

曲面パネルの流体構造連成計算法によるフラッタ解析^{*1}

Flutter Analysis of a Curved Panel Using a Fluid-Structure Coupled Scheme

橋本 敦^{*2}・八木直人^{*2}・中村佳朗^{*2}・伊藤文博^{*3}・海田武司^{*3}
Atsushi HASHIMOTO, Naoto YAGI, Yoshiaki NAKAMURA, Fumihiro ITO and Takeshi KAIDEN

Key Words: Flutter, Curved Panel, Fluid-Structure Coupling, CFD

Abstract: A computational program using a CFD-CSD coupled method has been developed to study the problem of low supersonic curved panel flutter. So far the supersonic aerodynamic model has been commonly employed to compute flutter boundaries. However, the present CFD-CSD coupled method makes it possible to analyze flutter boundaries at all speeds including transonic speeds. The computed flutter dynamic pressure for $M_\infty = 3$ agrees with others' results. A curved panel flutter were analyzed at a low supersonic speed, $M_\infty = 1.2$. The flutter for small curvature panels is first-mode flutter, which is similar to flat panel flutter, whereas it becomes higher-mode flutter for larger curvature plates. In this study, flutter boundaries for an access panel have also been simulated. Its critical dynamic pressure becomes significantly lower compared with the case of a panel with its all edges simply supported.

1. 序論

端が固定されたパネルの上面に高速の流体が流れることによって、パネルの振動が誘起されるという空力弾性現象をパネルフラッタという。このパネルに該当するものは、航空機や宇宙機の胴体の外板、ドア、点検用アクセスパネルなどである。設計の際、これらに対する正確なフラッタ速度を見積もり、パネル厚さや固定方法を決定することは重要である。

本研究の目的は、曲率半径が板厚に比べてかなり大きい曲面パネルに対して、そのフラッタ特性を明らかにすることである。平板のフラッタ限界は、マッハ数、無次元動圧（一様流動圧とパネル剛性の比）、質量比、パネルのアスペクト比などにより決定される^{1,2)}。本研究では、さらに曲率というパラメータが加わる。

これまでに行われてきた曲面パネルのフラッタ解析では、解析解に基づいた超音速空気力モデルを採用してきた。Dowell^{3,4)}は、この方法に対する定式化を行い、ガラーキン法によりフラッタ境界を求めた。さらに、曲率を変化させた場合、異なる固有振動モードが連成し、フラッタ限界動圧、フラッタ振動数等のフラッタ特性が変化することを示した。この現象は、その後、松崎⁵⁾によって詳細に研究されている。Andersonら⁶⁾は、曲率とアスペクト比の効果について調べ、二つの空気力モデル（Ackeret理論とslender body理論）による実用的な見積もり方法を提案した。その

他、有限要素法を用いた解析方法⁷⁾も報告されている。

しかし、どの研究も超音速空気力モデルを使用しているため、音速に近い超音速領域（低超音速領域）の解析は報告されていない。本研究では、有限体積法を用いたCFD（Computational Fluid Dynamics）コードと、有限要素法を用いたCSD（Computational Structure Dynamics）コードを連成させる。たとえ、低超音速領域であっても、実際の気流条件及び固定条件で、フラッタ境界を求めるこことできるコードの作製を目指す。

コード検証として、超音速の領域で、超音速空気力モデルを用いた解析と比較する。その後、低超音速領域でのフラッタ特性を調べる。さらに、実用的な解析例として、アクセスパネルの解析を行う。

