パターン認識及び演習（第 14 回）資料

2010. 7. 20　石井

（問 6 の解）

$$\mathbf{m}_1 = \frac{1}{4}\sum_{k=1}^{4}\mathbf{x}_k = (3,5)^t \tag{1}$$

$$\mathbf{m}_2 = \frac{1}{4}\sum_{k=5}^{8}\mathbf{x}_k = (9,7)^t \tag{2}$$

$$\mathbf{\Sigma}_1 = \frac{1}{4}\sum_{k=1}^{4}(\mathbf{x}_k - \mathbf{m}_1)(\mathbf{x}_k - \mathbf{m}_1)^t = \begin{pmatrix} 3.5 & 5.5 \\ 5.5 & 10.0 \end{pmatrix} \tag{3}$$

$$\mathbf{\Sigma}_2 = \frac{1}{4}\sum_{k=5}^{8}(\mathbf{x}_k - \mathbf{m}_2)(\mathbf{x}_k - \mathbf{m}_2)^t = \begin{pmatrix} 3.5 & 5.5 \\ 5.5 & 10.0 \end{pmatrix} \tag{4}$$

$\mathbf{\Sigma}_1 = \mathbf{\Sigma}_2 = \mathbf{\Sigma}_0$ のときは、テキスト 51p 式 (4.15) より

$$g_1(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^t\mathbf{\Sigma}_0^{-1}\mathbf{m}_1 - \frac{1}{2}\mathbf{m}_1^t\mathbf{\Sigma}_0^{-1}\mathbf{m}_1 + \log P(\omega_1) \tag{5}$$

$$g_2(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^t\mathbf{\Sigma}_0^{-1}\mathbf{m}_2 - \frac{1}{2}\mathbf{m}_2^t\mathbf{\Sigma}_0^{-1}\mathbf{m}_2 + \log P(\omega_2) \tag{6}$$

$$\begin{aligned} g(\mathbf{x}) &= g_1(\mathbf{x}) - g_2(\mathbf{x}) && (7)\\ &= \mathbf{x}^t\mathbf{\Sigma}_0^{-1}(\mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2) - \frac{1}{2}(\mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2)^t\mathbf{\Sigma}_0^{-1}(\mathbf{m}_1 + \mathbf{m}_2) + \log\frac{P(\omega_1)}{P(\omega_2)} && (8)\\ &= \mathbf{w}^t\mathbf{x} + w_0 && (9) \end{aligned}$$

ここで

$$\mathbf{w} = \mathbf{\Sigma}_0^{-1}(\mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2) \tag{10}$$

$$w_0 = -\frac{1}{2}(\mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2)^t\mathbf{\Sigma}_0^{-1}(\mathbf{m}_1 + \mathbf{m}_2) + \log\frac{P(\omega_1)}{P(\omega_2)} \tag{11}$$

と定義した。

$$\mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2 = (-6,-2)^t \tag{12}$$

$$\mathbf{m}_1 + \mathbf{m}_2 = (12,12)^t \tag{13}$$

$$\mathbf{\Sigma}_0^{-1} = \begin{pmatrix} 2.105 & -1.158 \\ -1.158 & 0.737 \end{pmatrix} \tag{14}$$

$$P(\omega_1) = P(\omega_2) = \frac{1}{2} \tag{15}$$

より

$$\mathbf{w} = (-10.32, 5.47)^t \tag{16}$$
$$w_0 = 29.05 \tag{17}$$

となり、上記 $\mathbf{w}$ と w_0 を用いて決定境界は

$$g(\mathbf{x}) = \mathbf{w}^t\mathbf{x} + w_0 = 0 \tag{18}$$

と求められる。

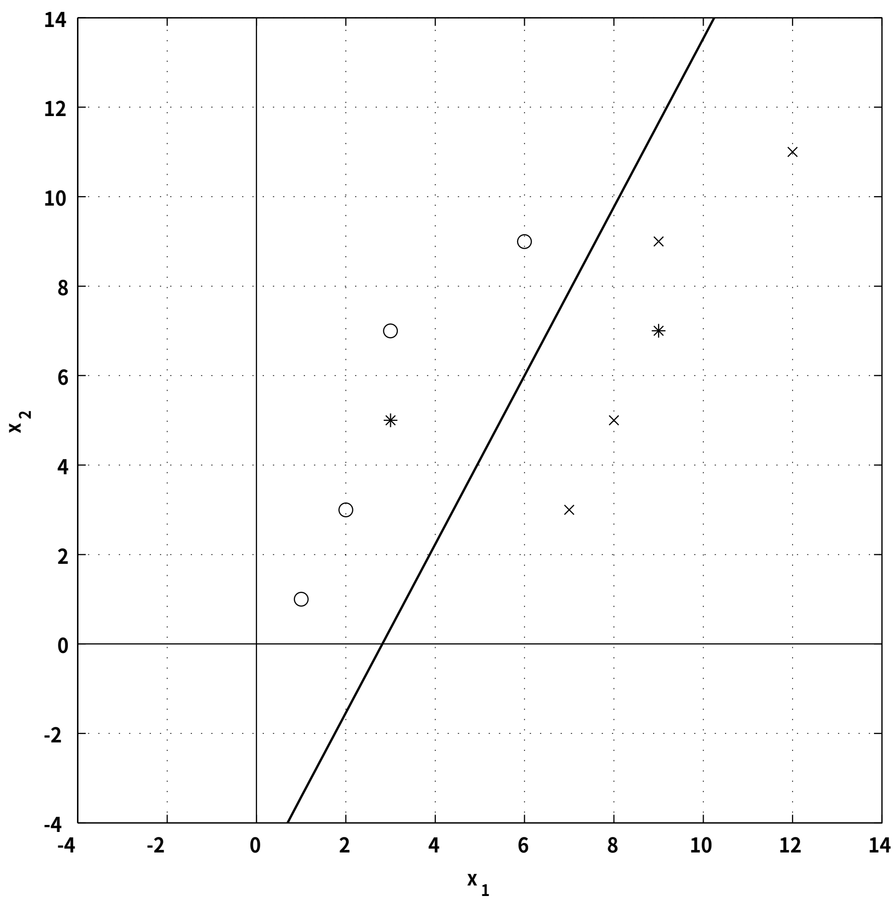

図 1: 正規分布に従う学習パターンと決定境界