

# パターン認識及び演習 (第5回)

2010. 5. 18

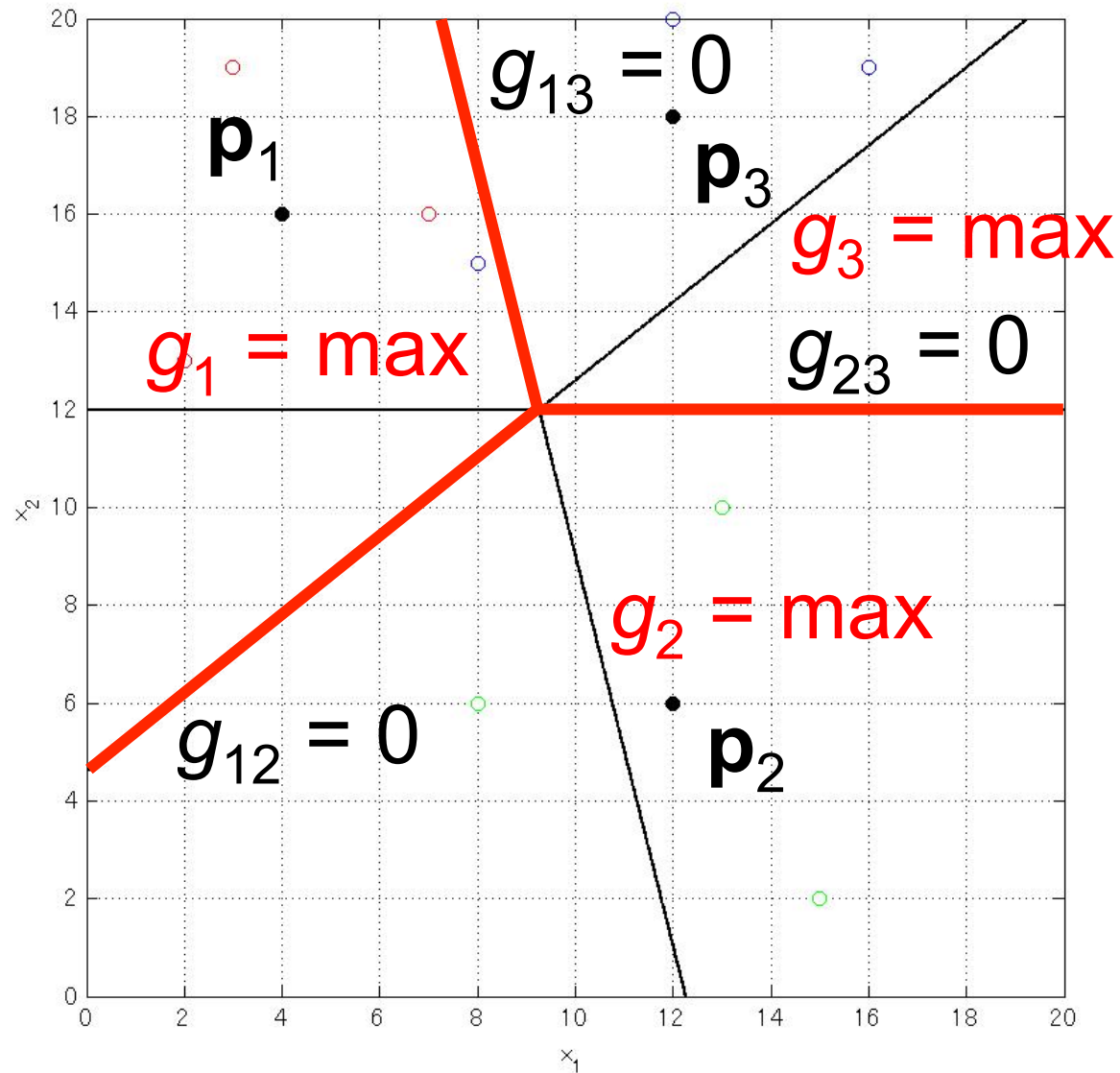
情報科学研究科  
石井 健一郎

# 演習問題

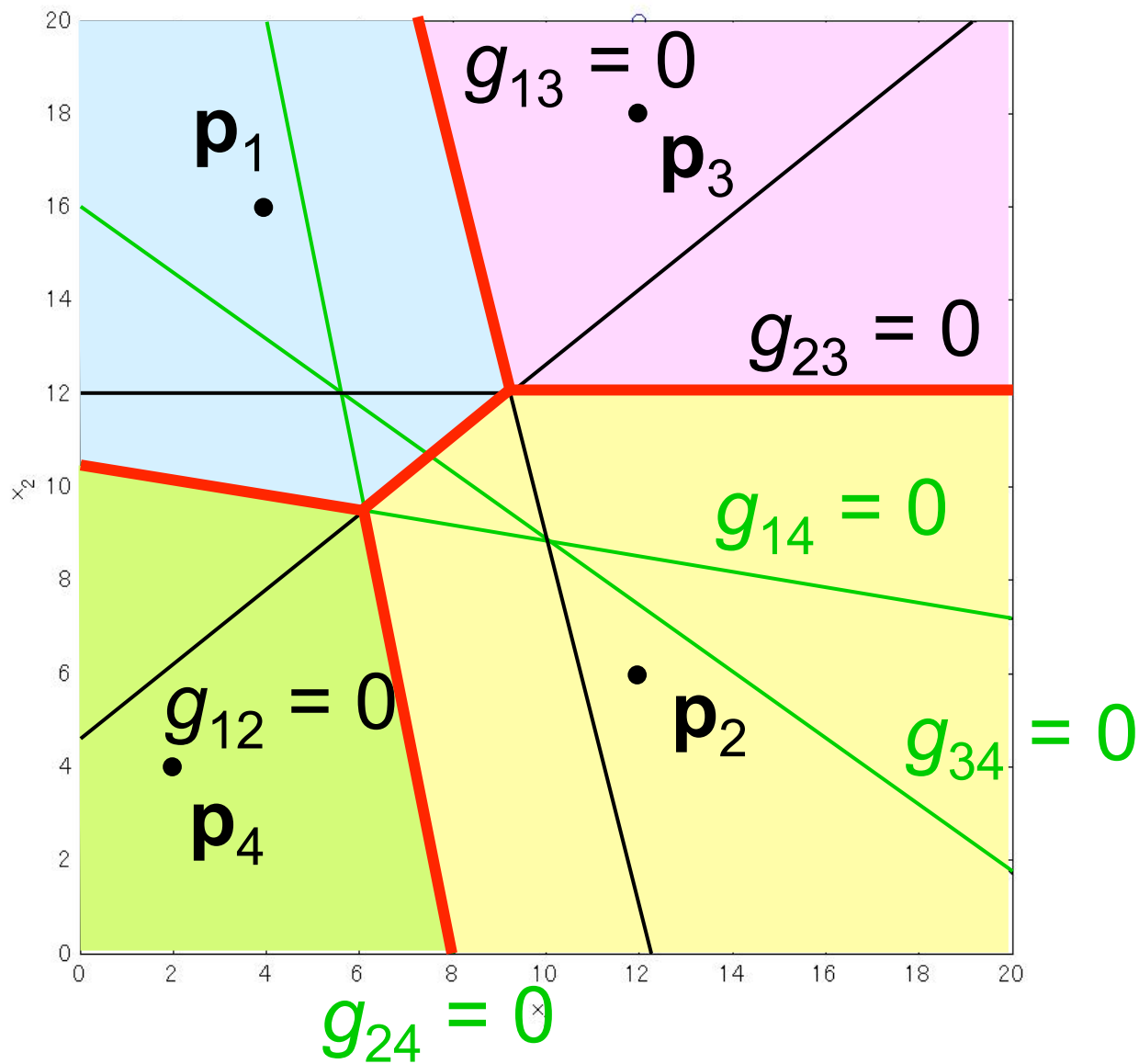
(線形識別関数による識別)

- 少なくとも問1~3には答えてください
- 時間があれば問4, 問5にも解答してください

# 問1, 問3の答



# 問1, 問4の答



# 多数決による識別 (教科書60p)

# 多数決による識別法 (クラス数=5の場合)

最高得票数

= クラス数 - 1

$$g_{ij}(\mathbf{x}) > 0 \rightarrow \mathbf{x} \in \omega_i$$

$$g_{ij}(\mathbf{x}) < 0 \rightarrow \mathbf{x} \in \omega_j$$

${}^5C_2$   
= 10

| 識別関数     | 符号 | クラス $\omega_1$ | クラス $\omega_2$ | クラス $\omega_3$ | クラス $\omega_4$ | クラス $\omega_5$ |
|----------|----|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| $g_{12}$ | +  | ○              |                |                |                |                |
| $g_{13}$ | +  | ○              |                |                |                |                |
| $g_{14}$ | +  | ○              |                |                |                |                |
| $g_{15}$ | +  | ○              |                |                |                |                |
| $g_{23}$ | -  |                |                | ○              |                |                |
| $g_{24}$ | +  |                | ○              |                |                |                |
| $g_{25}$ | -  |                |                |                |                | ○              |
| $g_{34}$ | -  |                |                |                | ○              |                |
| $g_{35}$ | -  |                |                |                |                | ○              |
| $g_{45}$ | -  |                |                |                |                | ○              |
| 得票数      |    | 4              | 1              | 1              | 1              | 3              |

# 多数決による識別法 (クラス数=5の場合)

$$g_{ij}(\mathbf{x}) > 0 \rightarrow \mathbf{x} \in \omega_i$$

$$g_{ij}(\mathbf{x}) < 0 \rightarrow \mathbf{x} \in \omega_j$$

| 識別関数 | 符号 | クラス $\omega_1$ | クラス $\omega_2$ | クラス $\omega_3$ | クラス $\omega_4$ | クラス $\omega_5$ |
|------|----|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| g 12 | +  | ○              |                |                |                |                |
| g 13 | +  | ○              |                |                |                |                |
| g 14 | +  | ○              |                |                |                |                |
| g 15 | -  |                |                |                |                | ○              |
| g 23 | -  |                |                | ○              |                |                |
| g 24 | +  |                | ○              |                |                |                |
| g 25 | -  |                |                |                |                | ○              |
| g 34 | -  |                |                |                | ○              |                |
| g 35 | -  |                |                |                |                | ○              |
| g 45 | -  |                |                |                |                | ○              |
| 得票数  |    | 3              | 1              | 1              | 1              | 4              |

# 多数決による識別 (演習)

・解答用紙の上下の表を使って問6に答えてください



多数決による識別 演習 解答用紙 (クラス数 = 4 の場合)

$$g_{ij}(x) > 0 \rightarrow x \in \omega_i$$

$$g_{ij}(x) < 0 \rightarrow x \in \omega_j$$

入力パターン(2, 9)に対して

| 識別関数     | 値   | 符号  | $\omega_1$ | $\omega_2$ | $\omega_3$ | $\omega_4$ |
|----------|-----|-----|------------|------------|------------|------------|
| $g_{12}$ | 28  | +   | ○          |            |            |            |
| $g_{13}$ | 64  | +   | ○          |            |            |            |
| $g_{14}$ | -14 | -   |            |            |            | ○          |
| $g_{23}$ | 36  | +   |            | ○          |            |            |
| $g_{24}$ | -42 | -   |            |            |            | ○          |
| $g_{34}$ | -78 | -   |            |            |            | ○          |
| 得票数      | *** | *** | 2          | 1          | 0          | 3          |

