

# 第6章 線形デジタル変調方式

## 6.1 線形デジタル変調

本章では、デジタル振幅変調 (ASK)、デジタル位相変調 (PSK) および直交デジタル振幅変調 (QAM) について述べる。これらのデジタル変調方式は、いずれも以下に述べるように同一の形態の式で表現でき、その意味で、ひとつの変調方式のバリエーションとも言える。

### 6.1.1 信号波形

$$s(t) = \Re \left[ \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sqrt{2P}g(t-kT)u_k \exp(j\omega_c t) \right] \quad (6.1)$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sqrt{2P}g(t-kT)[u_k^I \cos 2\pi f_c t - u_k^Q \sin 2\pi f_c t] \quad (6.2)$$

但し、

$$u_k = u_k^I + ju_k^Q \quad (u_k^I, u_k^Q \text{ はともに実数})$$

$$\omega_c t = 2\pi f_c t$$

を考える。この式は、 $u_k$  の取り得る値に関する制約の与え方により、各種の変調を表現することが可能である。

ところで、もし  $u_k = a_k$  であるときの信号波形  $s(t)$  を  $s_a(t)$  とし、 $u_k = b_k$  であるときの信号波形を  $s_b(t)$  とする。すると、上式よりあきらかなように、 $u_k = a_k + b_k$  であるときの信号波形は、 $s_a(t) + s_b(t)$  となる。このように変調という変換が線形であるため、(6.2) で表される変調を、本書では、線形デジタル変調と総称する。

### 6.1.2 デジタル振幅変調 (ASK, PAM)

デジタル振幅変調 (ASK: Amplitude Shift Keying, あるいは PAM: Pulse Amplitude Modulation ともいう) は、無線周波数信号の振幅が情報を担う方式である。デジタル振幅変調 (ASK) 信号は、アナログ振幅変調同様に信号振幅が情報を担っている方式である。信号伝送路の振幅変動 (フェージング) が小さい環境でないと使用が困難である。そのため、以前は移動体通信等には使われておらず、簡易なシステムで、OOK が使用されているのみであった。しかしながら、近年注目をあつめている QAM 変調は、ASK 変調の変形と捉えることができるなど多くの他の変調を理解する上で ASK は重要である。

この方式の信号を式 (6.2) により表現する場合は、たとえば、信号が  $M$  レベルの振幅を持ち、かつ、それらの間隔が等しく実数  $q$  であるとする、

$$u_k = mq \quad (6.3)$$

但し、

$$m = 0, 1, \dots, M-1$$

とすれば良い。

このような信号では、信号強度が情報を表す。たとえば、図 6.1 では、4 通りの振幅を利用 ( $M=4$ ) することで、各パルスが 2 ビットの情報を伝送できる。なお特に図 6.2 のように、 $M=2$  (即ち、 $u_k = 0$ , または  $q$ ) の場合は、OOK (On-Off Keying) と呼ばれる。

