パターン認識及び演習

（第4回）

2010. 5. 11

情報科学研究科
石井　健一郎

前回の復習

図2.2 識別関数法による識別

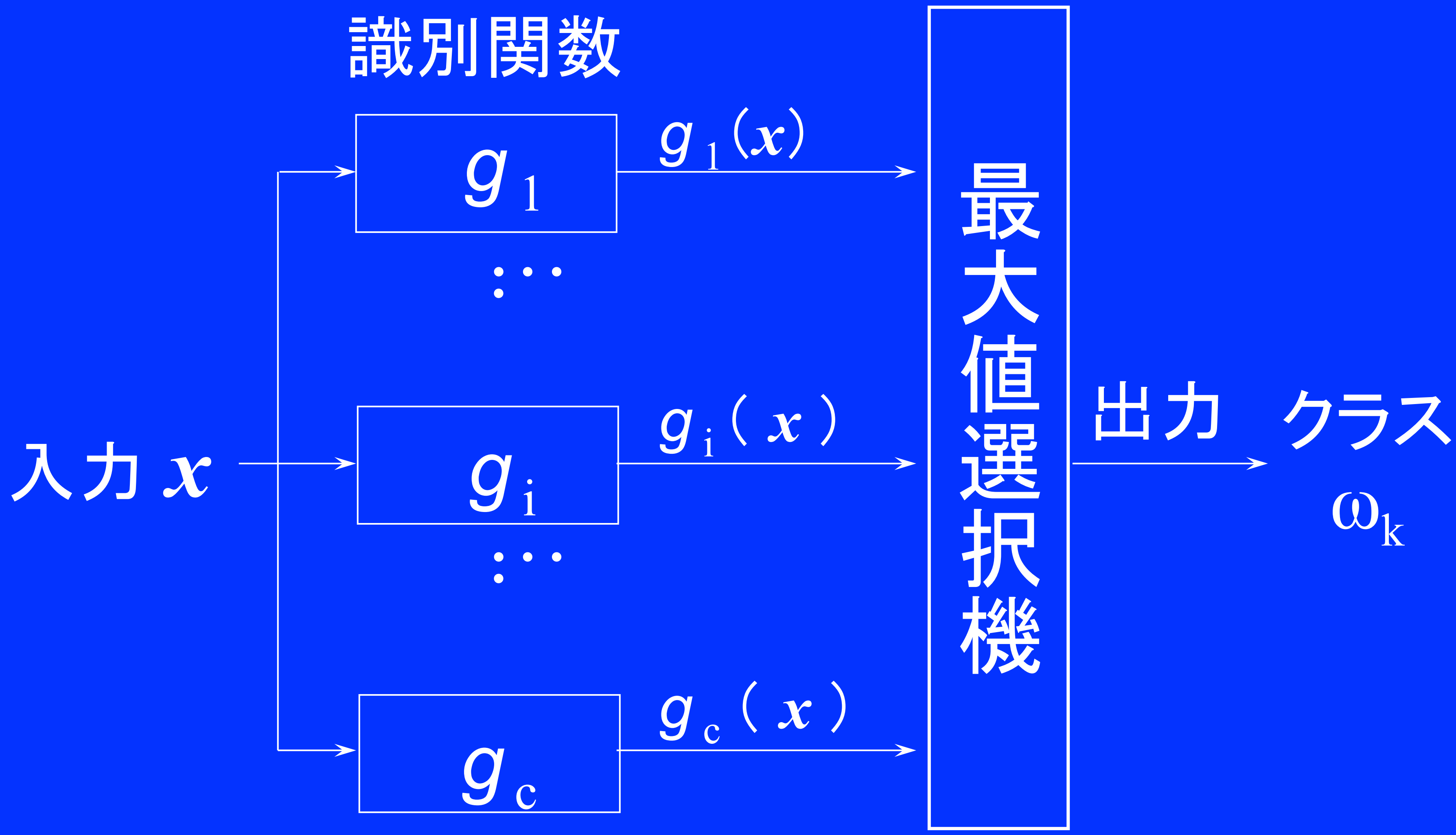
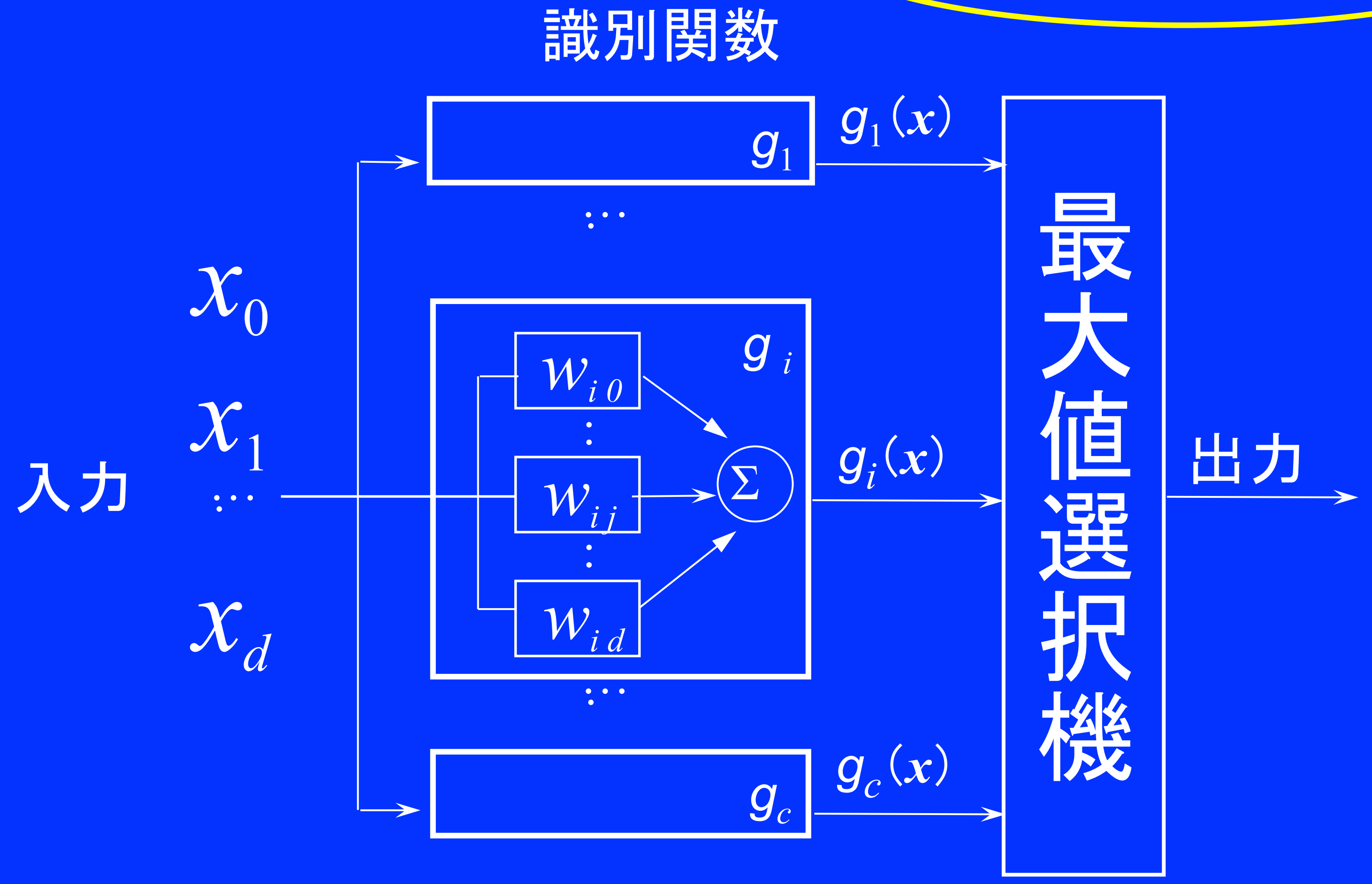


図2.3 線形識別関数

$$g_{\mathrm{i}}(\boldsymbol{x}) = w_{\mathrm{i}0} + w_{\mathrm{i}1}x_1 + w_{\mathrm{i}2}x_2 + \cdots + w_{id}x_d$$

$$= \boldsymbol{W}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{t}}\boldsymbol{X}$$

パーセプトロン



パーセプトロンの学習規則

（クラス数c>2の場合　教科書23p　式(2.27)）

(1) 重みベクトル $\mathbf{w}_i (i = 1, \cdots, c)$ を初期設定

(2) 学習パターン $\mathbf{x}$ を一つ選ぶ（$\mathbf{x} \in \omega_i$ とする）

(3) 誤識別した場合のみ重みベクトルを修正

$$\begin{cases} \mathbf{w}_i' = \mathbf{w}_i + \rho \mathbf{x} \\ \mathbf{w}_j' = \mathbf{w}_j - \rho \mathbf{x} \end{cases} \quad (\mathbf{x} \in \omega_j \text{ と誤識別したとき})$$