## 多数決による識別 演習 解答用紙 (クラス数 = 4 の場合)

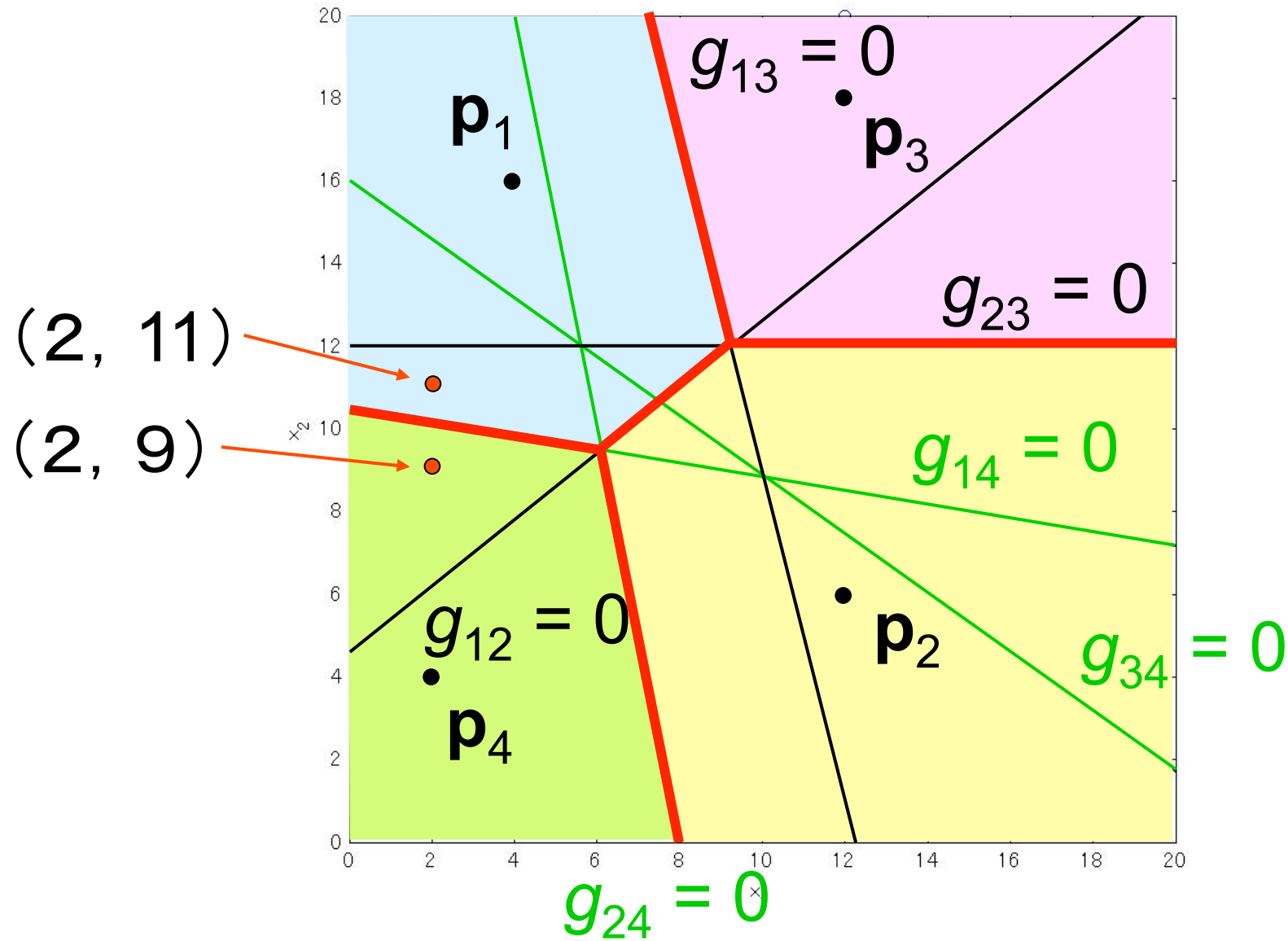
$$g_{ij}(x) > 0 \rightarrow x \in \omega_i$$

$$g_{ij}(x) < 0 \rightarrow x \in \omega_j$$

入力パターン(2, 11)に対して

| 識別関数     | 値   | 符号  | $\omega_1$ | $\omega_2$ | $\omega_3$ | $\omega_4$ |
|----------|-----|-----|------------|------------|------------|------------|
| $g_{12}$ | 48  | +   | ○          |            |            |            |
| $g_{13}$ | 60  | +   | ○          |            |            |            |
| $g_{14}$ | 10  | +   | ○          |            |            |            |
| $g_{23}$ | 12  | +   |            | ○          |            |            |
| $g_{24}$ | -38 | -   |            |            |            | ○          |
| $g_{34}$ | -50 | -   |            |            |            | ○          |
| 得票数      | *** | *** | 3          | 1          | 0          | 2          |

# 問6の答



(教科書59p)

## [2] 線形識別関数を用いた 多クラスでの識別

(教科書61p)

## 図4.1 線形識別関数による 多クラスでの識別

(c) 識別関数  $g_i(x)$  の大小によってクラスを決定できる場合  
(61p)

# 図4.1 線形識別関数による多クラス識別 (c)

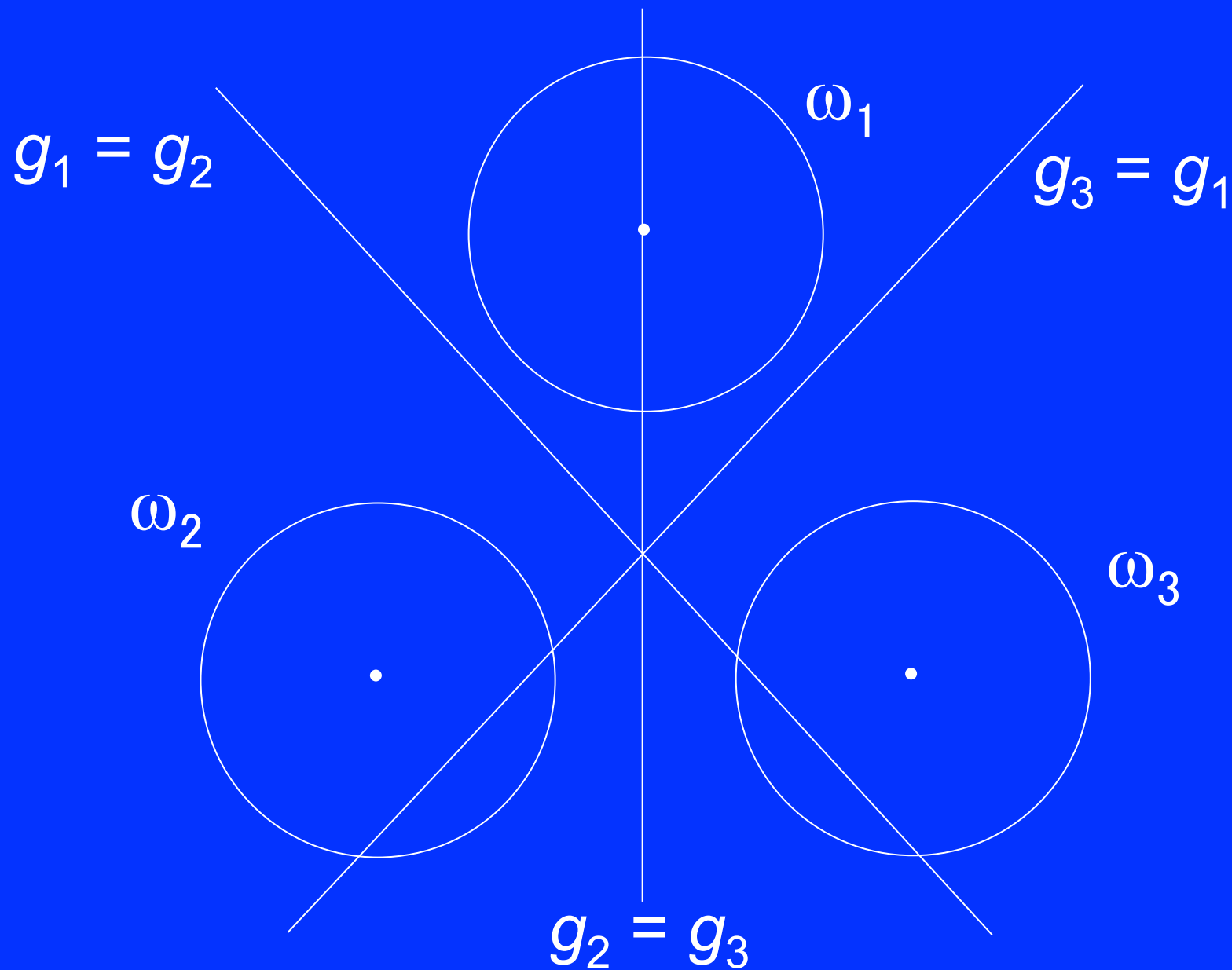
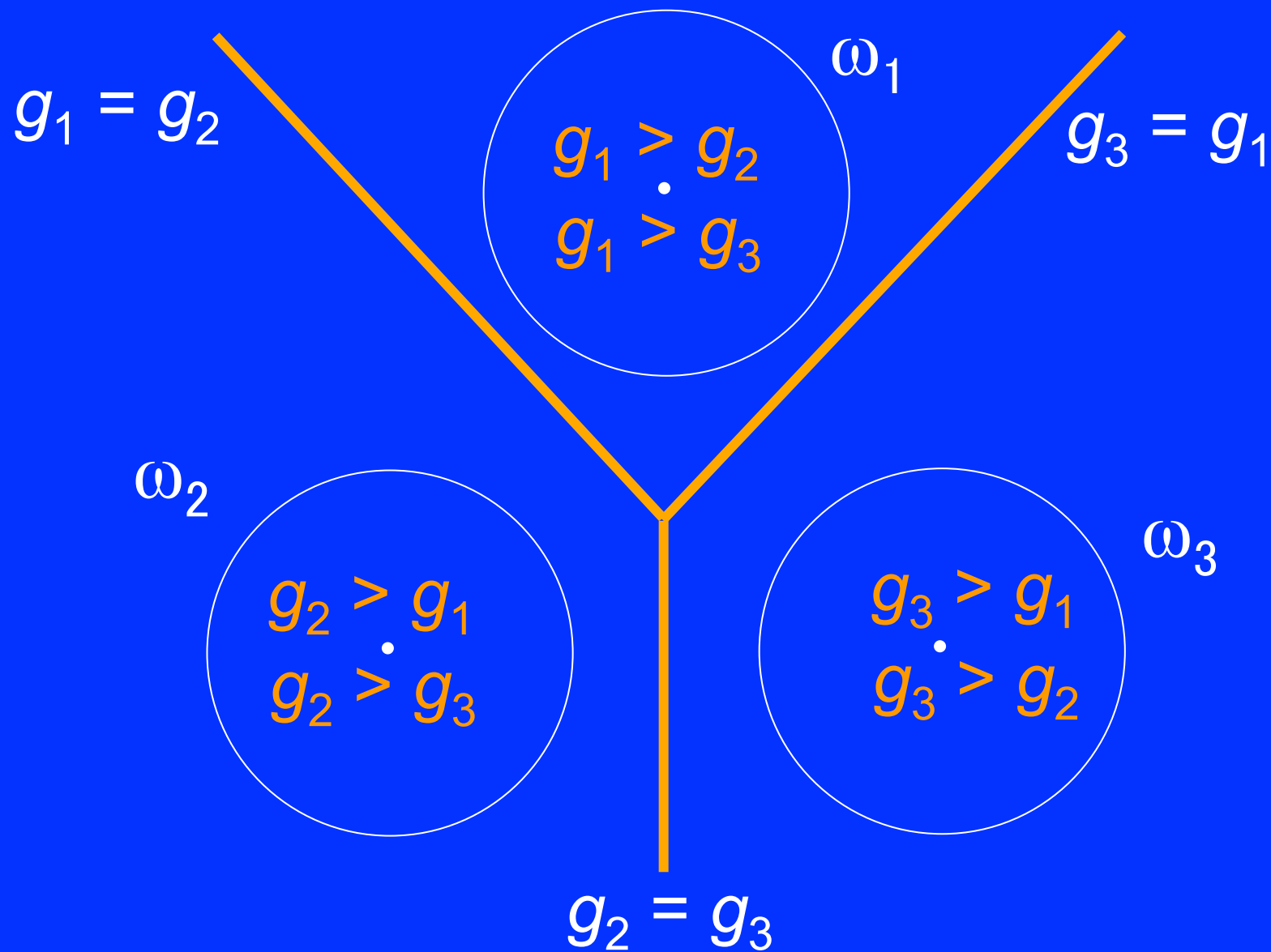


図4.1 線形識別関数による多クラスでの識別 (c)



(b) 任意のクラス  $\omega_i$  と  
 $\omega_i$  以外のすべてのクラスとが  
線形分離可能な場合  
(60p)