ところで式 (6.3) の  $u_k$  は常に正であるが、これの代わりに

$$u_k = mq - \frac{M-1}{2}q \quad (6.4)$$

但し、

$$m = 0, 1, \dots, M-1$$

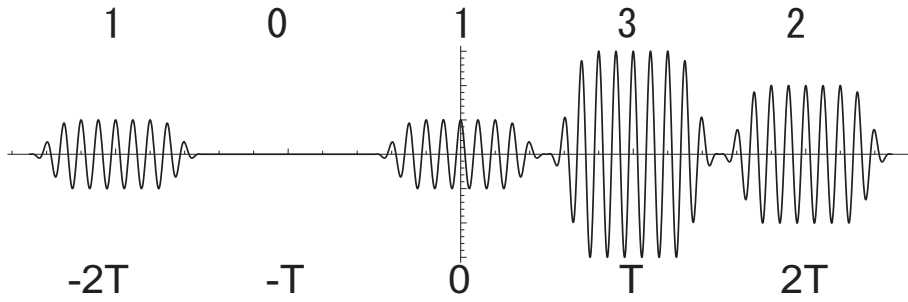


図 6.1: ASK 信号の波形例

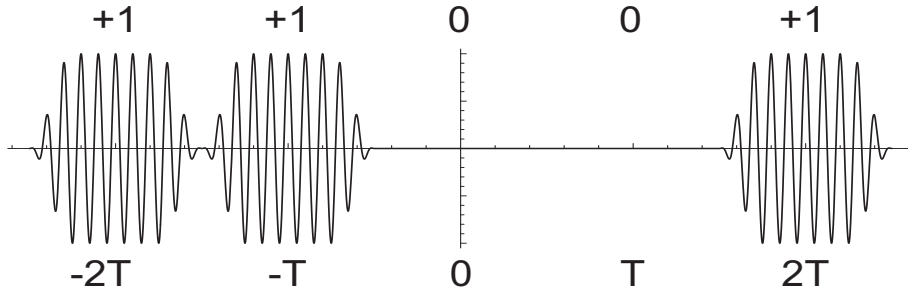


図 6.2: OOK 信号の波形例

とすることを考える．この場合は， $M$  とおりの信号を表現するために必要な振幅の絶対値は，先の例より小さなものとなる．これにより同じ振幅レベル数に対して必要な電力の軽減が期待できる．しかし一方， $u_k$  のとりうる値には，絶対値が同じで正負のみが異なる対が存在する．したがって受信機は，信号強度だけでなく  $u_k$  の正負を判定できる必要がある．

### 6.1.3 デジタル位相変調 (PSK)

デジタル位相変調 (PSK:Phase Shift Keying) は，無線周波数信号の位相が情報を担う方式である．この方式では，ASK 変調と違い，振幅が情報を担わないために，回線の利得 (減衰) の変化に強く，フェージングを伴う無線回線で広く用いられている．

この方式の信号を式 (6.2) により表現する場合は，たとえば，信号が  $M$  レベルの位相

$$\theta_k = \frac{2\pi}{M}m \quad (6.5)$$

但し，

$$m = 0, 1, \dots, M-1$$

を利用する場合は，

$$u_k = \cos \theta_k + j \sin \theta_k = \exp(j\theta_k) \quad (6.6)$$

とすればよい．このとき， $u_k$  のとりうる値は，複素平面上の単位円上の等間隔 ( $2\pi/M$ ) で配置された  $M$  個の点のいずれかとなる．そして，式 (6.2) の信号波形は，

$$\begin{aligned} s(t) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sqrt{2P}g(t-kT)[\cos \theta_k \cos 2\pi f_c t - \sin \theta_k \sin 2\pi f_c t] \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sqrt{2P}g(t-kT) \cos(2\pi f_c t + \theta_k) \\ &= \Re \left[ \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sqrt{2P}g(t-kT) \exp(j\theta_k) \exp(j\omega_c t) \right] \end{aligned} \quad (6.7)$$

図 6.3 に  $M = 4$  の場合の PSK 信号の波形例を示す．

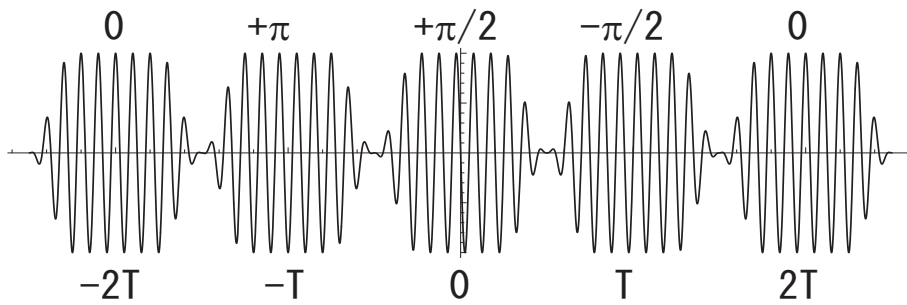


図 6.3: PSK 信号の波形例

#### 6.1.4 デジタル直交振幅変調 (QAM)

デジタル直交振幅変調 (QAM: Quadrature Amplitude Modulation) は, 搬送波の同相 (cos) 成分と直交 (sin) 成分のそれぞれに付いて, 式 (6.4) の形でデジタル振幅変調を行い, 同時に送出するものである. ここで, 両成分がそれぞれ  $Q$  レベルの振幅を使用するとすると,

$$u_k^I = \Re[u_k] = mq - \frac{Q-1}{2}q \quad (6.8)$$

$$u_k^Q = \Im[u_k] = nq - \frac{Q-1}{2}q$$

但し,

$$m = 0, 1, \dots, Q-1$$

$$n = 0, 1, \dots, Q-1$$

となる. この場合, 1 パルス時間で  $M = Q^2$  通りの情報を表現できることになる.  $u_k$  のとりうる値は, 下図 ( $M = 16$  の例) のように複素平面上に等間隔に基盤の目状に配置される点のいずれかとなる.

