

カテゴリー化入門

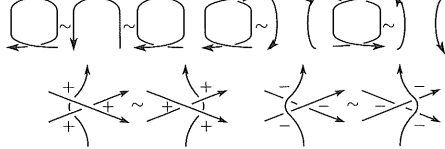
-より強い結び目不変量の構成を目指せ!!-

結び目

•幾何学的対象...二次元空間内の図



•同値関係... Reidemeister変形



結び目不変量

Kauffman括弧式 $\langle \cdot \rangle_{A_1}$ (=Jones多項式)

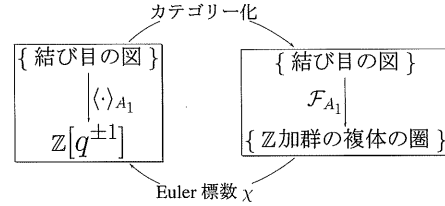
$\langle \cdot \rangle_{A_1} : \{\text{結び目}\} \rightarrow \mathbb{Z}[q, q^{-1}]$

- $\langle \times \rangle_{A_1} = q \langle \cdot \rangle_{A_1} - q^2 \langle \cdot \rangle_{A_1}$
- $\langle \times \rangle_{A_1} = q^{-1} \langle \cdot \rangle_{A_1} - q^{-2} \langle \cdot \rangle_{A_1}$
- $\langle \bigcirc \cup L \rangle_{A_1} = (q + q^{-1}) \langle L \rangle_{A_1}$

Hopf絡み目

$$\begin{aligned} \langle (\bigcirc) \rangle_{A_1} &= q^{-1} \langle (\bigcirc) \rangle_{A_1} - q^{-2} \langle (\bigcirc) \rangle_{A_1} \\ &= q^{-2} \langle (\bigcirc) \rangle_{A_1} - q^{-3} \langle (\bigcirc) \rangle_{A_1} - q^{-3} \langle (\bigcirc) \rangle_{A_1} + q^{-4} \langle (\bigcirc) \rangle_{A_1} \\ &= q^{-2}(q + q^{-1})^2 - 2q^{-3}(q + q^{-1}) + q^{-4}(q + q^{-1})^2 \end{aligned}$$

カテゴリー化

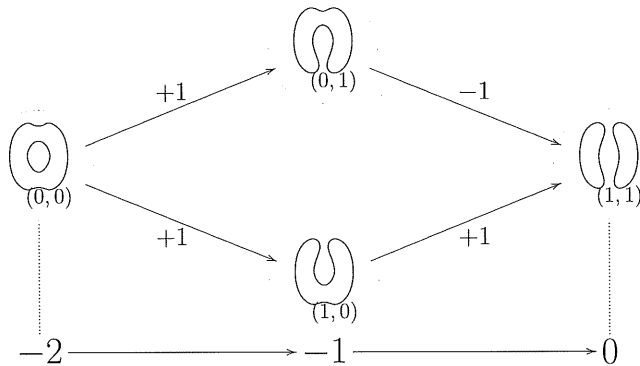


Kauffman括弧式のカテゴリー化

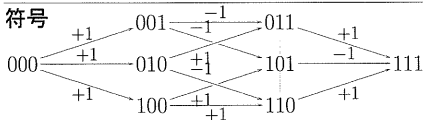
$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{A_1}(\times) &= \mathcal{F}_{A_1}(\cdot)_{+1} \rightarrow \mathcal{F}_{A_1}(\cdot)_{-2} \\ \mathcal{F}_{A_1}(\times) &= \mathcal{F}_{A_1}(\cdot)_{-2} \rightarrow \mathcal{F}_{A_1}(\cdot)_{+1} \\ \mathcal{F}_{A_1}(\bigcirc \cup D) &= A \otimes \mathcal{F}_{A_1}(D) \\ A &= \langle v_+, v_- \rangle_{\mathbb{Z}} \quad \deg v_{\pm} = \pm 1 \end{aligned}$$



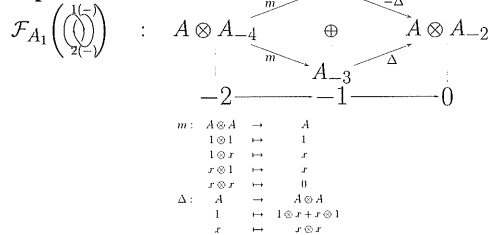
:



符号



Hopf絡み目の複体



新しい結び目不変量

$$\begin{aligned} Kh(t, q) &= \sum_{i,j} t^i q^j \text{rank}(H^{ij}(D) \otimes \mathbb{Q}) \in \mathbb{Z}[q^{\pm 1}, t^{\pm 1}] \\ Kh(-1, q) &= \text{Kauffman括弧式 } \langle \cdot \rangle_{A_1} \end{aligned}$$

参考文献

カテゴリー化の歌
a song of categorification
歌: 河本大知 作詞: 河本大知・米澤康好
♪ ドラえもんのリズムに乗せて歌って下さい♪

結び目理論 みんなでやろう
最近おもしろい 不変量できーたよ~
コバノフ (Kobayashi) さんが 教えてくれた
ポイントは 本モロゾー 代数だったよ~
ジョーンズ (Jones) より 強い 不変量~
ハア~イ! カテゴリーケーション (categorification) !!
もんもんもん まだまだ分からん
エスエールさん (SL(3))

(続く...?)
<http://www.w17.big.or.jp/~kdaichi/categorifications.html>