2. 解析対象

本研究では、剛体である円筒の一部分に弾性体のパネルがある場合を考える（第1図(a)）。主流方向は円筒の軸方向とし、円筒内部の圧力は一様流の静圧とする。

パネル寸法は、主流方向長さを a 、スパン方向の幅を b 、板厚を h とする（第1図(b)）。スパン方向に曲率が付いており、湾曲による最大高さを H とする。曲率半径を R とすると、以下の関係式が成り立つ。

$$R = \frac{4H^2 + b^2}{8H} \quad (1)$$

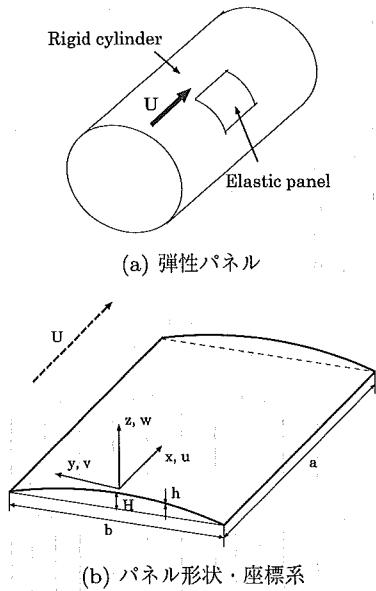
用いる座標系は、流れ方向に x 、スパン方向に y 、高さ方向に z とし、各方向のパネル変位を、それぞれ u 、 v 、 w と定義する（第1図(b)）。

*1 © 2007 日本航空宇宙学会

平成 18 年 9 月 1 日原稿受理

*2 名古屋大学大学院工学研究科航空宇宙工学専攻

*3 三菱重工業(株)名古屋航空宇宙システム製作所



第1図 曲面パネル

3. 曲面パネルフラッタの特性

超音速空気力モデルでは、次式で表面圧力を与える。

$$p - p_\infty = \frac{\rho_\infty U_\infty^2}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{M_\infty^2 - 2}{M_\infty^2 - 1} \frac{1}{U_\infty} \frac{\partial w}{\partial t} \right) \quad (2)$$

上式と曲面パネルの方程式を用いると、フラッタ限界動圧は、以下に示す特性量で決定される³⁾。

$$\lambda_M = \lambda_M(\mu/F_M, H/h, a/b) \quad (3)$$

ここで、

$$\lambda = \frac{\rho_\infty U_\infty^2 a^3}{D} \quad (4)$$

$$\lambda_M = \frac{1}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \lambda \quad (5)$$

$$\mu = \frac{\rho_\infty a}{\rho_s h} \quad (6)$$

$$F_M = \frac{(M_\infty^2 - 1)^{2.5}}{(M_\infty^2 - 2)^2} \quad (7)$$

である。 λ は無次元動圧で、動圧と剛性の比を表し、 λ_M は、超音速領域で使用される無次元動圧である。 μ は、質量比、 ρ_∞ 、 U_∞ 、 M_∞ は、一様流密度、速度、マッハ数、 ρ_s 、 D は、板の密度、曲げ剛性である。ちなみに、曲げ剛性 D は、 $Eh^3/12(1-\nu^2)$ で定義され、 E はヤング率、 ν はポアソン比である。

$M_\infty \gg 1$ とすると、 $\mu/F_M \rightarrow \mu/M_\infty$ となるため、 μ/F_M の代わりに μ/M_∞ が使用されている論文³⁾もあるが、本研究では、厳密性を維持するために、 μ/F_M を用いる。

4. 計算方法

4.1 流体計算法 本解析コードにおける流体の支配方程

式は、移動格子に基づく一般座標系の Euler 方程式で、これを理想気体の状態方程式とともに数値的に解く。時間発展計算には、Dual Time Stepping 法を組み込んだ二次精度 LU-SGS 法を採用する。具体的な式は以下のようになる。

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{J} \left(\frac{1}{\Delta\tau} + \frac{3}{2\Delta t} \right) + \frac{\partial}{\partial\xi} A + \frac{\partial}{\partial\eta} B + \frac{\partial}{\partial\zeta} C \right) \Delta Q^m \\ &= - \left(\frac{\partial E}{\partial\xi} + \frac{\partial F}{\partial\eta} + \frac{\partial G}{\partial\zeta} \right)^m \\ &\quad - \left(\frac{1}{J} \frac{3Q^m - 4Q^n + Q^{n-1}}{2\Delta t} \right) \\ &\quad + \left(\left(\frac{x_t}{J} \right)_\xi + \left(\frac{y_t}{J} \right)_\eta + \left(\frac{z_t}{J} \right)_\zeta \right)^m Q^m \quad (8) \\ \Delta Q^m &= Q^{m+1} - Q^m \end{aligned}$$

