

閉空間におけるふく射平衡に関する理論的考察  
および閉空間内部の基板温度に関する数値解析

近藤 良夫

## 目次

1	緒論	1
1.1	研究の背景	2
1.2	研究の目的・経緯	3
1.3	先行研究	4
1.4	ふく射に関わる諸法則	6
1.4.1	Kirchhoff の法則	6
1.4.2	Planck の法則	8
1.4.3	Stefan-Boltzmann の法則	8
1.5	本論文の概要	9
2	閉空間ふく射平衡に関する理論的研究	11
2.1	序論	12
2.2	証明に関わる前提	12
2.2.1	証明の内容	12
2.2.2	吸収率と放射率の定義	13
2.2.3	射度を用いた定式化	13
2.2.4	証明の趣旨	15
2.3	等材質モデルによる簡易的考察	15
2.4	証明	16
2.4.1	結論 a) を導く証明	16
2.4.2	結論 b) を導く証明	18
2.4.3	結論 c) を導く証明	20
2.5	考察	20
2.5.1	Kirchhoff の法則との関連	20
2.5.2	数値計算との関連	22
2.6	理論の全波長系との関連	23
2.6.1	非灰色体における単色ごとの方程式系	23
2.6.2	非灰色体における全波長の方程式系	23
2.6.3	「 $\varepsilon_{\lambda,i} = \alpha_{\lambda,i}$ 」を仮定としての「全ふく射平衡 $\Leftrightarrow$ 単色ふく射平衡」の導出	24
(1)	非灰色体 2 面間の場合	25

(2) 非灰色体多面間の場合	26
2.6.4 ふく射平衡時における「全放射率=全吸収率」の導出	27
2.7 まとめ	28
3 一般の閉空間におけるふく射伝熱モデル	31
3.1 序論	32
3.2 無限平行面モデル	32
3.2.1 平行2面間のふく射・対流熱交換の定常伝熱モデル	32
3.2.2 平行3面間のふく射・対流熱交換の非定常伝熱モデル	35
3.3 有限直方体多分割面モデル	39
3.3.1 伝熱モデル概要	40
3.3.2 基板の取り扱い	41
3.3.3 分割壁内の熱伝導	41
3.3.4 支配方程式	41
3.3.5 射度行列	45
3.3.6 数値計算方法	47
3.4 まとめ	48
4 ふく射平衡状態の数値解析	49
4.1 序論	50
4.2 平行3面間のふく射平衡	50
4.3 有限直方体多分割面モデルにおけるふく射平衡の計算モデル	51
4.3.1 ふく射平衡を実現する閉空間	51
4.3.2 射度係数の導入	52
4.4 灰色体系における検証	52
4.4.1 発熱速度および断熱厚みの影響	53
4.4.2 内壁放射率の影響	53
4.4.3 「 $\varepsilon \neq \alpha$ 」の場合におけるふく射平衡	54
4.5 非灰色体系における検証	56
4.5.1 基礎方程式	56
4.5.2 計算対象	57
4.5.3 各面の材質による単色放射率のスペクトル分布	57

4.5.4	計算結果	58
(1)	すべての壁面の材質が同じ場合	58
(2)	壁面の材質が異なる場合	59
4.6	まとめ	60
5	無限平行面モデルによる一般的な加熱炉を想定した数値解析	63
5.1	計算条件	64
5.2	「壁面と空気層の対流熱伝達を無視する場合」の計算結果	64
5.2.1	基板が無い場合の定常状態	64
5.2.2	基板挿入後の非定常過程	66
5.2.3	基板挿入後の定常状態	66
5.3	「壁面と空気層の対流熱伝達を考慮する場合」の計算結果	66
5.3.1	基板が無い場合の定常状態	66
5.3.2	基板挿入後の非定常過程	67
5.3.3	基板挿入後の定常状態	68
5.4	計算結果の検討	70
5.4.1	壁面と空気層の対流熱伝達を無視する場合	70
(1)	基板が無い場合の定常状態	70
(2)	基板挿入後の非定常過程	70
(3)	基板挿入後の定常状態	71
5.4.2	壁面と空気層の対流熱伝達を考慮する場合	72
5.4.3	面の広さに関する検証	72
5.4.4	炉壁内部の熱伝導項を省略した式体系	73
5.4.5	対流熱伝達率に関する検証	74
5.5	新規設計指針	76
5.6	まとめ	76
6	有限直方体多分割面モデルによる一般的な加熱炉を想定した数値解析	77
6.1	計算条件	78
6.2	「基板が無い場合の定常状態」の計算結果	78
6.3	「基板挿入後の非定常過程」の計算結果	80
6.3.1	炉内壁面および基板面の温度	80

6.3.2 炉内壁面における射度	82
6.4 「基板挿入後の定常状態」の計算結果	84
6.4.1 前節と同様の条件による定常値	84
6.4.2 基板の放射率による影響	84
6.5 計算結果の検討	85
6.5.1 無限モデルと有限モデルの比較	85
(1) 基板が無い場合の定常状態	85
(2) 基板挿入後の非定常過程	85
(3) 基板面内温度分布の検証	86
(4) 射度の重要性	87
(5) 基板挿入後の定常状態	87
6.5.2 面の広さに関する検証	88
6.6 新規設計指針	88
6.7 まとめ	89
7 総括	91
参考文献	97
謝辞	100
付録	101
A.1 2.4.2 項の「結論 b)を導く証明」に関する補足	101
A.2 6章の数値計算に関する補足	103
A.2.1 中間面全面基板の条件による非定常値	103
A.2.2 有限モデルによる面間距離が小さい場合の計算	103

## 第1章 緒論

## 1.1 研究の背景

各種製造工程において、なんらかの加熱工程は多くの場合必須であり、当然ながらそのための加熱炉も数多く存在する。特に太陽電池および各種ディスプレイ用ガラス基板や二次電池用フィルム基板などのような、薄い板状の被加熱物（以下基板と称する）を対象とした工程では、赤外線ヒータ（図 1.1）を熱源としたいわゆるふく射伝熱を主体とする加熱炉（図 1.2）が広く使用されている。赤外線ヒータは面状に並列させて使用することが容易で、比較的広い面内を均一に加熱するのに適していることがその理由のひとつである。このふく射型加熱炉に関しては、被加熱物や熱源形状の複雑性および多様性等の要因により、今日においても炉の効率的設計指針は十分に確立されていない。経験的な知見のみに基づき設計がなされるケースもまだ多く見られる。

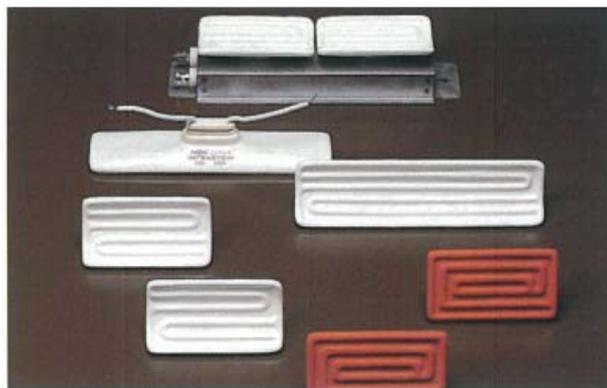


Fig. 1.1 Infrared heaters



① appearance



② inside

Fig. 1.2 Heating furnace

近年コンピュータの計算速度が飛躍的に向上していることもあり、そうした点を明確化する数値的解析手法に対する要求が、加熱に関わる生産現場において日々高まってきている。たとえば、現在多数の市販数値解析コードが実用化されており、複雑な流体およびふく射の連成問題について、汎用的に数値解を見出すことが可能な状況になってきている。当該コー

ドは形状が決まった特定の空間内について詳細解析する用途には非常に適している。特に、任意形状の空間における流体問題について、方程式系を近似せず直接数値解析する場合に効果的で、近年その需要は飛躍的に増しているといえる。しかしながら一方、ある意図の下にモデルを単純化して解析したい場合等においては、かえって設定が煩雑になる等そのメリットが薄れることもある。また基礎方程式ないし計算過程のプログラムがブラックボックス化されており、計算結果の評価にも問題が残る。

結局のところ当該コードの大半は、多数のパラメータの影響を効率的に検証するといような用途にはやや不向きである。それらは加熱炉の専用コードではないこともあり、多種類の加熱形態を比較する場合など、基本的にそれぞれの場合について解析領域の空間ジオメトリあるいはメッシュ構築を別個に実施しなくてはならない。そうした作業は、十分な予算や時間が確保された特別な状況でなければ現実的に実施不可能である。

加熱プロセスの効率化というような目的の問題解決に要求されるのは、「細部まで厳密なモデルによる特定ケースの詳細解析」というよりは「共通モデルによる複数ケース間の相対比較」である場合が多い。前者はたとえば「ロータリーキルン内の流動する製品のある部位の温度」を予測するような問題が考えられるし、後者は「同一消費エネルギーのもとでの複数の炉の効率性比較」というような問題に代表され、まさに先に述べた多数のパラメータの影響の検証が焦点となる。そこで用いられるモデルは近似されていても良い（むしろ計算時間の短縮を鑑み近似されるべきである）が、着目パラメータの効果をよく引き出せるように、意図された近似手法に基づいて構築されるべきである。

当該問題は大きな重要性を持ちながら、それに関する研究がほとんど実施されていなかった。そもそも比較基準が明確化されておらず、ともすれば、(伝熱学的に根本的な支障がない範囲で)販売したい加熱形態の炉に有利になるような条件での熱収支計算が提示されるようなケースも散見された。

## 1.2 研究の目的・経緯

このような背景の中、本研究では、前述のように太陽電池および各種ディスプレイ用ガラス基板や二次電池用フィルム基板などを対象としたふく射伝熱を主体とする加熱炉を想定し、各種加熱炉の加熱性能を正当に相対比較し、以降の設計効率化に寄与するための数値モデルを構築することを試みた。そこでは、多くの加熱炉に代表される形態を鑑み、またパラメータの効果を効果的に引き出すため、平行平板や直方体といった単純化された形状に基づく系の物理モデル化を実施した。当該モデルにおけるふく射の計算には、射度法および空間分割法 [1-3] をベースとして用いた。当該手法は、その計算所要時間に比してエネルギー保存という観点における計算誤差が小さいという特徴を持ち、本研究の目的に最適であると判断した。

検討すべき興味深い問題としては、「ふく射加熱および熱風加熱の効率比較」あるいは「断

熱壁の厚みによる省エネルギー性比較」というようなものも存在するが、本研究においては、特に内部の被加熱物の温度推移に対して、炉内壁面における発熱面および非発熱面の放射率と被加熱物の放射率との組み合わせを検証することにより、効率的設計に応用可能ないくつかの指針を見出すことを目的とした。本研究の5章および6章においては前記モデルを用いた数値解析結果を掲載したが、ここでは系内に投入されるエネルギーをすべて一定とした形で各種条件を比較した。当該投入エネルギーがどういった形で系外に散逸されるかという点も評価し、比較計算の妥当性を確保した。なお本研究における解析は基本的に炉内部が真空である場合につき実施している。

当初は数値プログラムによるケーススタディーを中心に実験比較等を交え研究を進める予定であったが、当該プログラムを構築・検証する過程で、加熱炉（閉空間）内におけるふく射平衡について検討する必要性を認識した。その後の考察の結果、閉空間におけるふく射平衡について、各種物理学的な知見に矛盾なく一連の現象を説明しうる新規手法（数学的形式）の構想に思い至り、それを定式化することに注力した。2章を中心に記載した当該手法の構想および証明方法は、本研究において新たに見出したものであるが、それらは前記「射度法」をベースとした式展開により実現された。当該理論考察により得られた知見を数値プログラムのベンチマークへ適用する手法も含め、下記のような一連の研究の流れについて検討する。

- ① 基礎理論
- ② 数値プログラムの構築
- ③ 当該理論を用いた数値プログラムの検証
- ④ 数値プログラムによるケーススタディー
- ⑤ 加熱炉設計指針の導出

### 1.3 先行研究

ふく射に関する数値解析の手法としては概ね下記のような手法が考えられ、それぞれ多数の研究者および技術者の努力により実用化され、実設計にも適用されている。

- ① 空間分割法（射度法含む）
- ② モンテカルロ法
- ③ ふく射要素法

これらについては、前述のもの他文献等も数多く刊行されている [4-6]。もとよりふく射は空間を電磁波が伝播する現象であるため、Maxwell 方程式を考慮するのが厳密であるが、特別な場合以外は通常それが直接解かれることはまれである。上記①の「空間分割法」は前述のように本研究でベースとしたものであり、閉空間内のふく射の伝播および壁面でのその吸収放射を、空間を囲む各面間の熱交換に近似して解析するものである。その場合「射度」の概念を用いることにより、エネルギー収支を簡潔な式体系で表現することができる。なお、

当該手法に関する先行研究において「閉空間ふく射平衡という物理現象に数式的根拠を与える」というような目的のもとでの体系化された報告例は存在しなかった。

②はふく射の伝播を粒子の動きとみなし、その軌跡を追跡する手法である。当該粒子が空間のどの部分で吸収されるかまたどの方向に反射されるか、といった条件を決定する際に確率的手法が用いられる。光線追跡の手法で室内（閉空間）のふく射環境を詳細に解析した研究が報告されている[7]。ふく射の非等方散乱を効率的に処理することが可能であるが、計算領域内の各面から射出する光線の本数を多く確保しないと計算が不正確になり、またそれにつれ多大な計算時間を要するため1.1節で述べた個別問題向きの手法といえる。そのため本研究では当該手法を選択していない。

また③は空間をコントロールボリューム(CV)に分割し、その各 CV においてふく射の吸収・透過・散乱を計算するものである。基礎方程式はふく射輸送方程式[8]とよばれ、閉空間内の流体がふく射を吸収・再放射する場合（ガスふく射）の解析に特に有効であるが、②と同様多大な計算時間を要することもあり、ガスふく射を取り扱わない本研究においては検討していない。

従来のふく射加熱に関する研究は、被加熱物の物性面に重点をおいて行われたものが多い。樹脂等を材質とする厚みの薄い被加熱物を、赤外線により加熱する過程について、1次元の熱伝導方程式を中心とした定式化により解析した事例がいくつか報告されており[9-13]、本研究の定式化においても参照した。それらの中で、被加熱物内部のふく射吸収についての詳細な取り扱いが報告されており、ヒータ自身や被加熱物に関する分光放射（吸収）率の測定、およびそれらの基礎方程式系への導入手法について検討されている。さらには被加熱物内部において界面での多重反射過程を経てふく射が吸収されていく理論等も展開されているが、逆に被加熱物周囲の条件としては、開放系が前提である、もしくはヒータ温度が一定値として指定される等、簡略化される傾向が見られる。

上記に関連して、赤外線ヒータ単体の放射スペクトルを取り扱った研究例は、比較的多いと考えられる [14,15]。同様の観点からは、ある条件での特定面の放射分光スペクトルと Kirchhoff の法則との相関を、実験的に詳細に論じた報告もある [16,17]。

一方、本研究の目的である炉内壁の材質(放射率)と加熱効果との相関といった観点からの研究例は、ほとんど報告されていなかった。事実、筆者はこれまで生産ラインで用いられる加熱炉を多数設計施工してきたが、そうした加熱炉の実際の運転上において、最適な炉内壁材質についての見解を求められるケースを数多く経験した。関連する先行文献としては、炉内壁面に赤外線放射塗料を塗布し高放射率にすれば加熱効率が上がる、といった特許文献 [18-21] が複数ある。しかしながら、断熱壁が相当の厚みを持つ赤外線加熱炉の内部は、内壁面が反射材であっても擬似的に黒体とみなせる等の仮説も提起されており[22]、炉の形態および使用状況によってその見解が分かれているのが現状である。有機 EL ディスプレー用ガラス基板上の有機層定着工程に使用される揮発性塗布剤の乾燥炉等においては、揮発物の

炉壁面への付着により内壁放射率が経年変動する懸念があり、それによる加熱効果の変動も実際に問題視されているので、当該面からも十分に検討すべき問題である。

前述のように、こうした問題に関する体系的な研究報告はきわめて少なかったため、本研究においては、比較パラメータとして「内壁放射率」および「被加熱物放射率」に着目し、数値計算を実施した。実際には各企業や研究機関内部においては、前述の市販ソフト等も用いて、個別のケースにそうした目的の大規模な解析が実施されている場合もあると考えられるが、機密上の問題等により、それらが外部に報告されにくい状況が推測される。また、たとえば被加熱物の加熱環境下でのレスポンス（耐温度性、対風速性、高温下での反応傾向等）が余りに特殊な場合は、そこで仮に炉の性能に関する何らかの知見が得られたとしても、当該知見が他の場合において普遍的に有効ではない場合がある。結局その情報は外部に開示されないし、実際に加熱工程で熱解析が実施されるのはそうした特殊ケースを対象とした場合が多い。

## 1.4 ふく射に関わる諸法則

1.2 節の研究の流れ①については、閉空間のふく射エネルギー平衡についての基礎的な考察を試みるため、先行研究調査の一環として、物理学上のふく射に関する基本法則の内容を再確認する。まず当該「ふく射平衡」について、大半の文献や教科書において「壁温度均一の空洞で実現される」という記載から開始されている。エネルギー平衡の概念よりそれを認めるとしても、ではどうしたら空洞の壁は温度が一定になるのか、もしくは現実的にそれは実現可能なのかという点に関する記載はほとんど見当たらない。本研究の2章および4章において、その観点よりふく射平衡を実現しうる空洞形態の事例についても論ずる。

### 1.4.1 Kirchhoff の法則

Kirchhoff の法則は、次のように表現される [23,24]。文献 [23]は Kirchhoff の法則に関する原著論文の和訳である。

ふく射平衡状態にある物質の表面が放出する放射能  $E$  と表面の吸収率  $\alpha$  との比は物質（材質）に関係なく一定で、その値は黒体の放射能  $E_B$  に等しく、温度と放射の波長（振動数）のみの関数である。このとき、表面の放射率  $\varepsilon$  を  $\varepsilon = E/E_B$  と定義すれば  $\varepsilon = \alpha$  となる。

Kirchhoff の考察においては、下記の3つを前提として「 $\varepsilon = \alpha$ 」の関係を導いたと解釈できる。

- a) ふく射平衡のときすべての壁面温度は均一である
- b) すべての壁面温度が均一であるときふく射平衡である
- c) ふく射平衡のときふく射場の状態は一意に決まる  
(温度のみに依存し材質によらない)

要するに、ふく射平衡の状態は、均一の温度を有する壁面で囲まれた空洞内において実現されるとしている。熱力学的平衡の概念を前提とすれば a) は自明であり、b) も通常は自明として扱われる。また c) についての証明としては、2 つの異なる空洞を連結させたモデルに熱力学第 2 法則を前提とした背理法を用いて実施された事例が、多くの文献に報告されている [25-27]。ただし当該証明は、複数の波長域におけるエネルギーが相殺しあうことで 2 つの空洞の温度が維持されるという可能性を排除し切れていない可能性があり、Planck による文献 [28]には、空洞内のふく射線の偏向・散乱・減衰等を考慮して下記 (1.1) 式を導くさらに詳細な証明が記載されている。

この空洞内のふく射平衡状態が壁面温度のみに依存し、壁面材質や大きさに依存しないという前提が重要であり、それにより、平衡状態における空洞内電磁波のエネルギーを  $u$  (空洞の大きさや材質によらない) として、空洞の内壁面において電磁波と壁面とのエネルギーの授受を考察し、(1.1) 式および(1.2) 式を導く。

$$\frac{E_i(\nu, T)}{\alpha_i(\nu, T)} = \frac{c}{4} \cdot u(\nu, T) \quad (1.1)$$

ここで

$E_i$ : 壁材質  $i$  のときの放射能

$\alpha_i$ : 壁材質  $i$  のときの吸収率

$c$ : 光速

$u(\nu, T)$ : 空洞ふく射 (ふく射平衡) 時のエネルギー密度

$\nu$ : 振動数

$T$ : 温度

(1.1) 式において、この段階ではまだ右辺  $u$  の関数形が判明していない。しかしながら、前述のように  $u$  が壁の材質に依存していないのが重要な点で、この右辺を特に  $E_B$  と記載し移項すれば

$$\frac{E_i(\nu, T)}{E_B(\nu, T)} = \alpha_i(\nu, T) \quad (1.2)$$

となり(1.2) 式の左辺を放射率と定義して関係「 $\epsilon = \alpha$ 」に到達する。この関係は壁面(物質)に関するものである。空洞内ふく射平衡の一意性から(1.1) 式を導く際には、着目する壁面に入射するすべての方向からの電磁波のエネルギーを積分する操作が必要である [24]。これは、空間内の電磁波のエネルギーをもとに壁面の放射エネルギーを導く操作と見ることが可能であり、この意味においては、(1.1) 式および(1.2) 式の導出過程における Kirchhoff の考察は「空洞(空間)の性質」を前提として「壁面(物質)の性質」を導いたものであると解釈することができる。特に、(1.1) 式および(1.2) 式で振動数に依らず  $\alpha \equiv 1$  とおけば、その物質はすべての入射を吸収することを意味し、それを黒体とよんでいる。したがって前述の  $E_B$  は黒体の放射エネルギーを意味する。またそのとき(1.1) 式より、物質からの放射として

の  $E_B$  は、平衡状態にある空洞内の電磁波のエネルギーである  $u$  と、振動数の関数としてのスペクトル分布において比例関係をなすことが理解される。

### 1.4.2 Planck の法則

以上の Kirchhoff の考察をベースとして、任意温度の平衡状態の空洞内電磁波スペクトル  $u$  についてその関数形を導出する。当該関数形は統計力学的考察により導かれ、Planck の法則と呼ばれている ((1.3) 式) [29-31]。文献 [29] は Planck の法則に関する原著論文の和訳である。(1.3) 式は  $\nu \sim \nu + d\nu$  の間にある空洞内の単位体積あたりのふく射エネルギーである。

$$u(\nu, T) d\nu = \frac{8\pi}{c^3} \cdot \frac{h\nu^3}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1} d\nu \quad (1.3)$$

(1.3) 式の導出についてはいくつかの方法があるが、下記にそのひとつについて概略を記載する。まず平衡状態における空洞内において、電磁波が定在波の形で封じ込められるとし、当該定在波の固有振動の数を計算する。その場合に、ふく射平衡の状態が空洞の大きさ・形状・壁材質に依存しない点に着目し、空洞形状として立方体を用いることで計算が大幅に容易化される。 $\nu \sim \nu + d\nu$  の間にある空洞内の単位体積あたり固有振動の数  $g(\nu) d\nu$  は、結論のみ示すと(1.4) 式となる

$$g(\nu) d\nu = \frac{8\pi}{c^3} \cdot \nu^2 d\nu \quad (1.4)$$

ここで各固有振動は  $h\nu$  の整数倍の段階的なエネルギーをとる。このことは正式には別途 Schrödinger の波動方程式を解くことにより導かれる。温度が  $T$  のとき振動子が  $nh\nu$  のエネルギーを持つ確率は、Maxwell-Boltzmann 統計によりボルツマン因子

$$\exp\left(\frac{-nh\nu}{kT}\right)$$

に比例するため、各固有振動の平均エネルギー  $\bar{nh\nu}$  は

$$\bar{nh\nu} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} nh\nu \exp\left(\frac{-nh\nu}{kT}\right)}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp\left(\frac{-nh\nu}{kT}\right)} = \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1} \quad (1.5)$$

と記載できる。(1.5) 式は実質的に、初項 =  $h\nu \exp(-h\nu/kT)$ 、公比 =  $\exp(-h\nu/kT)$  の無限等比級数の和に等しい。最終的に(1.4) 式に(1.5) 式を乗じて(1.3) 式が導かれる。以上は個々のエネルギー順位にそれぞれ識別可能な「固有振動」を、古典的粒子として分配する手法であるため、Maxwell-Boltzmann 統計が用いられる。このほか空洞内の電磁波を粒子数不定のボーズ粒子 (フォトン) として考え、Bose-Einstein 統計を適用することによっても同様の結果が得られる。

### 1.4.3 Stefan-Boltzmann の法則

(1.3) 式を(1.1) 式右辺に代入した式をすべての振動数にわたって積分すると、任意温度における黒体からの放射の総エネルギーが求められる。すなわち

$$E_B = \sigma T^4 \quad (1.6)$$

(1.6) 式を Stefan-Boltzmann の法則[30-32]とよび、黒体面からの放射が当該面温度の絶対温度の 4 乗に比例することを示す、工学上において非常に重要な法則である。文献 [32]は Stefan-Boltzmann の法則に関する原著論文の和訳である。特に灰色体面からの放射エネルギー総量は(1.6) 式に放射率を乗ずるだけで定義可能であるため、各種基礎的なふく射解析に重用される。

なお、本研究の 2 章の閉空間ふく射平衡に関する理論体系においては(1.3) 式および(1.6) 式のような関数形の確定を必ずしも必要としない。実際に加熱炉を想定した 3 章以降の数値モデルにおいては、(1.3) 式および(1.6) 式を根拠とした定式化を行っている。

## 1.5 本論文の概要

本論文は全体で 7 つの章から構成される。

まず 2 章においては本章 1.2 節でも述べたように、閉空間におけるふく射平衡に関する新規手法（数学的形式）に関して詳しく記載した。当該手法は Kirchhoff の法則が導かれる過程の逆手順という側面を持ち、各種物理学的な知見に矛盾しない形で一連の現象を説明するものである。

3 章においては、各種加熱炉の加熱性能を正当に相対比較し、以降の設計効率化に寄与するために構築した数値モデルの定式化について記載した。本研究で用いた数値モデルは大別して次の 2 種類である。

(1) 無限平行面モデル (Infinite parallel plates model)

(2) 有限直方体多分割面モデル (Finite multi-fractionated rectangular model)

4 章においては、上記数値モデルについて、2 章の理論的知見を用いたベンチマークの結果を記載した。主として上記(2)のモデルにより、閉空間がふく射平衡となる条件を吟味し計算した。その結果が 2 章の理論により示唆された結論と合致していることを確認し、理論および数値モデル双方の妥当性を示した。ふく射平衡が実現しうる現実的な空洞形態の例示という側面も持つ。

5 章および 6 章は、上記 2 種類の数値モデルによるケーススタディーである。それぞれ 5 章では(1) 無限平行面モデルについて、6 章では(2) 有限直方体多分割面モデルについて、具体的な条件のもとでの計算結果および考察を記載した。複数の加熱炉の性能比較を前提としているため、系全体のエネルギー収支の状態を考慮した上での加熱過程の数値解析である点が特徴である。1.2 節でも述べたように、炉壁内面と被加熱物面の放射率をパラメータとし、系内に投入されるエネルギーをすべて一定とした形で加熱性能を比較した。その結果、両者

の解析結果においていくつかの新たな設計指針を見出すに至った。

7章は、全体のまとめと今後の課題について記載した。

≡ 第2章 閉空間ふく射平衡に関する理論的研究 ≡

## 2.1 序論

ふく射平衡という物理現象を理解する上でのひとつの考え方を提案する。緒論でも述べたように、空洞内のふく射平衡については Kirchhoff および Planck により詳しく研究された。まず壁面温度均一の閉空間がふく射平衡であることを前提として黒体の概念が導入され、そこでのエネルギー収支を考察することで、吸収率および放射率を  $\alpha$  および  $\varepsilon$  として、平衡状態にある任意の放射面について「 $\varepsilon = \alpha$ 」(Kirchhoff の法則) という関係が導かれている [23,24]。これに関しては Planck による詳細な証明も存在する [28]。いずれも空洞内における熱力学的平衡の概念を前提として最終的に「 $\varepsilon = \alpha$ 」の関係を導く考察である。

本研究ではその考察とは逆に、任意の放射面において「 $\varepsilon = \alpha$ 」という関係を「仮定」として認めると、それのみから「結論」として「空洞内ふく射平衡の均一性および一意性」の導出が可能であることを見出し、当該証明を定式化した。この証明には射度の概念を用い、空洞内ふく射平衡の均一性および一意性は、射度の均一性および一意性という形で表現される。当該「仮定」は「結論」とは独立に定義可能である。証明により得られた知見は以下のよう  
にまとめることができる。すなわち

多面からなる閉空間内のふく射エネルギー収支 に関し、

定理 1 :

すべての面  $i$  で  $\varepsilon_i = \alpha_i$  であれば、すべての面でふく射平衡が成立している場合には、すべての面の温度は等しい。またそのとき、すべての面の射度も等しく、その値は当該面温度の黒体放射能に一致する。

定理 2 :

すべての面  $i$  で  $\varepsilon_i = \alpha_i$  であれば、すべての面の温度が等しい場合には、すべての面でふく射平衡となる。またそのとき、すべての面の射度も等しく、その値は当該面温度の黒体放射能に一致する。

証明自体は熱力学的平衡の概念 (熱平衡のとき温度が等しいということ) を前提としなくとも成立するものであり、各種物理学的な知見に矛盾なく一連の現象を説明しうる数学的形式となっている。また、当該知見は、各種ふく射解析コードのベンチマークのための理論的根拠として適用が可能である。

## 2.2 証明に関わる前提

### 2.2.1 証明の内容

以下の証明を試みる。

多面から構成される閉空間内の各壁面において、

定義 a) 吸収率  $\alpha_i$  (後述) と放射率  $\varepsilon_i$  ((2.1) 式)

仮定 b) 各面  $i$  で  $\varepsilon_i = \alpha_i$

仮定 c) 射度法による閉空間系のふく射エネルギー交換モデル(2.2)~(2.4) 式  
の下で,

結論 a) ふく射平衡のときすべての壁面温度は均一である

結論 b) すべての壁面温度が均一であるときふく射平衡である

結論 c) ふく射平衡のときふく射場の状態は一意に決まる (温度のみに依存し材質によらない)

が得られる.

なお本研究の証明の範疇においては, 結論 c)中の「材質」とは内壁面放射率の意味で用いる.

## 2.2.2 吸収率と放射率の定義

本証明における吸収率  $\alpha_i$  と放射率  $\varepsilon_i$  の意味を明確化する. まず吸収率  $\alpha_i$  は, 任意の面に入射するふく射が物質内部に吸収される (熱に変換される) 割合と定義する. 2.2.3 項においては, 外来照射量  $J_i$  に対する吸収分である. したがって,  $(1 - \alpha_i)$  は任意面における反射率である.

次に放射率  $\varepsilon_i$  は, 任意面の放射に関して (その面温度のみに依存する) 上限量  $E_B$  を定義し, それに対する任意面の実際の放射量の割合と定義する ((2.1)式).  $E_B$ ,  $\varepsilon$  および  $\alpha$  は振動数の関数とする. なお, ここでの  $E_B$  については, 必ずしも空洞内のふく射平衡と関連付けられるものではなく, 単に上限値としての意味で使用される. したがって, すでにその関数形は見出されているが, 以降の証明においてはその関数形を規定する必要はなく「(振動数ごとに) 温度のみに依存する増加関数」という仮定で十分である. 要するに, 任意面の放射エネルギーには当該面の温度に応じた上限値の縛りがある, という事象を仮定として議論を進める.

一方後述するが, Kirchhoff の考察においては空洞内ふく射平衡が前提であるため,  $E_B$  はそこでの電磁場と結び付けられて定義される.

## 2.2.3 射度を用いた定式化

多数の表面 (面ごとに異なる物質であり, 異なる温度を有する可能性がある) からなる閉空間系におけるふく射伝熱を考える. 閉空間のふく射エネルギー交換を論ずる場合の手段として, 射度という概念が図 2.1 により導入されている. すなわち, ある面  $i$  からの単位面積あたり単位時間の総放出量は「当該面自身の放射量  $E_i$ 」と「外来照射量 (表面に入射する総ふく射エネルギー)  $J_i$  の反射分」との和になり, この和を射度  $G_i$  と定義する.

