

# 第7章 デジタルFMとOFDM

## 7.1 デジタル周波数変調 (M-ary FSK)

特徴

周波数 (間隔  $\Delta$  : M通り) で情報を表現し伝送する方式である。どの周波数が送られているかということで情報を表現している。このため、回線の利得 (減衰) の変化に強いが、一方、情報伝送速度あたりの帯域幅が大きい (概略 M に比例 図 7.1) という欠点もある。受信においては、搬送波の同期が不要である包絡線復調器が適用できる。以上の点より、周波数利用効率が問題にならない簡易なシステムでは用いられる。短波帯の低速なデータ通信システムのテレタイプ (100bps 以下) や初期の数百 bps 程度の電話モデム等がその例である。  
M 値 FSK 信号の波形は、

$$\begin{aligned} s(t) &= \Re \left[ \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sqrt{2P} g(t - kT) u_k \exp(j\omega_c t) \right] \\ &= \sqrt{2P} \sum_{k=-\infty}^{\infty} g(t - kT) \cos[2\pi f_k t + \phi_k] \end{aligned} \quad (7.1)$$

但し、

$$u_k = \exp(j2\pi(m-1)\Delta + \phi_k) \quad m=1, 2, \dots, M$$

と表現できる。従って、 $f_k$  は、それぞれ以下の  $F_1$  から  $F_M$  の M 通りの値のいずれかをとる。

$$F_m = \omega_c/2\pi + (m-1)\Delta \quad m=1, 2, \dots, M \quad (7.2)$$

すなわち、シンボルごとに周波数が変わり、どの周波数が送信されたかということで情報が表現される。なお上式では、 $F_1 = \omega_c/2\pi$  としている。

## 7.2 FSK 信号の平均電力

FSK 信号の平均電力は

$$P_{av} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s^2(t) dt = \frac{P}{T} \int_{-\infty}^{\infty} g^2(t) dt \quad (7.3)$$

である。すなわち式 (7.1) 中の情報を表す  $f_k$  は、信号電力に影響を与えない

## 7.3 FSK 信号の電力密度スペクトル

FSK 信号は、M 個周波数のうちのひとつだけを見ると、OOK (on-off keying) とみなせる。従って、その電力密度スペクトルは、OOK 信号の電力スペクトルを  $\Delta$  間隔に M 個ならべたものとみることができる。

## 7.4 FSK 信号の受信機構成

FSK 信号の受信は、M 個の周波数のうち、どの周波数に信号が存在するかをみることで行われる。信号の存在検出であるため、ASK 信号の最も単純な形である OOK (on-off keying) 同様に同期復調 (図 7.2<sup>1</sup>) でも非同期復調 (図 7.3) でも復調が可能である。

<sup>1</sup> なお図 7.2 中の  $ref_m(t)$  は、 $g(t - kT) \cos[2\pi F_m t + \phi]$  である。