ここで、 n は物理時間ステップ、 m は反復計算用の疑似時間ステップに対応する。また、右辺の最後の項では、変形の時間変化を保存させるために、Geometric Conservation Law (GCL) を適用し、ヤコビアンの時間微分を計算している。

非粘性流束の計算では、セル境界での解ベクトルを Van Albada の limiter を用いた MUSCL 法により 3 次精度で求め、Roe の近似 Riemann 解法から数値流束を決定している。

この流体解析コードを、Visbal が行った移動格子上での一様流の保存問題³⁾で検証した。格子を一様流の 4 倍の速度で変形移動させても、誤差は 10^{-15} のオーダーであり、精度良く計算できることを確認している。

格子は、 x 、 y 、 z の各方向にそれぞれ 100 点、90 点、95 点用いた。パネル上には、 x 、 y の各方向に 30 点ずつある。

4.2 構造計算法 構造計算には有限要素法を用いた。曲面パネルが外力を支える仕組みでは、平板とは異なり、板の曲げと面内力の両方を考慮する必要がある。そのため、長方形曲げ要素と膜要素をそれぞれ製作し、それらを重ね合わせて平面シェル要素⁹⁾を得る。その結果、最終的な解くべき離散方程式は以下のようになる。

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = \{F\} \quad (9)$$

ここで、 $[M]$ は質量マトリックス、 $[K]$ は剛性マトリックス、 $\{F\}$ は外力ベクトル、 $\{x\}$ は解ベクトルである。

本研究では、この方程式から得られる固有値や固有ベクトルを利用して、以下のように解をモード分解し、計算の効率化を図る。

$$m_n \ddot{\xi}_n + k_n \xi_n = f_n, \quad \{x\} = \sum_n \xi_n \{\phi_n\} \quad (10)$$

ここで、

$$\begin{aligned} m_n &= \{\phi_n\}^T [M] \{\phi_n\}, \\ k_n &= \{\phi_n\}^T [K] \{\phi_n\}, \\ f_n &= \{\phi_n\}^T \{F\} \quad (11) \end{aligned}$$

ξ_n , ϕ_n , m_n , k_n , f_n はそれぞれ n 次のモード係数, モードベクトル, モード質量, モード剛性, 外力である。本計算では, 20 次までのモードを使用している。

また, 時間積分には, 隠解法である Newmark 法を採用している。

この構造解析コードで, 曲面パネルの固有振動数を求め, 厳密解¹⁰⁾と比較した。 $a/b = 1$, $a/R = 0.2$, $a/h = 100$ の場合に対して, 29×29 要素で計算すると, 誤差は最大 0.1% となり, 十分な精度を持っていると言える。本研究の解析はすべて 29×29 要素を用いている。

4.3 連成計算法 本研究では, 流体と構造をともに陰解法で計算し, 反復計算により安定した収束を得ている。ちなみに, この方法を強連成と呼ぶ。

流体計算から構造計算へは, 物体表面圧力による流体力を, 構造計算から流体計算へは, 構造の変位, 速度, 加速度を与える。

流体解析における境界条件は, 物体表面上で,

$$\vec{v}_w \cdot \vec{n} = \vec{v}_s \quad (12)$$

$$\frac{\partial p}{\partial n} \Big|_w = -\rho_w \vec{a}_s \cdot \vec{n} \quad (13)$$

となる。ここで, v_w , ρ_w は, 物体表面上での流体の速度と密度である。また, \vec{n} は物体表面上での単位法線ベクトル, v_s , a_s は構造物表面の変形速度と加速度である。この式が示すように, 壁での圧力勾配は構造の加速度に依存する。

