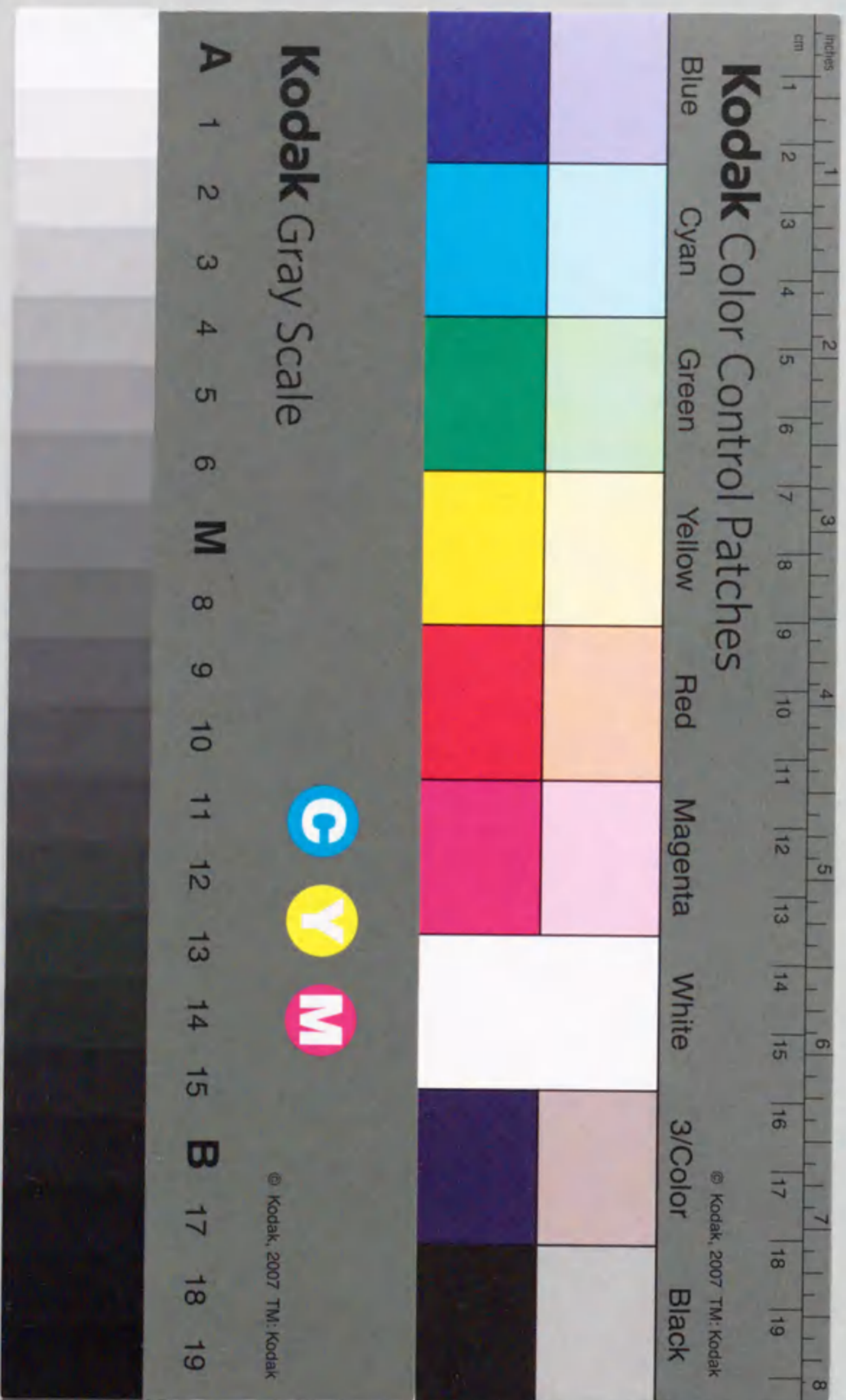


報告番号 甲第 2977 号

①

透水係数の空間分布推定法と 地下水流動の予測に関する研究

奥野哲夫



目次

第1章 序論	1
1.1 研究の背景と目的	1
1.2 既往の研究	7
1.2.1 透水係数の評価	7
1.2.2 透水係数の不確定性と統計的推定法	13
1.2.3 数値解析手法	17
1.2.4 地盤工学における逆解析手法	25
1.3 本論文の構成と内容	32
第2章 3次元均質異方性多孔質媒体モデルと一般化放射流モデルによる岩盤透水係数の評価法	36
2.1 概説	36
2.2 3次元均質異方性多孔質媒体モデルにおける非定常浸透理論	40
2.3 一般化放射流モデルにおける非定常浸透理論	49
2.4 クロスホール透水試験の解析方法	53
2.4.1 Hsiehの解析方法	53
2.4.2 提案する解析方法	56
2.5 原位置試験と解析結果の考察	60
2.5.1 原位置の地質特性と試験結果	60
2.5.2 解析結果と考察	65
2.6 まとめ	75
第3章 地盤統計学を用いた透水係数の空間分布推定法	78
3.1 概説	78
3.2 確率場	79

3.3	クリッキングの定式化	84
3.3.1	ユニバーサル・クリッキング	84
3.3.2	ブロック・クリッキング	88
3.4	クリッキングによる透水係数の空間分布推定	90
3.4.1	解析モデル	90
3.4.2	推定結果	93
3.5	まとめ	96
第4章	線形一次近似法を用いた地下水流動の将来予測	97
4.1	概説	97
4.2	飽和・不飽和浸透流を対象とした有限要素解析	99
4.3	線形一次近似法	103
4.4	線形一次近似法を用いた飽和・不飽和浸透流解析の定式化	106
4.4.1	圧力水頭の平均値と共分散	106
4.4.2	ダルシー流速の平均値と共分散	110
4.4.3	確率有限要素法による飽和・不飽和浸透流の解析フロー	111
4.5	飽和・不飽和浸透流を対象とした線形一次近似法の適用性の検討	113
4.5.1	解析ケースと解析条件	114
4.5.2	解析結果と適用性の検討	124
4.6	まとめ	171
第5章	拡張カルマンフィルタを用いた透水係数の空間分布推定法	173
5.1	概説	173
5.2	カルマンフィルタと拡張カルマンフィルタ	175
5.2.1	カルマンフィルタ	175
5.2.2	拡張カルマンフィルタ	184
5.2.3	事前情報を用いた推定値の安定化	187
5.3	不圧地下水を対象とした有限要素法の定式化	191
5.4	拡張カルマンフィルタを用いた逆解析手法の定式化	195
5.5	逆解析手法の妥当性の検討	199

5.5.1	解析モデルと解析ケース	199
5.5.2	逆解析結果と妥当性の検討	203
5.6	複数の揚水試験結果を用いた逆解析手法	211
5.6.1	仮想地盤モデルと解析条件	212
5.6.2	推定結果と適用性の検討	215
5.7	まとめ	224
第6章	時間更新アルゴリズムを用いた地下水流動の将来予測と掘削工事における最適排水量の設定法	226
6.1	概説	226
6.2	拡張カルマンフィルタの時間更新アルゴリズム	228
6.3	揚水に伴う非定常地下水流動の予測解析	230
6.3.1	仮想地盤モデルと解析条件	230
6.3.2	予測結果と考察	235
6.4	掘削工事における最適排水量の設定	237
6.4.1	計画地下水位に対する排水代替案の作成	240
6.4.2	各排水代替案に基づく地下水位低下予測とベイズリスク最小化基準による最適案の決定	247
6.4.3	排水期間中の観測に基づく透水係数の推定値更新と最適案の修正	257
6.5	まとめ	276
第7章	結論	278
	参考文献	283
	謝辞	294
	Appendix	295

目次

1.1	建設工事における予測解析の位置づけ	3
1.2	岩盤中の間隙の形態	8
1.3	間隙率とREVの関係	9
1.4	構造物と割れ目の大きさの関係	9
1.5	土の透水試験方法	12
1.6	数値解析モデルの分類	18
2.1	クロスホール透水試験の概念図	37
2.2	クロスホール透水試験の実施・解析フロー	37
2.3	ケース2の注入区間	42
2.4	ケース3の観測区間	43
2.5	ケース1の理論曲線	46
2.6	ケース2の理論曲線	46
2.7	ケース3の理論曲線	47
2.8	ケース4の理論曲線	47
2.9	一般化放射流モデルにおける1, 2, 3次元の流動形態	50
2.10	一般化放射流モデルにおける理論曲線	52
2.11	注入区間と観測区間の位置関係	54
2.12	3次元均質異方性媒体としての解析フロー	57
2.13	一般化放射流モデルによる次元解析フロー	57
2.14	3次元均質異方性媒体としての解析と次元解析の位置付け	58
2.15	試験位置の透視図	61
2.16	注入区間と観測区間の配置	61
2.17a	観測区間の圧力水頭変化	63

2.17b	観測区間の圧力水頭変化(続き)	64
2.18a	理論曲線のフィッティング結果	66
2.18b	理論曲線のフィッティング結果(続き)	67
2.19	透水楕円体	69
2.20	割れ目方向の調査結果	71
2.21	割れ目卓越面と透水テンソルの主軸方向	71
2.22	KH-5孔の透水係数分布	72
2.23	一般化放射流モデルの理論曲線のフィッティング結果	74
3.1	確率過程をなす標本関数の集合	80
3.2	CASE-Aの測定値と測定点配置	91
3.3	CASE-Bの測定値と測定点配置	92
3.4	CASE-Aの推定誤差分布(標準偏差分布)	94
3.5	CASE-Bの推定値	95
3.6	CASE-Bの推定誤差分布(標準偏差分布)	95
4.1	飽和・不飽和浸透流の解析領域	100
4.2	確率有限要素法による飽和・不飽和浸透流解析の解析フロー	112
4.3	CASE-1の解析モデルと境界条件	119
4.4	CASE-2の解析モデルと境界条件	120
4.5	CASE-3, 3A, 3Bの解析モデルと境界条件	121
4.6	CASE-4, 6の水分特性曲線と透水係数比	122
4.7	CASE-5の水分特性曲線と透水係数比	122
4.8	CASE-4, 5, 6の解析モデルと境界条件	123
4.9	CASE-1の全水頭の平均値分布	125
4.10	CASE-1の圧力水頭の平均値分布	125
4.11	CASE-1の全水頭の標準偏差分布	126
4.12a	CASE-1の各節点の全水頭のヒストグラム(モンテカルロ法)	127
4.12b	CASE-1の各節点の全水頭のヒストグラム(モンテカルロ法)(続き)	128
4.13	CASE-2の全水頭の平均値分布	130

4.14 CASE-2の圧力水頭の平均値分布	130
4.15 CASE-2の全水頭の標準偏差分布	131
4.16aCASE-2の各節点の全水頭のヒストグラム(モンテカルロ法)	132
4.16bCASE-2の各節点の全水頭のヒストグラム(モンテカルロ法)(続き)	133
4.17 CASE-3の全水頭の平均値分布(確率有限要素法)	135
4.18 CASE-3の全水頭の平均値分布(モンテカルロ法)	135
4.19 CASE-3の圧力水頭の平均値分布(確率有限要素法)	136
4.20 CASE-3の圧力水頭の平均値分布(モンテカルロ法)	136
4.21 CASE-3の全水頭の標準偏差分布(確率有限要素法)	137
4.22 CASE-3の全水頭の標準偏差分布(モンテカルロ法)	137
4.23 CASE-3のダルシー流速の平均値分布(確率有限要素法)	138
4.24 CASE-3のダルシー流速の平均値分布(モンテカルロ法)	138
4.25 CASE-3のダルシー流速の標準偏差分布(確率有限要素法)	139
4.26 CASE-3のダルシー流速の標準偏差分布(モンテカルロ法)	139
4.27aCASE-3の各節点の全水頭のヒストグラム(モンテカルロ法)	141
4.27bCASE-3の各節点の全水頭のヒストグラム(モンテカルロ法)(続き)	142
4.28 CASE-3Aの全水頭の平均値分布(確率有限要素法)	145
4.29 CASE-3Aの圧力水頭の平均値分布(確率有限要素法)	145
4.30 CASE-3Aの全水頭の標準偏差分布(確率有限要素法)	146
4.31 CASE-3とCASE-3Aの全水頭標準偏差の差の分布(確率有限要素法)	146
4.32 CASE-3とCASE-3Aの全水頭平均値の対応関係	147
4.33 CASE-3とCASE-3Aの全水頭標準偏差の対応関係	147
4.34 CASE-3Aのダルシー流速の平均値分布(確率有限要素法)	148
4.35 CASE-3Aのダルシー流速の標準偏差分布(確率有限要素法)	148
4.36 CASE-3Bの全水頭の平均値分布(確率有限要素法)	151
4.37 CASE-3Bの圧力水頭の平均値分布(確率有限要素法)	151
4.38 CASE-3Bの全水頭の標準偏差分布(確率有限要素法)	152
4.39 CASE-3とCASE-3Bの全水頭平均値の差の分布(確率有限要素法)	153
4.40 CASE-3とCASE-3Bの全水頭標準偏差の差の分布(確率有限要素法)	153

4.41 CASE-3とCASE-3Bの全水頭平均値の対応関係	154
4.42 CASE-3とCASE-3Bの全水頭標準偏差の対応関係	154
4.43 CASE-3Bのダルシー流速の平均値分布(確率有限要素法)	155
4.44 CASE-3Bのダルシー流速の標準偏差分布(確率有限要素法)	155
4.45 CASE-4の圧力水頭の平均値分布(確率有限要素法)	157
4.46 CASE-4の圧力水頭の平均値分布(モンテカルロ法)	157
4.47 CASE-4の圧力水頭の標準偏差分布(確率有限要素法)	158
4.48 CASE-4の圧力水頭の標準偏差分布(モンテカルロ法)	158
4.49 CASE-4の圧力水頭の標準偏差に関する確率有限要素法とモンテカルロ法の差の分布	159
4.50 CASE-4の飽和領域における圧力水頭の平均値と標準偏差分布(確率有限要素法)	160
4.51 CASE-4の飽和領域における圧力水頭の平均値と標準偏差分布(モンテカルロ法)	160
4.52 CASE-5の圧力水頭の平均値分布(確率有限要素法)	163
4.53 CASE-5の圧力水頭の平均値分布(モンテカルロ法)	163
4.54 CASE-5の圧力水頭の標準偏差分布(確率有限要素法)	164
4.55 CASE-5の圧力水頭の標準偏差分布(モンテカルロ法)	164
4.56 CASE-5の圧力水頭の標準偏差に関する確率有限要素法とモンテカルロ法の差の分布	165
4.57 水分特性曲線と透水係数比の関係における曲線勾配	165
4.58 CASE-6の圧力水頭の平均値分布(確率有限要素法)	168
4.59 CASE-6の圧力水頭の平均値分布(モンテカルロ法)	168
4.60 CASE-6の圧力水頭の標準偏差分布(確率有限要素法)	169
4.61 CASE-6の圧力水頭の標準偏差分布(モンテカルロ法)	169
4.62 CASE-6の圧力水頭の標準偏差に関する確率有限要素法とモンテカルロ法の差の分布	170
5.1 カルマンフィルタ理論の視覚的説明	182
5.2 不圧帯水層の解析領域と境界条件	192
5.3 解析モデル図	201
5.4 設定した透水係数の空間分布モデル(単位 cm/s の透水係数の常用対数值)	201
5.5 Aシリーズの観測点配置	202
5.6 Bシリーズの観測点配置	202
5.7 CASE-A1の透水係数の推定結果(単位 cm/s の透水係数の常用対数值)	205

5.8	CASE-B1の透水係数の推定結果(単位 cm/s の透水係数の常用対数値)	205
5.9	CASE-A2の透水係数の推定結果(単位 cm/s の透水係数の常用対数値)	206
5.10	CASE-B2の透水係数の推定結果(単位 cm/s の透水係数の常用対数値)	206
5.11	CASE-A3の透水係数の推定結果(単位 cm/s の透水係数の常用対数値)	207
5.12	CASE-B3の透水係数の推定結果(単位 cm/s の透水係数の常用対数値)	207
5.13	CASE-A1,B1の推定過程における S_m と E_m の変化	208
5.14	CASE-A2,B2の推定過程における S_m と E_m の変化	208
5.15	CASE-A3,B3の推定過程における S_m と E_m の変化	209
5.16	仮想地盤モデルの要素分割	212
5.17	揚水試験Cの観測点配置	214
5.18	推定Aの透水係数の推定値(単位 cm/s の透水係数の常用対数値)	216
5.19	推定Aの透水係数の推定誤差(標準偏差;単位 cm/s の透水係数の常用対数値)	216
5.20	推定ABCの透水係数の推定値(単位 cm/s の透水係数の常用対数値)	217
5.21	推定ABCの透水係数の推定誤差(標準偏差;単位 cm/s の透水係数の常用対数値)	217
5.22	推定ABCEDの透水係数の推定値(単位 cm/s の透水係数の常用対数値)	218
5.23	推定ABCEDの透水係数の推定誤差(標準偏差;単位 cm/s の透水係数の常用対数値)	218
5.24	推定DECBAの透水係数の推定値(単位 cm/s の透水係数の常用対数値)	219
5.25	推定過程における相互情報量の総和の推移	220
5.26	推定ABCEDの透水係数の推定値(単位 cm/s の透水係数の常用対数値)	222
5.27	推定DECBAの透水係数の推定値(単位 cm/s の透水係数の常用対数値)	222
5.28	推定ABCEDの透水係数の推定値(単位 cm/s の透水係数の常用対数値)	223
5.29	推定DECBAの透水係数の推定値(単位 cm/s の透水係数の常用対数値)	223
6.1	設定したの透水係数の空間分布(単位 cm/s の透水係数の常用対数値)	231
6.2	推定ABCEDの透水係数の推定値(単位 cm/s の透水係数の常用対数値)	232
6.3	推定ABCEDの透水係数の推定誤差(標準偏差;単位 cm/s の透水係数の常用対数値)	232
6.4	推定Cの透水係数の推定値(単位 cm/s の透水係数の常用対数値)	233
6.5	推定Cの透水係数の推定誤差(標準偏差;単位 cm/s の透水係数の常用対数値)	233
6.6	掘削工事における排水位置と地下水位観測位置	234
6.7	推定ABCEDの結果を用いた節点65と87の排水時の地下水位予測結果	236

6.8	推定Cの結果を用いた節点65と87の排水時の地下水位予測結果	236
6.9	地下水流動の予測解析と期待損失最小基準を用いた排水量の設定フロー	239
6.10	掘削工事における排水位置と周辺境界条件	241
6.11a	各排水位置の必要排水量の予測結果	243
6.11b	各排水位置の必要排水量の予測結果(続き)	244
6.11c	各排水位置の必要排水量の予測結果(続き)	245
6.12	非対称な損失関数と確率密度関数の関係	252
6.13a	最適案a5による地下水位の予測結果	254
6.13b	最適案a5による地下水位の予測結果(続き)	255
6.13c	最適案a5による地下水位の予測結果(続き)	256
6.14	掘削工事における排水位置と地下水位観測位置	260
6.15a	排水期間中の観測データを用いた地下水位低下量の推定・予測結果	261
6.15b	排水期間中の観測データを用いた地下水位低下量の推定・予測結果(続き)	262
6.15c	排水期間中の観測データを用いた地下水位低下量の推定・予測結果(続き)	263
6.16	排水期間中の観測データを用いた透水係数の推定値(単位 cm/s の透水係数の常用対数値)	264
6.17	排水期間中の観測データを用いた透水係数の推定誤差(標準偏差;単位 cm/s の透水係数の常用対数値)	264
6.18a	排水期間中の観測データを用いた必要排水量の予測結果	266
6.18b	排水期間中の観測データを用いた必要排水量の予測結果(続き)	267
6.18c	排水期間中の観測データを用いた必要排水量の予測結果(続き)	268
6.19a	最適案a5-2による地下水位の予測結果	273
6.19b	最適案a5-2による地下水位の予測結果(続き)	274
6.19c	最適案a5-2による地下水位の予測結果(続き)	275

表目次

1.1 予測タイプの分類	4
1.2a 飽和・不飽和浸透流の主な解析例	20
1.2b 飽和・不飽和浸透流の主な解析例(続き)	21
1.3 直接法による逆解析の例	29
1.4 間接法による逆解析の例	30
1.5 事前情報を考慮した逆解析の例	31
2.1 理想化した試験区間の組み合わせ	41
2.2 試験ケース	62
2.3 試験開始時の観測区間の間隙水圧	65
2.4 透水テンソルの主値・主軸方向と比貯留量	68
2.5 $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2$ の評価結果	70
2.6 地下水流動の次元解析結果	74
3.1 設定した確率場の特性	91
4.1 解析ケース	117
4.2 飽和透水係数の確率特性	118
4.3 CASE-1の全水頭の平均値と標準偏差	126
4.4 CASE-2の全水頭の平均値と標準偏差	131
4.5 CASE-3の全水頭の平均値と標準偏差	140
5.1 設定した透水係数の空間分布特性	199
5.2 推定誤差共分散の初期値, システム誤差分散および観測誤差分散	204
5.3 各揚水試験の観測点配置	214
5.4 観測誤差分散, システム誤差分散および推定誤差共分散の初期値	215

6.1 各排水位置の必要排水量の予測値と予測誤差	246
6.2 排水流量の代替案	246
6.3 各排水代替案による地下水位低下量の予測結果(排水開始33日後)	248
6.4 各排水代替案の期待損失	252
6.5 代替案a5による排水開始後53日目の地下水位低下量の予測結果	265
6.6 各排水位置の必要排水量の予測結果(排水開始前と排水開始後の予測結果の比較)	269
6.7 排水量の変更代替案	269
6.8 変更代替案による地下水位低下量の予測結果	272
6.9 変更代替案の期待損失	272

第1章

序論

1.1 研究の背景と目的

本論文では、地下水流動の予測に含まれる不確定性要因のうち、透水係数の推定に伴う不確定性について検討する。はじめに、岩盤を多孔質媒体としてモデル化することの妥当性を検証するため、新しい試験法および評価法を提案する。次に、確率・統計手法を用いた地盤透水係数の空間分布推定法を提案するとともに、透水係数の推定値と推定誤差を用いた地下水流動の予測解析手法を提案する。統計的決定理論により、これらの推定・予測結果を利用して掘削工事における最適排水量の設定法を提案する。本論文では、以上の提案手法の妥当性を検証するとともに有効性を示す。

建設工事において、地下水は施工を妨げる障害物として扱われることが多く、地盤掘削においては地下水の止水技術が発達し、地下水位を強制的に低下させて工事を行いやすくしたり、地盤を強固に改良する技術が発達してきた[36]。このような技術の発達は、止水工法、地下水位低下工法、軟弱地盤改良工法などに見ることができる。また、ダム貯水池の建設に代表されるように、ダム基礎岩盤の地下水制御は利水技術として構造物本来の機能に関わる重要な問題でもある。地下水挙動により地盤構造物の安定性が問題になる場合も、間接的ではあるが構造物本来の機能に関わる地下水制御技術と考えられる。最近では水封式石油類地下貯蔵用空洞の建設や、今後建設が検討されている圧縮空気貯蔵、地下揚水発電、熱水貯蔵など、多様化した地下構造物周辺の地下水制御技術は、構造物本来の機能に直接影響する要因を多く含んでいる[39, 38]。また、地盤構造物の大型化や大深度化も進んでおり、周辺地盤への影響評価も重要である[206, 207, 208]。周辺地盤環境への影響としては、地下水位の低下による井戸や湧水の枯渇、地盤沈下、

地下水汚染などが懸念され、地盤構造物施工後においても予期せぬ被害を招く場合があります。これまでに多くの被害が報告されている[36, 37]。

以上のように建設工事における地下水の問題は、(1)施工時の地下水対策、(2)構造物本来の機能を担う地下水制御、(3)建設工事に伴う周辺地盤への地下水障害、に分類できる。これらの地下水問題は、対象とする地下水流動の発生メカニズムや流動範囲、あるいは構造物の目的や重要性が異なることから同一に扱うことはできないが、問題が生じる共通の原因として予測に伴う不確実性とそれへの対処の方法を挙げることができる。

一般に、建設工事においては計画、調査・試験、設計、施工、維持・保全の各工程で種々の不確実性が混入する[128]。上記の地下水問題と建設工事の各工程の関係を述べると、(1)は主に施工時に位置づけられ、施工計画や施工法の選定において考慮されることになる。(2)は構造物本来の機能として、計画から維持・保全までの全工程で考慮される必要がある。(3)は構造物本来の機能とは別に地盤の環境影響評価として検討され、評価結果は上記の各工程に反映する必要がある[209]。これらの関係の違いは、建設に伴う地下水問題の対象が異なるためであるが、以下に示す不確実性要因の種類と発生の過程は類似するものと考えられる。

構造物本来の機能として上記(2)の地下水制御を対象とする場合、実際の地下水挙動は設計を目的として理想化あるいは単純化される。図1.1には建設時の作業を、調査・試験、設計、施工、維持・保全の段階を中心にフローで示したものである。地盤構造物周辺の挙動が複雑になると、数値解析手法を用いた予測解析を行い設計の確認や検討に用いられる場合も多い。この場合も理想化や単純化を行い、地盤モデルが作成される。また、設計や予測解析に用いる地盤物性値は画一化された調査・試験から得られ、そのデータの数にも制限がある。このような理想化や画一化などにより、実際の地下水流動は不確実性を含むことになる。

特に、地下水流動の予測においては、透水係数は重要なパラメータとなる。一般に透水性を評価する上で利用できるデータは、現地踏査、ボーリング調査、室内透水試験、現場透水試験、地下水位調査、土質試験などのデータが考えられる。これらの調査や試験は、得られる情報の種類として透水係数を直接与える情報と、間接的に透水性を反映した情報とに分類できる。現場透水試験においても一般に測定に伴う誤差を含み、境界条件などによっても透水係数の測定結果は異なる。例えば、地下水位の観測では、透水