(4) 上記(2), (3)を全パターンに対して繰り返す

(5) 全パターンを正しく識別できたら終了
　誤りがある時は(2)に戻る

多クラスの場合のパーセプトロン
（教科書23p　式(2･27)）

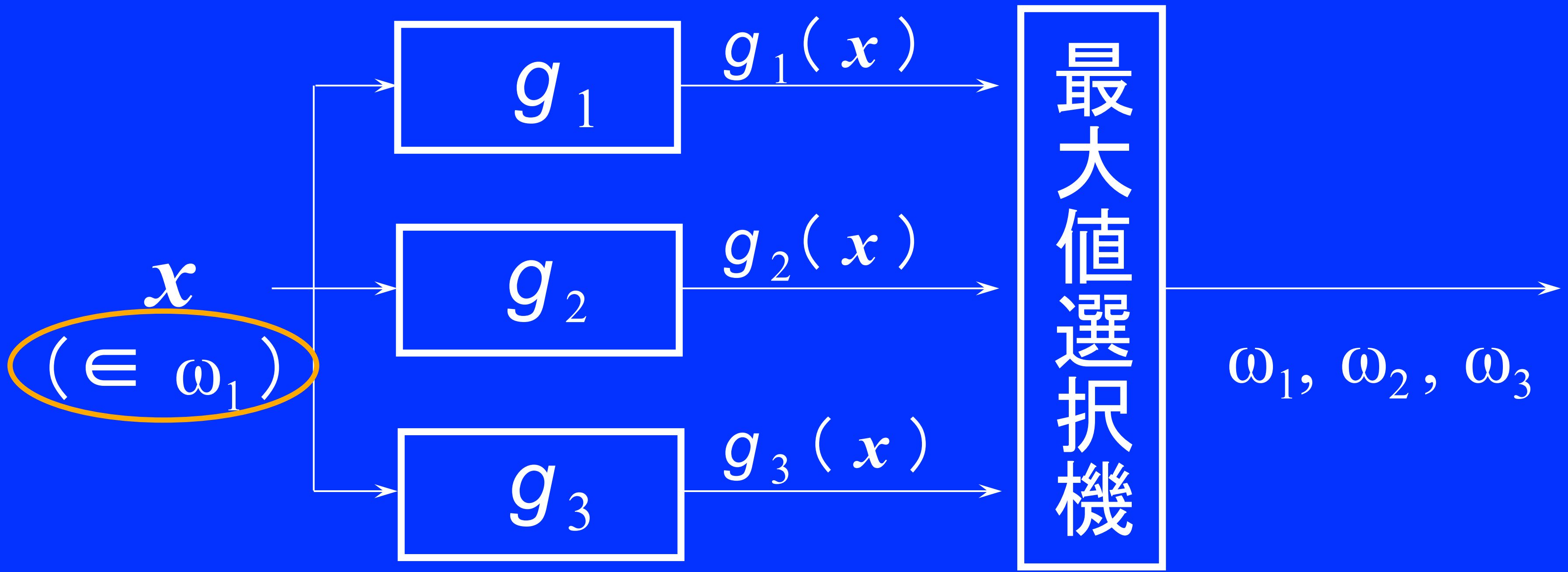
ω_iのパターンをω_jと誤ったとき

（ $\max_k\{g_k(\boldsymbol{x})\} = g_j(\boldsymbol{x})$ ）

重みの修正は2箇所で

- 自分のクラス　→　$g_i(\boldsymbol{x})$の修正
- 誤り先のクラス　→　$g_j(\boldsymbol{x})$の修正

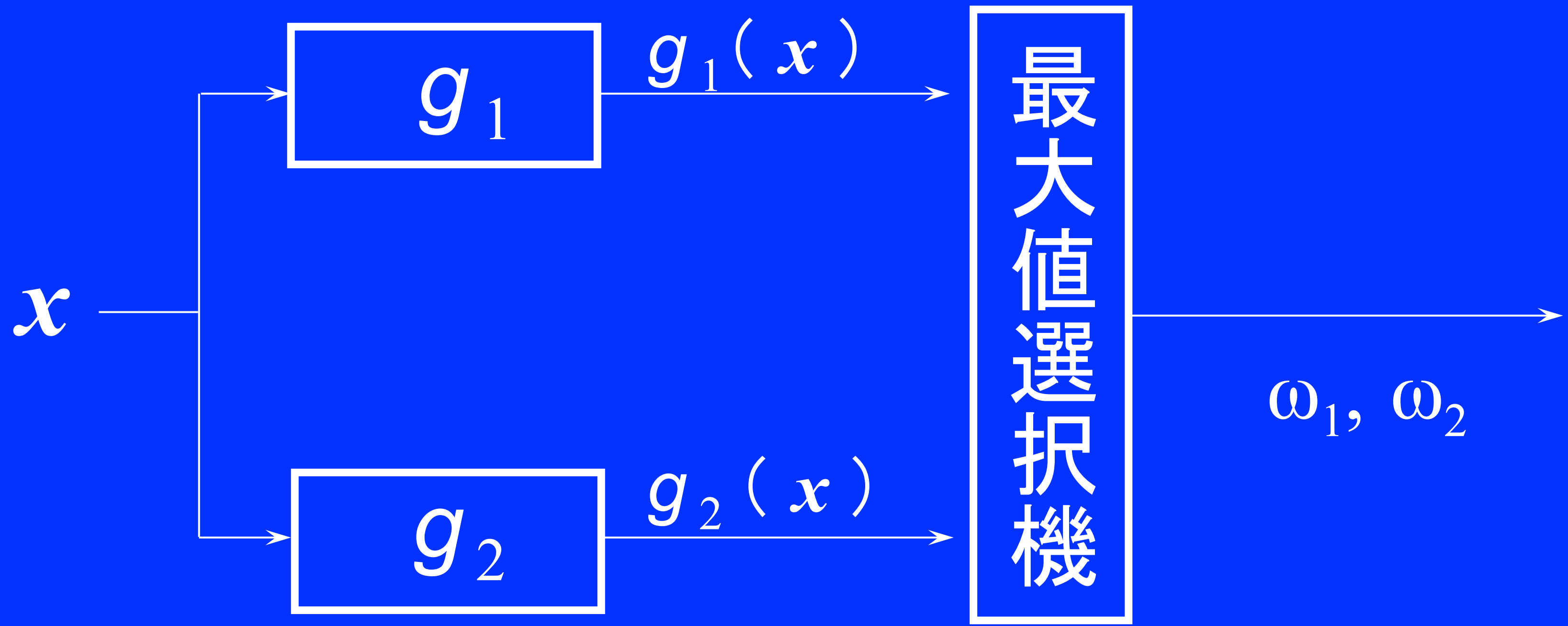
多クラスの場合の誤り訂正法
（C= 3の例）



$g_1 > g_2 > g_3$　　$g_2 > g_1 > g_3$　　$g_3 > g_1 > g_2$

$g_1 > g_3 > g_2$　　$g_2 > g_3 > g_1$　　$g_3 > g_2 > g_1$

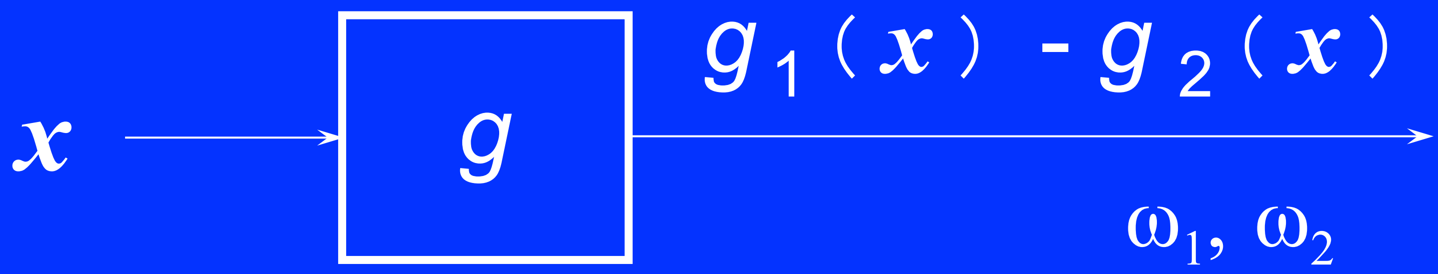
2クラスの場合の誤り訂正法



$g_1 > g_2 \longrightarrow \boldsymbol{x} \in \omega_1$

$g_2 > g_1 \longrightarrow \boldsymbol{x} \in \omega_2$

2クラスの場合の誤り訂正法
（1個の識別関数）



$$g = g_1 - g_2 > 0 \longrightarrow \boldsymbol{x} \in \omega_1$$

$$g = g_1 - g_2 < 0 \longrightarrow \boldsymbol{x} \in \omega_2$$

2クラスの場合のパーセプトロン
（教科書18p　式(2･18)～（2･21））

$$g(\boldsymbol{x}) = g_1(\boldsymbol{x}) - g_2(\boldsymbol{x})$$
$$= (\mathrm{w}_1 - \mathrm{w}_2)^t \mathrm{x}$$
$$= \mathrm{w}^t \mathrm{x}$$

$$\begin{cases} g(\boldsymbol{x}) = \mathrm{w}^t \mathrm{x} > 0 \rightarrow \boldsymbol{x} \in \omega_1 \\ g(\boldsymbol{x}) = \mathrm{w}^t \mathrm{x} < 0 \rightarrow \boldsymbol{x} \in \omega_2 \end{cases}$$