また, 構造変位に合わせて格子を移動・変形させる。具体的には, 物体表面近くの格子は構造変位と同じだけ移動させ, それより外側にある格子は, 外部境界との間で 3 次閏数¹¹⁾を用いて滑らかに分布させる。

5. 結果及び考察

5.1 検証 $a/b = 1$, $\mu/F_M = 0.1$, $M_\infty = 3$, $a/h = 1000$ の場合に対して, パネル周囲境界が単純支持された場合のフラッタ限界動圧 λ_M を求める。ここで, 曲率は $H/h = 1 \sim 5$ のように変化させる。

単純支持では, 面内零応力の境界条件から,

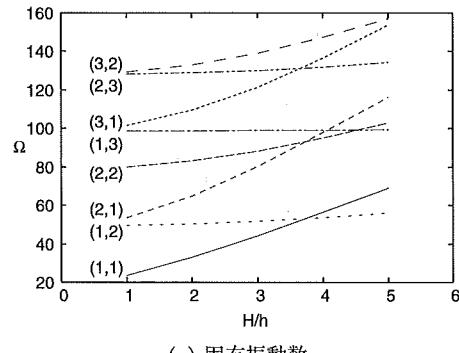
$$w = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = N_x = v = 0 \quad (x = 0, a) \quad (14)$$

$$w = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = N_y = u = 0 \quad (y = -b/2, b/2) \quad (15)$$

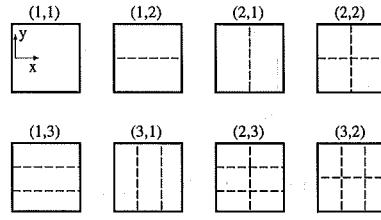
となる。ここで, N_x , N_y は, x 方向, y 方向の合応力である。

この条件のもとに構造解析を行い, 固有振動数(第2図(a))と固有モード(第2図(b))を求めた。無次元固有振動数 Ω は, 有次元振動数 ω から, $\Omega = \omega a^2 / \sqrt{\rho_s D}$ と表される。第2図(b)において, 破線は固有モードの節を示しており, 半波長の数が主流方向(x 方向)に m 個, スパン方向(y 方向)に n 個あるときは, 固有モードを (m, n) としている。

基本的には, 曲率が増大すると剛性が大きくなり, その

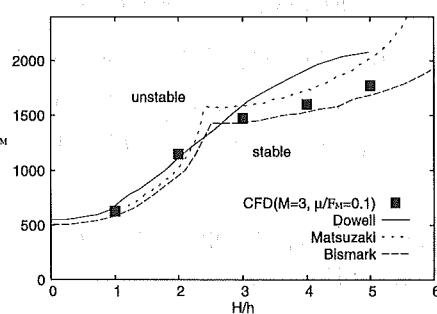


(a) 固有振動数



(b) 固有モード

第2図 固有振動数の曲率による変化



第3図 フラッタ限界動圧

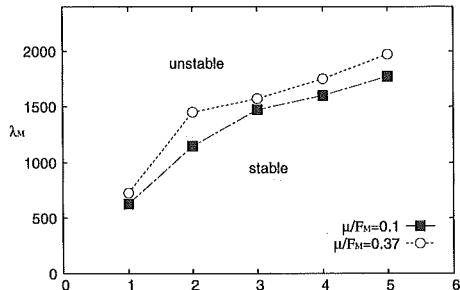
結果, 固有振動数は大きくなるが, その変化の仕方はモードによって異なる(第2図(a))。(1, 2)や(1, 3)等の y 方向モードは, 曲率の影響が小さい。これに対して, x 方向モードは大きく変化する。その結果, 曲率が大きくなると, 各モードの順序が入れ替わる。

無次元動圧 λ_M を 50 ずつ変化させて計算し, フラッタが発生する動圧(フラッタ限界動圧)を求めた。フラッタ解析では, 計算の時間刻み Δt が計算精度上, 重要となる。本計算では, 時間刻みを半分にしても, 結果が変わらないことを確認して, 解析を行った。