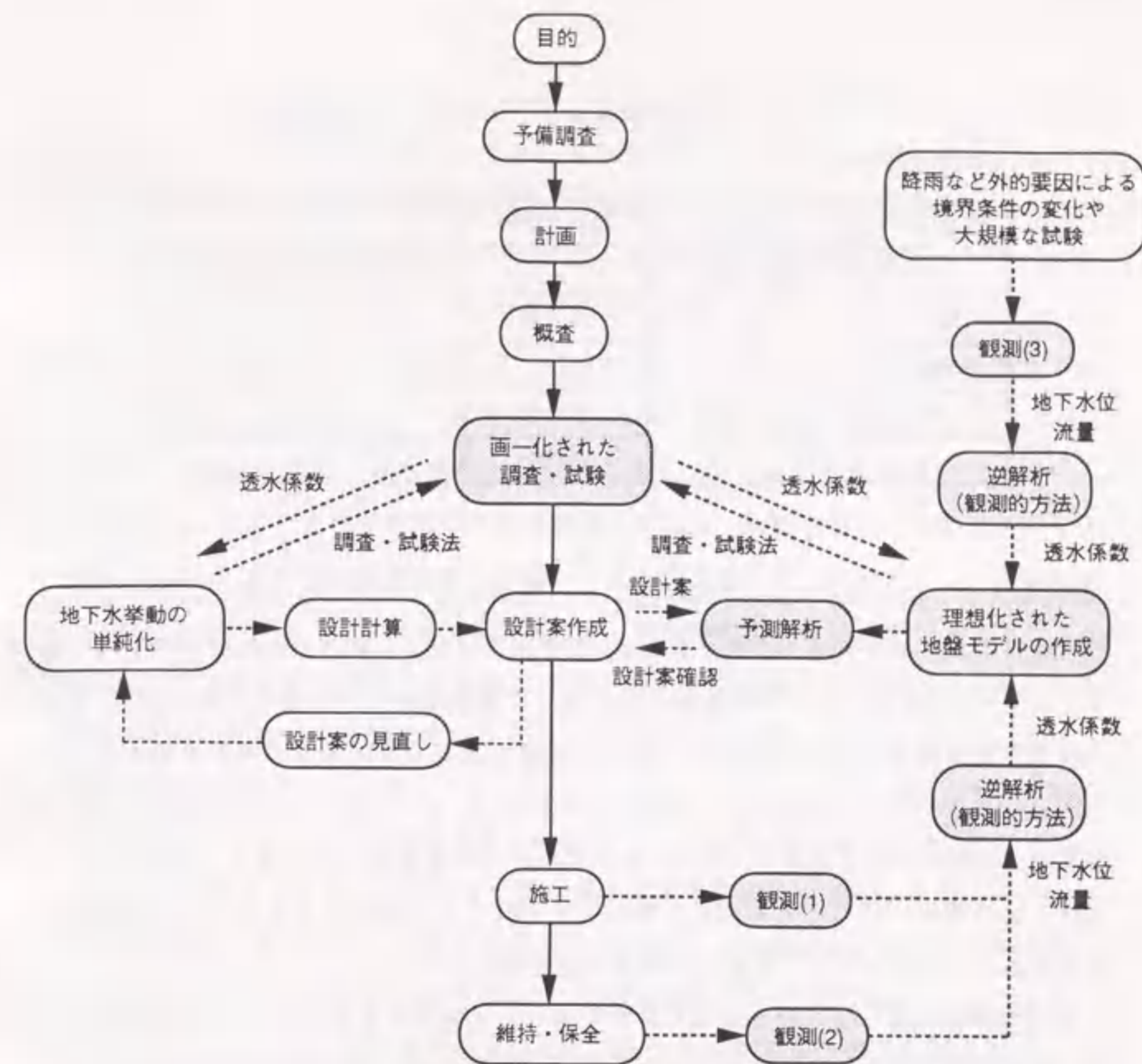


図1.1: 建設工事における予測解析の位置づけ

係数の大きな地盤ではボーリング孔内の水位が比較的遅れが少ない状態で実際の地下水位と平衡状態に達する。しかし、透水係数の小さな地盤では水位上昇に必要な水量が得られるまで遅れが生じることになり、またボーリング孔の存在自体が地下水位の分布を乱すことにもなる。さらに、測定装置の誤差なども加わることになる。また、間接的な情報から透水係数を評価する場合は、測定に伴う誤差に加えて評価の誤差が含まれる。

以上のように、設計や予測解析を行うにあたり、多くの不確実性要因が含まれる。このよう不確実性への対処として、施工中あるいは施工後の地盤挙動を観測する手法

表 1.1: 予測タイプの分類 (Lambe (1973)より)

予測タイプ	予測段階	観測可能性	備考
A	計画・設計	—	事前の調査・試験結果を利用
B	施工	不可能	—
B1		可能	—
C	維持・保全	不可能	—
C1		可能	—

(観測的方法)が示されている[200]。施工時の観測を行う目的の1つは、以上のような不確実性により事前調査では知り得なかった情報を追加し、設計上の欠陥を施工時に補うことである。現在では大規模建設工事において情報化施工が必要不可欠となり、設計段階での地盤特性の評価を施工時の最新の観測結果から常に最良のものに修正し、次の施工へフィードバックさせることが考えられている。また、もう1つの目的は、施工そのものが地盤へ及ぼす影響と、さらにそれに伴う地盤構造物への影響を、施工中あるいは施工後の情報として与えることである。以上のような情報から理想化した地盤モデルを検討する手法として、最近では逆解析が検討されている。

地下水挙動に関してこのような目的で実施できる観測を整理すると、図1.1の観測(1), (2), (3)に分類できよう。観測(1)は施工中に観測可能な地下水位や流出量を観測し、逆解析により透水係数を評価したのち理想化した地盤モデルを修正して、設計、施工へ反映される。観測(2)は維持・保全の段階の観測であり、施工後の地下水挙動の観測を行い、構造物の機能検査の役割を担うものである。これにより問題があれば施工後の対策案が検討される。また、地下水問題では観測(3)が可能となる。これは降雨などによる外的要因により境界条件が変化した場合の観測で、地下水位や涵養量などを観測することで、異なる条件下で透水係数の評価が可能である。このような観測は施工段階に限らず、施工の前後においても可能である。ただし、施工前の観測は地盤構造物が存在しない状態であり、事前の調査や試験の一種として解釈できる。

予測解析は予測を行う段階と観測の可能性から分類される[117]。表1.1には予測のタイプを示しており、予測を行う段階と観測の可能性から5つのタイプに分類される。タ

イプAは計画、設計段階の予測に相当し、実際の挙動を観測することはできず事前の調査や試験の結果から求めた透水係数により予測される。タイプBは施工段階において観測が不可能な場合、タイプB1は施工段階で観測が可能な場合である。また、維持・保全の段階で観測が不可能な場合をタイプC、この段階で観測が可能な場合をタイプC1とする。したがって、図1.1の観測(1), (2)から逆解析を利用して予測解析を行う場合は、それぞれタイプB1とタイプC1である。また、観測(3)は施工段階か維持・保全段階かでタイプB1あるいはタイプC1となり、事前の調査・試験と解釈される場合はタイプAである。

本論文では、はじめに透水係数の推定の基礎となる試験法およびその評価法について検討する。特に止水性が期待される岩盤構造物では、地質学的な割れ目が主要な透水経路となり、その分布状況を適切に考慮して透水係数を評価しなければ、予測結果が大きく異なる場合がある。設計や予測解析では、大規模な断層や破碎帯は別として、一般に割れ目系岩盤を多孔質媒体に近似し等価な透水係数の設定が行われる。等価な透水係数の設定は対象とする領域の大きさによっても異なるものと考えられるが、その設定方法は確立していない。このようなモデル化が適切でなければ、後述する透水係数の推定誤差においてモデル化の誤差が顕著になり、これを評価することが重要になる。したがって、岩盤透水係数の不均質性や異方性の評価手法の確立が望まれる。そこで割れ目系岩盤を異方性を有する多孔質媒体として評価する試験方法を検討し、その評価結果の妥当性を検証する方法も提案する。この試験方法としては、Hsieh et al.[82, 83]らの示しているクロスホール透水試験を対象とし、原位置岩盤の透水係数評価に適用して考察を行う。

次に、透水係数の不均質性を空間分布として捉え、確率論に基づく透水係数の空間分布推定法と地下水流動の将来予測手法を提案する。これらの手法は不確実性の評価として推定誤差や予測誤差の評価も可能なものである。特に、得られるデータの特質と予測に利用できる時期に着目して、以下の2種類のケースを想定した手法を提案する。

その1つは、透水係数の測定値が空間的に多数分布して得られる場合を想定して、統計的な推定法とその結果を利用した地下水流動の予測手法を提案する。これは先の表1.1のタイプAの予測に相当し、画一化された調査・試験の結果を用いて将来の地下水流動を予測する場合を対象とする。すなわち、計画・設計段階において、事前の試験結果を用いて施工中の地下水流動を予測する場合である。この場合の統計的な推定方法と

してはクリッキングを用いる。また、地下水流動の予測解析には、透水係数の推定誤差が考慮できるように確率論的な手法を用いる。具体的には、有限要素解析に線形一次近似法(first-order second-moment method)を導入した確率有限要素法の適用性を検討する。特に、地下水解析手法として飽和・不飽和浸透流解析を対象とする。この地下水解析手法は未知地下水位を求める代数方程式が非線形であり、繰り返し計算により解析される。さらに推定誤差を有する透水係数と予測結果である地下水位の関係も非線形であり、透水係数の推定誤差が非線形な関係により地下水位の予測誤差に反映される。ここでは後者の非線形性に対して線形一次近似法を用いており、このような2種類の非線形性を有する予測解析手法の適用性について詳細に検討する。

もう1つは、計画・設計、施工、維持・保全の各段階において、地下水位などの観測データが得られている場合を想定し、逆解析により透水係数の空間分布を推定するとともに、その結果を利用した地下水流動の将来予測手法を提案する。この予測解析は先の表1.1のタイプA、タイプB1タイプC1の予測である。本論文ではタイプAとタイプB1の予測解析例を示している。透水係数の空間分布推定法としては拡張カルマンフィルタを用い、提案する手法の妥当性を確認する。カルマンフィルタの観測更新アルゴリズムがベイズ推定法に基づくことを利用し、複数の揚水試験結果を順次用いて透水係数の推定値を更新する手法を提案し、適用性を検証する。特に、拡張カルマンフィルタを用いた逆解析では、観測の時間間隔が長くなると、システム状態方程式と観測状態方程式の線形化による誤差の影響が生じる。このような誤差の影響はシステム誤差分散を適切に設定することで除去でき、良好な推定が可能であることを示す。次に、その推定結果を掘削工事に伴う排水計画(地下水対策工)の代替案作成に用いる。この予測解析にはカルマンフィルタ理論に用いられている時間更新アルゴリズムを用いる。最後に、統計的決定理論に基づき、計画地下水位に対する損失関数を定義したのち、期待損失の最小化基準(ベイズリスクの最小化基準)を用いて排水代替案を決定する手法を提案する。ここではこの手法の有効性を示す。

1.2 既往の研究

前節で示した研究対象について既往の研究をまとめ、本研究の位置づけを示す。

1.2.1 透水係数の評価

地盤の透水係数の評価は、使用する数値解析モデルにより異なり、数値解析モデルは解析の対象とする現象が適切に表現できる必要がある。このため、透水係数の評価は後述する数値解析手法と密接に関わり、特に岩盤透水係数の評価は研究課題が多く残されている。したがって、以下では主に岩盤透水係数の評価に関する研究を概観し、土質地盤の原位置透水試験については簡単にまとめる。

はじめに、岩盤について透水特性に影響する間隙の形態を分類し、その中で本論文で対象とする割れ目を明確にする。図1.2には、岩石や岩盤中に存在する間隙の形態を分類して示している。岩盤を構成する岩石には、鉱物粒子間や固結した土粒子間に間隙が存在し、さらに岩盤には形成過程やその後の地質変動に起因する割れ目が存在する。これらの割れ目は、断層、破碎帯、節理、片理などその成因や特徴から地質学的に分類されている。透水特性への影響は対象とする現象にもよるが、一般には規模の大きな断層や破碎帯、次いで節理などの影響が大きい。断層や破碎帯は地質調査でその構造が判明すれば、個別に透水係数を評価することが多い。本研究では、数十センチから数十メートルの大きさで面に相対変位のない明瞭な割れ目として定義される節理を対象とする。

設計段階で用いる岩盤の透水係数は、ルジオン試験、JFT(Jhonson's formation test: 湧水圧試験)、揚水試験などから求められる。このうち、一般にはダム基礎岩盤のグラウチングなどの基礎処理を目的としたルジオン試験結果を用いて評価されることが多い。ルジオン試験はボーリング孔内の一定長(1ステージ)から岩盤中に水を圧入し、その時の注入圧力と注入量の関係からルジオン値を求める試験である[108]。ルジオン値は、注入圧力10 kgf/cm²のもとで試験孔長1 m当たりの毎分の注入量(l/min)を表わしたものである。したがって、ルジオン試験の本来の目的はグラウチングのための基礎データとなる注入量を与えるものであり、透水係数の評価は2次的なものである。このため、透水係数の評価には別途透水試験を実施することもある。ルジオン試験から透水係数を評価する場合、岩盤を無限領域を有する均質等方性の多孔質媒体と仮定し、さらに注入区間から放射流が生じているとして、注入圧力と注入量の関係から透水係数を評価して

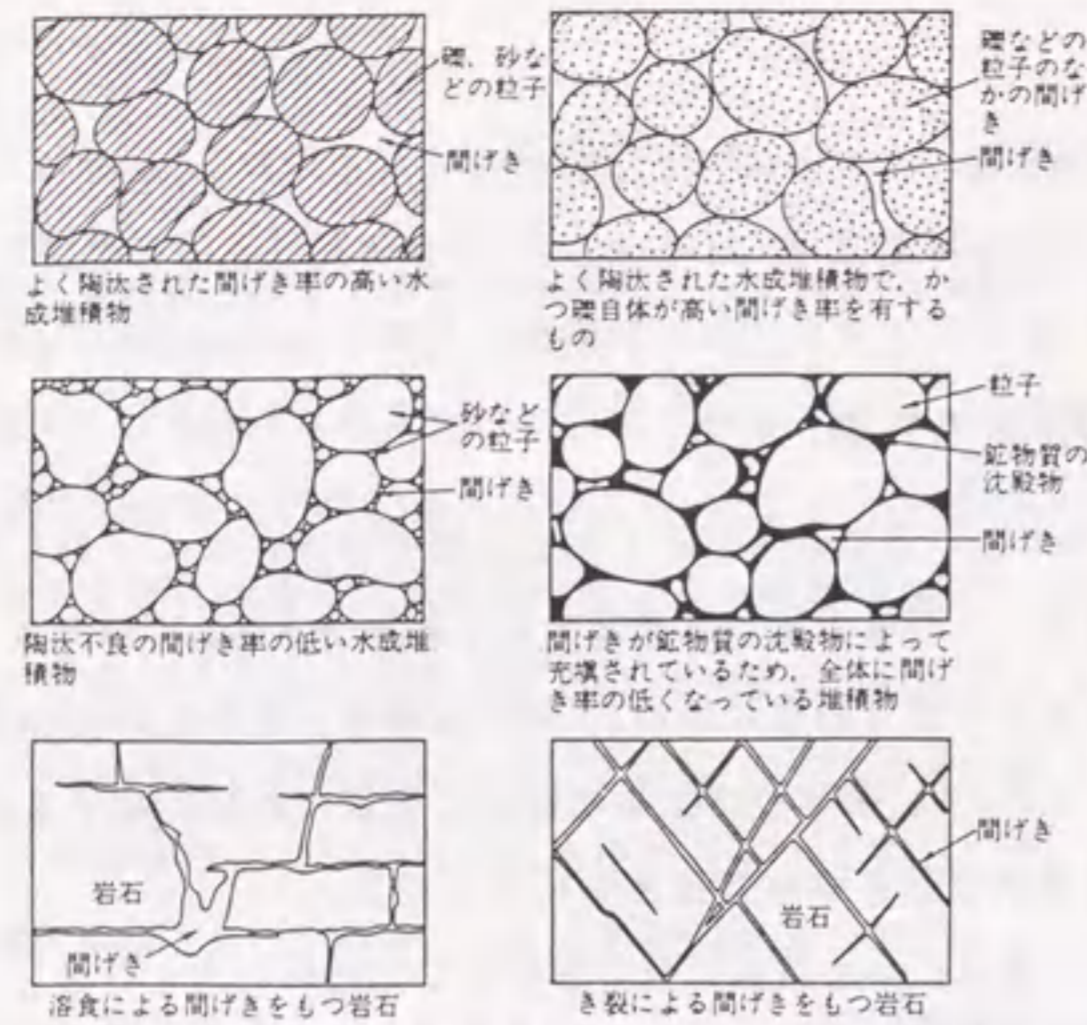


図 1.2: 岩盤中の間隙の形態 (Bear (1972), 地下水資源・環境論 (1993)より)

いる。このような試験が多用されるのは、試験が比較的簡易であり、データが多数の位置で得られることが大きな理由と考えられる。ダム基礎岩盤などでは、地質学的な判断なども含めてルジオン値の分布図(ルジオンマップ)が作成される。透水係数の分布図は必ずしもルジオン値の分布と対応しないが、その作成基準は個人の技術的判断によるところが大きい。

一般に多孔質媒体は、微視的な領域に着目すると不均質な多相系材料からなり、固相内の間隙が液相または気相で満たされている。その間隙の比表面積は比較的高く、間隙形状は細長い場合が多い。さらに、このような間隙が無数に連結して有効間隙系を形成し、有効間隙内の任意の2点間を結ぶ透水経路は無数に存在する。このような特徴は定性的なものであり、定量的には各材質で異なる。また、多孔質媒体の均質・不均質の特性は、このような性質が巨視的な場所の変化に依存するか否かにより、等方・異方の特性は方向に依存するか否かによる。このような多孔質媒体として、岩盤の透水係数を評価することの妥当性は、対象とする構造物や岩盤の領域寸法によって異なる。Bear[24]はREV(Representative Element Volume)の概念を示している。図1.3には、一定領域中に含まれる間隙の割合が領域寸法を大きくしていくと一定値に収束する状況を示している。この理由は、領域寸法が小さいと領域の取り方に依存して間隙の割合が変動するためである。このように一定値に収束する最小の領域体積をREVと定義し、岩盤に限らず

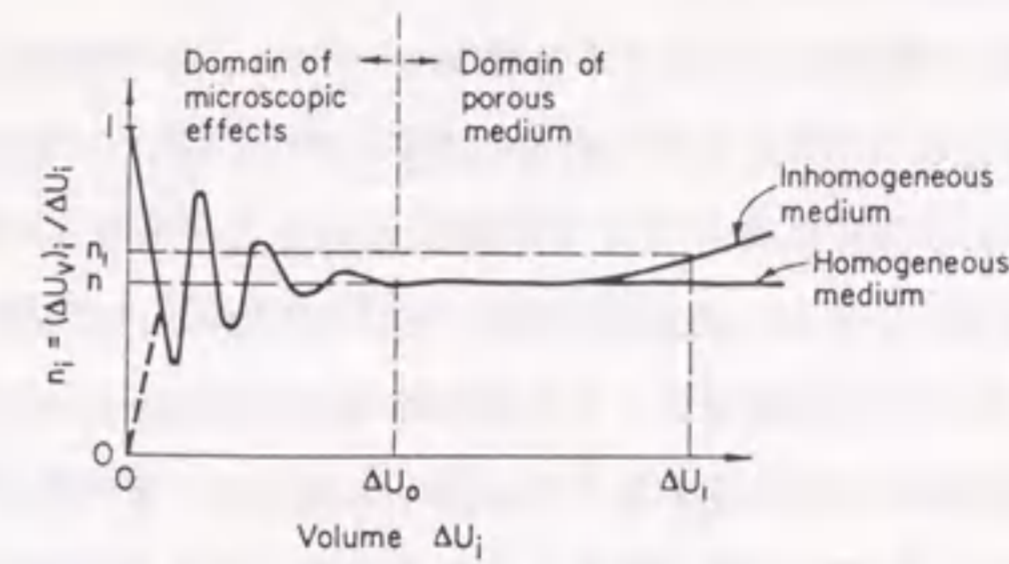


図 1.3: 間隙率とREVの関係 (Bear (1972)より)

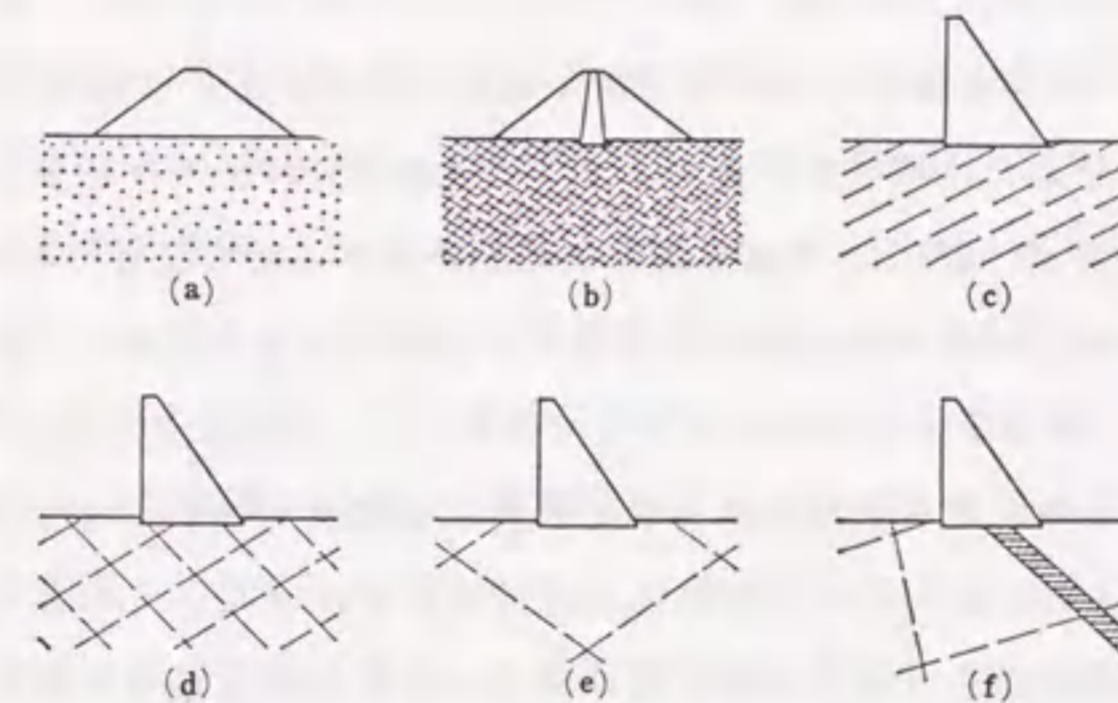


図 1.4: 構造物と割れ目の大きさの関係 (川本眺万ほか (1985)より)

多孔質媒体として評価するための最小の領域寸法を示唆している。また、図1.4には、対象とする構造物と割れ目の大きさの関係を示しているが[98], (c), (d), (e), (f)などでは均質等方多孔質媒体として透水係数を評価することは問題となろう。以上のように、割れ目系岩盤を等価な多孔質媒体として評価するには、対象とする領域や構造物などを考慮して十分検討する必要がある。

割れ目系岩盤の透水特性に関する基礎的な研究は、個々の割れ目の透水特性を研究することからはじめられた。まず、単一割れ目における流れの抵抗則に関する研究がある。これは割れ目内の流れを平行な平板間の流れとしてモデル化し、平均流速が開口幅の3乗に比例する3乗則(cubic law)に関するものである。Snow[192]は3乗則を仮定して、ボーリング孔での注入試験により岩盤割れ目の開口幅を推定し、深さによる平均的な開口幅の変化を測定した。その後、Louis and Maini[121]は割れ目の粗さに着目して粗度と層流・乱流の発生の関係を明らかにし、層流を仮定した3乗則の適用限界を示した。また、Witherspoon et al.[223]は人工割れ目を用いて3乗則が適用できる開口幅の範囲を実験で明らかにし、Neuzil and Tracy[150]は、単一割れ目内の開口幅分布を考慮するため、異なった開口幅を持つ平行平板の集まりとしてモデル化した。このモデルでは開口幅の分布特性を考慮することで先の3乗則の修正を行っている。国内では、Sato et al.[187]や渡辺ら[218]が粗度と透水係数の関係について研究しており、室内試験や模型実験から近似理論解の精度を検討している。このように単一の割れ目の透水特性は明らかにされてきたが、現状では割れ目開口幅や粗度を岩盤中の全割れ目について測定することが困難であるため、実際の割れ目内の浸透流を適切に評価するには困難を伴う。

単一割れ目の透水特性の研究を基礎として、複数の割れ目が存在する岩盤を均質異方性多孔質媒体として近似し、等価な透水係数を評価する研究が進められた。これには割れ目の長さ、方向、開口幅などの統計的な分布特性を露頭やボーリング孔の割れ目調査から推定し、これを用いて評価する方法である。Long et al.[119][120]は、数値実験により複数の割れ目が分布する領域が均質異方性多孔質媒体に近似できるか検討した。その数値実験によると、割れ目系岩盤では、(1)割れ目密度が高い、(2)割れ目開口幅の分布が一定値に近い、(3)割れ目方向の分布が大きい、(4)割れ目長さに対して試験体領域が大きい、以上の場合に均質異方性を有する多孔質媒体により近い透水特性を示すことが明らかになっている。また、小田ら[159][160][161]は、上記と同様の割れ目の統計的性

質から、岩盤透水係数の異方性をクラックテンソルを用いて評価する手法を提案している。これは岩盤を確率的に等価な3次元均質異方性媒体に近似する手法であり、Long et al.[119][120]の数値実験手法を用いて検討している。奥野ら[170]は、クラックテンソル理論に導入されている仮定とパラメータの物理的意味を検討している。その結果、各割れ目内に生じる動水勾配は巨視的な動水勾配からは容易に求められず、平均的にはさらに小さな値であることを示した。さらに、クラックテンソル理論に導入されているパラメータ λ は、全割れ目のうち実際に流れの生じる割れ目の比率と、割れ目内に生じる実際の動水勾配の平均値を評価して決定されるパラメータであることも示している。

また、原位置透水試験から等価な均質異方性多孔質媒体として透水係数を直接評価する研究も行われている。Louis[122]は岩盤の割れ目の方向が理想的に3方向に直交するものとして、その方向が既知である場合に異方性を持つ透水係数の主値を計測する方法を示している。その後、岩盤透水係数の異方性を評価する手法として、Hsieh et al.[82][83]はクロスホール透水試験を提案している。クロスホール透水試験は地盤を3次元均質異方性媒体に近似することを目的とする試験で、ボーリング孔の注入区間から一定流量の注水を行いながら、周辺の観測区間で水頭増加量の経時変化を観測するものである。この試験では、透水テンソルの主軸方向が試験前に既知である必要がなく、ボーリング孔は技術的に掘削可能な方向でよい。また、透水係数の異方性を評価するには透水テンソルの6成分を決定する必要があり、そのために独立な6方向以上の試験を行うものである。

これに対して、Barker[23]はスウェーデンのStripa鉱山でBlack et al.[27]が実施したシヌソイダル透水試験(crosshole sinusoidal test)の解析において、単純な1次元、2次元、3次元のモデルによる解析結果が、いずれも全ての観測データを満足する結果を導かなかつたことに着目し、モデルの次元をこれらの単純な次元だけでなく、さらに中間的な次元へと拡張を行った。このモデルは一般化放射流モデルと呼ばれ、物理的には1本のパイプでモデル化できるような透水経路が、複数連結または分岐することで平面的あるいは立体的な拡がりを有し、1次元から2次元へ、2次元から3次元へと拡張するその中間的な状況を表わすことが可能となる。この理論は割れ目系岩盤の複雑な流動特性を次元の概念から表現するものとして位置付けられる。また、先の3次元均質異方性媒体に対して、一般化放射流モデルは対象領域内の不均質性に着目したモデル化と言える。

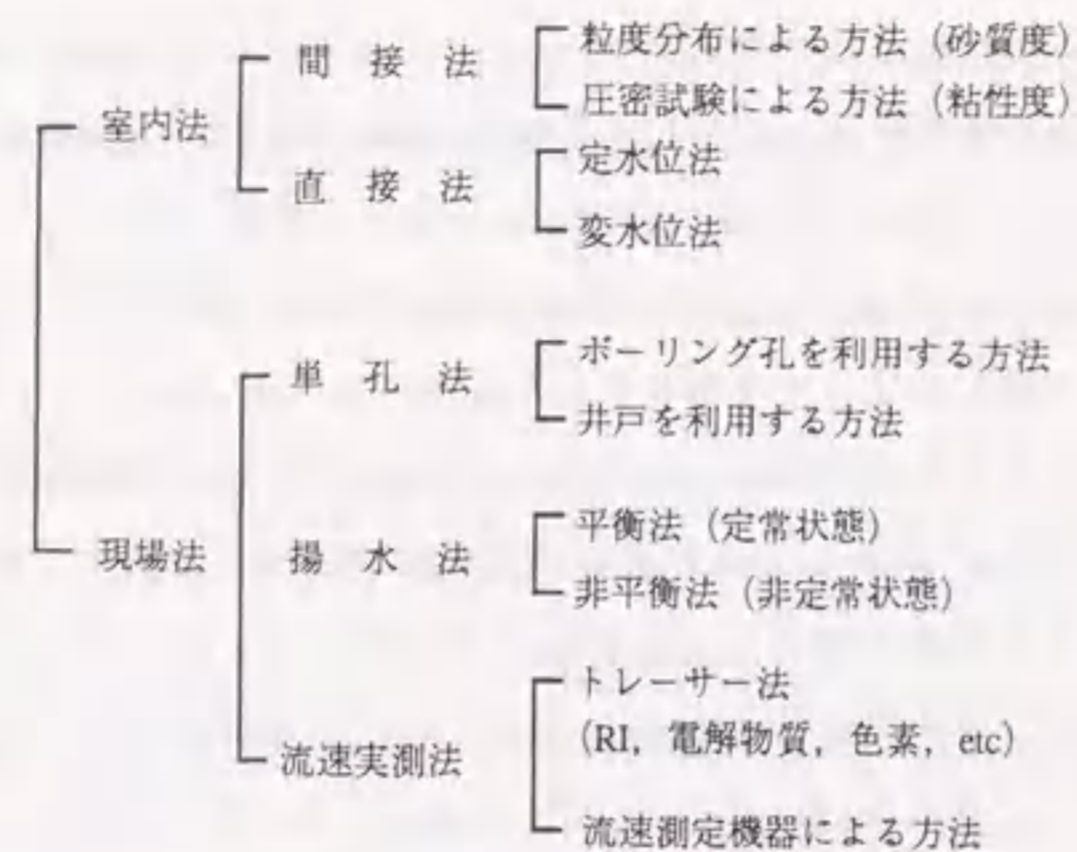


図 1.5: 土の透水試験方法 (河野伊一郎 (1989)より)