重みの修正は1箇所で

パーセプトロンの学習規則
（クラス数c＝2の場合）

（教科書21p）

式（2.25）
式（2.26）

図2.4 学習の例

1次元特徴空間上の学習パターン
（d＝1）

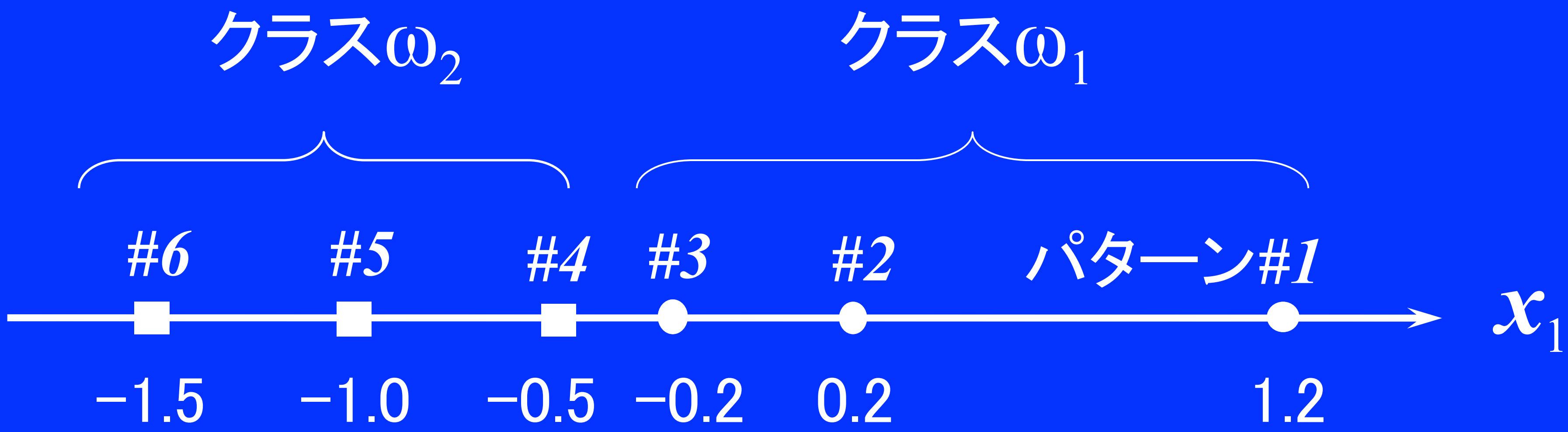


図2.7 学習による重みベクトルの移動

$\rho = 3.6$

$\rho = 1.2$

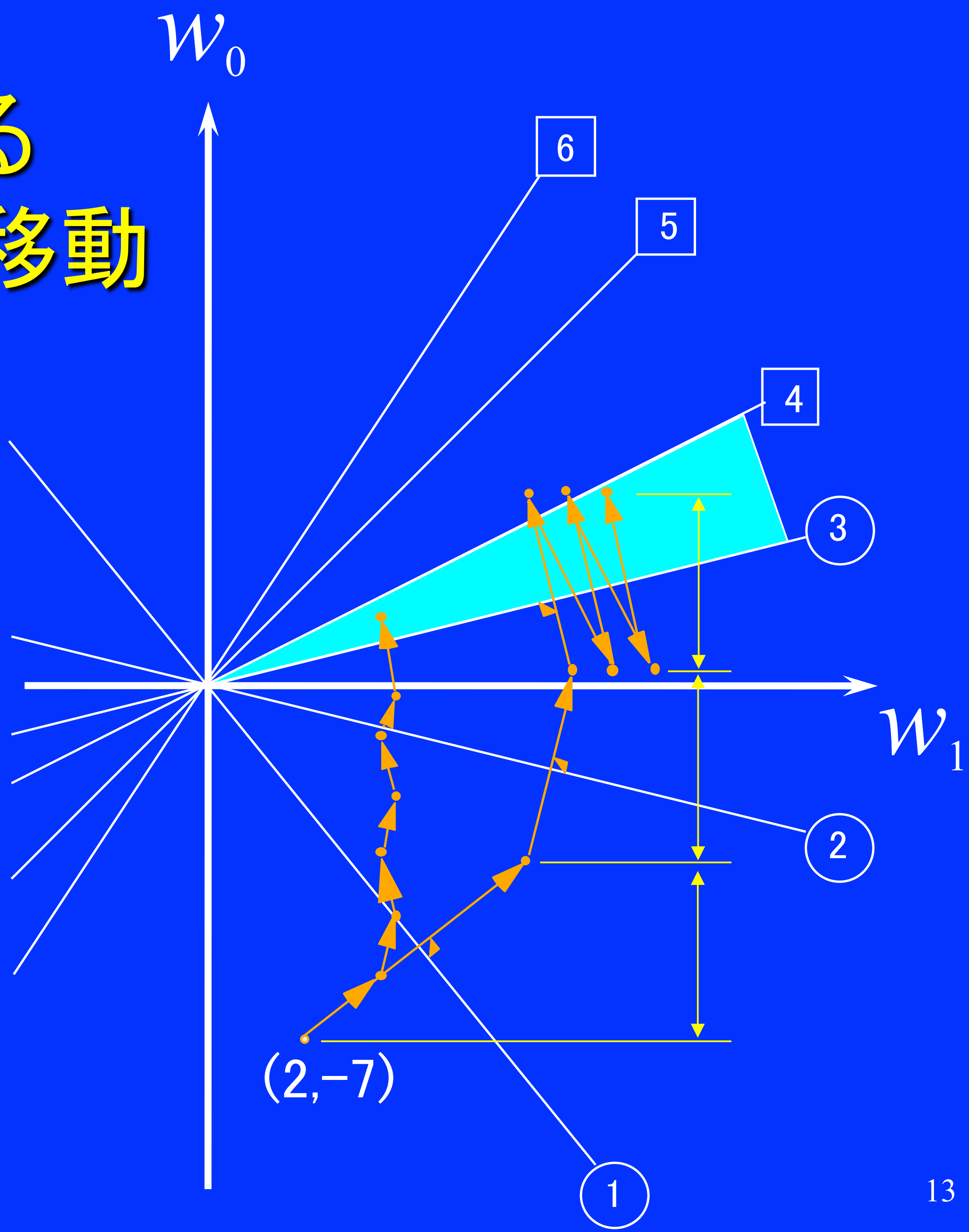
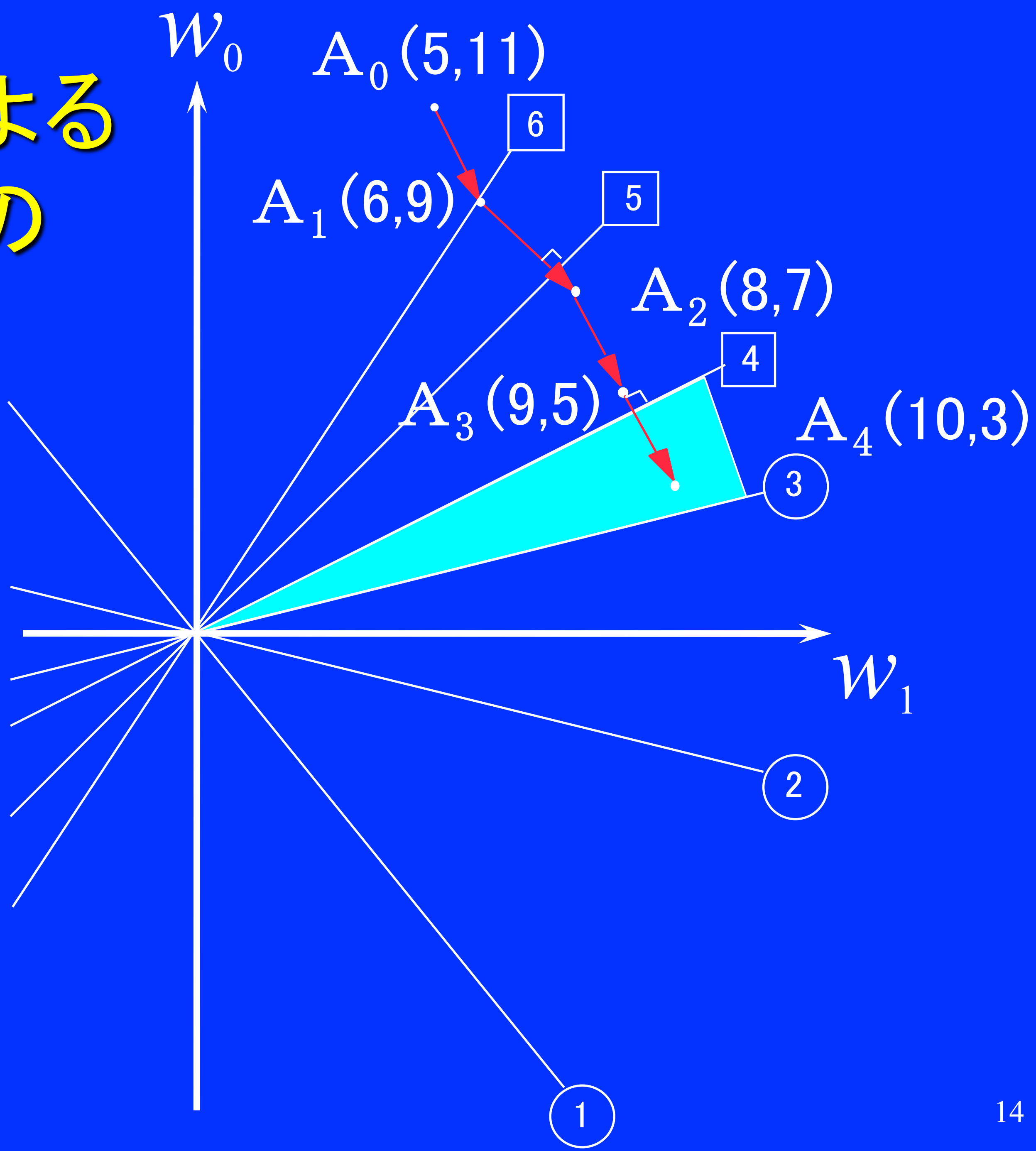