図 2.1 の関係は, 次の式群にまとめられる.

$$E_i = \varepsilon_i E_{B,i} \quad (2.1)$$

$$G_i = E_i + (1 - \alpha_i) J_i \quad (2.2)$$

$$J_i = \sum_j F_{ij} G_j \quad (2.3)$$

ここで  $F_{ij}$  は面  $i$  から  $j$  を見た形態係数である。(2.1)式は前述のように放射率の定義でもある。なお(2.1)~(2.3)式の成立においては、着目する各面において完全拡散放射、完全拡散反射、さらにはふく射の偏光の等方性が前提となっている。また、ある面  $i$  の正味のふく射エネルギー交換量は、面  $i$  の面積を  $A_i$  として次式で表される。

$$Q_i = (E_i - \alpha_i J_i) A_i = (G_i - J_i) A_i \quad (2.4)$$

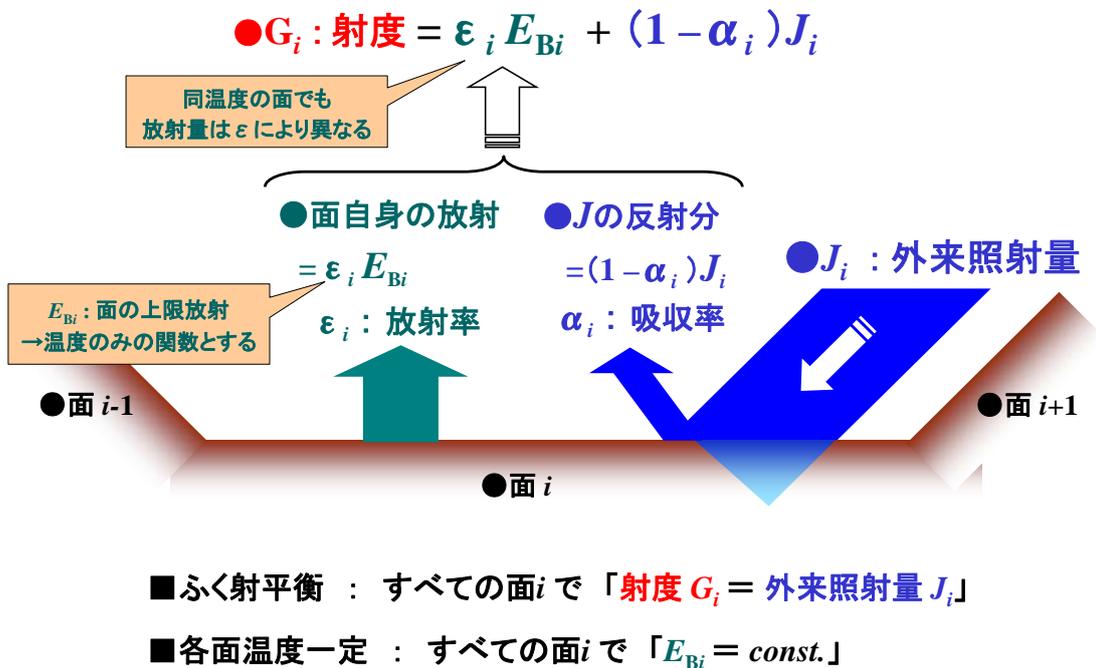


Fig. 2.1 Radiosity.

「閉空間」の定義は「流体を通さない面を取り囲まれた空間」とする。閉空間を囲む複数の面に(2.1)~(2.4)式を連立して適用したものは、「射度法による閉空間系のふく射エネルギー交換モデル」と呼ばれている[1-3]。特に、多数の面からなるふく射系がふく射平衡状態になるとき、すべての内壁面の正味のふく射エネルギー交換量はゼロ  $Q_i = 0$  でなければならない。「閉空間において、すべての面でふく射に関し外界とエネルギー的に遮断されており、単色ふく射エネルギー交換量  $Q_{\lambda,i} = G_{\lambda,i} - J_{\lambda,i} = 0$ 」である状態を「単色ふく射平衡」と定義し、「全ふく射エネルギー交換量  $Q_i = G_i - J_i = 0$ 」である状態を「全ふく射平衡」と定義する。またこのとき、閉空間を囲む壁の状態としては、その厚みが十分に厚く外部とは断熱状態であるか、もしくは、2.3節で考察するような特別な条件が必要となる。

なお系全体を考えた場合，総射度と総外来照射量が等しいことを示す次式

$$\sum_i G_i = \sum_i J_i$$

は，系内の温度の時間変化がなくなった定常状態では非平衡の場合を含め常に成立する。

## 2.2.4 証明の趣旨

本研究においては，熱力学的平衡の概念等を前提とせずに，2.2.1 項の仮定のみから結論を導く新たな現象の捉え方を議論する。本証明における「仮定」のうち主要部は b) である。これ自体についても，2.2.2 項の定義と同様，空洞内ふく射平衡と必ずしも関連付けられるものではない。「個々の材質が仮定 b) という性質を普遍的に保有している」という事象を，単に，論証の仮定として扱うことは自由である。このことから，以下の議論は循環論法ではないことは明らかである。

## 2.3 等材質モデルによる簡易的考察

空洞ふく射の成立条件を考えることで推論の見通しをよくすることを鑑み，簡易モデルによる思考実験を行う。特に，2.2.2 項での放射率と吸収率の定義のみでは，結論の一部が導けないことを明確化する。熱力学的平衡の概念を前提としても結論 c) は少なくとも自明ではない。それは次のようにしてわかる。

図 2.2 にふく射平衡を実現すると考えられる 2 種類の閉空間を示す。これらは内壁面のみ全体に均一な発熱速度 ( $Q$  [ $\text{W}/\text{m}^2$ ]) をもち，周囲を均一な材質で囲まれた，内部が真空の球状空間である。

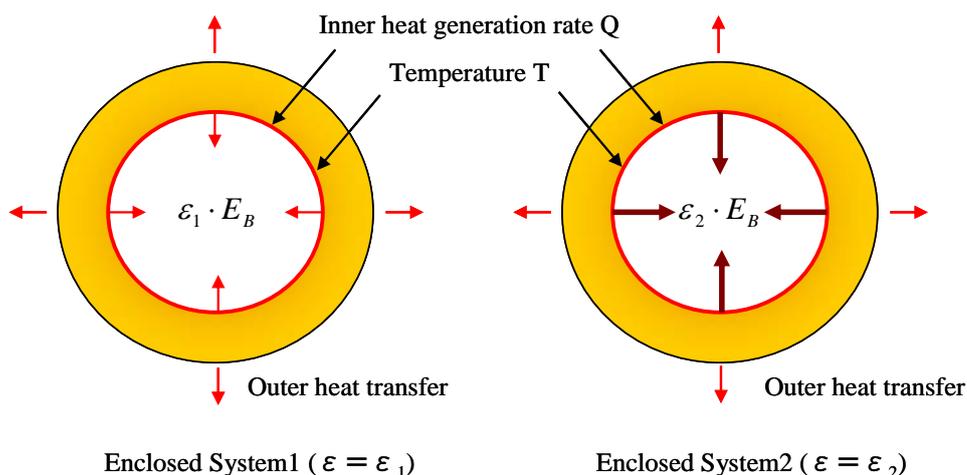


Fig. 2.2 Thermal radiative equilibrium in enclosed system.

閉空間 1 と 2 では発熱速度，壁内部の物性値および外壁面の熱伝達条件を同一とし，内壁

面の放射率のみが異なると仮定する。以下両者の定常状態において議論すれば、閉空間 1 と 2 とともに、点対称の境界条件を持つため、壁における熱伝導の理論より、それぞれの空洞内で内壁面温度は均一になるはずである。さらに、内壁面温度均一であることから、内部がそれぞれふく射平衡状態となること(結論 b)を認めるとすると、すべての内壁面上で見かけ上エネルギーの流出入がなくなるため、内壁面上における発生熱量はすべて外壁方向に流れる。その結果、前記仮定および熱伝導の理論より、内壁面温度および壁内の(半径方向の)温度分布は、閉空間 1 と 2 で同一になる。

まず、2.2.1 項の仮定 b)を考慮せず、 $\varepsilon_1 < \varepsilon_2 < 1$  とし、内壁吸収率を双方とも 1 とする。その場合、内部でのふく射エネルギー収支は  $E_i$  の定義から、図 2.2 のように、閉空間 1 と 2 で内壁面温度が同一であっても、面からの(それぞれの閉空間において均一な)放射量 (= 吸収量) が異なった形でエネルギー平衡を保つことになる。いずれもエネルギー収支上は問題ない。 $E_i$  の定義においては、各面の放射エネルギーの上限値を規定しているのだから、閉空間内のふく射平衡状態は一意に決まりそうだが、この前提のみでは上限があると規定しているだけで、平衡時に各面の放射が必ず上限になるとは言っていない。むしろ、上の例で見たように、同一温度の放射面でもその放射率によって面自身の放射量は異なることになるので、結論 c)が必ずしも自明でないことが理解される。

結局、仮定 b)を導入することにより、初めて結論 c)を含むすべてが確保される(この確認には証明が必要であり、次章でその証明を行う)。以上の考察は、仮定 b)と空洞ふく射の一意性とは、ある種の対等関係を保有している可能性を示唆している。

図 2.2 のように、均一放射率の面に囲まれた閉空間ではこのような思考実験も比較的容易であるが、多面間になると非常に困難である。こうした状況を踏まえ、以下において一般的な証明を試みる。多面間のふく射エネルギー交換に対応するため、証明には仮定 c)の射度法による閉空間系のふく射エネルギー交換モデルを使用する。仮定 c)は各面の射度を規定するものであるが、仮定 b)と比較すると、「論理的な定義」という性格を強く持つ。

## 2.4 証明

以下の証明においては、単色ふく射系として考え、振動数を  $\nu$  とし、 $E_B$ 、 $\varepsilon$  および  $\alpha$  はそれぞれ  $\nu \sim \nu + d\nu$  の間にある電磁波に対する値、という意味で取り扱う。 $d\nu$  は十分に小さいものとする。なお、射度法による定式化における式(2.1)~(2.4)もその意味で取り扱う。

### 2.4.1 結論 a) を導く証明

面の数を  $n$  とする。(2.1)~(2.3)式より、

$$G_i = \varepsilon_i E_{B,i} + (1 - \alpha_i) \sum_j F_{ij} G_j \quad (2.5)$$

また、形態係数については次式が成立する。

$$A_i F_{ij} = A_j F_{ji}, \quad \sum_j F_{ij} = 1$$

すべての面でふく射平衡 (単色ふく射平衡) が成立しているとする、

$$G_i = J_i$$

このとき、(2.2)式より、 $G_i = \varepsilon_i E_{B,i} + (1 - \alpha_i) G_i$  となり、結局、 $\alpha_i G_i = \varepsilon_i E_{B,i}$  が得られる。ここで、「各面  $i$  で  $\varepsilon_i = \alpha_i$ 」という条件を課すと次式が得られる。

$$G_i = E_{B,i}$$

(2.5)式より、すべての面  $i$  について次式が成立する。

$$E_{B,i} = \varepsilon_i E_{B,i} + (1 - \varepsilon_i) \sum_j F_{ij} E_{B,j}$$

さらに変形すると、

$$(1 - \varepsilon_i)(E_{B,i} - \sum_j F_{ij} E_{B,j}) = 0$$

が成立するため、 $\varepsilon_i \neq 1$  の場合には

$$E_{B,i} - \sum_j F_{ij} E_{B,j} = 0 \quad i = 1, \dots, n \quad (2.6)$$

$\varepsilon_i = 1$  の場合についても、(2.1)式~(2.3)式において  $\varepsilon_i = \alpha_i = 1$  とおき、さらに  $G_i = J_i$  の関係を用いることで(2.6)式の成立が確かめられる。また、形態係数の総和定理

$$\sum_j F_{ij} = 1$$

より、任意の面  $i$  について

$$-E_{B,i}(1 - \sum_j F_{ij}) = -E_{B,i} + \sum_j F_{ij} E_{B,i} = 0$$

の関係が成立するが、上式でたとえば  $i = 1$  の場合の次式

$$-E_{B,1} + \sum_j F_{1j} E_{B,1} = 0$$

を(2.6)式の左辺に加えると、

$$(E_{B,i} - E_{B,1}) - \sum_j F_{ij} (E_{B,j} - E_{B,1}) = 0 \quad i = 1, \dots, n$$

すなわち

$$\sum_j (\delta_{ij} - F_{ij})(E_{B,j} - E_{B,1}) = 0 \quad i = 1, \dots, n \quad (2.7)$$

ただし、上式において  $\delta_{ij}$  はクロネッカーのデルタである。(2.7)式を  $i$  について加えると、

$$\begin{aligned}
& \sum_i \sum_j (\delta_{ij} - F_{ij})(E_{B,j} - E_{B,1}) = 0 \\
& \sum_j \left\{ \sum_i (\delta_{ij} - F_{ij}) \right\} (E_{B,j} - E_{B,1}) = 0 \\
& \sum_j \left\{ 1 - \sum_i F_{ij} \right\} (E_{B,j} - E_{B,1}) = 0 \\
& \therefore \sum_j \{0\} (E_{B,j} - E_{B,1}) = 0 \tag{2.7'}
\end{aligned}$$

すなわち, (2.7) 式は恒等的に成立する. したがって, (2.7) 式のうち一つの式は除かなければならない. また(2.7) 式で,  $E_{B,j} - E_{B,1}$  を含む左辺第 1 項は  $j=1$  のときは恒等的にゼロである. したがって,

$$\sum_{j=2}^n (\delta_{ij} - F_{ij})(E_{B,j} - E_{B,1}) = 0 \quad i = 2, \dots, n$$

この  $E_{B,j} - E_{B,1}$  ( $j = 2, \dots, n$ ) に関する同次連立一次方程式でゼロでない解が存在するためには, 係数行列式がゼロでなければならない. この係数行列式  $\det f$  は,  $F_{ii} = 0$  の場合, 次式のように表される.

$$\det f = \begin{vmatrix} 1 & -F_{23} & -F_{24} & \cdots & -F_{2n} \\ -F_{32} & 1 & -F_{34} & \cdots & -F_{3n} \\ \cdots & & & & \\ -F_{n2} & -F_{n3} & -F_{n4} & \cdots & 1 \end{vmatrix} \tag{2.8}$$

ここで, 係数行列  $f$  の各行で,

$$\sum_{j=2}^n |F_{ij}| < \sum_{j=1}^n |F_{ij}| = 1$$

であるため, 非対角成分の絶対値の和が, 対角成分 = 1 よりも小さいことがわかる. したがって, 係数行列は対角優位行列で正則となり [33],  $\det f \neq 0$  より  $E_{B,j} - E_{B,1}$  はすべてゼロとなる. すなわち,

$$E_{B,1} = E_{B,2} = \cdots = E_{B,n}$$

よって,  $E_B$  の定義によりすべての面の温度は等しい. また,

$$G_i = E_{B,i} = \text{const.} \quad i = 1, \dots, n \tag{Q.E.D.}$$

## 2.4.2 結論b)を導く証明

結論b)の仮定より，すべての面において，

$$E_{B,i} = E_B = \text{const.} \quad i = 1, \dots, n \quad (2.9)$$

とおける．ここで，各面の射度が有限値をとることを自明とすれば（2.7節参照），面*i*において適当な比例定数 $\hat{\varepsilon}_i$ を使用することにより，すべての面において， $G_i = \hat{\varepsilon}_i E_B$  と表示できる．なおこの $\hat{\varepsilon}_i$ は，4.3.2項で導入する「射度係数」の概念に等しい．(2.5)式より，「各面*i*で $\varepsilon_i = \alpha_i$ 」を課すと

$$G_i = \varepsilon_i E_B + (1 - \varepsilon_i) \sum_j F_{ij} \hat{\varepsilon}_j E_B = \hat{\varepsilon}_i E_B$$

となる．さらに，

$$\hat{\varepsilon}_{i,all} = \sum_j F_{ij} \hat{\varepsilon}_j \quad (2.10)$$

とおくと，

$$G_i = \varepsilon_i E_B + (1 - \varepsilon_i) \hat{\varepsilon}_{i,all} E_B = \hat{\varepsilon}_i E_B$$

よって，

$$\varepsilon_i + (1 - \varepsilon_i) \hat{\varepsilon}_{i,all} = \hat{\varepsilon}_i \quad (2.11)$$

ここで， $\hat{\varepsilon}_i$ が最大値および最小値をとる面の番号をそれぞれ（ $i = \max$ ）および（ $i = \min$ ）とすると，次式が成立する．

$$\hat{\varepsilon}_{\min} \leq \hat{\varepsilon}_i \leq \hat{\varepsilon}_{\max} \quad (2.12)$$

また(2.10)式において，

$\hat{\varepsilon}_{\min,all}$  :  $\hat{\varepsilon}_i$ が最小値をとる面の $\hat{\varepsilon}_{i,all}$

$\hat{\varepsilon}_{\max,all}$  :  $\hat{\varepsilon}_i$ が最大値をとる面の $\hat{\varepsilon}_{i,all}$

$F_{\min,j}$  :  $\hat{\varepsilon}_i$ が最小値をとる面から 他面  $j$ をみた形態係数

$F_{\max,j}$  :  $\hat{\varepsilon}_i$ が最大値をとる面から 他面  $j$ をみた形態係数

とすれば，下記の関係が成立する．

$$\begin{aligned} \hat{\varepsilon}_{\min,all} &= \sum_j F_{\min,j} \hat{\varepsilon}_j \geq \sum_j F_{\min,j} \hat{\varepsilon}_{\min} = \hat{\varepsilon}_{\min} \\ \hat{\varepsilon}_{\max,all} &= \sum_j F_{\max,j} \hat{\varepsilon}_j \leq \sum_j F_{\max,j} \hat{\varepsilon}_{\max} = \hat{\varepsilon}_{\max} \end{aligned}$$

したがって，

$$\hat{\varepsilon}_{\min} \leq \hat{\varepsilon}_{\min,all}, \quad \hat{\varepsilon}_{\max,all} \leq \hat{\varepsilon}_{\max} \quad (2.13)$$

(2.11) 式の右辺に(2.13) 式を用いると，

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{\min} + (1 - \varepsilon_{\min})\hat{\varepsilon}_{\min,all} &\leq \hat{\varepsilon}_{\min,all} \\
\hat{\varepsilon}_{\max,all} &\leq \varepsilon_{\max} + (1 - \varepsilon_{\max})\hat{\varepsilon}_{\max,all} \\
\varepsilon_{\min}(1 - \hat{\varepsilon}_{\min,all}) &\leq 0, \quad 0 \leq \varepsilon_{\max}(1 - \hat{\varepsilon}_{\max,all}) \\
\therefore 1 &\leq \hat{\varepsilon}_{\min,all}, \quad \hat{\varepsilon}_{\max,all} \leq 1
\end{aligned} \tag{2.14}$$

一方, (2.11) 式に(2.14) 式を用いると

$$\begin{aligned}
\hat{\varepsilon}_{\min} &= \varepsilon_{\min} + (1 - \varepsilon_{\min})\hat{\varepsilon}_{\min,all} \\
\hat{\varepsilon}_{\max} &= \varepsilon_{\max} + (1 - \varepsilon_{\max})\hat{\varepsilon}_{\max,all} \\
\therefore \hat{\varepsilon}_{\max} &\leq 1, \quad 1 \leq \hat{\varepsilon}_{\min}
\end{aligned} \tag{2.15}$$

(2.15) 式が(2.12) 式に矛盾しないためには,  $\hat{\varepsilon}_{\min} = \hat{\varepsilon}_{\max} = 1$  でなければならない。したがって, すべての面で  $\hat{\varepsilon}_i = 1$  となる。よって, すべての面において,

$$G_i = \hat{\varepsilon}_i E_B = E_B$$

この結果,

$$J_i = \sum_j F_{ij} G_j = E_B$$

よって,

$$Q_i = (G_i - J_i)A_i = E_B - E_B = 0 \quad i = 1, \dots, n \quad (\text{Q.E.D.})$$

### 2.4.3 結論 c) を導く証明

結論 c) に関しては, 結論 a) および b) の証明にいずれも付随する形で示される。すなわち結論 a) および b) は互いに逆の関係にあるため, 2.2.1 項の仮定 b) のもとでは, ふく射平衡状態はすべての面の温度が等しい状態でしか成立しないことになる。さらに各証明において, ふく射平衡時にすべての面で「射度」が, 仮定における放射量の上限值  $E_B$  となっている。ここで,  $E_B$  は温度のみの関数と規定したため, 空間内のふく射を各面の射度という物理量で代表させれば, それは平衡時に内壁面放射率に依存せず, (均一な) 壁面温度のみに依存して一意に定まることになる。要するに, いかなる複数の壁面 (それぞれが任意の放射率を持つ) で構成された空間であっても, 壁面温度が同一であれば, 内部におけるふく射平衡の状態は変わらない。放射率の小さい壁面では, 自身の放射量が少ない分を反射が補って均一化しているという見方もできる。

以上により, 「各面  $i$  で  $\varepsilon_i = \alpha_i$ 」という仮定のもとでは, 閉空間におけるふく射平衡状態は, その内壁面すべてが均一温度になった条件でのみ一意的に実現することが証明された。

## 2.5 考 察

### 2.5.1 Kirchhoffの法則との関連

Kirchhoff の考察においては、2.2.1 項の「結論の3つ」を前提として「仮定 b)」を導いた形となる。第1章の緒論にも記載したが、熱力学的平衡の概念を前提とすれば結論 a) は自明であり、結論 b) も通常は自明として扱われる。結論 c) については証明例 [25-27] がある。

空洞内のふく射平衡状態が壁面温度のみに依存し、壁面材質や大きさに依存しないという前提が重要であり、それにより、平衡状態における空洞内電磁波のエネルギーを  $u$  (空洞の大きさや材質によらない) として、空洞の内壁面において電磁波と壁面とのエネルギーの授受を考察し、(2.16) 式および(2.17) 式を導く。

$$\frac{E_i(\nu, T)}{\alpha_i(\nu, T)} = \frac{c}{4} \cdot u(\nu, T) \quad (2.16)$$

ここで

$E_i$ : 壁材質  $i$  のときの放射能

$\alpha_i$ : 壁材質  $i$  のときの吸収率

$c$ : 光速

$u(\nu, T)$ : 空洞ふく射 (ふく射平衡) 時のエネルギー密度

$\nu$ : 振動数

$T$ : 温度

(2.16) 式右辺の  $u$  が壁の材質に依存していないのが重要な点で、この右辺を特に  $E_B$  と記載し移項すれば

$$\frac{E_i(\nu, T)}{E_B(\nu, T)} = \alpha_i(\nu, T) \quad (2.17)$$

となり(2.17) 式の左辺を放射率と定義して関係「 $\varepsilon_i = \alpha_i$ 」(2.2.1 項の仮定 b)) に到達する。この関係は壁面(物質)に関するものである。空洞内ふく射平衡の一意性から(2.16) 式を導く際には、着目する壁面に入射するすべての方向からの電磁波のエネルギーを積分する操作が必要である[24]。これは、空間内の電磁波のエネルギーをもとに壁面の放射エネルギーを導く操作と見ることが可能であり、この意味においては、(2.16) 式および(2.17) 式の導出過程における Kirchhoff の考察は、「空洞(空間)の性質」を前提として「壁面(物質)の性質」を導いたものであると解釈することができる。特に、(2.16) 式および(1.2) 式で振動数に依らず  $\alpha \equiv 1$  とおけば、その物質はすべての入射を吸収することを意味し、それを黒体とよんでいる。したがって前述の  $E_B$  は黒体の放射エネルギーを意味する。またそのとき(2.16) 式より、物質からの放射としての  $E_B$  は、平衡状態にある空洞内の電磁波のエネルギーである  $u$  と、振動数の関数としてのスペクトル分布において比例関係をなすことが理解される。

一方、本章における解析的証明によって得られた内容は、逆に2.2.1項の「定義および仮定」

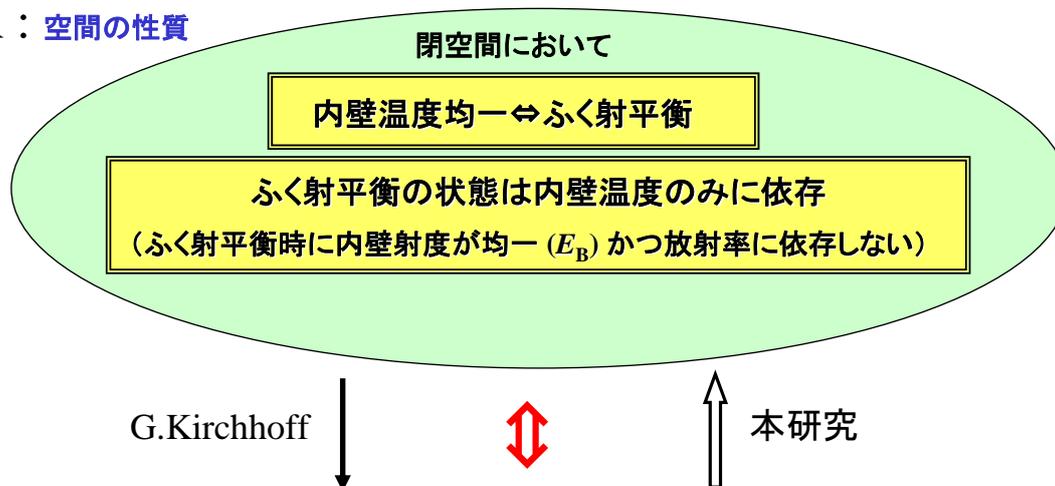
を前提として「結論の3つ」を導いた形となる。さらには、2.2.1項の「結論」の真偽が本報の趣旨ではなく、当該「結論」を2.2.1項の「定義および仮定」のみから導く証明法が趣旨である。結果、得られた知見は必然的に「仮定と結論が結ばれた命題」という形での表現となる。いずれもKirchhoffの法則に反するものではないが、壁面(物質)の性質である「 $\epsilon_i = \alpha_i$ 」を出発点として、平衡条件としての空洞(空間)の性質を導いた形となっているため、前節の考察も含めると、(電磁波のエネルギー自身を考慮していない形の証明ではあるが) Kirchhoffの法則が導かれる過程の逆の証明という性格を持つ。以上を鑑みれば、以下の2つの主張

主張1) 閉空間において「内壁温度均一」と「ふく射平衡」は同値であり、そのふく射エネルギー収支の状態は内壁面放射率によらない。

主張2) 任意の物質で放射率と吸収率は等しい。

は、同等の内容の換言であるという解釈が可能である。以上の内容を図2.3に示した。特に主張1)には熱力学的平衡の概念が包括されているが、本報では主張2)より主張1)を導いているため、放射率および吸収率の定義を含めた主張2)が、熱力学的平衡の概念も含めた空洞ふく射の均一性および一意性と対等の関係にある可能性を示唆している。

### A : 空間の性質



### B : 物質の性質

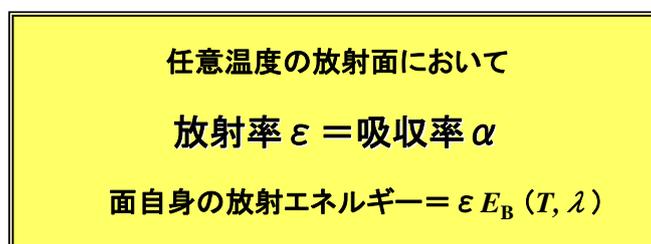


Fig. 2.3 Laws about Radiative Equilibrium

## 2.5.2 数値計算との関連

次章以降において一般的な非平衡系閉空間を対象として、数値モデルによる解析を展開するが、それらは基本的に「射度法による閉空間系のふく射エネルギー交換モデル:(2.1)式～(2.4)式」に基づく。関連して多くの文献 [4, 5] および解析例 [34, 35] が報告されている。本研究における考察は、そうしたふく射解析コードを検証する上での理論的基礎 (ベンチマーク的事項) として、認識すべき内容であると考え。たとえば、「ある面  $j$  のみで  $\varepsilon_j \neq \alpha_j$ 」という前提を課して、数値的にふく射平衡状態を形成すると、当該面温度の値が必ず他と異なる、という計算結果が示される (4.4.3 項参照)。すなわち、ふく射平衡状態であるのに各面の温度が異なるということになり、これは現実的ではなく、熱力学的平衡の概念に反する現象である。すなわち、「各面  $i$  で  $\varepsilon_i = \alpha_i$ 」と仮定することにより、確かに熱力学的平衡の概念に反しない結果が得られることの一部が示唆されている。逆に、あるプログラムを使用して「各面  $i$  で  $\varepsilon_i = \alpha_i$ 」と仮定した計算において、ふく射平衡状態で各面の温度が異なる結果が得られたのであれば、当該プログラムに何らかの問題が存在する可能性がある。本知見に基づく数値プログラム検証の具体例に関しては 4 章で詳しく記載する。

## 2.6 理論の全波長系との関連

以上の証明においては、前述したように単色ふく射系について考え、振動数を  $\nu$  として、 $E_B, \varepsilon$  および  $\alpha$  はそれぞれ  $\nu \sim \nu + d\nu$  の間にある電磁波に対する値、という意味で取り扱った。すべての波長を総括した系においては、各波長間の電磁波の相互作用は無いので単に各波長に関する結果を統合すればよい。しかしながら、非平衡状態の非灰色体面において、一般的に全放射率は全吸収率と一致しないため、以下その観点に基づく理論的取り扱いについて記載する。要するに閉空間が「全ふく射平衡」の場合に、必ず「すべての波長で単色ふく射平衡」でもあり、かつ平衡時に「全放射率 = 全吸収率」であれば、本章の理論の結果はそのまま任意の場合に適合する。用語の定義は以降随時行う。

### 2.6.1 非灰色体における単色ごとの方程式系

非灰色体において、単色放射率  $\varepsilon_{\lambda,i}$  と単色吸収率  $\alpha_{\lambda,i}$  を下記のように定義する [36-38]。

$$\varepsilon_{\lambda,i} \equiv \frac{E_{\lambda,i}}{E_{B\lambda,i}} \quad \alpha_{\lambda,i} \equiv \frac{J_{\lambda,i}^\alpha}{J_{\lambda,i}} \quad (2.18)$$

以上より、非灰色体の単色毎の方程式系 ((2.1)式から(2.4)式) について、波長  $\lambda$  を用いて再記述する。なお  $E_{B\lambda}$  は黒体の単色放射エネルギーで、Planck の法則 (1.3)式により定義される。

$$E_{\lambda,i} = \varepsilon_{\lambda,i} E_{B\lambda,i} \quad (2.1a)$$

$$J_{\lambda,i}^\alpha = \alpha_{\lambda,i} J_{\lambda,i} \quad (2.19)$$

$$G_{\lambda,i} = E_{\lambda,i} + (1 - \alpha_{\lambda,i}) J_{\lambda,i} \quad (2.2a)$$

$$J_{\lambda,i} = \sum_j F_{ij} G_{\lambda,j} \quad (2.3a)$$

$$Q_{\lambda,i} = (G_{\lambda,i} - J_{\lambda,i}) A_i \quad (2.4a)$$

## 2.6.2 非灰色体における全波長の方程式系

まず、各物理指標を定義する。ここで、 $E_i$ :全放射量、 $J_i^\alpha$ :全吸収量、 $G_i$ :全射度、 $J_i$ :全外来照射量、 $Q_i$ :全正味エネルギー交換量である。

$$E_i \equiv \int_0^\infty E_{\lambda,i} d\lambda \quad (2.1b)$$

$$J_i^\alpha \equiv \int_0^\infty J_{\lambda,i}^\alpha d\lambda \quad (2.20)$$

$$G_i \equiv \int_0^\infty G_{\lambda,i} d\lambda \quad (2.2b)$$

$$J_i \equiv \int_0^\infty J_{\lambda,i} d\lambda \quad (2.3b)$$

$$Q_i \equiv \int_0^\infty Q_{\lambda,i} d\lambda \quad (2.4b)$$

以上より、非灰色体の全波長の方程式系は以下の各式で記述できる。

$$E_i = \int_0^\infty \varepsilon_{\lambda,i} E_{B\lambda,i} d\lambda = \varepsilon_i E_{B,i} \quad (2.1c)$$

$$J_i^\alpha = \int_0^\infty \alpha_{\lambda,i} J_{\lambda,i} d\lambda = \alpha_i J_i \quad (2.21)$$

$$G_i = \int_0^\infty \{E_{\lambda,i} + (1 - \alpha_{\lambda,i}) J_{\lambda,i}\} d\lambda = E_i + J_i - J_i^\alpha = E_i + (1 - \alpha_i) J_i \quad (2.2c)$$

$$J_i = \int_0^\infty \left\{ \sum_j F_{ij} G_{\lambda,j} \right\} d\lambda = \sum_j \left\{ F_{ij} \int_0^\infty G_{\lambda,j} d\lambda \right\} = \sum_j \{F_{ij} G_j\} \quad (2.3c)$$

$$Q_i = (G_i - J_i) A_i \quad (2.4c)$$

ここで、下記の全放射率と全吸収率の定義を用いた。

$$\varepsilon_i \equiv \frac{E_i}{E_{B,i}} \quad \alpha_i \equiv \frac{J_i^\alpha}{J_i} \quad (2.18c)$$

