

第4章 アナログ変調

4.1 振幅変調

搬送波の振幅に情報を担わせる方法が、振幅変調 (Amplitude Modulation) である。アナログ振幅変調は、中波や短波のラジオ放送や超短波帯の航空無線で使用されている。また、アナログテレビジョン放送の画像の変調も、振幅変調の一種 (VSB: 残留側波帯信号) である。振幅変調には、いくつかの種類があるが、ここでは代表的な3種について説明する。

4.1.1 (通常の) 振幅変調 (AM)

変調信号 $m(t)$ を、周波数 f_c の搬送波により伝送することを考える。もっとも、古典的な方式として、次式で表される信号として伝送する方式がある。

$$\begin{aligned} s(t) &= (1 + m(t)) \cdot c(t) = A_c(1 + m(t)) \cos(2\pi f_c t + \phi_c) \\ &= \Re[(1 + m(t)) \cdot A_c e^{j2\pi f_c t + \phi_c}] \end{aligned} \quad (4.1)$$

ここで上式の

$$\begin{aligned} c(t) &= A_c \cos(2\pi f_c t + \phi_c) \\ &= \Re[A_c e^{j2\pi f_c t + \phi_c}] \end{aligned} \quad (4.2)$$

は、搬送波である。

この信号の波形の例を、図 4.1 に示す。このように、信号の振幅の包絡線が変調信号を表現している。この方式の信号を、AM (Amplitude Modulation: 振幅変調) という。後述する DSB-SC, SSB-SC も広い意味では振幅変調であるが、一般に AM というとき、式 (4.1) で表現される信号を指す。

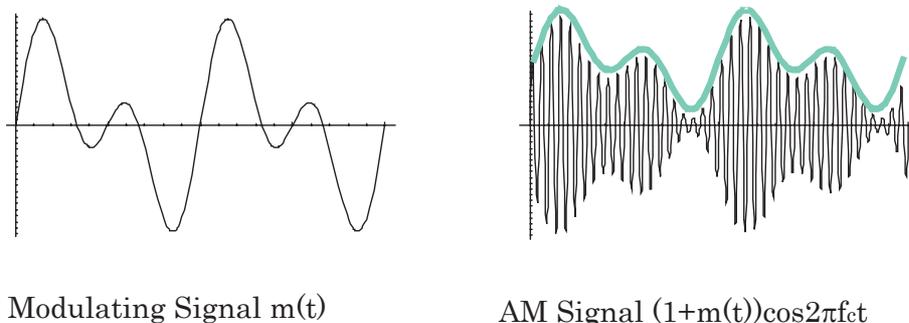


図 4.1: AM 変調信号

AM 信号は、生成 (変調) も、また情報の再生 (復調) も容易である。古くより使用されている古典的かつ一般的な振幅変調方式であり、単に「振幅変調 (AM)」というと、この方式の信号を意味する。

またこの信号のスペクトルは、 $m(t)$ の両側スペクトルを $M(f)$ とすると、

$$\begin{aligned} S(f) &= \frac{A_c}{2} [M(f + f_c)e^{-j\phi_c} + \delta(f + f_c)e^{-j\phi_c} \\ &\quad + M(f - f_c)e^{j\phi_c} + \delta(f - f_c)e^{j\phi_c}] \end{aligned} \quad (4.3)$$

となる。即ち、搬送波周波数の部分にインパルス状の振幅密度を持ち、またこれを中心に対称な形のスペクトルを持つことになる。搬送波周波数の上側に当たる部分を上側波帯、下側を下側波帯という。

例 1: 正弦波で変調された AM 信号

$m(t) = a \cos 2\pi f_m t$ ($f_m \ll f_c$) で変調された AM 信号は,

$$\begin{aligned}
 s(t) &= A_c(1 + a \cos 2\pi f_m t) \cos(2\pi f_c t + \phi_c) \\
 &= A_c \cos(2\pi f_c t + \phi_c) + \frac{A_c a}{2} \cos(2\pi(f_c - f_m)t + \phi_c) + \frac{A_c a}{2} \cos(2\pi(f_c + f_m)t + \phi_c) \\
 &= \Re\left[\left(1 + \frac{a}{2}e^{-j2\pi f_m t} + \frac{a}{2}e^{j2\pi f_m t}\right) \cdot A_c e^{j2\pi f_c t + \phi_c}\right] \tag{4.4}
 \end{aligned}$$

スペクトルは,

$$\begin{aligned}
 S(f) &= \frac{A_c}{2} [e^{-j\phi_c} \delta(f + f_c) + e^{j\phi_c} \delta(f - f_c)] \\
 &\quad + \frac{A_c a}{4} \{e^{-j\phi_c} [\delta(f + f_c + f_m) + \delta(f + f_c - f_m)] + e^{j\phi_c} [\delta(f - f_c + f_m) + \delta(f - f_c - f_m)]\}
 \end{aligned}$$

である.