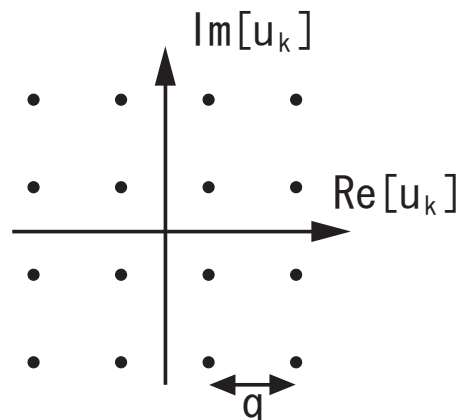


図 6.4: 16 QAM の信号点配置 ( $Q = \sqrt{2S}q$ )

#### 6.1.5 ASK, PSK, QAM の関係

式 (6.2) を用いると, ASK, PSK, QAM のすべてを表わすことができる. そこで各変調方式で  $M = 2^q$  個のシンボル点を表現する方法を,  $(u_k^I, u_k^Q)$  空間上の信号点配置という観点で整理する.

**ASK** 振幅値  $\sqrt{(u_k^I)^2 + (u_k^Q)^2}$  を  $M$  とおり準備する. 角度  $\arctan \frac{u_k^I}{u_k^Q}$  は任意 (情報を持たない.)

**PSK**  $(u_k^I, u_k^Q)$  平面の円周上に等間隔で  $M$  個の点を配置

QAM  $u_k^I$  と  $u_k^Q$  の値を原点对称で等間隔に  $\sqrt{M} = Q$  個準備 .

上の分類をみると, ASK は振幅値に, PSK では位相値にのみの情報が重畳されているのに対し, QAM では, 位相と振幅の両方が情報をあらわしていることがわかる. すなわち, QAM は, 他の 2 方式と比べて,  $M$  個の信号点を  $(u_I, u_Q)$  空間上で, より均一に配置している. このため QAM が他の 2 方式と比べて同一平均信号電力  $(u_I, u_Q)$  空間上の信号点の原点からの自乗距離の平均値と比例) に対して, 良い誤り率特性を持つことができる. 一方, 振幅のみで情報を表現する ASK は, 受信機において情報の再現 (復調・検波) が容易であるという特徴を持つ. また位相のみに情報が重畳される PSK 信号は, 伝播伝播特性の変動に起因する信号強度の変動に強いという利点がある.

## 6.2 線形デジタル変調の電力とスペクトル

### 6.2.1 自己相関関数

式 (6.2) で表される信号の自己相関関数を考える. 変調データ  $u_k$  が確率過程であることから, 信号  $s(t)$  は, 非定常 (周期  $T$  の周期定常) である. 従ってその自己相関関数は, 時刻  $t$  と時刻差  $\tau$  の 2 変数の関数,

$$R_s(t, \tau) = E[s(t)s(t+\tau)] \quad (6.9)$$

となる. 但し,  $E[\ ]$  は, ランダム変数であるデータ系列  $u_k$  に関する集合平均 (期待値) である. これに式 (6.2) を代入し整理すると,

$$\begin{aligned} R_s(t, \tau) &= 2P \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} g(t-mT)g(t+\tau-nT) \\ &\quad \{E[u_m^I u_n^I] \cos \omega_c t \cos \omega_c (t+\tau) - E[u_m^I u_n^Q] \cos \omega_c t \sin \omega_c (t+\tau) \\ &\quad - E[u_m^Q u_n^I] \sin \omega_c t \cos \omega_c (t+\tau) + E[u_m^Q u_n^Q] \sin \omega_c t \sin \omega_c (t+\tau)\} \quad (6.10) \\ &= P \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} g(t-mT)g(t+\tau-nT) \\ &\quad \{E[u_m^I u_n^I] (\cos \omega_c \tau + \cos(2\omega_c t + \tau)) - E[u_m^I u_n^Q] (\sin \omega_c \tau + \sin(2\omega_c t + \tau)) \\ &\quad - E[u_m^Q u_n^I] (\sin \omega_c \tau + \sin(2\omega_c t + \tau)) + E[u_m^Q u_n^Q] (\cos \omega_c \tau - \cos(2\omega_c t + \tau))\} \quad (6.11) \end{aligned}$$