後述する数値解析の立場からは、多孔質媒体への近似はモデルの構築が簡単となる。しかし、これまでの研究では等価な多孔質媒体モデルとして評価した透水係数が、REVや対象構造物との関係から妥当であるか検証する方法が示されていない。以上の研究から、岩盤透水係数の評価の妥当性を検証するには、対象とする領域寸法において実際の地下水流動から直接評価するクロスホール透水試験が有効と考えられる。したがって、研究目的の1つである多孔質媒体として評価した透水係数の妥当性を検証する方法は、クロスホール透水試験を基礎として考える。

土質地盤で透水係数を評価する場合、試験方法は図1.5のように分類でき、現場試験としては単孔式透水試験と揚水試験が多く行われている。単孔式透水試験としては、オーガー法、チューブ法、ピエゾメーター法、バッカー法などがあり、これらの試験の特徴と問題点は西垣[152, 153, 154]が示している。また、揚水試験の解析では、一般にTheisの方法とJacobの方法が用いられており、被圧帯水層を対象とした非定常状態の解析が行われる。Jacobの方法はTheisの方法に用いられている理論解を簡略化して用いているが、解析において理論曲線のフィッティングによる誤差がなく、片対数グラフの直線勾配から求められる。不圧帯水層においては理論解も示されているが、一般には地下水位低下量が少ないとして、被圧帯水層の解析法を準用することが多い。先の単孔式透水試験と揚水試験を比較すると、単孔式透水試験では局所的な透水係数の影響を受ける可能性が

あり、揚水試験では異なる井戸で地下水位の応答を測定するため、平均的な値が求まる傾向にある[106]。また、このような飽和透水係数の評価のほかに、不飽和透水係数の評価法についても研究が行われている[65, 50, 156]。

以上の透水係数の評価は、算定式に用いられている理論において、地盤を無限領域の均質多孔質媒体と仮定している。このため実際には不均質な地盤において、均質な地盤と等価な透水係数を求めていることになるが、無限領域において相対的には試験領域周辺の透水性を反映しているものと考えられる。しかし、数少ない試験から透水係数の不均質性を評価するのは困難であり、確率論的な推定法により地盤物性値の不均質性を評価する研究が行われている。これについては1.2.2節で述べる。

1.2.2 透水係数の不確定性と統計的推定法

確定論的手法により不均質性を扱う場合、1つの方法は不均質性を正確に表現できるような詳細なモデルを作成することである。しかし、このような詳細なモデルを作成するには膨大な試験データが必要となり、3次元領域で不均質性を表現することは非現実的である。そこで、不均質性をいくつかのパラメータで表現した確率モデルが考えられている。

透水係数の不均質性を確率論的に扱うには、空間的に分布する不確定な値として捉え、統計的な推定により確率モデルを作成する必要がある。しかし、本来求めたい不確定性以外にも測定誤差などがあり、これらを必ずしも明確に分けることはできない。Freeze[59]は、このような空間分布以外の不確定成分を、(1)測定誤差による不確定性、(2)空間的な平均化による不確定性、(3)確率論的に表現(モデル化)することによる不確定性、に分類している。また、不均質性を確率論的に扱う場合に注意を要する点として、統計論的な均質と、確定論的な均質の定義がある。統計的均質とは、統計的特性である平均値や分散が場所により異ならないことを言い、個々の値は場所によって変化する。確定論的な均質性は場所により値そのものが異なることを言う。不均質性についても同様である。したがって、ここでは透水係数が不確定性を持って場所により変化することから、確定論的な不均質性を確率論的に扱う。以下でこのような混同をさけるため、統計的な特性については、例えば統計的均質というように明記することにする。

Sagar and Kisiel[177]は、上記(1)の不確定性に関して研究した。彼らは等方均質性の限

られた帯水層から、揚水による地下水位低下に対する初期水頭、透水係数、貯留係数の誤差の影響を調査した。この研究では、透水係数などに関して何の情報もない場合、ベイズの事前分布として一様分布を利用した。その結果、様々な誤差により井戸からの距離により地下水位の誤差が時間と共に大きくなることを示している。

Bibby and Sunada[26]の研究は、上記(2)と(3)の不確定性を考慮したものである。まず、モンテカルロ・シミュレーションを用いて、帯水層の井戸のモデルに初期水頭、境界水頭、揚水率、帯水層厚、透水係数、貯留係数における測定誤差の影響を調査した。さらに、解析に含まれる不確定性を、数値解析の各々の節点で空間的に平均化されたパラメータを選択することによって解析した。透水係数などの入力パラメータは、空間的な不確定性を平均化した線形関数によって表現し、各節点の値と実際の値の誤差、すなわち線形関数による推定誤差を不確定性として表現している。さらに、解析ではこの不確定性を正規分布と仮定している。

上記(3)の研究は、Warren and Price[214]やMcMillan[129]によって始められた。Warren and Priceは、不均質な多孔質媒体中の定常流を調査するために数値モデルを用い、透水係数の確率論的モデル化が解析結果に与える影響を検討した。

透水係数の不確定性についての研究は古くから行われている。Law[118]は、最初に透水係数を対数正規分布でモデル化し、石油工学の分野で用いた。Bulnes[29]やWarren et al.[215]もこの分野でLawの成果を用いた。Willardson and Hurst[219]は土の透水係数が対数正規分布でモデル化できることをオーストラリアやカリフォルニアでの多量の調査から示した。また、Brust et al.[28]もこのことを立証しており、McMillan[129]はロスアンゼルスの水資源地図の作成時に、同様のことを示している。Bennion and Griffiths[25]は、水と石油の両分野で多量のデータからほとんどの透水係数が対数正規分布に従うことを示した。

一般的に、透水係数などの空間分布を確率論的に扱う場合、確率場としてモデル化することが行われる。確率場(random field)は、時間の概念が導入されている確率過程(stochastic process)に対して、空間の概念を導入したものである。この方法では、空間的に分布する相互の値の相関の強さを考慮することが可能で、空間分布を表わす標本関数の集合として確率場を捉え、多次元確率密度関数によって表される。したがって、多次元確率密度関数で規定される確率場を母集団として定義する。ところで、サイトが特定された場合には確率場の一つの実現事象である標本が存在する。実際のサイトでいく

つかの測定結果が得られている場合、測定位置の値を満たす実現事象が生じているとして他の位置の分布を推定することになる。この場合に、ある位置の測定値が得られたことを条件とする条件付き確率場と考えることができ、先の母集団である確率場全体から条件付き確率場を求める問題となる。

上記の母集団である確率場を推定する研究として、Freeze[59]は透水係数などの空間分布を調査し、空間分布を考慮した1次元の浸透流解析にスペクトル理論の概念を用いて、理論的な展開を行った。また、Bakr et al.[21]もFreezeと同様な方法で、1次元から3次元への理論の展開を行った。Smith and Freeze[190, 191]は、1次元と2次元の透水係数の空間分布を確率場としてシミュレートし、定常浸透流解析を行っている。また、Gelhar and Axness[63]も、スペクトル理論の概念を用いて3次元の統計的性質に異方性を導入しており、空間分布を表現する自己共分散関数についても実際のデータから検討している。Kitanidis[101]は、自己共分散関数に多項式をあてはめることを提案した。Gelhar[64]は、局所的な統計的均質性ならびに摂動法に基づくスペクトル理論を用いて、透水係数などが不均質な地盤に適用できるモデルを研究した。この研究では、モンテカルロ・シミュレーション法により精度を検証し、実際の地盤へ適用することによりその限界や拡張性を論じている。

透水係数の空間分布を確率論により表現しようとするとき、2次統計量である自己共分散などを実際のデータから求めることが困難な場合が多い。このため数少ないデータから2次統計量を推定する研究がなされてきた。Russ and Jury[174, 175]は、統計的均質あるいは統計的不均質なデータから2次統計量を求める方法を調査し、パラメータ・スタディを行なった。特に、データ数が少ないと異常値を生じやすいことから、これらの処理について論じている。また、Burgess et al.[30, 31, 32]やWarrick and Myers[217]は、2次統計量を求めるための最適なサンプリング方法を検討している。さらに、Kitanidis[102]はトレンド成分と自己共分散関数の不確定性をベイズ理論を用いて論じている。日本でも、本城ら[79]が2次統計量を求める手法の適用性を検討し、米田ら[234]は最尤推定法を用いた2次統計量の推定を検討している。このように実用化に向けた統計解析が問題となっており、統計的に不均質な場に対してはさらに困難が伴うのが現状である。ところで、これらのモデルは母集団である確率場を表現したものであるが、実際の地盤には唯一の標本が存在する。そのため、限られた測定値を満たす条件付き確率場を推定するこ

とが行われている。この推定法として、透水係数などの測定値から統計理論により推定する方法と、物理法則も考慮して地下水位などから透水係数の分布を逆解析により推定する方法がある。後者は1.2.4節で述べることとして、以下では前者の統計理論により推定する手法を概観する。

統計理論による推定法としてはクリッキング (kriging) があり、地盤統計学の重要な手法となっている。クリッキングは提案者である南アフリカ共和国の大学教授 Krige から名付けられており、理論的な定式化は Matheron[126] が行なった。最適線形不偏推定法 (Best Linear Unbiased Estimator) であることから BLUE と呼ばれることもあり、Journel and Huijbregts[91] などにより、地盤統計学として鉱山工学の分野で発達してきた。水文学においても Delhomme[51, 52], Marsily[124] などにより導入されている。クリッキングは内挿や補間の方法として位置づけられており、透水係数のほか地下水位の空間分布推定にも用いられている。当初、クリッキングは統計的均質な場における点推定法であったが、その後、不均質な場や領域の平均値を推定する手法へと理論的に展開されてきた。そこで、初期のクリッキングを punctual kriging, トレンド成分 (drift 成分) を加味したものを universal kriging と呼ばれるようになった。統計的に不均質な場でも比較的性質のよい場であれば、重回帰分析でトレンド成分を推定したのち、ランダム成分に対して punctual kriging を適用する方法もある。一方、universal kriging は、このような統計的不均質性に対してトレンド成分の関数形を仮定することで最適なトレンド成分を推定し、これを除くランダム成分のクリッキングを行ったのち、両者の和として統計的に不均質な場の推定を行うものである。また、局所平均の概念を取り入れた推定法が block kriging であり、ある容量もつ領域を推定対象とすることができる。さらに、2種類の実数値が分布する場において、2種類間での相関性も考慮した cokriging があり、推定したい特性値のデータが少ないときでも、それと相関性のある他の特性値のデータを用いることによって推定の精度を向上させることができる。

地盤工学の分野においては、Christakos[41, 42], 上田ら[205] は沈下問題に適用し、本城ら[77] は土の締め固め管理に用いている。また、青木ら[8] は弾性波速度構造の推定に用いている。

クリッキングを行う際には、母集団である確率場が既知であることが必要で、空間的な相関特性を表現する自己共分散関数の推定結果によってクリッキングによる推定精度

が大きく影響されることが知られている。しかしながら、前述のように確率場の2次統計量の推定が困難な場合が多い。特に、トレンド成分とランダム成分の分離や、ランダム成分の統計的均質性の判断は困難な問題となっている。さらに、サイトでのデータ数が常に多いとは限らないことから、統計的推定に基づき確率的にモデル化することの誤差が混入することになる。

以上の研究で示されるように、透水係数の不確定性を統計的な推定法だけに頼ることは、調査や試験のデータの質および量に左右され、必ずしも必要な精度の推定を行うことはできない。これに対処するには調査段階のデータのみでなく、施工段階の観測データも共に利用し、常に最良の推定値が得られるよう更新を行う必要がある。すなわち、統計的推定と物理法則に基づく逆解析による推定が有機的に機能するシステムが必要となる。

1.2.3 数値解析手法

はじめに、地下水解析に用いる数値解析モデルを、その目的と対象とする現象から分類し、本論文で使用するモデルを明らかにする。次に、そのモデルに基づく数値解析手法の研究をまとめ、使用する手法の位置付けを示す。さらに、数値解析手法においても確定論的手法と確率論的手法があり、発展の経緯からはじめに確定論的手法について示し、次に確率論的手法について概観する。なお、物理モデルとして実用的には多孔質媒体モデルが多用されているが、岩盤では割れ目の特徴を反映したモデルも提案されている。ここでは、一般に用いられている多孔質媒体モデルを用いた数値解析手法を中心にまとめ、岩盤を対象として提案されている物理モデルについても簡単に述べる。

地下水解析で代表的に用いられている多孔質媒体モデルを基に、その物理現象の予測に着目して数値解析モデルを分類すると図1.6のようになる[131]。

予測モデルの中で、単相モデルは液相として水のみを扱うもので、多相とは海水、ガスなどを同時に扱うモデルである。非保存系モデルは物質が移動過程で化学変化や生物反応で変化するモデル、保存系モデルはこのような変化がないモデルである。飽和帯か不飽和帯かは間隙が水で飽和しているか否かで分類され、自由水面を境にして下部と上部に対応する。準一様流モデルは水平方向の地下水流動が卓越し、鉛直方向の流動が無視できるモデルで、平面2次元解析がこれに相当する。また、非準一様流は鉛直方

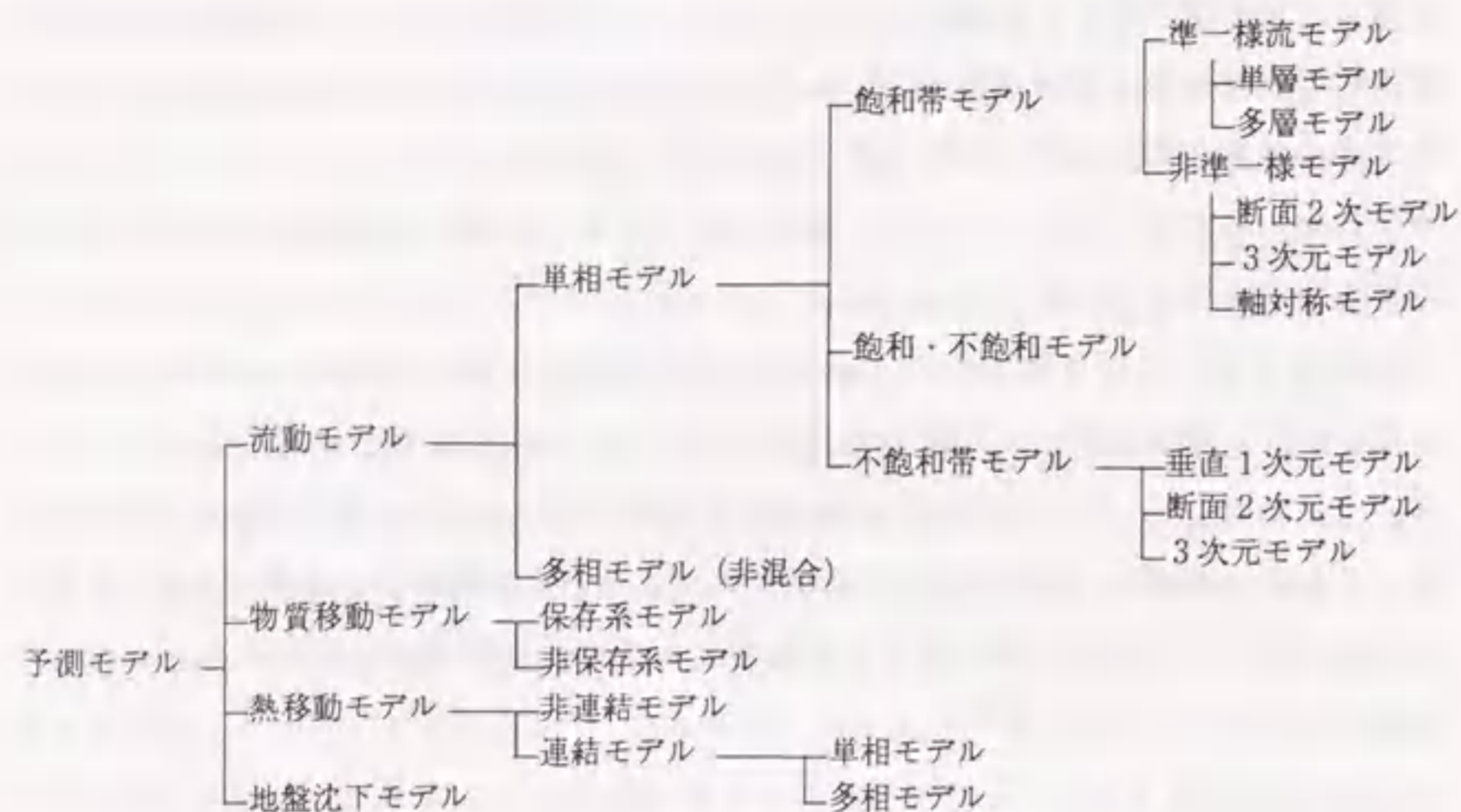


図 1.6: 数値解析モデルの分類 (地下水資源・環境論(1993)から一部修正)

向の流動も顕著になるモデルである。なお、熱移動、地盤沈下などは地下水流動と他の物理現象との連成モデルであり、地下構造物の多用化に伴い、各物理現象が相互に影響するような複雑な挙動の予測を目的として、最近では多くの研究がなされている。

なお、上記の分類以外にも、確定論的か確率論的か、線形か非線形か、定常か非定常かなど、別の側面からも分類できる。

本論文では、予測モデルとして単相の地下水流動を対象とする。すなわち、地下水位の低下や揚水量など、建設工事に関わる基礎的な挙動の予測を対象とする。この場合に、自由水面の予測が必要不可欠になるため、これが考慮できるモデルとして飽和・不飽和モデル、および飽和モデルのうち準一様流モデルの1つである不圧帯水層モデルを対象とする。

発展の経緯から、一般に数値解析手法は確定論的手法が多用されており、差分法、有限要素法、境界要素法などがある。広域の地下水や地下流体の挙動を対象とする水文学や石油工学などの分野では差分法が、またこれより狭い領域を対象とする土木工学などの分野では有限要素法が用いられる傾向にある。境界要素法は歴史的には新しい手法であり、地下水解析の分野では適用例は少ない。これらの手法のうち、有限要素法は任

意の形状や物性値の不均質性、異方性および各種境界条件に対処し易いため、土木工学などの分野で一般に利用されるようになった。有限要素法は連続体の応力解析の分野で発達したもので、地下水解析では、はじめにZienkiewics et al.[237]が被圧定常浸透問題に適用したのに端を発し、その後、Desai[53]などが不圧地下水を対象とした定常・非定常浸透問題に適用した。ただし、当初は飽和流を対象としたもので、不圧地下水では飽和領域のみ解析領域になるよう要素・節点の移動を必要とし、計算が非常に煩雑であった。これに対してNeuman[147]は、飽和流と不飽和流が共に存在する問題に対して非定常有限要素解析を提案(飽和・不飽和浸透流解析)し、その後、国内では赤井ら[1]、駒田[109]により研究がなされてきた。この手法では不飽和領域の水分移動が考慮でき、その特性は水分特性曲線と不飽和透水係数で特徴付けられる。また、自由水面は飽和領域と不飽和領域の境界に位置する圧力水頭0の面で表現され、地下水面下のみが解析領域になるよう要素・節点の移動を行うそれまでの手法に比べて、自由水面の取扱いが簡単になった。

飽和・不飽和浸透流解析について、国内における主な解析例を表1.2a, 1.2bに示す。この中には構造物を想定したケーススタディも含まれているが、アースダム、ロックフィルダム、斜面、水封式燃料地下タンク、トンネル、地下空洞、地下鉄工事と多種の地下構造物を対象とした解析が行われている。これらの構造物周辺の地下水挙動で基本的な問題となる項目は、地下水位、間隙水圧、流速分布、湧水あるいは漏水量、動水勾配である。しかし、地下構造物の機能によって問題となる地下水挙動は異なるため、解析結果の評価も異なってくる。そのため構造物の特殊性を十分考慮したモデル化が必要となる。このような観点から、表1.2a, 1.2bに示す各解析例では問題となる地下水挙動を考慮し、解析モデルの次元や定常あるいは非定常の設定がなされている。例えば、駒田ら[110]のロックフィルダムを対象とした解析では、ダム取付け部を迂回する浸透流を解析するため3次元解析を行っており、流速分布や地下水面は複雑な様相を示している。さらに、百田ら[132]の地下空洞を対象とした解析では、空洞長さが短くかつ深い場合には湧水量や地下水位が2次元解析結果と大きく異なることを報告しており、このような問題でも3次元解析の必要性を示唆している。また、駒田ら[111]の水封式燃料地下タンクを対象とした解析では、特に自然地下水のみで貯蔵する常圧貯蔵において、空洞周辺の地下水位の経時変化を把握することが重要となる。このため非定常解析によって検討が行われている。なお、以上の解析例では、地下構造物の建設を目的としていることか

表 1.2a: 飽和・不飽和浸透流の主な解析例

文献	解析対象 構造物	問題となる 地下水挙動	次元	定常,非定常	備考
草深守人 向上拡美 三原正哉 北村孝海 (1977)	アースダム, 斜面, 地下空洞 流域内遮水 構造物	ダムの水位上昇下降 に伴う非定常浸透流, 斜面上の降雨浸透,地 下空洞周辺の地下水 位変動,流域内の透水 構造物の流況への影 響。	鉛直 二次元, 平面 二次元	定常, 非定常	解析結果を模型実験や 現地での地表湛水実験 と比較。 各種構造物を想定した 解析により解析手法の 汎用性を検証。
駒田広也 大町達夫 (1978)	ロック フィルダム	ダムの迂回浸透流。	三次元	定常, 非定常	三次元解析結果を二次 元解析結果および実験 結果と比較。
駒田広也 中川加明一郎 北原義浩 林正夫 (1980)	水封式燃料 地下タンク	水封効果(常圧貯蔵方 式と圧力貯蔵方式), 環境保全,設備機器容 量。(水封圧,地下水 位低下,湧水量,動水 勾配)	鉛直 二次元	定常, 非定常	国内で建設可能な岩盤 条件を想定し、理論式 とも比較。
駒田広也 西岡利道 松尾和俊 (1981)	ロック フィルダム	初期湛水過程の提体 内の浸透流の挙動。 (間隙水圧,自由水面, 漏水量)	鉛直 二次元	非定常	高瀬ダムにおける実測 値と比較。
河野伊一郎 西垣誠 田中慎一 (1983)	地下水の 塩水化防止 工法	海岸帯水層の地下水 の塩水化。(塩分浸度 の移流分散現象)	鉛直 二次元	非定常	不飽和領域内の浸透や 移流分散も考慮した新 しい解析理論を提案。
百田博宣 佐藤邦明 (1985)	トンネル・ 空洞	風化帯と亀裂面を浸 透経路とする地下水 挙動。	三次元	非定常	母岩は不透水、風化帯 を準三次元、亀裂面を 二次元とし、風化帯と 亀裂系の連結した3次 元モデルを使用。

表 1.2b: 飽和・不飽和浸透流の主な解析例(続き)

文献	解析対象 構造物	問題となる 地下水挙動	次元	定常,非定常	備考
百田博宣 楠本太 (1985)	地下空洞	空洞掘削による地下 水流動の三次元効果, 風化帯厚さの自由水 面への影響。	三次元	定常	湧水量算定のための簡 易近似式を検討。 二次元解析とも比較。
Ohnisi, Y., Nishigaki, M., Nakaya, S., Imai, T., Tanaka, Y. (1986)	トンネル	トンネル切羽からの 湧水量。 地下水低下。	軸対象	非定常	準三次元解析の適用性 について軸対象の飽 和・不飽和解析を用い て検討。
百田博宣 藤森泰行 青木謙治 花村哲也 (1987)	岩盤内燃料用 備蓄空洞	降雨浸透量を考慮し た周辺地下水位の保 全。(地下水低下,湧 水量)	準三次元, 鉛直 二次元	非定常	花崗岩質の小島におけ る定常解析により降雨 浸透量の評価も実施。
西垣誠 白石知成 猪瀬二郎 河村志郎 (1980)	地下鉄工事	工事中および工事完 了後の多層地盤中の 複数地下水の変動。	三次元	定常, 非定常	前処理付共役勾配法 (PCG法)を適用して三 次元解析に必要な記憶 容量と演算時間を低 減。降雨量を考慮した 定常解析により工事前 の帯水層を同定し、工 事中および工事完成後 の挙動を予測。
大西有三 西垣誠 西野賢治 (1990)	トンネル	トンネル掘削による 湧水量と地下水低下。	準三次元 (鉛直スラ イス法)	非定常	三次元地盤を数枚の鉛 直スライスに分割し、 各スライスを独立に二 次元飽和・不飽和解析 を行いながら、各スラ イス間の流量収支を考 慮することにより三次 元問題を解析する新し い準三次元解析を提 案。

ら、岩盤を対象とした解析が多く行われており、大規模な断層などを除いて多孔質媒体モデルが用いられている。

準一様流モデルの1つである不圧帯水層モデルは、被圧帯水層モデルと同様、平面2次元領域で解析が行われる。準一様流は、Dupuitの仮定が成立するような水平方向の地下水流動が卓越する場合に適用されるモデルである。このような仮定が導入できる地下水流動は、基盤面までの深度に比較して平面的に広範囲の領域を有するが多い。したがって、広域の地下水流動を対象とした季節変動や、井戸の揚水に伴う周辺地盤の地下水位低下量の評価などに用いられる。不圧地下水を対象とした数値解析手法は、飽和・不飽和浸透流解析の不飽和領域を完全な不透水領域として扱う手法として位置付けることもできる。すなわち、飽和・不飽和浸透流解析が不飽和領域の水分移動を考慮しているのに対して、自由水面より下部の帯水層厚さを用いて透水量係数を設定することで自由水面より上部の不飽和領域を完全に不透水な領域としている。なお、飽和・不飽和浸透流解析と不圧地下水を対象とした地下水解析は、透水量係数あるいは透水量係数が未知量である地下水位に依存するため非線形解析となる。

ところで、岩盤は透水性の低い岩石と主要な透水経路となる割れ目から構成され、割れ目の分布状況によって透水試験は影響を受ける。この点は土質地盤の透水特性と異なり、特に硬岩を対象として多孔質媒体モデルに代わる物理モデルが提案されている。その代表的なものとしてWilson[220]や川本ら[97]は平行平板状の線要素(linea element)を連結した割れ目系モデル(ネットワークモデル)を用いている。また、Barenblatt et al.[22]は二重空隙モデル(Double Porosity Model)を、Snow[193]やSato and Iizawa[186]は岩塊モデル(Rock Block Model)を提唱している。線要素を連結した割れ目系モデルは、比較的簡単なモデルであり、割れ目の分布特性を考慮して線要素の方向、長さ、開口幅を設定することが可能である。Wilson[220]や川本ら[97]は、ダム基礎岩盤の浸透流を対象とした有限要素解析に用いている。二重空隙モデルは岩盤内空隙を1次空隙と2次空隙に分け、1次空隙は主に透水機能を、2次空隙は主に貯留機能を有するものとしてモデル化される。このモデルを用いた研究は、Warren and Root[216]やClosmann[45]など主に石油工学の分野で行われていた。地下水解析の分野では、これらの研究を基礎として、Duguid and Lee[56]、Wilson and Ainfantis[222]、大西ら[168]により、変形を考慮した連成解析へと拡張されている。さらに、Huyakorn et al.[84]は、Barenblatt et al.[22]が多孔質媒体中(2次空