温度の異なる多数面 ( $n$  個とする) の寄与を表すために、温度も明示すると、

$$\varepsilon_i(T_i) \equiv \frac{E_i(T_i)}{E_{B,i}(T_i)} = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_{\lambda,i}(T_i) E_{B\lambda,i}(T_i) d\lambda}{\int_0^\infty E_{B\lambda,i}(T_i) d\lambda}$$

$$\alpha_i(T_1, T_2, \dots, T_n) \equiv \frac{J_i^\alpha(T_1, T_2, \dots, T_n)}{J_i(T_1, T_2, \dots, T_n)} = \frac{\int_0^\infty \alpha_{\lambda,i}(T_i) J_{\lambda,i}(T_1, T_2, \dots, T_n) d\lambda}{\int_0^\infty J_{\lambda,i}(T_1, T_2, \dots, T_n) d\lambda} \quad (2.18c)$$

定義より、一般には  $\varepsilon_i \neq \alpha_i$  である。

### 2.6.3 「 $\varepsilon_{\lambda,i} = \alpha_{\lambda,i}$ 」を仮定としての「全ふく射平衡 ⇔ 単色ふく射平衡」の導出

ある壁に支配された空間のエネルギー密度が、ある波長範囲で他の壁よりも大きければ、その範囲の放射エネルギーが、その壁から他の壁に移動する。その結果、流出したほうの温度は下がり、流入したほうは上がる。つまりひとりでの温度差ができてしまう。これは明らかに熱力学の第2法則に反する。これは、2.5.1項で引用した先行研究の証明 [25-27] にも用いられている論理であり、このことから、全体でふく射平衡のときは各単色波長においても平衡であることは自明であるように思われる。しかしながら、当該壁のエネルギー密度が別の波長範囲で他方よりも小さければ、逆の現象が起こり、相殺されて全波長範囲ではふく射平衡状態となるかもしれない。したがってその真偽を今一度検討する。Kirchhoffの法則(2.2.1項の仮定b))を各波長 $\lambda$ について新たに、

$$\varepsilon_{\lambda,i} = \alpha_{\lambda,i} \quad (2.22)$$

と記載し、以下(2.22)式を仮定として扱う。黒体および灰色体では「全放射率 = 単色放射率」であり、(2.22)式より「全放射率 = 全吸収率」も成立するため、明らかに「全ふく射平衡 ⇔ すべての波長で単色ふく射平衡」を満足している。なお以降の証明においては、「熱力学的平衡の概念(熱力学第0法則)」を用いずに進める。

#### (1) 非灰色体2面間の場合

$E_{B\lambda}$ を各波長で温度の単調増加関数と仮定すると、次のように証明できる。(2.4a)式において、交換エネルギー $Q$ は、その面からエネルギーが放出される場合を正としている。ここでは、2面間の形態係数を1とする。(2.3a)式より、

$$J_{\lambda,1} = G_{\lambda,2}, \quad J_{\lambda,2} = G_{\lambda,1} \quad (2.3d)$$

(2.3d)式を(2.2a)式に代入して、 $\varepsilon_{\lambda,i} = \alpha_{\lambda,i}$ とすれば、

$$G_{\lambda,1} = E_{\lambda,1} + (1 - \varepsilon_{\lambda,1})G_{\lambda,2}, \quad G_{\lambda,2} = E_{\lambda,2} + (1 - \varepsilon_{\lambda,2})G_{\lambda,1}$$

したがって、

$$G_{\lambda,1} = E_{\lambda,1} + (1 - \varepsilon_{\lambda,1})\{E_{\lambda,2} + (1 - \varepsilon_{\lambda,2})G_{\lambda,1}\}$$

さらに整理して、

$$G_{\lambda,1} = \frac{E_{\lambda,1} + (1 - \varepsilon_{\lambda,1})E_{\lambda,2}}{\varepsilon_{\lambda,1} + \varepsilon_{\lambda,2} - \varepsilon_{\lambda,1}\varepsilon_{\lambda,2}},$$

$$G_{\lambda,2} = \frac{E_{\lambda,2} + (1 - \varepsilon_{\lambda,2})E_{\lambda,1}}{\varepsilon_{\lambda,1} + \varepsilon_{\lambda,2} - \varepsilon_{\lambda,1}\varepsilon_{\lambda,2}} = J_{\lambda,1}$$

(2.4a)式より,

$$Q_{\lambda,1} = \frac{E_{\lambda,1} + (1 - \varepsilon_{\lambda,1})E_{\lambda,2} - E_{\lambda,2} - (1 - \varepsilon_{\lambda,2})E_{\lambda,1}}{\varepsilon_{\lambda,1} + \varepsilon_{\lambda,2} - \varepsilon_{\lambda,1}\varepsilon_{\lambda,2}} A_1 = \frac{\varepsilon_{\lambda,1}\varepsilon_{\lambda,2}(E_{B\lambda,1} - E_{B\lambda,2})}{\varepsilon_{\lambda,1} + \varepsilon_{\lambda,2} - \varepsilon_{\lambda,1}\varepsilon_{\lambda,2}} A_1 \quad (2.23)$$

ここで、 $E_{B\lambda}$  は各波長で温度の単調増加関数とすると、波長によって  $E_{B\lambda}$  の大小が逆転することはないので、(2.23)式の形から、すべての波長範囲で  $Q_{\lambda,1}$  の正負は逆転しないことが示される。それは、上式は1面と2面の単色放射率が異なっても成立する。

なお1面のほうが2面よりも温度が高ければ  $Q_{\lambda,1}$  は正となり、熱力学の第2法則も満たしている。なお本報の議論の範囲では  $E_{B\lambda}$  の具体形を決定する必要はないが、Planckの法則により定義され、各波長で温度の単調増加関数であることが確かめられている。

以上に基づき、まず単色ふく射平衡時には、 $E_{B\lambda,1} = E_{B\lambda,2}$  となるが、これは  $G_{\lambda,1} = E_{B\lambda,1}$ 、 $J_{\lambda,1} = E_{B\lambda,2}$  より、 $G_{\lambda,1} = J_{\lambda,1}$  となることを示している。次に全ふく射平衡時には、上述のように、すべての波長範囲で  $Q_{\lambda}$  の正負は逆転しないので、上述のようなエネルギーの相殺は生じず、単色ふく射平衡と全ふく射平衡は同値である。すなわち、全エネルギー交換量がゼロならば、すべての単色エネルギー交換量はゼロでなければならない。また、その逆も成立する。

## (2) 非灰色体多面間の場合

多面間の場合は2面間の場合のような式展開は困難であるが、次のように考えることができる。まず、波長ごとに(2.1a)および(2.2a)式が成り立つ。

$$E_{\lambda,i} = \varepsilon_{\lambda,i} E_{B\lambda,i} \quad (2.1a)$$

$$G_{\lambda,i} = E_{\lambda,i} + (1 - \alpha_{\lambda,i}) J_{\lambda,i} \quad (2.2a)$$

(2.26)式より

$$G_{\lambda,i} = E_{\lambda,i} + (1 - \varepsilon_{\lambda,i}) J_{\lambda,i} \quad (2.2a'')$$

ここで、ある波長  $\lambda_0$  で単色放射平衡であるとする。

$$G_{\lambda_0,i} = J_{\lambda_0,i} \quad (2.4a'')$$

(2.1a)、(2.2a'')および(2.4a'')式より、当該波長におけるふく射平衡について本章の理論がそのまま適用できるため、「定理1」により空間の全壁面の温度は均一になる。さらに、壁面温度は放射の波長に関係なく共通であるので、今度は  $\lambda_0$  以外のすべての波長に対し「定理2」を適用すると、それぞれの波長で単色ふく射平衡となる。この結果、

$$G_{\lambda,i} = J_{\lambda,i}$$

すなわち任意の波長で単色ふく射平衡となり、同時に全ふく射平衡となる。

$$\text{「すべての波長で単色ふく射平衡} \rightarrow \text{全ふく射平衡} \quad (2.24)$$

自体はほぼ自明であるが、いずれかの特定波長において平衡であるなら、結局すべての波長で平衡になるしかないという事象をあえて本研究の定式化の形式により表現した。

逆に、全ふく射平衡である系で単色ふく射平衡でない状態が許されるためには、上述の

ことからすべての波長に対して,

$$G_{\lambda,i} \neq J_{\lambda,i} \quad (2.4d)$$

である場合しかない. さらにこのとき「すべての面の温度が均一」ではなくなる. 熱力学的平衡の概念を前提としなくとも, 全平衡時に(2.4d)式が成立するのは考えにくい現象であるが, 仮にある $\lambda_0$ で $G_{\lambda_0,i} > J_{\lambda_0,i}$ とすると,  $G_i = J_i$ より別の $\lambda_1$ で,  $G_{\lambda_1,i} < J_{\lambda_1,i}$ とならなければならない. ここで $\lambda_0 < \lambda_1$ とし, ふく射場のエネルギー分布が $\lambda$ を独立変数として連続関数であるならば(マクロな物理現象は連続的であるという仮説の下で),  $\lambda_0 < \lambda_1 < \lambda'$ となる $\lambda'$ で,

$G_{\lambda',i} = J_{\lambda',i}$ となるはずである. したがって, この場合 (2.4d) 式は成立せず

$$\text{「全ふく射平衡} \rightarrow \text{すべての波長で単色ふく射平衡} \quad (2.25)$$

となる. 以上(2.24) および(2.25)の関係より, ふく射場のエネルギー分布が $\lambda$ を独立変数として連続関数であるという仮説の下ではあるが, 「 $\varepsilon_{\lambda,i} = \alpha_{\lambda,i}$ 」を仮定とする場合,

$$\text{「全ふく射平衡} \Leftrightarrow \text{すべての波長で単色ふく射平衡} \quad (2.26)$$

が成立すると考えられる.

$G$  および  $J$  の関数形はこの時点では決定できないが, 空洞内の電磁波のエネルギーと関連した波長のスペクトルを持っていると予測される. たとえば「 $J$ (外来照射量)」はその物理的意味合いより, (2.16) 式右辺に相当するものと考えられ, それは2.5.1項の議論より, 平衡状態にある空洞内の電磁波のエネルギーである $u$ と, 振動数の関数としてのスペクトル分布において比例関係をなしている. さらに熱力学第2法則の立場から考えると, 一般に空洞内の電磁波エネルギーの波長分布は, 序章の議論より (Planck 定数を $h$ として)  $h\nu$ を単位としたエネルギー準位に, Maxwell-Boltzmann 統計により「固有振動」を分配する手順により導かれることになるので, ボルツマン因子の線形和となり, 振動数 (波長) の連続関数であることが予測される.

## 2.6.4 ふく射平衡時における「全放射率=全吸収率」の導出

まず灰色体面の場合は2.6.3項にも記載したとおり, (2.22)式が成り立てば「全放射率 = 全吸収率」も成り立つ.

非灰色体系では, (2.22)式を前提として $E_{B\lambda}$ と $J_\lambda$ が相似であれば,  $J_{\lambda,i} = aE_{B\lambda,i}$ で(2.18c)式および平衡時に全壁面温度が等しいことより

$$\begin{aligned} \alpha_i(T_1, T_2, \dots, T_n) &= \frac{\int_0^\infty \alpha_{\lambda,i}(T_i) J_{\lambda,i}(T_1, T_2, \dots, T_n) d\lambda}{\int_0^\infty J_{\lambda,i}(T_1, T_2, \dots, T_n) d\lambda} \\ &= \frac{\int_0^\infty \alpha_{\lambda,i}(T_i) \cdot aE_{B\lambda,i}(T_i) d\lambda}{\int_0^\infty aE_{B\lambda,i}(T_i) d\lambda} = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_{\lambda,i}(T_i) \cdot E_{B\lambda,i}(T_i) d\lambda}{\int_0^\infty E_{B\lambda,i}(T_i) d\lambda} = \varepsilon_i(T_i) \end{aligned} \quad (2.26)$$

となり、「全放射率 = 全吸収率」が成り立つ。前項までの議論により、全ふく射平衡では単色ふく射平衡も成立するとすれば、

$$G_{\lambda,i} = J_{\lambda,i} \quad (2.4a')$$

さらに前述のように、(2.22)式が成立するため(2.2a)式より、

$$J_{\lambda,i} = \varepsilon_{\lambda,i} E_{B\lambda,i} + (1 - \varepsilon_{\lambda,i}) J_{\lambda,i} \quad (2.2a')$$

$$\therefore J_{\lambda,i} = E_{B\lambda,i}$$

が成立する。(2.2a)式の成立時は $E_{B\lambda}$ と $J_{\lambda}$ が合同であり、(2.26)式を導いたときと同様の変形により次式が導ける。

$$\alpha_i(T_1, T_2, \dots, T_n) = \alpha_i(T_i)$$

$$= \frac{\int_0^{\infty} \alpha_{\lambda,i}(T_i) J_{\lambda,i}(T_i) d\lambda}{\int_0^{\infty} J_{\lambda,i}(T_i) d\lambda} = \frac{\int_0^{\infty} \varepsilon_{\lambda,i}(T_i) E_{B\lambda,i}(T_i) d\lambda}{\int_0^{\infty} E_{B\lambda,i}(T_i) d\lambda} = \varepsilon_i(T_i) \quad (2.26')$$

したがって、ふく射平衡の場合には、非灰色体でも全放射率と全吸収率の間に

$$\varepsilon_i = \alpha_i \quad (2.27)$$

が成立することになる。

以上より、本章の証明は単色波長について成立するものであるが、その仮定と結論の関係は、全波長系についても同じ形式で表されることが判明した。

## 2.7 まとめ

閉空間におけるふく射平衡に関して、各種物理学的な知見に矛盾なく一連の現象を説明しうる新規手法(数学的形式)を提案した。当該手法の概要は、下記「仮定」のみより、「結論1」および「結論2」の双方を導くことが可能であるという考え方および証明方法である。「結論3」は当該証明の結果付随的に示される。

仮定・・・任意の物質において、「放射率=吸収率」

結論1・・・閉空間において、「ふく射平衡→内壁温度一定」

結論2・・・閉空間において、「内壁温度一定→ふく射平衡」

結論3・・・閉空間において、ふく射平衡の状態は内壁放射率に依存しない

「結論1」および「結論2」は互いに逆の関係にあるため、(上記「仮定」のもとでは)「閉空間内がふく射平衡状態になること」と「閉空間内壁面温度が一定となること」の2つは同値になる。Kirchhoffはその考察の中で、上記「結論1」～「結論3」を前提として、「仮定」(Kirchhoffの法則)を証明したため、本研究の手法はKirchhoffの法則が導かれる過程の逆手順という側面を持つ。なお本文中の証明は単色放射系を前提としてなされているが、全波長を総括したふく射系においてもその内容は有効であることを示した。

以上の知見を下記に2つの定理としてまとめる。なお放射量の上限值はすでに一般化して

いる黒体放射能という用語で置き換えた。

多面からなる閉空間内のふく射エネルギー収支に関し、

定理 1 :

すべての面  $i$  で  $\varepsilon_i = \alpha_i$  であれば、すべての面でふく射平衡が成立している場合には、すべての面の温度は等しい。またそのとき、すべての面の射度も等しく、その値は当該面温度の黒体放射能に一致する。

定理 2 :

すべての面  $i$  で  $\varepsilon_i = \alpha_i$  であれば、すべての面の温度が等しい場合には、すべての面でふく射平衡となる。またそのとき、すべての面の射度も等しく、その値は当該面温度の黒体放射能に一致する。

証明自体は熱力学的平衡の概念（熱平衡のとき温度が等しいということ）を前提としなくとも成立する。応用面においては、各種ふく射解析コードのベンチマークのための理論的根拠として適用が可能である。



### ≡ 第3章 一般の閉空間におけるふく射伝熱モデル ≡

### 3.1 序論

本章以降において、実際の加熱炉を想定した数値モデルの詳細について記載する。特に太陽電池および各種ディスプレイ用ガラス基板や二次電池用フィルム基板を対象とした、ふく射伝熱を主体とする加熱炉を想定した。緒論にも記載したが、被加熱物の物性面を詳細に取扱うという趣旨ではなく、炉内壁の材質(放射率)と加熱効果との相関に着目した研究である。特に内部の被加熱物の温度推移に対して、炉壁内面における発熱面および非発熱面の放射率と被加熱物の放射率との組み合わせを検証することにより、効率的設計に応用可能なくつかの指針を見出すことを目的とした。

本研究で用いた数値モデルは大別して次の2種類である。

(1) 無限平行面モデル (Infinite parallel plates model)

(2) 有限直方体多分割面モデル (Finite multi-fractionated rectangular model)

(1) においては、系を複数の無限平行面間のふく射および対流伝熱による簡潔な伝熱モデルで表現した。それを用いた計算結果については5章で記載した。(2) においては、より実際の加熱炉に近い形状を考慮し、系を多数の矩形面に囲まれた有限寸法の直方体閉空間からなる伝熱モデルで表現した。それを用いた計算結果については6章で記載した。いずれも伝統的な微分方程式をベースとした式体系ではあるが、特に幾何学的な空間近似についての考え方や各方程式の組合せの方法等については、設計上の経験もふまえ、加熱炉解析手法の新機軸として意識的に構成した内容を含む。実際の炉設計においては、炉内壁の温度を指定するのではなく、炉内のふく射伝熱場と、炉壁の熱伝導および炉外への対流・ふく射伝熱損失を連成して炉内壁温度を予測することが重要である。また、基板や炉壁の熱容量を考慮して、非定常過程を検討することも重要である。これらの点を考慮して定式化している。炉壁内の熱伝導についての考え方は4章においても一部記載する。一方、被加熱物のふく射はその表面においてのみ吸収されると近似し、文献 [9-13] にあるような被加熱物内部における吸収効果は考慮しない。

なお、本節冒頭に記載した用途の加熱炉内は、広い加熱面と基板面が平行に相對している場合が多いため、本研究で用いた数値モデルで良好に近似できる。

### 3.2 無限平行面モデル

#### 3.2.1 平行2面間のふく射・対流熱交換の定常伝熱モデル

記号

$c_{p,l}$	: 炉壁定圧比熱	[kJ/(kg·K)]
$c_{p,f}$	: 基板定圧比熱	[kJ/(kg·K)]
$c_{p,a}, c_{p,a_i}$	: 空気定圧比熱	[kJ/(kg·K)]

$h$	: 内壁面熱伝達率	$[\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})]$
$h_{\text{out}}$	: 外壁面熱伝達率	$[\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})]$
$k$	: 炉壁熱伝導率	$[\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})]$
$q$	: 発熱面の単位面積当たりの熱発生量	$[\text{W}/\text{m}^2]$
$q_{ij}$	: 壁面間の輻射熱流束	$[\text{W}/\text{m}^2]$
$q_{if}$	: 壁面－基板間の輻射熱流束	$[\text{W}/\text{m}^2]$
$q_{ia}, q_{ia_i}$	: 壁面－空気層間の対流熱流束	$[\text{W}/\text{m}^2]$
$q_{af}, q_{a_i f}$	: 空気層－基板間の対流熱流束	$[\text{W}/\text{m}^2]$
$q_{\text{out } i}$	: 壁裏面への放熱熱流束	$[\text{W}/\text{m}^2]$
$t$	: 時間	$[\text{s}]$
$T_0$	: 炉外温度 (基準温度)	$[\text{°C}]$
$T_i$	: 壁面 ( $i$ ) 温度	$[\text{°C}]$
$T_f$	: 基板温度	$[\text{°C}]$
$T_{a_i}$	: 壁面 $i$ 側の空気層温度	$[\text{°C}]$
$x$	: 炉壁厚み方向座標	$[\text{m}]$
$\delta$	: 炉壁厚み	$[\text{m}]$
$\delta_f$	: 基板厚み	$[\mu\text{m}]$
$\delta_{a_i}$	: 空気層厚み	$[\text{m}]$
$\sigma$	: Stefan-Boltzmann 定数	$[\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)]$
$\varepsilon_i$	: 壁面放射率	$[-]$
$\varepsilon_f$	: 基板放射率	$[-]$
$\rho_i$	: 炉壁密度	$[\text{kg}/\text{m}^3]$
$\rho_f$	: 基板密度	$[\text{kg}/\text{m}^3]$
$\rho_{a_i}$	: 空気密度	$[\text{kg}/\text{m}^3]$

#### 添字

$i$	: 炉壁面 (1: 発熱面側, 2: 非発熱面側)
$f$	: 基板面

無限の広さを持つ炉壁の内側 2 面が相対している状態を、図 3.1 のようにモデル化する。この 2 面は向かい合う面において相互にふく射により熱交換し、またそれぞれ反対の面において熱を放散する。さらに向かい合う面側では 2 面間に存在する空気層と熱交換するものとする。炉壁は、厚み方向( $x$ )を独立変数とする 1 次元の熱伝導を考慮する。ただし熱伝導率の温度依存性は本研究においては考慮しない。また、空気層は壁面近傍を除いたバルク全体で均一温度とし、壁面との間で対流熱伝達により加熱または冷却されるとした。ここで、空

気層のふく射吸収は無視する。本計算では、当該層を乾燥空気とする。当該層厚みが比較的薄く、さらに  $O_2$  および  $N_2$  といった極性を持たない分子からなる気体で構成される場合は、こうした扱いが可能である。水蒸気ないし燃焼ガス等を想定する場合は、当該層のふく射吸収を考慮する必要が生ずる。

前記 2 面のうち一方の面は発熱面として均一な単位面積当たりの熱発生量(単位は熱流束に同じ)を与え、他の面は非発熱面とする。発熱面は加熱炉においてヒータ面に相当し、したがって本式体系においてはヒータ温度も計算上の変数となる。以下発熱面を持つ側の炉壁を Wall 1, 他方を Wall 2 と称する。

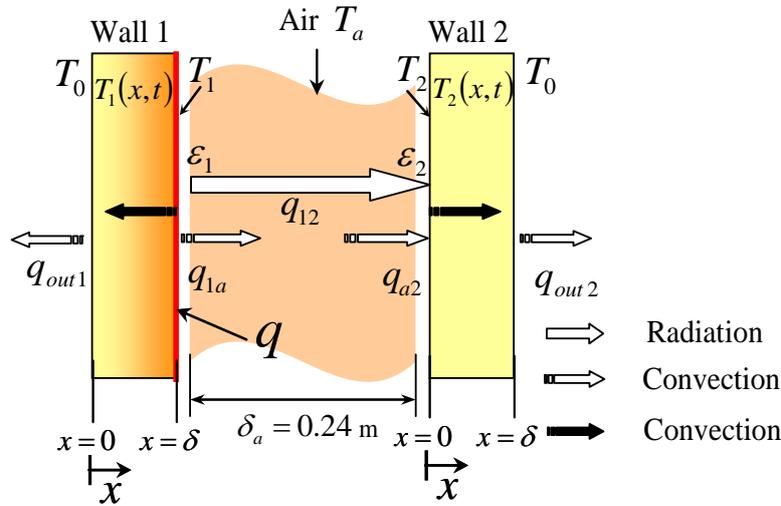


Fig.3.1 Analysis model 1

Wall  $i$  および空気層に関する熱収支式は下記の(3.1) (3.2)式により記述される [3,34].

$$\rho_i c_{p,i} \frac{\partial T_i(x,t)}{\partial t} = k_i \frac{\partial^2 T_i(x,t)}{\partial x^2} \quad (3.1)$$

$$\rho_a c_{p,a} \delta_a \frac{dT_a(t)}{dt} = q_{1a}(t) - q_{a2}(t) \quad (3.2)$$

初期条件および(3.1)式の境界条件は次のように与える。

$$\left. \begin{aligned} t = 0, 0 \leq x_i \leq \delta; T_i(x,t) = T_a(t) = T_0 \\ t > 0, x = 0; -k_1 \frac{\partial T_1(x,t)}{\partial x} = -q_{out1}(t) \\ t > 0, x = \delta; k_1 \frac{\partial T_1(x,t)}{\partial x} = -q_{12}(t) - q_{1a}(t) + q \\ t > 0, x = 0; -k_2 \frac{\partial T_2(x,t)}{\partial x} = q_{12}(t) + q_{a2}(t) \\ t > 0, x = \delta; k_2 \frac{\partial T_2(x,t)}{\partial x} = -q_{out2}(t) \end{aligned} \right\} (3.3)$$

$$q_{12}(t) = \varepsilon_{eff,12} \sigma \{T_1(\delta, t)^4 - T_2(0, t)^4\}$$

$$\varepsilon_{eff,12} \equiv \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$$
} (3.4)

$$q_{out1} = h_{out} \{T_1(0, t) - T_0\}$$

$$q_{out2} = h_{out} \{T_2(\delta, t) - T_0\}$$

$$q_{1a} = h \{T_1(\delta, t) - T_a(t)\}$$

$$q_{a2} = h \{T_a(t) - T_2(0, t)\}$$
} (3.4)

ここで定常時には(3.2)式の右辺=0であり、また (3.1)式より  $T_i(x, t)$ の空間分布が直線分布となることから、(3.3)式の第2および第3式の右辺の和、また第4および第5式の右辺の和がゼロとなるため、下記のような関係が成り立つ。

$$0 = q_{1a} - q_{a2}$$

$$0 = -q_{out1} + q - q_{12} - q_{1a}$$

$$0 = -q_{out2} + q_{12} + q_{a2}$$

さらに、定常時には  $T_i(x, t)$ の空間分布が直線分布となることから、(3.3)式中の第2式および(3.4)式中の  $q_{out1}$  の定義式において  $T_1(0, t)$ を  $T_1(\delta, t)$ に変換し、それを新たに Wall 1 の内側の温度  $T_1$  と表せば次の関係が成り立つ。

$$q_{out1} = \frac{1}{\frac{1}{h_{out}} + \frac{\delta}{k}} \{T_1 - T_0\}$$
(3.5)

同様に、(3.4)式中の  $q_{out2}$  の定義式において  $T_2(\delta, t)$ を  $T_2(0, t)$ に変換し、Wall 2 の内側の温度  $T_2$  と表せば

$$q_{out2} = \frac{1}{\frac{1}{h_{out}} + \frac{\delta}{k}} \{T_2 - T_0\}$$
(3.6)

また  $q_{12}$  に関して、Wall 1, 2 における射度および外来照射量を  $G_1, G_2$  および  $J_1, J_2$  とすれば、 $q_{12} = G_1 - J_1 = -(G_2 - J_2)$  と記述できる。

### 3.2.2 平行3面間のふく射・対流熱交換の非定常伝熱モデル

3.2.1 項で示したモデルをベースに炉壁間に非常に薄く厚み方向の温度分布が無視できる基板が挿入された場合を想定したモデルを考える(図 3.2)。なお実際の加熱炉では、基板は

水平に搬送されヒータ面は上下に配置されることのほうが多い。装置単純化や基板落下等のリスク対応等の理由により，片面(上面)加熱のみの加熱炉も良く採用される。

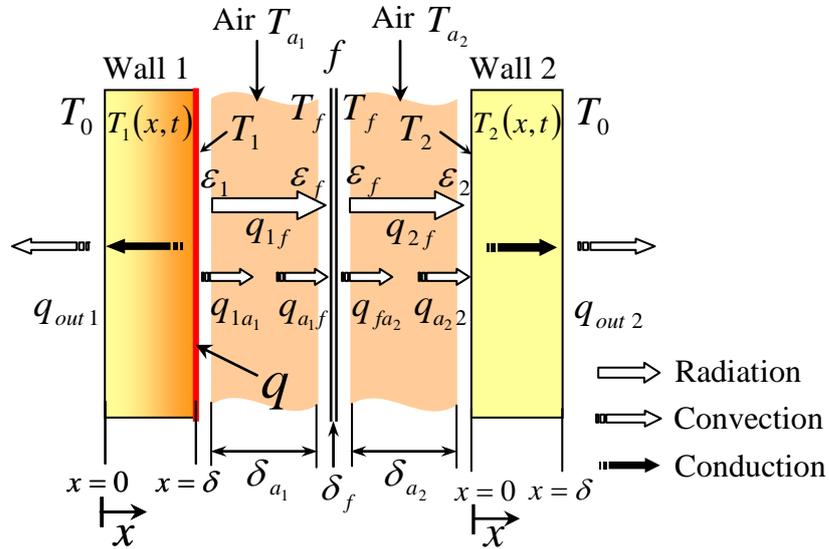


Fig.3.2 Analysis model 2

Wall  $i$ , 空気層  $i$  および基板に関する熱収支式は下記の式により記述される [3,34].

$$\rho_i c_{p,i} \frac{\partial T_i(x,t)}{\partial t} = k_i \frac{\partial^2 T_i(x,t)}{\partial x^2} \quad (3.1)$$

$$\rho_{a_1} c_{p,a_1} \delta_{a_1} \frac{dT_{a_1}(t)}{dt} = q_{1a_1}(t) - q_{a_1f}(t) \quad (3.7)$$

$$\rho_{a_2} c_{p,a_2} \delta_{a_2} \frac{dT_{a_2}(t)}{dt} = q_{fa_2}(t) - q_{a_22}(t) \quad (3.8)$$

$$\rho_f c_{p,f} \delta_f \frac{dT_f(t)}{dt} = q_{1f}(t) - q_{f2}(t) + q_{a_1f}(t) - q_{fa_2}(t) \quad (3.9)$$

(3.1), (3.7)および(3.8)式の解析においては, 3.2.1 項の(3.1)~(3.4)式において十分に長く時間発展させた各解を, それぞれ対応する方程式の初期条件とした. 空気層は基板挿入後 2 分され, 初期条件は同一としたが, 以後それぞれ別個に温度推移するとした. また, (3.9)式に関する初期条件および (3.1)式に関する境界条件は次のように与える.

$$\begin{aligned}
t = 0 ; T_f(t) &= T_0 \\
t > 0, x = 0 ; -k_1 \frac{\partial T_1(x,t)}{\partial x} &= -q_{out1}(t) \\
t > 0, x = \delta ; k_1 \frac{\partial T_1(x,t)}{\partial x} &= -q_{1f}(t) - q_{1a_1}(t) + q \\
t > 0, x = 0 ; -k_2 \frac{\partial T_2(x,t)}{\partial x} &= q_{f2}(t) + q_{a_22}(t) \\
t > 0, x = \delta ; k_2 \frac{\partial T_2(x,t)}{\partial x} &= -q_{out2}(t)
\end{aligned} \tag{3.10}$$

$$\begin{aligned}
q_{1f}(t) &= \varepsilon_{eff,1f} \sigma \{ T_1(\delta, t)^4 - T_f(t)^4 \} \\
\varepsilon_{eff,1f} &\equiv \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_f} - 1} \\
q_{f2}(t) &= \varepsilon_{eff,f2} \sigma \{ T_f(t)^4 - T_2(0, t)^4 \} \\
\varepsilon_{eff,f2} &\equiv \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_f} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \\
q_{out1} &= h_{out} \{ T_1(0, t) - T_0 \} \\
q_{out2} &= h_{out} \{ T_2(\delta, t) - T_0 \} \\
q_{1a_1} &= h \{ T_1(\delta, t) - T_{a_1}(t) \} \\
q_{a_1f} &= h \{ T_{a_1}(t) - T_f(t) \} \\
q_{fa_2} &= h \{ T_f(t) - T_{a_2}(t) \} \\
q_{a_22} &= h \{ T_{a_2}(t) - T_2(0, t) \}
\end{aligned} \tag{3.11}$$

定常の場合には、3.2.1 項の場合と同様に、(3.7)式、(3.8)式および(9)式の右辺=0 であり、(3.10)式の第 2 および第 3 式の右辺の和、また第 4 および第 5 式の右辺の和がゼロとなるため、下記のような関係が成り立つ。

$$\begin{aligned}
0 &= q_{1a_1} - q_{a_1f} \\
0 &= q_{fa_2} - q_{a_22} \\
0 &= q_{1f} - q_{f2} + q_{a_1f} - q_{1a_2} \\
0 &= -q_{out1} + q - q_{1f} - q_{1a_1} \\
0 &= -q_{out2} + q_{f2} + q_{a_22}
\end{aligned} \tag{3.12}$$

なお、ここで、定常時には、Wall 1, 2 の内側の温度  $T_1$  と  $T_2$  を用いて、

$$q_{out1} = \frac{1}{\frac{1}{h_{out}} + \frac{1}{k}} \delta \{T_1 - T_0\} \quad (3.13)$$

$$q_{out2} = \frac{1}{\frac{1}{h_{out}} + \frac{1}{k}} \delta \{T_2 - T_0\} \quad (3.14)$$

さらに壁面と基板のエネルギー交換量については、

$$\left. \begin{aligned} q_{1f} &= \varepsilon_{eff,1f} \sigma \{T_1^4 - T_f^4\}, \varepsilon_{eff,1f} \equiv \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_f} - 1} \\ q_{f2} &= \varepsilon_{eff,f2} \sigma \{T_f^4 - T_2^4\}, \varepsilon_{eff,f2} \equiv \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_f} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \end{aligned} \right\} \quad (3.15)$$