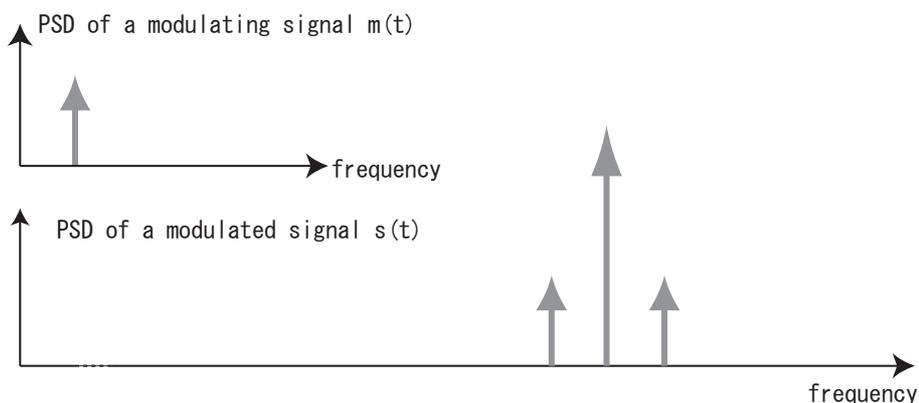


図 4.2: AM 信号のスペクトルの例 (1)

例 2 : 一般的な AM 信号

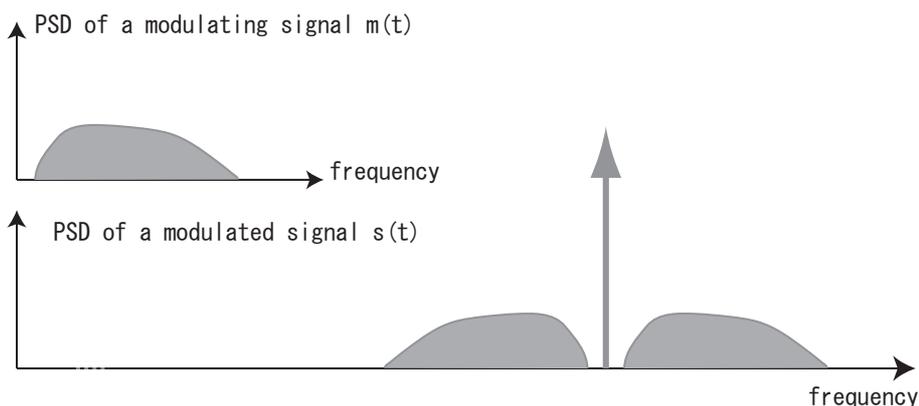


図 4.3: AM 信号のスペクトルの例 (2)

4.1.2 搬送波抑圧両側波帯信号 (DSB-SC)

この方式の信号は，変調信号を $m(t)$ とすると

$$\begin{aligned} s(t) &= m(t) \cdot c(t) = A_c m(t) \cos(2\pi f_c t + \phi_c) \\ &= \Re[m(t) \cdot A_c e^{j2\pi f_c t + \phi_c}] \end{aligned} \quad (4.5)$$

と表すことができる。波形を図 4.4 に示す。この図よりも明らかなように，信号の包絡線は，変調信号の絶対値を表している。

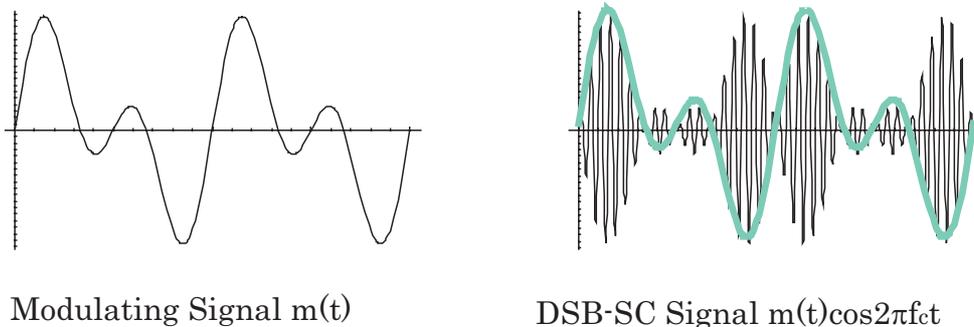


図 4.4: DSB-SC 変調

また， $m(t)$ の両側スペクトルを $M(f)$ とすると， $s(t)$ のスペクトルは，

$$\begin{aligned} S(f) &= M(f) * \frac{A_c}{2} [e^{-j\phi_c} \delta(f + f_c) + e^{j\phi_c} \delta(f - f_c)] \\ &= \frac{A_c}{2} [M(f + f_c) e^{-j\phi_c} + M(f - f_c) e^{j\phi_c}] \end{aligned} \quad (4.6)$$

となる。この信号のスペクトルは先の (通常)AM 信号同様に，搬送波周波数を中心に対称な形となるが，変調信号に直流成分が無い限り搬送波周波数成分が存在しない。

例 1：正弦波で変調された DSB-SC 信号

$m(t) = a \cos 2\pi f_m t$ ($f_m \ll f_c$) とすると，(4.5) のフーリエ変換は，

$$\begin{aligned} S(f) &= \frac{A_c a}{4} \{ e^{-j\phi_c} [\delta(f + f_c + f_m) + \delta(f + f_c - f_m)] \\ &\quad + e^{j\phi_c} [\delta(f - f_c + f_m) + \delta(f - f_c - f_m)] \} \end{aligned} \quad (4.7)$$

である。

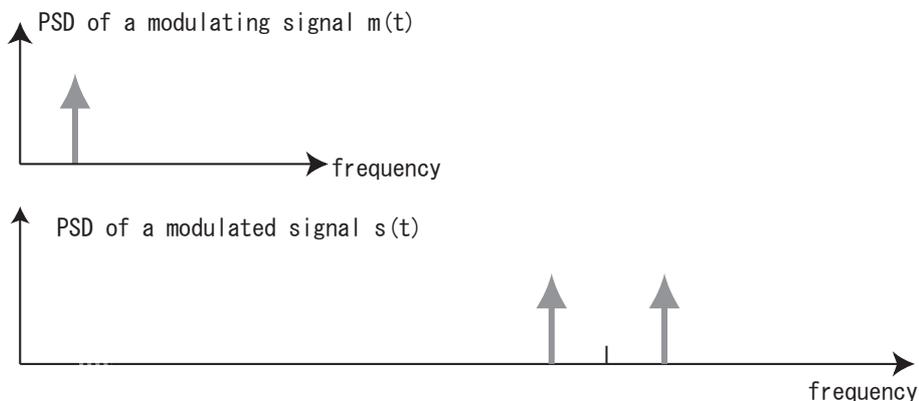


図 4.5: DSB 信号のスペクトルの例 (1)