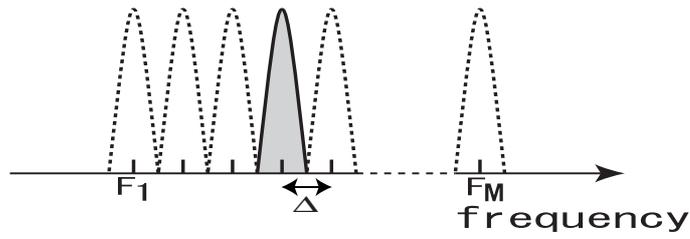


図 7.1: M 値 FSK の周波数

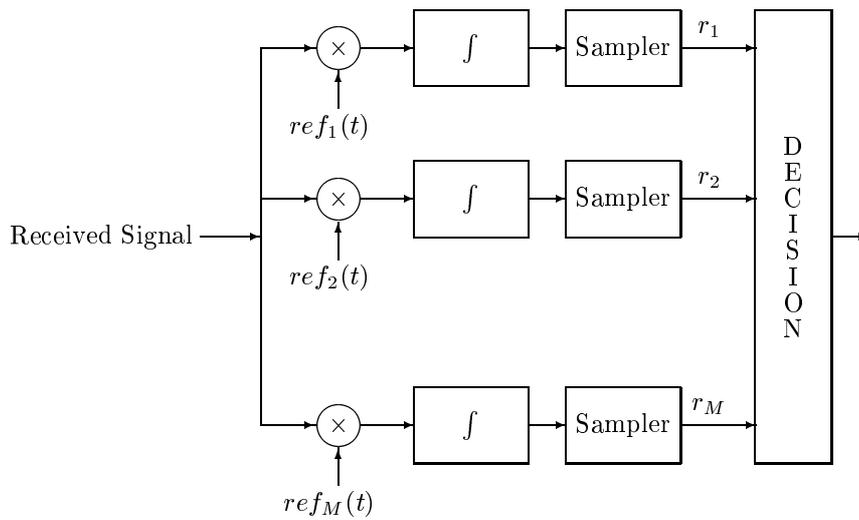


図 7.2: 同期復調による M F S K 受信機の構成

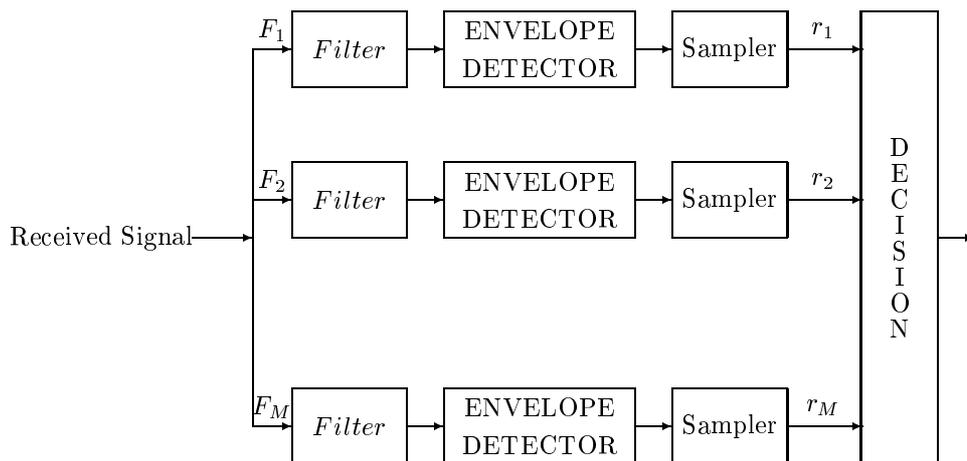


図 7.3: 非同期復調による M F S K 受信機の構成

## 7.5 FSK における周波数間隔

式 (7.2) 中の, 周波数間隔  $\Delta$  について考える. いま,  $k$  番目のシンボルにおいて周波数成分  $F_m$  の信号が送られていたとする (即ち  $f_k = F_m$ ). この信号を  $s_m(t)$  と表現することにする. 即ち

$$s_m(t) = \sqrt{2P}g(t - kT) \cos[2\pi F_m t + \phi_k] \quad (7.4)$$

である. 周波数間隔  $\Delta$  が適切であれば, 前節の受信機では,  $m$  番目の枝路のみで信号に対応する出力が生じればよい. そこで受信機の  $n$  番目枝路での出力  $r_n$  が,  $n = m$  のときのみ非零の値をとる条件を考える.

同期式受信機で考える.  $k$  番目のシンボルに対応する  $n$  番目枝路の参照信号は

$$ref_n(t) = g(t - kT) \cos[2\pi F_n t + \phi_n] \quad (7.5)$$

である. ここで

$$g(t) = \begin{cases} 1 & |t| \leq T/2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (7.6)$$

$$F_m - F_n = \ell\Delta \quad (7.7)$$

$$\phi_k - \phi_n = \delta \quad (7.8)$$

とすると,

$$\begin{aligned} r_n &= \int_{-\infty}^{\infty} s_m(t) ref_n(t) dt \\ &= \sqrt{2P} \int_{(k-1/2)T}^{(k+1/2)T} \cos[2\pi F_m t + \phi_k] \cos[2\pi F_n t + \phi_n] dt \\ &= \sqrt{\frac{P}{2}} T \left[ \frac{\sin(\pi T \ell \Delta)}{\pi T \ell \Delta} \right] \cos(2\pi k \ell \Delta T + \delta) \end{aligned} \quad (7.9)$$

である.