となる. ここで,  $s(t)$  が周期定常過程であることを念頭に, その一周期  $T$  で平均すると, 自己相関関数の時間平均は下記のようになる.<sup>1</sup>

$$R_s(\tau) = \overline{R_s(t, \tau)} \quad (6.12)$$

$$= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} R_s(t, \tau) dt \quad (6.13)$$

$$= \frac{P}{T} \sum_{l=-\infty}^{\infty} R_g(\tau + lT) \{[\phi_{II}(l) + \phi_{QQ}(l)] \cos \omega_c \tau - [\phi_{IQ}(l) + \phi_{QI}(l)] \sin \omega_c \tau\} \quad (6.14)$$

但し,  $R_g(\tau)$  は有限エネルギーのパルス  $g(t)$  の自己相関関数

$$R_g(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)g(t+\tau) dt \quad (6.15)$$

である.

<sup>1</sup>但し, 複素データ  $u_k$  は定常であり,

$$\begin{aligned} \phi_{II}(m-n) &= E[u_m^I u_n^I] & \phi_{IQ}(m-n) &= E[u_m^I u_n^Q] \\ \phi_{QI}(m-n) &= E[u_m^Q u_n^I] = \phi_{IQ}(n-m) & \phi_{QQ}(m-n) &= E[u_m^Q u_n^Q] \end{aligned}$$

とする.

### 6.2.2 平均電力

式 (6.2) の信号の平均電力，即ち二乗平均値は，自己相関関数を用いて

$$\begin{aligned} P_{av} &= E\left[\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s^2(t) dt\right] = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} E[s^2(t)] dt \\ &= R_s(0) = \frac{P}{T} \sum_{l=-\infty}^{\infty} R_g(lT) [\phi_{II}(l) + \phi_{QQ}(l)] \end{aligned} \quad (6.16)$$

である．  
ここで，特に

$$R_g(lT) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)g(t+lT)dt = \begin{cases} T & \text{if } l = 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (6.17)$$

が成立するとすると，

$$P_{av} = P(\phi_{II}(0) + \phi_{QQ}(0)) = PE[u_k u_k^*] \quad (6.18)$$

となる．

例：ASK 信号の場合

いま，式 (6.3) で示した  $M$  レベルの振幅を等確率でとる ASK 信号を考える．この場合，式 (6.17) が成立するならば，式 (6.18) より

$$P_{av} = PE[u_k u_k^*] = \frac{P}{M} \sum_{m=0}^{M-1} (mq)^2 = P \frac{(M-1)(2M-1)}{6} q^2 \approx P \frac{(Mq)^2}{3} \quad (6.19)$$

となる．  
同様に，式 (6.4) の場合は

$$P_{av} = \frac{2P}{M} \sum_{m=1}^{M/2} \left(mq - \frac{q}{2}\right)^2 = P \frac{(M^2-1)}{12} q^2 \approx P \frac{(Mq)^2}{12} \quad (6.20)$$

である．

例：PSK 信号の場合

PSK 信号の場合，(6.6) より明らかなように，使用する位相の数  $M$  に関わらず  $|u_k| = 1$  である．従って，信号電力は，式 (6.18) より

$$P_{av} = PE[u_k u_k^*] = P \quad (6.21)$$

となる．

例：QAM 信号の場合

$M = Q^2$  値の場合を考える．搬送波の同相・直交成分における振幅レベル間隔を， $q$  とする．また，式 (6.17) が成立するならば，式 (6.18) より，

$$P_{av} = PE[u_k u_k^*] = \frac{P}{(Q/2)^2} \sum_{m=1}^{Q/2} \sum_{n=1}^{Q/2} \left[ \left(mq - \frac{q}{2}\right)^2 + \left(nq - \frac{q}{2}\right)^2 \right] = P \frac{(Q^2-1)q^2}{6} \quad (6.22)$$

### 6.2.3 電力密度スペクトル

一般に，電力密度スペクトルは，自己相関関数のフーリエ変換で表すことができる．そこで，式(6.2)の信号  $s(t)$  の電力密度スペクトルを， $S_s(f)$  とすると，式(6.14)のフーリエ変換を行えばよいことになる．