図2.7 学習による重みベクトルの移動

$\rho = 2.0$



演習問題

パーセプトロンの収束定理

線形分離可能ならば、この手続きは有限回の繰り返しで全学習パターンを正しく識別する重みベクトルに収束する。

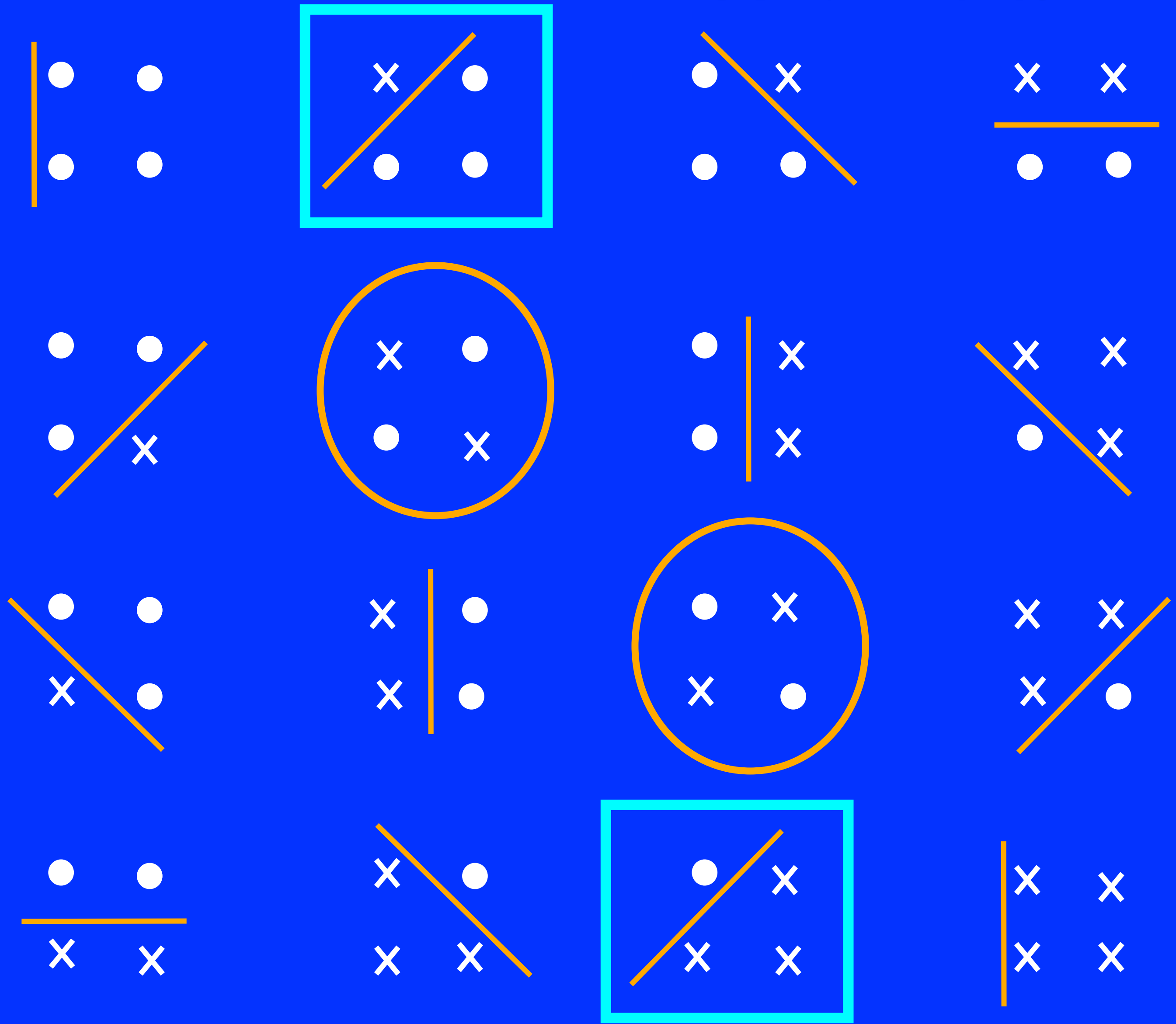
（教科書21p 下）

パーセプトロンの収束定理の証明

特徴空間の次元数と学習パターン数
（教科書64p）

線形識別関数による線形分離能力
（教科書65p）

線形識別関数の線形分離能力
（2クラス, 2次元特徴空間, 4パターン）



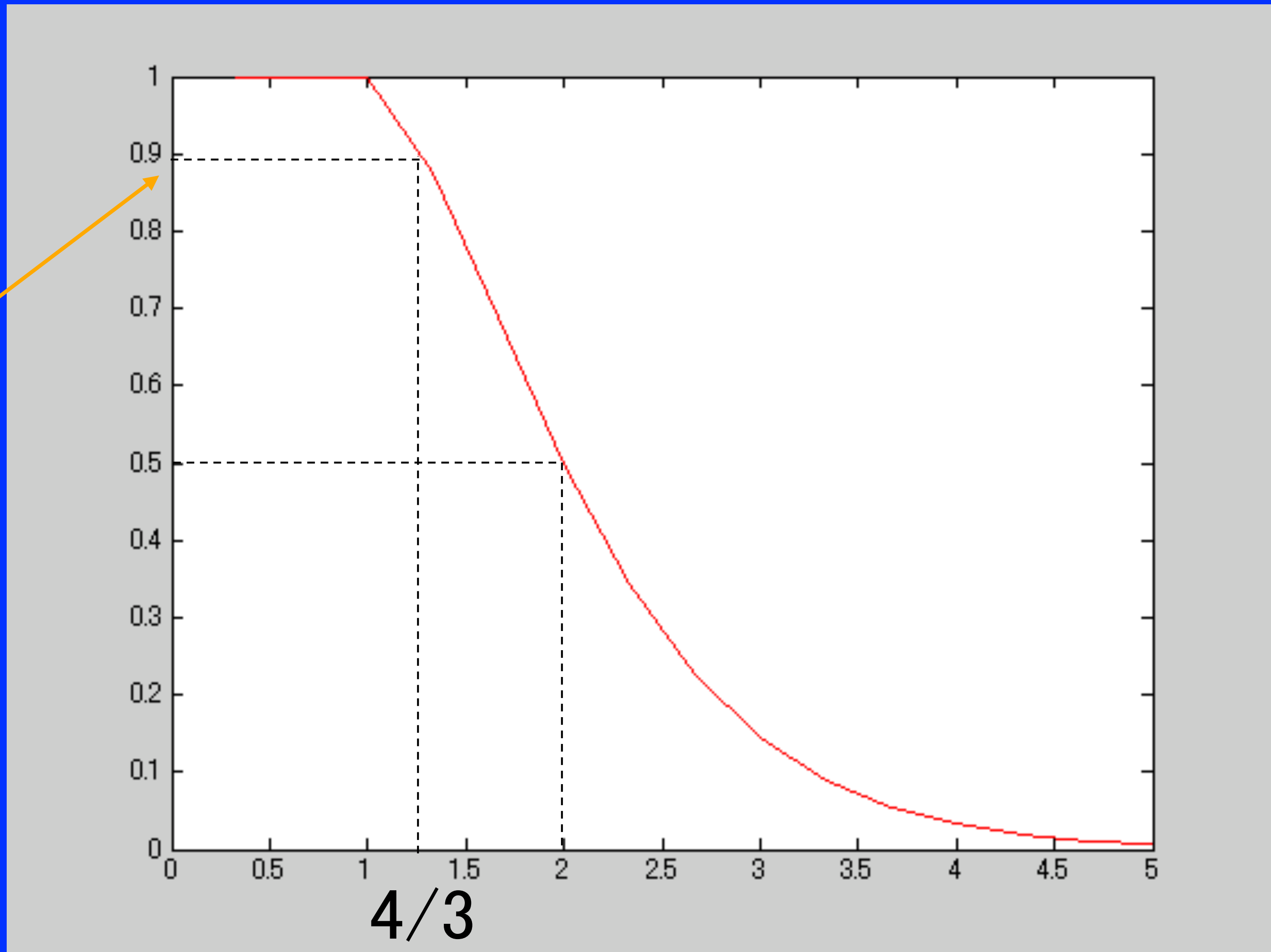
14／16

線形分離できる確率 p(n, d)の導出

（教科書65p 式(4.67)）

線形分離可能な確率
（d=2次元）

P(n,d)