この式より,  $\ell\Delta$  が  $1/T$  の整数 (非零) 倍であるときには,  $r_n$  は常に零となる. 即ち, 周波数間隔が  $1/T$  の倍数になるようにすれば, 周波数の異なる信号は, 互いに影響を与えないといえる.

なお,  $\delta = \pm\pi/2$  とすると, 式 (7.9) の  $\cos(2\pi k \ell \Delta T + \delta)$  項は,  $\ell \neq 0$  において  $\Delta = 1/(2T)$  でも零となる. これは位相差が一定の関係を保つようにすることが出来れば, 周波数間隔を  $1/(2T)$  の倍数としても, 互いに影響を与えないようにすることができることを意味している.

## 7.6 FSK における変調の多値化

線形変調 (ASK, PSK, QAM) では, 変調の多値化は, 信号点空間の次元は同じ (2次元) ままで信号点の数を増大する. 従って情報速度一定なら, 帯域幅は減少するが, 信号点間距離が小さくなるため, 誤り率が增大する.

これに対し, FSK 信号における多値化は, 使用周波数の増加によって行われる. これは, 信号点が存在する空間の次元を  $M$  次元に拡張することと等価である. このことは, FSK に限らず,  $M$  個の互いに直交する波形,

$$s_1(t), s_2(t), s_3(t), \dots, s_M(t) \quad (7.10)$$

を準備し, どの波形が送られたかで情報を識別するような方式の, 他の直交変調系 (M値 PPM, M値符号シフト変調等) においても同様である. このように信号次元を増加させるためには, 情報伝送速度が一定であれば, 帯域幅の増加を伴うが, 一方, 同一電力下で誤り率減少を得ることができる.

## 7.7 MSK (Minimum Shift Keying)

### 7.7.1 特徴

- 2値FSKと(オフセット)QPSKの性格を併せ持つ
- 位相の変化が連続的である
- 定包絡信号であり, 回線の利得(減衰)の変化や非線形性に強い
- メインローブは, QPSKの1.5倍
- サイドローブは, QPSKより低レベル

### 7.7.2 波形

継続時間  $T$  の矩形パルス

$$\Pi(t) = \begin{cases} 1 & 0 < t \leq T \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (7.11)$$

を考え, これを用いて2値データ系列  $\{b_k = \pm 1\}$  に対して,

$$b_o(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} b_{2k-1} \Pi(t - kT + \frac{T}{2}) \quad (7.12)$$

$$b_e(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} b_{2k} \Pi(t - kT) \quad (7.13)$$

を定義すると, 電力  $P$  のMSK信号は,

$$s(t) = \sqrt{2P} [C_H(t) \sin \omega_H t + C_L(t) \sin \omega_L t] \quad (7.14)$$

と表現できる. 但し

$$C_H(t) = \frac{b_o(t) + b_e(t)}{2} \quad (7.15)$$

$$C_L(t) = \frac{b_o(t) - b_e(t)}{2} \quad (7.16)$$

であり,

$$\omega_H = \omega_c + \Omega \quad (7.17)$$

$$\omega_L = \omega_c - \Omega \quad (7.18)$$

$$\Omega = \frac{\pi}{T} \quad (7.19)$$

である. ここで,

$$\begin{aligned} C_H \cdot C_L &= 0 \\ |C_H| + |C_L| &= 1 \end{aligned}$$

であるからMSK信号は, ある瞬間には, 周波数  $\omega_H/2\pi$  か  $\omega_L/2\pi$  のいずれか一方の正弦波を送信している2値FSKとみなすことができる.