そこで，実際にフーリエ変換を行い，さらに式を整理すると，

$$\begin{aligned} S_s(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} R_s(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \\ &= \frac{P}{2} [(S_{II+QQ}(f+f_c) + jS_{IQ+QI}(f+f_c)) |G(f+f_c)|^2 \\ &\quad + (S_{II+QQ}(f-f_c) - jS_{IQ+QI}(f-f_c)) |G(f-f_c)|^2] \end{aligned} \quad (6.23)$$

を得る．ここで， $|G(f)|^2$  は  $R_g(\tau)$  のフーリエ変換である．また

$$\begin{aligned} S_{II+QQ}(f) &= \frac{1}{T} \sum_{l=-\infty}^{\infty} [\phi_{II}(l) + \phi_{QQ}(l)] e^{j2\pi flT} = \frac{1}{T} \sum_{l=-\infty}^{\infty} [\phi_{II}(l) + \phi_{QQ}(l)] e^{-j2\pi flT} \\ S_{IQ+QI}(f) &= \frac{1}{T} \sum_{l=-\infty}^{\infty} [\phi_{IQ}(l) + \phi_{QI}(l)] e^{j2\pi flT} = \frac{1}{T} \sum_{l=-\infty}^{\infty} [\phi_{IQ}(l) + \phi_{QI}(l)] e^{-j2\pi flT} \end{aligned} \quad (6.24)$$

とする．

例：ASK 信号の場合

いま，式(6.3)で示した  $M$  レベルの振幅を等確率でシンボル毎に独立にランダムにとる ASK 信号を考える．

$$\begin{cases} \phi_{II}(m-n) &= E[u_m^I u_n^I] = E[u_m] \cdot E[u_n] = \left[ \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} (mq) \right]^2 = \frac{1}{4} (M-1)^2 q^2 \\ \phi_{IQ}(m-n) &= \phi_{QI}(m-n) = \phi_{QQ}(m-n) = 0 \end{cases}$$

である<sup>2</sup>．従って

$$S_s(f) = \frac{P}{8} (M-1)^2 q^2 (|G(f+f_c)|^2 + |G(f-f_c)|^2) \quad (6.25)$$

となる．

同様に，式(6.4)の場合は

$$R_g(lT) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)g(t+lT)dt = \begin{cases} T & \text{if } l=0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (6.26)$$

$$\begin{cases} \phi_{II}(m-n) &= \begin{cases} P_{av}/P & \text{if } m=n \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \\ \phi_{IQ}(m-n) &= \phi_{QI}(m-n) = \phi_{QQ}(m-n) = 0 \end{cases} \quad (6.27)$$

$$S_s(f) = \frac{P_{av}}{2T} (|G(f+f_c)|^2 - |G(f-f_c)|^2) \quad (6.28)$$

例：PSK 信号の場合

$M$  通りの位相を等確率でランダムにとる PSK 信号を考える．この場合，対称性より，自己相関関数は，上の ASK の場合と同様に，式(6.27)となり，電力密度スペクトルは式(6.28)となる．但し  $P_{av} = P$  である．

<sup>2</sup>  $u_k$  は実数であるから， $u_k^Q = 0$  である

例：QAM 信号の場合

$M = Q^2$  通り ( $Q$  は偶数) の信号点を等確率でランダムにとる QAM 信号を考える。この場合も、対称性より、自己相関関数は、上の ASK の場合と同様に、式 (6.27) となり、電力密度スペクトルは式 (6.28) となる。但し  $P_{av} = P$  である。

電力密度スペクトルのまとめ

以上の議論をまとめると、ASK 信号、PSK 信号、QAM 信号の共通の性質として、以下が明らかである。

- 信号の電力密度スペクトルは、シンボルパルス波形  $g(t)$  のエネルギー密度スペクトル  $|G(f)|^2$  と同じ形状
- 信号の電力密度スペクトルは、 $u_k$  のレベル数  $M$  にはよらない  $\rightarrow$  データレートが一定なら、レベル数が大きいほど狭帯域

## 6.3 デジタル信号受信機

### 6.3.1 復調器と検波器

受信機の機能は、図 6.5 に示すように復調 (demodulation) を行う部分と、検波 (detection) を行う部分に大別することができる。前者は、受信信号  $r(t)$  から受信サンプル列  $r$  を得る操作であり、後者はその受信サンプル列にもとづき、送信データを決定する操作である<sup>3</sup>。