P(4, 2) = 14/16

= 0.88

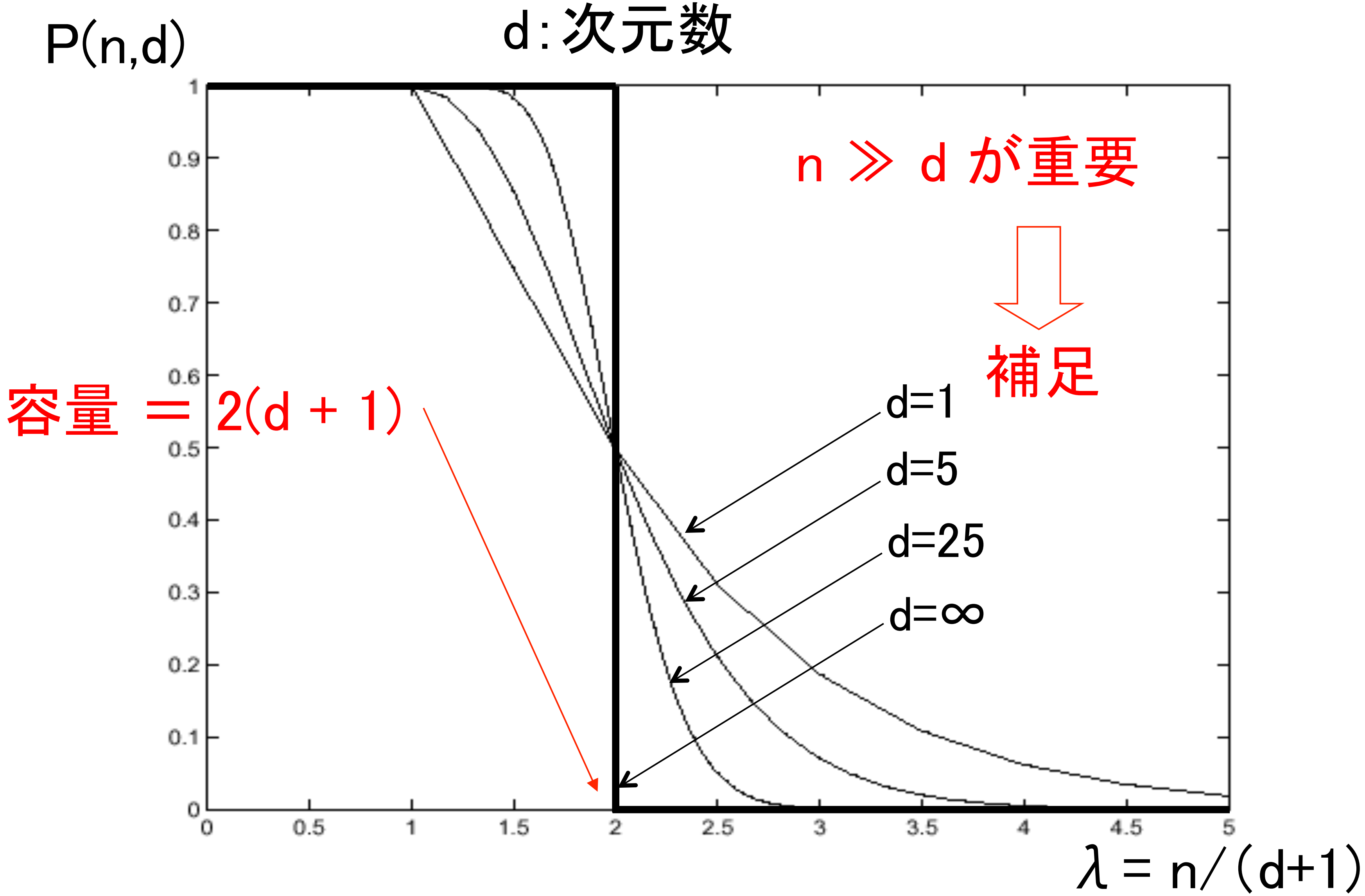
n = 4, d = 2

λ = n/(d+1)