# 図4.1 線形識別関数による多クラス識別 (b)

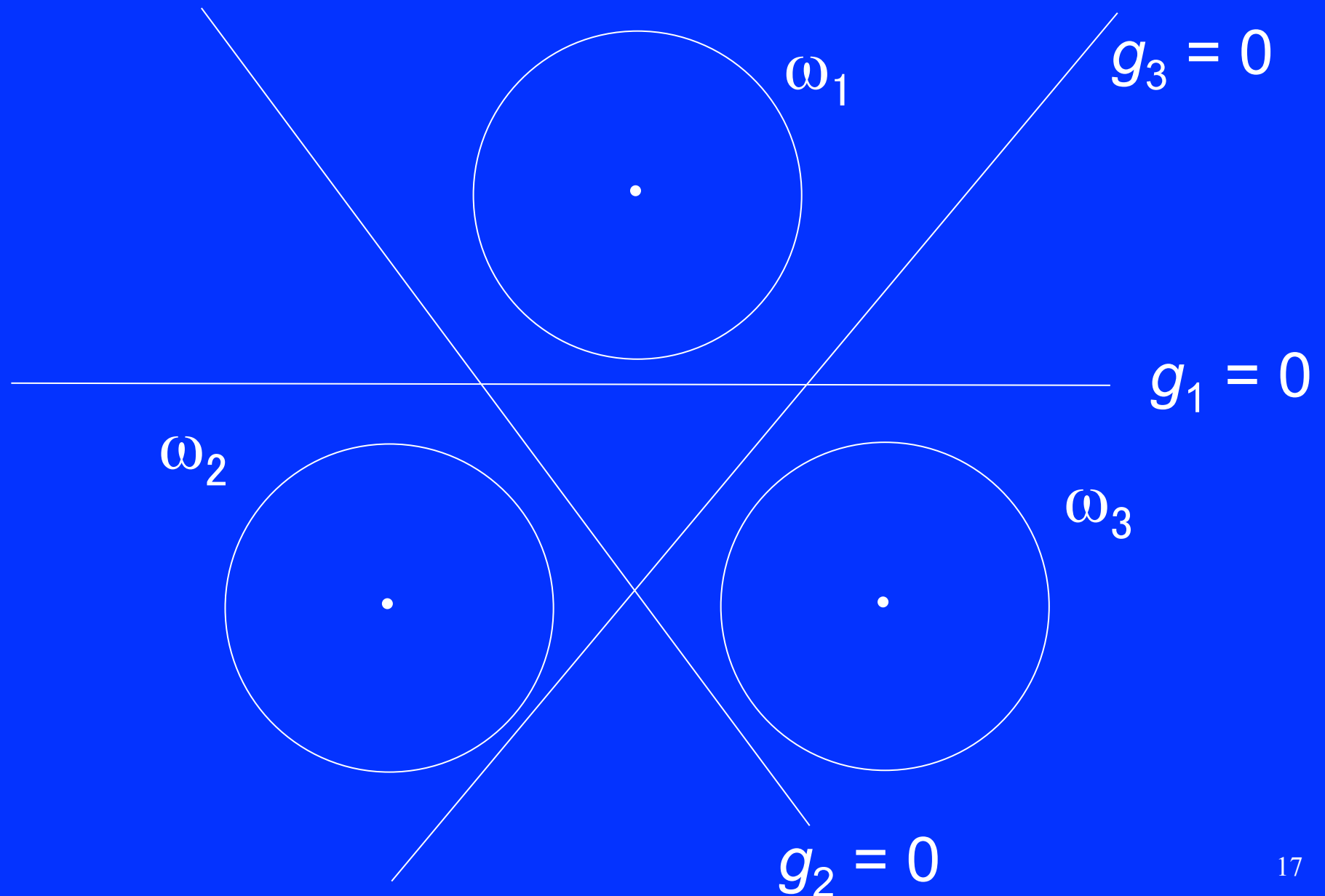


図4.1 線形識別関数による多クラス識別 (b)

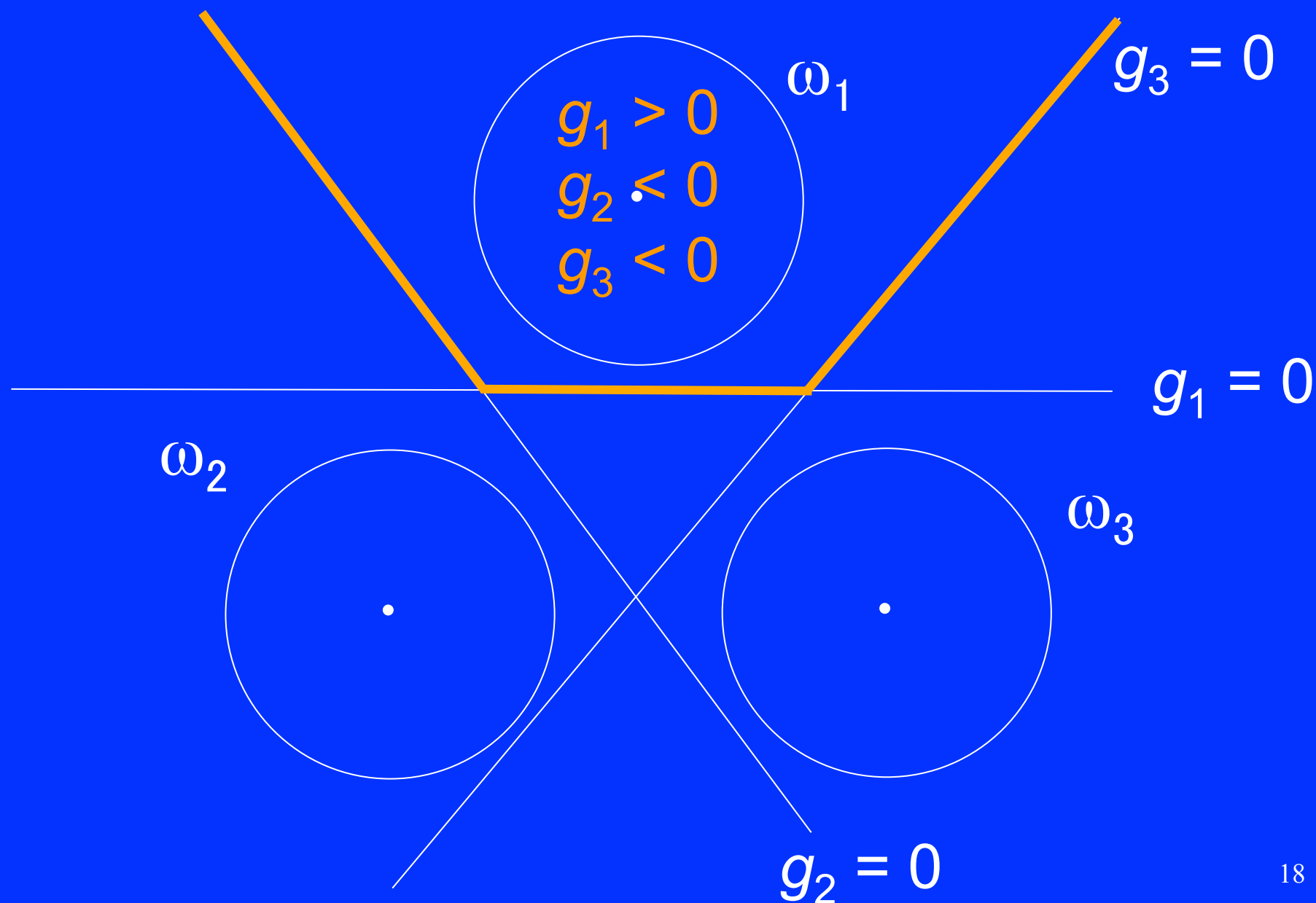


図4.1 線形識別関数による多クラス識別 (b)

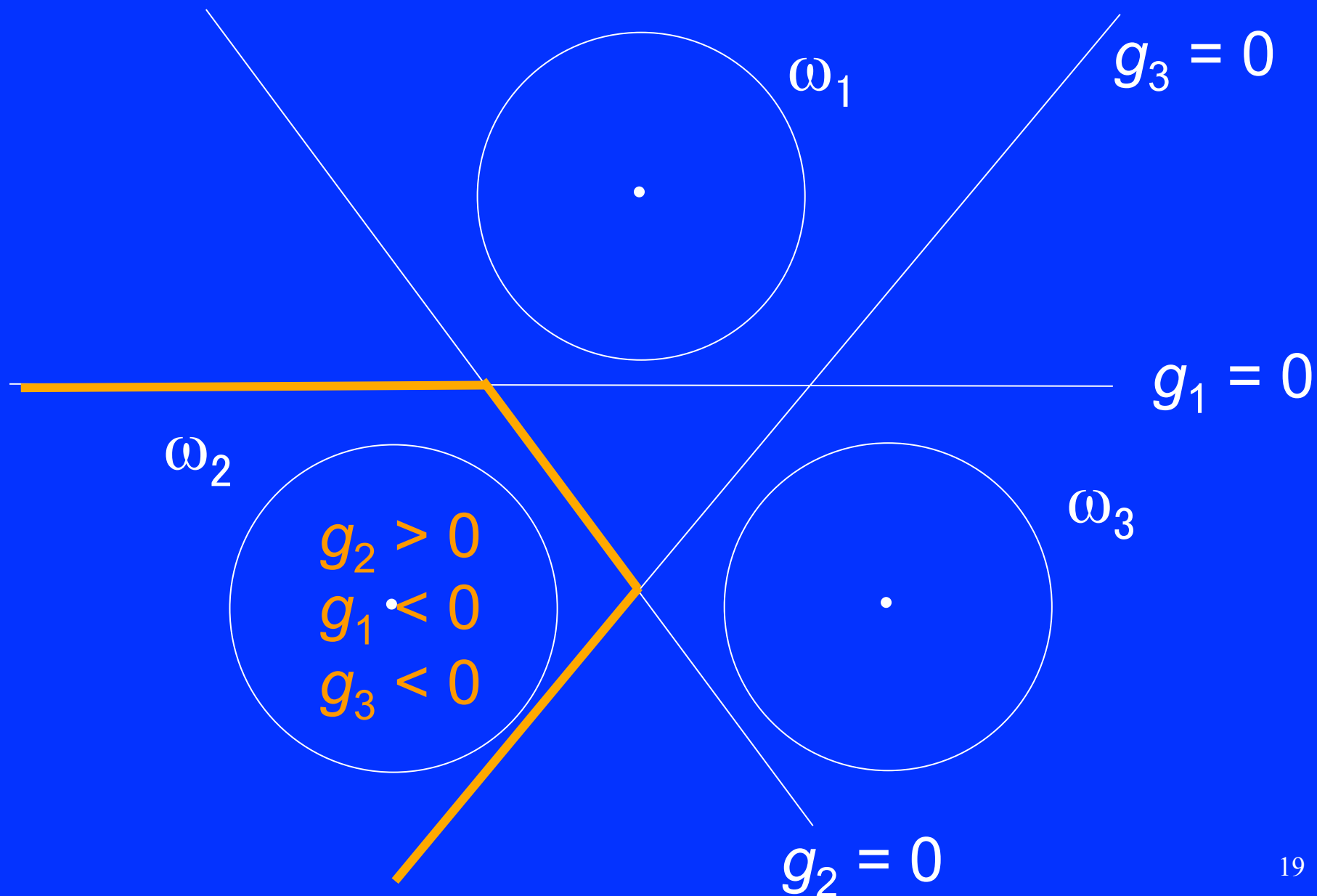


図4.1 線形識別関数による多クラスへの識別 (b)