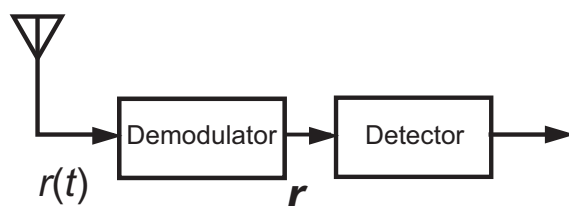


図 6.5: 受信機

### 6.3.2 同期復調器

図 6.6 は最も基本的な同期復調器の構成を示す。すべての線形デジタル変調信号は、この復調器で復調可能である。

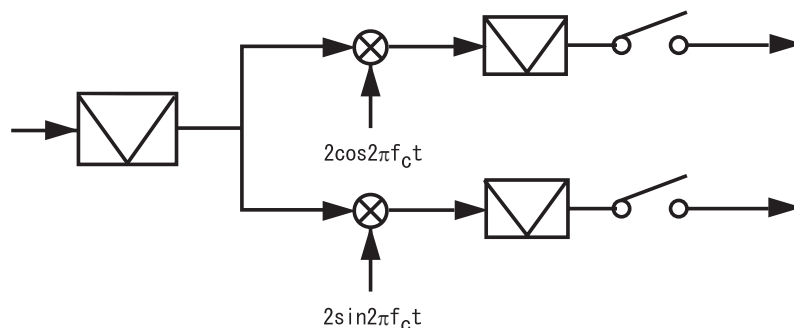


図 6.6: 同期復調器 (Coherent Demodulator)

<sup>3</sup>復調、検波の定義は一定していない。本章でいう復調を検波 (Detection) とよび、その後段の処理を判定 (Decision) とする場合も多い。

受信機入力信号は、まず復調器の受信フィルタで帯域制限される。次に、このフィルタ出力は、2つに分けられてそれぞれに対して、 $2 \cos 2\pi f_c t$  と  $-2 \sin 2\pi f_c t$  が乗積される。この結果は、ベースバンド成分と  $2f_c$  の周波数を持つ成分となる。そこでこのうち高周波数成分をフィルタで除去することによって信号の  $\cos$  成分と  $\sin$  成分が取り出される。さらに両枝路における出力成分は、時刻  $t = lT$  でサンプリングされる。このとき上側枝路の出力を  $r_l^I$ 、下側枝路の出力を  $r_l^Q$  とする。

### 6.3.3 検波・判定

上で述べた同期復調器の出力は受信信号の搬送波の同相成分と直交成分を出力とする。従って、QAM 信号の場合は、 $r_l^I$  と  $r_l^Q$  のそれぞれの大きさから直接情報を決定することができる。このような検波・判定が正しく行われるためには、まず同期復調器において受信信号の搬送波に同期した（周波数と位相の等しい）正弦波を正しく再生する必要がある。また、受信信号はフェージングを含む伝播損失により、強度が不定であるので、ASK や QAM のような信号強度が情報を担う方式では、受信側で伝播損失量を推定する必要もある。このような搬送波再生と受信強度を受信機で行うために、送信機側では、通常の情報以外に、受信側で既知のデータ系列をときどき挿入することが行われる。振幅が情報を担わない PSK 信号の場合は、 $\tan^{-1}(r_l^I/r_l^Q)$  を求めることで  $l$  番目のサンプルに対応する送信信号の位相を推定し、送信された情報を再生できる。しかしこの場合も、受信機での搬送波再生は必要である。

PSK 信号において、信号の位相の絶対値ではなくシンボルと次のシンボルの位相の変化（相対値）で送信したい情報を表現する手法 (DPSK: Differential PSK) がある。この場合は、受信機での同期復調器の搬送波再生において位相がたとえば  $\psi$  だけ偏移していても、連続する2つのサンプルの位相差は、

$$\begin{aligned} \Delta &= \tan^{-1}(r_l^I/r_l^Q) - \tan^{-1}(r_{l-1}^I/r_{l-1}^Q) \\ &= (\arg[u_l] + \psi) - (\arg[u_{l-1}] + \psi) \\ &= \arg[u_l] - \arg[u_{l-1}] \end{aligned} \quad (6.29)$$

と正しく求めることができる。特に、連続するシンボルの位相差で2値情報を表現する2値BPSKでは、受信側で図6.7のように、1シンボル時間の遅延回路を準備することができれば、搬送波再生を行うことなく復調が可能となる。