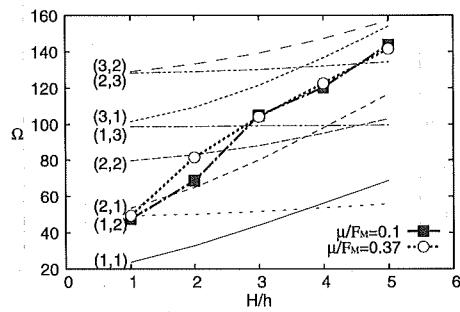
曲率の大きいパネルでは, 高次のモードでフラッタが起こるため, 低次モードから比較的高次のモードまで, 初期擾乱を与えた。具体的には, 初期条件として, 1 次から 10 次モードまでに微小な初速度を与えた。

本計算結果と, Dowell³⁾, 松崎⁵⁾, Bismark-Nasr⁷⁾の計算結果と比較する(第3図)。CFD を用いた本計算結果は, 曲率を大きくするほど, フラッタ限界動圧が大きくなり, 安定化する。この傾向は, 他者の計算結果とも一致している。

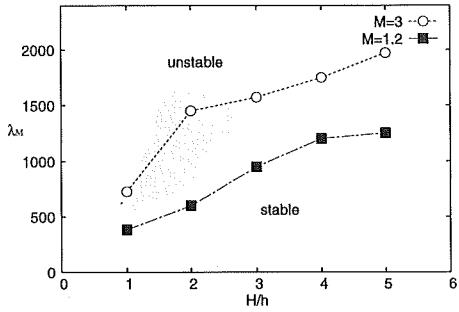
さらに, 曲面フラッタでは, フラッタ振動モードが曲率によって急激に変化し, フラッタの特性が変化する現象が



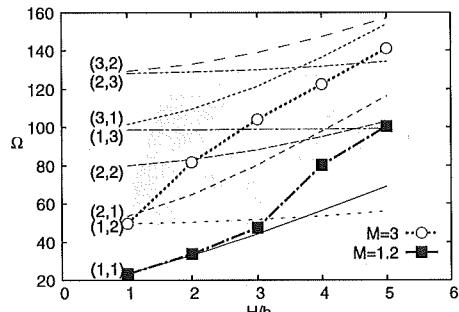
(a) フラッタ限界動圧



(b) フラッタ振動数

第4図 質量比の影響 ($M_\infty = 3$)

(a) フラッタ限界動圧



(b) フラッタ振動数

第5図 $M_\infty = 1.2$ でのフラッタ特性

起こる。第3図の結果では、 $H/h = 2.5$ あたりで高次モードへ遷移し、傾きが変化している。これに関して、本計算は、松崎、Bismark-Nasrの結果と同じ傾向を示しており、本計算法の妥当性が確認できた。

また、CFDの代わりに空気力モデル（式(2)）を用いた計算も行ったが、同じ結果が得られた。このことから、本計算結果と他者の計算結果との差は、空気力計算法の違いではなく、構造計算法の違いであると考えられる。本計算では、 29×29 要素を用い、計20次までのモードを使用しているが、松崎の計算では、変位を主流方向に6次、スパン方向に2次のフーリエ級数で近似しており、Bismark-Nasrの計算では、 4×4 要素の有限要素法で近似している。

5.2 質量比の影響 質量比 μ を変化させて、その影響を調べた。第4図(a)に、 $M_\infty = 3$, $\mu/F_M = 0.1$ 及び 0.37 でのフラッタ限界動圧を示す。質量比が大きくなると、安定になり、フラッタ限界動圧が大きくなる。また、高次モードへ遷移する曲率の値も異なってくる。 $\mu/F_M = 0.1$ に比べて 0.37 の方が小さい曲率で遷移している。このことは、第4図(b)のフラッタ振動数を見ると、より良く理解できる。 $\mu/F_M = 0.1$ の場合は、 $H/h = 3$ で、 $\mu/F_M = 0.37$ では、 $H/h = 2$ で高次のモードに遷移している。