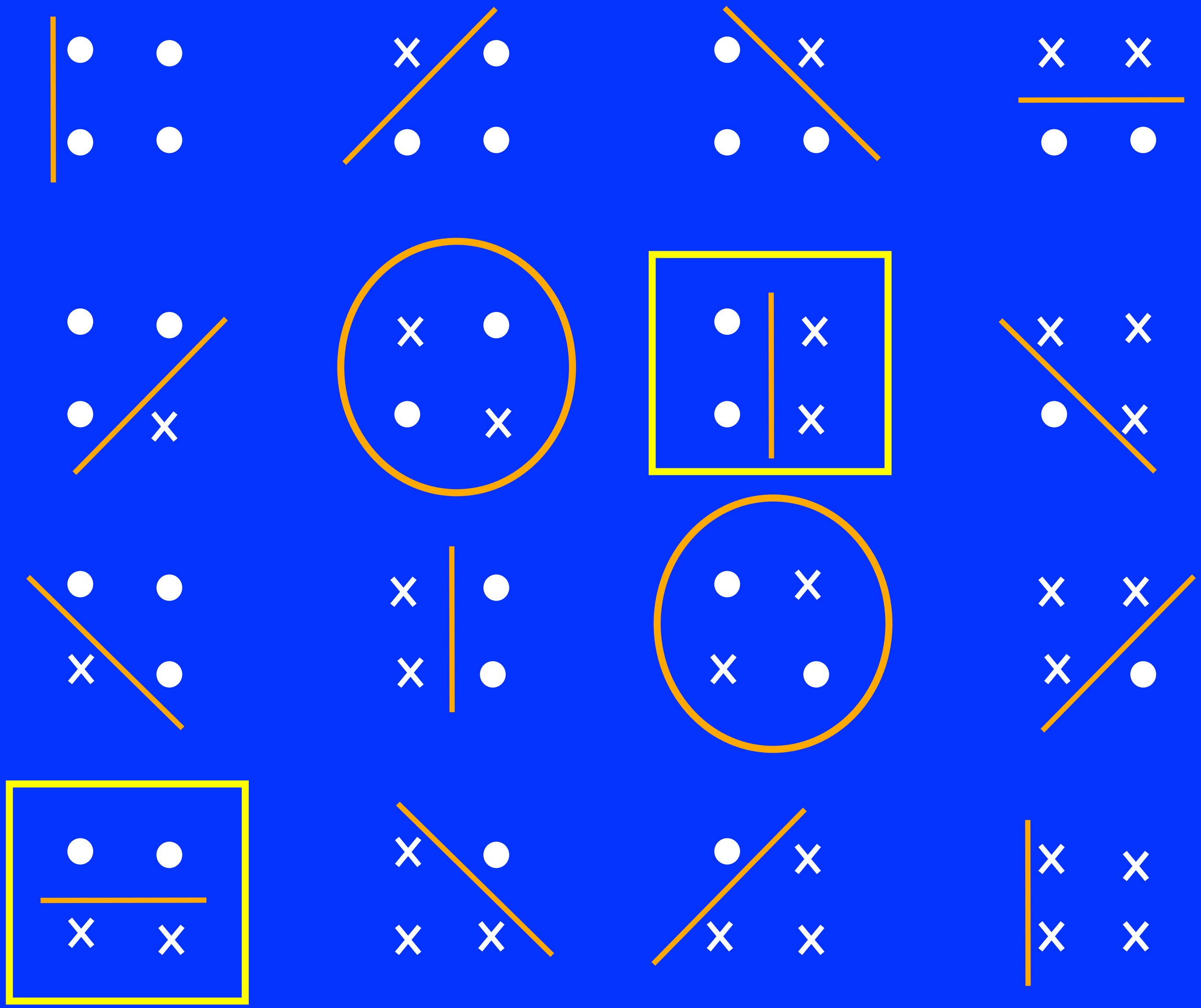
線形分離可能な確率

n:パターン数

d:次元数

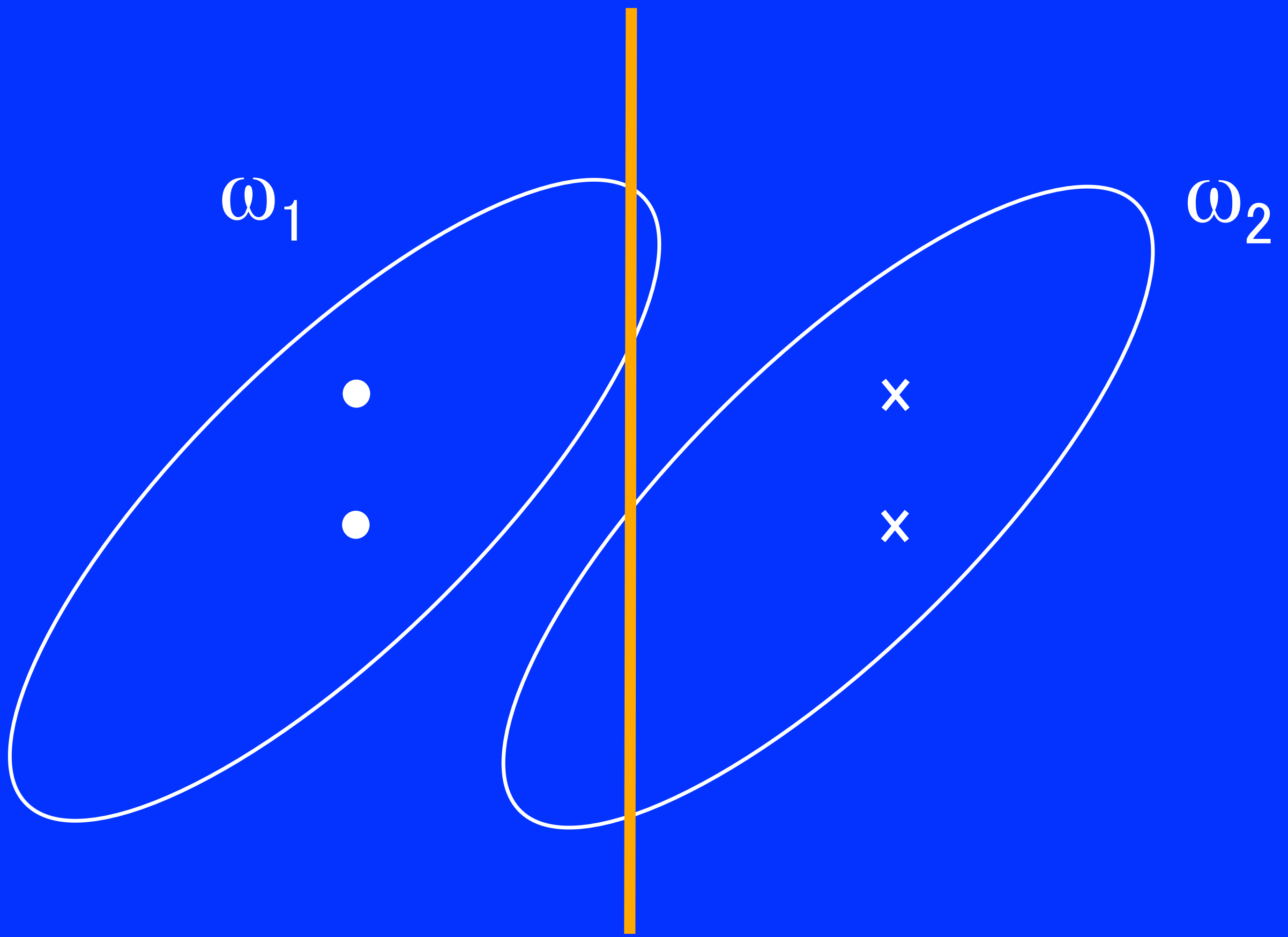


線形識別関数の線形分離能力
(2クラス, 2次元特徴空間, 4パターン)