また, 式(7.14)は,

$$s(t) = \sqrt{2P} [b_e(t) \sin \Omega t \cos \omega_c t + b_o(t) \cos \Omega t \sin \omega_c t] \quad (7.20)$$

$$= b_o(t) \sqrt{2P} \sin [\{\omega_c + b_o(t)b_e(t)\Omega\} \cdot t] \quad (7.21)$$

$$= b_o(t) \sqrt{2P} \sin [\omega_c + \phi(t)] \quad (7.22)$$

但し

$$\phi(t) = \begin{cases} +b_e(t)\Omega t & b_o = +1 \\ -b_e(t)\Omega t + \pi & b_o = -1 \end{cases} \quad (7.23)$$

と変形できる。

ここで、 $b_o(t)$ 、 $b_e(t)$  がいずれも  $\pm 1$  であることを考慮すると、式 (7.20) は、MSK 信号がパルス波形が  $\sin \Omega t$  または  $\cos \Omega t$  である OQPSK とみなせることを示している。一方、(7.21) は、2つの角周波数が  $\omega_c \pm \Omega$  であるような FSK として表現している。なお、2つの周波数の位相差は、7.5 節で述べた関係を保っている<sup>2</sup>。最後の式 (7.22) では、 $\Omega T/2 = \pi/2$  であるから、位相  $\phi(t)$  は 1 ビット区間  $T/2$  に  $\pi/2$  だけ進む ( $b_o b_e = 1$ ) か遅れる ( $b_o b_e = -1$ ) かする。すなわちアナログ (連続) 的な位相変調として MSK 信号を表現している。

### 7.7.3 帯域幅

図 7.51, 7.5 に MSK 信号の電力密度スペクトルを示す。また比較のために矩形パルスを用いた (従って定包絡) QPSK 信号, BPSK 信号のスペクトルも併せて示す。MSK 信号の帯域幅は、図 7.5 のようにメインローブで比較すると、QPSK 信号の 1.5 倍である。しかしサイドローブまで考慮すると、図 7.6 のように QPSK 信号より狭い (電力の 99% が含まれる帯域幅では、MSK 信号が  $1.2/T$ , QPSK 信号が  $8/T$ .) 従って衛星系のようにメインローブの幅が問題になるような厳しい帯域制限下では、MSK より QPSK が適する。一方、サイドローブが隣接チャンネルに与える干渉が問題となる陸上移動無線のような環境では MSK がしばしば用いられる。

---

<sup>2</sup>7.5 ではパルスの継続時間が  $(k - 1/2)T \sim (k + 1/2)T$  としていたのに対し、ここでは  $(k - 1)T \sim (k + 1)T$  としているため 2つの周波数の位相関係が異なって見えるが、パルス継続時間の中央において  $\pm \pi/2$  だけ位相が違うという関係は同一である。