隙)の流れを1次元の擬定常流れとしたのに対して、1次元の非定常流れに拡張している。最後に、岩塊モデルは岩盤をブロック状の複数の岩塊と岩塊間に存在する割れ目でモデル化し、岩塊と割れ目が弾性変形を生ずるものとして変形特性と透水特性を連成させたモデルである。なお、このようなモデルを実際に数値計算により解析する場合は、差分法や有限要素法が用いられる。以上の物理モデルはそれぞれ特徴を有しているが、透水量係数などのパラメータの設定方法や適用性について研究課題も残されている。したがって、実構造物の設計などでは多孔質媒体モデルを準用している。

さて、以上の確定論的手法に次いで、確率論的手法に関する研究をまとめる。ここでは上記の確定論的手法に準じて、有限要素法を用いた確率論的手法を整理する。

この方法は確率有限要素法(Stochastic Finite Element Method)と呼ばれ、特に構造工学の分野で発展した。この方法は物性値の不確実性や、完全には把握できない境界条件などの不確実性を認めて、それらの不確実性が挙動にどのように影響するか、確率論的に評価しようとする解析方法である。この手法は数値解析手法と数値実験手法に大別され、前者の代表的なものとしては摂動法を用いた研究があり、後者としてはモンテカルロ・シミュレーション法を用いた研究がある。これらの詳細はVanmarcke et al.[212]が詳しい。

特に1次近似による摂動法は、1次近似2次モーメント法(first-order second-moment method)と呼ばれている。この方法はCornell[48]やAng and Cornell[6]により提案され、その後、改良がはかられてきた。摂動法に基づく確率有限要素法は最もよく研究されており、特に1次近似法を取り入れた摂動法は、式の表現も容易で演算時間も少ないことから、多くの研究者がこれを利用している。最初に、この1次近似による摂動法(線形1次近似理論ともよばれる)を有限要素法に取り入れたのは、Cambou[33]である。これと同様の手法は、Baecher and Ingra[20]が地盤工学の問題に応用している。これらを更に体系化して、静的、動的さらには固有値問題などに幅広く適用したのが、中桐・久田の一連の研究であり[71, 72, 141]、これらの中で2次近似までの摂動法が定式化されている。

一方、コンピュータを用いた数値実験手法であるモンテカルロ・シミュレーション法を用いた確率有限要素法についても研究が進んでいる。モンテカルロ・シミュレーション法の基本的な考えは、通常の確定的な有限要素解析を数多く繰り返し計算することにより、結果の統計量を評価するものである。したがって、解析的近似法でうまく取り扱えないような問題も対処でき、既存の解析プログラムをそのまま利用できるという利点

がある。しかし、系の自由度が大きい場合には演算時間が問題となり、その計算の効率化が課題となってくる。そのため、モンテカルロ・シミュレーション法の効率化に関する研究が行われている。

地下水解析において、透水係数などの不確定性を考慮して、解析解や差分法により地下水位を確率論的に予測しようとする研究は、Dettinger and Wilson[54]に代表されるように比較的早くから行われている。しかしながら、確率有限要素法の適用例は少なく、摂動法を用いたSager[179]などの研究が知られている程度である。また、Townley[203]や本城・森嶋[79]は逆解析結果を用いた有限要素解析を行っており、確率論的に推定した透水係数を推定誤差も考慮して有限要素法に入力していることから、これも摂動法を用いた確率有限要素法の研究と考えられる。

透水係数などの空間分布を確率論を用いてモデル化を行うと、空間座標に対して連続量となることから、確率有限要素法での離散化の取り扱いが問題となる。このため、確定的な有限要素解析において要素分割は流速の変化率を考慮して経験的に決められるが、確率有限要素法においては、さらに確率場の変動に追従できるように考慮する必要がある。通常、各要素の透水係数は要素内で一定値とされることが多いため、確率場も対応する領域で一定のパラメータを選ぶことになる。

この要素の代表値の取り方には(1)要素の重心における値を用いる方法(中桐・久田[141])と、(2)要素内局所平均をとる方法(Vanmarcke[210, 211], Kiureghian and Ke[103])の2つが考えられる。要素分割が十分に細かい場合、2つの方法はほぼ同一の結果を与えるが、要素分割が粗い場合は、(1)では確率変動を過大に、(2)では過小に評価することになるとの指摘がある。後者の方法では、パラメータの要素における分散はもとの分散よりも小さくなる。また、確率場における異なる2地点間の相関特性も要素間の相関係数として与えられるので、例えば2次元平面問題であれば数値解析的に面積分(実際には畳み込み積分)を行うことにより、要素内で確率場が平均化されることになる。このような問題に対して、高田[197]は局所積分の概念を用いて、厳密に連続確率場を取り扱う確率有限要素法を提案している。この方法は、構造工学の問題において確率要素剛性マトリックス(stochastic element stiffness matrix)を作成するのに、厳密に変分原理に基づいて連続確率場を要素積分の中に取り込んだ方法である。したがって、要素内においても確率場を表わすパラメータの変化が考慮できる。

ところで、先に述べた確定論による地下水流動解析は非線形解析である。すなわち、飽和・不飽和浸透流解析において、代数方程式を解く場合の既知量(流量)と未知量(圧力水頭)の関係は、不飽和領域が存在することにより透水係数が未知量の関数となり非線形性が生じる。一方、一般に平均値まわりの線形一次近似法を用いた確率有限要素法では、確率変数と未知量の関係が線形であれば解析結果の平均値が真の平均値と一致する。しかし、飽和・不飽和浸透流を対象とした確率有限要素法では、確率変数である透水係数と未知量である圧力水頭の関係が非線形であるためこれらは一般に一致せず、確率論的手法においても非線形性を有する。このような2種類の非線形性は、構造工学の材料非線形問題を線形一次近似法に基づく確率有限要素法で解析する場合にも同様に生じる。現状では、このような2種類の非線形性が存在することによる解析結果への影響は、ほとんど検討されていない。本研究において、地下水流動の確率論的な数値解析手法として確率有限要素法を適用する場合には、この点の検討が必要と考えられる。

1.2.4 地盤工学における逆解析手法

一般に、逆問題は(1)境界/領域逆問題、(2)支配方程式逆問題、(3)境界値/初期値逆問題、(4)負荷逆問題、(5)材料特性逆問題、に分類される[114]。これらの逆問題のうち、ここで対象とする問題は(5)の材料特性逆問題である。逆解析手法には多くの手法があるが、大きくは直接法(Direct method or Equation error criterion)と間接法(Indirect method or Output error criterion)に分類される[233]。なお、前者を逆定式化法(Direct formulation method)、後者を直接定式化法(Inverse formulation method)と呼ぶ場合もある。

直接法は、場を支配する偏微分方程式を有限要素法などで離散化し、未知パラメータに関して陽な形の定式化を行い、これに観測値を代入した場合の方程式の残差を最小にするよう未知パラメータ(材料特性値)を決める方法である。この方法の残差には離散化の誤差と観測の誤差が含まれる。被圧帯水層内の地下水流動の支配方程式を有限要素法などで定式化を行うと、未知パラメータに関して線形の方程式が得られる。このような場合は、一般に最小二乗法による1回の計算で未知パラメータを求めることができる。この方法では、前提条件として場所により分散(ここでは残差二乗)が変化しないことと、残差の相関がないことを仮定している。このため支配方程式の離散化によっては、推定値に大きな影響を与える。また、一般に観測誤差を含むため解は不安

定である。

一方、間接法では求めようとする未知パラメータを仮定して支配方程式を解き、観測値とそれに対応する計算値の誤差を最小にするよう未知パラメータを決める方法である。この方法では誤差からなる目的関数が未知パラメータに関して非線形となるため、反復計算を必要とする。また、目的関数が凸にならないことがあり、この場合は未知パラメータを推定する繰り返し計算において、初期値の設定によっては最終的な推定値が一意に決定できない。このため各種の最適化手法が工夫されている[113]。

地盤工学における逆解析の例を直接法と間接法に分類して表1.3, 1.4に示す[137, 163]。表より直接法と間接法とも離散化手法としては有限要素法が多く、数値解法(最適化手法)は直接法では最小二乗法が、間接法では共役勾配法やSimplex法が多く用いられている。

また、地下水問題に関わる逆解析の主な研究はAppendixに一覧表としてまとめている。地下水問題全般における逆解析の研究は主に1960年代から進められており、最近では間接法を中心に事前情報を用いた推定法や最適なパラメータ数の設定などの研究が行われている[233]。さらに、適用条件としては平面2次元解析がほとんどであり、透水量係数の推定が多い。国内においては、上田ら[204]、藤間ら[202]、大西ら[166]、青木ら[7]、本城ら[79]、河野ら[107]などの研究がある。以上の研究動向は、逆問題の解析手法の特徴によるところが大きい。すなわち、直接法は逆定式化が困難なため、単純な透水構造を持つモデルに適用されることが多い。また、観測点が限られている場合は内挿により推定を行う必要があり、これには多くの誤差が含まれ、この誤差は推定結果に大きな影響を与える。これに対して、間接法は原理は単純でかつ多層構造地盤や非定常問題にも対応でき、計算時間はかかるものの汎用性に富んだ方法である。さらに、間接法は統計学的な見地からは非線形回帰分析とみなせ、推定された水理パラメータの信頼性などを定量的に評価することができる。このような特徴を有するため、最近では間接法に関する研究が頻繁に行われている。

地下水問題における間接法の研究では、改良を加えたものなども含めると、一般にはGauss-Newton法系の最適化手法が多く用いられており、この方法は基本的に制約条件のない最適化を行うものである。ただし、上限値と下限値などは若干の修正により考慮することができる。また、Gauss-Newton法のアルゴリズムにおいては、ヤコビアンマト

リクス(感度マトリクス)の計算を効果的に行うことが必要となる。この感度マトリクスの計算方法として主なものは、影響係数法(influence coefficient method)、感度方程式法(sensitivity equation method)、変分法(variational method)などがある。

実際の観測では観測点数は制約され、観測値は観測誤差により乱されているため、パラメータの数を制限しないと不安定な結果になる。特に制約条件を付けずに誤差の最小化を行うと、繰り返し計算の過程で極端に大きな値や小さな値となり、矛盾した未知パラメータが求まることが多い。このような不安定性はパラメータの数を低下させることで安定化することができる。このことは、逆にパラメータの数を増加させると、システムのモデル化による誤差は減少するがパラメータの不確実性が増加することとして理解できる。これはいわゆるトレードオフの関係である。パラメータの不確実性による誤差は推定されたパラメータの共分散マトリクスで表され、推定値の信頼性の指標となる。パラメータ間の相互相関が大きな場合は共線性問題(collinearity problem)と言われ、誤差の最小化の過程で収束性が悪くなり最適な解が求まらないことが多い。また、最適なパラメータ数の決定に関する研究も行われており、AIC(Akaike's Information Criteria)[3, 4, 140]を用いた最適なパラメータ数の設定が行われている。AICを用いることで、モデルの尤度の最大化と未知パラメータ数の最小化の観点から、適切なモデルが選定される。具体的には、パラメータ数の異なる複数のモデルを作成して、この中からAICを最小にするモデルを選定することになる。

このような解の不安定性を緩和するには、観測値の数と未知パラメータの数の関係として観測値の数の方が多いたことが基本的に必要とされ、観測値の数の方が少ない場合は何らかの制約条件が必要になる。クリッキングを用いて、観測値のない節点のデータを補間し、この値も観測値に含めた逆解析もその一例である[61]。また観測値の数が未知パラメータの数より少ない場合は、事前情報を考慮した方法として、ベイズ推定法、カルマンフィルタ、最尤推定法など、確率・統計的な手法を用いることが多い。事前情報を考慮する手法は、目的関数において観測値と計算値の差だけでなく、未知パラメータの平均値からの偏差量も考慮して最小化するよう制約条件を加えた手法とも言える。

地盤工学の分野で事前情報を考慮した逆解析例を表1.5に示す[137, 163]。ただし、地下水問題に関しては先と同様にAppendixの一覧表に含めて示している。

カルマンフィルタ理論は観測更新アルゴリズムと時間更新アルゴリズムからなり、観

測更新アルゴリズムはベイズ推定法を用いたフィルタリング理論である。この理論は主に制御工学の分野において発達したフィルタリング理論であり、システムの動特性、誤差の統計的性質、初期値に関する事前情報、および時々刻々与えられる観測データを用いて、システムの状態量を逐次最小二乗推定する手法である。カルマンフィルタを用いた地下水問題の逆解析としては、Wilson et al. [221], 上田ら[204], 平野[70]などの研究がある。Wilson et al. は被圧地下水を対象として非定常問題への適用を行っており、上田らや平野は地下水流れに関する支配方程式と透水量係数の空間分布式をシステム状態方程式に導入した定式化を行っている。カルマンフィルタを用いた地盤の力学定数の推定も行われており、村上ら[136]や鈴木ら[195]の研究があり、各種建設工事への適用が試みられている[81]。

また、カルマンフィルタの基礎理論となっているベイズ推定法を用いた研究には、地盤工学の分野ではMatsuo and Asaoka[127], Asaoka[18], Asaoka and Matsuo[19], Cividini et al.[44]の研究があり、石油工学の分野ではGavalas et al.[62]の貯油層の推定の研究がある。また、環境衛生工学の分野では米田ら[235]が透水量係数の推定と地下水汚染の浄化法の選定を目的とした意思決定問題に適用している。

以上のように、地下水問題を含めた地盤工学の分野における逆解析手法は、最近では間接法が中心である。特に、事前情報を用いた確率・統計手法が多く、時系列データが観測値として与えられる場合にはカルマンフィルタ理論を用いることが有効と考えられる。地下水問題において、特に透水係数の空間分布推定を目的としてカルマンフィルタを用いた例はほとんど示されていない。また、建設工事を対象とする場合、地下水位をはじめ揚水量や注水量などの流量の推定や予測も重要になる。さらに、観測データとしても地下水位のみならず、これらの流量も利用できることが望まれる。このような観点から、透水係数の空間分布推定を行うとともに、不圧地下水を対象とした地下水位や流量の推定および予測が行える手法が望まれる。

表 1.3: 直接法による逆解析の例

(村上(1989), 大上(1991)から一部修正)

対象モデル	離散化	求めるパラメータ	数値解法	参考文献
2次元弾性	有限要素法	ヤング率, ポアソン比	最小二乗法	Kirsten(1976)
2次元 非均質弾性	有限要素法	土圧分布	最小二乗法	Gioda and Jurina(1981)
2次元弾性	有限要素法	初期応力パラメータ	最小二乗法	桜井・武内(1983)
3次元弾性	境界要素法	初期応力パラメータ	最小二乗法	桜井・清水・壺内 (1987)
2次元弾性	有限要素法	初期応力パラメータ	最小二乗法	Sakurai and Shinji(1984)
2次元 Mohr-Coulomb 弾・完全塑性	有限要素法	塑性境界	最小二乗法	桜井・清水・松室 (1988)
3次元弾性・ 粘弾性	有限要素法	ヤング率, 掘削解放力 クリープ関数	最小二乗法	久武・伊藤・太田 (1984)
2次元弾性	有限要素法	損傷テンソル	最小二乗法	Kyoya et al.(1988)
2次元弾性	境界要素法	ヤング率, ポアソン比, 初期応力	最小二乗法	Yang and Sterling (1989)

表 1.4: 間接法による逆解析の例

(村上(1989), 大上(1991)から一部修正)

対象モデル	離散化	求めるパラメータ	数値解法	参考文献
2次元 Mohr-Coulomb 弾・完全塑性	有限要素法	初期応力, 粘着力, 内部摩擦角	Simplex法	Gioda and Maier (1980)
2次元 非均質弾性	有限要素法	ヤング率, 軟弱層の位置	Simplex法	Cividini et al. (1981)
2次元 非均質弾性	有限要素法	ヤング率, ポアソン比	共役勾配法	Arai et al. (1983)
2次元 Duncan-Chang モデル	有限要素法	初期接線剛性係数, せん断強度, ポアソン比	共役勾配法	荒井・片瀬(1984)
2次元 Duncan-Chang モデル	有限要素法	初期接線剛性係数, せん断強度	共役勾配法	荒井・片瀬・谷本 (1984)
2次元 非均質弾性	有限要素法	ヤング率, ポアソン比, 透水係数	共役勾配法	Arai et al. (1984) Arai et al (1986)
2次元 Duncan-Chang モデル	有限要素法	初期接線剛性係数, せん断強度, ポアソン比, 透水係数	共役勾配法	Arai, Ohta and Kojima (1987)
2次元弾性	境界要素法	せん断弾性係数, ポアソン比	Simplex法	大西・東出(1983)
2次元弾性	円弧滑り面	粘着力, 内部摩擦角	Secant法	Nguyen (1984)
2次元 非均質弾性	境界要素法	せん断弾性係数, ポアソン比, 幾何学的特性	Simplex法	大西・東出(1985)
3次元弾性・ 粘弾性	有限要素法	ヤング率, ポアソン比, 静止土圧係数, クリープ関数	Simplex法	Hisatake and Ito (1985)
2次元弾性	有限要素法	初期応力	Householder変換	Feng and Lewis (1987)
2次元 直交異方性 弾性	境界要素法	ヤング率, せん断弾性係数, ポアソン比	Gauss-Newton法	大上ら(1988)
軸対象 Drucker-Prager 弾塑性	有限要素法	硬化パラメータ	Newton-Raphson 法	Ichikawa et al. (1987)
2次元弾性 (多層地盤)	有限要素法	ヤング率, ポアソン比	Newton法	Ichikawa and Ohkami (1992)

表 1.5: 事前情報を考慮した逆解析の例

(村上(1989), 大上(1991)から一部修正)

離散化手法	求めるパラメータ	数値解法	参考文献
浅岡モデル	浅岡モデルの パラメータ	ベイズ推定法	Asaoka(1978)
浅岡モデル	浅岡モデルの パラメータ	ベイズ推定法	Asaoka & Matsuo(1980)
有限要素法	弾性係数とその位置	ベイズ推定法	Cividini et al.(1983)
浅岡モデル	浅岡モデルの パラメータ	カルマンフィルタ	Murakami & Hasegawa(1985)
差分法	間隙水圧	カルマンフィルタ	Murakami & Hasegawa(1985)
有限要素法	ヤング率, ポアソン比	カルマンフィルタ	村上・長谷川(1987)
有限要素法	ヤング率, 側圧係数	最尤推定法	Gens et al.(1987)
山留め架構の 構造モデル	山留め背面側圧, 地盤反力係数	拡張カルマン フィルタ	斉藤・古賀・鎌田 (1987)
シールド位置 のARモデル	モデルパラメータ	カルマンフィルタ	酒井・星谷(1987)
有限要素法	ヤング率, せん断弾性係数, 初期地圧の測圧係数, 異方性の主軸方向	拡張カルマン フィルタ	門田ら(1987)
有限要素法	ヤング率の分布	拡張カルマン フィルタ	鈴木・石井(1989)
有限要素法	ヤング率, 初期応力, ポアソン比	ベイズ推定法	Akutagawa(1991)

1.3 本論文の構成と内容

1.1節で述べたように、本論文の主要な研究対象は以下の点である。まず、透水係数の推定の基礎となる試験法およびその評価法を対象とする。特に、多孔質媒体として岩盤透水係数を評価するための試験法を対象とし、割れ目系岩盤の透水係数の異方性評価に着目して、評価結果の検証法を検討する。これに関しては第2章で述べる。次に、透水係数の空間分布推定法と地下水流動の予測手法を研究対象として、測定および観測データの種類、さらにそれらを予測に利用できる時期に着目して、以下の2ケースを想定して検討する。その1つは、計画・設計段階において、事前調査として実施される画一化された透水試験により多数の透水係数が得られている場合を対象とする。この場合の透水係数の推定法を第3章で、地下水流動の予測手法を第4章で述べる。また他の1つは、地下水位や流量（揚水量、注水量）の観測データが、計画・設計段階および施工段階において、ある程度の期間継続した時系列データとして得られている場合を対象とする。さらに、この場合には掘削工事などを対象とした地下水位低下を目的として、最適な排水量の設定法も研究対象とする。この場合の透水係数の空間分布推定法については第5章で、地下水流動の予測と排水量の設定法については第6章で述べる。以下に第2章以降の内容を示す。

第2章では、岩盤透水係数の評価を目的として、クロスホール透水試験により岩盤を等価な均質異方性多孔質媒体として評価する方法を検討する。クロスホール透水試験は透水係数の3次元異方性評価を目的として既に提案されている方法であるが、注入区間と観測区間の区間長が注入区間から観測区間までの距離に比べて相対的に長い場合は、これらの区間を点と仮定した近似解を用いることができない。特に、岩盤透水係数の評価では対象とする領域寸法を考慮する必要があり、注入区間や観測区間の設定においても、割れ目の局所的な分布特性に依存して透水特性が変化する可能性がある。岩盤透水係数は構造物の大きさや検討目的を勘案して評価する必要があるため、対象領域の寸法を自由に設定できることが望ましい。この点を考慮して、ここではクロスホール透水試験の解析に用いる理論曲線として、注入・観測区間を有限長さの線で近似した曲線を用いる方法を提案する。さらに、試験結果の解析では、透水テンソルの主値または比貯留量が負値となるような物理的矛盾が生じない限り、これらの物性値は算定可能である。したがって、透水テンソルの主値または比貯留量が正值で算定されても、割れ

目系岩盤を3次元均質異方性媒体に近似することの妥当性を判断するには至らない。このような観点から、ここでは個々の水頭増加曲線に現われる特徴的な応答から、試験中にどのような地下水流動が生じているか定量的に解析する方法を提案する。この方法は、地下水流動が1次元から3次元までのどのような流動特性を有するか次元を解析する方法で、3次元多孔質媒体への近似の妥当性を確認する一手法となる。ここでは、以上の方法を実際の花崗岩質岩盤における原位置試験の解析に適用する。試験の解析結果を割れ目の分布特性や他の透水試験結果と比較してクロスホール透水試験の評価法を検討し、実際の岩盤内の地下水流動の次元について考察を行う。

第3章では、確率論的手法の基礎となる確率場の概念を説明したのち、地盤統計学の手法であるクリッキングによる推定法を述べる。クリッキングはいくつかの測定値の線形推定により未測定点での値を推定する方法で、不偏推定量かつ最小分散推定量が得られる。したがって、この手法では試験により得られた透水係数を試験位置での測定値（確定値）として与え、測定されていない領域の透水係数の空間分布が推定できる。また、この手法は、母集団である確率場から測定値が得られている条件を満たす条件付き確率場を推定する手法として位置づけることができる。仮想地盤モデルとして断面2次元状態の岩盤を対象とするが、岩盤は多孔質媒体でモデル化できるものと仮定し、透水係数の測定にはダム基礎岩盤などで実施されているルジオン試験結果が利用できることを想定する。ここでは以上の条件下で透水係数の測定条件を変えたパラメータスタディを行い、推定の状況を把握する。透水係数の推定結果は、第4章の線形一次近似法を用いた地下水流動の将来予測の入力データとして利用する。

第4章では、地下水流動の将来予測の一手法として線形一次近似法に基づく確率有限要素法の定式化を示す。この手法は有限要素法の入力パラメータである透水係数の不確定性（推定値と推定誤差共分散）を考慮し、解析結果である地下水位や流量の予測値と予測誤差を評価する手法である。ここでは飽和・不飽和浸透流の将来予測を対象とし、第3章のクリッキングを行った地盤モデルを用い、クリッキングによる推定値と推定誤差共分散を入力パラメータとした定常解析を行い、圧力水頭の予測値と予測誤差分散の評価を行う。一般に平均値まわりの線形一次近似法を用いた確率有限要素法では、確率変数である飽和透水係数と未知量である圧力水頭の関係が線形であれば、解析結果である圧力水頭の平均値が真の平均値と一致する。しかし、飽和・不飽和浸透流解析では、確

率変数（飽和透水係数）と未知量（圧力水頭）の関係が非線形であるため、一般に解析結果である圧力水頭の平均値が真の平均値に一致しない。また、不飽和領域が存在することにより既知量（流量）と未知量（圧力水頭）の関係も非線形である。このような2種類の非線形性の影響が考えられるため、ここではモンテカルロ法による予測結果と比較して、飽和・不飽和浸透流解析における線形一次近似法の適用性を明らかにする。

第5章では、透水係数の空間分布推定法として拡張カルマンフィルタを用いた逆解析法を提案し、その妥当性を検証する。この手法は、事前情報を用いることで未知パラメータ数（透水係数の数）よりも少ない観測点数でも推定が可能である。ここでは平面2次元状態の不圧地下水を対象として一連の解析例を示すが、不圧地下水では方程式が非線形となるため、線形近似手法である拡張カルマンフィルタを用いる。提案する手法では、観測値として地下水位、揚水量（注水量）、さらに透水係数そのものも利用できる。はじめに、仮想地盤モデルを用いた数値シミュレーションにより、本手法の妥当性を検証する。次に、カルマンフィルタの観測更新アルゴリズムがベイズ推定法に基づくことを利用し、複数の揚水試験結果を用いて透水係数の推定値を更新する手法も提案し、適用性を検証する。特に、事前情報として用いる推定誤差共分散マトリクスは、最小二乗法において解の不安定性の緩和方法として用いられるペナルティマトリクスと同様の役割を持ち、悪条件のマトリクスの正則化に寄与していることを示す。また、カルマンゲインは正則化一般逆マトリクスとして解釈できることも示す。拡張カルマンフィルタを用いた逆解析では、観測の時間間隔が長くなると、システム状態方程式と観測状態方程式の線形化による誤差の影響が生じる。これはシステム誤差が大きくなることにより解の不安定性が増すためである。このため複数の揚水試験結果を用いて透水係数の空間分布推定を行う場合、推定に用いる観測データの順番によって推定結果が異なる場合がある。これに対処する方法として、システム誤差共分散マトリクスを適切に設定することで解を安定化させ、良好な推定が行えることを示す。これは事前情報である推定誤差共分散マトリクスが解の安定化に寄与していることを利用した方法である。一般に、カルマンフィルタの基礎となるベイズ推定法では、同じ組み合わせのデータを用いる限り、用いる観測データの順番に関わらず同一の推定結果が得られる。したがって、複数の揚水試験結果を用いて良好な推定が行われていることの確認は、ベイズ推定が観測データを用いる順番に影響されないことを利用し、異なる順番で推定を行った結果