例 1 : 一般的な DSB-SC 信号

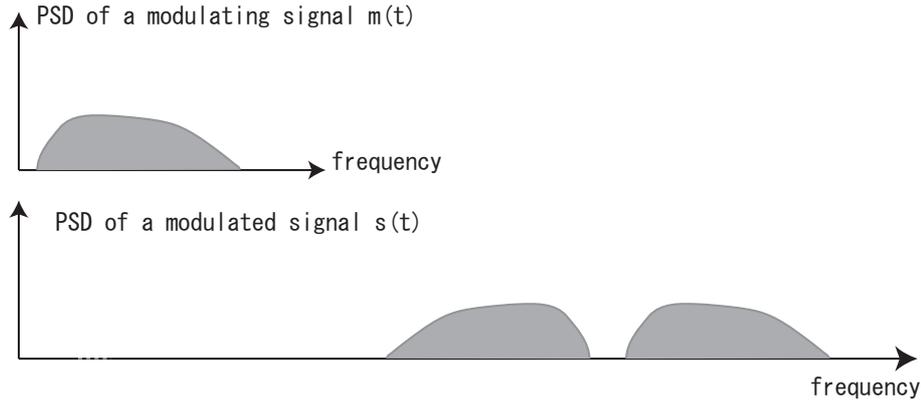


図 4.6: DSB 信号のスペクトルの例 (2)

4.1.3 搬送波抑圧片側波帯信号 (SSB)

この方式の信号は,

$$\begin{aligned} s(t) &= A_c m(t) \cos(2\pi f_c t + \phi_c) \mp A_c \hat{m}(t) \sin(2\pi f_c t + \phi_c) \\ &= \Re[(m(t) \pm j\hat{m}(t))A_c e^{j2\pi f_c t + \phi_c}] \end{aligned} \quad (4.8)$$

と表される。但し, $\hat{m}(\tau)$ は, インパルス応答

$$h(\tau) = \frac{1}{\pi\tau} \quad (4.9)$$

周波数応答

$$H(f) = \begin{cases} -j, & f > 0 \\ 0, & f = 0 \\ +j, & f < 0 \end{cases} = \begin{cases} e^{-j\pi/2}, & f > 0 \\ 0, & f = 0 \\ e^{+j\pi/2}, & f < 0 \end{cases} \quad (4.10)$$

(即ち, 全周波数において位相を $-\pi/2$ 回転させる) のフィルタを $m(t)$ が通過した出力 ($m(t)$ のヒルベルト変換) である。¹

ここで $\hat{m}(\tau)$ のスペクトル $\hat{M}(f)$ は,

$$\hat{M}(f) = M(f)H(f) \quad (4.11)$$

であり, 式 (4.8) のスペクトルは,

$$\begin{aligned} S(f) &= \frac{A_c}{2} [M(f + f_c)e^{-j\phi_c} + M(f - f_c)e^{j\phi_c}] \\ &\mp j \frac{A_c}{2} [\hat{M}(f + f_c)e^{-j\phi_c} - \hat{M}(f - f_c)e^{j\phi_c}] \end{aligned} \quad (4.12)$$

$$= \frac{A_c}{2} \{ [M(f + f_c) \mp j\hat{M}(f + f_c)]e^{-j\phi_c} + [M(f - f_c) \pm j\hat{M}(f - f_c)]e^{j\phi_c} \} \quad (4.13)$$

となる。ところで,

$$j\hat{M}(f + f_c) = \begin{cases} M(f + f_c), & f > -f_c \\ 0, & f = -f_c \\ -M(f - f_c), & f < -f_c \end{cases} \quad (4.14)$$

$$j\hat{M}(f - f_c) = \begin{cases} M(f - f_c), & f > f_c \\ 0, & f = f_c \\ -M(f - f_c), & f < f_c \end{cases} \quad (4.15)$$

である。従って, (4.12) の \mp で負号をとると, 信号のスペクトルは, $f > f_c$ (および $f < -f_c$) のみ, $M(f - f_c)$ (および $M(f + f_c)$) と同じ形をとる。これを USB(upper side-band:上側波帯) という。逆に \mp で正号をとると, 信号のスペクトルは, $0 < f < f_c$ (および $-f_c < f < 0$) のみ, $M(f - f_c)$ (および $M(f + f_c)$) と同じ形をとる。これを LSB(lower side-band:上側波帯) という。

¹ $h(\tau)$ と $H(f)$ がフーリエ変換対をなすことを確認せよ。

例 1 : 正弦波で変調された SSB-SC 信号

$m(t) = a \cos 2\pi f_m t$ ($f_m \ll f_c$) とすると, $\hat{m}(t) = a \sin 2\pi f_m t$ である. 従って

$$s(t) = A_c a \cos 2\pi f_m t \cos(2\pi f_c t + \phi_c) \mp A_c a \sin 2\pi f_m t \sin(2\pi f_c t + \phi_c)$$

\mp のマイナス側を採ると,

$$s_U(t) = A_c a \cos(2\pi(f_c + f_m)t + \phi_c)$$

となる. また \mp のプラス側を採ると,

$$s_L(t) = A_c a \cos(2\pi(f_c - f_m)t + \phi_c)$$

となる.