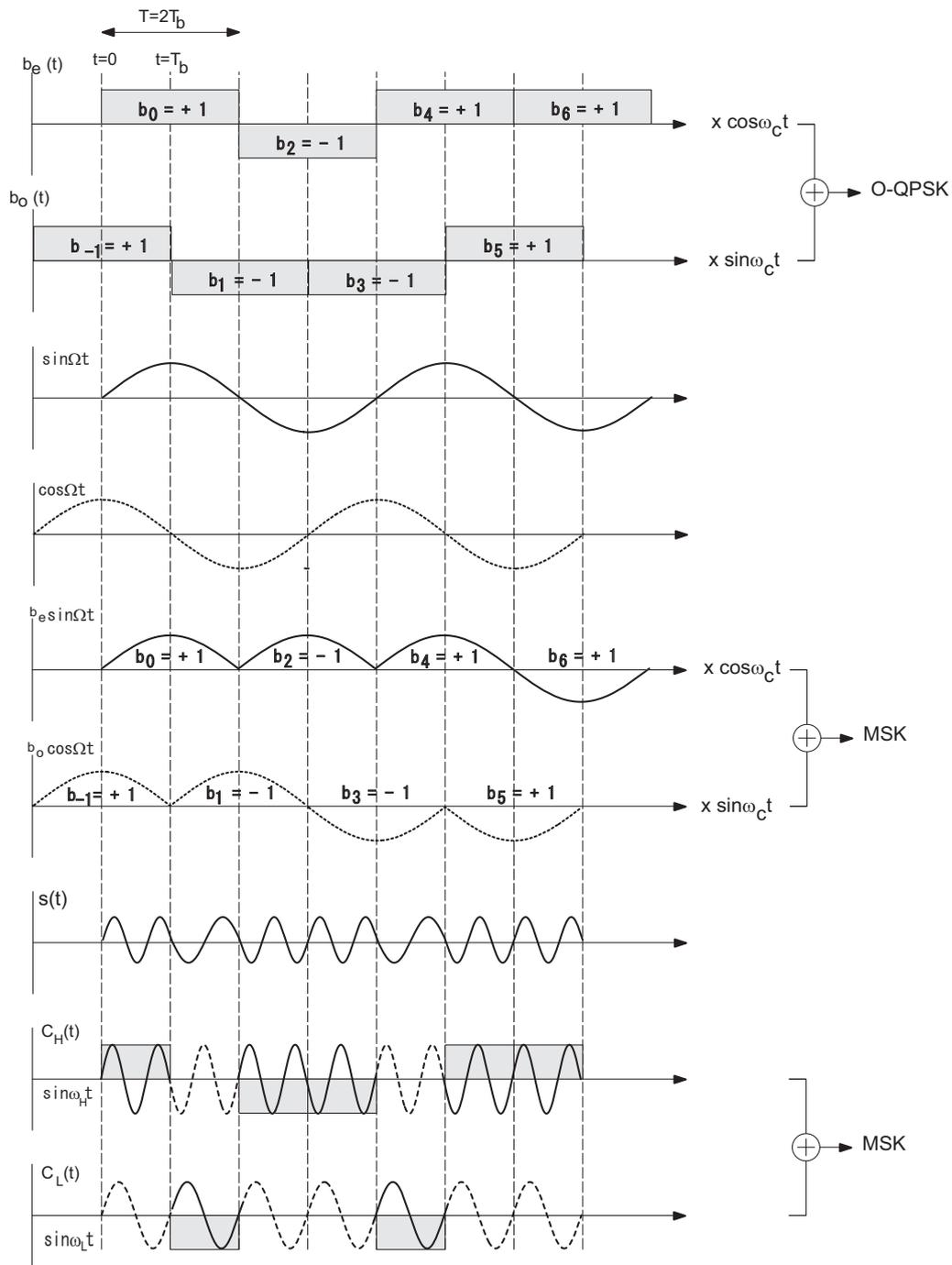


図 7.4: MSK の時間波形とパルス波形の関係

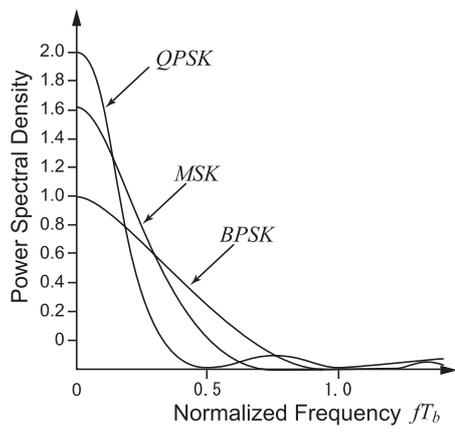


図 7.5: MSK 信号のスペクトル (Main Lobe)

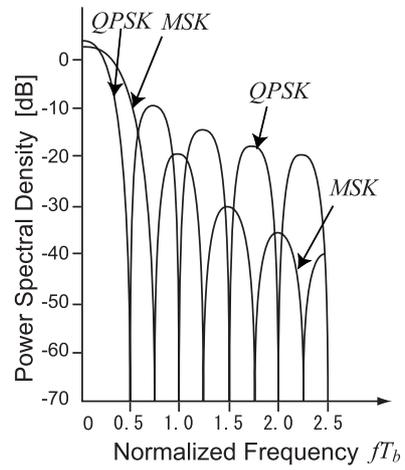


図 7.6: MSK 信号のスペクトル (Side Lobes)

## 7.8 直交周波数分割多重変調 (OFDM)

- 周波数 (間隔  $1/T$  :  $M$ 通り) のそれぞれを線形変調 (QAM 等) で変調
- 回線の利得 (減衰) の変化に弱い
- 情報伝送速度あたりの帯域幅が小さい
- 包絡線変動が激しい .
- 非線形増幅により特性が大きく劣化する .