を比較することで確認を行う。

第6章では、透水係数の空間分布推定結果を利用した将来の地下水流動の予測手法と、その結果から統計的決定理論を用いて最適な排水代替案を設定する手法を提案する。これらの手法は、建設工事の地下水対策工において、計画・設計、施工、維持・保全までの各段階を通じて、一貫した手法として有効に利用できる。このうち予測手法は、拡張カルマンフィルタの時間更新アルゴリズムを用いることから、透水係数の空間分布推定から予測計算に容易に移行することができる。また、地下水位、透水係数、流量から状態ベクトルを構成していることから、透水係数の推定値と推定誤差から、将来の地下水位と流量の予測値と予測誤差を評価することが可能である。この特徴を利用して、掘削工事における地下水位低下を目的とした排水代替案が作成される。計画地下水位に対する損失関数を設定したのち、各排水代替案の地下水位低下量の将来予測結果から、統計的決定手法であるベイズリスク最小化基準より期待損失を最小にする代替案を決定する。特に、損失関数として非対称な関数を用いることで、計画地下水位以浅とそれ以深の損失を変えることも可能にしている。以上の手法の有効性を示すため、第5章と同様の仮想地盤モデルを用いた数値シミュレーションを行う。はじめに、計画、設計段階の揚水試験の観測データから透水係数の推定を行い、その結果を用いて最適な排水代替案を決定する。次に、施工段階に相当する排水期間中の観測データを用いることで、事前の揚水試験の観測データから決定された最適な排水代替案を修正する。すなわち、排水期間中の観測データを用いて状態ベクトルの更新を行い、更新された推定値から上記と同様の方法で代替案を再度決定する。このような観測的方法により、事前の観測データでは知り得なかった情報を補い、不確定性の少ない最適な排水代替案に修正することが可能となる。

第7章は本研究で得られた結論をまとめたものである。

第2章

3次元均質異方性多孔質媒体モデルと一般化放射流モデルによる岩盤透水係数の評価法

2.1 概説

岩盤を等価な多孔質媒体としてモデル化した上で透水係数の空間分布推定を行う場合、モデル化が妥当でない場合には、推定誤差としてモデル化の誤差が顕著になるものと考えられる。第2章では、このようなモデル化の妥当性を検討するため、透水試験方法とその評価結果の検証法を提案する。

ここではHsieh et al.[82, 83]が提案しているクロスホール透水試験を対象とする。クロスホール透水試験は地盤を3次元均質異方性媒体にモデル化することを目的とする試験で、ボーリング孔の注入区間から一定流量の注水を行いながら、周辺の観測区間で水頭増加量の経時変化を観測する。試験の解析は観測した応答曲線を理論曲線にフィッティングすることで透水係数の異方性を求める。具体的には、領域を3次元均質異方性媒体に近似できるか判定するとともに、近似可能な場合はその透水係数(透水テンソル)と比貯留量を求める試験である。図2.1にその概念図を、また試験の計画からデータ解析までのフローを図2.2に示す。このように複数のボーリング孔間において実施する試験方法であることから、“クロスホール透水試験(cross-hole testing)”と呼ばれる。その試験実施上の利点は以下の点である。

1. 透水テンソルの主軸方向が試験前に既知である必要がない。
2. ボーリング孔は技術的に掘削可能な方向でよい。ただし、最低限必要なボーリング孔の本数は、ボーリング孔が全て平行な場合は3本、平行でない場合は2本で

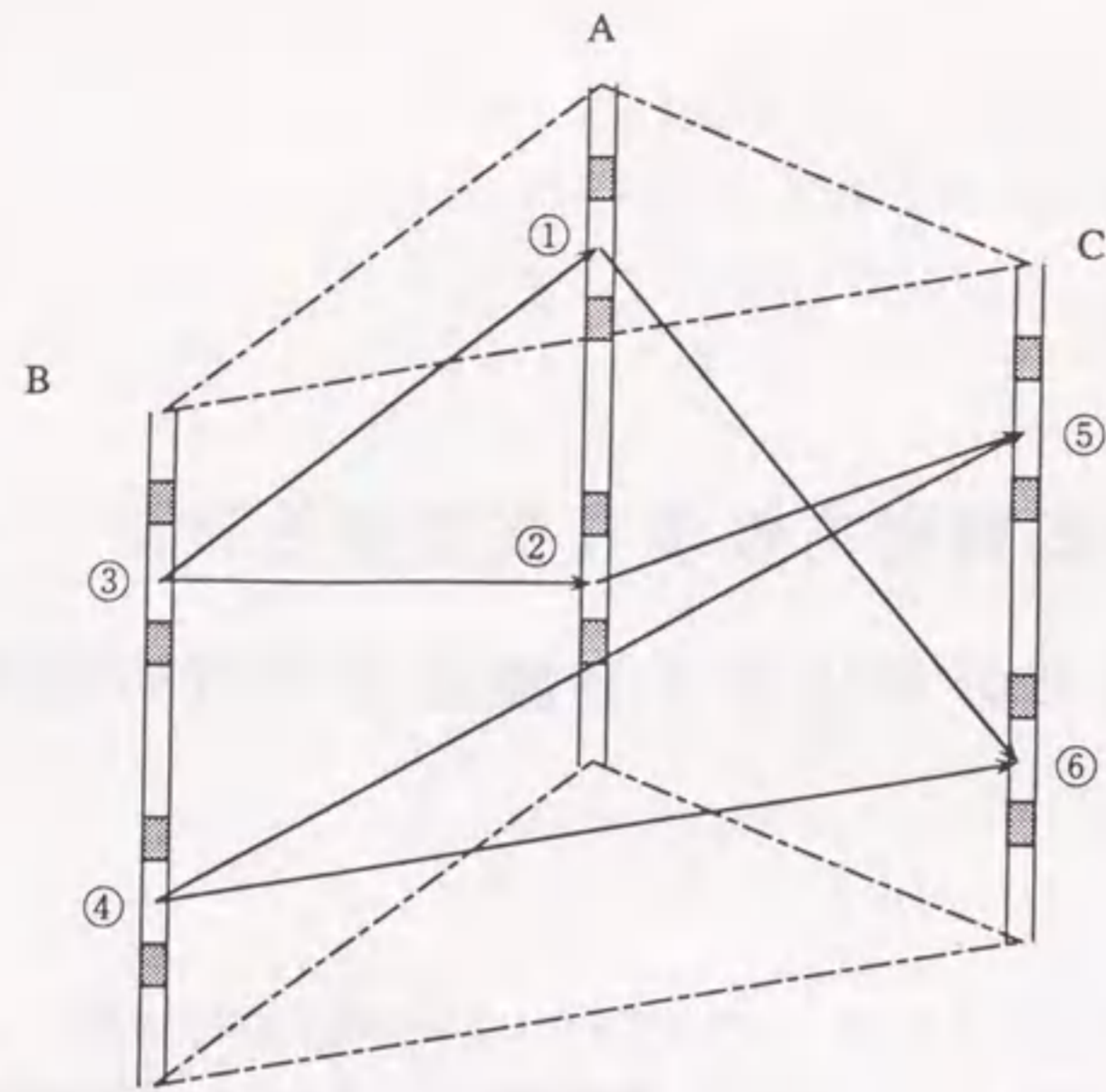


図 2.1: クロスホール透水試験の概念図

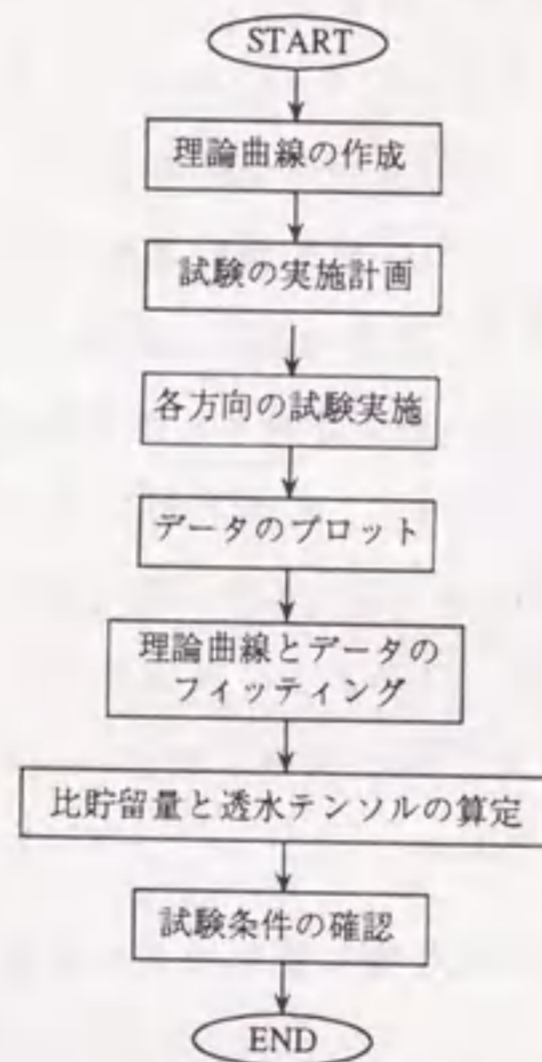


図 2.2: クロスホール透水試験の実施・解析フロー

ある。

3次元領域で透水テンソルを求めるには、テンソル成分の対称性を仮定すると独立な6成分を決定する必要がある、そのためには独立な6方向以上の試験を行う必要がある。また、6方向を越える試験結果については、最小二乗法を用いて決定する。このような条件から、以上のようなボーリング孔の本数が最低限必要となる。Hsieh et al. は、注入区間と観測区間を点または線に理想化して理論曲線を求めており、実用面からは点に近似した理論曲線を用いることを提案している。しかし、注入区間と観測区間の区間長が距離に比べて相対的に長い場合は、各区間を点として近似すると解析誤差が無視できなくなる。このような場合は各区間を有限長さの線と仮定した理論曲線を用いることが望まれる。この点を考慮して、ここではクロスホール透水試験の解析に用いる理論曲線として、注入・観測区間を有限長さの線で近似した曲線を用いる手法を提案する。さらに、透水テンソルの主値または比貯留量が負値となり物理現象的な矛盾が生じない限り、計算上これらの物性値が求められる。したがって、透水テンソルの主値または比貯留量が正值で算定されても、割れ目系岩盤を3次元均質異方性媒体に近似することの妥当性を判断する根拠にはなり得ない。例えば、透水テンソルと比貯留量が正值で求められても、必ずしも個々の水頭増加曲線が理論曲線とよく一致しない場合があり、このような現象の物理的解釈と定量的な評価は示されていない。

ここでは個々の水頭増加曲線に現われる特徴的な応答から、試験中にどのような地下水流動が生じているか定量的に評価する手法を提案する。この手法はBarker[23]が示している一般化放射流モデル (generalized radial flow model) を用いて地下水流動の次元を解析するものである。Barkerは一般化放射流モデルとして、パイプ内の1次元流動や平行平板間の2次元流動などの次元の概念を拡張し、例えば1.5次元での水頭増加の経時変化を先と同様の理論曲線で示している。このような次元は、パイプ内の流れで近似されるような1次元流れが連結あるいは分岐し、2次元的な広がりを持った中間的な状態と考えることができる。この理論曲線を用いれば、先の異方性の評価に代わって次元の評価が可能となる。さらには、試験対象領域における不均質性に着目したモデル化と言える。したがって、透水テンソルの主値または比貯留量が正值で得られる場合に、割れ目系岩盤を3次元均質異方性媒体にモデル化することの妥当性を、対象領域内の不均質性のモデル化から検証できるものと考えられる。以上の2種類のモデル化を基礎とし

て、新たにクロスホール透水試験結果の評価手法を提案する。ここでは実際に釜石鉱山の坑道周辺の花崗岩質岩盤においてクロスホール透水試験を実施し、その結果に上記の解析方法を適用して検討を行い技術的課題を整理する。

なお、クロスホール透水試験では注入試験または揚水試験のどちらを用いることも可能であるが、ここで注入試験を例にとって述べる。その理由は、均質異方性媒体として一般に節理性岩盤などのように比較的透水係数の低いものが考えられ、揚水試験の実施が困難な場合が多いためである。ただし、揚水試験を実施する場合も水頭増加を水頭低下と考えれば同様の方法を適用できる。

2.2 3次元均質異方性多孔質媒体モデルにおける非定常浸透理論

Hsieh et al.[82, 83]の提案しているクロスホール透水試験は、3次元均質異方性媒体中の非定常浸透流に関する理論解を用いている。この理論解は、無限領域中の任意の注入区間から注入を開始した後、他の観測区間における水頭増加量を示すものである。また、注入区間と観測区間を点または有限長さの線と仮定し、その組合せから4つのケースの理論解を誘導している。さらに、注入区間や観測区間が有限長さの線と仮定した3ケースの理論解は、漸近特性として点と仮定したケースに近似されることを示している。

はじめに、クロスホール透水試験に用いられている理論について説明する。まず、均質異方性媒体内の任意の点を表すために直角座標系 $x = x_i$ を選ぶものとする。この座標系に関する均質異方性媒体中の浸透流の支配方程式は、式(2.1)の2階偏微分方程式で表される。

$$\nabla \cdot \mathbf{K} \nabla h = S_s \frac{\partial h}{\partial t} \quad (2.1)$$

ここで h は全水頭、 t は時間、 \mathbf{K} は透水テンソル、 S_s は比貯留量である。また、 \mathbf{K} は正值で対象なマトリクスである。次に、式(2.1)の初期条件と境界条件を設定する。初期状態において領域の水頭分布は均一と仮定すると式(2.2)が成立する。

$$h(\mathbf{x}, t) = h_0 \quad \text{at } t = 0 \quad (2.2)$$

ここで h_0 は一定値である。また、領域は無限領域を仮定すると式(2.3)が成立する。

$$h(\mathbf{x}, t) = h_0 \quad |\mathbf{x}| \rightarrow \infty \quad (2.3)$$

以上の初期条件、境界条件、ならびに以下の注入・観測区間の各条件の下で、式(2.1)の偏微分方程式を解けば理論解が得られる。この理論解を求める場合に、ボーリング孔内の試験区間はその長さによって点あるいは線に理想化することができる。表2.1に理想化した4つのケースを示している。以下に式(2.1)の理論解を表2.1の4つのケースについて示す。

(1) ケース1 (点注入・点観測) の理論解

注入点に原点をとり、単位時間当たり一定流量 Q の注入がある場合、距離 R 離れた観測点の水頭増加は次式で与えられる。

$$\Delta h_{PD} = \text{erfc} \left\{ \frac{1}{(4t_D)^{1/2}} \right\} \quad (2.4)$$

表 2.1: 理想化した試験区間の組み合わせ

ケース	注入区間	観測区間	備 考
ケース 1	点	点	(Point-Injection / Point-Observation)
ケース 2	線	点	(Line-Injection / Point-Observation)
ケース 3	点	線	(Point-Injection / Line-Observation)
ケース 4	線	線	(Line-Injection / Line-Observation)

$$\Delta h_{PD} = \frac{4\pi \cdot \Delta h \cdot G_{zz}^{1/2}}{Q} \quad (2.5)$$

$$t_D = \frac{D \cdot t}{S_s \cdot G_{zz}} \quad (2.6)$$

$$D = K_{11}K_{22}K_{33} + 2K_{12}K_{23}K_{13} - K_{11}K_{23}^2 - K_{22}K_{13}^2 - K_{33}K_{12}^2 \quad (2.7)$$

$$G_{zz} = \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} = x_i x_j A_{ij} = R^2 (\mathbf{e}^T \mathbf{A} \mathbf{e}) \quad (2.8)$$

ここで Δh は、位置 \mathbf{x} における時間 t での水頭増加であり、 $\Delta h = h - h_0$ である。 $erfc(\cdot)$ は補誤差関数、 D は \mathbf{K} の行列式、 \mathbf{A} は透水テンソル \mathbf{K} の余因子マトリクス、 S_s は比貯留量である。また、 \mathbf{e}_i は x_i 方向の単位ベクトルである。式 (2.5)、(2.6) で与えられる Δh_{PD} と t_D は無次元化した水頭増加量と時間である。

(2) ケース 2 (線注入・点観測) の理論解

一定長さの注入区間から一定流量 Q の注入を行う場合は、ケース 1 の 1 点から注入する場合の理論解を注入区間に沿って積分することで得られる。長さ L の注入区間の中点に原点をとり、図 2.3 のように線分 BOA で注入区間を表わし OA を結ぶベクトルを l とする。また、観測点 \mathbf{x} 方向とベクトル l 方向の単位ベクトルを、それぞれ \mathbf{e} 、 \mathbf{e}_l とする。単位時間当たり一定流量 Q が注入区間に沿って均一に注入される場合、理論解は次式で与えられる。

$$\Delta h_{LD} = \frac{1}{2} \int_{w=1/4t_D}^{w=\infty} \frac{1}{w} \exp[-(1-\alpha_2^2)w] \cdot$$

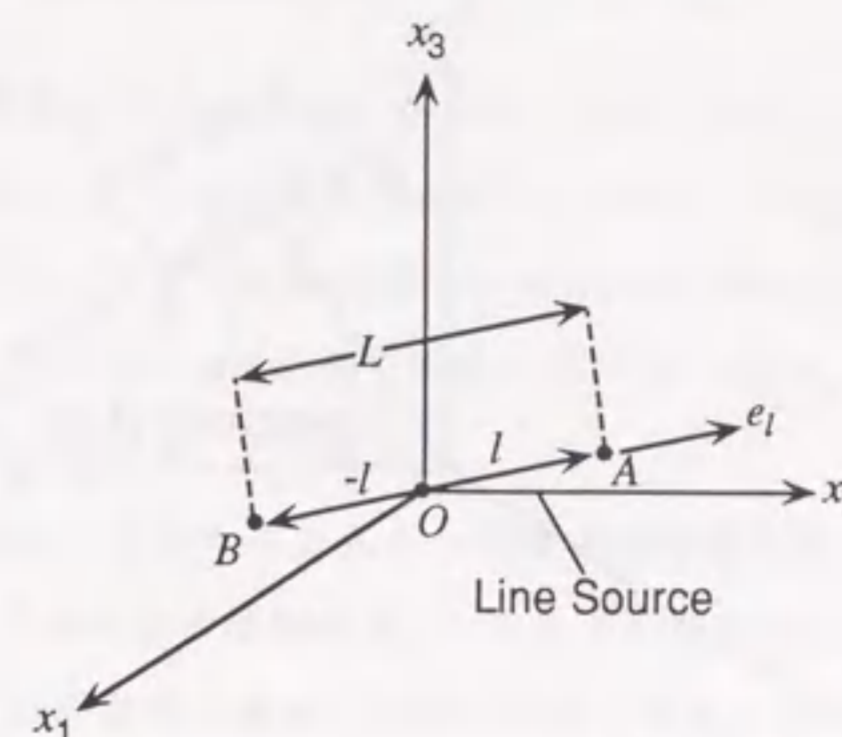


図 2.3: ケース 2 の注入区間

$$\left\{ \operatorname{erf} \left[w^{1/2} \left(\alpha_2 + \frac{1}{\alpha_1} \right) \right] - \operatorname{erf} \left[w^{1/2} \left(\alpha_2 - \frac{1}{\alpha_1} \right) \right] \right\} dw \quad (2.9)$$

$$\Delta h_{LD} = \frac{8\pi \cdot \Delta h \cdot G_{ll}^{1/2}}{Q} \quad (2.10)$$

$$\alpha_1 = \left(\frac{G_{zz}}{G_{ll}} \right)^{1/2} = \left(\frac{2R}{L} \right) \left[\frac{(\mathbf{e}^T \mathbf{A} \mathbf{e})}{(\mathbf{e}_l^T \mathbf{A} \mathbf{e}_l)} \right]^{1/2} \quad (2.11)$$

$$\alpha_2 = \frac{G_{zl}}{(G_{zz}G_{ll})^{1/2}} = \frac{(\mathbf{e}^T \mathbf{A} \mathbf{e}_l)}{[(\mathbf{e}^T \mathbf{A} \mathbf{e})(\mathbf{e}_l^T \mathbf{A} \mathbf{e}_l)]^{1/2}} \quad (2.12)$$

$$G_{zl} = \mathbf{x}^T \mathbf{A} l = x_i l_j A_{ij} = \left(\frac{RL}{2} \right) (\mathbf{e}^T \mathbf{A} \mathbf{e}_l) \quad (2.13)$$

$$G_{ll} = l^T \mathbf{A} l = l_i l_j A_{ij} = \left(\frac{L^2}{4} \right) (\mathbf{e}_l^T \mathbf{A} \mathbf{e}_l) \quad (2.14)$$

パラメータ G_{zz} は先の式 (2.8) で与えられ、ここでの R は注入区間の中点から観測点までの距離である。

等方性媒体の場合は、 $\alpha_1 = 2R/L$ および $\alpha_2 = \mathbf{e}^T \mathbf{e}_l = \cos \theta$ となる。ここに θ は \mathbf{x} と l のなす角度である。したがって、 α_1 は R と $L/2$ の比を表わし、 α_2 は \mathbf{x} と l の角度を表わすパラメータである。異方性の場合はこれらのパラメータに異方性の影響が加わることになる。また、 \mathbf{A} が正値であることから、 $0 \leq \alpha_1$ 、 $0 \leq \alpha_2 \leq 1$ となる。

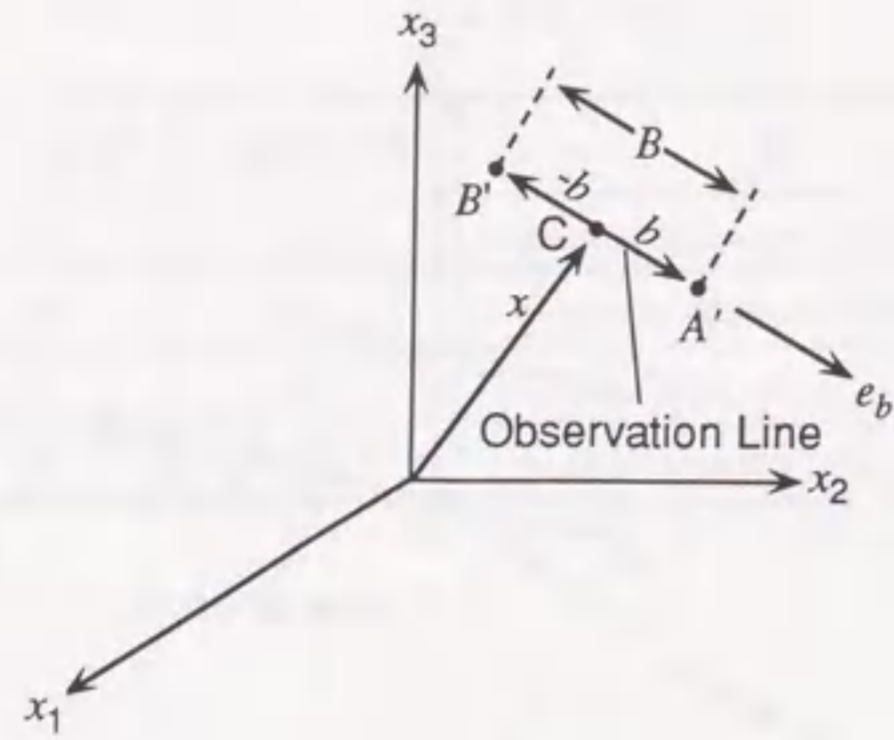


図2.4: ケース3の観測区間

(3) ケース3 (点注入・線観測) の理論解

1点から注入を行い、一定長さの観測区間で水頭変化を観測する場合は、ケース1の理論解を観測区間で平均することで求められる。図2.4に示すように観測区間の長さを B とする線分 $B'CA'$ で表わし、その中点 C の位置ベクトルを x とする。また、 CA' を結ぶベクトルを b とし、この方向の単位ベクトルを e_b とする。 $B'CA'$ 上の平均的な水頭増加 Δh はこの観測区間に沿って式(2.4)を積分し、その結果を長さ B で割ることで平均化して得られる。この場合の理論解は次式で与えられる。

$$\overline{\Delta h}_{PD} = \frac{\beta_1}{4} \int_{w=1/4t_D}^{w=\infty} \frac{1}{w} \exp[-(1-\beta_2^2)w] \cdot \left\{ \operatorname{erf} \left[w^{1/2} \left(\beta_2 + \frac{1}{\beta_1} \right) \right] - \operatorname{erf} \left[w^{1/2} \left(\beta_2 - \frac{1}{\beta_1} \right) \right] \right\} dw \quad (2.15)$$

$$\overline{\Delta h}_{PD} = \frac{4\pi \cdot \overline{\Delta h} \cdot G_{zz}^{1/2}}{Q} \quad (2.16)$$

$$\beta_1 = \left(\frac{G_{zz}}{G_{bb}} \right)^{1/2} = \left(\frac{2R}{B} \right) \left[\frac{(e^T A e)}{(e_b^T A e_b)} \right]^{1/2} \quad (2.17)$$

$$\beta_2 = \frac{G_{zb}}{(G_{zz} G_{bb})^{1/2}} = \frac{(e^T A e_b)}{[(e^T A e)(e_b^T A e_b)]^{1/2}} \quad (2.18)$$

$$G_{zb} = x^T A b = x_i b_j A_{ij} = \left(\frac{RB}{2} \right) (e^T A e_b) \quad (2.19)$$

$$G_{bb} = b^T A b = b_i b_j A_{ij} = \left(\frac{B^2}{4} \right) (e_b^T A e_b) \quad (2.20)$$

ここでは注入点から観測区間の中点までの距離を R としている。また、 $\overline{\Delta h}$ は Δh を観測区間で平均した値である。以上の理論解に含まれるパラメータ β_1 と β_2 は、ケース2の α_1 と α_2 と類似した意味を持ち、等方性媒体の場合には β_1 は R と $\frac{B}{2}$ の比を表わし、 β_2 は x と b の角度を表わすパラメータである。 A が正值であることから、 $0 \leq \beta_1$ 、 $0 \leq \beta_2 \leq 1$ となる。

(4) ケース4 (線注入・線観測) の理論解

最後に、一定長さの注入区間から注入し一定長さの観測区間で水頭増加を観測する場合の理論解を示す。この場合の理論解は、一定長さの注入区間から注入し、1点で観測する場合のケース2の理論解を観測区間で平均化して求められる。特に、注入区間と観測区間が平行な場合は、ケース2とケース3で導入したベクトル l と b が平行であることから $\alpha_2 = \beta_2$ となり、次式で与えられる。

$$\overline{\Delta h}_{LD} = \frac{\beta_1}{4} \int_{w=1/4t_D}^{w=\infty} \frac{1}{w} \exp[-(1-\alpha_2^2)w] \cdot \left\{ C_1 \operatorname{erf}(w^{1/2} C_1) - C_2 \operatorname{erf}(w^{1/2} C_2) - C_3 \operatorname{erf}(w^{1/2} C_3) + C_4 \operatorname{erf}(w^{1/2} C_4) + [\exp(-w C_1^2) - \exp(-w C_2^2) - \exp(-w C_3^2) + \exp(-w C_4^2)] / (\pi w)^{1/2} \right\} dw \quad (2.21)$$

$$\overline{\Delta h}_{LD} = \frac{8\pi \cdot \overline{\Delta h} \cdot G_{ll}^{1/2}}{Q} \quad (2.22)$$

$$C_1 = \alpha_2 + \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\beta_1} \quad (2.23)$$

$$C_2 = \alpha_2 + \frac{1}{\alpha_1} - \frac{1}{\beta_1} \quad (2.24)$$

$$C_3 = \alpha_2 - \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\beta_1} \quad (2.25)$$

$$C_4 = \alpha_2 - \frac{1}{\alpha_1} - \frac{1}{\beta_1} \quad (2.26)$$

注入区間や観測区間を点あるいは線のいずれかで理想化できるかは、区間の長さに対する注入区間と観測区間の距離の比に依存するものと考えられる。注入区間に関してその比はパラメータ α_1 に、観測区間に関してはパラメータ β_1 に含まれている。遠く離れた