定常状態で、さらに炉内が真空の場合には、 $q_{1a_1} = q_{a_2f} = q_{fa_2} = q_{a_2} = 0$  となるので、下記のような関係が成り立つ。

$$\left. \begin{aligned} 0 &= q_{1f} - q_{f2} \\ 0 &= -q_{out1} + q - q_{1f} \\ 0 &= -q_{out2} + q_{f2} \end{aligned} \right\} \quad (3.16)$$

したがって、

$$q_{1f} = q_{f2} \quad (3.17)$$

$$q_{out1} + q_{out2} = q \quad (3.18)$$

また  $q_{1f}$  に関して、面  $1, f$  における射度および外来照射量を  $G_1, G_f$  および  $J_1, J_f$  とすれば、 $q_{1f} = G_1 - J_1 = -(G_f - J_f)$  と記述できる。 $q_{f2}$  についても同様である。

### 3.3 有限直方体多分割面モデル

記号

$c_{p,l}$	: 炉壁定圧比熱	[kJ/(kg·K)]
$c_{p,f}$	: 基板定圧比熱	[kJ/(kg·K)]
$c_{p,g}$	: 炉内流体定圧比熱	[kJ/(kg·K)]
$F_{ii'}$	: 内壁面 $i \rightarrow i'$ を見た形態係数	[-]
$F_{ij}$	: 内壁面 $i$ から基板 $j$ を見た形態係数	[-]
$F_{ji}$	: 基板 $j$ から内壁面 $i$ を見た形態係数	[-]
$G_i$	: 内壁面 ( $i$ ) 上の射度	[W/m <sup>2</sup> ]
$G_j$	: 基板面 ( $j$ ) 上の射度	[W/m <sup>2</sup> ]
$h$	: 内壁面熱伝達率	[W/(m <sup>2</sup> ·K)]
$h_{out}$	: 外壁面熱伝達率	[W/(m <sup>2</sup> ·K)]
$J_i$	: 内壁面 ( $i$ ) 上の外来照射量	[W/m <sup>2</sup> ]
$J_j$	: 基板面 ( $j$ ) 上の外来照射量	[W/m <sup>2</sup> ]
$k$	: 炉壁熱伝導率	[W/(m·K)]
$k_f$	: 基板熱伝導率	[W/(m·K)]
$k_g$	: 炉内流体熱伝導率	[W/(m·K)]
$q$	: 発熱面の単位面積当たりの熱発生量	[W/m <sup>2</sup> ]
$t$	: 時間	[s]
$T_0$	: 炉外温度 (基準温度)	[°C]
$T_i$	: 炉壁 ( $i$ ) 温度	[°C]
$T_g$	: 炉内流体温度	[°C]
$T_{fj}$	: 基板 ( $j$ ) 温度	[°C]
$\delta$	: 炉壁厚み	[m]
$z$	: 炉壁および基板厚み方向座標	[m]
$\delta_f$	: 基板厚み	[ $\mu$ m]
$\delta_{a_i}$	: 空気層厚み	[m]
$\sigma$	: Stefan-Boltzmann 定数	[W/(m <sup>2</sup> ·K <sup>4</sup> )]
$\varepsilon_i$	: 内壁面放射率	[-]
$\varepsilon_f$	: 基板面放射率	[-]
$\rho_i$	: 炉壁密度	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\rho_f$	: 基板密度	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\rho_g$	: 炉内流体密度	[kg/m <sup>3</sup> ]

### 3.3.1 伝熱モデル概要

図 3.3 および 3.4 に 2 種類のモデルを示した。図 3.3 は前節のモデル「無限 3 平行面モデル」であり、図 3.4 は本節の「有限直方体多分割面モデル」の概要である。図 3.4 は内部の様子がわかるように、上面の一部と手前側面の炉壁を取り外した形で表記してある。内部の閉空間 (直方体) を構成する壁面は、各々長方形からなる面に分割し、個々に独立に温度等の物理量を規定できるものとする。面の分割数はそれぞれ水平方向に  $5 \times 5 = 25$  面、高さ方向に 4 面とする。この分割数は多いほど計算が正確になるが、その分計算時間も増大するため、最適値は解析の目的に応じて決定されるべきである。分割形状は、閉空間内のそれぞれ相対する分割面が合同となるようにする。

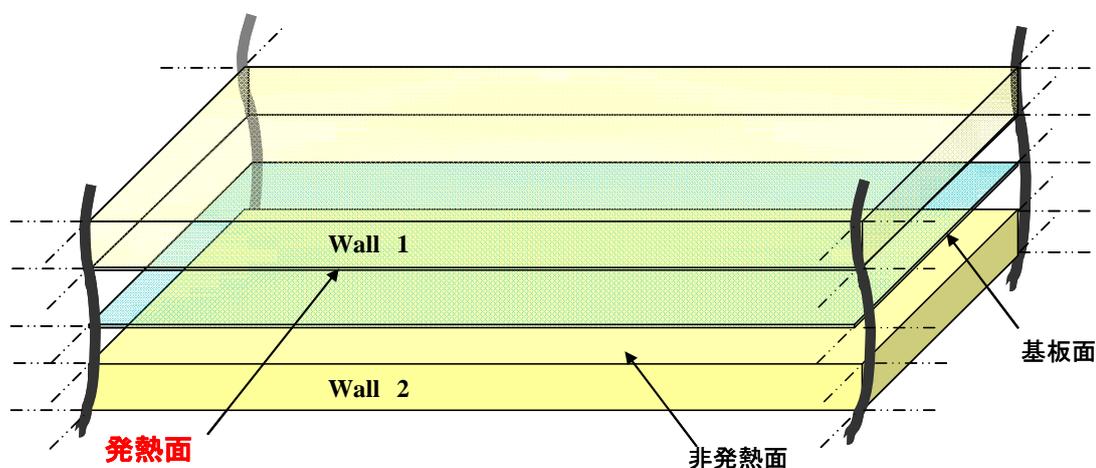


Fig.3.3 Infinite three parallel plates model

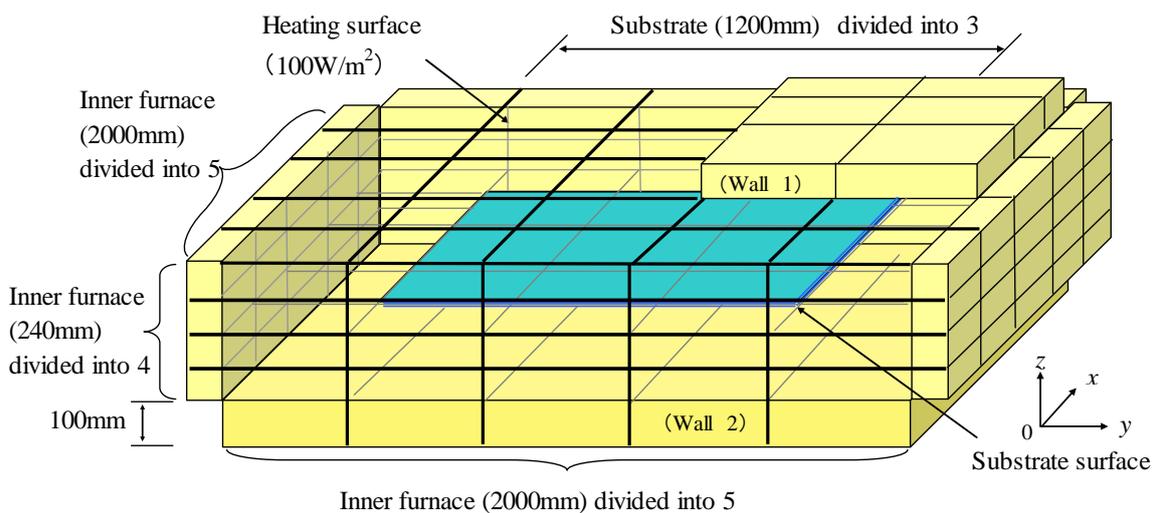


Fig.3.4 Finite multi-fractionated rectangular model

図 3.4 において、水平面 ( $x$ - $y$ ) 面方向の寸法を高さ ( $z$ ) 方向に対して十分大きくとれば、図 3.3 の無限平行面モデルに漸近する。また、無限平行面モデルは多分割面モデルの (水平

面方向に分割のない) 特別な場合である。以降の計算において、図 3.4 においても片面 (上面) を発熱面とする。炉内側面および底面は原則非発熱面とする。

### 3.3.2 基板の取り扱い

図 3.4 において炉内各壁面は高さ方向に 4 分割するが、その中間分割点位置の水平面内に、基板の存在を想定して計算できるようモデル化する。すなわち当該水平面 (以下中間面と呼ぶ) は全 25 面より構成されるが、その任意の小面につき、基板であるか否かを選択可とする。ある面を基板と想定する場合は、当該面を (仮想的な) 厚みを持つ固体 (板) として取り扱う。基板でないと想定する場合は、当該面は照射されるふく射に対して完全に透明であるとする。これにより、基板の有無を問わず計算が可能になる。ここで、たとえば基板がない場合の定常状態の計算結果を初期条件として、基板の存在を仮定しての非定常計算を実施すれば、定常状態に保たれた加熱炉内に突然挿入された後の基板温度推移、という工業上非常に重要な加熱過程における現象を、無限 3 平行面モデルの計算よりはるかに具体的な形で模擬することができる。

### 3.3.3 分割壁内の熱伝導

図 3.4 に示したように内部の閉空間は、その周囲が熱伝導を考慮した炉壁に囲まれるものとする。炉壁は閉空間外面の各分割面と同寸法の接平面をもつブロック状の小直方体に分割されるとするが、各ブロック内部における熱伝導はその厚み方向のみであると想定する。すなわち各ブロックにおいて、前記接平面内は均一温度とする。この仮定により、炉壁面温度分布の計算結果は近似的になるが、全体の熱収支に関しては計算が明確になる (たとえば図 3.4 において炉角部における伝熱上の特異点を考慮しなくてもよくなる、4.3 節参照)。さらには周囲壁面の一部に開口部を想定する場合にも利便性が生ずる。ある面を開口とする場合は、たとえば当該面の温度を外部温度 (基準温度) とし、当該面の放射率を 1 とする等が考えられる。本モデルを構築した目的のひとつに、加熱炉のランニングコストにつながる炉全体の定常熱収支について、その加熱条件に起因する差 (絶対値には若干の誤差を容認しても) をできるだけ明確に、また短時間で相対評価するという側面があり、その点で当該近似は有利である。後述するが、炉内面上で与えた熱発生量と系外への熱放散量は厳密に近いレベルで一致させることが可能である。

### 3.3.4 支配方程式

以上のモデル化の方針に基づき基礎式を立式する。炉壁  $i$  に関する熱収支式は、その厚み方向  $z$  (本節のモデルのみ厚み方向座標を  $x$  でなく  $z$  と記載する、図 3.4 および図 3.5 参照) のみの熱伝導を考え、下記の (3.19) 式により記述される [1]。

$$\rho_i c_{p,i} \frac{\partial T_i(z,t)}{\partial t} = k_i \frac{\partial^2 T_i(z,t)}{\partial z^2} \quad (3.19)$$

境界条件は (3.20) および (3.21) 式で与える [1,2]. 初期条件は計算の目的により異なるため、別途記載する.

$$\left. \begin{aligned} t > 0, z = 0 \quad (\text{内壁面}) \\ -k \frac{\partial T_i(z,t)}{\partial z} &= q - E_i(t) - \alpha_i J_i(t) + h(T_g(t) - T_i(z,t)) \\ t > 0, z = \delta \quad (\text{外壁面}) \\ k_i \frac{\partial T_i(z,t)}{\partial z} &= h_{out}(T_0(t) - T_i(z,t)) \end{aligned} \right\} (3.20)$$

$$\left. \begin{aligned} E_i &= \varepsilon_i E_{B,i} \\ G_i &= E_i + (1 - \alpha_i) J_i \\ J_i &= \sum_{i'} F_{i,i'} G_{i'} + \sum_j F_{i,j} G_j \\ \varepsilon_i &= \alpha_i \end{aligned} \right\} (3.21)$$

ここで、 $E_{Bi}$  は黒体の放射エネルギーで  $E_{Bi} = \sigma T_i^4$  である. なお本章の以下の計算において炉壁厚み、密度、定圧比熱および熱伝導率はすべて均一とする.

次に基板  $j$  に関する熱収支式は、その厚み方向  $z$  (炉壁とは独立) のみの熱伝導を考え、下記の(3.22)式により記述される.

$$\rho_{fj} c_{p,fj} \frac{\partial T_{f,j}(z,y,t)}{\partial t} = -V \frac{\partial T_{f,j}(z,y,t)}{\partial y} + k_{fj} \frac{\partial^2 T_{f,j}(z,y,t)}{\partial z^2} \quad (3.22)$$

(3.22) 式の右辺第1項は、基板が一定方向 ( $y$ ) に一定速度  $V$  で搬送される場合を想定した移流項である. フィルム加熱の際のロールツーロール型の加熱炉等で、こうしたケースは多い. 当該目的の計算を実施する際は、炉壁の一部を開口部とし、少なくとも進行方向  $y$  について、中間面はすべて基板面指定とする必要がある. ただし本章の以下の計算では基板の搬送は考慮しない. また、基板の水平方向の熱伝導および基板端 (周囲) 面における熱授受は無視する. 基板厚み方向における境界条件は (3.23)~ (3.25) 式のように与える [2,40]. 炉壁の場合と同様に、基板厚み、密度、定圧比熱および熱伝導率はすべて均一とする. 初期条件に関しては、別途記載する. 以下、添字の  $U$  は基板上面についての、 $L$  は基板下面についての指標であることを示す.

$$\begin{aligned}
& t > 0, z = 0 \text{ (基板上面)} ; \\
& -k_{\bar{f}} \frac{\partial T_{\bar{f}}(z, y, t)}{\partial z} = -E_{jU}(t) + \alpha_{jU} J_{jU}(t) + h(T_{in}(t) - T_{\bar{f}}(z, y, t)) \\
& t > 0, z = \delta_f \text{ (基板下面)} ; \\
& k_{\bar{f}} \frac{\partial T_{\bar{f}}(z, y, t)}{\partial z} = -E_{jL}(t) + \alpha_{jL} J_{jL}(t) + h(T_{in}(t) - T_{\bar{f}}(z, y, t))
\end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} & t > 0, z = 0 \text{ (基板上面)} ; \\ & -k_{\bar{f}} \frac{\partial T_{\bar{f}}(z, y, t)}{\partial z} = -E_{jU}(t) + \alpha_{jU} J_{jU}(t) + h(T_{in}(t) - T_{\bar{f}}(z, y, t)) \\ & t > 0, z = \delta_f \text{ (基板下面)} ; \\ & k_{\bar{f}} \frac{\partial T_{\bar{f}}(z, y, t)}{\partial z} = -E_{jL}(t) + \alpha_{jL} J_{jL}(t) + h(T_{in}(t) - T_{\bar{f}}(z, y, t)) \end{aligned}} \right\} (3.23)$$

$$\begin{aligned}
& E_{jU} = \varepsilon_{jU} E_{B,jU}, \quad E_{jL} = \varepsilon_{jL} E_{B,jL} \\
& G_{jU} = E_{jU} + (1 - \alpha_{jU} - \tau_{jU}) J_{jU} + \tau_{jL} J_{jL} \\
& G_{jL} = E_{jL} + (1 - \alpha_{jL} - \tau_{jL}) J_{jL} + \tau_{jU} J_{jU} \\
& J_{jU} = \sum_i F_{jU,i} G_i, \quad J_{jL} = \sum_i F_{jL,i} G_i
\end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} & E_{jU} = \varepsilon_{jU} E_{B,jU}, \quad E_{jL} = \varepsilon_{jL} E_{B,jL} \\ & G_{jU} = E_{jU} + (1 - \alpha_{jU} - \tau_{jU}) J_{jU} + \tau_{jL} J_{jL} \\ & G_{jL} = E_{jL} + (1 - \alpha_{jL} - \tau_{jL}) J_{jL} + \tau_{jU} J_{jU} \\ & J_{jU} = \sum_i F_{jU,i} G_i, \quad J_{jL} = \sum_i F_{jL,i} G_i \end{aligned}} \right\} (3.24)$$

$$\begin{aligned}
& \alpha_{jU} + \rho_{jU} + \tau_{jU} = 1 \\
& \therefore \rho_{jU} = 1 - \alpha_{jU} - \tau_{jU} \\
& \alpha_{jL} + \rho_{jL} + \tau_{jL} = 1 \\
& \therefore \rho_{jL} = 1 - \alpha_{jL} - \tau_{jL}
\end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} & \alpha_{jU} + \rho_{jU} + \tau_{jU} = 1 \\ & \therefore \rho_{jU} = 1 - \alpha_{jU} - \tau_{jU} \\ & \alpha_{jL} + \rho_{jL} + \tau_{jL} = 1 \\ & \therefore \rho_{jL} = 1 - \alpha_{jL} - \tau_{jL} \end{aligned}} \right\} (3.25)$$

さらに,  $\varepsilon_{jU} = \alpha_{jU}$ ,  $\varepsilon_{jL} = \alpha_{jL}$  も成立するものとする. (3.24)および (3.25)式において, 記号は以下とする.

$a$  : 吸収率,  $\varepsilon$  : 放射率,  $\rho$  : 反射率,  $\tau$  : 透過率

炉内壁面および基板面はすべて灰色体とし, 壁面上でのふく射の反射はすべての方向に均等であると仮定する. このとき上下面それぞれにおいて前記 (3.24)および (3.25)式が成立する. (3.22)式および(3.23)式において, 基板におけるふく射の吸収は基板の上下面のみで行われるとしている. 本研究では, 射度を  $G$ , 外来照射量を  $J$  と記載したが, 当該記号を逆に表記する文献[2]も多い.

基板表面におけるふく射エネルギー収支の関係を図 3.5 に示した. 基板にふく射透過性がある場合は, ある面の射度に, (同位置の) 反対面の外来照射量に透過率を乗じた量を加算している. ただし以下の計算において, 基板のふく射透過性は考慮しない.

また閉空間内の流体は, まずふく射について透明であるとし, 自身がふく射媒体とはならないものと仮定する. その他の取り扱いはケースによって異なる. 一例として連続の方程式, 運動量の方程式およびエネルギーの方程式を水平方向の 2 次元で考える場合, それぞれ(3.26)式~(3.28)式ようになる. 流体計算用のコントロールボリュームは必ずしも壁面分割寸法と同一でなくともよい (通常それより小さくしないと収束上問題がある) が, その場合流体からある着目分割壁面への移動熱量は, 当該壁面内の流体温度の平均値とする等配慮が必要である. (3.26)式~(3.28)式は, 基板の上下で独立に設定すると効果的であり,

プログラム上計算は可能となっているが、本章の以下の計算において閉空間内は真空とする。ふく射伝熱主体の系では、あえて流体の方程式を考慮せず、空間内の流体温度を一定として壁面との対流熱伝達のみを考慮する形でも、計算上の効果を引き出せる場合もある。

$$\frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_g \mathbf{v}) = \frac{M_{\text{sup}} - M_{\text{exh}}}{\delta z} \quad (3.26)$$

$$\frac{\partial (\rho_g \mathbf{v})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_g \mathbf{v} \mathbf{v}) = -\nabla \cdot \mathbf{P} \quad (3.27)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial (\rho_g T_g(x, y, t))}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_g \mathbf{v} T_g(x, y, t)) - \frac{1}{c_{pg}} \nabla \cdot (k_g \nabla T_g(x, y, t)) \\ = \frac{1}{c_{pg}} \sum_i \frac{h}{\delta z} (T_i(x, y, t) - T_g(x, y, t)) \end{aligned} \quad (3.28)$$

(3.26)式～(3.28)式において記号は下記のとおりである。

- $M_{\text{sup}}$  : 着目コントロールボリュームに供給される流体質量
- $M_{\text{exh}}$  : 着目コントロールボリュームから除去 (排気) される流体質量,
- $\delta z$  : 着目コントロールボリュームの厚み (流体層厚みもしくは炉内高さ)
- $\mathbf{P}$  : 応力テンソル       $\mathbf{v}$  : 速度ベクトル

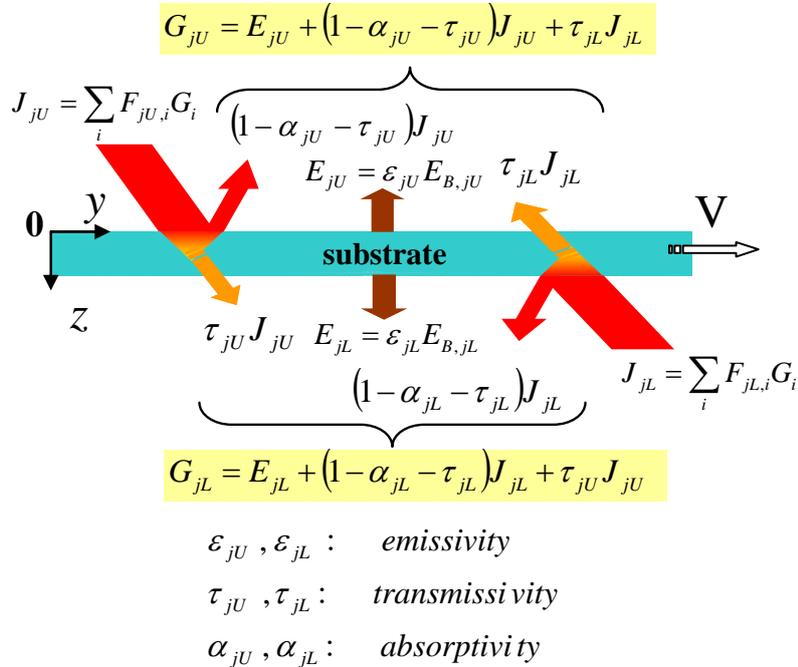


Fig.3.5 Radiative energy balance of substrate surface

### 3.3.5 射度行列

(3.21)および (3.24)式は総括して行列を使用した形で記載可能である [1,2]. 中間面を考慮しない場合は, 閉空間内の分割面は, 上面 25 面, 下面 25 面, 側面 80 面の計 130 面であるため, 当該行列は実際には  $130 \times 130$  の正方行列となる. ここでは簡単のため 6 面直方体が上下 2 段に重なったモデル (図 3.6) を用いて, 中間面に基板がある場合とない場合で行列の形がどう異なるかを検証する. 図 3.6 で上段の下面(※1, Face 6)と下段の上面(※2, Face 1)が中間面に相当し, 実際は接しており同じ面である. 基板がない場合は面自身の放射はなく, 当該面における (一方の面側の) 外来照射がそのまま反対面側の射度に置き換わる形になる. これに対して基板がある場合は, 自身の放射が加わり, さらに基板のふく射吸収および透過を考慮したうえで, 射度および外来照射量が決まる.

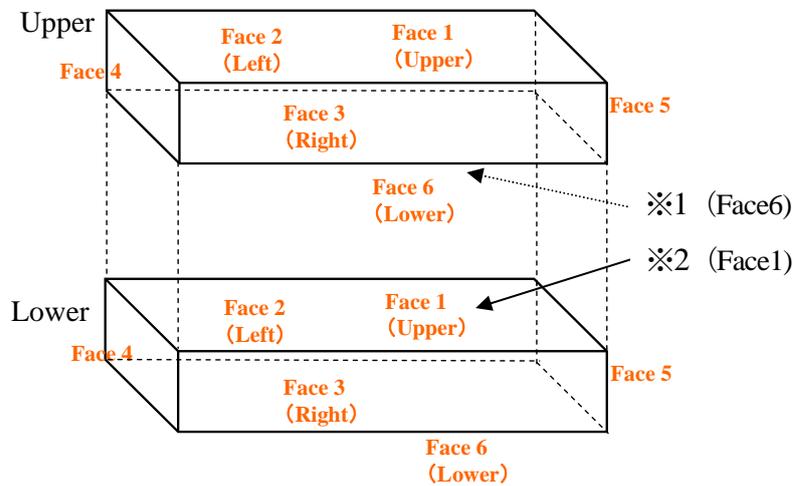


Fig.3.6 Surface arrangement in finite multi-fractionated rectangular model

それらの状態を表す射度方程式について, 基板がある場合を図 3.7 上段に, 基板がない場合を図 3.7 下段に示す. 各方程式は, 左辺が「形態係数  $F$  に基づく行列」と, 求めるべき未知数である「各面の射度に対応するベクトル」との積で構成され, 右辺は「面自身のふく射量 (面の温度に依存する) に対応するベクトル」となる. なお, 図 3.7 において各成分の詳細を(3.29)式に示す.  $T_{\text{substrate}}$  は基板面の温度である. (3.29)式中において, 炉壁面については  $\rho = 1 - \varepsilon$  であり, また添字の  $K$  は図 3.6 の上段では  $U$ , 下段では  $L$  に相当する.

$$\left. \begin{aligned}
 A_{ij}^K &= -\rho_i^K F_{ij}^K \\
 B_{ij}^K &= -\tau_i^K F_{ij}^K \\
 C_i^K &= \varepsilon_i^K \sigma \{T_{w,i}^K\}^4 \\
 D_i^K &= \varepsilon_i^K \sigma \{T_{\text{substrate},i}^K\}^4
 \end{aligned} \right\} (3.29)$$



らは単純な式形状ではないが、厳密式で表示可能である点が重要であり、(3.30) 式および(3.31) 式を用いることにより計算上系全体のエネルギー保存則が厳密に満たされる。これについては4章でも記載する。なおこうした形態係数が厳密式で表示できるのは、図3.8に示したような比較的単純な幾何学的形状の場合に限られる。一般の場合、形態係数の値には数値計算による近似値を用いるしかないが、その精度によっては、少なくとも射度法を用いた空間分割法によるエネルギー収支計算上、誤差の要因となる場合がある。特に図3.8右側の関係にある2面間の形態係数を数値計算で求める場合、面の接点の特異点となり、計算格子の分割数を相当大きくしても誤差の縮小が困難である。

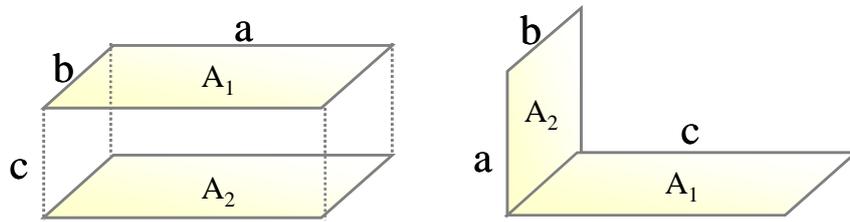


Fig.3.8 Position relations of the surface

$$F_{12} = \frac{2}{\pi XY} \left[ \frac{1}{2} \log \left\{ \frac{(1+X^2)(1+Y^2)}{1+X^2+Y^2} \right\} + X\sqrt{1+Y^2} \cdot \tan^{-1} \frac{X}{\sqrt{1+Y^2}} + \right. \\ \left. Y\sqrt{1+X^2} \cdot \tan^{-1} \frac{Y}{\sqrt{1+X^2}} - Y \tan^{-1} Y - X \tan^{-1} X \right] \\ X = \frac{a}{c}, Y = \frac{b}{c} \quad (3.30)$$

$$F_{12} = \frac{1}{\pi Y} \left[ Y \tan^{-1} \frac{1}{Y} + X \tan^{-1} \frac{1}{X} - \sqrt{X^2+Y^2} \cdot \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{X^2+Y^2}} \right. \\ \left. + \frac{1}{4} \log \left[ \left\{ \frac{(1+X^2)(1+Y^2)}{1+X^2+Y^2} \right\} \left\{ \frac{Y^2(1+X^2+Y^2)}{(1+X^2)(X^2+Y^2)} \right\}^{Y^2} \left\{ \frac{X^2(1+X^2+Y^2)}{(1+Y^2)(X^2+Y^2)} \right\}^{X^2} \right] \right] \\ X = \frac{a}{b}, Y = \frac{c}{b} \quad (3.31)$$

### 3.3.6 数値計算方法

以上の式群を数値的に解く。無限3平行面モデルを用いた実際の計算に際しては(3.1)～(3.11) 式を差分法による陽解法により数値的に解く。

有限直方体多分割面モデルを用いた実際の計算に際しては、(3.19)、(3.20)、(3.22)および(3.23) 式を差分法による陽解法により数値的に解き、(3.21) および (3.24) 式と連成させる。各時間ステップにおいて (3.21) および (3.24) 式をSOR法により解き、その結果を境界条

件 (3.20) および (3.23) 式に代入し, (3.19) および (3.22) 式の値を更新するというアルゴリズムを用いる.

### 3.4 まとめ

本章においては, 本研究で用いた 2 種類の数値モデルの式体系について詳細に記載した.

(1) 無限平行面モデル (Infinite parallel plates model)

(2) 有限直方体多分割面モデル (Finite multi-fractionated rectangular model)

当該数値モデルは, 各種加熱炉の加熱性能を正当に相対比較する目的のために構築したもので, 用途としては主に, ふく射型加熱炉の中に挿入された各種基板 (太陽電池および各種ディスプレイ用ガラス基板や二次電池用フィルム基板) の温度推移等があげられる.

上記 (2) は閉空間を直方体形状に近似し, その内壁面を矩形面に分割して, 射度法を用いた空間分割法によりふく射解析するものである. 基本的な式体系は, 射度に関する代数方程式と炉壁部分および内部基板の厚み方向に考慮する 1 次元熱伝導方程式との組み合わせとなる.

(1) はその最も単純化された特別な場合で, 複数の無限平行面の組み合わせで加熱炉を近似する. いずれも計算所要時間に比してエネルギー保存という観点における計算誤差が小さいという点が特徴である.