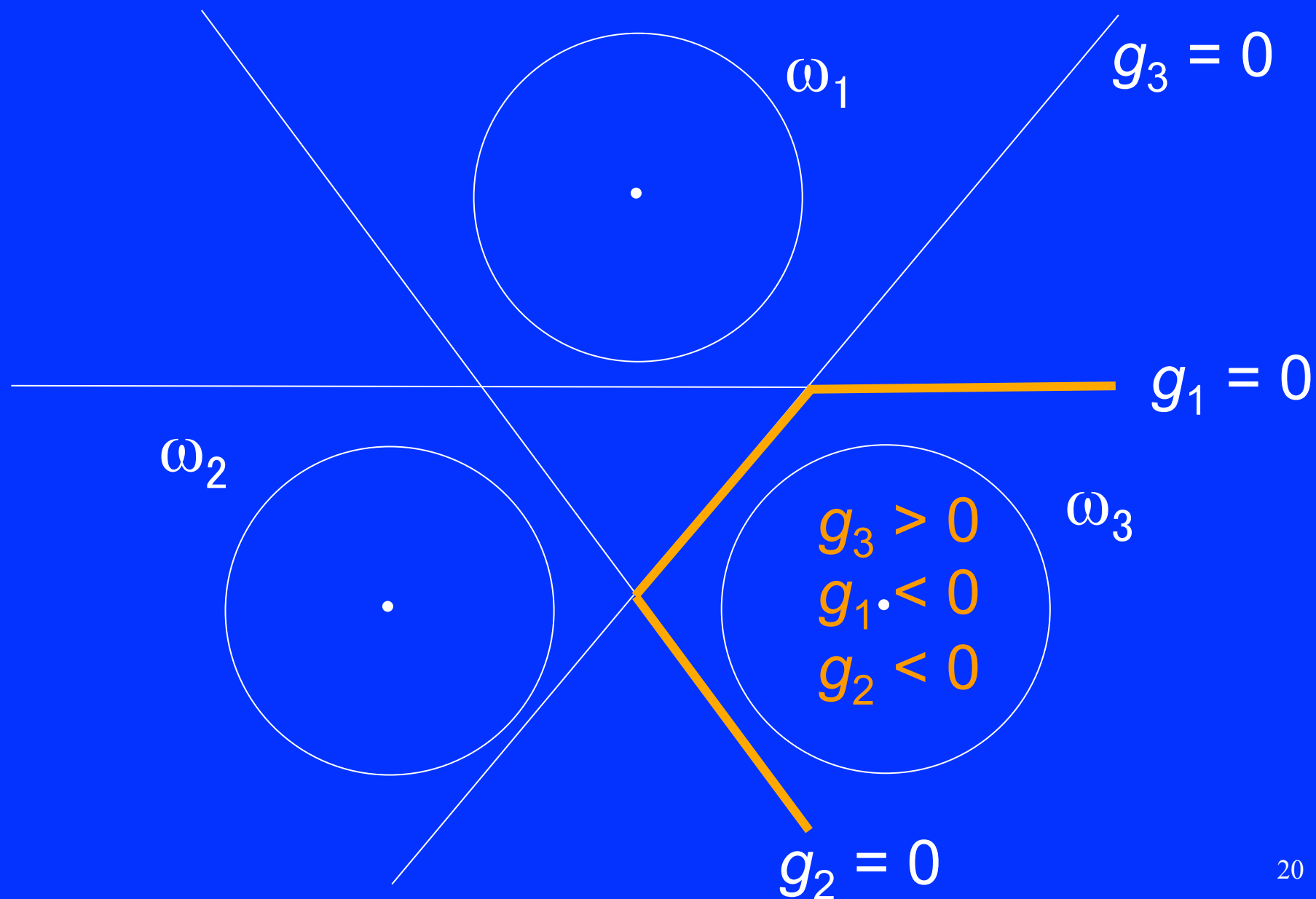
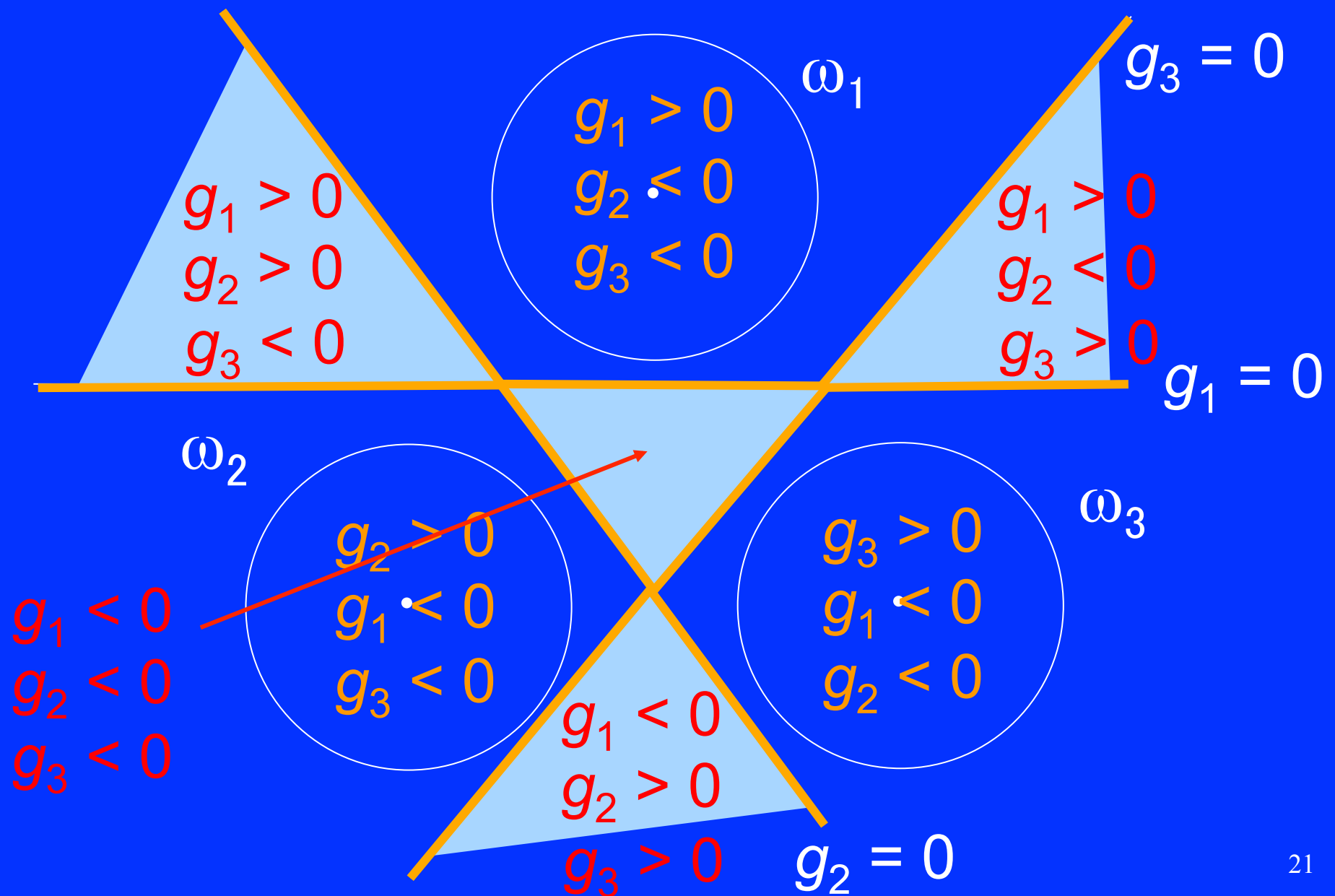
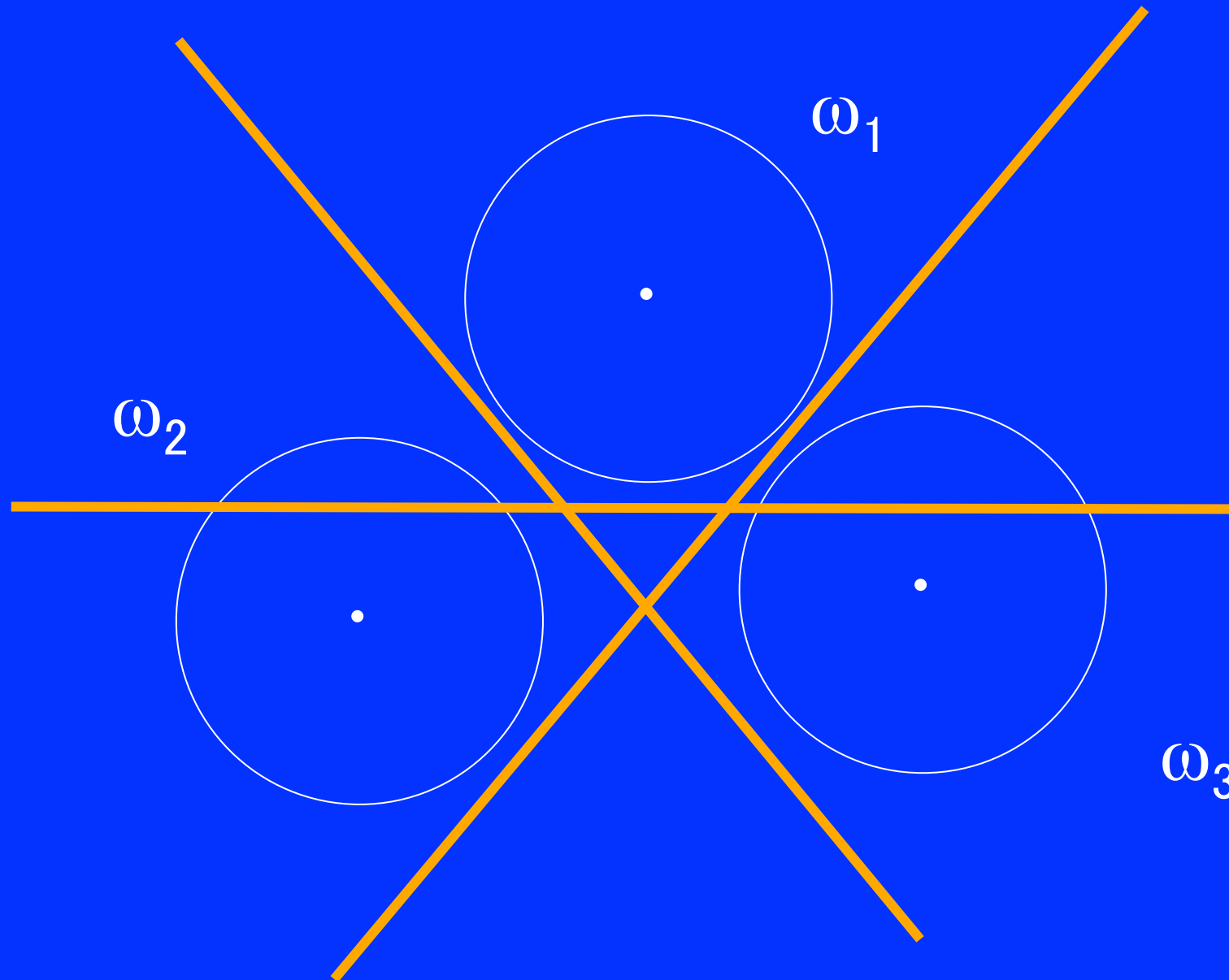


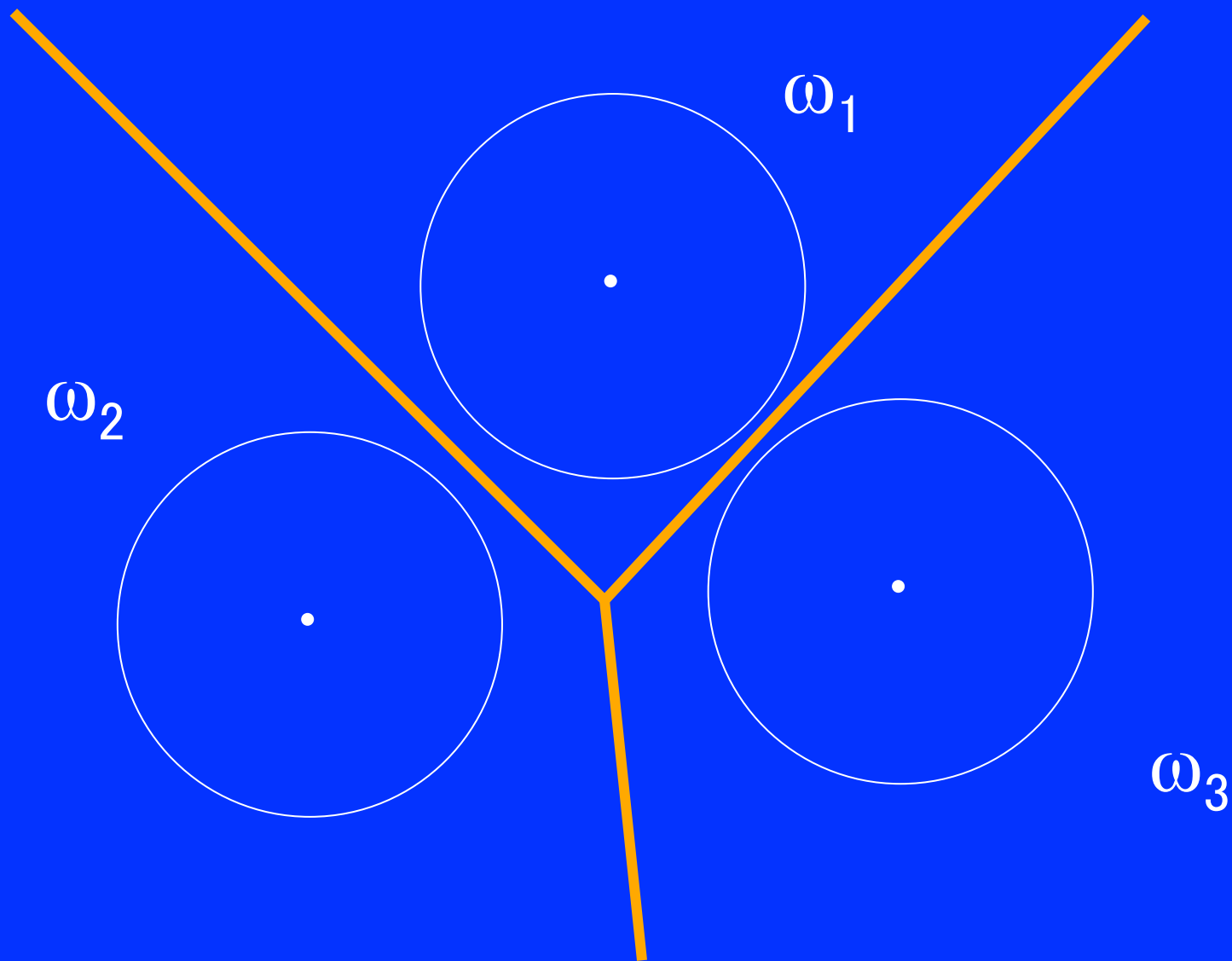
図4.1 線形識別関数による多クラス識別 (b)



(b)が適用できない



# (c)なら分離できる



(a) 任意の二つのクラス  
 $\omega_i, \omega_j$  が線形分離可能  
な場合  
(60p)