位置から注入区間を見た場合は $\alpha_1 \rightarrow \infty$ に相当する。また、観測区間に関しては $\beta_1 \rightarrow \infty$ に相当する。ケース2とケース4では、無次元化した水頭増加の定義式(2.10), (2.22)がケース1の無次元化した水頭増加の定義式(2.5)と以下の関係にある。

$$\frac{\alpha_1 \Delta h_{LD}}{2} = \Delta h_{PD} \quad (2.27)$$

$$\frac{\alpha_1 \overline{\Delta h}_{LD}}{2} = \Delta h_{PD} \quad (2.28)$$

以上の関係を考慮して、実際の水頭増加 Δh から求まる無次元化した水頭増加を比較することが可能になる。その結果、ケース2, 3, 4の理論解はケース1の理論解にそれぞれ次式のように漸近する。

$$\lim_{\alpha_1 \rightarrow \infty} \frac{\alpha_1 \Delta h_{LD}}{2} = \text{erfc} \left\{ \frac{1}{(4t_D)^{1/2}} \right\} \quad (2.29)$$

$$\lim_{\beta_1 \rightarrow \infty} \overline{\Delta h}_{PD} = \text{erfc} \left\{ \frac{1}{(4t_D)^{1/2}} \right\} \quad (2.30)$$

$$\lim_{\alpha_1 \rightarrow \infty, \beta_1 \rightarrow \infty} \frac{\alpha_1 \overline{\Delta h}_{LD}}{2} = \text{erfc} \left\{ \frac{1}{(4t_D)^{1/2}} \right\} \quad (2.31)$$

漸近する状況を示すために、異なる α_1 と β_1 に関して理論解をグラフにして示したものが、図2.5, 2.6, 2.7, 2.8である。 $\alpha_1 \geq 5, \beta_1 \geq 5$ の場合にはケース2, 3, 4の理論曲線がケース1の理論曲線にはほぼ一致することがわかる。Hsieh et al.は、この条件の下でケース1の理論曲線を用いた解析方法を提案している。 $\alpha_1 \geq 5, \beta_1 \geq 5$ の条件は、等方性媒体中に長さ1mの注入区間と観測区間が平行に設定されている場合を考えると、観測区間と注入区間の距離が2.5m以上離れた条件となる。異方性媒体では、求めたい透水テンソルがこのパラメータ α_1 と β_1 に含まれるため、試験前にこの条件を確認することができない。そこで条件を満足すると仮定してケース1の理論曲線を用い、求めた透水テンソルから α_1, β_1 を計算して確認することになる。

なお、実際に解析を行う立場からは、透水係数の異方性を透水楕円体で表わし、単位ベクトル e の方向の透水係数 $K_d(e)$ を用いた表示が便利である。これには次の関係を用いる。

$$e^T A e = \frac{D}{K_d(e)} \quad (2.32)$$

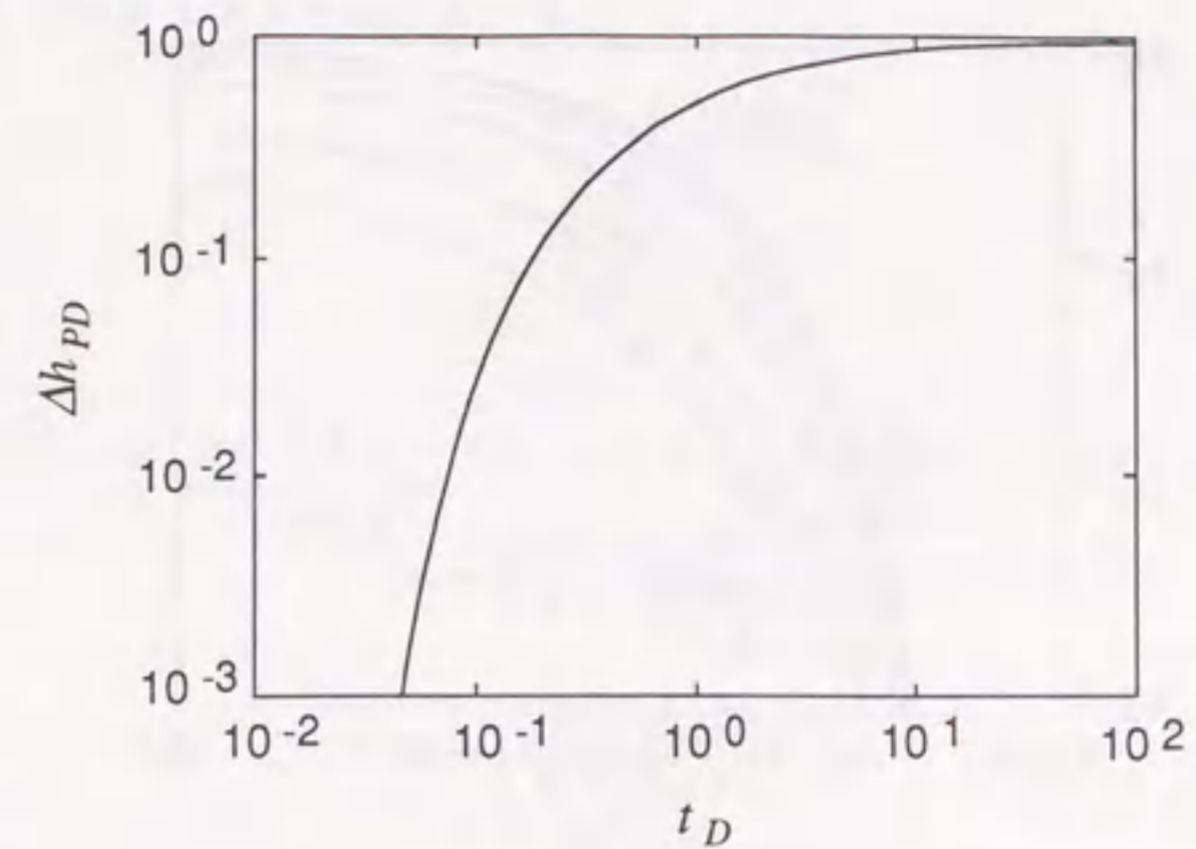


図2.5: ケース1の理論曲線

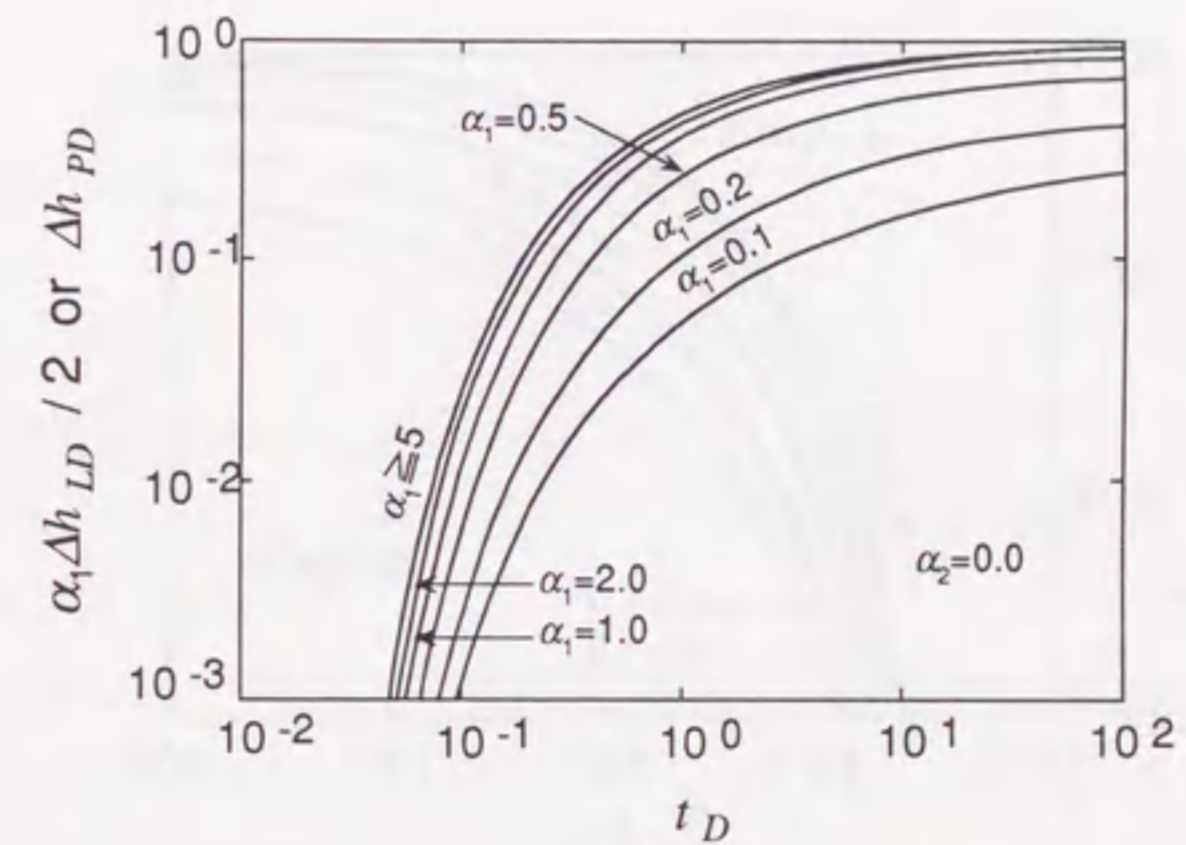


図2.6: ケース2の理論曲線

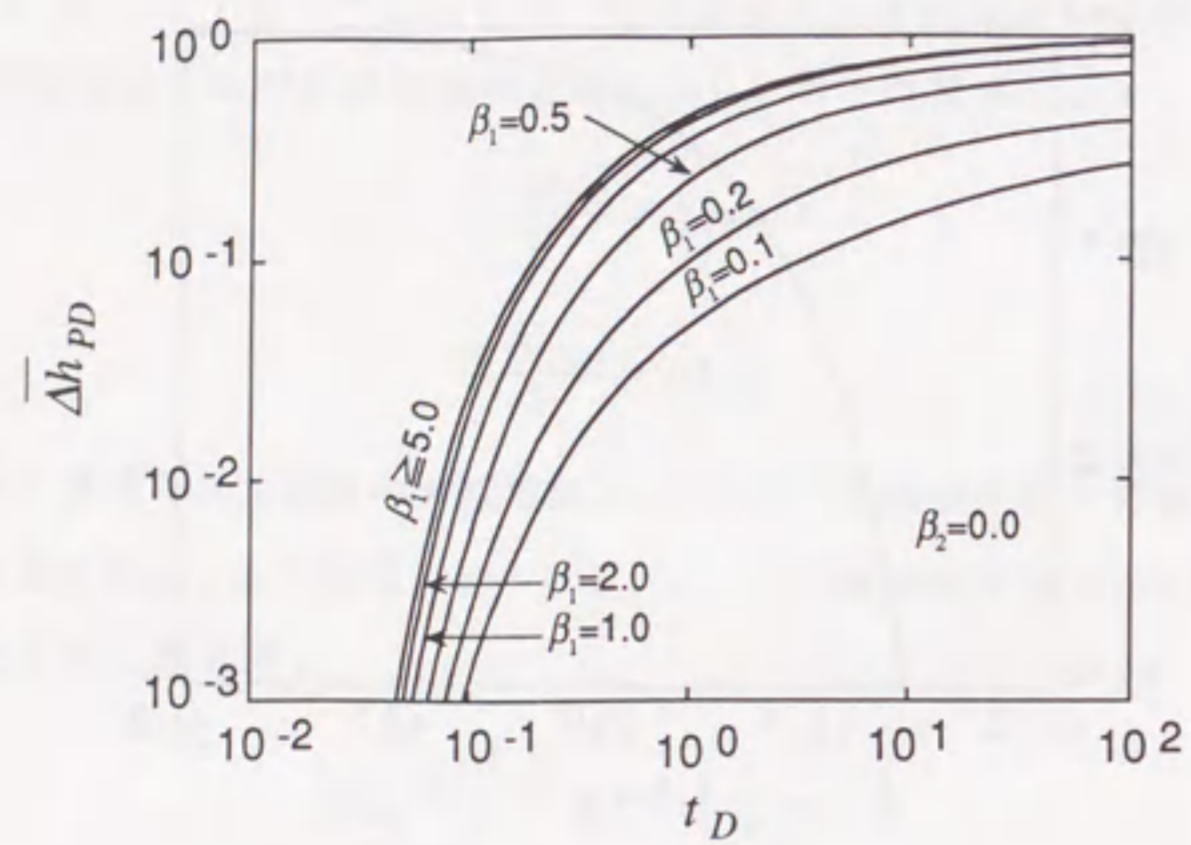


図 2.7: ケース 3 の理論曲線

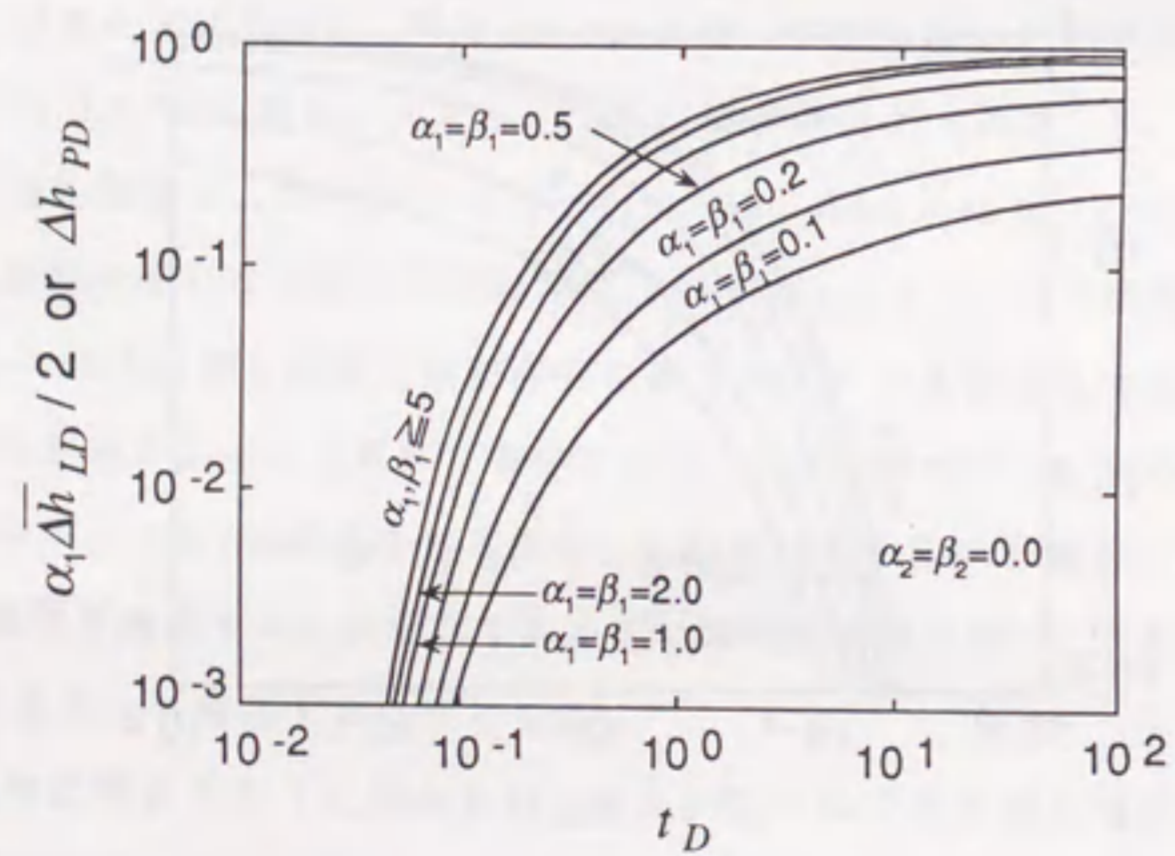


図 2.8: ケース 4 の理論曲線

この関係からケース 1 の理論解で示される式 (2.5) の無次元化した水頭増加と式 (2.6) の無次元化した時間は次式で表示される。

$$\Delta h_{PD} = \frac{4\pi \cdot \Delta h \cdot \left[\frac{D}{K_d(e)} \right]^{1/2}}{Q} \quad (2.33)$$

$$t_D = \frac{K_d(e) \cdot t}{R^2 \cdot S_s} \quad (2.34)$$

また、式 (2.11) と (2.17) のパラメータ α_1 , β_1 は次のように表示できる。

$$\alpha_1 = \left(\frac{2R}{L} \right) \left[\frac{K_d(e_l)}{K_d(e)} \right]^{1/2} \quad (2.35)$$

$$\beta_1 = \left(\frac{2R}{B} \right) \left[\frac{K_d(e_b)}{K_d(e)} \right]^{1/2} \quad (2.36)$$

2.3 一般化放射流モデルにおける非定常浸透理論

割れ目系岩盤では、注入区間と交わる特定の割れ目とその連結や分岐の状況によって、浸透特性が大きく左右される場合がある。このように場合は3次元均質異方性媒体としての解析が困難となり、不均質な媒体としてモデル化の方が適切な場合もある。地下水が特定の割れ目に沿って流動する場合は、1次元あるいは2次元の流動となる場合が多く、また透水経路の分岐や連結によっては明確な1次元モデルや2次元モデルでモデル化できない場合もある。このような地下水流動の次元解析として、Barker[23]が示している一般化放射流モデルがある。

BarkerはスウェーデンのStripa鉱山でBlack et al.[27]が実施したシヌソイダル透水試験(crosshole sinusoidal tests)の解析において、単純な1次元、2次元、3次元のモデルによる解析結果が、いずれも全ての観測データを満足する結果を導かなかつたことに着目し、モデルの次元をこれらの単純な次元だけでなく、さらに中間的な次元へと拡張を行った。このようなモデルは、物理的には1本のパイプでモデル化できるような透水経路が、複数連結あるいは分岐することで平面的あるいは立体的な拡がりを有し、1次元から2次元へ、2次元から3次元へと拡張するその中間的な状況を表わすことが可能となる。以下にその非定常浸透理論を示し、先に示したHsieh et al.[82]の理論曲線との比較を行う。

はじめに n 次元の球の表面を通して流量が与えられるものとする。この n 次元の球は、例えば3次元では通常の球であるが、2次元では3次元空間での球を2次元空間に投影した円と考える。さらに、1次元では線となる。ただし、流動方向が1次元あるいは2次元であり、流れの場は全て3次元空間で体積を有することから、図2.9に示すようにこれらの n 次元の球の表面積を b^{3-n} 倍して考える。すなわち、流動方向に直交し幅 b 、奥行き b の $b \times b$ の面積を有し、2次元流動では平面が厚さ b を有するものとする。3次元流動では本来の球の面積である。次に、 n 次元の球に関して、単位球の表面積は式(2.37)で与えられることから、半径 r の n 次元の球は面積 $\alpha_n r^{n-1}$ を有することになる。

$$\alpha_n = \frac{2\pi^{n/2}}{\Gamma(n/2)} \quad (2.37)$$

ここで $\Gamma(x)$ はガンマ関数である。 n 次元の球において、微小な距離 Δr 離れた2つの等ポテンシャル面を半径 r と $r+\Delta r$ の位置に考えると、 Δr の間に含まれる微小体積は $b^{3-n}\alpha_n r^{n-1}\Delta r$ となる。微小時間 Δt に全水頭が Δh だけ増加したとして、その時のこの微小体積中への

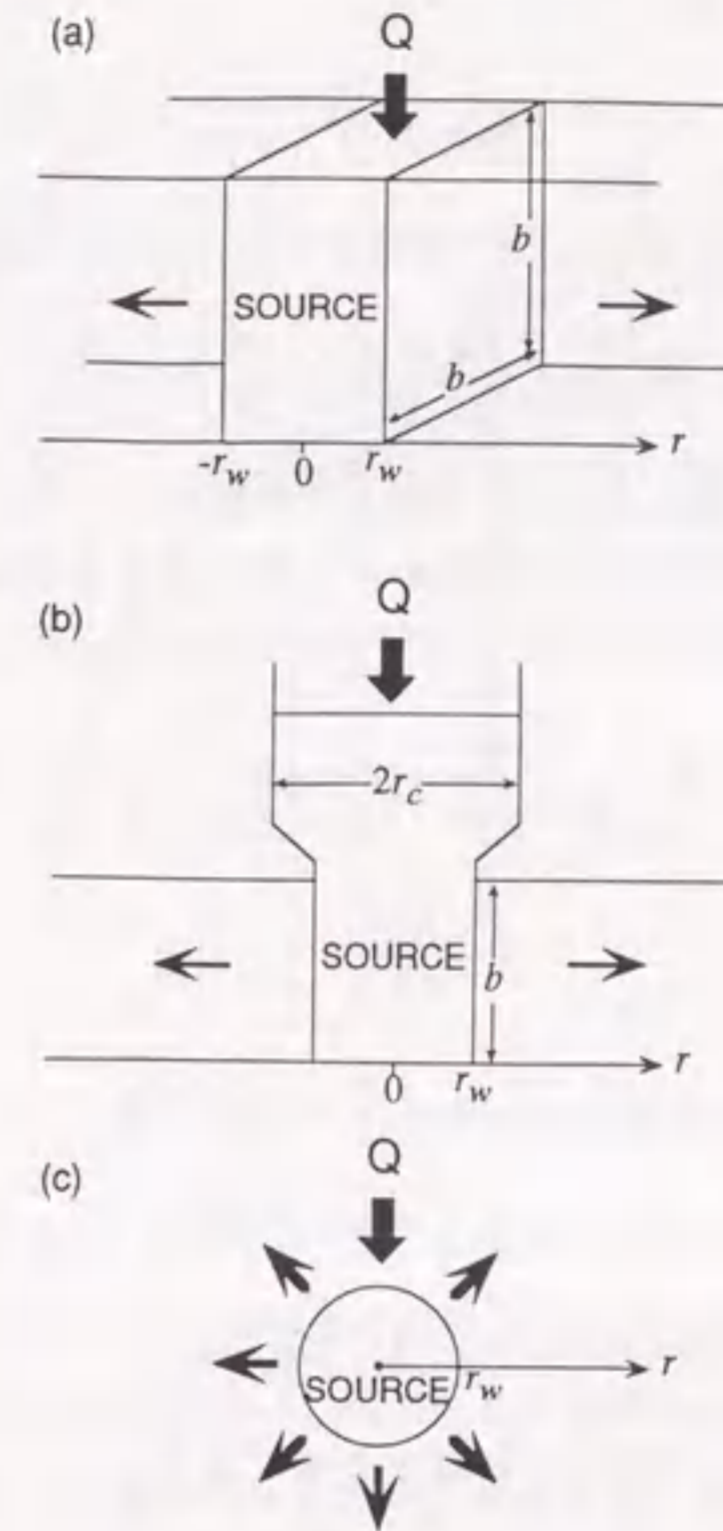


図2.9: 一般化放射流モデルにおける1, 2, 3次元の流動形態

地下水の流入量 ΔV は次式で与えられる。

$$\Delta V = S_{sf} b^{3-n} \alpha_n r^{n-1} \Delta r \Delta h \quad (2.38)$$

ここで S_{sf} は以上のモデル化に基づく割れ目系の比貯留量である。一方、ダルシー則を適用すると単位時間当たりにこの微小体積中に流入する流量 q は次式で与えられる。

$$q = K_f b^{3-n} \alpha_n \left[(r+\Delta r)^{n-1} \frac{\partial h}{\partial r(r+\Delta r, t)} - r^{n-1} \frac{\partial h}{\partial r(r, t)} \right] \quad (2.39)$$

ここで、 K_f は割れ目系の透水係数で、 $h(r, t)$ は全水頭である。微小体積中の水の質量保

存則により、次式が成立する。

$$\Delta V = q \cdot \Delta t \quad (2.40)$$

この式に先の式(2.38)と(2.39)を代入して極限をとると、次の微分方程式が得られる。

$$S_{sf} \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{K_f}{r^{n-1}} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^{n-1} \frac{\partial h}{\partial r} \right) \quad (2.41)$$

Barkerは、この方程式に基づき、無限領域中の1点から一定流量 Q が注入される場合の距離 r の位置での非定常な水頭増加量 $\Delta h(r,t)$ の理論解を誘導している。その理論解は以下の式で与えられる。

$$\Delta h(r,t) = \frac{Qr^{2\nu}}{4\pi^{1-\nu}K_f b^{3-2\nu}} \Gamma(-\nu, u) \quad \nu < 1 \quad (2.42)$$

$$u = \frac{S_{sf} r^2}{4K_f t} \quad (2.43)$$

$$\nu = 1 - \frac{n}{2} \quad (2.44)$$

ここで $\Gamma(a,x)$ は不完全ガンマ関数で、次式で与えられる。

$$\Gamma(a,x) = \Gamma(a) - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m x^{a+m}}{m!(a+m)} \quad (2.45)$$

この理論解は n が1, 2, 3の場合には以下の式になる。

$$\Delta h(r,t) = \frac{Qr}{2\sqrt{\pi}K_f b^2} \left(\frac{e^{-u}}{\sqrt{u}} - \sqrt{\pi} \operatorname{erfc}\sqrt{u} \right) \quad n=1 \quad (2.46)$$

$$\Delta h(r,t) = \frac{Q}{4\pi K_f b} W(u) \quad n=2 \quad (2.47)$$

$$\Delta h(r,t) = \frac{Q}{4\pi K_f r} \operatorname{erfc}\sqrt{u} \quad n=3 \quad (2.48)$$

以上の式(2.47)の $W(u)$ は井戸関数であり、2次元状態で一定流量を与えた場合の非定常の水頭を与えており、井戸理論におけるTheisの理論式に一致している。また、式(2.48)は先のHsieh et al.の示した3次元均質異方性媒体における理論解のうち、注入・観測区間を点としたケース1の式(2.4), (2.5), (2.6)を等方性にした場合に一致している。

以上の一般化放射流モデルによる浸透理論が成立する場合、時間に伴う水頭増加を両対数グラフにプロットした時の形状は、式(2.42), (2.43)の両辺の対数をとれば明らかなよ

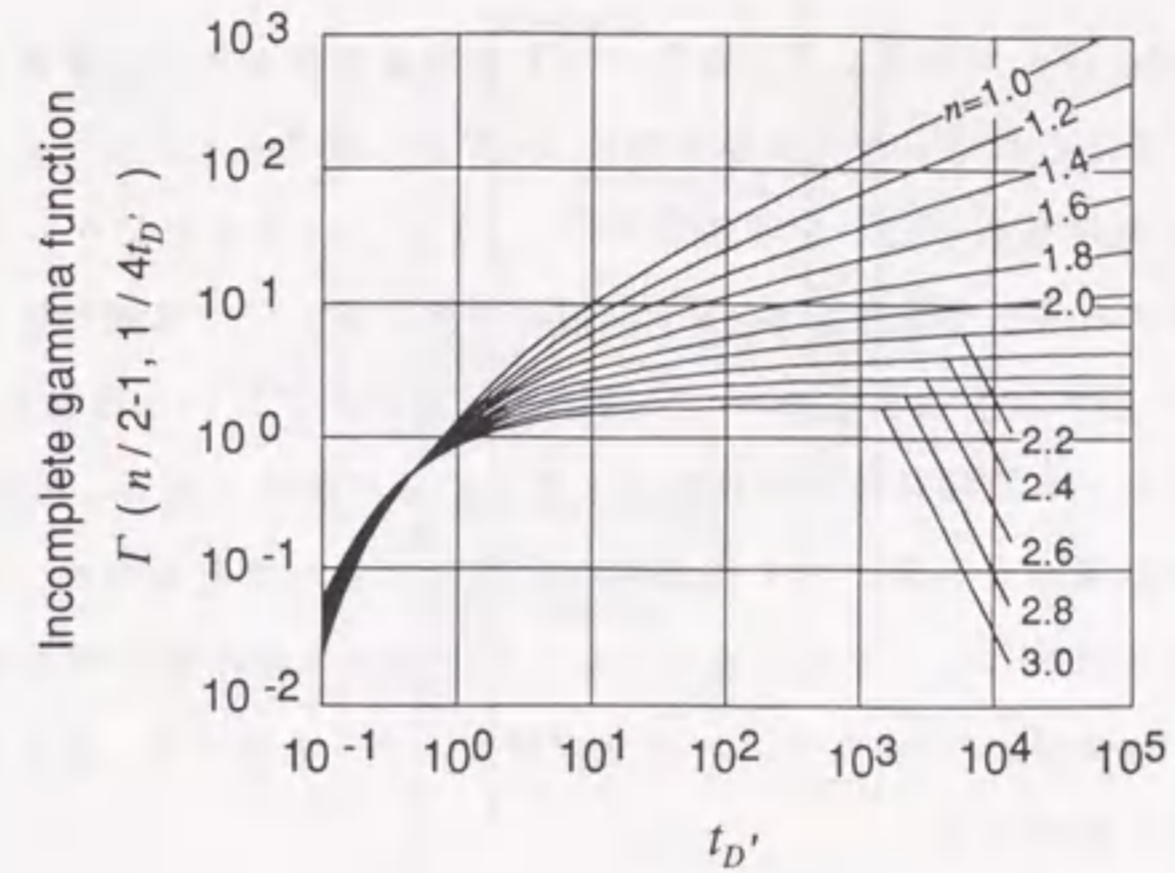


図 2.10: 一般化放射流モデルにおける理論曲線

うに、 $1/u$ と $\Gamma(-\nu, u)$ を両対数グラフにプロットした形状に一致する。Barkerは u と $\Gamma(-\nu, u)$ の関係で理論曲線を示しているが、Hsieh et al.の3次元異方性媒体の理論曲線との関係を明確にするため以下の式変換を行い、無次元化した時間 $t_{D'}$ と $\Gamma(2/n-1, 1/4t_{D'})$ で表わされる無次元化した水頭増加量 Δh_{GRF} の関係で理論曲線を表示する。

$$\Delta h_{GRF} = \frac{4\pi^{1-\nu}K_f b^{3-n}h(r,t)}{Qr^{2\nu}} = \Gamma(2/n-1, 1/4t_{D'}) \quad (2.49)$$

$$t_{D'} = \frac{1}{4u} = \frac{K_f t}{r^2 S_{sf}} \quad (2.50)$$

以上の $t_{D'}$ と $\Gamma(2/n-1, 1/4t_{D'})$ の関係を示したのが、図2.10である。

この理論曲線から、特に $n=3$ の場合、Hsieh et al.の3次元異方性媒体の注入・観測区間を点としたケース1の理論曲線と形状が一致することがわかる。また、一般化放射流モデルの特徴として $2 < n \leq 3$ では時間の経過に伴って水頭増加が無くなり定常状態となるが、 $1 \leq n \leq 2$ では定常状態にならず長時間経過した後も水頭増加が継続することになる。