## 第4章 ふく射平衡状態の数値解析



## 4.1 序論

3章で示した各種数値モデルにより、ふく射平衡を実現すると考えられる系について実際に数値計算し、その結果が2章の理論上の結論と整合しているか否かを検証する。この作業は、従来内壁面温度が均一になった空間という想定から議論が始まるが多かった「ふく射平衡」の状態が、現実的にどのような形態の空洞で実現されるのか、という具体的事例を示す試みであり、したがって放射率測定の際に使用する黒体炉内のふく射解析にも適用することが可能である。

また同時に、各種数値モデルの正当性につき、2章で議論した理論的知見を用いてベンチマークを行う手法を提示する試みでもある。たとえば、ある閉空間内で「放射率=吸収率」を仮定したときに、当該閉空間内におけるふく射平衡時に「射度」の値が全壁面で均一になるといった知見を応用する。

## 4.2 平行3面間のふく射平衡

3.2節で示した無限平行面モデルの特別な場合として、Wall 1 および Wall 2 の厚み、熱伝導率および  $h_{out}$  を同一とし、内壁面熱伝達率  $h$  をゼロとし、さらに内壁両面に等しい熱発生速度を与えると、内部はふく射平衡の状態となり各面温度が等しくなることが想定される(図4.1)。

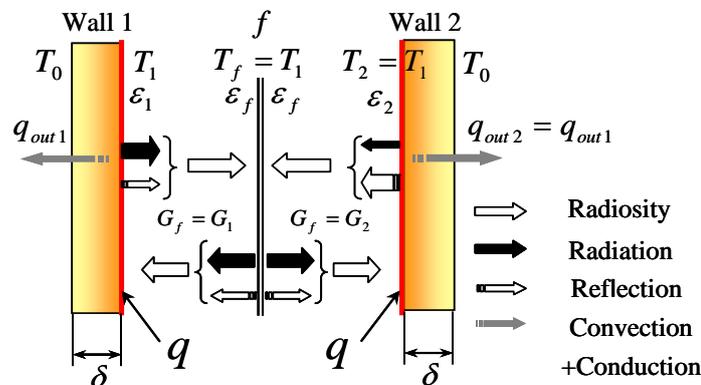


Fig.4.1 Radiative Equilibrium

図4.1において各面間でのふく射エネルギーは、自身からのふく射(Radiation)と外来照射の反射分(Reflection= $J(1-\epsilon)$ )の和である射度  $G$  が平衡すると考える。各面放射率  $\epsilon_1, \epsilon_2$  および  $\epsilon_f$  は異なってもよい。その場合は放射率に応じて射度を一定とするように各面での放射分と反射分の比が決定される。平行面間のエネルギー収支について、2面間もしくは特別な場合にはこのように思考実験的に推測がつく場合もあるが、3面以上になると飛躍的に複雑さが増し、結果の推測が困難になる。

### 4.3 有限直方体多分割面モデルによるふく射平衡の計算モデル

#### 4.3.1 ふく射平衡を実現する閉空間

まず、ふく射平衡を内部で実現するであろう閉空間の形態を考慮した。すなわち、図 4.2 に示したように、均一材質・均一厚みの壁に囲まれた閉空間で、内壁面すべてに均一発熱速度を与えた場合である。炉壁に開口部はないものとする。この条件で数値的に定常状態における内壁温度およびエネルギー収支を計算する。ふく射平衡時に、射度と壁面温度がどちらもすべての面で均一になれば 2 章の解析的証明と一致することになる。さらには壁面放射率(材質)をパラメータとして計算した場合、それ以外の条件が同一であれば、前記射度および温度の定常値も変動しないことが予測される。

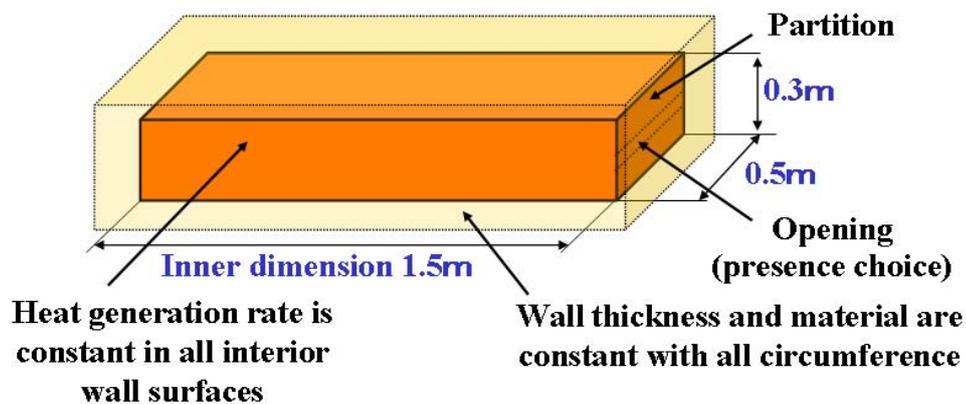


Fig.4.2 Analytical sample

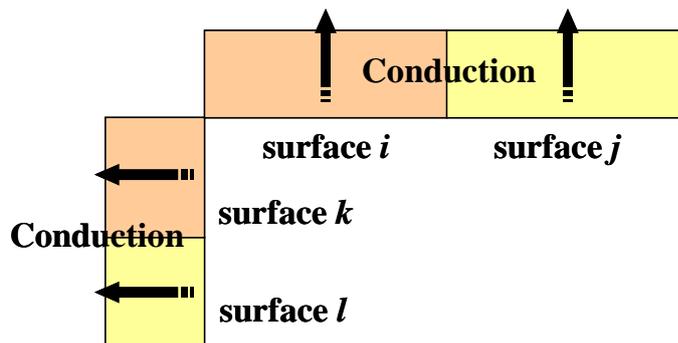


Fig.4.3 1 dimension heat conduction

図 4.2 のモデルに用いた直方体には角部が存在し、そこでは壁の厚み方向で他の面と熱の流れが均一でなくなる。そのため、図 4.2 の形状の閉空間系では定常状態において厳密には内壁面温度均一性が成立しない。しかしながら、3 章で述べた有限直方体多分割面モデルは、図 4.3 に示すように各分割面において面に垂直方向の 1 次元の熱伝導のみを考慮しているた

め、角部での熱流が無視されることになり、ふく射平衡の状態を厳密に数値的に表現することが便宜的に可能になる（2章2.3節で考察した球状空間モデルの場合は、こうした問題は生じない）。したがって当該モデルは、直方体空間においてもふく射平衡を数値的に検証できるという大きな利点を持つが、炉壁面内温度分布の観点からは連続性が犠牲になり、実験値との誤差の要因となりうる。そのため炉壁内熱伝導の次元については、実施する数値解析の目的に応じて検証し決定すべきである。炉の平面寸法が炉壁の厚みに比し十分に大きい場合等は、本研究のような1次元の取り扱いでも実用上大きな問題はない。

### 4.3.2 射度係数の導入

数値計算の評価を明確化するために閉空間内壁面を構成する任意面において、「射度ベースの放射率」という位置づけの指標を導入する。(2.1)式と同様な形式で  $G_i(\text{射度}) = \hat{\varepsilon}_i E_{B,i}$  とおき、

$$\hat{\varepsilon}_i = \frac{G_i}{E_{B,i}} = \frac{G_i}{\sigma T^4} \quad (4.1)$$

この  $\hat{\varepsilon}_i$  を射度係数 (Radiosity coefficient) とよぶ [40]。(4.1)式で  $G_i$  が面自身の放射量である場合が (2.1)式であり、 $\hat{\varepsilon}_i$  は通常の放射率  $\varepsilon_i$  である。 $\hat{\varepsilon}_i$  の導入は、ある壁面が外来照射を反射する分も含めて放射率を再定義するという意味を持つ。ふく射平衡状態の閉空間では、2章の理論による知見から明らかなように、射度が均一 (黒体のエネルギー) になることによりエネルギーバランスが保たれている。そのとき、 $G_i = E_B = \sigma T^4$  であるので、(4.1)式より常にふく射平衡状態ではすべての内壁面で (4.2)式が成立する。

$$\hat{\varepsilon}_i = 1 \quad (4.2)$$

### 4.4 灰色体系における検証

図4.2に示した閉空間の定常状態における、内壁温度およびエネルギー収支を図4.4に示した空間分割により計算した。一連の計算につき、壁の熱伝導率 (0.116 W/(m·K))、外気温度 (20°C) および外壁面熱伝達率 (10.4 W/(m<sup>2</sup>·K)) はすべて一定で、空間内外で流体の出入りはなく、内部への流体供給も0としている。

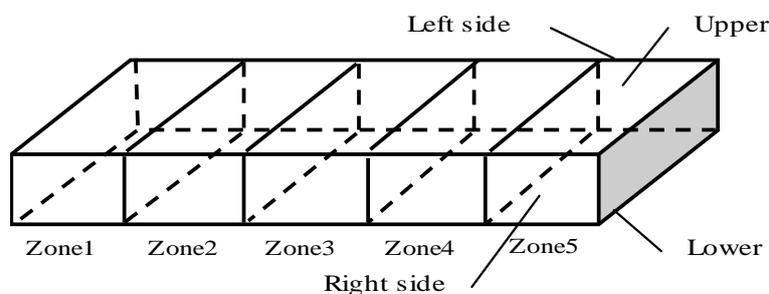


Fig.4.4 Space division

#### 4.4.1 発熱速度および断熱厚みの影響

すべての内壁面放射率 $\varepsilon_i$ を0.9とし、表4.1に示した4条件について計算した。計算結果を表4.2に示す。表4.2に示した物理量は左から、温度、射度、面自身の放射量、外来照射量の反射分、および射度係数である。計算結果から、各条件ともふく射に関わる物理量は、定常時にすべてのZoneのすべての面で同一値となることが示された。

Table 4.1 Calculation conditions ( case 1~4)

case	Heat generation rate [W/m <sup>2</sup> ]	Wall thickness [mm]
1	50	200
2	50	100
3	100	200
4	100	100

Table 4.2 Calculation results ( case 1~4)

case	Temp. [°C]	Radiosity [W/m <sup>2</sup> ]	Radiation [W/m <sup>2</sup> ]	Reflection [W/m <sup>2</sup> ]	Radiosity coefficient
1	110.78	1230.95	1107.85	123.09	1.00
2	67.78	765.26	688.73	76.53	1.00
3	201.56	2877.86	2590.07	287.79	1.00
4	115.56	1293.40	1164.06	129.34	1.00

#### 4.4.2 内壁放射率の影響

前記条件1で、内壁放射率をすべて0.1とする場合も、物理量はすべてのZoneのすべての面で同一値となる(条件5, 計算結果は表4.3)。また、内壁放射率を表4.4のように変化をつけた場合にも、温度・射度および射度係数はすべてのZoneのすべての面で同一値となる(条件6, 計算結果は表4.5)。ただし条件6では、面自身の放射量と外来照射量の反射分の比については、それぞれの面の放射率によって異なる結果となった。

Table 4.3 Calculation results ( case 5)

case	Temp. [°C]	Radiosity [W/m <sup>2</sup> ]	Radiation [W/m <sup>2</sup> ]	Reflection [W/m <sup>2</sup> ]	Radiosity coefficient
1	110.78	1230.95	1107.85	123.09	1.00
5	110.78	1230.95	123.10	1107.86	1.00

Table 4.4 Calculation conditions ( case 6)

Zone	1	2	3	4	5
Emissivity	0.1	0.2	0.3	0.5	0.9

Table 4.5 Calculation results (case 6)

## Temperature[°C]

Zone	1	2	3	4	5
Upper	110.78	110.78	110.78	110.78	110.78
Lower	110.78	110.78	110.78	110.78	110.78
Side	110.78	110.78	110.78	110.78	110.78

Radiosity[W/m<sup>2</sup>]

Zone	1	2	3	4	5
Upper	1230.95	1230.95	1230.95	1230.95	1230.95
Lower	1230.95	1230.95	1230.95	1230.95	1230.95
Side	1230.95	1230.95	1230.95	1230.95	1230.95

Radiation[W/m<sup>2</sup>]

Zone	1	2	3	4	5
Upper	123.10	246.19	369.29	615.48	1107.86
Lower	123.10	246.19	369.29	615.48	1107.86
Side	123.10	246.19	369.29	615.48	1107.86

Reflection[W/m<sup>2</sup>]

Zone	1	2	3	4	5
Upper	1107.86	984.76	861.67	615.48	123.10
Lower	1107.86	984.76	861.67	615.48	123.10
Side	1107.86	984.76	861.67	615.48	123.10

## Radiosity coefficient

Zone	1	2	3	4	5
Upper	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Lower	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Side	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

**4.4.3 「 $\varepsilon \neq \alpha$ 」の場合におけるふく射平衡**

4.4.1 項の条件 1 の平衡状態において、突然外壁面すべてが外界と熱的に遮断されたとする (全外壁面で熱伝達率を 0 とする)。さらに同時に内壁面での発熱量を 0 とする。すると系はふく射平衡状態を保ったまま壁内部の温度が熱伝導で均一化し、新たな平衡状態に落ち着く。このとき初期の内壁面平衡温度は(前述の) 110.78 °C、外壁温度は 24.78 °Cである。

最終状態の内壁面および外壁面平衡温度 (すべてのZoneのすべての面で同一値)は67.90 °Cとなった. 次に4.4.1項の条件1の平衡状態から1ゾーン上面のみ次の条件を課し同様の操作をした.

$$\text{emissivity}=0.9, \text{ absorptivity}=0.5 \quad (4.3)$$

すなわち面の放射率と吸収率が異なる場合である. 定常状態の各面温度について計算結果を表4.6に記載する. この場合外部への熱の流出はないため, 内部はふく射平衡状態でもある. ゾーン1の上面は外来照射の吸収が小さい分, 自身の温度を低下し (放射エネルギーを低下し) エネルギー平衡を保っている.

Table 4.6 Calculation results (Temperature[°C])

Zone	1	2	3	4	5
Upper	23.57	70.51	70.51	70.51	70.51
Lower	70.51	70.51	70.51	70.51	70.51
Side	70.51	70.51	70.51	70.51	70.51

表4.6の結果はふく射平衡状態でありながら, 内壁温度が均一にならないことを示している. これはある面で放射率と吸収率を異なる数値に設定したことが要因となっており, 2章で述べたように「各面*i*で $\epsilon_i = \alpha_i$ 」と仮定することにより, 確かに熱力学的平衡の概念に反しない結果が得られることの一端が示唆されている.

なお「各面*i*で $\epsilon_i \neq \alpha_i$ 」の場合の計算においてふく射平衡状態を形成するためには, 系を熱的に孤立させる必要が生ずる. 系を孤立させず (全外壁面で熱伝達率=0とせず), (4.3)式の関係を用いたのみでは, 内壁温度が不均一になるとともに外壁温度も不均一となるため, 熱伝達による放熱が外壁面ごとに異なる値で発生することになり, 結果閉空間内は厳密にふく射平衡にならない.

最後に, 「各面*i*で $\epsilon_i = \alpha_i$ 」と仮定した場合の, ふく射平衡を形成するための条件をまとめると下記ようになる. 系は本章4.3節のモデルを前提とする.

1. 「各面*i*で $\epsilon_i = \alpha_i$ 」と仮定する場合には, 系を熱的に孤立させなくてもよいが, 内壁面での発熱量を均一に与える必要がある. 熱伝達による放熱量分だけの発熱量を与えることになる.
2. 逆に系を熱的に孤立させたときには, 「各面*i*で $\epsilon_i = \alpha_i$ 」と仮定する場合でも, 内壁面での発熱量を0としなければならない. さもなければ系内の温度が, 時間経過とともに無限に上昇してしまうことが予想される.

このように, 厳密にふく射平衡となるためには放熱や発熱量に制約があるが, 各面の温度が均一になるかならないか, すなわち, 熱力学的平衡の概念に反しない結果が得られるかどうか, という観点においては本章の考察で明らかになったように, 「各面*i*で $\epsilon_i = \alpha_i$ 」の仮定

が重要である。

## 4.5 非灰色体系における検証

### 4.5.1 基礎方程式

炉壁  $i$  に関する熱収支式は、その厚み方向  $x$  のみの熱伝導を考え、(3.19)式と同様下記の(4.4)式により記述される。

$$\rho_i c_{p,i} \frac{\partial T_i(x,t)}{\partial t} = k_i \frac{\partial^2 T_i(x,t)}{\partial x^2} \quad (4.4)$$

ただし灰色体を前提とした(3.20)式の内壁面の境界条件を、波長別に処理する必要がある。以下のように変更する。

$$\left. \begin{aligned} t > 0, x = 0 \quad (\text{内壁面}) \\ -k \frac{\partial T_i(x,t)}{\partial x} &= q - \int_0^\infty a_{\lambda,i} J_{\lambda,i}(t) d\lambda - \int_0^\infty \varepsilon_{\lambda,i} E_{B\lambda,i}(t) d\lambda + h(T_{in} - T_i(x,t)) \\ t > 0, x = \delta \quad (\text{外壁面}) \\ k_i \frac{\partial T_i(x,t)}{\partial x} &= h_{out}(T_0(t) - T_i(x,t)) \end{aligned} \right\} (4.5)$$

さらに灰色体を前提とした(3.21)式の射度方程式を、波長別に処理する。すなわち2章で記載した(2.1a~2.3a)式を使用する。

$$\left. \begin{aligned} G_{\lambda,i} &= \varepsilon_{\lambda,i} E_{B\lambda,i} + (1 - a_{\lambda,i}) J_{\lambda,i} \\ J_{\lambda,i} &= \sum_j F_{i,j} G_{\lambda,j} \\ \varepsilon_{\lambda,i} &= a_{\lambda,i} \end{aligned} \right\} (2.1a \sim 2.3a)$$

(4.5)式中の  $E_{B\lambda}$  の具体形については、Planck の法則による放射エネルギー分布式 ((4.6)式) を用いる。なお (4.7) 式は、序章で記載した振動数の関数である(1.3)式を単位面積あたりの黒体放射に変換し、さらに波長の関数に変換している。

$$E_{B\lambda,i} = \frac{C_1}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{\exp\left(\frac{C_2}{\lambda T_i}\right) - 1} \quad (4.6)$$

$$C_1 = 2\pi h c^2 = 3.7418 \times 10^{-16} \text{ W} \cdot \text{m}^2, \quad C_2 = \frac{hc}{k} = 1.4388 \times 10^{-2} \text{ m} \cdot \text{K}$$

$C_1$  中の  $c$  は光速、 $C_2$  中の  $k$  は Boltzmann 定数である。(4.5)式中の積分については、(4.6)式および図 4.6 を  $0.2 \mu\text{m}$  刻みで離散化し、数値的に行った。

## 4.5.2 計算対象

計算対象は4.4節と同様である。ただし本節では空間は分割せず，6つの面に囲まれた直方体の単一空間とする。図4.5に各面の番号を示した。このとき(2.1a~2.3a)式は下記行列を用いて記載可能である。(4.7)式は波長ごとに成立する。なお各成分について(4.8)式に示す。

$$\begin{bmatrix} 1 & A_{\lambda,12} & A_{\lambda,13} & A_{\lambda,14} & A_{\lambda,15} & A_{\lambda,16} \\ A_{\lambda,21} & 1 & A_{\lambda,23} & A_{\lambda,24} & A_{\lambda,25} & A_{\lambda,26} \\ A_{\lambda,31} & A_{\lambda,32} & 1 & A_{\lambda,34} & A_{\lambda,35} & A_{\lambda,36} \\ A_{\lambda,41} & A_{\lambda,42} & A_{\lambda,43} & 1 & A_{\lambda,45} & A_{\lambda,46} \\ A_{\lambda,51} & A_{\lambda,52} & A_{\lambda,53} & A_{\lambda,54} & 1 & A_{\lambda,56} \\ A_{\lambda,61} & A_{\lambda,62} & A_{\lambda,63} & A_{\lambda,64} & A_{\lambda,65} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_{\lambda,1} \\ G_{\lambda,2} \\ G_{\lambda,3} \\ G_{\lambda,4} \\ G_{\lambda,5} \\ G_{\lambda,6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{\lambda,1} \\ C_{\lambda,2} \\ C_{\lambda,3} \\ C_{\lambda,4} \\ C_{\lambda,5} \\ C_{\lambda,6} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

$$\left. \begin{aligned} A_{\lambda,ij} &= (1 - a_{\lambda,i}) F_{i,j} \\ C_{\lambda,i} &= \varepsilon_{\lambda,i} E_{B\lambda,i} \end{aligned} \right\} (4.8)$$

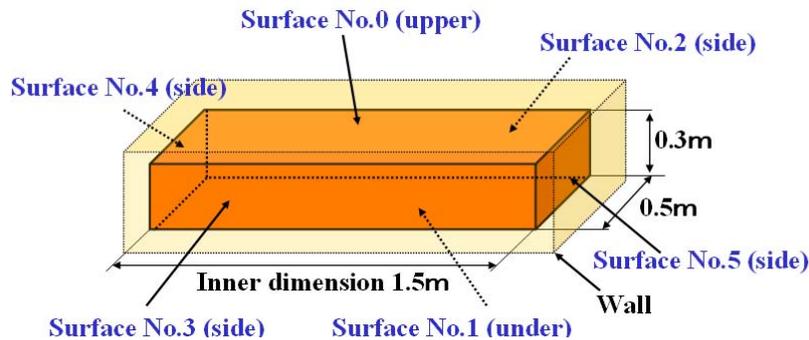


Fig.4.5 Analytical model

一連の計算につき，壁の熱伝導率(0.116 W/(m·K))，外気温度(20℃)および外壁面熱伝達率(約 10.4 W/(m<sup>2</sup>·K))はすべて一定で，空間内外で流体の出入りはなく，内部への流体供給も0としている。

## 4.5.3 各面の材質による単色放射率のスペクトル分布

(4.5)式中の単色放射率  $\varepsilon_{\lambda}$  の具体例を図4.6に表示する。Sample 1はアルミナ(Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>)材質の単色放射率(吸収率)スペクトルの一例を示す。アルミナは赤外線ヒータの発熱素材として，一般的によく使用される。Sample 2は水膜の単色放射率(吸収率)スペクトル例である[41]。3 μm 付近に明瞭な吸収帯を持つ。ただしこのスペクトルは水膜厚みによって異なる。以下の数値解析において図4.6の数値を使用する。

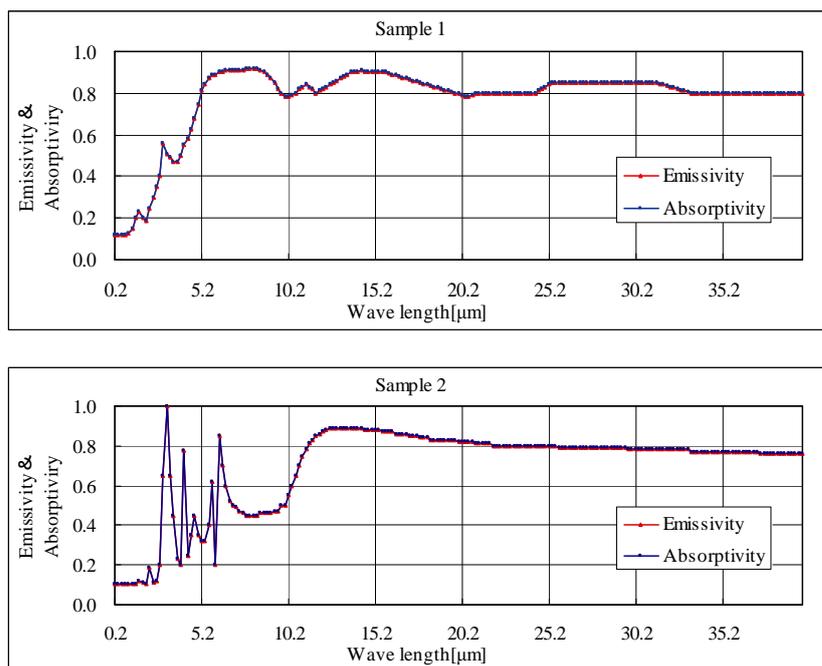


Fig.4.6 Monochromatic emissivity

#### 4.5.4 計算結果

以上の条件で数値的に定常状態における内壁温度およびエネルギー収支を計算する。定常時に、壁面温度がすべての面で均一になり、さらにすべての面で射度のスペクトル分布が同一になれば、解析的証明と一致することになる。さらには壁面単色放射率スペクトルを変動しても、それ以外の条件が同一であれば、前記の射度分布および温度の定常値も変動しないことが予測される。

##### (1) すべての壁面の材質が同じ場合

すべての内壁面で単色放射率および吸収率を図 4.6 の Sample 1 とし、壁厚み均一 200 mm, 発熱速度均一  $50 \text{ W/m}^2$  の条件 (条件 7) で計算した。その結果、表 4.7 に示すように各条件とも、ふく射に関わる全物理量はすべての面で同一値となる。数値も 4.4 節のものと完全に一致している。

Table 4.7 Calculation results (case 7)

surface	Temperature [°C]	Radiosity [ $\text{W/m}^2$ ]	Irradiation [ $\text{W/m}^2$ ]	Radiosity coefficient	Total emissivity	Total absorptivity
1~6	110.78	1230.94	1230.94	1.0000	0.8458	0.8458

さらに、面の  $E_\lambda$ (Radiation: 放射量),  $G_\lambda$ (Radiosity: 射度) および  $J_\lambda$ (Irradiation: 外来照射量) の分布を図 4.7 に示す。

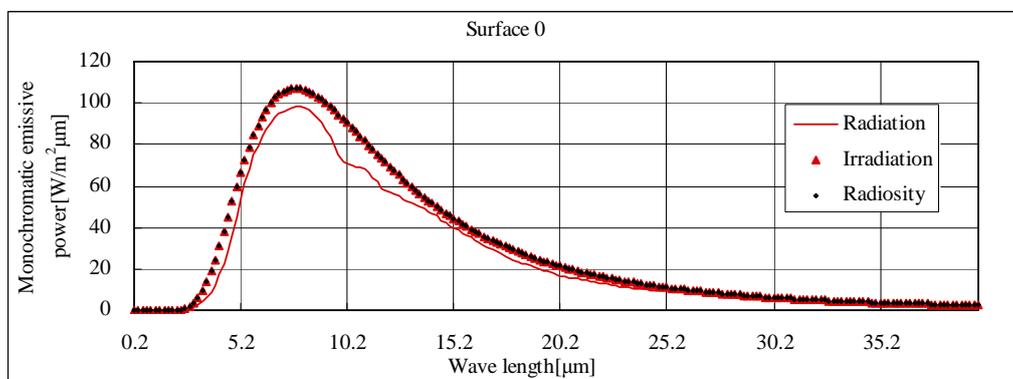


Fig.4.7 Monochromatic emissive power (case 7)

図 4.7 は面 0 のものであるが、計算結果はすべての面で全く同一になった。図 4.7 では単色射度と単色外来照射量のスペクトルが完全に一致し、したがって全ふく射平衡時に同時に単色ふく射平衡ともなっている。

## (2) 壁面の材質が異なる場合

条件 7 と同様の条件で、面 5 のみ内壁の単色放射率および単色吸収率を図 4.6 の Sample 2 とし計算した(条件 8)。この場合、面 5 の全放射率および全吸収率以外では表 4.7 の結果と同一の値になった(表 4.8)。ただし、面 5 上でも「全放射率=全吸収率」の関係は成立している。

Table 4.8 Calculation results (case 8)

surface	Temperature [°C]	Radiosity [W/m <sup>2</sup> ]	Irradiation [W/m <sup>2</sup> ]	Radiosity coefficient	Total emissivity	Total absorptivity
0	110.78	1230.94	1230.94	1.0000	0.8458	0.8458
1	110.78	1230.94	1230.94	1.0000	0.8458	0.8458
2	110.78	1230.94	1230.94	1.0000	0.8458	0.8458
3	110.78	1230.94	1230.94	1.0000	0.8458	0.8458
4	110.78	1230.94	1230.94	1.0000	0.8458	0.8458
5	110.78	1230.94	1230.94	1.0000	0.6637	0.6637

また、 $E_\lambda$ ,  $G_\lambda$  および  $J_\lambda$  についても、面 5 以外の各面は前条件の結果と同一になった。面 5 に関する計算結果を図 4.8 に示す。放射量のみ単色放射率分布の相違により他面と異なる曲

線を描くが、他の2指標は他面と完全に一致し、空間内部の全ふく射平衡を実現していることがわかる。なお、この場合もふく射平衡時に同時に単色ふく射平衡ともなっている。

以上より本節における数値計算の結果は、ふく射平衡の状態が壁面放射率に依存しないことを支持している。

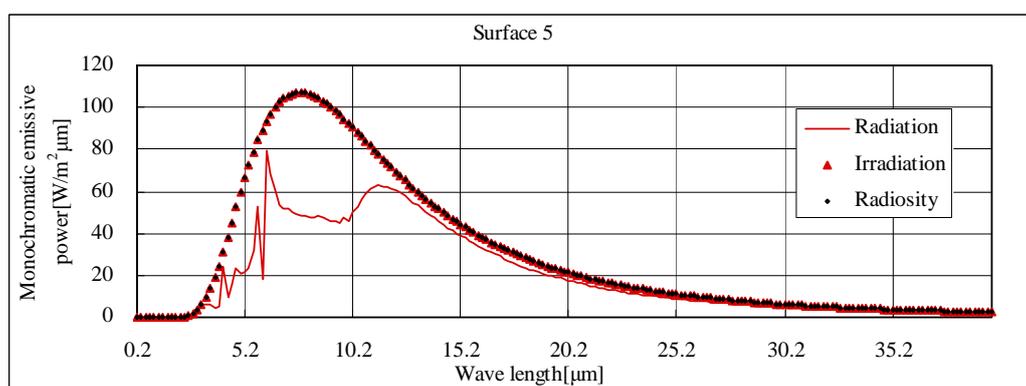


Fig.4.8 Monochromatic emissive power (case 8)

全内壁面で射度係数=1となった系は、ある一定温度でのふく射平衡状態で、当該温度を前提とした場合のエネルギー収支上の理想状態を示すと解釈できる（当該温度は、本章の数値計算で示したような諸条件により決まる）。また、ここで計算結果は示していないが空洞に開口が存在すると、ふく射平衡の状態が破れ射度係数は1未満となり、内壁面の温度も位置によって差異が生ずる。したがって、「射度係数」を閉空間（加熱炉）の平衡度の指標として使用することが可能になる。

3章の数値モデルは非平衡系のエネルギー収支計算を主眼とするが、本章の計算で示したようにふく射平衡とみなせる特別な場合において、全内壁面射度係数が1となることを数値的に表現できる。これは、解析による結論を内蔵する形になり、当モデルの妥当性・汎用性の根拠となる。また、射度係数は反射分込みの放射率であるが、4.4節の条件5,6の結果からも判明するように、閉空間内面においてこの反射分は無視できない量となる。内壁面が低放射率素材の場合、射度係数は実際の材質に基づく放射率の数倍にもなる。これは、閉空間内のふく射エネルギー収支を論ずる上での、各内壁面での反射分を考慮する重要性を示している。実際の炉の設計時にも同様にいえることである。

#### 4.6 まとめ

3章で示した数値モデルについて、2章の理論的知見を用いたベンチマークの結果を記載した。主として3章(2)の有限直方体多分割面モデルにより、閉空間がふく射平衡となる条件を吟味し計算した。したがって、ふく射平衡が実現する現実的な空洞形態の例示という

側面も持つ。

計算結果は炉内壁が灰色体・非灰色体の双方の場合について提示し、その結果が2章の理論により示唆された結論と合致していることを確認した。すなわち、平衡時に閉空間は内壁面すべて均一温度になり、さらにそのとき全内壁面で射度も均一である。各条件における内壁面温度の水準は、空間を囲む壁に垂直方向への熱伝導による外部への熱放散と、内壁面の発熱速度とのバランスにより決定される。さらに4.4節の条件5,6において、閉空間周囲における熱的境界条件が変わらなければ、その中のふく射平衡の状態は内壁面の放射率に依存しないことが示された。その場合、放射率(材質)に応じて、「面自身の放射量」と「外来照射量の反射分」の比率が決定され、両者の和としての射度の値は、すべての内壁面で均一値となる。以上により、理論および数値モデル双方の妥当性が示された。

また、「放射率≠吸収率」を前提とすると、閉空間内のふく射平衡状態が熱力学的平衡の概念に反する結果になることを確認した。このことは2章でも述べたが、数値プログラムのベンチマークに使用可能である。たとえば、あるプログラムを使用して「各面*i*で $\varepsilon_i = \alpha_i$ 」と仮定した計算において、ふく射平衡状態で各面の温度が異なる結果が得られたのであれば、当該プログラムに何らかの問題が存在する可能性がある。

なお先に3章において、形態係数に厳密式を用いることの重要性を記載した。これにより閉空間を構成する任意の2面間について、「相互関係 (reciprocity law) 」[1]が厳密に成り立つ。このことは、計算上系全体のエネルギー収支の整合性を確保するために、非常に重要なファクターとなる。本章の数値計算において、特に「射度係数」の計算値が、平衡時に厳密に1となる要因でもある。形態係数を(厳密式でなく)別途数値計算による近似値として計算すると、上記定理も近似的にしか満たされなくなり、その結果、「射度係数」の計算値にも誤差が生ずる。当該事項はプログラムの検証上留意すべき事項である。

本章の検証により数値モデルの妥当性が示されたため、次章以降実際の加熱炉を想定した条件でケーススタディーを実施し、設計指針の導出をめざす。





## 第5章 無限平行面モデルによる

一般的な加熱炉を想定した数値解析



3.2 節で述べた無限平行面モデル (図 3.1 および図 3.2) を解くことにより, 炉内壁面における発熱面および非発熱面の放射率と被加熱物の放射率との組合せが, 当該被加熱物の温度推移に対して与える影響について検討した. 各壁面および基板面の放射率のみをパラメータとし, それ以外の指標は同一条件とした. これにより例えば同一の単位面積当たりの熱発生量 (ヒータ出力) の下で, 炉内壁面の放射率の相違により基板の温度がどう変動するか等を考察した. 結果として 5.5 節に記載したいくつかの設計指針を見出した.

## 5.1 計算条件

以下の計算で用いた定数の数値は下記のとおりである.

$$\begin{aligned} T_0 &: 20 \text{ }^\circ\text{C}, \quad \rho_i : 300 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_f : 1500 \text{ kg/m}^3, \\ \rho_{a_i} &: 1 \text{ kg/m}^3, \quad c_{p,i} : 0.8 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}, \quad c_{p,f} : 1 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}, \\ c_{p,a_i} &: 1 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}, \quad q : 100 \text{ W/m}^2, \quad k : 0.116 \text{ W/(m}\cdot\text{K)} \\ h, \quad h_{\text{out}} &: 3.5 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}, \quad \delta : 0.1 \text{ m}, \quad \delta_f : 100 \text{ } \mu\text{m}, \\ \delta_{a_1} = \delta_{a_2} &: 0.12 \text{ m}, \quad \sigma : 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W/(m}^2\cdot\text{K}^4) \end{aligned}$$

ここで,  $h$  および  $h_{\text{out}}$  の値は自然対流レベルの数値を想定し, 本研究では第 1 近似として一定とした. 炉内が真空の場合を解析するには, 式中の  $h$  を 0 とすればよい.  $\delta$  は, 6 分割 (差分間隔 = 0.1/6 m) で数値計算した. また, 式中炉壁, 基板および空気層の, 熱流方向に垂直な単位面積あたりの熱容量は以下のようなになる.

$$\begin{aligned} \rho_1 c_{p,1} \delta &= \rho_2 c_{p,2} \delta = 24 \text{ kJ/(m}^2 \cdot \text{K)}, \\ \rho_f c_{p,f} \delta_f &= 0.15 \text{ kJ/(m}^2 \cdot \text{K)}, \\ \rho_{a_1} c_{p,a_1} \delta_{a_1} &= \rho_{a_2} c_{p,a_2} \delta_{a_2} = 0.12 \text{ kJ/(m}^2 \cdot \text{K)} \end{aligned}$$

## 5.2 「壁面と空気層の対流熱伝達を無視する場合」の計算結果

温度分布のある Wall 1 および 2 の温度のうち, 炉壁の内側の温度  $T_1$  および  $T_2$  に着目して検討する. まず, 真空炉の場合に相当する結果を示す.

