の数値流体力学, 東京大学出版会, 1998, pp. 501-509.
- (17) Goldberg, U. C., Ramakrishnan, S. V., Comp. Fluid Dyn., 1, 1993, pp. 321-338.
- (18) Schlichting, H., "Boundary-layer theory," McGraw-Hill, Inc., 1987, pp. 439-443.
- (19) Mirels, H., NACA TN 3712, 1956.
- (20) Martin, W. A., J. Aeron. Sci., 25, 10, 1958, pp. 644-647.