第4図(b)には、固有振動数も一緒に示している。曲率が大きくなるほど、固有振動数は大きくなり、フラッタ振動数も、同様に大きくなる。遷移する場所以外では、フラッタ振動数は、固有振動数と同じ傾きで大きくなる。

5.3 低超音速領域での特性 一様流マッハ数 $M_\infty = 1.2$, 質量比 $\mu = 0.1$ の場合において、曲率を $H/h = 1 \sim 5$ のように変化させて、フラッタ限界動圧への影響を調べた。

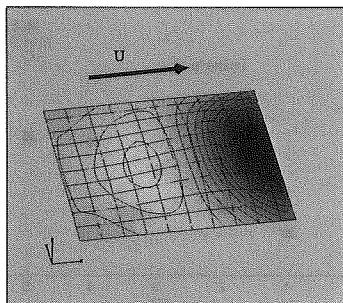
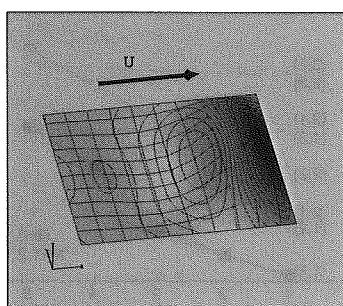
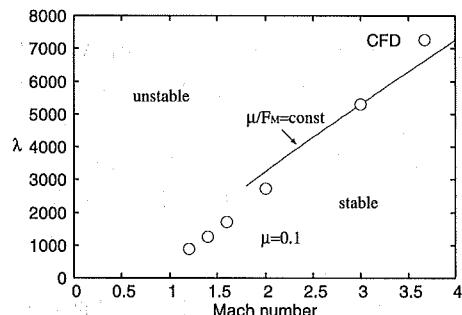
第5図(a)に、 $M_\infty = 1.2$ と 3 の比較を示す。比較のた

め、縦軸は超音速で用いられる無次元動圧 λ_M としている。 $M_\infty = 1.2$ では、遷音速領域特有の不安定性により、フラッタ限界動圧が下がる。一方、曲率の影響は、 $M_\infty = 3$ の場合と同様に、曲率が大きくなるほど安定化する。ただし、高次モードへの遷移は、 $M_\infty = 1.2$ では、より大きい曲率で起こる。

第5図(b)に、フラッタ振動数の比較を示す。平板の場合は、 $M_\infty = 1.2$ では、1次モードが支配的なフラッタとなる^{1,11)}。曲面パネルの場合においても、曲率が小さいときは、モード(1, 1)で振動し、平板と同じ特性を示す。しかし、 $H/h \geq 4$ では、高次のモードと連成し、周波数も増大し、平板とは異なる特性が現れる。

第6図に、 $M_\infty = 1.2$, $H/h = 1$ 及び 5 でのフラッタ振動モードを示す。等高線は、圧力の分布を表している。 $H/h = 1$ の場合は、モード(1, 1)で振動する。第6図(a)は、上方向に変形したときを示している。上流側は、圧縮波ができるため、圧力が増大し、下流側は、膨張波により圧力が減少する。一方、第6図(b)の $H/h = 5$ では、モード(2, 1)と(3, 1)の連成モードで振動し、下流側で大きく変形する。本計算では、初期擾乱として、(1, 2)や(1, 3)等のスパン方向のモードも与えたが、それらはすぐに減衰した。発達するモードは、(1, 1), (2, 1), (3, 1)等の主流方向のモードのみである。

これまで、超音速領域で用いられる動圧 λ_M で比較したが、動圧 λ で比較すると、マッハ数の影響がよく分かる。第7図は、 $\mu = 0.1$, $H/h = 5$ の場合のフラッタ限界動圧 λ である。図中の線は、質量比の効果を無視して、 μ/F_M を一定とし、 $M_\infty = 3$ のフラッタ限界動圧 λ_M と式(6)か

(a) $H/h = 1$ (b) $H/h = 5$ 第6図 振動モード及び表面圧力分布 ($M_\infty = 1.2$)第7図 マッハ数の影響 ($H/h = 5$)