### 5.2.1 基板が無い場合の定常状態

前述の定数の数値により, 表 5.1 に示した 3 条件について定常値を計算した. なお,  $\varepsilon_{\text{eff},12}$  の値も表 5.1 中に示した. 条件 1 は発熱面・非発熱面ともに高放射率, 条件 2 は発熱面・非発熱面ともに低放射率, 条件 3 は発熱面が高放射率でかつ非発熱面が低放射率の場合である. 計算結果を表 5.2 に示す.

Table 5.1 Calculation conditions without substrate (Case 1~3)

Case	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_2$	$\varepsilon_{\text{eff},12}$
1	1.0	1.0	1.0
2	0.1	0.1	0.053
3	1.0	0.1	0.1

Table 5.2 Steady state without substrate for vacuum furnace (Case 1~3)

Case	$T_1$ [°C]	$T_2$ [°C]	$q_{12}$ [W/m <sup>2</sup> ]
1	79.73	74.83	47.81
2	103.51	51.04	27.07
3	94.95	59.61	34.54

Table 5.3 Calculation conditions with substrate (Case 1a~3b)

Case	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_2$	$\varepsilon_f$	$\varepsilon_{\text{eff},1f}$	$\varepsilon_{\text{eff},f2}$
1a	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
2a	0.1	0.1	1.0	0.1	0.1
3a	1.0	0.1	1.0	1.0	0.1
1b	1.0	1.0	0.1	0.1	0.1
2b	0.1	0.1	0.1	0.053	0.053
3b	1.0	0.1	0.1	0.1	0.053

Table 5.4 Unsteady state with substrate for vacuum furnace (Case 1a~3b)

(a) t=300 s

Case	$T_1$ [°C]	$T_2$ [°C]	$T_f$ [°C]	$q_{1f}$ [W/m <sup>2</sup> ]	$q_{f2}$ [W/m <sup>2</sup> ]
1a	80.17	72.42	76.35	37.57	37.28
2a	102.49	49.71	77.52	27.12	24.09
3a	93.21	58.85	90.41	30.84	30.13
1b	82.87	69.43	74.73	8.04	4.94
2b	103.71	48.60	70.17	18.71	9.47
3b	95.48	56.53	79.62	16.87	10.95

(b) t=10000 s

Case	$T_1$ [°C]	$T_2$ [°C]	$T_f$ [°C]	$q_{1f}$ [W/m <sup>2</sup> ]	$q_{f2}$ [W/m <sup>2</sup> ]
1a	81.81	72.46	77.23	45.50	45.50
2a	103.97	50.29	80.18	26.29	26.28
3a	95.80	58.40	92.85	33.19	33.18
1b	99.33	54.92	79.21	21.71	21.69
2b	110.46	43.78	81.78	17.24	17.23
3b	105.84	48.37	88.98	19.44	19.41

## 5.2.2 基板挿入後の非定常過程

基板がない場合の定常状態(表 5.2)を初期条件として、表 5.3 に示した 6 条件について基板挿入後 300 s および 10000 s 経過時の非定常値を計算した。その結果を表 5.4 (a)および(b)に示す。表 5.3 で各条件番号の数字の後のアルファベットについて、a は基板面が高放射率、b は基板面が低放射率であることをそれぞれ示す。なお、 $\epsilon_{eff,1f}$  および  $\epsilon_{eff,r2}$  の値も示した。基板初期温度は基準温度の 20°C とした。また条件 1a から 3a の場合の各温度の 300 s までの時間変化を図 5.1 に示す。

## 5.2.3 基板挿入後の定常状態

表 5.3 に示した 6 条件について基板挿入後の定常値を計算した。その結果を表 5.5 に示す。計算に際しては(3.1), (3.7) ~ (3.9)式において時間微分項を 0 とした式群を SOR 法により解いた。繰り返し計算における緩和係数は 0.1 とし、各変数において(最新計算値-前回計算値)を最新計算値で除した値の絶対値が  $10^{-8}$  を下回った時点で収束とみなした。それは時間経過としては、各条件によって差異はあるが、最低でも 50000 s 経過後以降に相当する。

Table 5.5 Steady state with substrate for vacuum furnace (Case 1a~3b)

Case	$T_1$ [°C]	$T_2$ [°C]	$T_f$ [°C]	$q_{1f}$ [W/m <sup>2</sup> ]	$q_{r2}$ [W/m <sup>2</sup> ]
1a	81.97	72.57	77.36	45.85	45.85
2a	104.24	50.31	80.35	26.44	26.44
3a	96.13	58.42	93.16	33.51	33.51
1b	104.24	50.31	80.35	26.44	26.44
2b	113.20	41.35	82.69	18.62	18.62
3b	109.50	45.05	90.99	21.85	21.85

## 5.3 「壁面と空気層の対流熱伝達を考慮する場合」の計算結果

面間に静止した空気層がある場合の近似モデルである。

### 5.3.1 基板が無い場合の定常状態

前述の定数の数値により、表 5.1 に示した 3 条件について定常値を計算した。その結果を表 5.6 に示す。

Table 5.6 Steady state without substrate for atmosphere furnace (Case 1~3)

Case	$T_1$ [°C]	$T_2$ [°C]	$T_a$ [°C]	$q_{12}$ [W/m <sup>2</sup> ]
1	79.36	75.17	77.27	40.81
2	86.52	68.01	77.27	9.50
3	85.17	69.36	77.27	15.42

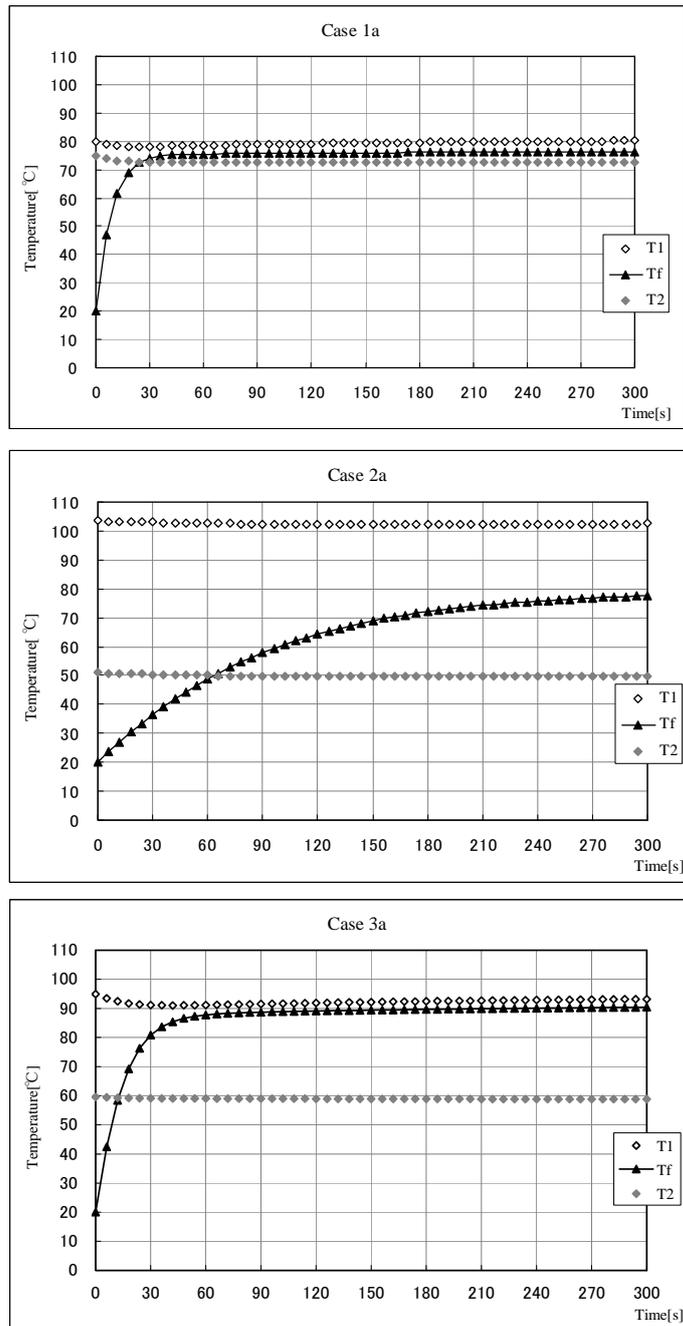


Fig.5.1 Temperature change with substrate for vacuum furnace (Case 1a~3a)

### 5.3.2 基板挿入後の非定常過程

基板がない場合の定常状態(表 5.6)を初期条件として, 表 5.3 に示した 6 条件について 5.2.2 項と同様に基板挿入後 300 s および 10000 s 経過時の非定常値を計算した. その結果を表 5.7(a)および(b)に示す. 基板初期温度は炉外温度(基準温度)の 20°C とした. また条件 1a から 3a の場合の各温度の 300 s までの時間変化を図 5.2 に示す.

### 5.3.3 基板挿入後の定常状態

表 5.3 に示した 6 条件について基板挿入後の定常値を計算した. その結果を表 5.8 に示す. 繰り返し計算における緩和係数は 0.1 とし, 各変数において(最新計算値-前回計算値)を最新計算値で除した値の絶対値が  $10^{-8}$  を下回った時点で収束とみなした.

Table 5.7 Unsteady state with substrate for atmosphere furnace (Case 1a~3b)

(a) t=300 s

Case	$T_1$ [°C]	$T_2$ [°C]	$T_f$ [°C]	$q_{if}$ [W/m <sup>2</sup> ]	$q_{f2}$ [W/m <sup>2</sup> ]
1a	79.70	72.89	76.32	33.15	32.60
2a	86.85	65.60	76.27	10.70	9.85
3a	84.26	68.00	81.20	31.19	12.58
1b	81.88	70.57	76.15	5.67	5.25
2b	87.24	65.18	76.14	5.92	5.31
3b	86.00	66.38	77.04	9.05	5.21

(b) t=10000 s

Case	$T_1$ [°C]	$T_2$ [°C]	$T_f$ [°C]	$q_{if}$ [W/m <sup>2</sup> ]	$q_{f2}$ [W/m <sup>2</sup> ]
1a	81.15	73.11	77.19	39.22	39.02
2a	90.66	63.60	77.41	13.68	12.70
3a	86.46	67.75	83.05	35.45	14.68
1b	90.09	64.17	77.39	13.09	12.18
2b	92.42	61.84	77.36	8.25	7.45
3b	91.41	62.84	78.70	13.23	7.70

Table 5.8 Steady state with substrate for atmosphere furnace (Case 1a~3b)

Case	$T_1$ [°C]	$T_2$ [°C]	$T_f$ [°C]	$q_{if}$ [W/m <sup>2</sup> ]	$q_{f2}$ [W/m <sup>2</sup> ]
1a	81.31	73.23	77.33	39.47	39.27
2a	91.16	63.38	77.57	14.08	13.04
3a	86.69	67.85	83.26	35.73	14.80
1b	91.16	63.38	77.56	14.07	13.04
2b	93.21	61.34	77.52	8.62	7.76
3b	92.17	62.39	78.94	13.84	8.02

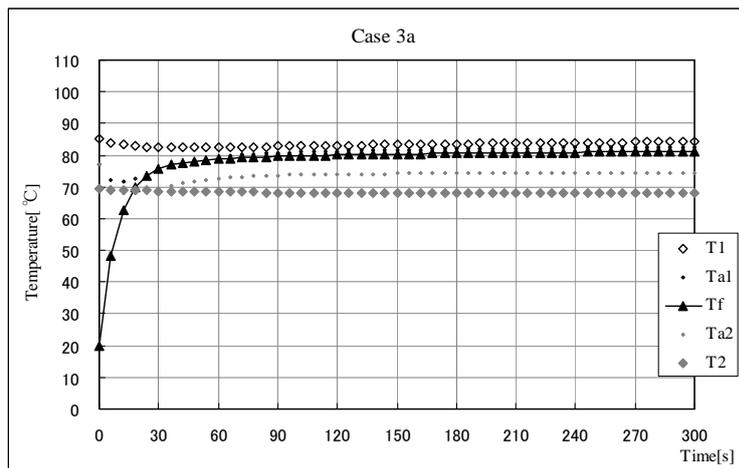
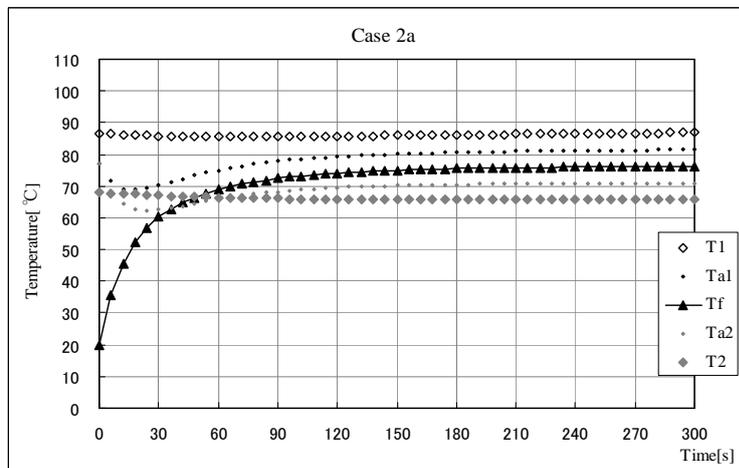
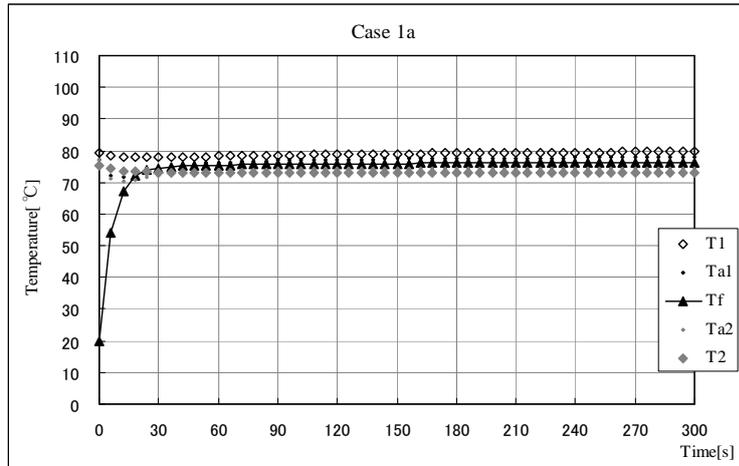


Fig.5.2 Temperature change with substrate for atmosphere furnace (Case 1a~3a)

## 5.4 計算結果の検討

(3.1)～(3.11)式のモデルによる計算から、複数の無限平行面間の伝熱における、温度決定のメカニズムが明らかになる。すなわち各面間相互のふく射・対流熱交換量および系外部への熱損失量のバランスにより各面温度が決定され、それはさらに各面放射率をパラメータとして多様なパターンを呈するという現象を定量的に解析することが可能になった。換言すれば、投入電力および炉壁厚み・熱伝導率が同一の加熱炉でも、炉内壁面および基板面の放射率の選択と組み合わせにより、基板(被加熱物)温度を変化させることができることになる。これは、加熱炉の効率的設計に重要な知見をもたらすが、その傾向は条件如何により多様性を示すため、直感的な把握は極めて困難であり、本報で提示したような数値計算が必要となる。解析に当たっては、さらに複雑なモデルも考えられるが、モデルの簡潔性は系を支配するファクターの抽出検証および計算時間の短縮化に有利である。

なおこれらの計算は、ふく射系としては比較的各面の温度が低いケースとなっており、これは熱発生量  $q$  を  $100 \text{ W/m}^2$  と指定していることに起因するが、こうした温度域でのふく射加熱も実際の工程として想定しうる。事例としては、有機 EL ディスプレー用ガラス基板上の有機層定着工程における真空下での加熱、あるいは大気下では PET (ポリエチレンテレフタレート) フィルムのような熱可塑性フィルムに関する各種加熱等が考えられる。 $q$  をより大きくした場合についても以下の考察は有効であるが、各条件における温度変動の絶対値等は  $q$  の大きさにより変動するため、個別の検証が必要である。

### 5.4.1 壁面と空気層の対流熱伝達を無視する場合

#### (1) 基板が無い場合の定常状態

炉内壁面の放射率が小さいほど、定常時に発熱面側と非発熱面側で温度差が大きくなる。炉内壁面の放射率が高い場合、炉内のふく射熱流束が大きく、よりすみやかにふく射平衡に近づけるような作用が働き、また各面間の温度差が小さくなる。

#### (2) 基板挿入後の非定常過程

炉壁と基板で熱容量の差が大きいため、温度推移の様子に極めて大きな差がある。炉壁温度は本計算の条件下では変化幅は微小である。(3.17)式より、対流熱伝達を無視した定常状態においては、基板面と各壁面とのふく射熱交換量が等しい。その観点から表 5.4(a)より、条件 1a 以外は 300 s 経過の段階では定常状態とはいえない。また 10000 s 後の結果(表 5.4 (b))では  $q_{f1}$  と  $q_{f2}$  の数値が各条件とも漸近しており定常状態に近づいていることがわかる。しかしながら条件 2 および 3 においてそれらは完全に一致してはおらず、条件 1a においても熱交換量は 300 s のときと変化しており、この結果のみからは定常状態であるとはいえない。完全に定常状態とみなせるまでには十分に長い時間を要することがわかる。定常状態に至る

過程で、各面の熱交換量は比較的長時間に渡り変化が見られるが、基板温度の変化はある時点から微小になる。したがって炉および基板を(擬似)定常状態とみなす限界時間を設定することは可能であり、この見極めが重要になる。

条件 2a は最も昇温速度が遅い。これは、壁面放射率が小さいため、同様に(3.15) 式中  $q_{if}$  の定義より、昇温過程において単位時間あたりの基板面への熱流束が小さくなることに起因する。条件 1a では、当初の昇温は早いですがすぐ頭打ちになる。

基板面が低放射率の場合も、条件 3b (発熱面が高放射率でありかつ非発熱面が低放射率) において基板温度が最も上昇するが、その度合いは基板面が高放射率の場合に比べ緩和されている。条件 2b および 3b では、それぞれ条件 2a および 3a に比較し、温度上昇に特に大きな低下がみられる。

### (3) 基板挿入後の定常状態

各条件の定常状態における基板到達温度の水準は、それぞれの非定常過程における傾向と必ずしも一致しない。

表 5.5 において基板面の放射率に関わらず、条件 3a, 3b (発熱面が高放射率でありかつ非発熱面が低放射率) が最も基板到達温度が高い。これは、基板 (中間面) 温度は高放射率壁面の影響をより強く受けることに起因する。(3.15) 式中  $q_{if}$  の定義において  $\epsilon_i$  が大きいほど、 $\epsilon_{eff,1f}$  あるいは  $\epsilon_{eff,12}$  の数値も大きい。よって  $q_{if}$  が一定の条件では、逆に  $|T_i^4 - T_f^4|$  は小さくなる。すなわち基板温度は高放射率側の壁面温度に接近する。条件 3a の場合、高放射率面 ( $i=1$ ) を発熱面としているため、それが高温面になる。その結果基板温度は高温面側に寄ることになる。また、条件 3b の場合には  $\epsilon_{eff,1f}$  と  $\epsilon_{eff,12}$  の値の差が小さいため、この傾向は顕著には現れない。

また表 5.5 の条件 1a, 1b および 2a, 2b において、それぞれ基板面あるいは炉壁面が低放射率であるほうが、高放射率の場合より基板到達温度が逆に上昇するという現象がみられる。これは条件 1a, 1b および 2a, 2b のいずれの場合も  $\epsilon_1 = \epsilon_2$  であり(以下  $\epsilon$  と記載する),

$$\epsilon_{eff,1f} = \epsilon_{eff,12} = \epsilon_{eff} \quad (5.1)$$

が成立していることに起因しており、その条件で  $k, h_{out}$  および  $\delta$  の各数値を一定とした場合には常に成立する。これについては、以下のようにして証明することができる。(5.1)式を前提とし、(3.16)式の第1式より、

$$T_1^4 - T_f^4 = T_f^4 - T_2^4 = C_1 (\text{定数}) \quad (5.2)$$

が成立する。また(3.18)式より、

$$T_1 + T_2 = C_2 \quad (\text{定数}) \quad (5.3)$$

も成立する。さらに(5.2)式より

$$T_f^4 = \frac{T_1^4 + T_2^4}{2} \quad (5.4)$$

したがって、(5.3)式より

$$T_f^4 = \frac{T_1^4 + T_2^4}{2} = \frac{(C_2 - T_2)^4 + T_2^4}{2}$$

これを  $T_2$  で微分すると、

$$\frac{\partial T_f^4}{\partial T_2} = -2(C_2 - T_2)^3 + 2T_2^3 = -2T_1^3 + 2T_2^3 < 0$$

ただし、 $T_1$  が発熱面側の壁温度で、かつ  $T_2$  が非発熱面側の壁温度であるため、 $T_2 < T_1$  を前提とする。したがって、 $T_2$  が減少すると、 $T_f$  は増加する。一方、 $T_2$  が減少すると、(3.14)式より  $q_{out2}$  は減少し、(3.16)式より  $q_{r2}$  は減少する。このとき、(3.15)式の第2式より  $\varepsilon_{eff}$  は減少しなければならない。なお、 $\varepsilon_{eff}$  は  $\varepsilon$  が一定の場合、 $\varepsilon_f$  が減少するとき減少する。すなわち、基板面の放射率  $\varepsilon_f$  が小さいほど基板面の到達温度  $T_f$  は高くなることになる。また、 $\varepsilon_{eff}$  は  $\varepsilon_f$  が一定の場合、 $\varepsilon$  が減少するとき減少する。すなわち、炉壁面の放射率  $\varepsilon$  が小さいほど基板面の到達温度  $T_f$  は高くなることになる。この証明により次の結論が得られた。すなわち、 $k, h_{out}$  および  $\delta$  が一定のもとに、(5.1)式が成立するとき  $T_f$  と  $\varepsilon_{eff}$  は逆の相関関係を持つ。

条件 1b と 2a は定常状態の各数値が全く同一である。これは両条件において、 $\varepsilon_{eff,1f}(= \varepsilon_{eff,r2})$  の数値が一致するためであり、上記結論にも相反しない。各面の放射率の組み合わせ如何ではこのような現象も起こりうる。

#### 5.4.2 壁面と空気層の対流熱伝達を考慮する場合

空気は炉壁に比較しその熱容量が小さいため、基板の挿入により一時的に大きく温度が低下するが、基板温度上昇に従って再び温度上昇し、接する2面の温度の平均値となって定常状態に達する。また空気による熱伝達により定常状態において  $q_{1f} = q_{r2}$  ではなくなる。

表 5.7 および 5.8 より、表 5.1 の条件 3(発熱面が高放射率でありかつ非発熱面が低放射率)に対応する場合は 5.2 節と同様、基板の昇温が最も大きい。しかしながら他の条件との格差は空気が介在しない場合に比較し、小さいレベルにとどまっている。このことから炉内の空気層の存在は炉内温度を均一化する働きを担っていることが判明した。

#### 5.4.3 面の広さに関する検証

本計算結果から、赤外線を主体とする加熱炉の性能について、様々な可能性が示唆されたが、一般的な加熱炉への適用にはさらに検証すべき点がある。炉内壁面全面が高放射率の場合は、基板の到達温度という点では制限される。しかしながらその(面内での)温度均一性については向上する可能性が高い。したがって、加熱の目的に応じて炉壁内面の材質設計を行うことが重要である。(3.1)~(3.11)式はいずれも十分な広さを持った面間の理論式であるため、特にその適用は、比較的基板およびヒータ面の面積が広い形状の炉に対して行われることが望ましい。

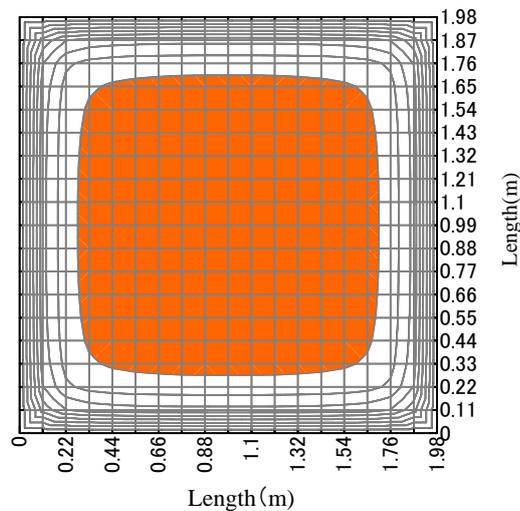


Fig. 5.3 Geometrical factor

図 5.3 に、平行に相対する 2 面についてその片方の任意の「点」からもう一方の「全面」を見た場合の形態係数の分布を示した。形状は 1.98 m 四方の正方形の面が 0.12 m の距離で平行に配置されている場合を想定した。両面が無限の広さを持つ場合はこの数値が常に 1 となり、(3.1)~(3.11)式は厳密にはその条件下で成り立つものであるが、図 5.3 において塗つぶした部分は、形態係数が 0.95 のかなり高い領域である。したがって炉が上記形状程度であれば、基板面内の当該領域部分は十分に広い加熱面下に置かれているとみなすことができ、本報の平行面間モデルで温度予測が可能である。図 5.3 の形態は実際に加熱炉において一般的なものであり、当該領域は経験上、概ね炉内の(発熱面が均一温度の場合の)有効加熱範囲に相当するものである。実際に加熱炉においてはより有効加熱領域を広げるべく、加熱面に温度差を付ける等の工夫を講じている。

#### 5.4.4 炉壁内部の熱伝導項を省略した式体系

近似的な式体系として、壁を「集中熱容量モデル[42]」の形で取扱う場合を考える。基板が存在する場合においては下記(5.5)式と、(3.7)~(3.9)式および(3.13)~(3.15)式を連立させた形になる。定常状態においては 3.2.2 項の式体系と同等になる。なおここで Wall 1 および Wall 2 の代表温度を、それぞれ  $T_1$  および  $T_2$  とする。当該式体系により 3.2.1 項の条件 1a~3a について真空炉の場合の非定常過程を計算した。計算結果を表 5.9 に示す。表 5.4 と比較すると、若干の相違はあるものの概ね良い近似となっている。

$$\begin{aligned}
 \rho_1 c_{p,1} \delta \frac{dT_1}{dt} &= -q_{out1} + q - q_{1f} - q_{1a_1} \\
 \rho_2 c_{p,2} \delta \frac{dT_2}{dt} &= -q_{out2} + q_{f2} + q_{a_2,2} \\
 q_{1a_1} &= h(T_1 - T_{a_1}) \\
 q_{a_1f} &= h(T_{a_1} - T_f) \\
 q_{fa_2} &= h(T_f - T_{a_2}) \\
 q_{a_2,2} &= h(T_{a_2} - T_2)
 \end{aligned}
 \tag{5.5}$$

Table 5.9 Unsteady state with substrate for vacuum furnace (Case 1a~3b) using Eq. (5.5)

(a) t=300 s

Case	$T_1$ [°C]	$T_2$ [°C]	$T_f$ [°C]	$q_{1f}$ [W/m <sup>2</sup> ]	$q_{12}$ [W/m <sup>2</sup> ]
1a	79.95	74.48	77.24	26.63	26.63
2a	103.48	50.93	78.73	27.13	24.35
3a	94.71	59.62	91.92	31.16	31.14

(b) t=10000 s

Case	$T_1$ [°C]	$T_2$ [°C]	$T_f$ [°C]	$q_{1f}$ [W/m <sup>2</sup> ]	$q_{12}$ [W/m <sup>2</sup> ]
1a	81.95	72.58	77.36	45.64	45.64
2a	103.92	50.59	80.27	26.14	26.13
3a	95.66	58.80	92.74	32.74	32.73

(3.13)および(3.15)式は本来定常時にのみ厳密に成り立つ式であるが、本節の計算においては、壁に関して(基板がない場合)の定常状態を初期値としたものであり、また壁の熱容量に比し基板の熱容量が小さく、したがって基板の挿入による壁の温度変化が比較的小さい系を対象としている。よって、壁内の温度分布が常に定常状態に近いものと考え、近似的に(3.13)および(3.15)式を非定常計算にも使用している。本式体系は、本来温度勾配の存在する壁内の熱収支を代表温度により表現できるため簡便であるが、以上の理由により(基板の熱容量が大きい場合は適用を控える等)その適用範囲に留意する必要がある。

#### 5.4.5 対流熱伝達率に関する検証

本報の計算は第1近似として、各面の対流伝達率を定数として計算したが、実際には対流熱伝達率は面および周囲流体の温度に依存する。この程度を示すために各種の実験式が知られているが、ここでは Lefevre の式に基づく平均ヌセルト数  $Nu_L$  ((5.6) 式) [43] から任意温度における平均対流熱伝達率 ((5.7) 式) を計算し、当該数値により (3.1) および (3.7)~(3.11) 式の  $h_{out}$  を温度依存させた式体系により、3.2.1 項の条件 1a~3a について、非定常過程および定常

値を計算した。計算結果を表 5.10 および表 5.11 に示す。

$$\overline{Nu}_L = 0.8 \cdot Ra_L^{\frac{1}{4}} \cdot \left( \frac{Pr}{1 + 2.005\sqrt{Pr} + 2.033Pr} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (5.6)$$

$$h_{out} = \overline{Nu}_L \cdot \frac{k}{L} \quad (5.7)$$

(5.6) 式において温度依存性はレイリー数  $Ra$  の中に含まれる。この式中のプラントル数  $Pr=0.7$ 、代表長さ  $L=0.3$  m とした。なお、炉内側の  $h$  はゼロとした。また、(5.7) 式中の外気の熱伝導率  $k$  も温度依存するとし、各種文献値より温度の 2 次式に近似して使用した。表中に発熱面側の外部熱伝達率  $h_{out1}$  および非発熱面側の外部熱伝達率  $h_{out2}$  の最終数値も合わせて記載した。代表長さは  $h_{out1}$  の最終数値が 5.1 節に示した数値に近くなるよう設定した。代表長さが大きくなると、 $h_{out1}$  と  $h_{out2}$  の絶対値および  $h_{out1}/h_{out2}$  の値はともに減少する傾向を示す。

Table 5.10 Unsteady state with substrate for vacuum furnace (Case 1a~3a)  
using Eqs. (5.6) and (5.7)

(a) t=300 s

Case	$T_1$ [°C]	$T_2$ [°C]	$T_f$ [°C]	$h_{out1}$ [W/m <sup>2</sup> K]	$h_{out2}$ [W/m <sup>2</sup> K]
1a	80.25	72.53	76.44	3.50	3.44
2a	101.81	50.10	77.25	3.74	3.07
3a	92.94	59.10	90.18	3.66	3.22

(b) t=10000 s

Case	$T_1$ [°C]	$T_2$ [°C]	$T_f$ [°C]	$h_{out1}$ [W/m <sup>2</sup> K]	$h_{out2}$ [W/m <sup>2</sup> K]
1a	81.90	72.59	77.34	3.52	3.42
2a	103.28	50.68	79.91	3.74	3.06
3a	95.52	58.67	92.61	3.67	3.21

Table 5.11 Steady state with substrate for vacuum furnace (Case 1a~3a) using Eqs. (24) and (25)

Case	$T_1$ [°C]	$T_2$ [°C]	$T_f$ [°C]	$h_{out1}$ [W/m <sup>2</sup> K]	$h_{out2}$ [W/m <sup>2</sup> K]
1a	82.05	72.69	77.46	3.53	3.41
2a	103.52	50.71	80.06	3.75	3.06
3a	95.81	58.68	92.88	3.67	3.20

表 5.4~5.5 と表 5.10~5.11 の数値を比較すると概ね良い傾向の一致を示し、 $h$  を一定とした式体系は良い近似系として使用に耐えうることが判明した。また表 5.10~5.11 における程度の対流熱伝達率の相違であれば、5.4 節における考察の結果も近似的に成立する。

## 5.5 新規設計指針

本研究における検証で、比較的被加熱物およびヒータ面の面積が広い形状の加熱炉において、炉内に発熱面と非発熱面が混在している場合についての設計指針をいくつか導き出した。すなわち下記の各事象が判明した。下記(1)～(3)は系内へ投入するエネルギーが同一であるという条件を前提とする。