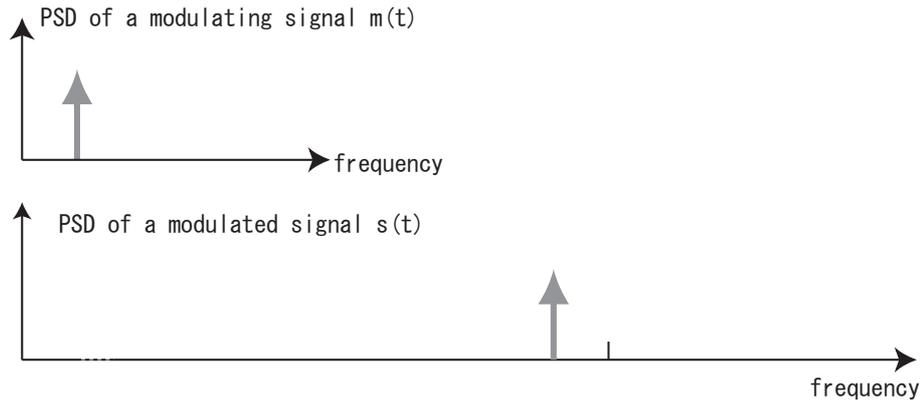


図 4.7: SSB(LSB) 信号のスペクトルの例 (1)

例 2 : 一般的な SSB-SC 信号

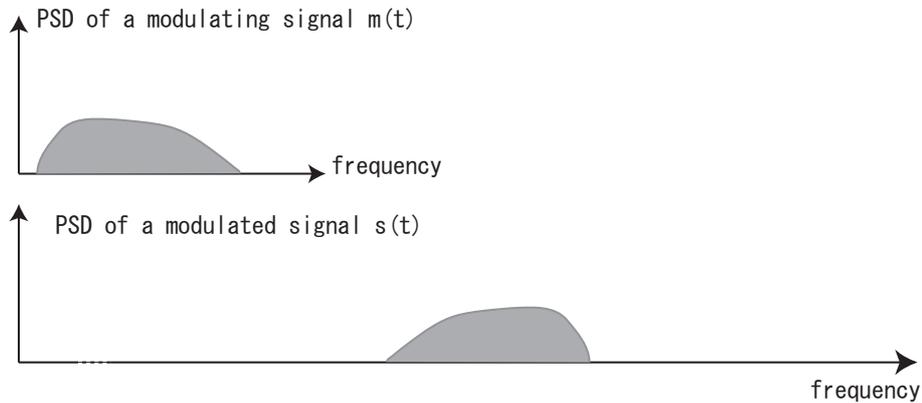


図 4.8: SSB(LSB) 信号のスペクトルの例 (2)

4.1.4 振幅変調の変調回路の例

AM 変調の変調回路の例

非線形素子による方法

たとえば、変調信号 $m(t)$ と搬送波 $A_c \cos(2\pi f_c t + \phi_c)$ を加算 (変調信号増幅器と搬送波発信器出力を直列接続) した信号を非線形素子 (たとえば $f(x) = \alpha x + \beta x^2$) に印加すると、出力信号 $s(t)$ は、

$$\begin{aligned} s(t) &= f(m(t) + A_c \cos(2\pi f_c t + \phi_c)) \\ &= \alpha m(t) + \alpha A_c \cos(2\pi f_c t + \phi_c) \\ &\quad + \beta m^2(t) + 2\beta m(t) A_c \cos(2\pi f_c t + \phi_c) + \beta A_c^2 \cos^2(2\pi f_c t + \phi_c) \\ &= A_c \alpha \left(1 + \frac{2\beta}{\alpha} m(t)\right) \cos(2\pi f_c t + \phi_c) \\ &\quad + \alpha m(t) + \beta m^2(t) + \beta A_c^2 \cos^2(2\pi f_c t + \phi_c) \end{aligned}$$

である。従って、この出力を中心周波数 f_c の帯域通過フィルタで濾波することで AM 信号

$$A_c \alpha \left(1 + \frac{2\beta}{\alpha} m(t)\right) \cos(2\pi f_c t + \phi_c)$$

を得ることが出来る (変調信号は、搬送波に対し定数 $(2\beta/\alpha)$ 倍されている)

スイッチング変調 図 4.9 に、もっとも一般的な AM 変調器の構成であるスイッチング変調の原理を示す。これは変調信号 $m(t)$ と直流バイアス V を直列接続したものを、周波数 f_c で断続することで、

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} [V + m(t)] \delta(t - m/f_c) \quad (4.16)$$

を得、さらに、その基本周波数 (f_c) の成分を共振回路で抽出することで AM 信号を得るものである。実際のスイッチングは、図 4.10 のように、搬送波周波数の正弦波を入力とするトランジスタ等の能動素子が用いられる場合が多い。

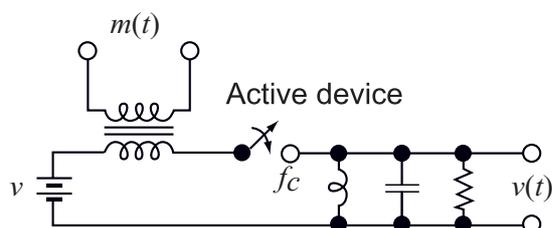


図 4.9: スwitching変調の原理

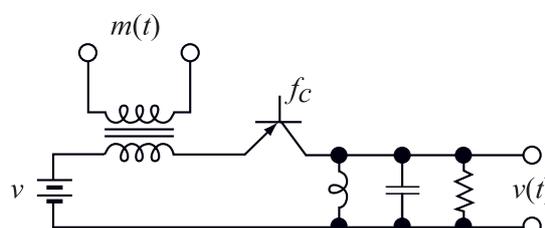


図 4.10: スwitching変調の実際

DSB-SC の変調回路の例

図 4.11 に DSB-SC 信号を生成する平衡変調器を示す。これは互いに位相が反転した変調信号で生成した 1 対の AM 信号を引き算することで、搬送波成分だけを削除しようというものである。この方式では、特性が同一の AM 変調器が 2 つ必要であり、搬送波抑圧率の高い変調器を実現するためには、微妙な調整が不可欠である。

