パターン認識及び演習（第 9 回）資料　－演習問題－

2010. 6. 15　石井

2 次元特徴空間上に 6 個の学習パターン $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, ..., \mathbf{x}_6$ が、以下の如く与えられているとする。

$$\mathbf{x}_1 = (1,2)^t, \quad \mathbf{x}_2 = (2,8)^t, \qquad \mathbf{x}_3 = (6,5)^t$$
$$\mathbf{x}_4 = (6,3)^t, \quad \mathbf{x}_5 = (10,10)^t, \quad \mathbf{x}_6 = (11,8)^t$$

このうち、$\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3$ はクラス ω_1 に、$\mathbf{x}_4, \mathbf{x}_5, \mathbf{x}_6$ はクラス ω_2 にそれぞれ属しているものとする。いま、ベクトル $\mathbf{w}$ を用いて

$$y = \mathbf{w}^t \mathbf{x} \qquad (\mathbf{x} = \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, ..., \mathbf{x}_6)$$

なる変換を施し、上記 2 クラスの学習パターンを、y の値によってできるだけ効率よく分離することを考える。

1. 両クラスの平均ベクトル $\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2$ をそれぞれ求めよ。
2. パターン $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, ..., \mathbf{x}_6$ および平均ベクトル $\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2$ をグラフ上にプロットせよ。
3. 両クラスの変動行列 $\mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2$ をそれぞれ求めよ。
4. クラス内変動行列 $\mathbf{S}_W$、およびその逆行列 ${\mathbf{S}_W}^{-1}$ をそれぞれ求めよ。
5. ベクトル $\mathbf{w}$ を、Fisher の方法によって求めよ。ただし、$\mathbf{w}$ は

$$\|\mathbf{w}\| = 1$$

に正規化されているものとする。

6. 上で求めた射影軸 y をグラフ上にプロットせよ。ただし射影軸 y は原点を通るものとする。
7. 上記射影軸に $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, ..., \mathbf{x}_6$ を射影せよ。
8. ベクトル $\mathbf{w}$ の方向を $(\mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2)$ と一致させたときの射影軸 y をグラフ上にプロットせよ。ただし射影軸 y は原点を通るものとする。
9. 上記射影軸に $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, ..., \mathbf{x}_6$ を射影し、前の射影結果と比較せよ。