- (1) 被加熱物をより高い温度に昇温させようとする場合、設計指針として発熱面を高放射率かつ非発熱面を低放射率に保つことが望ましい。この傾向は、特に壁面と空気層の対流熱伝達を無視できる場合(真空炉)において著しい。
- (2) 壁面と炉内空気層の対流熱伝達を無視できる場合(真空炉)で、発熱面と非発熱面の放射率が等しく、さらに両壁面の厚み・熱伝導率・外壁面熱伝達率が一定である場合においては、基板の放射率が低いほど基板の到達温度は逆に高くなる。また、基板放射率が一定であれば、炉内壁面全面が低放射率（反射面）であるほうが、炉内壁面全面が高放射率の場合に比し、基板到達温度は高くなる。
- (3) 炉内壁面全面を高放射率にした場合、ある一定温度までの被加熱物の昇温速度を迅速にする効果がある。
- (4) 各面間に静止した空気層を想定し、面との対流熱伝達を考慮すると、真空の場合に比し各面の温度差を均一化するように作用する。
- (5) 加熱炉が真に熱的定常状態になるには極めて長時間を有するが、ある一定時間経過後には当該炉は定常状態になったとみなすことができる。この限界時間は壁面等の条件により大きく変動し、それを理論的に見極めることは加熱炉のランニングコスト削減においても有用である。

## 5.6 まとめ

太陽電池および各種ディスプレイ用ガラス基板や二次電池用フィルム基板の赤外線加熱炉内での温度推移を想定し、無限平行面間のふく射・対流という簡潔なモデルを用いることによって、加熱能力という意味での炉の性能を数値的に明確化できることを示し、特に 5.5 節に記載した場合において、炉内壁面材質（放射率）と加熱効率の関係について明らかにした。これらの結論には、ふく射による基板加熱に関して、条件を吟味した個別検証が必要であり、一律に論ずるのが困難であることを示す知見も含まれている。またそれらは、数値計算結果に基づきその理由を基礎式より詳細に考察した結果得られた知見であり、従来の加熱炉設計手法だけでは予測することは困難である。(3.1)～(3.11)式は特にそのモデルの簡潔性により、多数のパラメータの組み合わせ効果を迅速に解析することが可能である。



## 第6章 有限直方体多分割面モデルによる

一般的な加熱炉を想定した数値解析



## 6.1 計算条件

3.3 節で記載した数値モデルにおいて、5 章の数値解析と同等の条件で比較計算し、双方のモデルの正当性を評価した。さらに、有限寸法の加熱空間において特徴的な現象も新たに見出し、いくつかの設計指針を見出した。以下の計算においては、3 章で述べたように基板においてふく射の透過は考慮せず、また閉空間内も真空とする。各内壁面および基板面の放射率のみをパラメータとし、それ以外の指標は同一条件とした。なお、用いた定数の数値は下記のとおりである。基本的に前章と同一の数値を用いている。

$$\begin{aligned}
 T_0 &: 20 \text{ }^\circ\text{C}, \quad \rho_i : 300 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_f : 1500 \text{ kg/m}^3, \\
 c_{p,i} &: 0.8 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}, \quad c_{p,f} : 1 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}, \quad q : 100 \text{ W/m}^2, \quad k : 0.116 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}, \\
 h &: 0 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}, \quad h_{\text{out}} : 3.5 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}, \quad \delta : 0.1 \text{ m}, \quad \delta_f : 100 \text{ } \mu\text{m}, \\
 \sigma &: 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W/(m}^2\cdot\text{K}^4)
 \end{aligned}$$

$h_{\text{out}}$  の値は自然対流レベルの数値を想定し、本研究では第 1 近似として一定とした。また炉内が真空の場合であるため、(2)および (5)式中の  $h$  を 0 としている。

閉空間の大きさも前章と関連づけるために、水平方向について 2.0 m 四方、高さ方向 0.24 m とした。また中間面は高さ方向の中央に位置する (中間面と上下面距離はそれぞれ 0.12 m) とし、基板自身は中央よりの 9 面を占めるとした。従って基板寸法は一辺  $2.0 \times 3/5 = 1.2 \text{ m}$  の正方形である。図 6.1 に、以下の計算に使用する分割面の番号を示した。閉空間内の上下面および中間面に関して共通番号とし、左側の図は上方から俯瞰した状態を示す。図 6.1 において太線の枠内が基板位置に相当する。また、 $\delta$  は 3 分割 (差分間隔 = 0.33 m)、 $\delta_f$  は 4 分割 (差分間隔 = 0.000025 m) で離散化した。

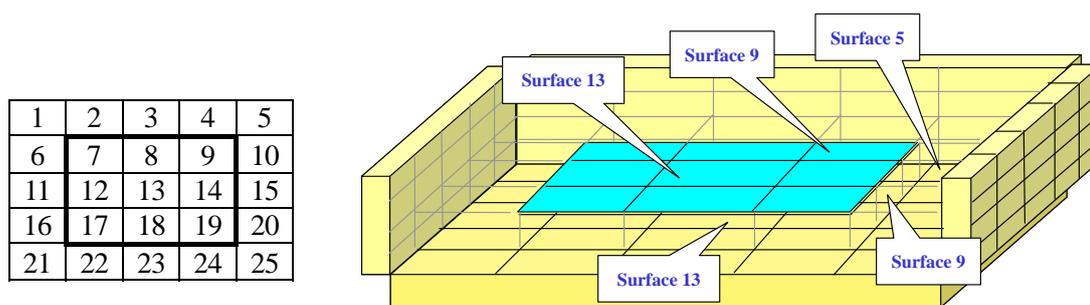


Fig.6.1 Number of surface

## 6.2 「基板が無い場合の定常状態」の計算結果

前述の定数の数値により、炉外温度を基準温度の  $20^\circ\text{C}$  とし、表 6.1 に示した 3 条件について定常値を有限モデルで計算した。条件 1 は発熱面・非発熱面ともに高放射率、条件 2 は発熱面・非発熱面ともに低放射率、条件 3 は発熱面が高放射率でかつ非発熱面が低放射率の場合

合である。定常解は時間微分項を 0 とした式群を SOR 法により解き、各変数において(最新計算値-前回計算値)を最新計算値で除した値の絶対値が  $10^{-7}$  を下回った時点で収束とみなした。非定常解としての時間経過に換算すると、各条件によって差異はあるが、最低でも 100000 s 経過後以降に相当する。計算結果を表 6.2 に示す。表 6.2 において、 $T_1$  は炉内壁上面 (ヒータ面)のうち中央面(面番号 13),  $T_2$  は炉内壁下面のうち中央面 (面番号 13)の温度である。

Table 6.1 Calculation conditions without substrate (Case 1~3)

Case	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_2$
1	1.0	1.0
2	0.1	0.1
3	1.0	0.1

Table 6.2 Steady state without substrate for vacuum furnace (Case 1~3)

Case	Infinite model		Finite model	
	$T_1$ [°C]	$T_2$ [°C]	$T_1$ [°C]	$T_2$ [°C]
1	79.73	74.83	72.15	66.89
2	103.5	51.04	99.28	45.57
3	94.95	59.61	87.43	54.41

Table 6.3 Income and dissipation of energy (Finite model, Case 1~3)

Case	Income [kW]	Dissipation [kW]
1~3	0.40000	0.39997

表 6.3 に、有限モデルにおける定常状態での系のエネルギー収支を示す。表 6.3 において、系への投入エネルギー (Income) はいずれの条件ともに入力値であり、炉内壁上面 (ヒータ面) の熱発生量の合計である。本報の計算では上面の (単位面積あたり) 熱発生量はすべて  $q=100 \text{ W/m}^2$  であるため、系への総投入エネルギーは  $Q_{total} = 100 \text{ W/m}^2 \times 2 \text{ m} \times 2 \text{ m} = 0.4 \text{ kW}$  となる。

これに対して、系から外部へのエネルギー流出は閉空間を囲む壁面を通して行われる。本計算は、閉空間に開口部がなく、また内部も真空という仮定のため、すべて壁厚み方向の熱伝導および壁外壁面における対流熱伝達によることになる。したがって、定常状態における総流出エネルギーは、すべての分割面外面における対流熱伝達による放熱量の合計 ( $Q_{total}'$ ) を求めればよい。表 6.3 の Dissipation 欄の数値が、有限モデルによるその計算値である。Income と Dissipation はよい一致をみているため当該モデルの正当性を示す。収束条件をよ

り厳しくすれば、両者はさらに一致する。炉に開口部があるときはふく射損失や対流損失が加わりエネルギー収支の状態が変動する。  $Q_{total}$  および  $Q_{total}'$  の数値を比較することにより、省エネルギーの観点からの加熱炉の性能評価が可能になる。

### 6.3 「基板挿入後の非定常過程」の計算結果

#### 6.3.1 炉内壁面および基板面の温度

基板がない場合の定常状態 (表 6.2) を初期条件として、表 6.1 に示した 3 条件について基板挿入後 60 s 経過時の非定常値を有限モデルにより計算した。基板の初期温度は、基準温度の 20 °C とした。その結果と無限モデルによる計算結果との比較を表 6.4 に示す。また条件 1a から 3a の場合の炉内壁面および基板面温度の 60 s までの時間変化を図 6.2 に示す。以下で各条件番号の数字の後のアルファベットについて、a は基板面が高放射率 (1.0)、b は基板面が低放射率 (0.1) であることをそれぞれ示す。

表 6.4 および図 6.2 における有限モデルの計算結果において、 $T_1$  は炉内壁ヒータ面 (上面) のうち中央面の (面番号 13)、 $T_2$  は炉内壁下面のうち中央面 (面番号 13) の温度である。 $T_f$  は基板面 (上面) のうち中央面 (面番号 13) の温度である。また、図 6.2 中の凡例で、1-  $T_1$  ~ 1-  $T_2$  および 2-  $T_1$  ~ 2-  $T_2$  はそれぞれ無限および有限モデルの計算結果であることを示す。

Table 6.4 Unsteady state with substrate for vacuum furnace (at  $t=60$  s) (Case 1a~3a)

Model	Case	$T_1$ [°C]	$T_2$ [°C]	$T_f$ [°C]
Infinite	1a	78.54	72.48	75.48
	2a	102.58	50.02	48.80
	3a	91.15	59.03	87.76
Finite	1a	71.59	65.70	68.30
	2a	98.96	45.22	54.86
	3a	85.76	54.18	82.38

Table 6.5 Temperature distribution in surface of substrate (at  $t=60$  s)

(Case 1a)

67.52	67.92	67.52
67.92	68.30	67.92
67.52	67.92	67.52

(Case 2a)

57.62	56.41	57.62
56.41	54.86	56.41
57.62	56.41	57.62

(Case 3a)

82.58	82.50	82.58
82.50	82.38	82.50
82.58	82.50	82.58

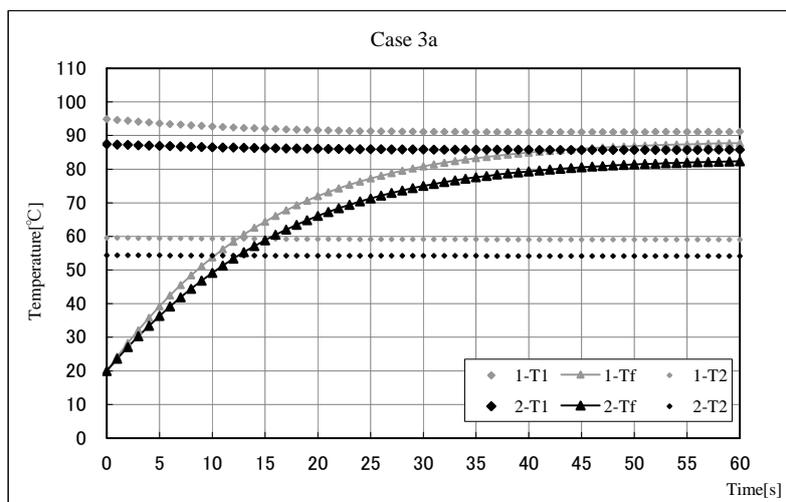
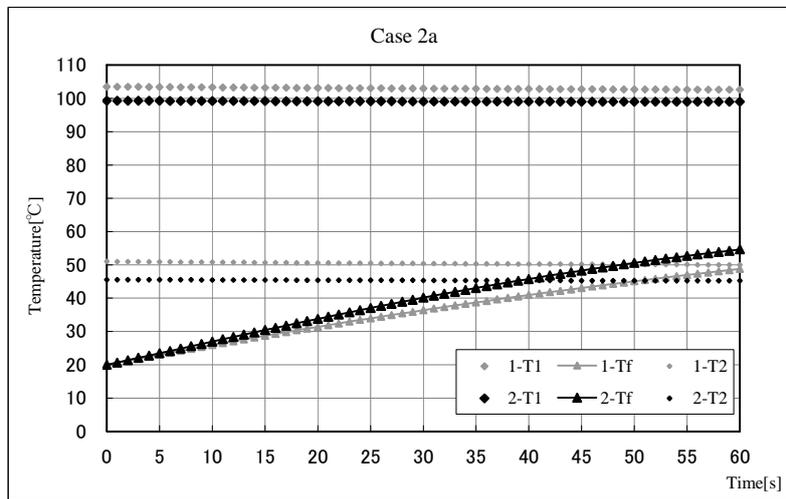
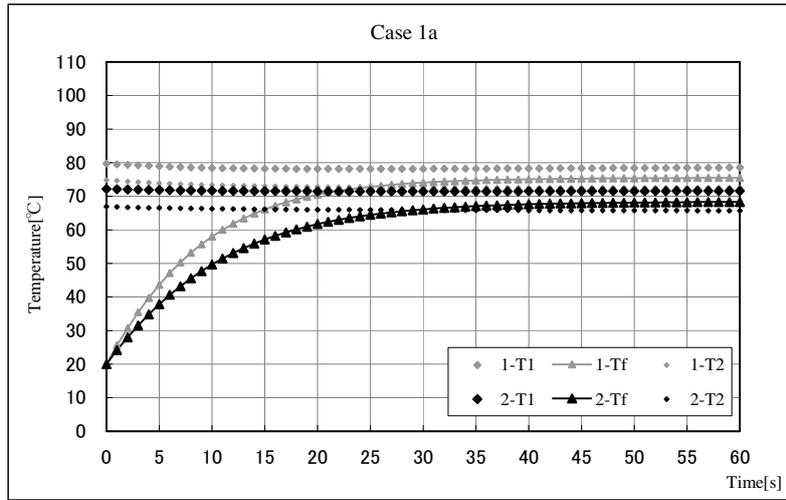


Fig.6.2 Temperature change with substrate for vacuum furnace (Case 1a~3a)

有限モデルによる、条件 1a から 3a の場合の基板面内温度分布に関する計算結果を表 6.5 に示す。表 6.5 は、それぞれ基板挿入後 60 s 経過時における基板面を上方より俯瞰した場合の基板各分割面 (上面) 温度である。計算条件 (炉形状) の対称性に起因し、面内温度分布の計算値も点対称となっている。また基板内各分割面温度の 60 s までの時間変化を図 6.3 に示す。図 6.3 中の凡例において、-ce は基板中央面 (面番号 13) の -co は基板隅面 (面番号 9) の温度であることを示す。

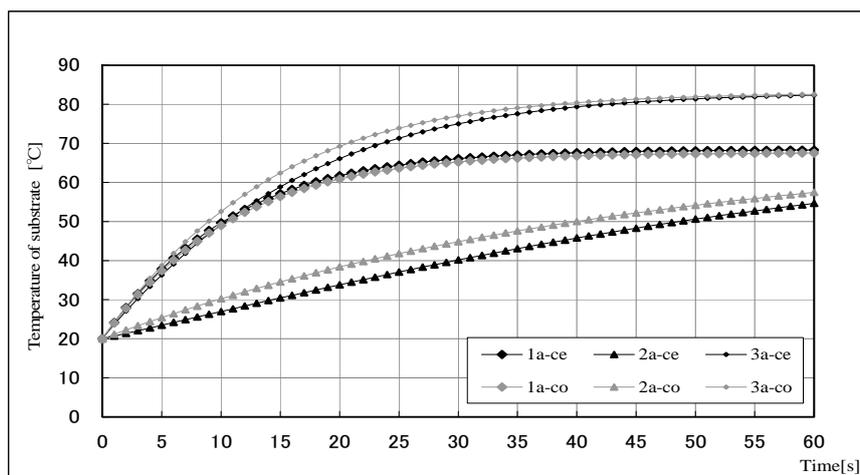


Fig.6.3 Temperature change of substrate (Case 1a~3a)

### 6.3.2 炉内壁面における射度

次に、条件 1a から 3a の場合の炉内壁面における射度に関して、基板挿入後 60 s までの時間変化を、無限モデルと有限モデルの双方の場合について図 6.4 に示す。図 6.4 中の凡例において、1 -  $R_1$  は炉内壁上面 (wall 1) の、1 -  $R_2$  は炉内壁下面 (wall 2) の射度に関する、無限モデルによる計算値であることを示す。また、2 -  $R_1$  は炉内壁上面中央面 (面番号 13) の、2 -  $R_2$  は炉内壁下面中央面 (面番号 13) の射度に関する、有限モデルによる計算値であることを示す。さらに、有限モデルによる、条件 1a から 3a の場合の炉内壁下面上の射度に関して、基板挿入後 60 s までの時間変化を図 6.5 に示す。図 6.5 中の凡例において、-ce は炉内壁下面中央面 (面番号 13) の、-co は炉内壁下面隅面 (面番号 5) のそれぞれの射度であることを示す。 $\epsilon = 0.1$  の面の中央面 (13) における射度は基板挿入と同時に瞬時に低下するが、隅面 (5) の射度はそれほど低下しない。

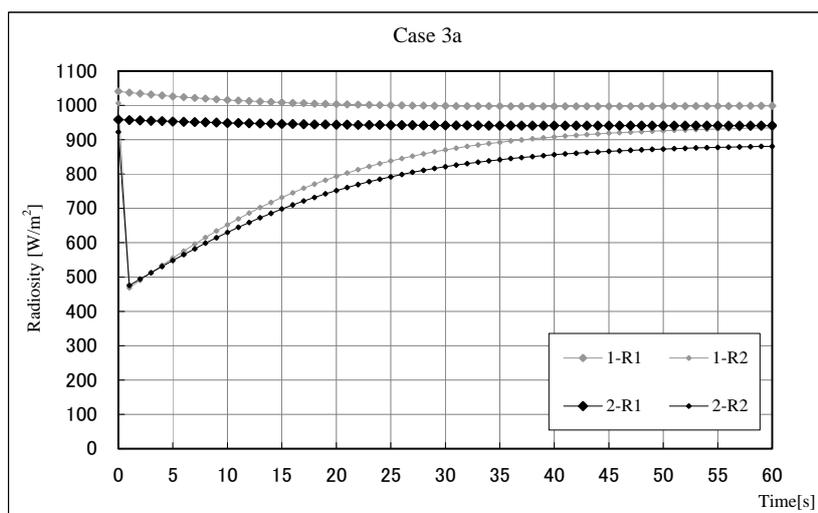
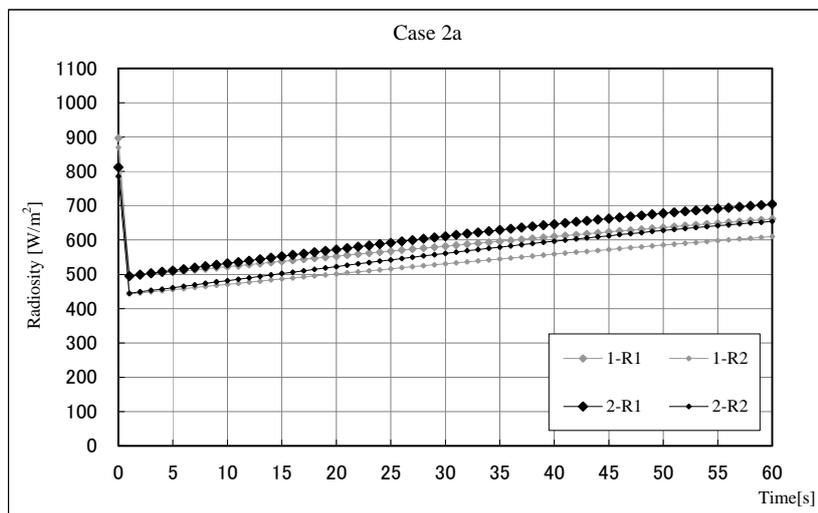
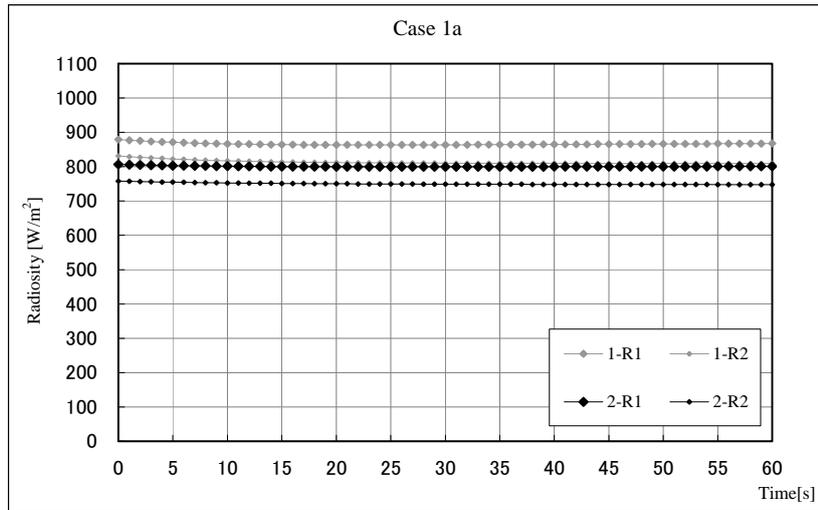


Fig.6.4 Comparison of radiosity change (Case 1a~3a)

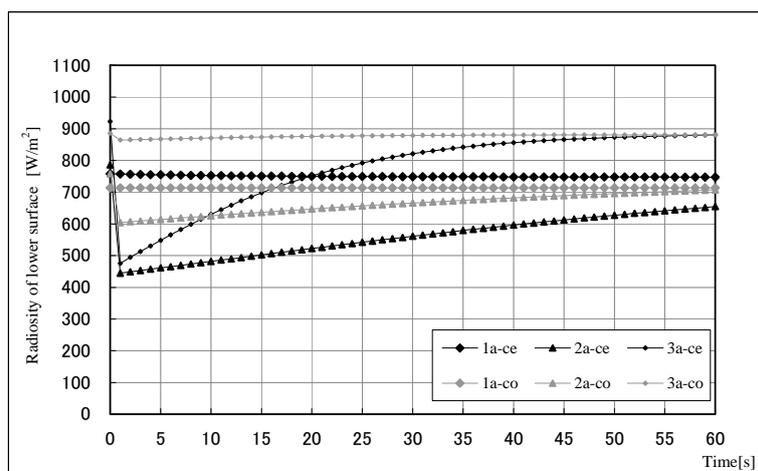


Fig. 6.5 Radiosity change of lower surface (Case 1a~3a)

#### 6.4 「基板挿入後の定常状態」の計算結果

本節のみ，計算時間を鑑み，基板厚み 1 mm として(空間差分間隔を広げて)計算した．定常状態における基板表裏温度差は 0.2~0.3 °C 程度で，傾向の把握は可能であると考えられる．

##### 6.4.1 前節と同様の条件による定常値

表 6.4 に示した 3 条件について，基板が挿入された状態における定常値を有限モデルで計算した．結果を表 6.6 に示す．初期条件はすべて基準温度の 20°C とした．各変数において (最新計算値 - 前回計算値) を最新計算値で除した値の絶対値が  $10^{-7}$  を下回った時点で収束とみなした．それは時間経過としては，各条件によって差異はあるが，最低でも 100000 s 経過後以降に相当する．

Table 6.6 Steady state with substrate for vacuum furnace (Case 1a~3a)

Model	Case	$T_1$ [°C]	$T_2$ [°C]	$T_f$ [°C]
Infinite	1a	81.97	72.57	77.36
	2a	104.24	50.31	80.35
	3a	96.13	58.42	93.16
Finite	1a	74.45	64.20	69.28
	2a	99.88	44.58	71.22
	3a	88.83	53.05	85.38

##### 6.4.2 基板の放射率による影響

表 6.4 に示した 1 の条件について，基板面が低放射率 (0.1) の場合についても基板挿入後の定常値を有限モデルで計算し，表 6.6 に記載の 1a の数値と比較した．結果を表 6.7 に示す．

Table 6.7 Steady state with substrate for vacuum furnace (Case 1a,1b)

Model	Case	$T_1$ [°C]	$T_2$ [°C]	$T_f$ [°C]
Infinite	1a	81.97	72.57	77.36
	1b	104.24	50.31	80.35
Finite	1a	74.45	64.20	69.28
	1b	83.16	54.57	69.41

## 6.5 計算結果の検討

(3.19)～(3.25)式のモデルによる計算から、多面により構成される閉空間内の伝熱における温度決定のメカニズムが明らかになる。各面間相互のふく射・熱伝導・対流熱交換量および系外部への熱損失量のバランスにより各面温度が決定され、それはさらに各面放射率をパラメータとして多様なパターンを呈するという現象は5章の考察で明らかになったが、本章においてそれらをより実際の加熱炉に近い形で解析することが可能になった。なお本章の計算条件は、基本的に5章の計算条件と同一であり、ふく射系としては比較的各面の温度が低いケースの事例である。

### 6.5.1 無限モデルと有限モデルの比較

#### (1) 基板が無い場合の定常状態

両モデルで定常状態の温度傾向は同一であるが、有限モデルのほうがすべてのケースで、炉内各面の到達温度が無限モデルに比べ10%ほど低くなる。これは、有限モデルにおいては、炉側壁を介しての系外への熱流出を考慮しているためで、無限モデルは定常状態において、理想的な加熱状態のモデルであることを示す。より実態に近い加熱炉の計算をする場合は、有限モデルにより加熱効率の逡減分を見積る必要がある。このことは詳細設計時には重要であるが、無限モデルにおいてもおおまかな傾向を確認することは可能である。

#### (2) 基板挿入後の非定常過程

温度推移の全体的な傾向は両モデルで同一であるが、有限寸法の計算に特有の傾向も見られる。すなわち、図6.2から明らかなように、条件1および3においては前項の結果と同様、60sまでの基板の温度上昇に関して、無限モデルの場合のほうが早い。しかしながら条件2のみ、有限モデルの場合のほうが、炉内壁の温度が低いにもかかわらず、60sまでの基板の温度上昇に関して早くなっている。この結果は、非定常時に無限モデルが必ずしも最大効率の加熱系でないことを示唆するが、この理由は炉内各分割面の射度に注目すると理解される。

### (3) 基板面内温度分布の検証

表 6.5 および図 6.3 によると、条件 1 以外は基板の周辺部の温度上昇が中央部より早いことがうかがえる。この理由も (図 6.4 により炉下面の) 射度を検証するとわかりやすい。すなわち図 6.4 において、黒色のラインが炉下面中央面 (上に基板あり) の射度であり、灰色のラインが炉下面隅面 (上に基板なし) の射度である。条件 2 および 3 においては隅部の射度の値のほうが大きくなっており、基板温度の面内分布と相関があることがわかる。

基板がない状態で定常状態になった炉内下面における射度は、まずそれが高放射率面 (条件 1) の場合は、ほとんど自身の放射エネルギーに依存する。また、比較的炉側面 (熱流出面) の影響を受けない炉中央部の面における射度のほうが高い数値を示す。本計算の条件のように、炉壁に対して基板の熱容量が小さい場合は、炉壁の温度変化が微小であるため射度の変化も小さく、基板挿入後も若干炉中央部の射度の数値が高いまま同じ傾向で推移する。

これに対し、炉内下面が反射面の場合 (条件 2 および 3) ではやや傾向が異なる。反射面上の射度も、基板がない状態での定常状態では、上面 (ヒータ面) からのふく射の反射分を含めるため相応に大きな量になる。しかしこれは自身の放射ではなく他面からのふく射に依存した量であるため、ここで低温の基板が挿入されると (上面からのふく射がさえぎられ)、一時的に基板下の炉下面 (たとえば面番号 13) 上の射度は大きく低下する。一方、基板に上部をさえぎられない位置の炉下面 (たとえば面番号 5) 上の射度は、基板下の場合に比較しその低下が小さくなる。図 6.4 の考察より、炉周辺部の炉下面は、炉側壁面の影響を大きく受ける位置にあっても、その射度において中央部より大きな値を示す場合がありうる事が判明した。以上、条件 2 および 3 では、加熱初期に炉下面における射度について周辺部の値が中央部の値より大きくなり、それに伴い基板の温度上昇に関しても周辺部のほうが早くなったと考えられる。この現象は、少なくとも炉内の非発熱面が低放射率 (反射面) である場合において成立すると考えられる。以上の考察について概略を図示した (図 6.6)。

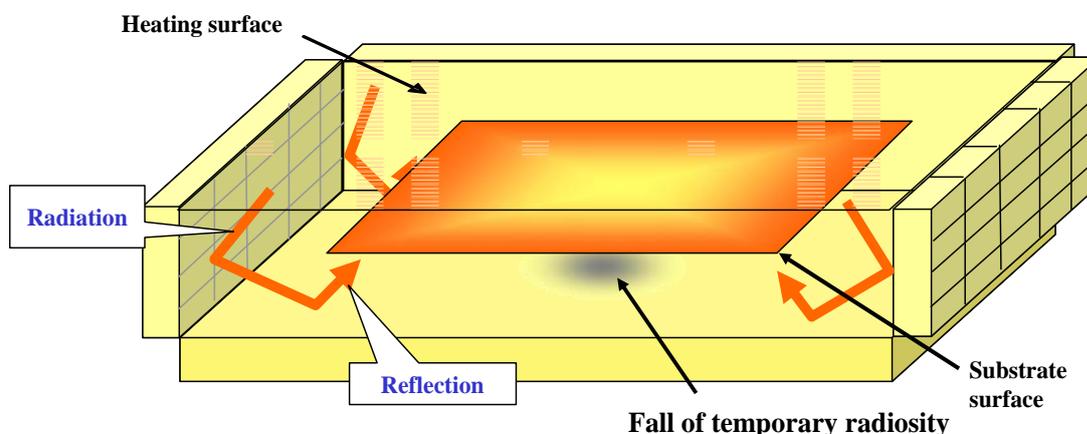


Fig.6.6 Radiation in an enclosed system (Case 2 or 3)

#### (4) 射度の重要性

図 6.5 の結果より，高放射率面の射度推移は当該壁面の温度推移と同様の傾向を示すが，低放射率面のそれは温度推移と異なる傾向を示す．前述の議論はその一端であり，条件 2 における基板上昇速度の根拠となりうる．すなわち基板上方からのふく射が，炉側壁および基板周辺の空間を介して基板下部に到達し，さらに反射分として炉下面における射度に加算され，結果基板下面からの加熱を促進していると解釈できる．また条件 2 では発熱面（上面）も，射度に関して有限モデルの値のほうが大きくなっており，この要因として（当該面も低放射率であるため），逆に下面からのふく射の寄与が考えられる．この双方の複合が，有限モデルでの条件 2 において，挿入後一定の時期まで基板温度上昇が早いことの主因であると考える．付録に，表 6.4 に示した条件 2 の場合について，中間面をすべて基板面とした場合の基板挿入後の非定常値を，有限モデルにより計算した結果を追記した（表.A.2-1）．この場合は前記要因がなくなるため，基板温度上昇が抑えられることが予測されるが，計算結果はそれを支持する結果となっている．

対して条件 3 においては，上面（発熱面）が高放射率であるため，当該面射度は壁面温度を反映し，無限モデルと有限モデルとの間で逆転が起こっていない．下面射度も，中央部では無限モデルのほうが常に高いレベルを維持しており，そのため基板上昇速度に関しても値の逆転はない．有限モデル下面隅部の射度は，当初無限モデル中央部の放射度より大きいですが，基板温度上昇に伴い 25 s 経過以降，両者の値は逆転する．総じて，高放射率発熱面の強い影響がうかがえる．

以上より，炉内に挿入された基板の温度推移予測については，炉内の各壁温度以上に，各壁面における射度に着目して解析することが重要である．5 章の議論より，基板温度は高放射率側の面温度に漸近する性質があるため，発熱面放射率が小さい場合に（発熱面温度と基板温度が乖離し）それは顕著である．実設計上，ある面内にヒータが局所配置されたときは，ヒータ面自身の放射率は高くとも，当該面の（平均化した）放射率は低下することが考えられるので注意が必要である．