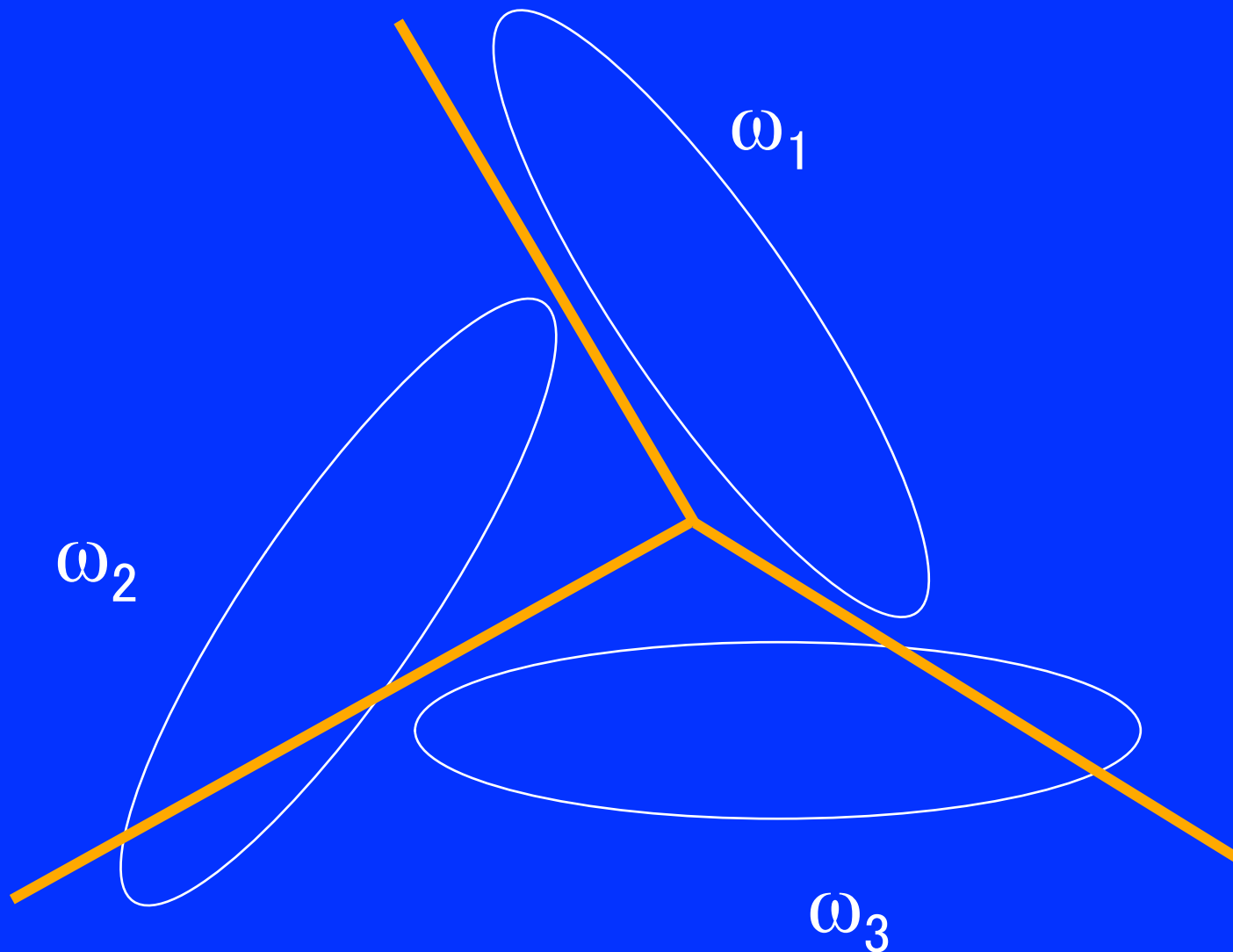


(a) 任意の二つのクラス  $\omega_i, \omega_j$  が  
線形分離可能な場合 (60p)

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{x} \in \omega_i \quad \Longrightarrow \quad g_{ij}(\mathbf{x}) > 0 \\ \mathbf{x} \in \omega_j \quad \Longrightarrow \quad g_{ij}(\mathbf{x}) < 0 \end{array} \right. \quad (4.51)$$

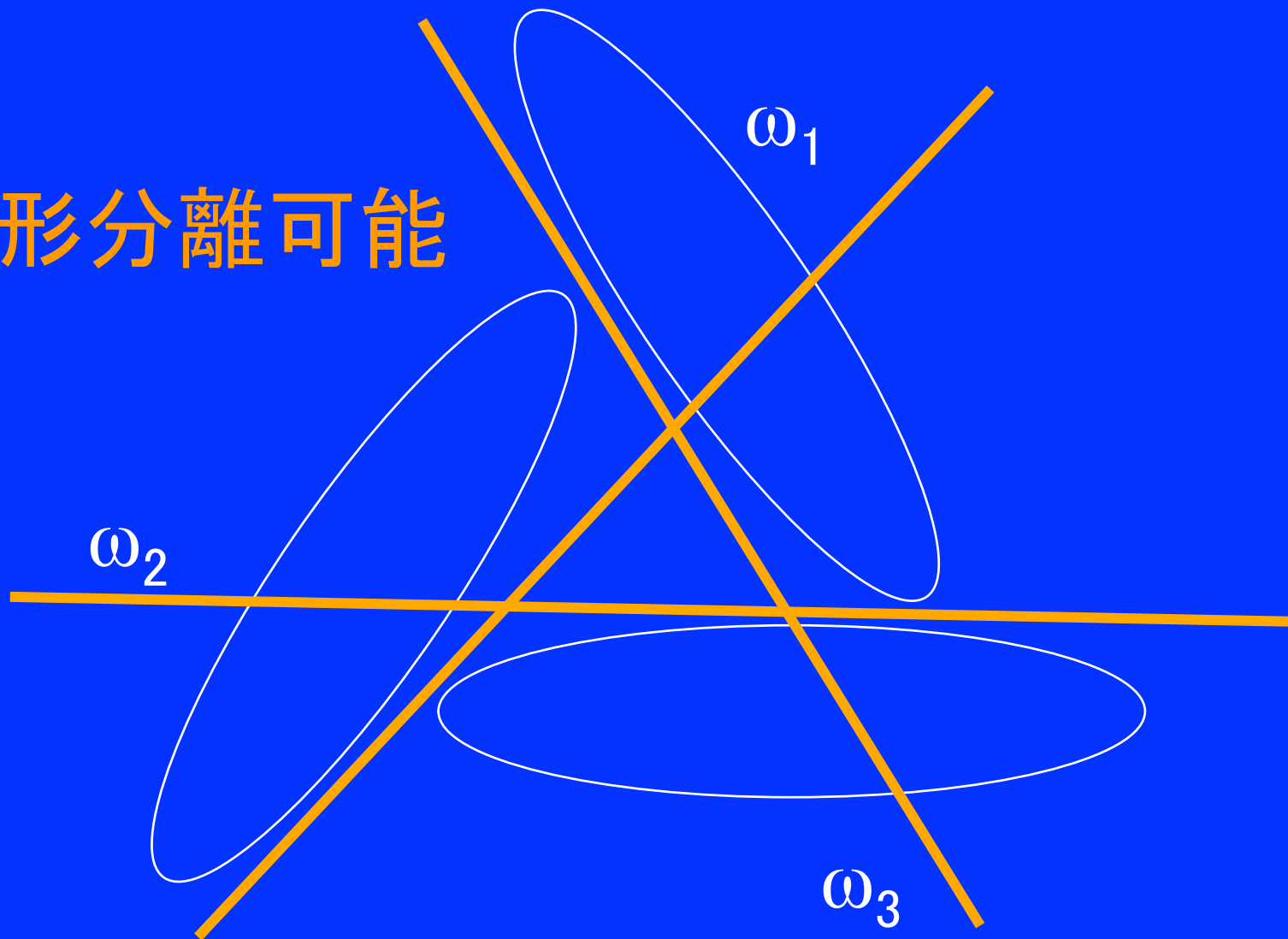
$$g_{ij}(\mathbf{x}) = -g_{ji}(\mathbf{x})$$

(c)が適用できない



# 二つのクラスなら分離できる

線形分離可能



# 図4.1 線形識別関数による多クラス識別 (a)

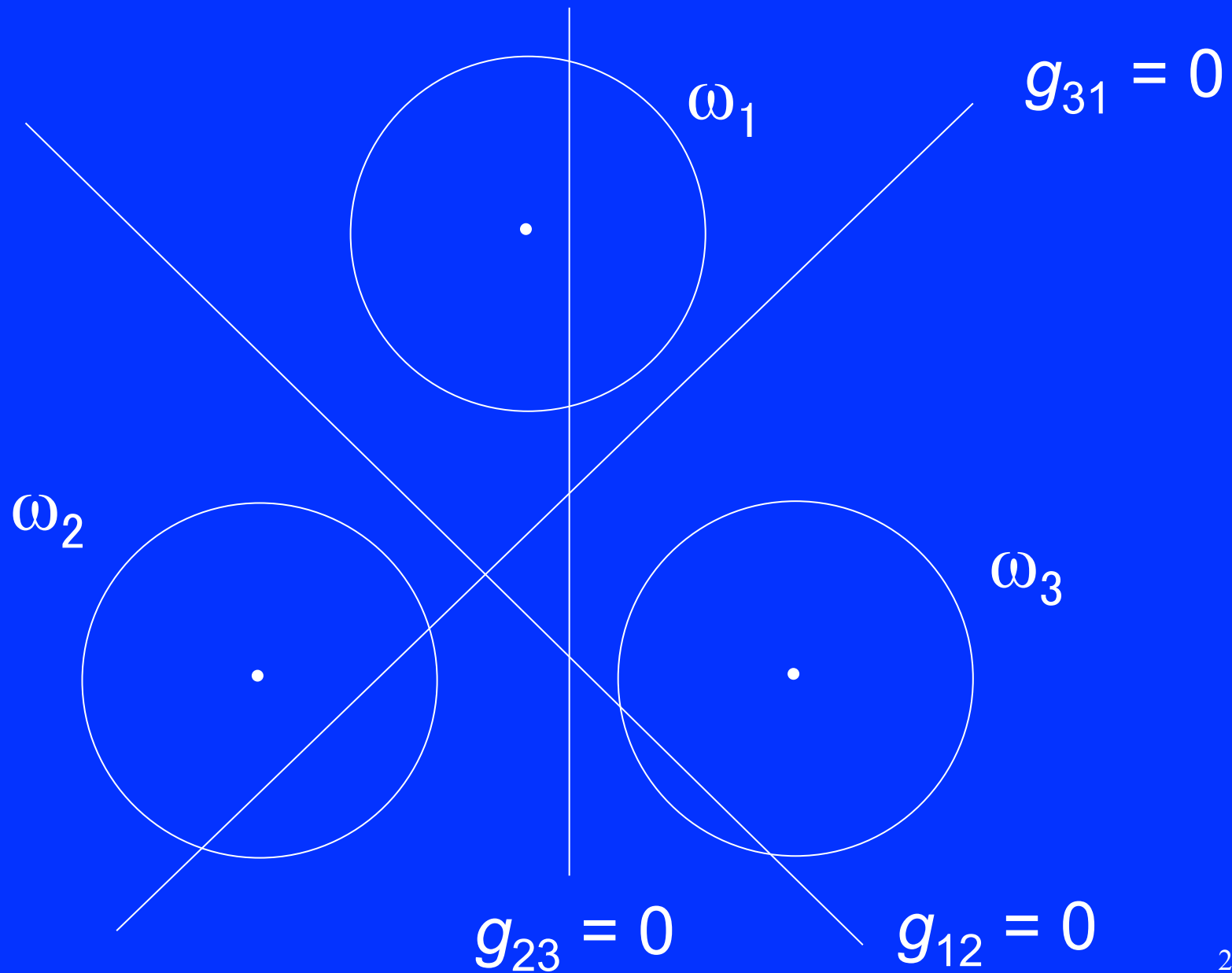


図4.1 線形識別関数による多クラスへの識別 (a)

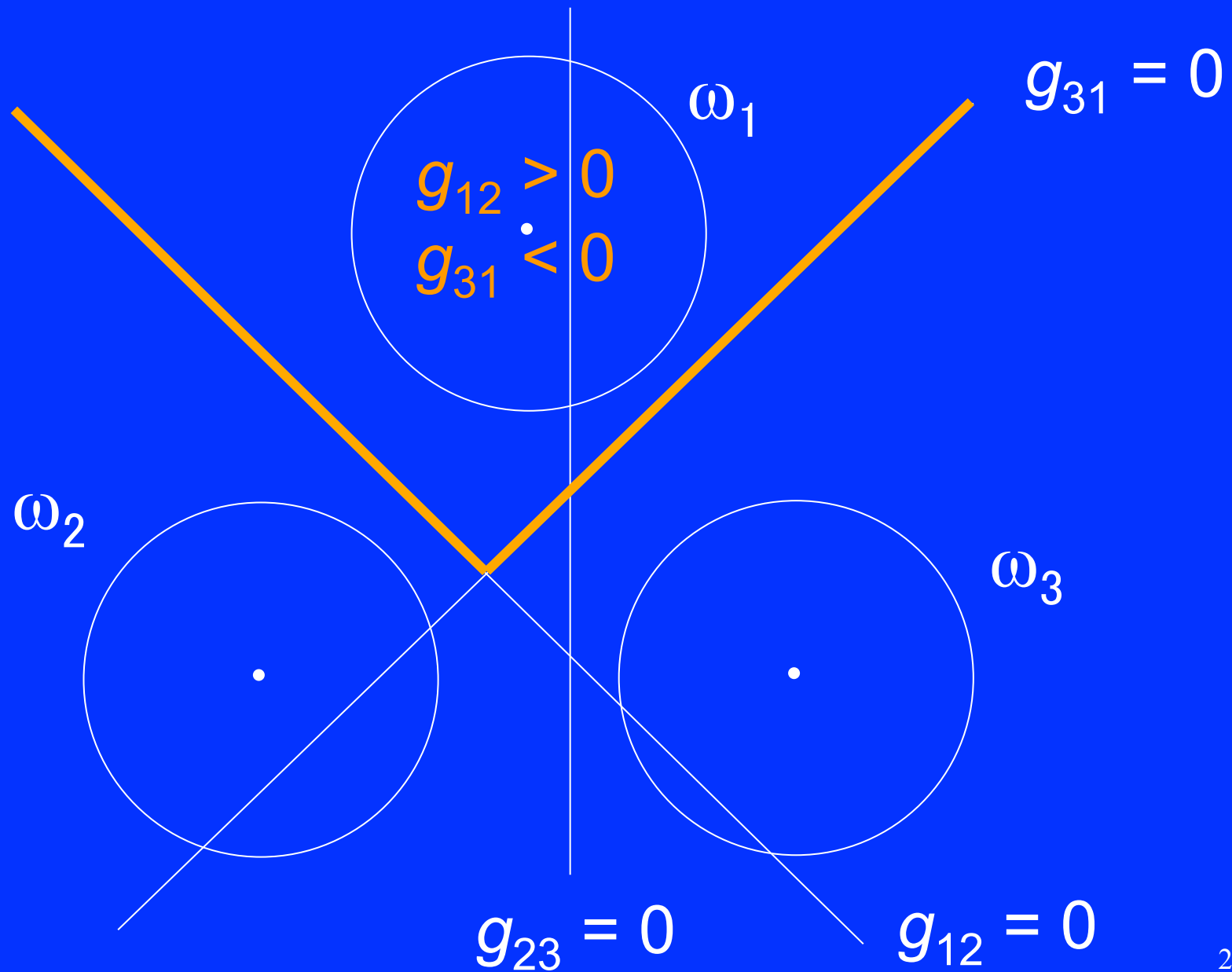


図4.1 線形識別関数による多クラスへの識別 (a)