DSB-SC 信号を生成する別の回路構成を図 4.12 に示す。これはリング変調器とよばれる構成である。この構成の場合はトランス、ダイオードの特性が性能を支配する。

SSB の変調回路の例

SSB 信号を生成する変調器として、図 4.13 のようにヒルベルト変換を用いるものがある。実際の回路では狭帯域の変調信号を前提として、ヒルベルト変換は位相シフト回路で実現される。なお図中の乗算マークにあたる回路は、実際には上述のリング変調器で実現される。ヒルベルト変換を行う位相シフト回路をアナログ高周波回路で実現することには困難が伴う。しかしながら近年では、デジタル信号処理を併用することでこのような変調器構成を実現することが行われている。別の方式として、図 4.14 がある。これは DSB-SC 信号を生成した後、フィルタで片側の側波帯を強制的に削除しようというものである。当然、鋭いカットオフ特性を持つフィルタが必要である。また変調信号が直流近傍の周波数成分を持たないことも必要である。

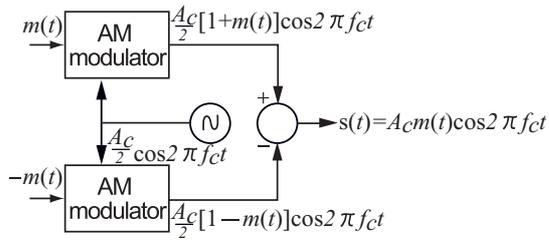


図 4.11: 平衡変調器

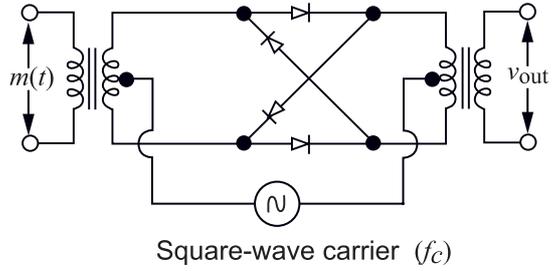


図 4.12: リング変調器

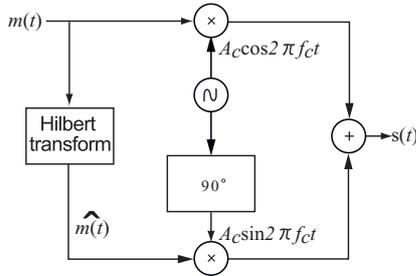


図 4.13: ヒルベルト変換による変調器

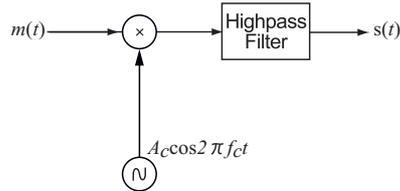


図 4.14: DSB-SC 変調器とフィルタの組合せ

4.1.5 振幅変調信号の復調回路の例

AM 変調の復調回路の例

包絡線検波器 AM 信号は、包絡線変動が変調信号の波形を表現している。そこで、図 4.15 のような簡単な包絡線検波回路で受信が可能である。

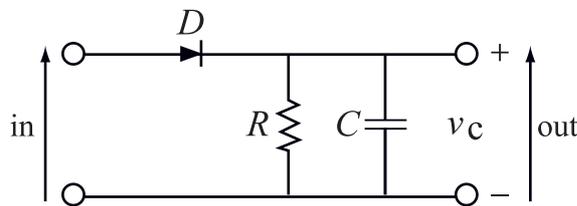


図 4.15: 包絡線検波器

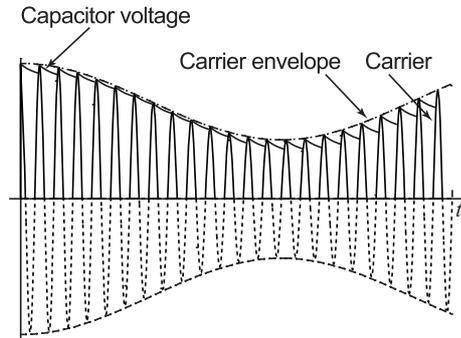


図 4.16: 包絡線検波器出力波形

2乗検波器 受信した信号 $A_c(1+m(t))\cos(2\pi f_c t + \phi_c)$ を、2乗素子に印加すると、出力は、

$$A_c^2 \left[\frac{1}{2} + m(t) + \frac{m^2(t)}{2} \right] [1 + \cos(2\pi 2f_c t + 2\phi_c)] \quad (4.17)$$

となる。いま $m(t)$ が、直流分を含まない信号であるとすると、その周波数成分を取り出すことで、 $m(t)$ が再生できる。²

同期検波 受信した信号 $A_c(1+m(t))\cos(2\pi f_c t + \phi_c)$ に、受信機側で用意した、正弦波信号 $\cos(2\pi f_c t + \psi)$ を乗積すると、出力は、

$$\frac{1}{2} (A_c(1+m(t))) [\cos(\phi_c - \psi) + \cos(2\pi 2f_c t + \phi_c + \psi)] \quad (4.18)$$