#### (5) 基板挿入後の定常状態

各条件の定常状態における基板到達温度の傾向は，それぞれの非定常過程における傾向と必ずしも一致しないが，5 章の無限モデルによる計算上の結論は，本研究における多面を考慮した計算においても，全体的な傾向としては引き継がれている．すなわち，条件 3a（発熱面が高放射率でありかつ非発熱面が低放射率）が最も基板到達温度が高い．また表 6.2 より，上下の壁材質が均一の場合，基板面の  $\varepsilon$  が小さい方が，わずかではあるが到達温度が高くなっている．さらに表示はしていないが，このとき基板裏面温度についても傾向は同様である．

## 6.5.2 面の広さに関する検証

5章および6章の計算はいずれも、比較的基板およびヒータ面の面積が広い形状の炉を想定している。図6.7は5章にも掲載した図であるが、平行に相對する2面についてその片方の任意の「点」からもう一方の「全面」を見た場合の形態係数の分布を示している。形状は1.98 m 四方の正方形の面が0.12 mの距離で平行に配置されている場合を想定しており、ほぼ本報の計算領域と同一である。図6.7において塗りつぶした部分は、形態係数が0.95のかなり高い領域で、5章において(平行面間モデルで)温度予測可能領域であると予測した。

対して図6.7の黒枠内は本計算における基板面の概略位置である。両者はほぼ重なっており、当該領域内において、本計算における面内温度分布も比較的均一になっていることから、当該領域内の基板温度は双方のモデルで予測が可能であると考えられる。前報にも記載したが、当該領域は経験上、概ね炉内の(発熱面が均一温度の場合の)有効加熱範囲に相当する。

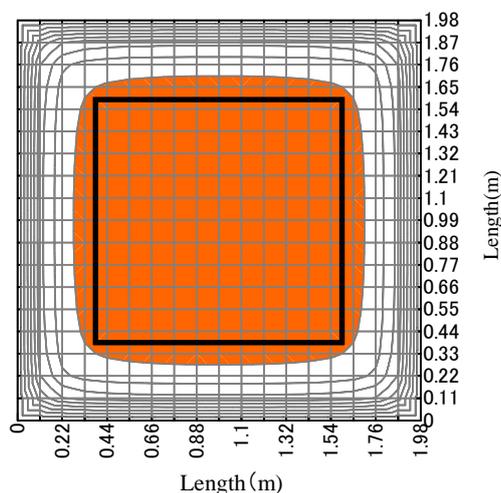


Fig.6.7 Geometrical factor

## 6.6 新規設計指針

熱容量の大きい壁に囲まれた閉空間においては、特に内壁面の放射率が低い場合に、基板の有無により、各内壁面上の射度は壁面温度より大きく変動し、逆に基板温度も当該射度に大きく依存する。したがって、内部の基板温度推移を予測しようとする場合、内壁温度以上に内壁面上の射度に注目することが重要である。

真空炉は一般的に高価なため簡単に試験炉を設置できず、上記の各事象は事前に実験検証が困難な場合が多い。前報および本報の数値モデルによる計算結果は、真空炉の効率的熱設計のための指針となりうる。有限モデルは、無限モデルに比較しはるかに詳細な計算が可能であり、加熱炉の効率的設計に重要な知見をもたらす。ただし炉壁構造等では依然として相当な簡略化がなされているので、留意が必要である。

実際の加熱炉を用いた試験において、本研究の内容と関連するものとしては、たとえばガ

ラス基板を (反射壁を有する) 密閉炉内で加熱する工程において、上面ヒータの出力設定が面内で一定である場合に、基板周囲部が速く温度上昇するといった報告が実際に存在する。しかしながらそうした事象の要因について、解析と実測値を詳細比較するといった試みは十分になされておらず、多くは経験的知見の範疇にとどまっている。その意味で今後こうした基礎的研究の必要性が存在する。

また、無限モデルの計算が 1 条件につき数秒以内に終了するのに対し、有限モデルの計算は、その条件にもよるが数時間を要する場合もある。したがって、両者をその目的に応じて使い分けることが重要である。

## まとめ

薄板が介在する直方体閉空間内でのエネルギー収支を検証しつつ、多分割面のふく射エネルギー交換を解析可能な数値モデルを製作した。当該モデルによる計算と、その近似モデルである無限平行面モデルによる計算を同等条件で比較し、両者の計算結果の傾向に良好な一致をみた。したがって双方のモデルに関してその妥当性を確認した。

また 6.5 節に記載したような、基板温度推移に関して、有限寸法の加熱空間において特有の (無限平面間の近似モデルでは導出不可能な) 現象が存在する可能性を、数値計算により見出した。さらには、それらの検証の結果 6.6 節に記載した新規設計指針を得た。

無限平行面モデルは、基板の全体的な昇温傾向をつかむ上で幅広く適用が期待できるが、ヒータ設置範囲および基板寸法等の制約がある場合の詳細設計時等には、有限直方体多分割面モデルが必要になる場合がある。両者を目的に応じて適切に使い分けることが、今後の数値モデルの運用面で重要である。





第7章 総括



各種製造工程において、エネルギー消費上加熱工程の占める割合は非常に大きい。たとえば、次世代のエネルギー源の柱として期待される、リチウムイオン二次電池の製造工程においてもそれは同様である。当該電池の電極製造工程においては金属薄膜上のペースト乾燥が必要になり、そこでは従来各種要因から、ほとんど熱風乾燥が主体であった。しかしながら、大風量を要する（大きなエネルギー消費を意味する）熱風加熱はしばしば問題視され、近年その効率化を鑑み赤外線（ふく射）加熱の導入が盛んに研究されてきている。そうした意味でも、ふく射加熱炉の効率化は急務といえる。

第1章の緒論にも記載したが、本研究においては、ふく射平衡のベーシックな理論から出発し実際の炉設計指針にいたる、下記のような一連の流れを新たに構築することができた。

- ① 基礎理論
- ② 数値プログラムの構築
- ③ 当該理論を用いた数値プログラムの検証
- ④ 数値プログラムによるケーススタディー
- ⑤ 加熱炉設計指針の導出

以下に各章で明らかになった点を述べ、総括とする。

第1章では、本研究の背景および目的を述べるとともに、閉空間ふく射の過去の研究事例について述べ、本研究の意義位置づけを明らかにした。

第2章では、閉空間におけるふく射平衡に関して、各種物理学的な知見に矛盾なく一連の現象を説明しうる新規手法（数学的形式）を提案した。当該手法の概要は、下記「仮定」のみより、「結論1」および「結論2」の双方を導くことが可能であるという考え方および証明方法である。「結論3」は当該証明の結果付随的に示される。

仮定・・・任意の物質において、「放射率＝吸収率」

結論1・・・閉空間において、「ふく射平衡→内壁温度一定」

結論2・・・閉空間において、「内壁温度一定→ふく射平衡」

結論3・・・閉空間において、ふく射平衡の状態は内壁放射率に依存しない

「結論1」および「結論2」は互いに逆の関係にあるため、（上記「仮定」のもとでは）「閉空間内がふく射平衡状態になること」と「閉空間内壁面温度が一定となること」の2つは同値になる。Kirchhoffはその考察の中で、上記「結論1」～「結論3」を前提として、「仮定」（Kirchhoffの法則）を証明したため、本研究の手法はKirchhoffの法則が導かれる過程の逆手順

という側面を持つ。なお本文中の証明は単色放射系を前提としてなされているが、全波長を総括したふく射系においてもその内容は有効である。

以上の知見を下記に2つの定理としてまとめる。

多面からなる閉空間内のふく射エネルギー収支に関し、

定理1：

すべての面  $i$  で  $\varepsilon_i = \alpha_i$  であれば、すべての面でふく射平衡が成立している場合には、すべての面の温度は等しい。またそのとき、すべての面の射度も等しく、その値は当該面温度の黒体放射能に一致する。

定理2：

すべての面  $i$  で  $\varepsilon_i = \alpha_i$  であれば、すべての面の温度が等しい場合には、すべての面でふく射平衡となる。またそのとき、すべての面の射度も等しく、その値は当該面温度の黒体放射能に一致する。

証明自体は熱力学的平衡の概念（熱平衡のとき温度が等しいということ）を前提としなくとも成立する。応用面においては、各種ふく射解析コードのベンチマークのための理論的根拠として、適用が可能である。

第3章では、本研究で用いた2種類の数値モデルの式体系について詳細に記載した。

(1) 無限平行面モデル (Infinite parallel plates model)

(2) 有限直方体多分割面モデル (Finite multi-fractionated rectangular model)

当該数値モデルは、各種加熱炉の加熱性能を正当に相対比較する目的のために構築したもので、用途としては主に、ふく射型加熱炉の中に挿入された各種基板（太陽電池および各種ディスプレイ用ガラス基板や二次電池用フィルム基板）の温度推移等があげられる。

上記 (2) は閉空間を直方体形状に近似し、その内壁面を矩形面に分割して、射度法を用いた空間分割法によりふく射解析するものである。基本的な式体系は、射度に関する代数方程式と炉壁部分および内部基板の厚み方向に考慮する1次元熱伝導方程式との組み合わせとなる。

(1) はその最も単純化された特別な場合で、複数の無限平行面の組み合わせで加熱炉を近似する。いずれも各加熱過程の非定常解析において、その計算所要時間に比してエネルギー保存という観点における計算誤差が小さいという点が特徴である。

第4章では、3章で示した数値モデルについて、2章の理論的知見を用いたベンチマークの結果を記載した。主として3章 (2) の有限直方体多分割面モデルにより、閉空間がふく射

平衡となる条件を吟味し計算した。したがって、ふく射平衡が実現しうる現実的な空洞形態の例示という側面も持つ。

計算結果は炉内壁が灰色体・非灰色体の双方の場合について提示し、その結果が2章の理論により示唆された結論と合致していることを確認した。すなわち、平衡時に閉空間の内壁面はすべて均一温度になり、さらにそのとき全内壁面で射度も均一である。さらに、閉空間周囲における熱的境界条件が変わらなければ、その中のふく射平衡の状態は内壁面の放射率に依存しないことも示された。以上により、理論および数値モデル双方の妥当性が示された。

また、「放射率≠吸収率」を前提とすると、閉空間内のふく射平衡状態が熱力学的平衡の概念に反する結果になることを確認したが、これは数値プログラムのベンチマークに使用可能である。たとえば、あるプログラムを使用して「各面  $i$  で  $\varepsilon_i = \alpha_i$ 」と仮定した計算において、ふく射平衡状態で各面の温度が異なる結果が得られたのであれば、当該プログラムに何らかの問題が存在する可能性がある。

第5章および第6章は、上記2種類の数値モデルによるケーススタディーである。それぞれ5章では(1) 無限平行面モデルについて、6章では(2) 有限直方体多分割面モデルについて、具体的な条件のもとでの計算結果および考察を記載した。その結果両者の解析結果においていくつかの新たな設計指針を見出すに至った。

5章では、太陽電池および各種ディスプレイ用ガラス基板や二次電池用フィルム基板の赤外線加熱炉内での温度推移を想定し、無限平行面間のふく射・対流という簡潔なモデルを用いることによって、加熱能力という意味での炉の性能を数値的に明確化できることを示し、炉内壁面材質(放射率)と加熱効率の関係について明らかにした。結果以下のような知見を得た。

比較的被加熱物およびヒータ面の面積が広い形状の加熱炉において、炉内に発熱面と非発熱面が混在している場合下記の各事象が判明した。下記(1)~(3)は系内へ投入するエネルギーが同一であるという条件を前提とする。

- (1) 被加熱物をより高い温度に昇温させようとする場合、設計指針として発熱面を高放射率かつ非発熱面を低放射率に保つことが望ましい。この傾向は、特に壁面と空気層の対流熱伝達を無視できる場合(真空炉)において著しい。
- (2) 壁面と炉内空気層の対流熱伝達を無視できる場合(真空炉)で、発熱面と非発熱面の放射率が等しく、さらに両壁面の厚み・熱伝導率・外壁面熱伝達率が一定である場合においては、基板の放射率が低いほど基板の到達温度は逆に高

くなる。また、基板放射率が一定であれば、炉内壁面全面が低放射率（反射面）であるほうが、炉内壁面全面が高放射率の場合に比し、基板到達温度は高くなる。

- (3) 炉内壁面全面を高放射率にした場合、ある一定温度までの被加熱物の昇温速度を迅速にする効果がある。
- (4) 各面間に静止した空気層を想定し、面との対流熱伝達を考慮すると、真空の場合に比し各面の温度差を均一化するように作用する。
- (5) 加熱炉が真に熱的定常状態になるには極めて長時間を有するが、ある一定時間経過後には当該炉は定常状態になったとみなすことができる。この限界時間は壁面等の条件により大きく変動し、それを理論的に見極めることは加熱炉のランニングコスト削減においても有用である。

6章では、薄板が介在する直方体閉空間内でのエネルギー収支を検証しつつ、多分割面のふく射エネルギー交換を解析可能な数値モデルを製作した。当該モデルによる計算と、その近似モデルである無限平行面モデルによる計算を同等条件で比較し、両者の計算結果の傾向に良好な一致をみた。したがって双方のモデルに関してその妥当性を確認した。

また6.5節に記載したような、基板温度推移に関して、有限寸法の加熱空間において特有の（無限平面間の近似モデルでは導出不可能な）現象が存在する可能性を、数値計算により見出した。さらには、それらの検証の結果、以下のような知見を得た。

熱容量の大きくかつ内壁面の放射率が低い壁に囲まれた閉空間において、

- (1) 基板の有無により、各内壁面上の射度は壁面温度より大きく変動し、逆に基板温度も当該射度に大きく依存する。
- (2) 以上より、内部の基板温度推移を予測しようとする場合、内壁温度以上に内壁面上の射度に着目することが重要である。

無限平行面モデルは、基板の全体的な昇温傾向をつかむ上で幅広く適用が期待できるが、ヒータ設置範囲および基板寸法等の制約がある場合の詳細設計時等には、有限直方体多分割面モデルが必要になる場合がある。両者を目的に応じて適切に使い分けることが、数値モデルの運用面で重要である。

本研究は主として、炉内壁の材質(放射率)と加熱効果との相関に着目した研究である。被加熱物自体は相当に近似された形での計算例であるため、さらに詳細な物性を考慮しての解析は今後の課題のひとつであると考えられる。具体的には6章で述べた多分割面モデルにおいて

ふく射を波長別に取扱う(非灰色面を取扱う)ことや、内部の被加熱物面に塗布物の蒸発過程を付加すること等が考えられる。

また本研究の範囲は基礎理論および数値モデルによるシミュレーションが中心であり、許容時間の関係上、実験検証は残念ながら実施することができなかった。以降の課題としては、5章および6章で導出された設計指針を実験によって検証し確立後、省エネルギー効果を持った加熱炉を実際に市場に供給していく作業があげられる。その実現をもって真に本研究の目的が達成されるものとする。

3章で述べた閉空間ふく射解析モデルを用いて設計された炉は、一部太陽電池シリコンウエハーの電極用焼成炉等として実用化され、各種データが入手可能な状況になってきた。今後は、数値モデルの活用と並行して、実験検証も積極的に進め、本研究で得られた知見を実証していきたい。先にも述べた、リチウムイオン電池電極乾燥工程におけるふく射加熱の導入検証の際にも応用を検討している。引き続きふく射型加熱炉の効率化に少しでも貢献していければ幸甚である。

## 参考文献

- [1] The Japan Society of Mechanical Engineers ed., *JSME Data Book: Heat Transfer*, 5<sup>th</sup> Edition, (2009), p p.1-3 and pp.132 -138.
- [2] Maruyama, S., *Light energy engineering* (in Japanese), (2004), Yokendo. pp. 83 -89.
- [3] Nishikawa, K., Fujita, Y., *Heat Transfer* (in Japanese), (1999), pp. pp.19-21 and 309-328, Rikougakusha.
- [4] Modest, M.F., *Radiative Heat Transfer*, 2nd Ed., (2003), Academic Press.
- [5] Siegel, R., Howell, J. R., *Thermal Radiation Heat Transfer*, 4th Ed., (2002), Taylor & Francis.
- [6] Howell, J.R., *A Catalog of Radiation Configuration Factors*, (1982).
- [7] Miyanaga, T., A numerical analysis method for evaluating thermal environment in the radiant cooled space, *Komae Research Laboratory Rep.No.T62*, (2000).
- [8] 黒崎, 花村, 橋本ほか, 平成 7 年度 遠赤外線の放射伝熱の基盤技術に関する調査研究報告書, 日本機械工業連合会, 遠赤外線協会, (1995), pp. 7-10.
- [9] Miyanaga, T., Nakano, Y., Analysis of Infrared Radiation Heating of Plastics, *T.IEE Japan*, Vol.110-D, No9, (1990), pp.975-982.
- [10] Miyanaga, T., Nakano, Y., Analysis of Infrared Radiation Heating (Part3), *Komae Research Laboratory Rep. No. T90041*, (1991).
- [11] 西村誠, 平成 6 年度 遠赤外線加熱・乾燥作用効果に関する調査研究報告書 第 2 章, (1995), 日本機械工業連合会.
- [12] Ichikawa, M., Nakao, H., Theoretical Analysis of Heat Conduction Phenomena within aWater Contained Substance heated by Long-Wave Infrared, *J.Illum Engng. Inst. Jpn*, Vol.78, No2, (1994), pp.51-15.
- [13] Nakao, H., Ichikawa, M., Theoretical Analysis of Heat Conduction Phenomena within aWater Contained Substance heated by Long-Wave Infrared Radiation, *J.Illum Engng. Inst. Jpn*, Vol.79, No2, (1995), pp.116-121.
- [14] 木村嘉孝ほか, 平成 14 年度 経済産業省委託 遠赤外ヒータの遠赤外域放射エネルギー分布測定方法の標準化に関する調査研究成果報告書, 遠赤外線協会, (2003).
- [15] 木村, 小笠原ほか, 平成 17 年度 遠赤外ヒータの放射エネルギーを簡易的に評価する方法の調査研究成果報告書, 日本機械工業連合会, 遠赤外線協会, (2006).
- [16] Wakabayashi, H., Makino, T., Experimental Verification of Kirchhoff's Law on Termal

- Radiation at an Electromagnetic Wave Level, *Proceedings of the 2007ASME-JSME Thermal Engineering Conference and Summer Heat Transfer Conference*, CD-ROM, (2007) , No.HT2007 -32327.
- [17] Makino, T., Wakabayashi, H., Development of a Wide-Spectral-range High-Speed Spectrophotometer System for Measuring Hemispherical Reflectance and Normal Emittance of Surfaces Simultaneously, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers*, Series B, Vol. 75 No.754, (2009).
- [18] Tate, S., *Dry Method of the Paint* (in Japanese), Japanese Patent Disclosure H06-31242 (1994).
- [19] Imai, K., *Automatic Soldering Machine* (in Japanese), Japanese Utility Model Disclosure H06-3000403 (1994).
- [20] Yamanaka, I., *Resistance Material and Fire-proof Material* (in Japanese), Japanese Patent Disclosure H09-59056 (1997).
- [21] Yamada, S., *Burning Device and Method* (in Japanese), Japanese Patent Disclosure H17-295930 (2005).
- [22] Kimura, Y., *Fundamentals of Far Infrared Radiation* (13) (in Japanese), (1998~2000), Bulletin of Japan Far Infrared Rays Association, pp. 14–15.
- [23] Maekawa, T. et al., *Thermal Radiation and Quantum* (in Japanese), (1970), pp.1-6, Tokai University Press.  
(Kirchhoff, G. R., *Ueber den Zusammenhang zwischen Emission und Absorption von Licht und Wärme*, (1859). )
- [24] Fujiwara, K., Hyodo, T., *Introduction to Thermal Physics* (in Japanese), (1998), pp.166-167, University of Tokyo Press.
- [25] Harashima, A., *Heat / statistical mechanics* (in Japanese), (1978), pp.75-77, Baifuukan.
- [26] Ingram, D.J.E., *Radiation and Quantum Physics* (in Japanese), (Translated by Hijikata, K.), (1977), pp.48-49, Maruzen.
- [27] Sommerfeld, A., *Thermodynamik und Statistik* (in Japanese), (Translated by Ohno, K.), (1976), pp.141-145, Kodansha.
- [28] Planck, M., *Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung* (in Japanese), (Translated by Nishio, S.), (1975), pp.21-42, Tokai University Press.
- [29] Maekawa, T. et al., *Thermal Radiation and Quantum* (in Japanese), (1970), pp.217-228, Tokai University Press.  
(Planck, M., *Zur Theorie des Gesetzes der Energieverteilung im Normalspectrum*, (1900). )

- [30] Fujiwara, K., Hyodo, T., *Introduction to Thermal Physics* (in Japanese), (1998), pp.182-193, University of Tokyo Press.
- [31] Toda, M., *Heat / statistical mechanics* (in Japanese), (1988), pp.180 -182, Iwanami Shoten.
- [32] Maekawa, T. et al., *Thermal Radiation and Quantum* (in Japanese), (1970), pp.33-38, Tokai University Press.  
(Boltzmann, L., *Ableitung des Stefanschen Gesetzes, betreffend die Abhängigkeit der Wärmestrahlung von der Temperatur aus der elektromagnetischen Lichttheorie*, (1884).)
- [33] Wylie, C.R., *Advanced Engineering Mathematics*, (1975), pp.508-509, McGraw-Hill Book Company.
- [34] Kondo, Y., Yamashita, H., Aoki, M., *45th National Heat Transfer Symposium of Japan*, Vol.III (2008-6), pp.805 -806.
- [35] Kondo, Y., *JIRA Report* vol.20, No.4, (2009), pp.7 -10.
- [36] Katto, Y., *Outline of Heat Transfer* (in Japanese), (1976), pp.337-386, Yokendo (in Japanese).
- [37] R. Siegel, J.R. Howell, *Thermal Radiation Heat Transfer*, 3rd Ed., (1992), Taylor & Francis.
- [38] The Japan Society of Mechanical Engineers ed., *JSME Textbook Series, Heat Transfer*, (2005), pp.25-31 and pp.101-122.
- [39] Howell, J.R., *A Catalog of Radiation Configuration Factors*, c-13 (1982).
- [40] Okamoto, Y., Kaminaga, F., Osakabe, M., Maekawa, K., Ishii, T., Ouoka, N., and Etou, M., Measurement of Radiosity Coefficient by Means of an Infrared Radiometer, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers*, Series B, Vol. 57 No.534, (1991).
- [41] Ichikawa, M., Nakao, H., Irradiance and Heating Power Distribution Characteristics within a Substance when Water Containing Flat Material is Heated with Infrared Radiation, *J. Illum Engng. Inst. Jpn*, Vol.85, No2, (2001), pp.147-157.
- [42] The Japan Society of Mechanical Engineers ed., *JSME Textbook Series, Heat Transfer*, (2005), pp.38-39.
- [43] The Japan Society of Mechanical Engineers ed., *JSME Textbook Series, Heat Transfer*, (2005), pp.87-90.

## 謝 辞

本研究は筆者が名古屋大学大学院 工学研究科 機械理工学専攻 機械科学分野 環境・エネルギー工学講座 伝熱・燃烧工学研究グループにおいて行った研究をまとめたものです。

本研究の実施に際しては、同研究グループの山下博史教授に全面的なご指導を賜りました。特に第2章の定理に関する数学的証明については、山下教授による数式展開および多数のご発案をもって、はじめてその成就が可能となったもので、ここに深く感謝の意を申し上げます。その他数値モデルの構想からプログラム作成に渡り、詳細なご指導・ご助言をいただきました。あわせて心より御礼申し上げます。

本論文をまとめるにあたり貴重なご意見、ご助言を賜りました、名古屋大学山本和弘准教授に厚く御礼申し上げます。先生には同研究グループにおける中間発表時等においても大変貴重なご助言をいただき、ここに深く感謝申し上げます。

また同研究グループにおいて貴重なご意見、ご助言を賜りました、林直樹助教に深く感謝申し上げます。

本論文をまとめるにあたり貴重なご意見、ご助言を賜りました、名古屋大学大学院成瀬一郎教授並びに吉川典彦教授に厚く御礼申し上げます。

筆者が在籍する日本ガイシ株式会社において、公私に渡り幾多のご助言とご支援を賜り、また名古屋大学大学院博士課程後期課程入学へのきっかけを作ってくくださった、日本ガイシ株式会社の山本幸十郎氏に厚く御礼申し上げます。

日本ガイシ株式会社において、筆者の上司として幾多のご助言とご支援を賜りました、丹羽智明氏および青木道郎氏をはじめ、多くの方々に厚く御礼申し上げます。

最後に筆者の大学における研究を長期間にわたり支えてくれた家族に、心より感謝の意をささげます。

## 付録

### A.1 2.4.2 項の「結論 b) を導く証明」に関する補足

2.4.2 項の結論 b) を導く証明において、各面の射度が有限値をとることを自明とした(有限値をとらない場合は考慮外)が、この前提の下で、各面における、(2.5) 式を用いた射度に関する展開式が実際に有限値に収束するか否かを考察する。なおここでは下記 (A1.1) 式において各式を逐次代入する操作を明確化するため、面番号を  $x_i$  の如く記載している。

仮定 b) の「各面  $x_i$  で  $\varepsilon_{xi} = \alpha_{xi}$ 」という条件を課して、例えば面  $x_1$  において(2.5) 式を繰り返し用いると、式(2.9)より

$$\begin{aligned}
 G_{x_1} &= \varepsilon_{x_1} E_B + (1 - \varepsilon_{x_1}) \sum_{x_2} F_{x_1 x_2} G_{x_2} \quad (x_1, x_2 = 1, \dots, n) \\
 G_{x_2} &= \varepsilon_{x_2} E_B + (1 - \varepsilon_{x_2}) \sum_{x_3} F_{x_2 x_3} G_{x_3} \quad (x_2, x_3 = 1, \dots, n) \\
 G_{x_3} &= \varepsilon_{x_3} E_B + (1 - \varepsilon_{x_3}) \sum_{x_4} F_{x_3 x_4} G_{x_4} \quad (x_3, x_4 = 1, \dots, n) \\
 &\vdots
 \end{aligned} \tag{A1.1}$$

(A1.1) 式において代入操作を実行すると、 $G_{x_1}$  は最終項のみ  $G_{x_m}$  を含む級数に展開できる。例示すると 3 項までの展開は(A1.2) 式となり、4 項までの展開は(A1.3) 式となる。

$$\begin{aligned}
 G_{x_1} &= \varepsilon_{x_1} E_B + (1 - \varepsilon_{x_1}) \sum_{x_2} F_{x_1 x_2} \varepsilon_{x_2} E_B \\
 &\quad + (1 - \varepsilon_{x_1}) \sum_{x_2} F_{x_1 x_2} (1 - \varepsilon_{x_2}) \sum_{x_3} F_{x_2 x_3} G_{x_3}
 \end{aligned} \tag{A1.2}$$

$$\begin{aligned}
 G_{x_1} &= \varepsilon_{x_1} E_B + (1 - \varepsilon_{x_1}) \sum_{x_2} F_{x_1 x_2} \varepsilon_{x_2} E_B \\
 &\quad + (1 - \varepsilon_{x_1}) \sum_{x_2} F_{x_1 x_2} (1 - \varepsilon_{x_2}) \sum_{x_3} F_{x_2 x_3} \varepsilon_{x_3} E_B \\
 &\quad + (1 - \varepsilon_{x_1}) \sum_{x_2} F_{x_1 x_2} (1 - \varepsilon_{x_2}) \sum_{x_3} F_{x_2 x_3} (1 - \varepsilon_{x_3}) \sum_{x_4} F_{x_3 x_4} G_{x_4}
 \end{aligned} \tag{A1.3}$$

同様にして、 $m$  項までの展開における最終項  $G^m$  は

$$\begin{aligned}
 G^m &= (1 - \varepsilon_{x_1}) \sum_{x_2} F_{x_1 x_2} (1 - \varepsilon_{x_2}) \sum_{x_3} F_{x_2 x_3} \cdots \\
 &\quad \times (1 - \varepsilon_{x_{m-2}}) \sum_{x_{m-1}} F_{x_{m-2} x_{m-1}} (1 - \varepsilon_{x_{m-1}}) \sum_{x_m} F_{x_{m-1} x_m} G_{x_m}
 \end{aligned}$$

となるが、 $G_i$  がすべて有限値であればその中で最大値が存在するため、それを新たに

$$G = \max_{x_m} G_{x_m} \quad (x_m = 1, \dots, n)$$

とおき、さらに各面の放射率のうち最小のものを

$$\underline{\varepsilon} = \min_{x_m} \varepsilon_{x_m} \quad (x_m = 1, \dots, n)$$

とおくと、

$$\begin{aligned} G^m &\leq (1 - \varepsilon_{x_1}) \sum_{x_2} F_{x_1 x_2} (1 - \varepsilon_{x_2}) \sum_{x_3} F_{x_2 x_3} \cdots \\ &\quad \times (1 - \varepsilon_{x_{m-2}}) \sum_{x_{m-1}} F_{x_{m-2} x_{m-1}} (1 - \varepsilon_{x_{m-1}}) G \leq (1 - \underline{\varepsilon})^{m-1} G \end{aligned}$$

ここで  $(0 < \underline{\varepsilon} \leq 1)$  より

$$\lim_{m \rightarrow \infty} (1 - \underline{\varepsilon})^{m-1} \cdot G = 0 \quad \therefore \lim_{m \rightarrow \infty} G^m = 0$$

以上より  $G_{x_i}$  は、上記展開の極限において最終項がゼロになるため、(A1.2) 式および(A1.3) 式に示した級数の規則性についての類推から明らかのように、 $E_B$  に比例する項のみで構成される級数となる。この議論はすべての面  $x_i$  について同様である。ここで各面の放射率のうち最大のものを

$$\bar{\varepsilon} = \max_{x_m} \varepsilon_{x_m} \quad (1 \leq x_j \leq n) \quad (1 \leq j \leq m-1)$$

として、以上の論考をふまえれば

$$G_{x_i} \leq E_B \left( \bar{\varepsilon} + (1 - \underline{\varepsilon}) \bar{\varepsilon} + (1 - \underline{\varepsilon})^2 \bar{\varepsilon} + (1 - \underline{\varepsilon})^3 \bar{\varepsilon} + \cdots \right) \quad (\text{A1.4})$$

が成立する。(A1.4) 式で、右辺の級数  $S$  は

$0 < \bar{\varepsilon} \leq 1$  ,  $0 < \underline{\varepsilon} \leq 1$  を考慮して、

$$S = E_B \bar{\varepsilon} \frac{1}{1 - 1 + \underline{\varepsilon}} = E_B \frac{\bar{\varepsilon}}{\underline{\varepsilon}}$$

という形で収束する。すなわち(A1.4) 式左辺 (各面射度) も有限値に収束する。

この結論は、各面の射度が有限値を持つという前提に矛盾しないため、(2.5) 式の正当性を示す。ひいては結論 b) の証明において、式(2.5) の適用に妥当性を与えるものとして補足追記した。

## A.2 6章の数値計算に関する補足

### A.2.1 中間面全面基板の条件による非定常値

表 6.4 に示した条件 2 で、基板面を高放射率とし、中間面をすべて基板とした場合 (Case 2a') の、基板挿入後の非定常値を有限モデルにより計算した (基板挿入後 60 s 経過時) . その結果を表 A2-1 に示す. 上面からのふく射の (基板周囲外から下面への照射分の) 反射分がなくなり、基板温度上昇が遅れることが判明した.

Table A2-1 Unsteady state with substrate for vacuum furnace (at  $t=60$  s) (Case 2a, 2a')

Model	Case	$T_1$ [°C]	$T_2$ [°C]	$T_f$ [°C]
Finite	2a	98.96	45.22	54.86
	2a'	98.90	45.15	45.65

### A.2.2 有限モデルによる面間距離が小さい場合の計算

表 6.4 に示した条件 1 について、基板面が高放射率 (1.0) の場合および低放射率 (0.1) の場合の双方について、炉内高さが 8mm と小さく、さらに中間面をすべて基板面 (厚み 1mm) とした場合において、基板挿入後の定常値を計算し、5 章の計算結果と比較した. その結果を表 A2-2 に示す. この条件は実質的に無限モデルで対流熱伝達を無視した場合に近い. 実際、計算結果は表 6.7 に比較して、両条件で非常に近い数値となっている. このことにより両モデルの妥当性を確認可能である.

Table A2-2 Steady state with substrate for vacuum furnace of very small height (Case 1a, 1b)

Model	Case	$T_1$ [°C]	$T_2$ [°C]	$T_f$ [°C]
Finite	1a	82.21	72.21	77.54
	1b	104.34	50.19	80.49