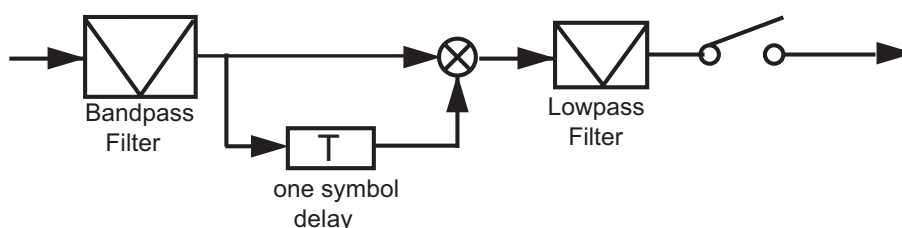


図 6.7: 2 値 DBPSK 用差動 (遅延) 復調器 (Differential Demodulator)

一方、信号強度のみが情報を担う信号方式、たとえば OOK や  $u_k$  の正負を区別せず  $|u_k|$  で情報を表現するような ASK 信号の場合は、判定は復調器出力の絶対値  $|r_l|$  (またはその自乗値  $r_l r_l^*$ ) で情報の再生が可能であり、サンプルの位相成分は不要である。このような場合には、図6.6のように、搬送波の同相成分と直交成分を分離して抽出する復調器のかわりに図6.8のような構成の復調器を用いることができる。このような復調器を包絡線復調器 (しばしば包絡線検波器) という。包絡線復調器では、同期復調器と異なり搬送波再生は不要である。

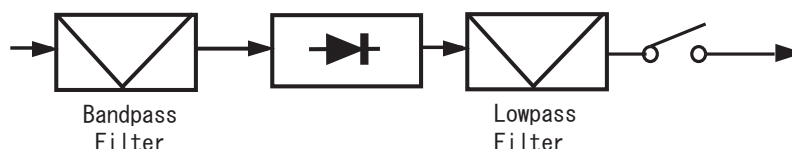


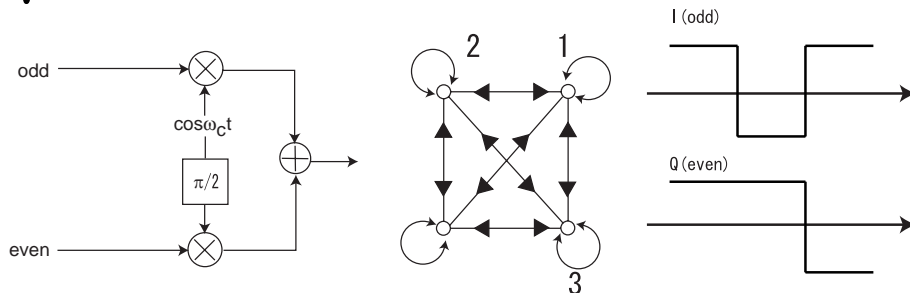
図 6.8: 包絡線復調器 (Envelope Demodulator)



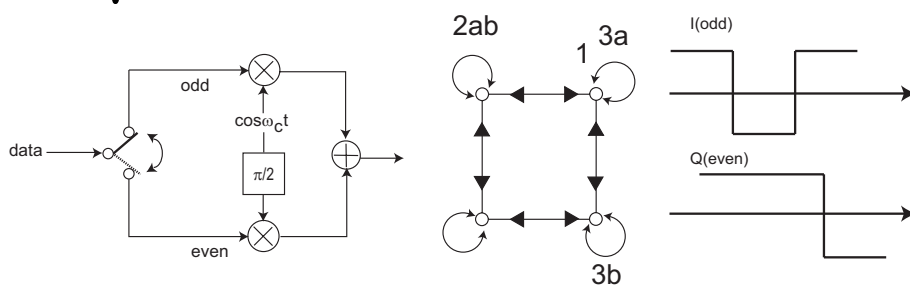
## 6.4 / 4シフトQPSK

QPSKの変形として、オフセットQPSK (OQPSK) や  $\pi/4$  シフトQPSKがある。これらは、帯域外輻射を制限するために帯域制限を行ったときの包絡線変動を小さくするために考えられたものである。同一のスペクトルを有するが、非線形伝送路を通過した場合のスペクトルは異なったものとなる。

### QPSK



### Offset-QPSK



### $\pi/4$ シフトQPSK