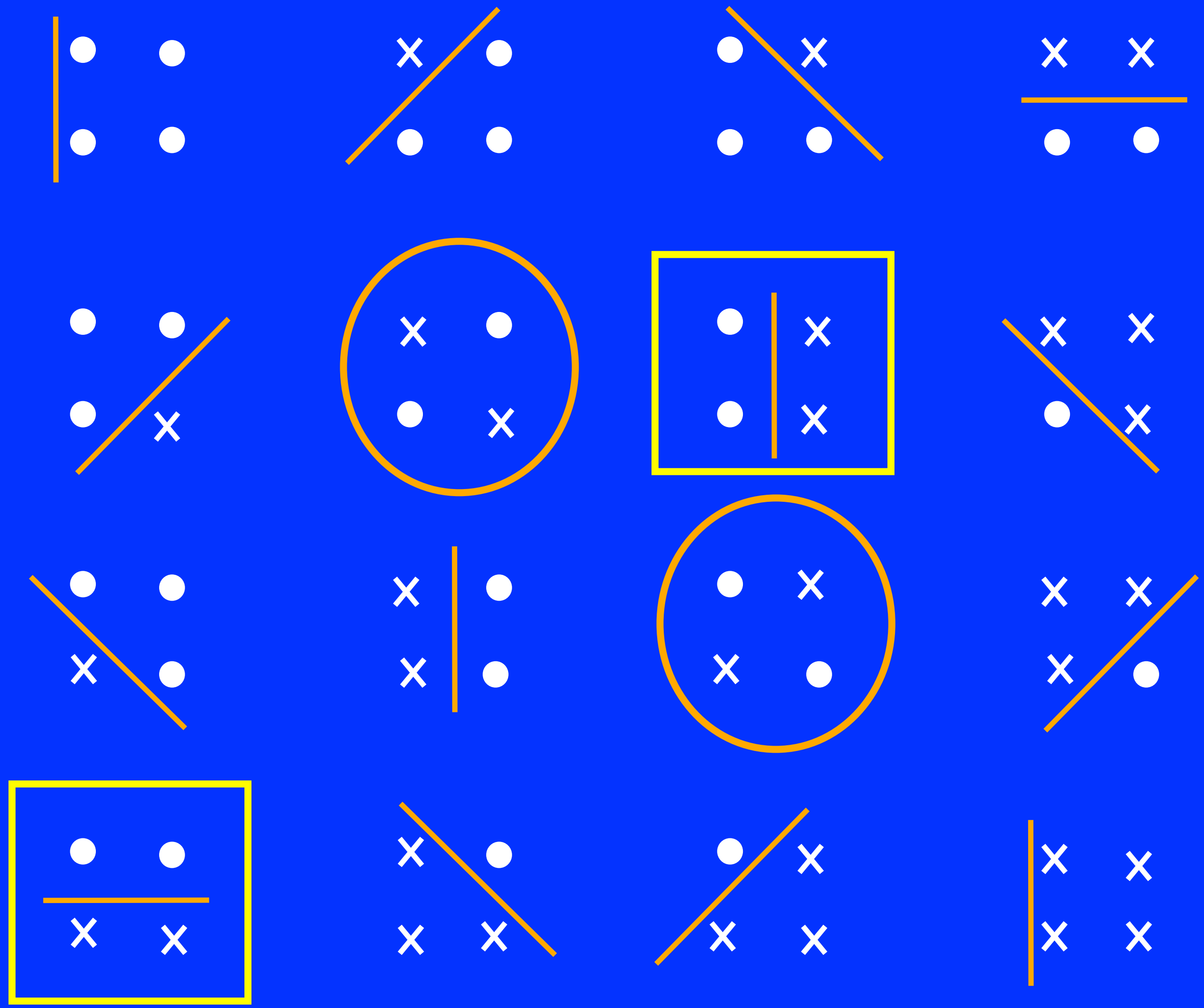


14／16

特徴空間の次元数と学習パターン数
その1（d=2, n=4）

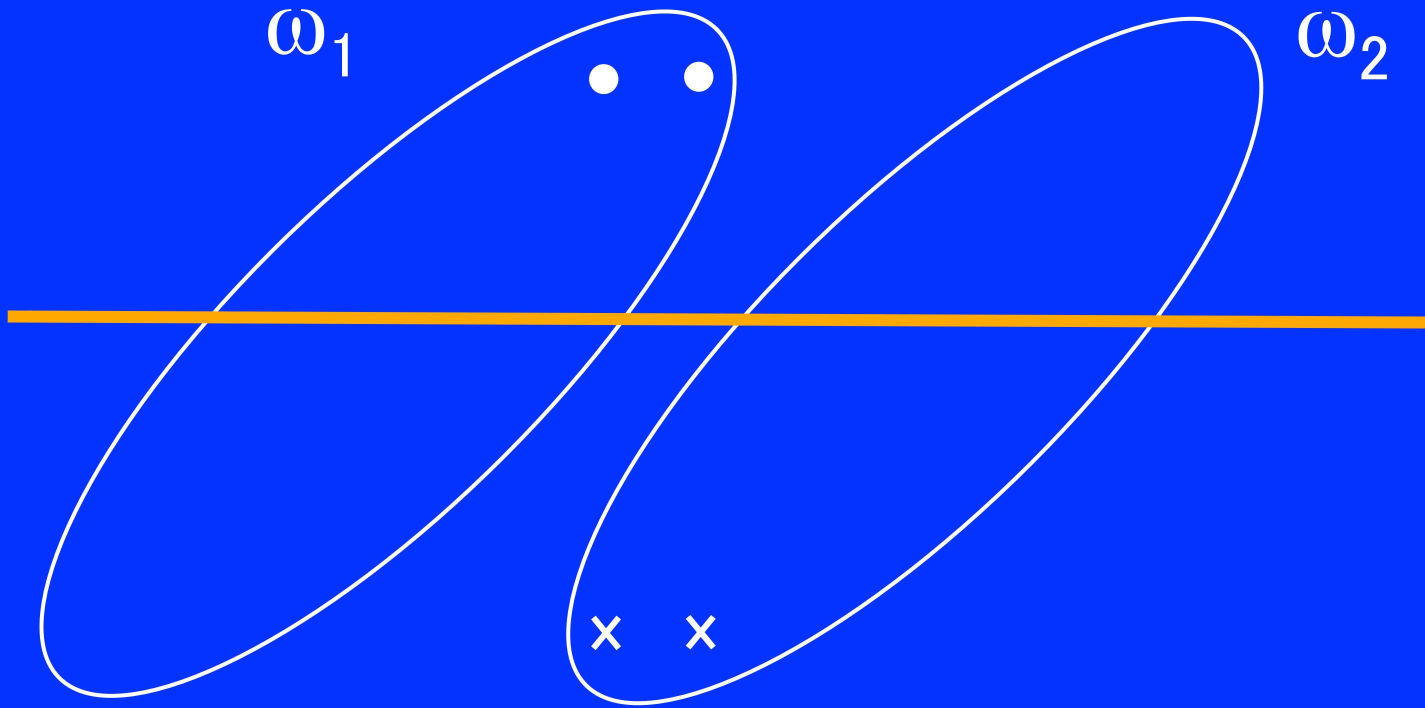


線形識別関数の線形分離能力
（2クラス, 2次元特徴空間, 4パターン）

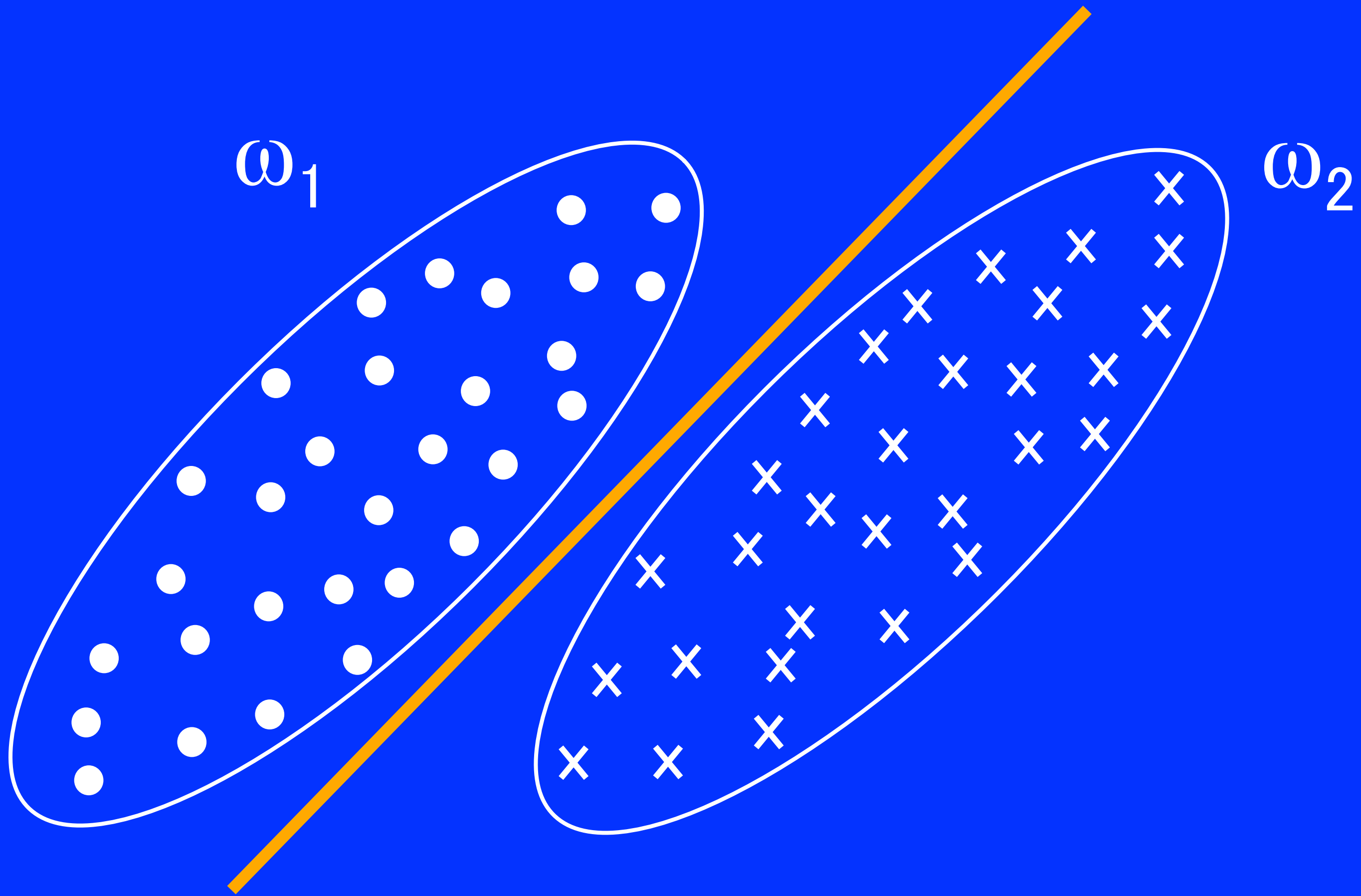


14／16

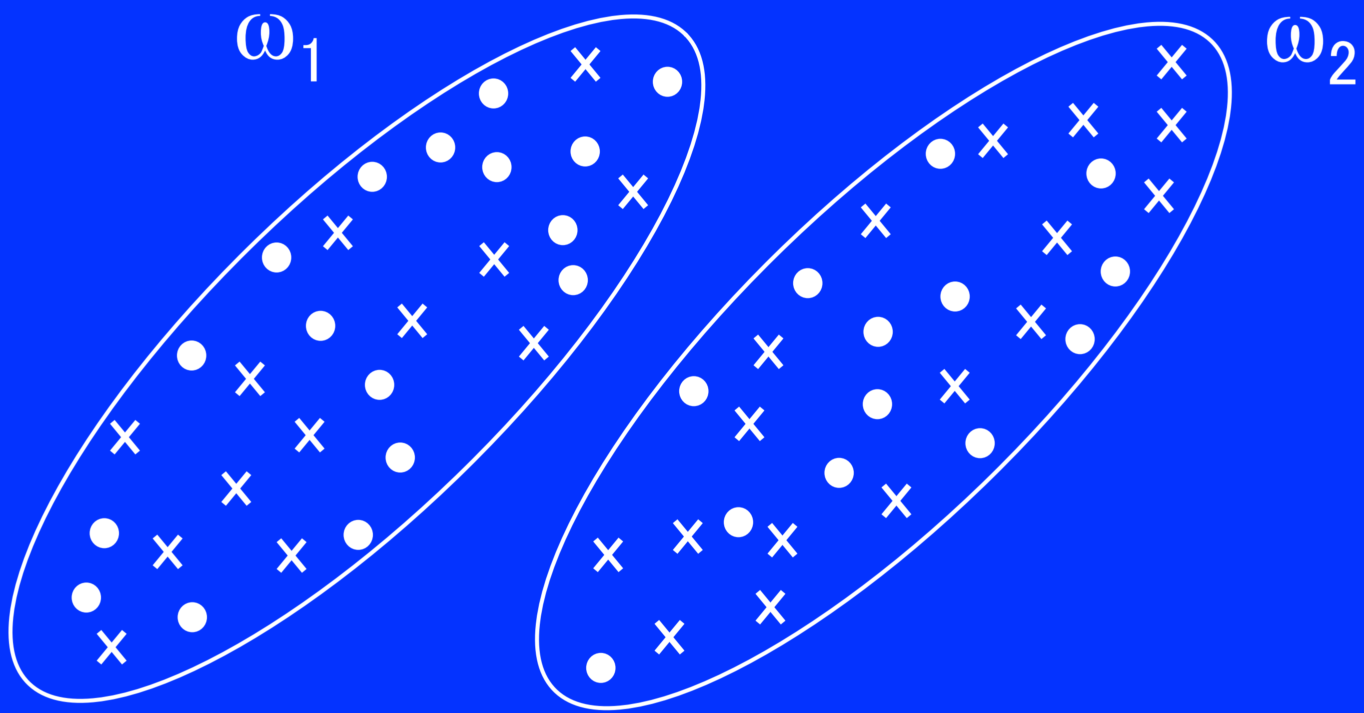
特徴空間の次元数と学習パターン数