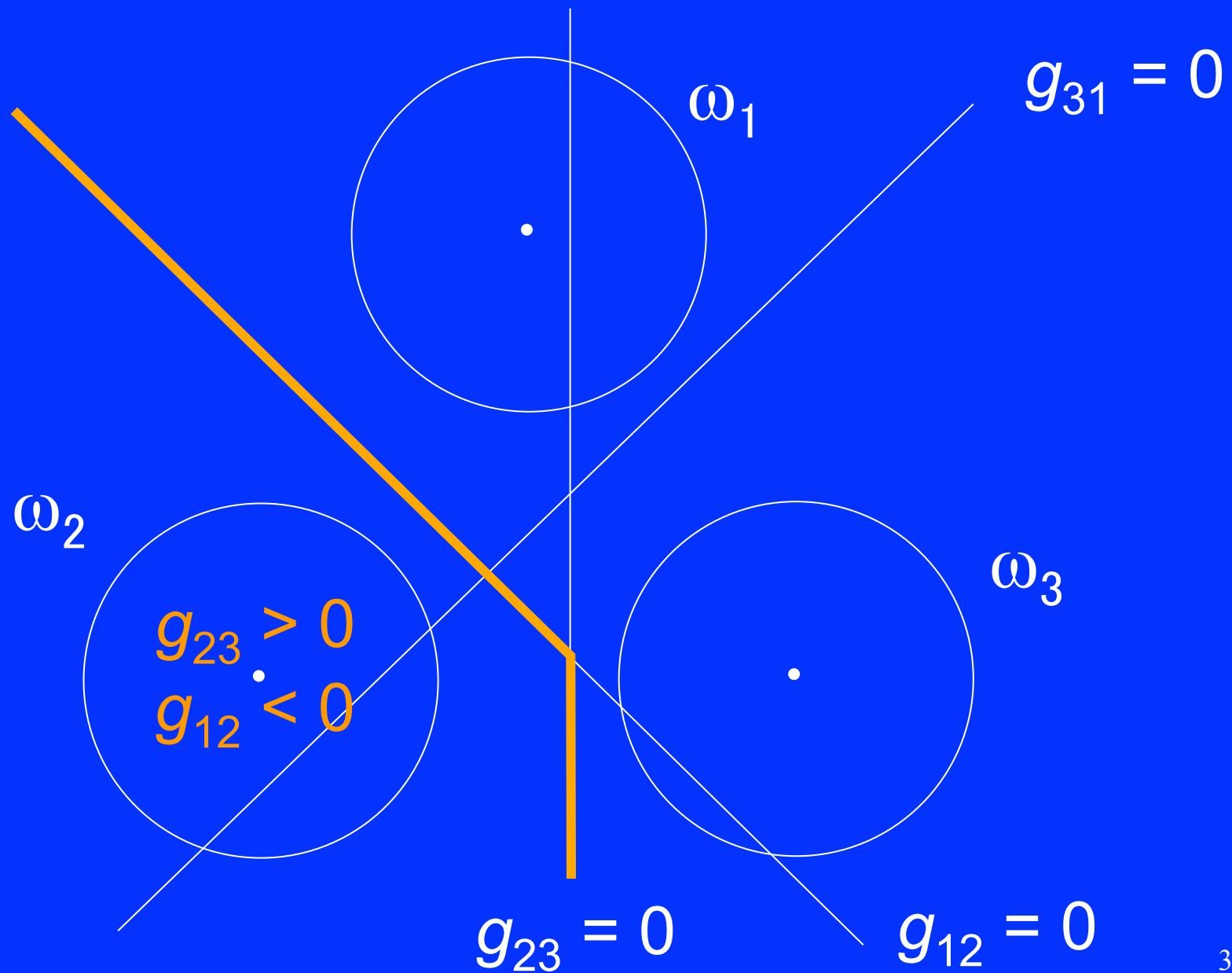


図4.1 線形識別関数による多クラスへの識別 (a)

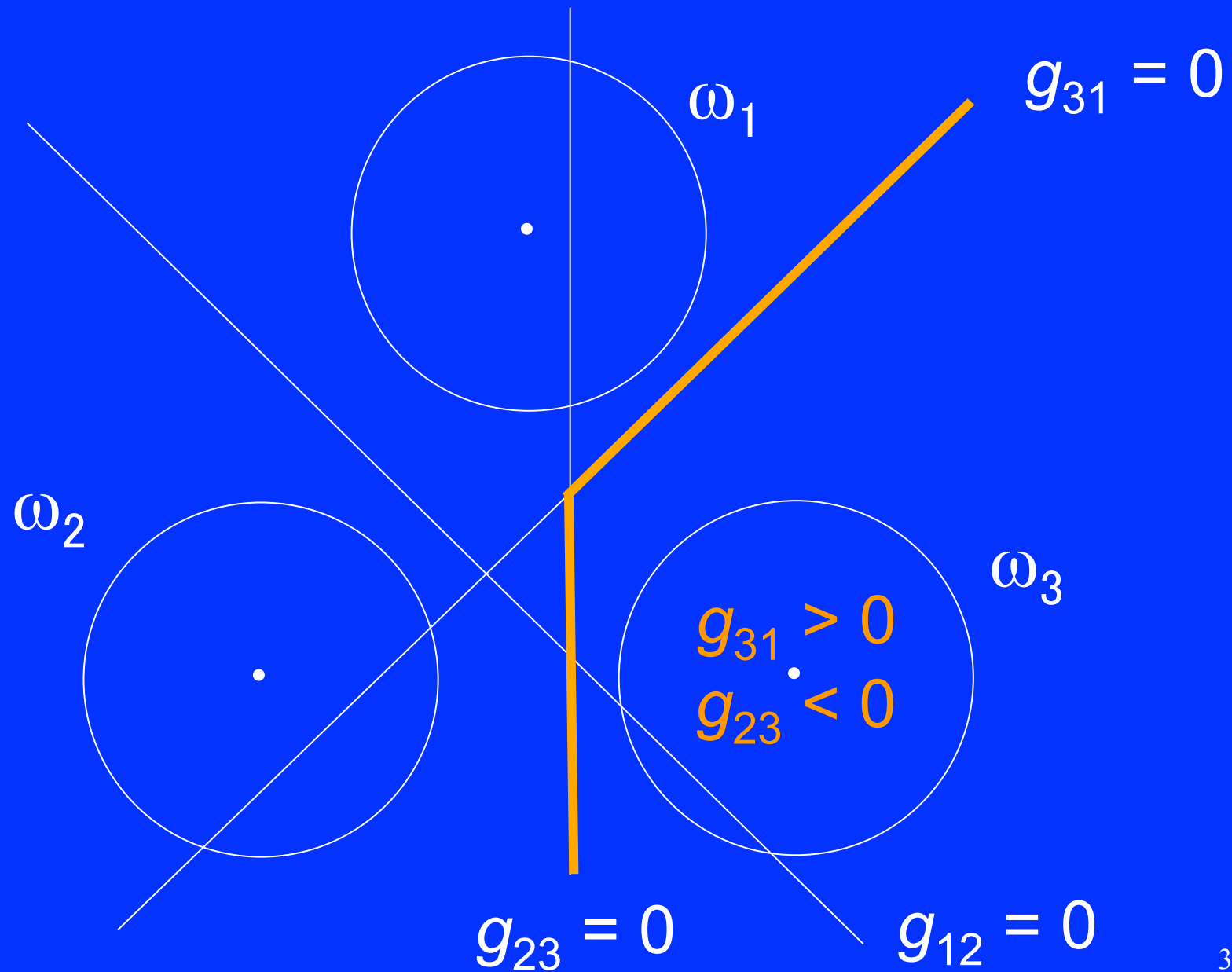
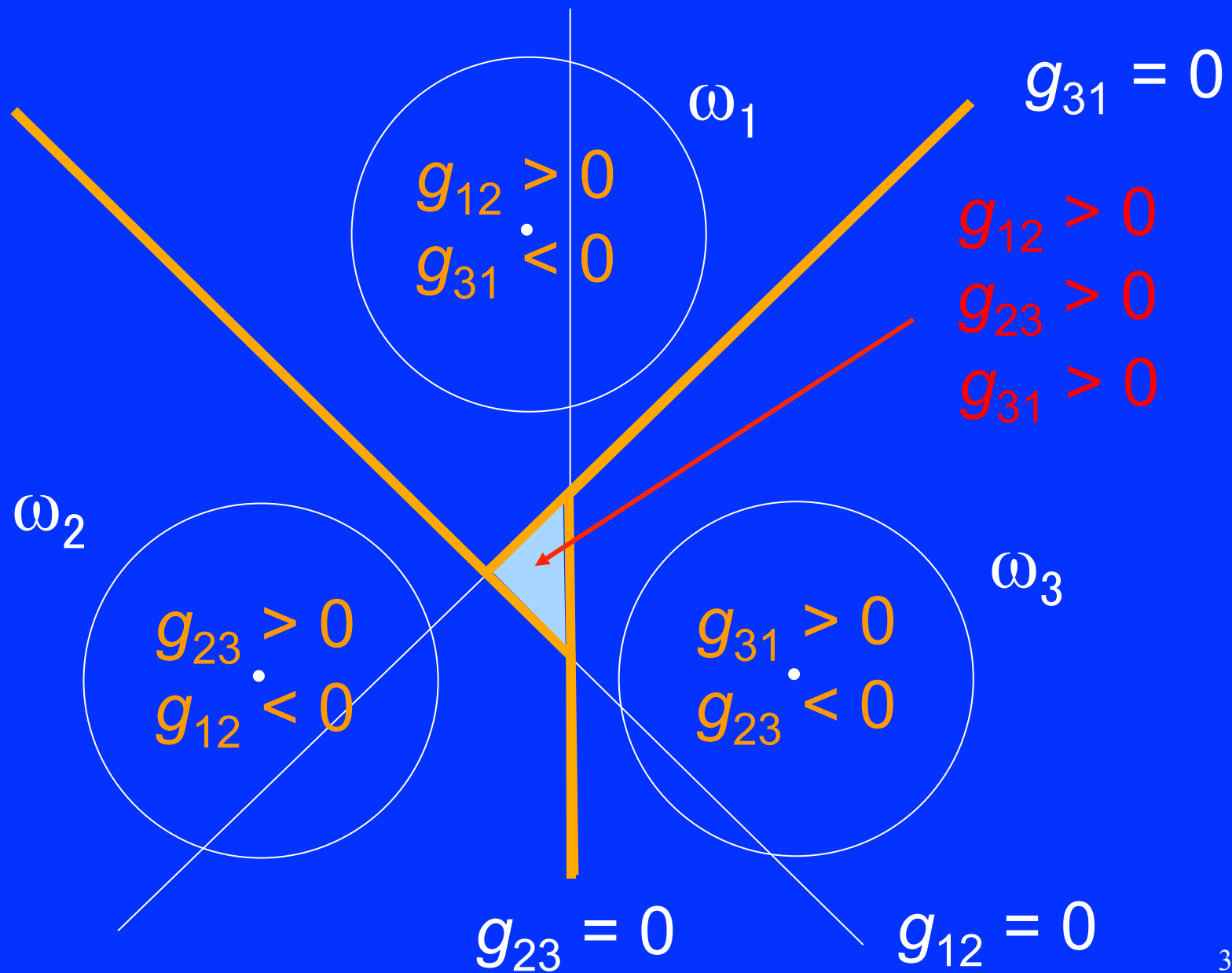


図4.1 線形識別関数による多クラス識別 (a)