²ただし、歪成分 $m^2(t)/2$ が存在する。

となる．この信号を低域通過フィルタにより，周波数が $2f_c$ である成分を除去することで， $m(t)$ が再生できる．なお，出力信号レベルは， $\phi_c - \psi = 0$ のとき最大であり， $\phi_c - \psi = \pi/2$ では零になってしまう．³

DSB-SC 信号の復調回路

搬送波付加し包絡線（2乗）検波 受信した信号 $A_c m(t) \cos(2\pi f_c t + \phi_c)$ に搬送波と同一周波数の正弦波信号 $C \cos(2\pi f_c t + \phi_c)$ を印加すると，

$$C \left(1 + \frac{A_c}{C} m(t) \right) \cos(2\pi f_c t + \phi_c) \quad (4.19)$$

となる．これは， $\frac{A_c}{C} m(t)$ で変調された AM 信号であり，通常の包絡線（あるいは2乗）検波器で復調できる．

同期検波 受信した信号 $A_c m(t) \cos(2\pi f_c t + \phi_c)$ に，受信機側で用意した，正弦波信号 $\cos(2\pi f_c t + \psi)$ を乗積すると，出力は，

$$\frac{1}{2} A_c m(t) [\cos(\phi_c - \psi) + \cos(2\pi 2f_c t + \phi_c + \psi)] \quad (4.20)$$

となる．この信号を低域通過フィルタにより，周波数が $2f_c$ である成分を除去することで， $m(t)$ が再生できる．なお，出力信号レベルは， $\phi_c - \psi = 0$ のとき最大であり， $\phi_c - \psi = \pi/2$ では零になってしまう．⁴

SSB-SC 信号の復調回路

搬送波付加し包絡線（2乗）検波 SSB-SC においても，DSB-SC 同様に搬送波付加し包絡線（2乗）検波することで復調が可能である．数式による確認は，読者にゆだねる．また乗積する正弦波と，受信信号の搬送波（実際には送信されていない）の周波数や位相が不一致の場合はどうなるかも調べよ．

同期検波 SSB-SC においても，通常の AM や DSB-SC 同様に同期検波が可能である．数式による確認は，読者にゆだねる．また乗積する正弦波と，受信信号の搬送波（実際には送信されていない）の周波数や位相が不一致の場合はどうなるかも調べよ．

³ 直流分， $\frac{1}{2} A_c \cos(\phi_c - \psi)$ を含む

⁴ 送信機で行った作業と同じである．

4.2 角度変調

搬送波の三角関数の位相，周波数部分に情報を担わせる方法が，角度変調である．このうち位相に情報を担わせる方式が，位相変調 (PM: Phase Modulation)，周波数に情報を担わせる方法が，周波数変調 (FM: Frequency Modulation) である．これら二つの方式は，後に述べるように，本質的に同じ方式と捉えることができる．

アナログ周波数変調は，振幅変調とくらべると帯域幅が広く成る傾向があるが，一方，信号強度が強い場合は，雑音の影響を抑圧して高い品質を保つことができる性能を持つ．また，振幅に情報を持たないため，受信信号の振幅変動が問題になる移動体通信に適している．また定振幅信号であるため，増幅も容易である．

このような性質を活かして，超短波帯以上の音声アナログ通信や放送（いわゆる FM 放送）等で幅広く使われている．またデジタル化以前の携帯電話やアナログコードレス電話も FM 変調を採用していた（いる）．

4.2.1 角度変調信号の表現

角度変調信号は，一般的には

$$\begin{aligned} s(t) &= A_c \cos(2\pi f_c t + \phi(t) + \phi_c) \\ &= \Re[e^{j\phi(t)} \cdot A_c e^{j2\pi f_c t + \phi_c}] \end{aligned} \quad (4.21)$$

と表される．ここで， $\phi(t)$ は信号の瞬時位相をあらわす．またこの信号の瞬時周波数は

$$\begin{aligned} f_i(t) &= \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} (2\pi f_c t + \phi(t)) \\ &= f_c + \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(t)}{dt} \end{aligned} \quad (4.22)$$

と定義される．

位相変調

信号の瞬時位相 $\phi(t)$ によって，変調信号 $m(t)$ を表現し伝送する方式を位相変調という．これは，

$$\phi(t) = k_p m(t) \quad (4.23)$$

とすることで実現できる (k_p は，定数) なお，

$$\Delta\phi_{\max} = k_p \max[|m(t)|] \quad (4.24)$$

を最大位相偏移あるいは位相変調の変調指数 (modulation index) という．

変調信号が $m(t)$ である位相変調信号の瞬時周波数は，

$$f_i(t) = f_c + \frac{k_p}{2\pi} \frac{dm(t)}{dt} \quad (4.25)$$

である．

周波数変調

周波数変調は，信号の瞬時周波数の搬送波周波数からの偏移によって，変調信号 $m(t)$ を表現し伝送する変調方式である．即ち，

$$f_i(t) - f_c = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \phi(t) = k_f m(t) \quad (4.26)$$

とすることで実現する (k_f は，定数) ．

$$\Delta f_{\max} = k_f \max[|m(t)|] \quad (4.27)$$

を最大周波数偏移という．また変調信号 $m(t)$ の帯域幅 (最大周波数) W で規格化した最大周波数偏移 $\beta_f = \Delta f_{\max} / W$ を，周波数変調の変調指数という．

変調信号が $m(t)$ であるときの周波数変調信号の瞬時位相は，

$$\phi(t) = 2\pi k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau \quad (4.28)$$