その2（d=2, n=4）



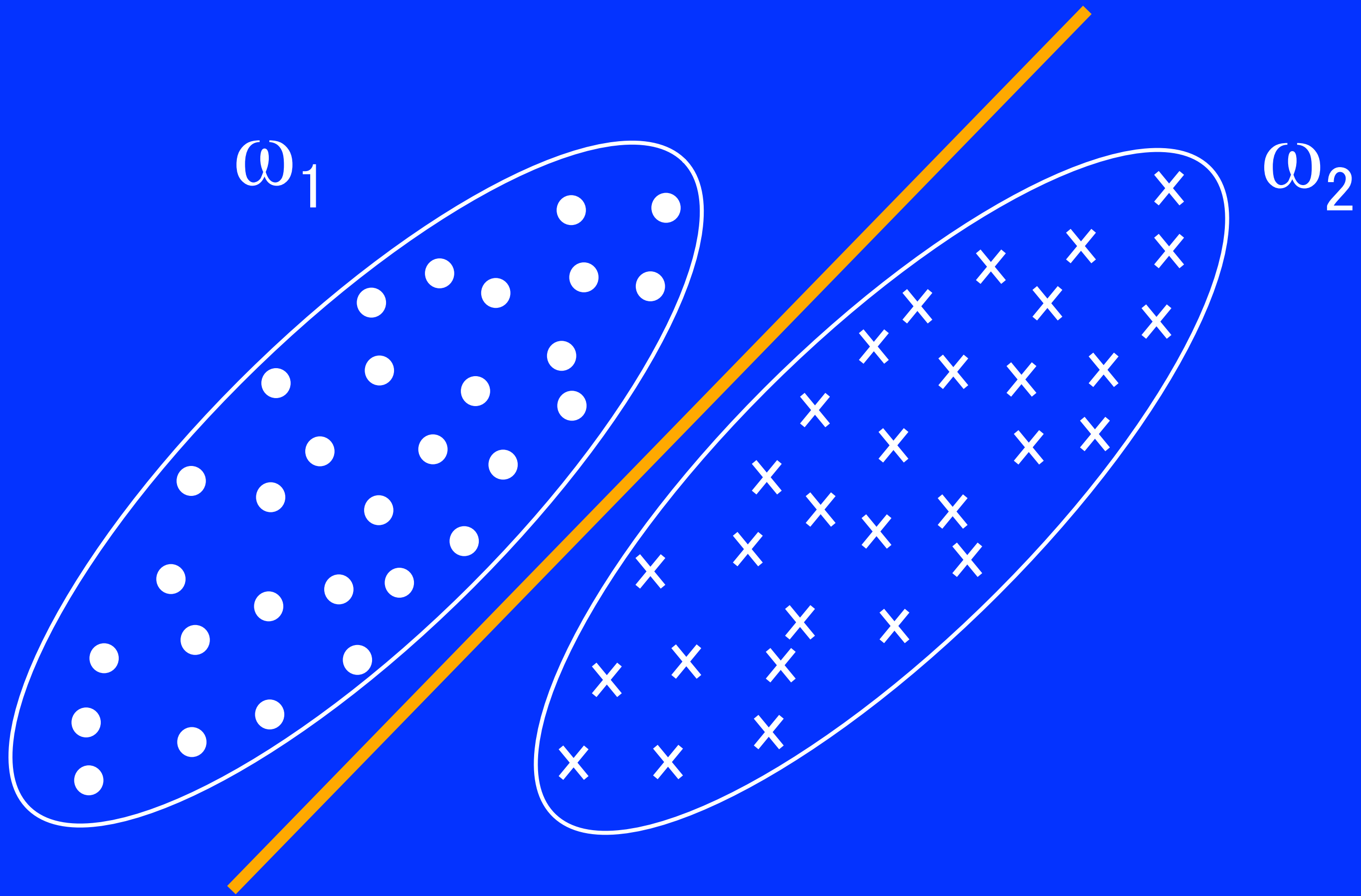
特徴空間の次元数と学習パターン数
（d=2, n=大）



特徴空間の次元数と学習パターン数
（d=2, n=大）

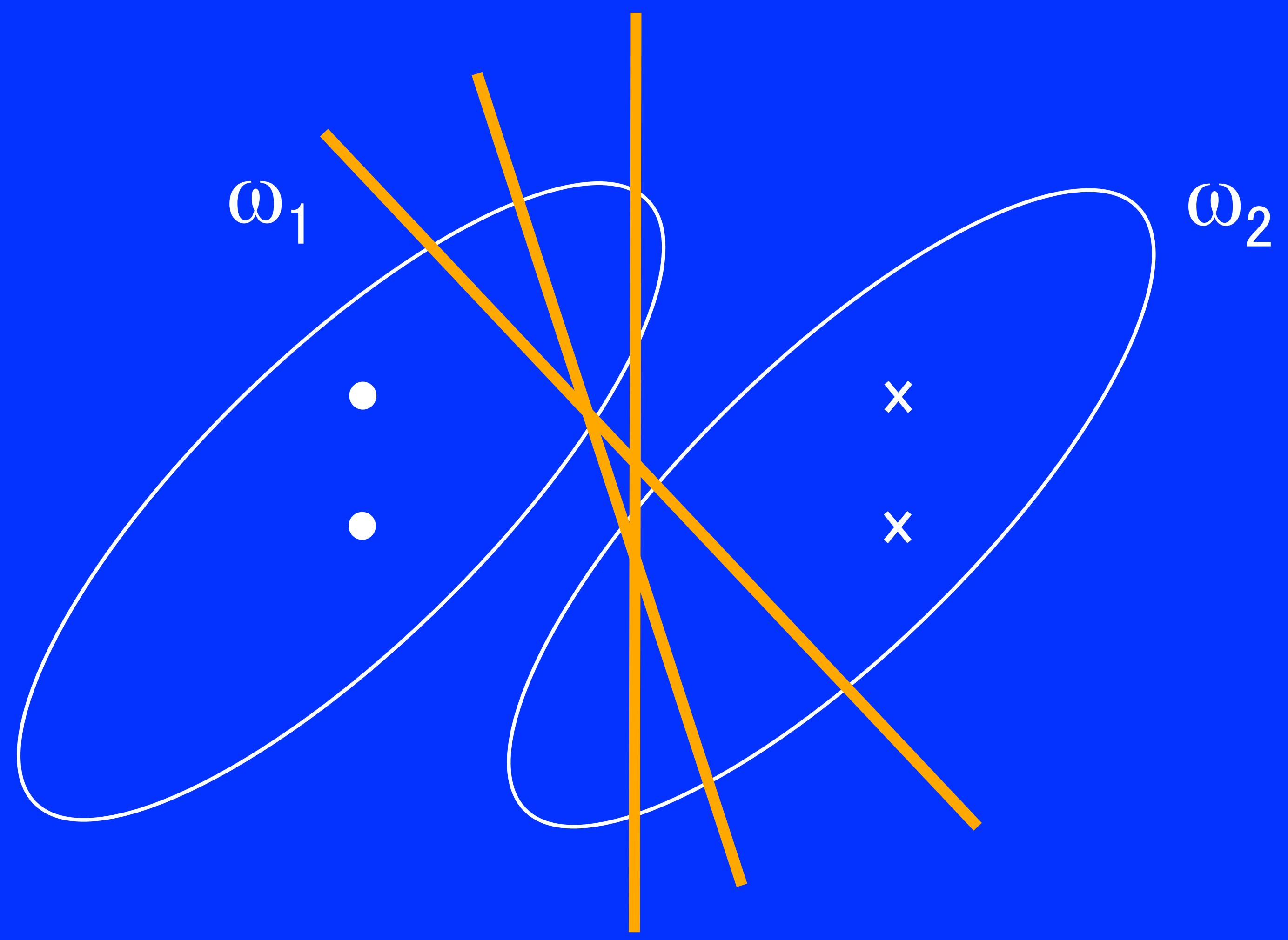


特徴空間の次元数と学習パターン数（d=2, n=大）



特徴空間の次元数と学習パターン数

その1（d=2, n=4）



次元数dに比して、
学習パターン数nは
十分大きくなくてはならない

$n \gg d$ ← 64p 式(4.66)