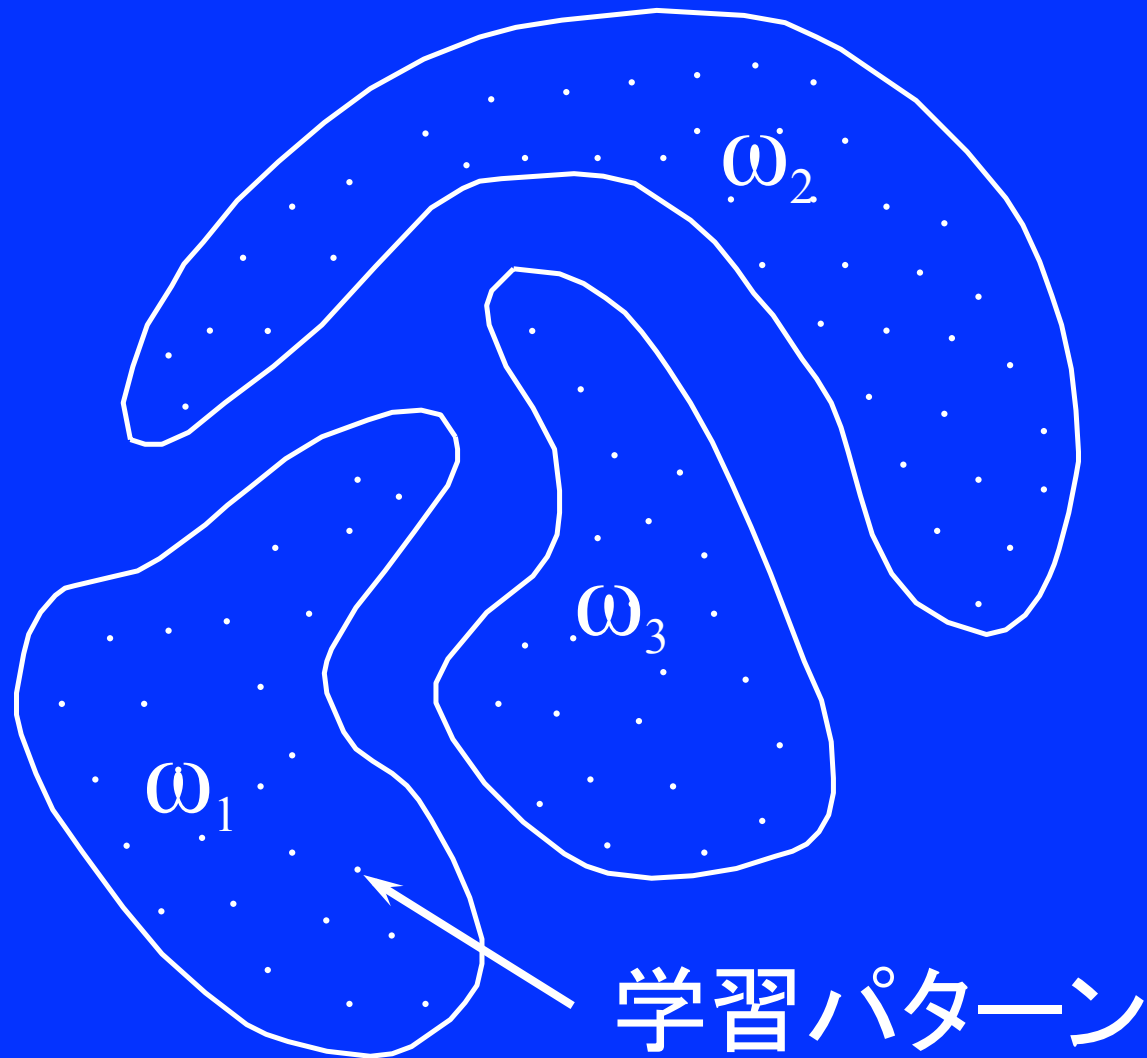




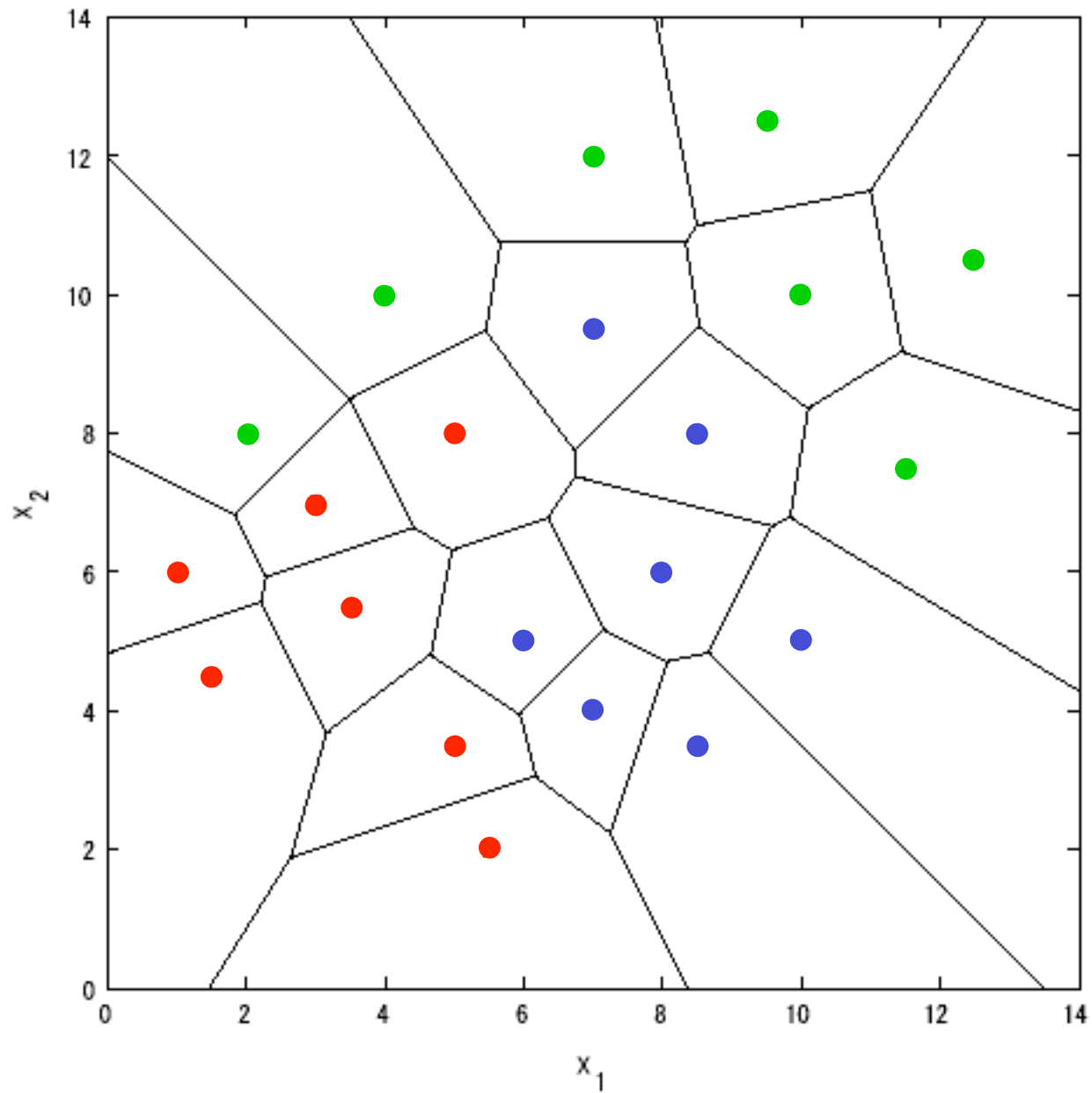
# 2.4 区分的線形識別関数

(25p)

