パターン認識及び演習（第 12 回資料）　－演習問題－

2010. 7. 6　石井

［1］　三つの扉 A, B, C があり、司会者とゲストがいる。司会者はゲストの見ていないところで、一つの扉の後ろに賞品を隠す。ゲストに扉を選ばせ、賞品の隠されている扉を言い当てたらゲストはその賞品を獲得できるものとする。ゲストは扉 A を選んだとする。選んだ扉を開ける前に、正解を知っている司会者は残った二つの扉のうち賞品の無い扉（外れ）を開け、確かに外れであることを確認させる。その扉が B であったとする。そして、さらに司会者はゲストに、「最初に選んだ扉 A のままでもよいですが、まだ開けていない扉 C に変えても構いません」と言う。

以下の問に答えよ。解答に至った根拠も簡単に示せ。ただし、司会者は三つの扉に対して偏った嗜好は持たないとする（三つの扉を公平に扱う）。

（1）ゲストが扉 A を選んだ時点で、その扉が当たりである確率を求めよ。

（2）司会者が扉 B を開けて、それが外れであることを示した時点で扉 A が当たりである確率を求めよ。

（3）ゲストのとるべき行動について、下記のいずれが正しいか。

i. 選択を変えてはならない
ii. 選択を A から C に変えるべきである
iii. 選択を変えても変えなくても同じである

[2]　三種のコイン $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ があり、それらを投げて表が出る確率はそれぞれ $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ とする（$0 < \theta_1, \theta_2, \theta_3 < 1$）。いま、コイン $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ をそれぞれ p_1, p_2, p_3 の割合で含む箱から無作為にコインを一枚取り出す（$p_1 + p_2 + p_3 = 1$）。このコインを n 回投げたところ、x 回が表であったとする。

（1）コイン ω_i を n 回投げて x 回表となる確率を、θ_i, n, x を用いて表せ（$i = 1, 2, 3$）。

（2）さらに、$\theta_1, \theta_2, \theta_3$ がそれぞれ 0.8, 0.6, 0.3 で、$n = 10$, $x = 7$ のとき、これらの確率を計算せよ。

（3）上記条件に加え、p_1, p_2, p_3 がそれぞれ 0.1, 0.4, 0.5 のとき、取り出したコインが $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ である確率をそれぞれ求めよ。

（4）この結果から、取り出したコインが $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ の何れであるかをベイズ決定則により判定せよ。

（5）問 3 において $x (0 \leq x \leq 10)$ を変化させた時、これら三種の確率がどのように変化するかをプロットせよ。

（6）このグラフから、x の値によってベイズ決定則による判定がどのように変化するかを示せ。

（7）ベイズ誤り確率を求めよ。

（8）コイン投げの結果が $n = 10$, $x = 8$ および $n = 100$, $x = 80$ のそれぞれの場合について、このコインが ω_1 である確率を求めよ。