QAM や VSB のような変調方式を用いて、多値化によって狭帯域化 (高速化) を図る場合、シンボルレートも高速になり、そのためマルチパスの影響を受けやすくなる。そこで、伝送速度の向上とマルチパスの影響の軽減を目指した直交周波数変調 (OFDM: Orthogonal Frequency Division Multiplex) が提案・開発されてきた。これは、多数 (通常数百) の搬送波を同時に使いそれぞれに低速の変調を行なうものである。この方式では、搬送波あたりのシンボルレートは遅くなり、マルチパスによる遅延信号の影響を排除しやすくなる。

各搬送波の信号は、それぞれの位相関係にかかわらず常に互いに直交させるため、シンボルレートの逆数の周波数間隔で整列されている。このため、図 7.7 に示すように、各信号のメインローブは互いに重なりあうことになる。また、図 7.8 に示すように、全体のスペクトルはほぼ矩形となり、サイドローブは急激に減衰する。

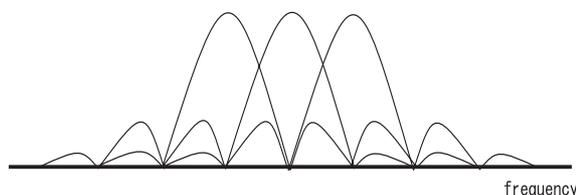


図 7.7: OFDM 信号のスペクトル (拡大)

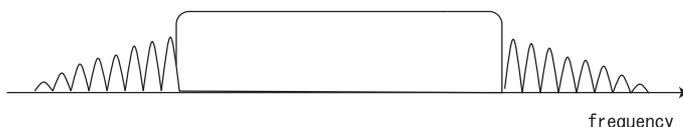


図 7.8: OFDM 信号のスペクトル (全体)

このように多数のしかも狭い間隔の搬送波に、一括して変調を行うためには、データ系列に対して複素逆フーリエ変換を行なう手法 (図 7.9) が採られている。また復調ではこの逆の操作を行なえば良い。このような方式は、従来の変調の概念から出て、データ系列の信号波形へのマッピングという概念に踏み込んでいる点でも興味深い。

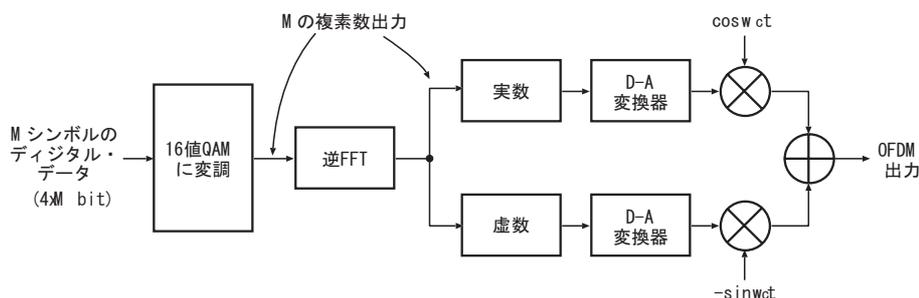


図 7.9: OFDM の変調器構成

なお OFDM は、日本国内においては、デジタル地上波テレビジョン放送に採用されている他、次世代の移動体無線など多くの分野での適用が考えられている。また、情報を周波数軸と時間軸で張られる空間にマッピングしているものと見なすことができる点で、学術的にも、また高度な符号化を行う上でも効果的な方式といえる。電力線通信においても、特に広帯域システムにおいて広く用いられている。これは、OFDM の耐マルチパス性を利用し、また特に干渉が問題となる他の無線システムへの影響を抑えるためにスペクトル形状を変化させることの柔軟性を活用するためである。