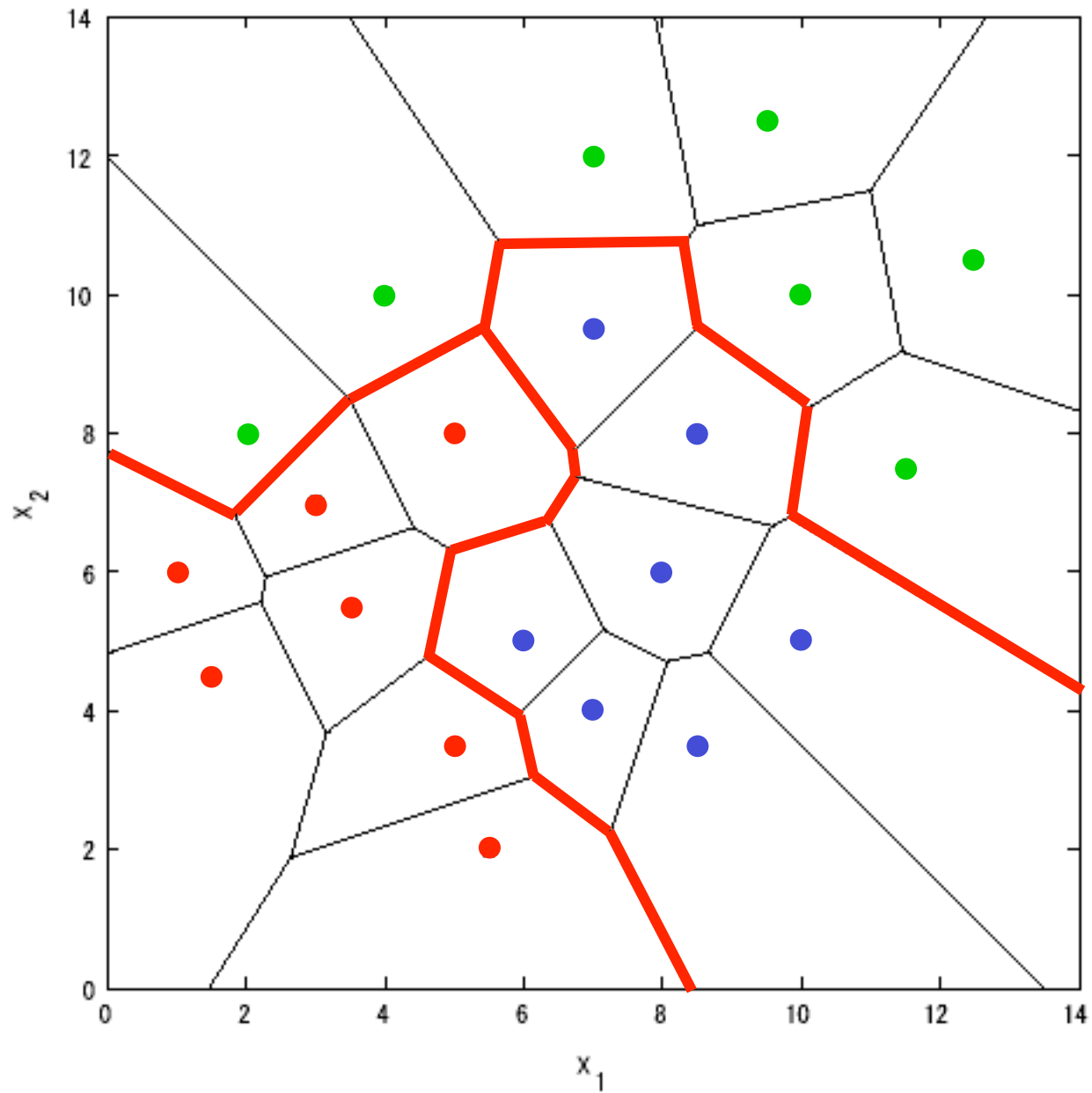
# 図2.9 線形分離不可能な分布



# 図2.10 ボロノイ図 (a)



# 図2.10 区別の線形識別関数 (a)



# 図2.10 ボロノイ図 (b)

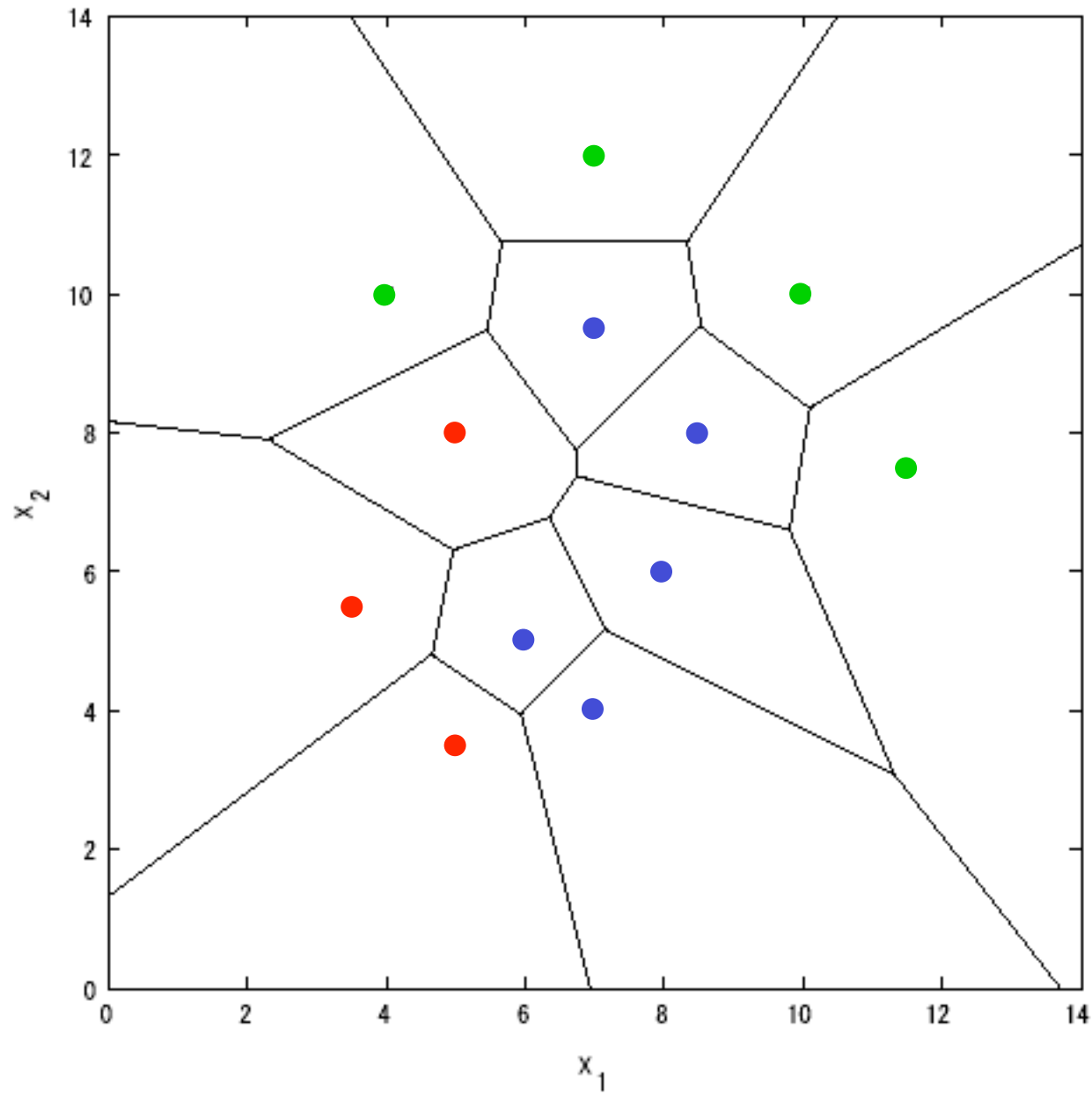
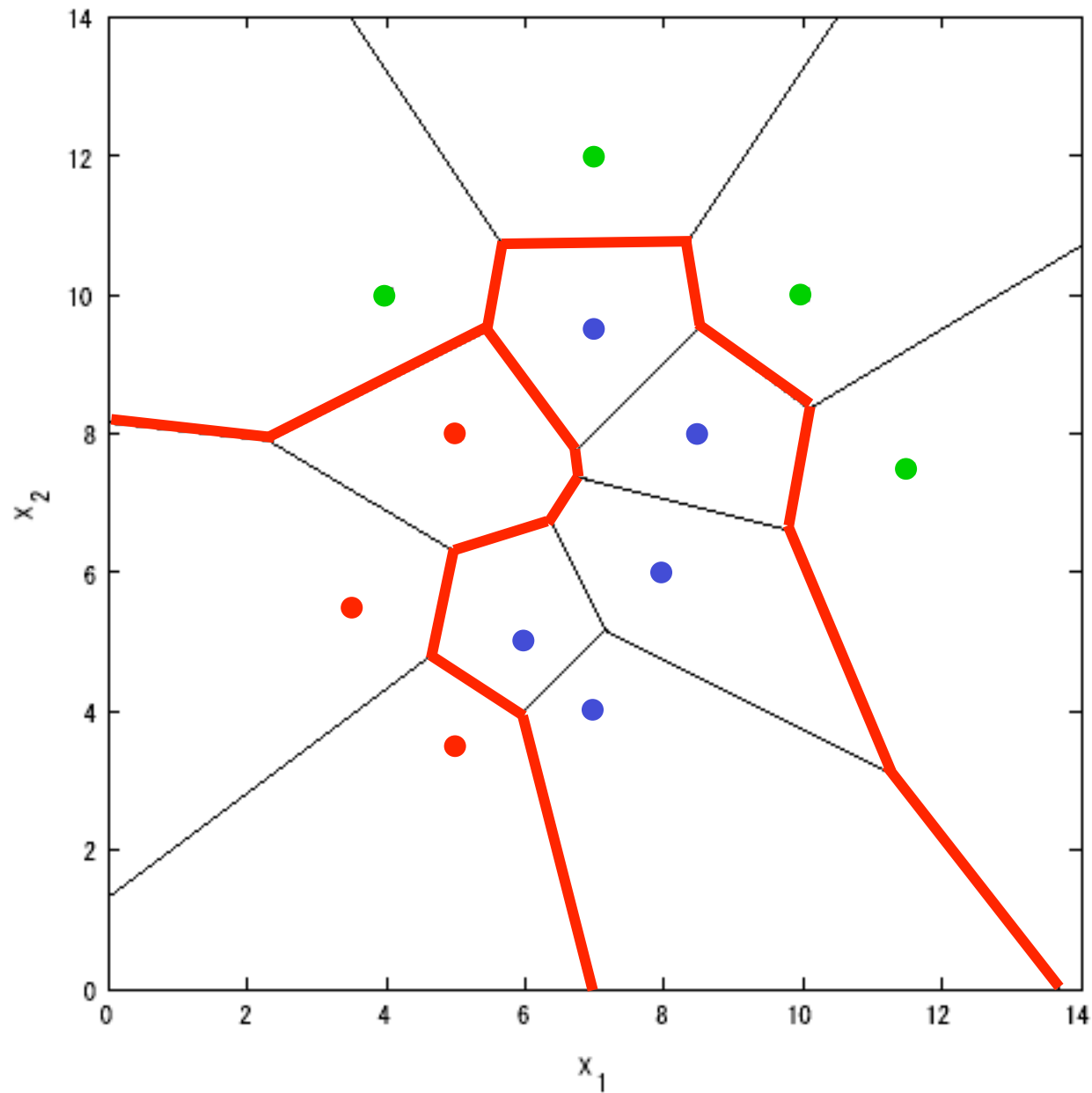
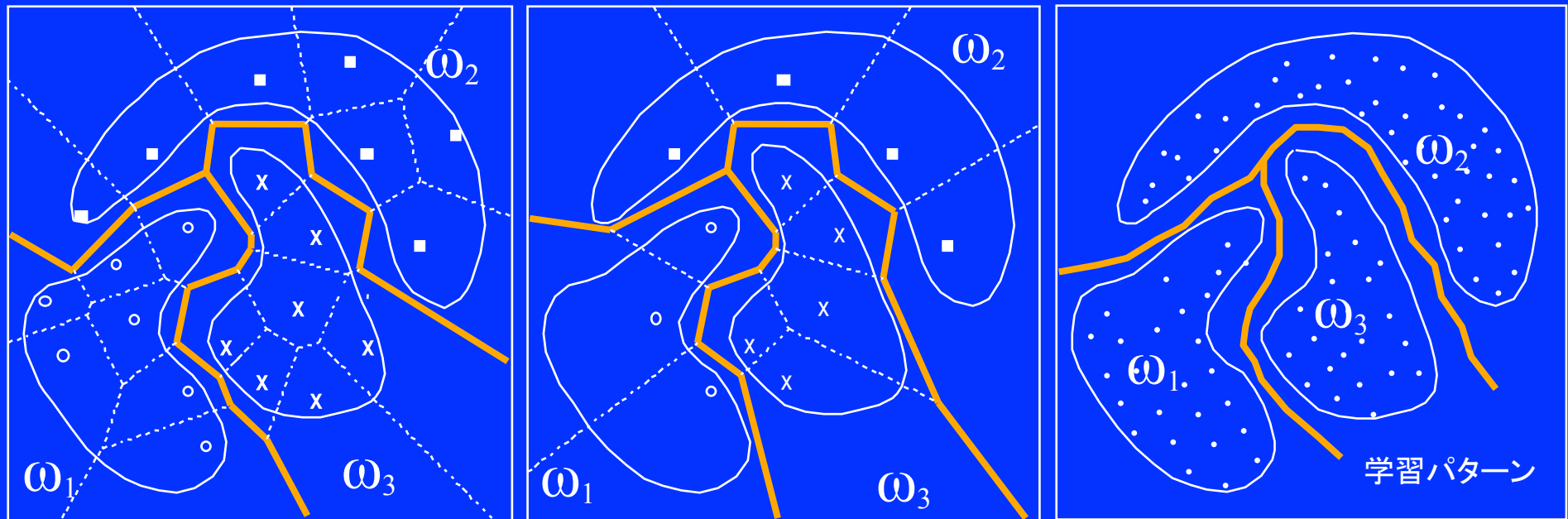


图2.10 区分的线形识别函数 (b)



# 図2.10 区分的線形識別関数による クラス間分離

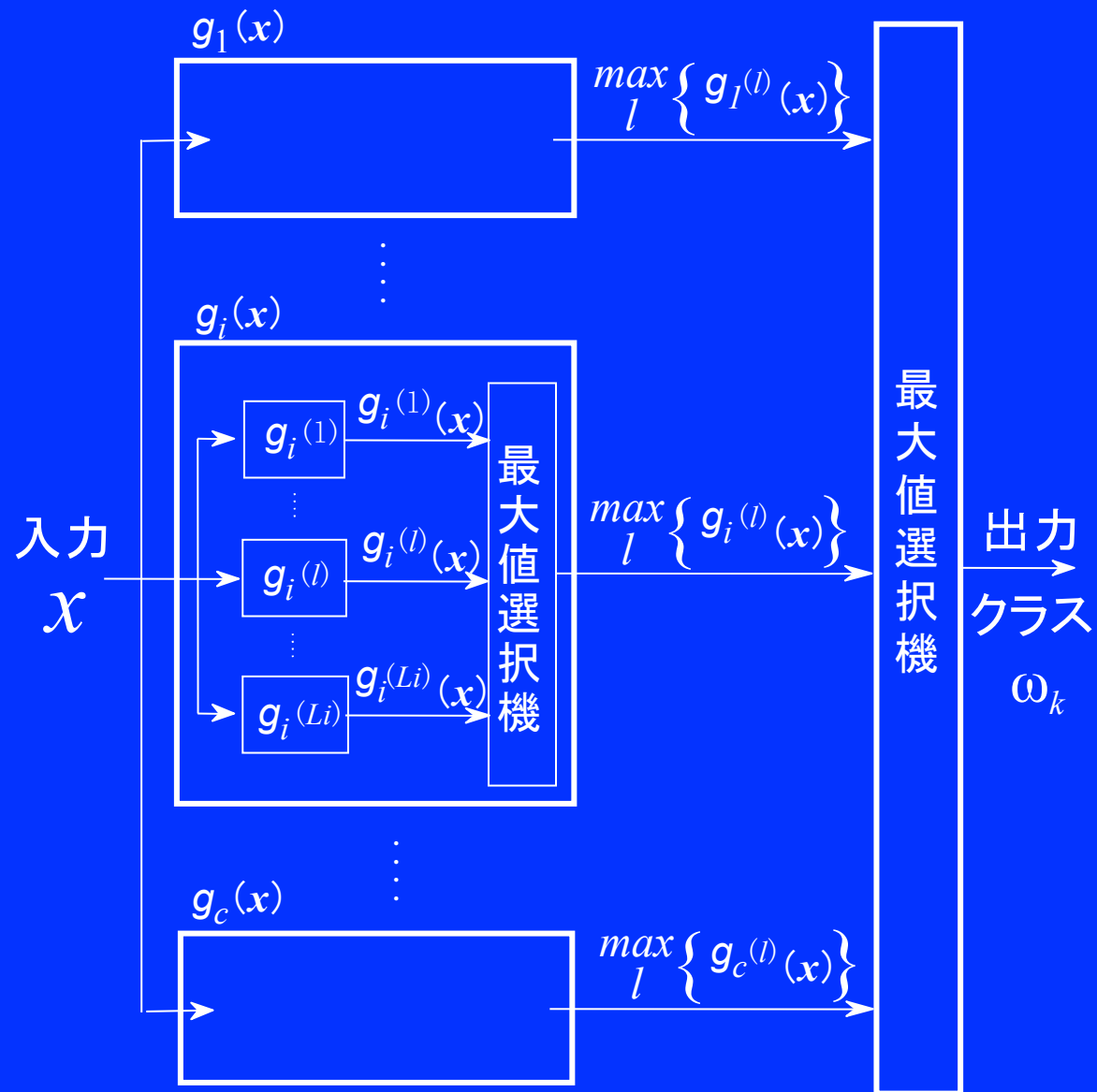


(a) プロトタイプ数  
=21

(b) プロトタイプ数  
=12

(c) プロトタイプ数  
=全学習パターン数

# 図2.11 区分的線形識別関数





# 区分的線形識別関数について

1. どのような複雑な決定境界も任意の精度で近似できる
2. パーセプトロンの学習法が適用できない
3. 多層ニューラルネットワークと極限において等価である