2.4 クロスホール透水試験の解析方法

ここでは、Hsieh et al. が提案しているケース1の理論曲線を用いた解析方法を示したのち、原位置の透水特性ならびに試験条件によっては2.2節で示した $\alpha_1 \geq 5$, $\beta_1 \geq 5$ の条件を満たさない可能性もあることを考慮して、 $\alpha_1 < 5$, $\beta_1 < 5$ の場合にケース4の理論曲線を用いて解析する方法を提案する。また、割れ目系岩盤などでは割れ目の連結状態によっては、特定の割れ目を透水経路として地下水流動が生じている場合もあり、このような場合は1次元や2次元の地下水流動が生じている可能性もある。Hsieh et al. の解析方法は3次元浸透理論を基礎として異方性も考慮したものであるため、このような特定の割れ目を透水経路とした1次元あるいは2次元的な水頭増加を解析することはできない。そこでBarker[23]が示している一般化放射流モデルを用いて、地下水流動の次元を解析する方法も提案する。

2.4.1 Hsiehの解析方法

クロスホール透水試験の解析では、はじめに観測区間で測定した水頭増加の経時変化を2.2節に示したケース1の理論曲線とフィッティングさせる。フィッティング結果から実際の時間 t と無次元化した時間 t_D の対応値、ならびに実際の水頭増加 Δh と無次元化した水頭増加 Δh_{PD} の対応値を求め、透水テンソルと比貯留量を算定することになる。以下にHsieh et al. の提案している解析方法を示す。

まず、図2.11に示すように、直角座標系 x_i の原点に注入点があるものとする。観測点は $R_j e_j$ として表される。ここで j は試験番号を表し、1回の注入に対して1箇所の水頭増加を観測するものとする。したがって、 Δh_j を観測点で測定した水頭増加、 Q_j を注入点に注入した単位時間当たりの流量とする。試験結果を解析するためには、先のケース1の理論曲線を両対数グラフに t_D と Δh_{PD} の関係として描いておく。この理論曲線を用いて、以下の手順で j 番目のクロスホール透水試験結果のフィッティングを行い、透水テンソルと比貯留量を算定する。

1. 理論曲線と同じ両対数グラフに、測定時間 t と Δh_j の関係をプロットする。
2. 理論曲線のグラフ上にプロットした観測データのグラフを重ね、 t_D 軸と t 軸、および Δh_{PD} 軸と Δh_j 軸を平行に保ったまま、プロットした観測データと理論曲線が最も

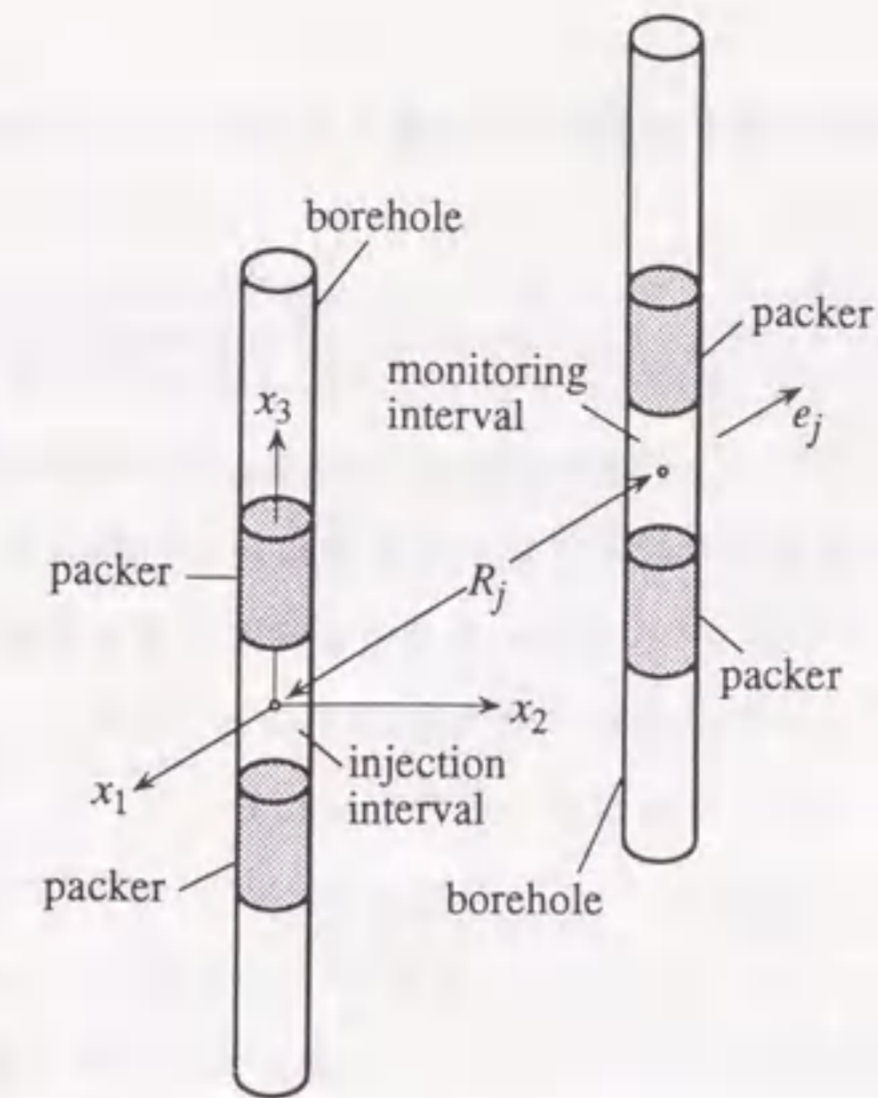


図2.11: 注入区間と観測区間の位置関係

一致する位置まで平行移動させてフィッティングを行う。

3. フィッティングさせた両対数グラフから重ね合わされているグラフ上の任意の点を選び、それぞれのグラフにおける値を読み取る。その値を Δh_j^* , Δh_{PD}^* , t^* , t_D^* とする。
4. これらの値を式(2.33), (2.34)に代入し、次の $D/K_d(e_j)$, $K_d(e_j)/S_s$ を計算する。

$$\frac{D}{K_d(e_j)} = \left(\frac{Q_j \cdot \Delta h_{PD}^*}{4\pi R_j \cdot \Delta h_j^*} \right)^2 \quad (2.51)$$

$$\frac{K_d(e_j)}{S_s} = \frac{R_j^2 \cdot t_D^*}{t^*} \quad (2.52)$$

5. 上記の $D/K_d(e_j)$ と $K_d(e_j)/S_s$ の積として D/S_s を求める。

以上の方法により、全ての観測データについて理論曲線のフィッティングを行い諸量の算定を行う。透水テンソルの6つの成分を求めるには、理想的には6方向のクロスホール透水試験結果があれば求められる。このためには、先の式(2.32)と類似の次式を用いる。

$$e_j^T K^T e_j = \frac{1}{K_d(e_j)} \quad (2.53)$$

この式の両辺に S_s を乗ると $U = S_s K^{-1}$ で定義される U マトリクスの成分を用いて、上式は次式のように表される。

$$e_{j1}^2 U_{11} + e_{j2}^2 U_{22} + e_{j3}^2 U_{33} + 2e_{j1}e_{j2}U_{12} + 2e_{j2}e_{j3}U_{23} + 2e_{j1}e_{j3}U_{13} = \frac{S_s}{K_d(e_j)} \quad (2.54)$$

ここで e_{ji} は e_j の成分であり、 $e_j^T = \{e_{j1}, e_{j2}, e_{j3}\}$ である。式(2.54)の右辺は式(2.52)から求められたため、6つの異なる方向の観測データが得られていれば、6つの未知量 U_{11} , U_{22} , U_{33} , U_{12} , U_{13} , U_{23} が求められる。ただし、6つの e_j ベクトルが互いに平行とならず、どの3つの e_j も同一平面上に存在しないことが必要となる。 U マトリクスが求められれば、次の方法で透水テンソル K と比貯留量 S_s が求められる。

1. U の逆マトリクスを計算し、 K/S_s を求める。
2. K/S_s の行列式を計算し、 D/S_s^3 を求める。
3. 上記の5.で求めておいた D/S_s から全試験の平均値として $\overline{D/S_s}$ を求める。
4. 次式により S_s を算定する。

$$S_s = \left[\frac{D/S_s}{D/S_s^3} \right]^{1/2} \quad (2.55)$$

5. 先の K/S_s に S_s を乗じ K を求める。

以上の方法により透水テンソル K と比貯留量 S_s を求めるが上記のように6方向の試験からこれらの値が求められるのは理想的な場合である。すなわち、算定される $[K_d(e_j)/S_s]^{1/2}$ が完全に楕円体に一致し、均質な場合に限られる。実際には試験を実施した寸法において不均質性があり、楕円体に完全に一致しない場合が多い。このような場合には、6方向のクロスホール透水試験結果から式(2.54)を解いて得られる U マトリクスが正值とならないことがある。このことは透水テンソルの主値または比貯留量が負の値となることを示しており、物理的には矛盾する解が得られる。このようなことを避けるために、透水媒体の不均質性が顕著でなければ6方向以上のクロスホール透水試験を実施し、最小二乗近似により先の U マトリクスを求めて透水テンソル K と比貯留量 S_s を算定する。最小二乗近似の方法としては普通に用いられている最小二乗近似法(Ordinary Least Squares method: OLS)や重み付き最小二乗近似法(Weighted least Squares method: WLS)を用いることも提案されている。しかし、これらの手法を用いても U マトリクスが正值

とならないことがある。このような場合には、割れ目系岩盤は均質異方性の多孔質媒体に近似不可能と判断される。

透水テンソル K と比貯留量 S_s が求められた場合、求めた透水テンソルから式(2.11), (2.17)または式(2.35), (2.36)を計算し、注入区間と観測区間が点と仮定できる条件 $\alpha_1 \geq 5$, $\beta_1 \geq 5$ が満たされているか確認を行う。この条件が満たされていないと、その観測区間方向には理論曲線のフィッティング誤差が多く含まれ、その観測データを用いて求めた透水テンソルと比貯留量は解析誤差が大きくなる。

2.4.2 提案する解析方法

Hsieh et al.の解析方法では、求めた透水テンソルから各観測区間方向のパラメータ α_1 , β_1 を計算し、 $\alpha_1 \geq 5$, $\beta_1 \geq 5$ となることを確認する。 $\alpha_1 < 5$, $\beta_1 < 5$ となる観測データを用いると、算定結果は解析誤差を多く含むことになり、貴重な観測データを有効に利用できない。

本研究ではこの点を解決するため改良した解析方法を提案する。その方法は図2.12に示すもので、まずHsieh et al.の方法で透水テンソルと比貯留量を求め、 $\alpha_1 < 5$, $\beta_1 < 5$ となった観測結果については、その α_1 , β_1 を用いて2.2節の式(2.21)に示したケース4の理論曲線を作成し再度フィッティングを行う。その際、Hsieh et al.の方法と同様の手順を進めるが、式(2.51)に代えて式(2.22)に式(2.14), (2.11), (2.32)を代入して求められる次式を用いる。

$$\frac{D}{K_d(e_j)} = \left(\frac{Q_j \cdot \overline{\Delta h_{LD}} \cdot \alpha_1}{8\pi R_j \cdot \overline{\Delta h_j}} \right)^2 \quad (2.56)$$

ここで $\overline{\Delta h_{LD}}$ と $\overline{\Delta h_j}$ は、ケース4の理論曲線を用いてフィッティングさせた水頭増加の対応値で、ケース1の Δh_{pD} と Δh_j に代わる値である。この結果と他の結果を合わせて最小二乗近似を行い透水テンソルと比貯留量を算定する。そして全観測区間について再度、 α_1 , β_1 を計算し、前回との差 $\Delta\alpha_1$, $\Delta\beta_1$ を求める。この差が十分小さくなる ($|\Delta\alpha_1|, |\Delta\beta_1| < \epsilon$, ϵ : 微小な正值)まで、以上の計算を繰り返す。この計算により、フィッティングに用いた α_1 , β_1 と算定された値とが一致し、妥当な透水テンソルと比貯留量が得られる。なお、本研究では $\epsilon = 0.01$ とし、2.5節の試験結果の解析を行う。また、この解析方法を自動プログラム化して人為的誤差の除去と計算の効率化を図り、有効性を確認している[171]。

また、このように注入区間と観測区間を有限長さの線と仮定した理論曲線を用いて

も、観測結果と理論曲線が十分一致しない場合がある。この場合は不均質性などの影響から3次元均質異方性媒体としての解析が困難な場合が考えられる。特に、地下水流動が特定の割れ目に沿った流動を示す場合などは、先のBarker[23]の一般化放射流モデルで論じられているように1次元あるいは2次元な流動となる場合が多く、透水経路の分岐や連結によって、明確な1次元モデルや2次元モデルでモデル化できない場合もある。このような地下水流動の次元解析として、Barkerが示している一般化放射流モデルの非定常浸透特性を決定する不完全ガンマ関数 $\Gamma(n/2-1, u)$ を用いた解析を提案することができる。

これは2.3節に示した図2.10を用いるもので、図2.10と同じ両対数グラフに経過時間と水頭増加の関係をプロットし、図2.10のどの次元の理論曲線と最も一致するか、Hsieh et al.の解析で用いたフィッティング方法と同様の方法で調べる。ただし、この場合は最も一致する理論曲線を選択するのみで、各観測区間の地下水流動の次元が評価できる。本研究では、この解析方法も自動プログラム化している

以上の解析方法を用いた3次元均質異方性媒体としてのモデル化の妥当性検証フローを図2.14に示す。この図のようにクロスホール透水試験の結果から、はじめに3次元異方性媒体として、試験条件である注入区間と観測区間の長さの影響を考慮した解析(図2.12)を行う。3次元異方性媒体として透水テンソルと比貯留量が求められる場合でも、その個々観測区間の水頭増加と理論曲線のフィッティング状況を調べ、観測結果が理論曲線に一致していない場合には、一般化放射流モデルによる次元解析(図2.13)を行う。その結果求まる地下水流動の次元により、地下水流動の次元を評価し3次元均質異方性媒体としてのモデル化の妥当性を定量的に評価するものである。この結果、流動次元が1~2次元な場合は、特定の割れ目内の透水性が卓越しているなどの原因で、不均質性の影響が現われているものと判断できる。このため、3次元均質異方性媒体(多孔質媒体)の仮定の下で得られた透水テンソルと比貯留量を用いると、モデル化の誤差が比較的大きくなるものと判断される。

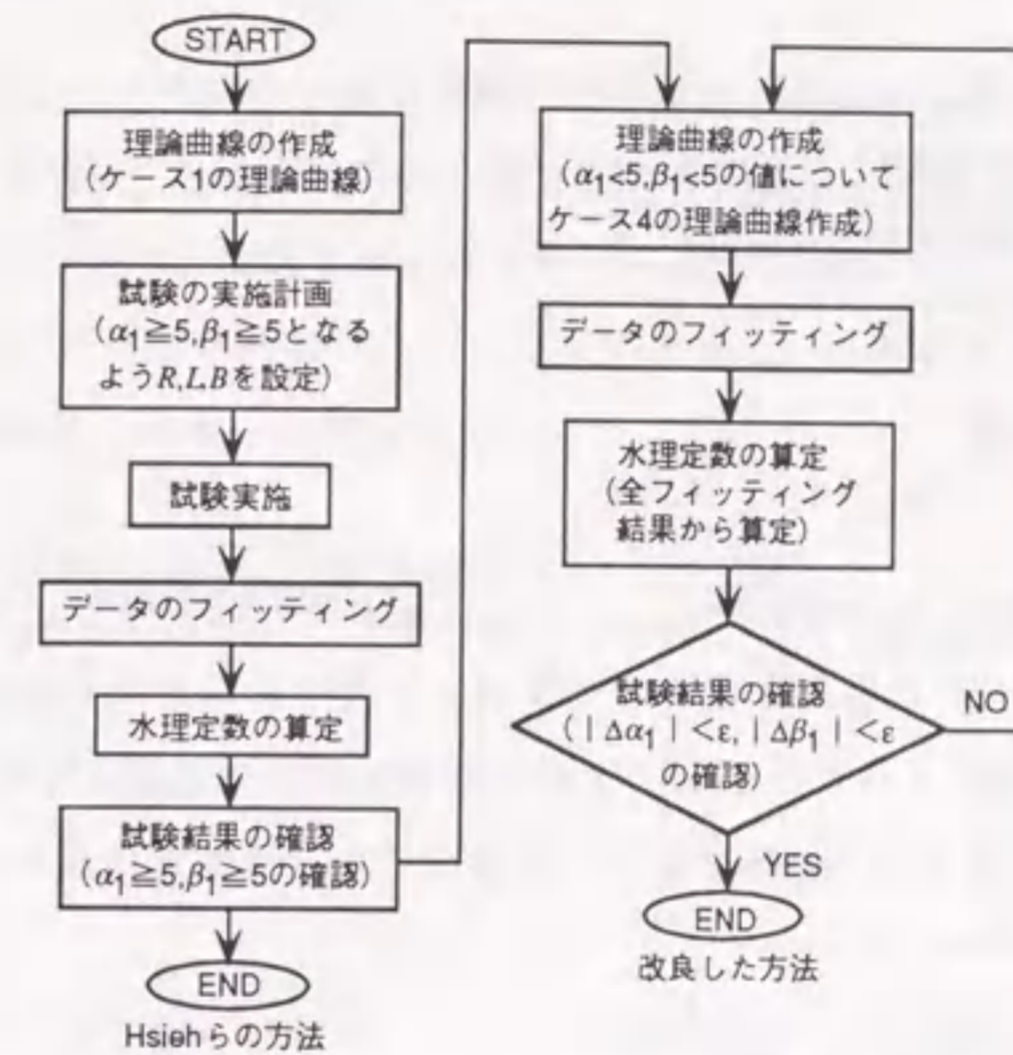


図 2.12: 3次元均質異方性媒体としての解析フロー

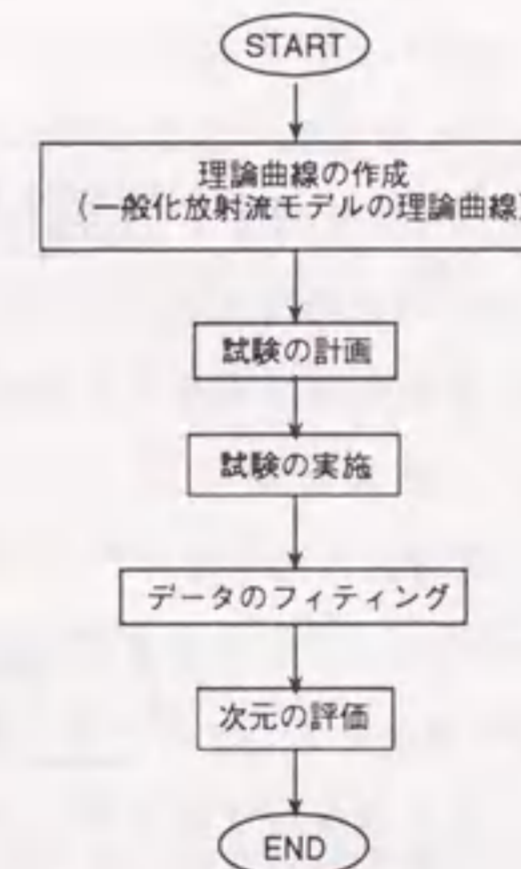


図 2.13: 一般化放射流モデルによる次元解析フロー

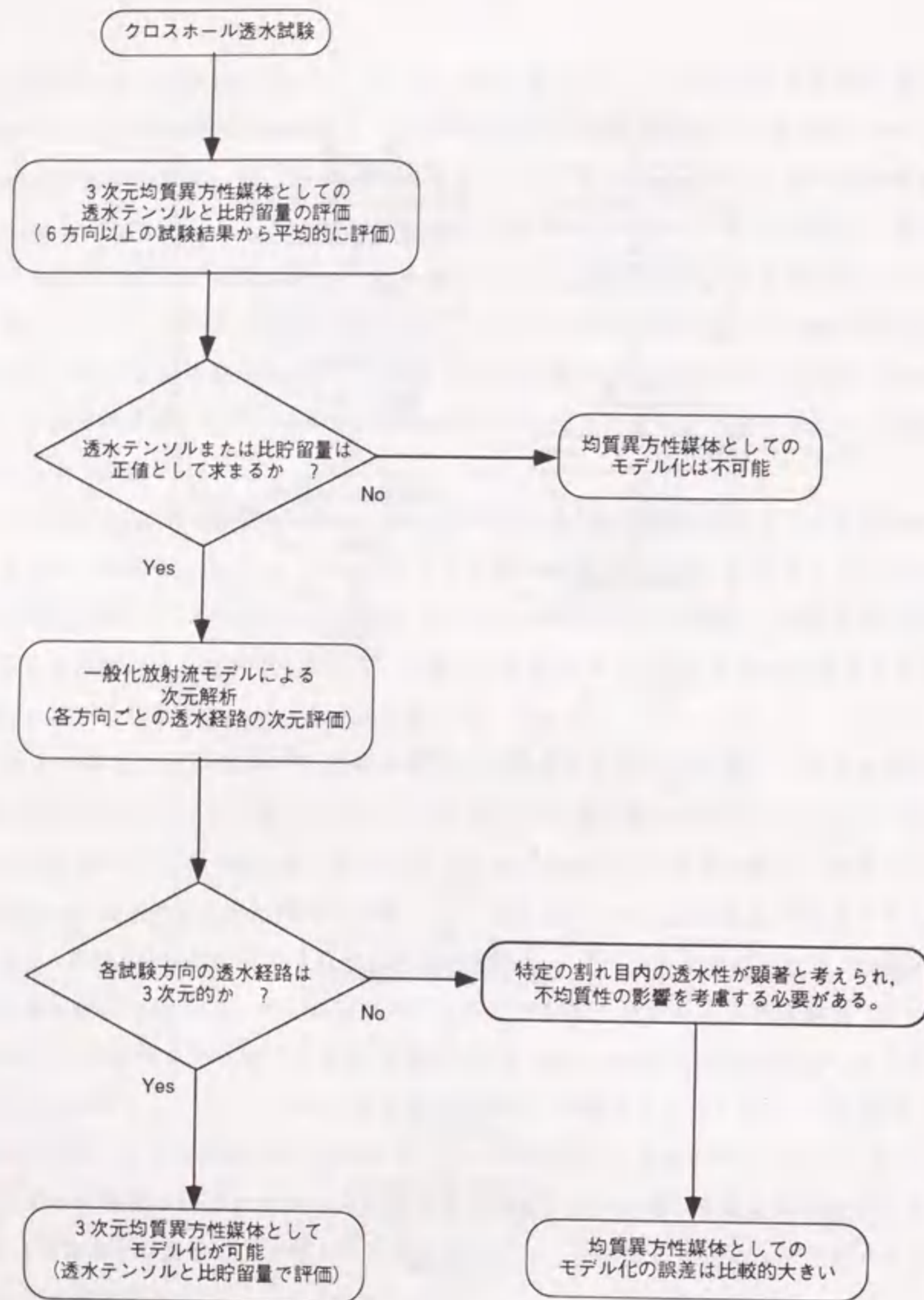


図 2.14: 3次元均質異方性媒体としてのモデル化の妥当性検証フロー

2.5 原位置試験と解析結果の考察

2.4節で提案したクロスホール透水試験の解析方法を用いて、釜石鉱山において実施した試験の解析を行い、岩盤透水係数の異方性の評価を行うと共に、その結果について考察を行う[40, 172]。特に、現状ではクロスホール透水試験を実施した例が少なく、実岩盤への適用性などが十分に把握されていないことから、試験領域の地質特性や別途実施した透水試験結果と比較して検討を行う。

2.5.1 原位置の地質特性と試験結果

対象とした岩盤は釜石鉱山の北端に位置する花崗岩質岩盤で、1988年以来割れ目系岩盤の水理地質学的な調査や試験が実施されている地点である。試験は標高約575m、地表下約260mの同地点の坑道から水平に掘削した長さ約52mの3本のボーリング孔を用いて実施した。

試験位置周辺の坑道ならびにボーリング孔の配置は図2.15に示す。試験位置は釜石鉱山の既存の坑道展開域の北端にあたり、栗橋花崗閃緑岩の分布域である。岩盤は概ね新鮮な中粒角閃石黒雲母花崗閃緑岩で、試験位置周辺の全長約1500mの坑道を対象とした調査によると、割れ目の走向傾斜が卓越する方向はN65°E 75°NWである。なお、同試験位置周辺の地質特性の詳細は、野口ら[157]、青山ら[9]に詳しい。

試験はKD-89坑道の側壁ならびに切上りの上部から水平方向に約52m掘削したKH-5, KH-6, KH-7孔の平行する3本のボーリング孔を用いて実施した。これらの間隔はそれぞれ11.6m, 12.4m, 17.0mであり、図2.16には各試験区間の配置を示している。基本的にKH-5孔に注入区間を設け、KH-6, KH-7孔に観測区間を設けたが、後の試験ケースに示すように一部KH-7孔からの注入も行った。注入・観測区間は、ボーリングコア観察やボアホールテレビ観察の結果から湧水の生じている割れ目位置に配置し、その区間長は全て2.5mとした。湧水箇所注入・観測区間を設けることは、対象領域の平均的な透水係数を評価するという本来の試験目的からすると、透水係数の過大評価につながるものと考えられる。しかし、本試験に関する技術的な知見を得ることも目的の一つと考え、今回の試験では比較的応答が得られ易い湧水箇所に試験区間を設定した。この点については後に考察する。