である．

4.2.2 位相変調と周波数変調の関係

式 (4.25) をみると信号 $m(t)$ で位相変調を行うことは、信号 $dm(t)/dt$ で周波数変調を行うことと等価であることがわかる。このことは、変調信号をあらかじめ積分してから位相変調を行うことで、周波数変調が実現できることを意味している。同様に、式 (4.28) が示すように、信号 $m(t)$ で周波数変調を行うことは、 $m(t)$ を積分したもので位相変調を行うことと等価である。従って、変調信号をあらかじめ微分してから周波数変調を行うことは直接位相変調を行うことと等価である。即ち「積分器を前置した位相変調器は周波数変調器」となり「微分器を前置した周波数変調器は位相変調器」となる。図 4.17 に位相変調信号と周波数変調信号の波形の関係を示す。

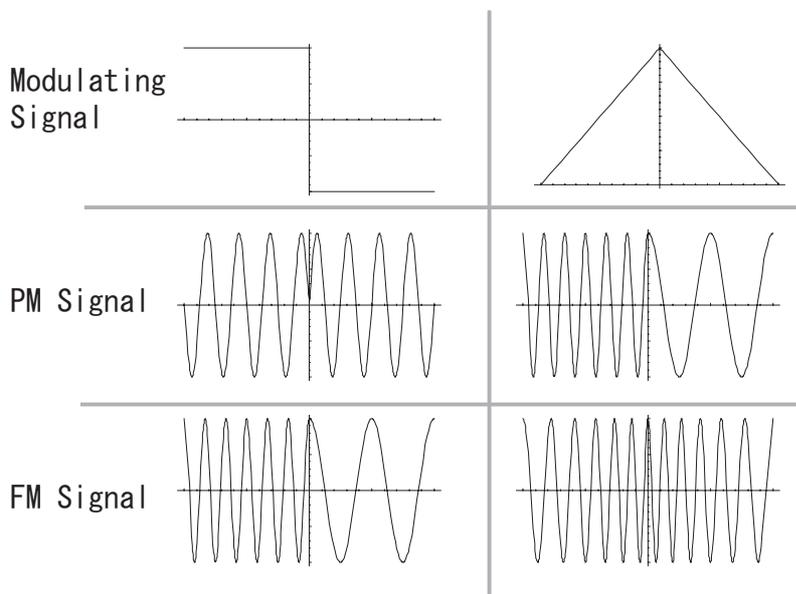


図 4.17: 位相変調信号と周波数変調信号の関係

いま、 $m(t) = \cos 2\pi f_m t$ とする。これによって位相変調を行う場合、 $\max[|m(t)|] = 1$ であるから、変調指数は、 $\Delta\phi_{\max} = k_p$ である。またこのときの瞬時周波数は、

$$f_i(t) = f_c - k_p f_m \sin \omega_m t \quad (4.29)$$

であるから、変調信号が $-\sin \omega_m t$ であり最大周波数偏移が $k_p f_m$ (変調指数 k_p) の周波数変調と見ることができる。

同様に、 $m(t) = \cos 2\pi f_m t$ で周波数変調を行う場合変調指数は k_f/f_m (最大周波数偏移 k_f) となる。この信号の瞬時位相は、

$$\phi(t) = \frac{2\pi k_f}{2\pi f_m} \sin 2\pi f_m t \quad (4.30)$$

であるから、これは変調信号が $\sin \omega_m t$ であり最大位相偏移 (変調指数も) が k_f/f_m の位相変調と見ることができる。

4.2.3 角度変調信号のスペクトル

狭帯域角度変調信号のスペクトル

変調指数が小さい，すなわち $\phi(t) \ll 1$ とする．すると (4.22) は，

$$\begin{aligned} s(t) &= A_c \cos(2\pi f_c t + \phi(t)) \\ &= A_c \cos 2\pi f_c t \cos \phi(t) - A_c \sin 2\pi f_c t \sin \phi(t) \\ &\approx A_c \cos 2\pi f_c t - A_c \phi(t) \sin 2\pi f_c t \end{aligned} \quad (4.31)$$

と近似できる⁵．これは，搬送波周波数 f_c で，振幅 A_c の正弦波と DSB 信号 $A_c \phi(t) \sin 2\pi f_c t$ の和を表している．従って式 (4.31) の近似が成立する場合，角度変調信号の振幅スペクトルの形状は，AM 信号 $A_c(1 + \phi(t)) \cos 2\pi f_c t$ のそれで近似できる．しかし振幅変調と位相変調では，
 図 refFig:PM-AM-vectors に示すような違いがある．すなわち，振幅変調では，情報成分が搬送波成分と同相であるのに対し，位相変調では，情報成分が搬送波成分に直交している．⁶

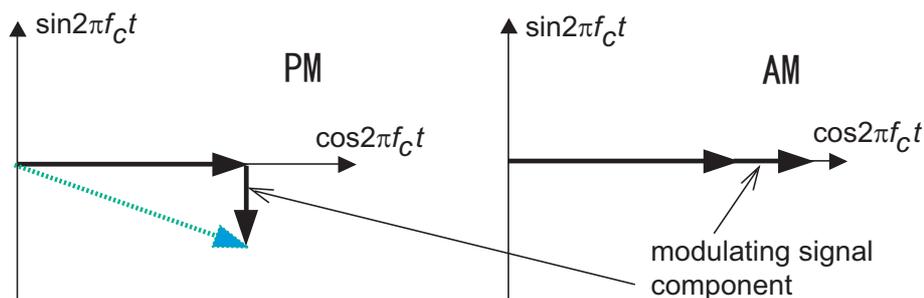


図 4.18: 狭帯域位相変調と振幅変調のベクトル表現

広帯域角度変調信号のスペクトル

変調指数が大きな場合には，角度変調信号のスペクトルは，振幅変調の場合と異なり，導出が極めて困難である．たとえば，正弦波 $m(t) = \cos 2\pi f_m t$ を変調波とする位相変調の場合，その信号は，

$$\begin{aligned} s(t) &= A_c \cos(2\pi f_c t + k_p m(t)) \\ &= A_c \cos(2\pi f_c t + k_p \cos 2\pi f_m t) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_c J_n(k_p) \cos(2\pi(f_c + n f_m)t) \end{aligned} \quad (4.32)$$