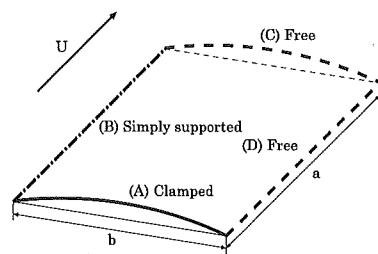
ら求めたものである。音速からある程度離れた超音速領域では、この理論が成り立つが、音速付近では、超音速理論が適用できない。CFDによる結果で、音速付近を補うと、音速付近からのフラッタ特性を見ることができる。音速付近では、遷音速領域特有の不安定性により、動圧入が小さい値を示すことが分かる。

5.4 アクセスパネルの特性

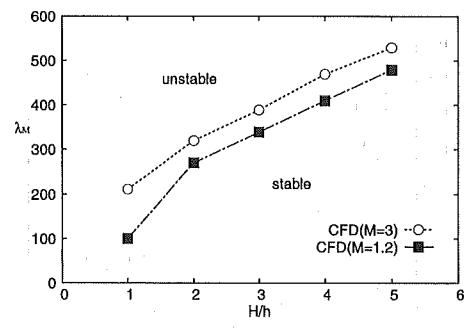
航空機には、アクセスパネル（点検用のドア）が多く存在する。ここでは、それを模擬した境界条件を用いて、フラッタ解析を行う。

第8図に、その境界条件を示す。前述した計算と同様に、スパン方向に曲率がある場合を考える。リンク機構部を固定端とし、軸にして扉が開くヒンジ部を単純支持端とする。つまり、パネル四辺の境界条件として、上流側を固定端(A)，スパン方向の一端を単純支持端(B)，残りの二つの端を自由境界(C, D)とする。

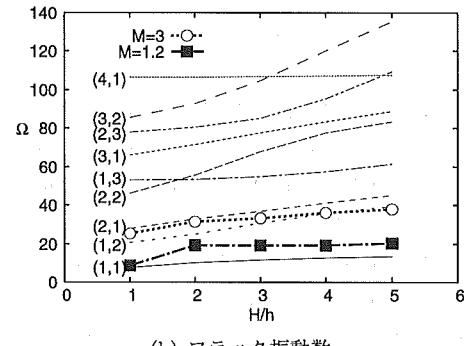
$M_\infty = 1.2$ 及び 3 のときの、フラッタ限界動圧 λ_M を計算した（第9図(a))。全周を単純支持した結果（第5図)



第8図 アクセスパネルの境界条件



(a) フラッタ限界動圧

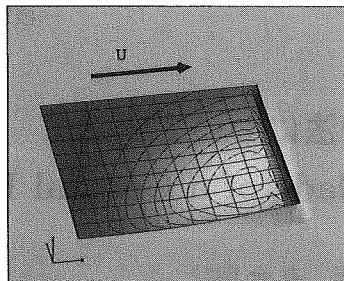
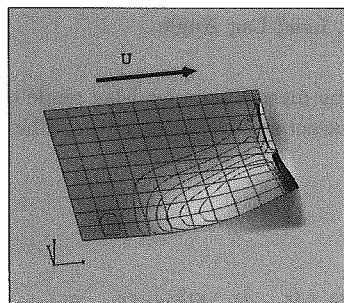


第9図 アクセスパネルのフラッタ特性

よりも、かなり不安定で、限界動圧は減少する。 $H/h = 5$ の場合、 $M_\infty = 3$ では、約 $1/4$ に、 $M_\infty = 1.2$ では、約 $1/3$ になる。このように、境界条件により、フラッタ境界は大きく変化する。さらに、全周単純支持の場合は、マッハ数により大きな違いが見られた（第5図(a))が、アクセスパネルの場合では、その差は小さい（第9図(a))。このように、マッハ数の影響も、境界条件によって変化する。