となる．但し， $J_n()$ は， n 次第 1 種ベッセル関数であり

$$\begin{aligned} J_n(\beta) &= \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(-1)^k \left(\frac{k_p}{2}\right)^{n+2k}}{k!(k+n)!} \\ &\approx \frac{k_p^n}{2^n n!} \end{aligned} \quad (4.33)$$

と表せる（近似は，小さな k_p について成立）

上の (4.32) を見ると， f_c を中心に前後 f_m ずつ離れた周波数に（無限に多くの）成分が存在すること，しかもそれぞれの大きさと k_p の大きさは比例関係に無い（つまり線形でない）ことが分かる．このように，角度変調では，スペクトル特性は，単純には表現できない．しかし PM 信号のほとんど全電力（98%程度）は，変調信号の最大周波数を W とすると

$$2(k_p \max[|m(t)|] + 1)W \quad (4.34)$$

の周波数範囲⁷の中に存在することが知られている．(Carson 則)

⁵ $\delta \ll 1$ のとき， $\sin \delta \approx 0$ ， $\cos \delta \approx 1$ であることを利用．

⁶ AM 信号では変調信号 ($\phi(t) \ll 1$) に応じて信号振幅（合成ベクトルの長さ）が変動するのに対し，PM 信号では信号振幅が一定（式 (4.31) の近似誤差分だけ微小に変動）であることに注意すること．

⁷ $m(t) = \cos 2\pi f_m t$ の場合なら $2(k_p + 1)f_m$

4.2.4 角度変調の変調回路の例

角度変調信号をもっとも簡単に生成する手法として、小型ワイヤレスマイク等で使用されるパラメータ法がある。これは送信機の搬送波発振回路の発振周波数を変調信号 $m(t)$ により直接制御する方法である。具体的には、発振回路の共振回路に電圧によって容量が変化する可変容量ダイオードを挿入しその端子電圧を $m(t)$ で制御する等で実現する。

パラメータ法では、搬送波発振回路そのものの定数を変動させるため、搬送波周波数が不安定となりがちである。搬送波発振回路の定数は固定し、その出力に変調を与える手法のひとつが Armstrong 法である。これにより生成される信号は、狭帯域角度変調信号である。

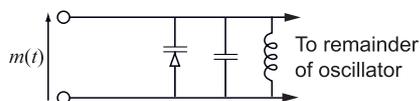


図 4.19: 直接法 (パラメータ法)

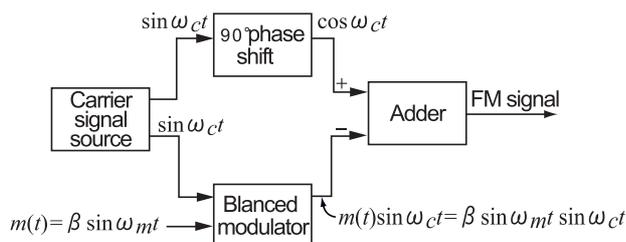


図 4.20: 非直接法 (Armstrong 法)

4.2.5 角度変調の復調回路の例

F M信号の復調においては、周波数に比例した出力電圧を発生する回路 (ディスクリミネータ: 周波数弁別器) を利用する方法がある。この回路は共振回路 (入力信号の周波数が共振周波数に近いほど出力電圧が大きくなる) や、複数の共振回路の組み合わせで実現できる。

ディスクリミネータでは、入力周波数と出力電圧との線形性には制約が大きい。より高い線形性が必要とされる場合には、位相ロックループ (Phase Lock Loop: PLL) による復調回路が用いられる。PLL においては、入力信号と VCO の出力の位相差が位相比較器で得られる。さらにこれが Loop Filter で高周波成分 (微分) を選択することで入力信号の位相の微分値 (瞬時周波数) が再生される。

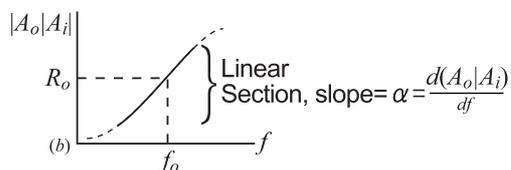
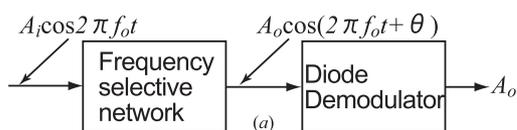


図 4.21: ディスクリミネータによる方法

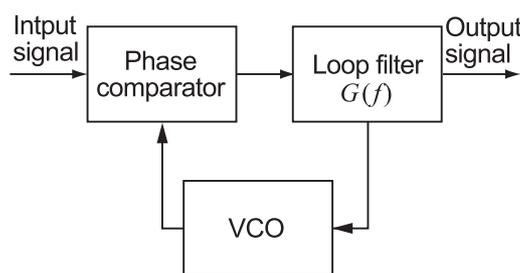


図 4.22: PLL による方法