第9図(b)に、フラッタ振動数の変化を固有振動数と一緒に示す。アクセスパネルの境界条件においては、低次モードの固有振動数は曲率による変化が小さい。それゆえ、フラッタ振動数も、曲率を大きくしても、低い振動数を維持する。 $M_\infty = 1.2$ の場合、 $H/h = 1$ では、 $(1, 1)$ のモードが支配的であるが、 $H/h = 2$ で遷移し、 $(1, 2)$, $(2, 1)$ の成分が急に増加する。第9図(a)のフラッタ限界動圧が、 $H/h = 2$ で急激に変化しているのは、この影響である。

第10図に、 $M_\infty = 1.2$, $H/h = 1$ 及び 5 でのフラッタ振動モードを示す。等高線は圧力の分布を表している。 $H/h = 1$ では、 $(1, 1)$ のモードで振動するが、 $H/h = 5$ では、 $(1, 1)$, $(2, 1)$, $(1, 2)$ の連成モードで振動する。

(a) $H/h = 1$ (b) $H/h = 5$ 第10図 振動モード及び表面圧力分布 ($M_\infty = 1.2$)

6. 結 論

曲面パネルのフラッタ特性を CFD を用いて連成解析した。得られた結果をまとめると以下のようになる。

- CFD を用いることにより、低超音速領域の解析が可能なツールを作製した。これを使って解析した結果、音速付近のフラッタ特性が明らかになった。
- 曲率が小さいときは、平板パネルフラッタと同様の傾向を示すが、曲率を大きくすると、特性が変化する。 $M_\infty =$

1.2 で、全周単純支持の場合、曲率が小さいときは、1 次モードが支配的なフラッタとなるが、しかし、曲率が $H/h = 4$ 以上になると、高次のモードと連成する連成モードフラッタとなる。

- アクセスパネルを模擬した境界条件では、全周単純支持した場合に比べて、フラッタ限界動圧は、 $M_\infty = 3$ では約 $1/4$ に、 $M_\infty = 1.2$ では約 $1/3$ に減少する。このように、境界条件により、フラッタ境界は大きく変化する。また、低次モードの固有振動数は曲率による変化が小さいため、フラッタ振動数の変化も小さい。

参 考 文 献

- Dowell, E. H.: A Review of the Aeroelastic Stability of Plate and Shells, AIAA J., 8 (1970), pp. 385–399.
- Mei, C., Abdel-Motagaly, K. and Chen, R.: Review of Nonlinear Panel Flutter at Supersonic and Hypersonic Speeds, Appl. Mech. Rev., 52 (1999), pp. 321–332.
- Dowell, E. H.: Nonlinear Flutter of Curved Plates, AIAA J., 7 (1969), pp. 424–431.
- Dowell, E. H.: Nonlinear Flutter of Curved Plates II, AIAA J., 8 (1970), pp. 259–261.
- Matsuzaki, Y.: Natural Vibration and Panel Flutter of Cylindrically Curved Panels, NAL TR-315T, 1973.
- Anderson, W. J. and Hsu, K. H.: Engineering Estimates for Supersonic Flutter of Curved Shell Segments, AIAA J., 8 (1970), pp. 446–451.
- Bismark-Nasr, M. N.: Supersonic Panel Flutter Analysis of Shallow Shells, AIAA J., 31 (1993), pp. 1349–1351.
- Visbal, M. R. and Gordnier, R. E.: A High-Order Flow Solver for Deforming and Moving Meshes, AIAA Paper 2000-2619, 2000.
- 鶴津久一郎, 宮本 博, 山田嘉昭, 山本善之, 川井忠彦: 有限要素法ハンドブック I 基礎編, 培風館, 東京, 1981.
- 鈴木勝義, 山田 元, 成田吉弘, 斎藤 俊: シェルの振動入門, コロナ社, 東京, 1996.
- Gordnier, R. E. and Visbal, M. R.: Development of a Three-Dimensional Viscous Aeroelastic Solver for Nonlinear Panel Flutter, AIAA Paper 2000-2337, 2000.