試験ケースは表2.2に示すもので、Case AとCase CはそれぞれKH-5孔のA, C区間から

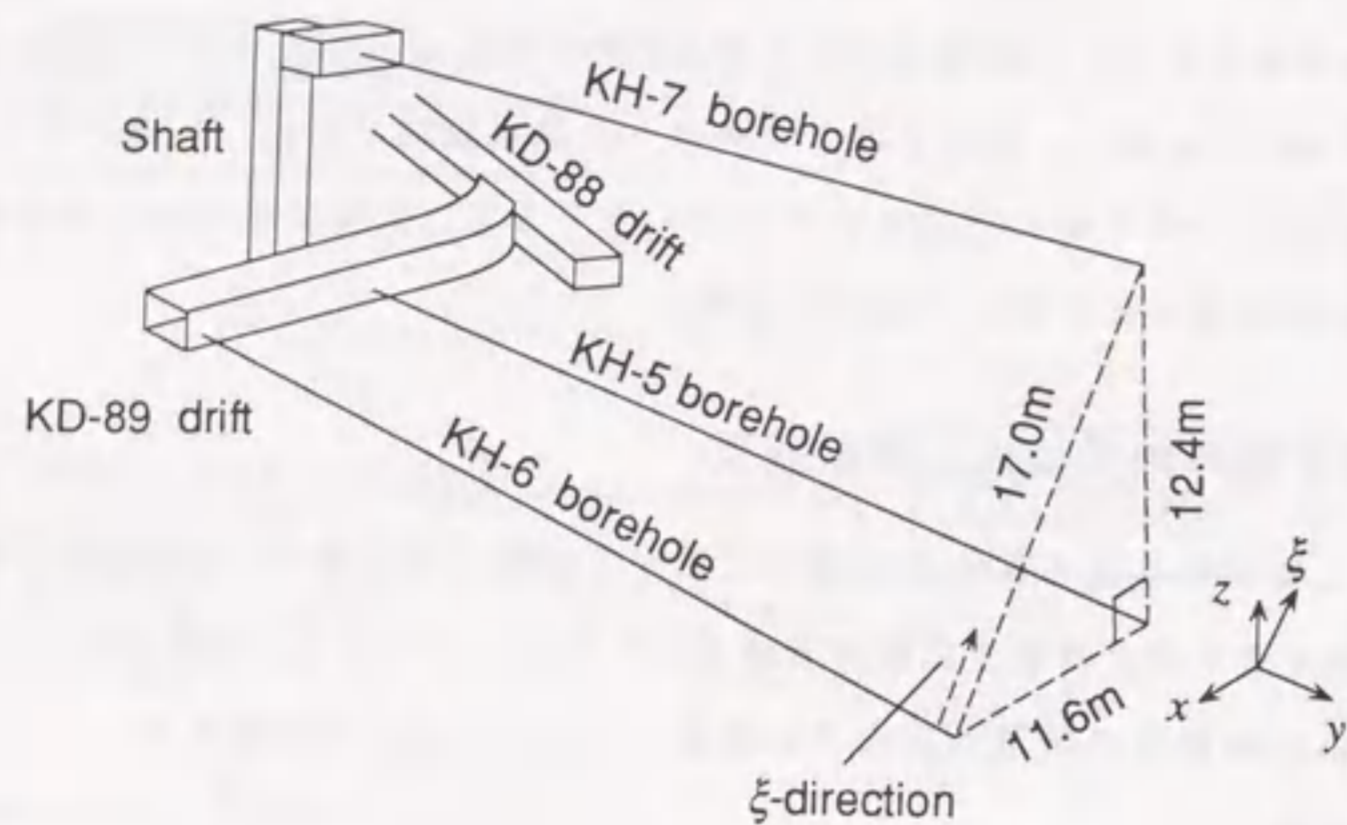


図 2.15: 試験位置の透視図

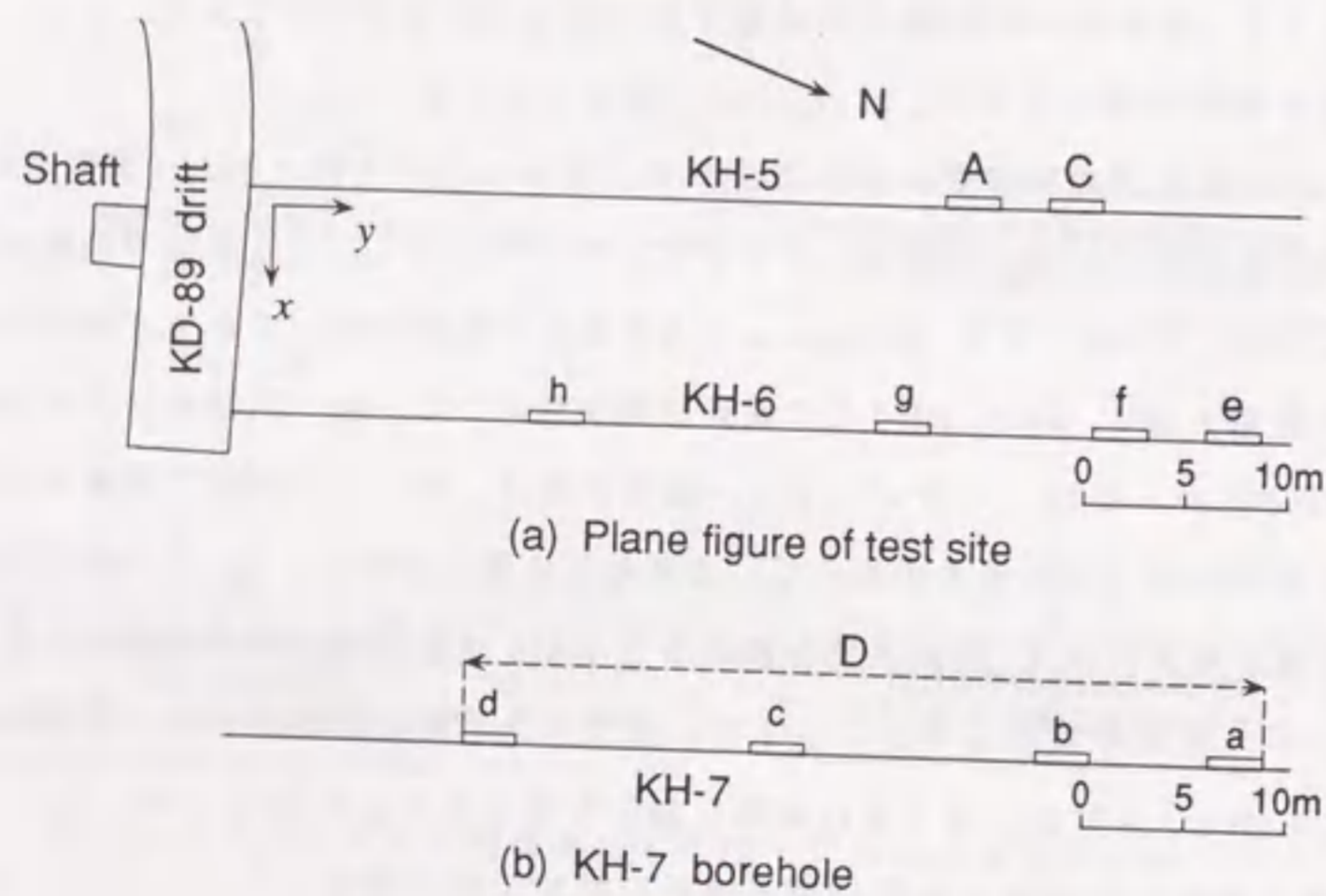


図 2.16: 注入区間と観測区間の配置

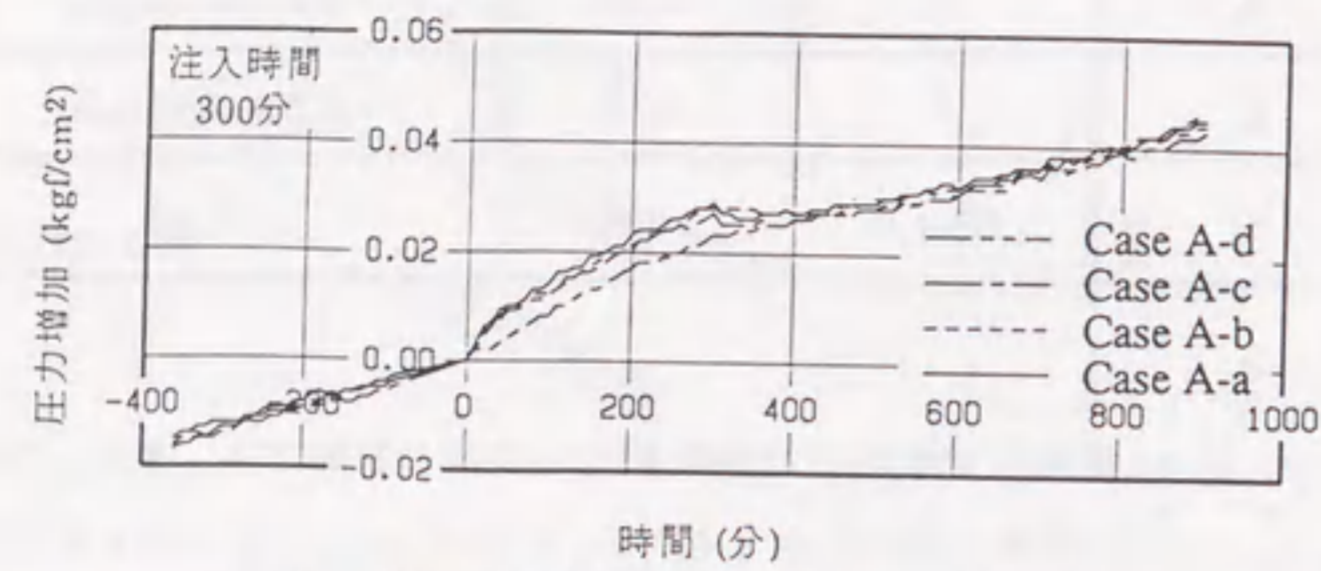
表 2.2: 試験ケース

Case	注入区間	注入量(cc/s)	観測区間
A	A	4.45	a,b,c,d,e,f,g,h
C	C	0.30	a,b,c,d,e,f,g,h
D	a,b,c,d	16.40	e,f,g,h

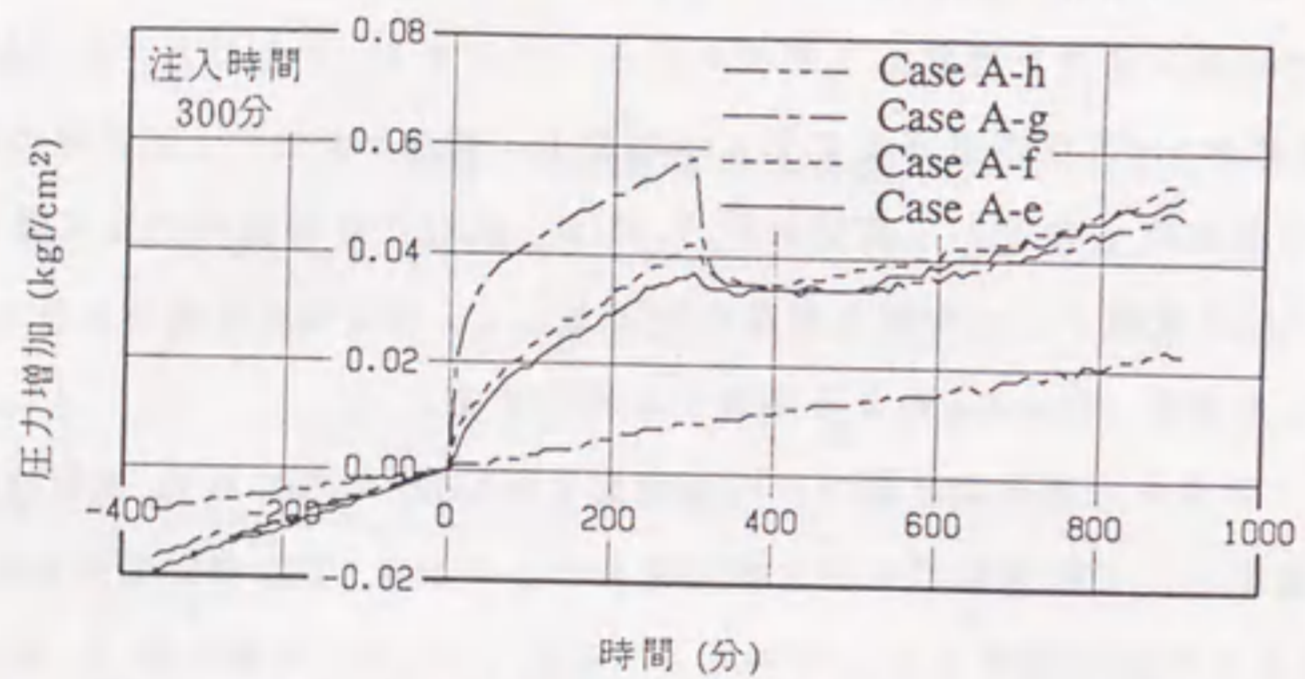
注入を行い、他の8観測区間の圧力の経時変化を同時に観測する。また、Case DはKH-7孔のa, b, c, dの4区間から同時に注入を行い、KH-6孔のe, f, g, hの4区間で同時に観測を行う。このように4区間から同時に注入を行ったこのに対処して、これらの4区間を含む1つの注入区間を想定して解析を行うものとする。すなわち、図2.16のKH-7孔の5区間の端部から8区間の端部までを1つの注入区間Dと仮定し、4区間の合計注入量で注入が行われたものとして算定を行う。なお、表2.2には各試験の注入量も示している。以下では各試験ケースの観測結果の表示として、例えばA区間から注入を行いa区間で観測した場合、Case A-aのように表すものとする。

試験から得られた各観測区間での圧力増加を図2.17a, 2.17bに示す。同図は試験開始時の圧力を基準として経過時間と圧力増加量を示しており、試験開始前約360分から開始後約900分までの観測結果を示している。ただし、Case Dは試験工程上、注入終了直後(約120分)で観測を終了している。また、試験開始時の各観測区間の間隙水圧を表2.3に示す。

図2.17a, 2.17bより、全観測区間とも試験前から間隙水圧の増加が見られ、試験後もほぼ一定の割合で増加傾向を示していることがわかる。これはボーリング孔の掘削後、大気圧状態にあった試験区間にパッカーを設置したため、間隙水圧の回復過程にある。この試験位置近傍にある他のボーリング孔において長期の間隙水圧測定を行った結果、パッカー設置から間隙水圧が安定するまで約2~3ヵ月必要であった。今回も同様のことが考えられ、間隙水圧の安定が望まれたが、試験工程上の制約からこの条件下で試験を実施した。この補正方法として、h区間を除きほぼ同様かつ一定の増加傾向を示している

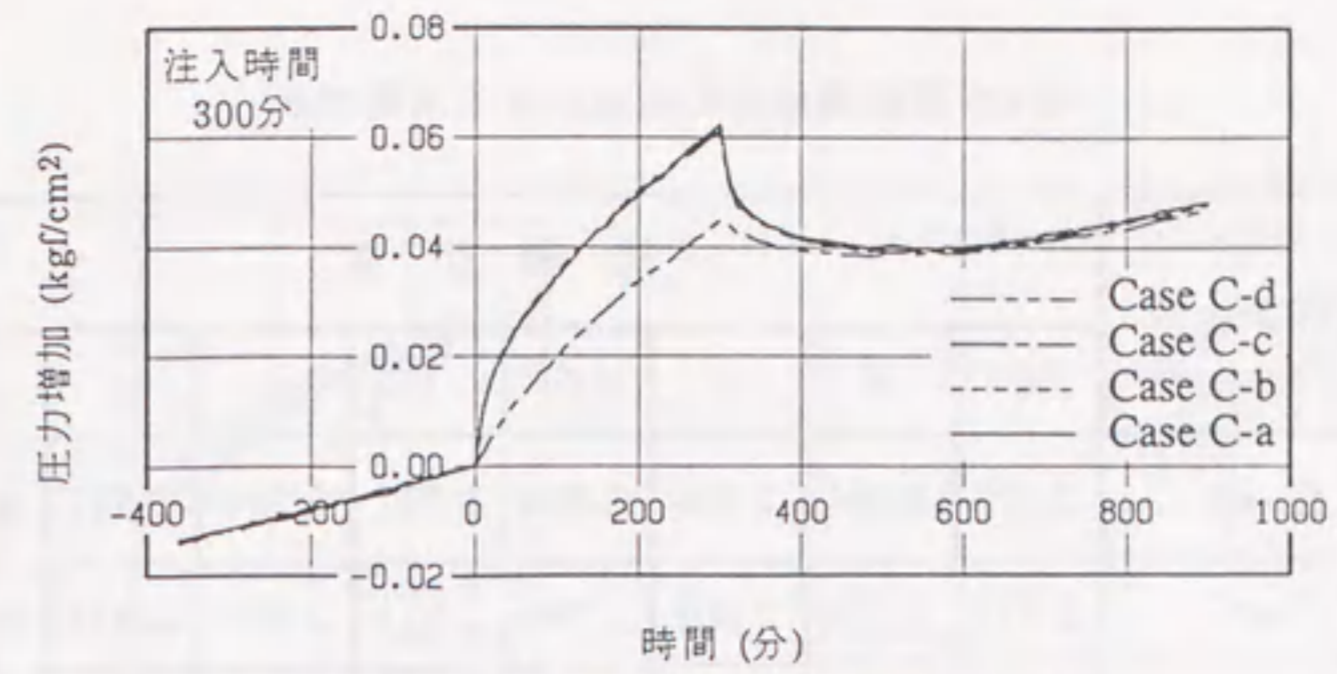


(a) Case Aの観測結果 (観測区間 a, b, c, d)

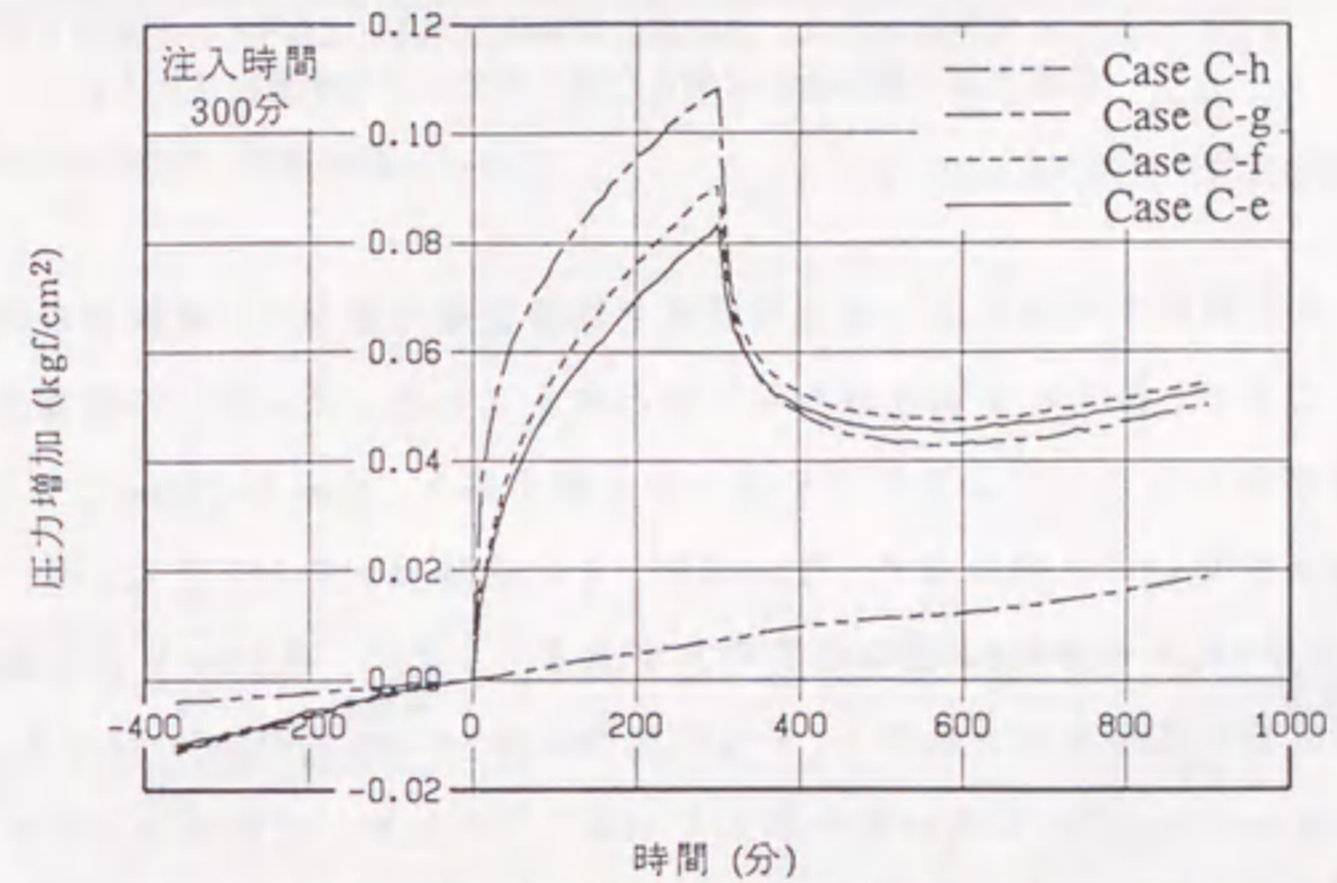


(b) Case Aの観測結果 (観測区間 e, f, g, h)

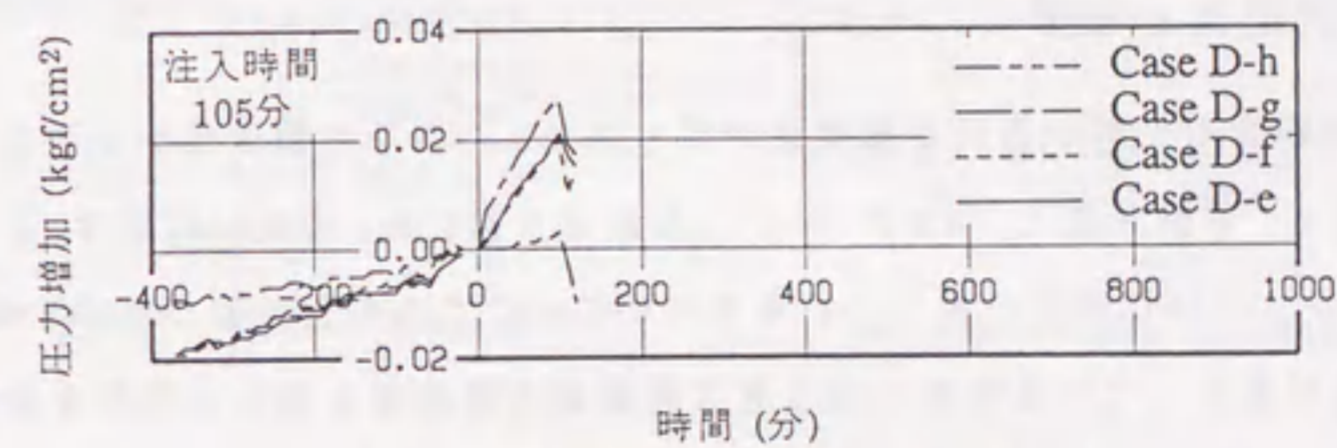
図 2.17a: 観測区間の圧力水頭変化



(c) Case Cの観測結果 (観測区間 a, b, c, d)



(d) Case Cの観測結果 (観測区間 e, f, g, h)



(e) Case Dの観測結果 (観測区間 e, f, g, h)

図 2.17b: 観測区間の圧力水頭変化 (続き)

表 2.3: 試験開始時の観測区間の間隙水圧

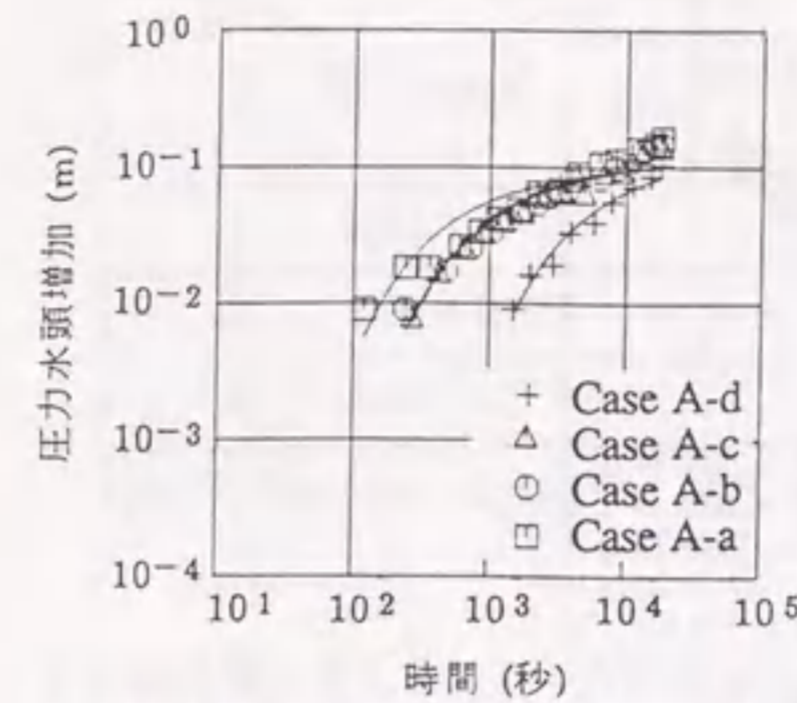
試験ケース	観測区間							
	a	b	c	d	e	f	g	h
CaseA	2.870	2.884	2.903	2.894	2.737	2.714	2.581	0.383
CaseC	2.773	2.778	2.801	2.784	2.671	2.651	2.475	0.569
CaseD	—	—	—	—	2.882	2.860	2.716	0.461

注) ここに示す間隙水圧は、各観測区間の間隙水圧にKH-5孔を基準として位置水頭(静水圧)を加えた値(ポテンシャル値)である。

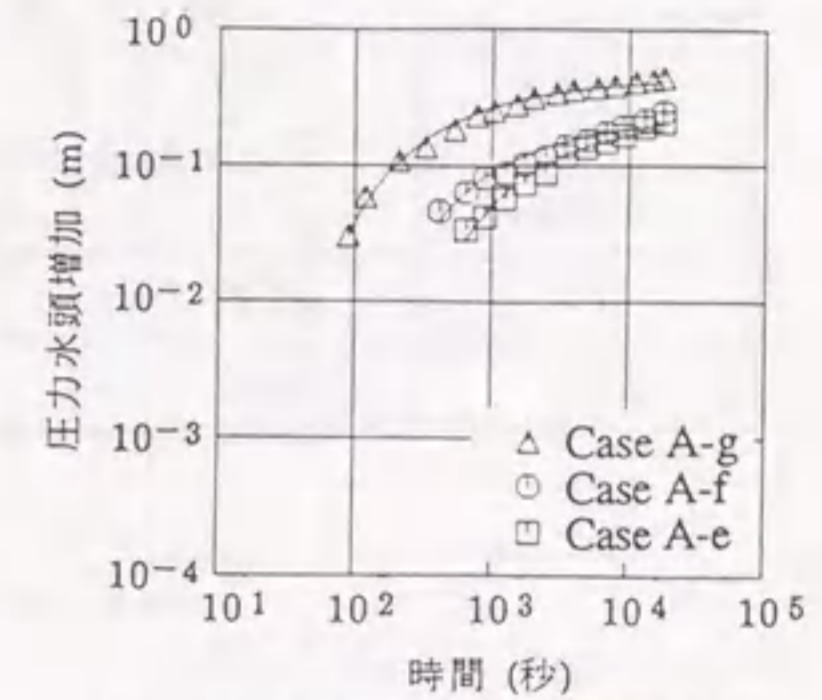
ことから、各試験前の時間と圧力増加の関係を回帰直線で近似し、試験中の間隙水圧から差し引くことで、注入による応答のみを抽出することとした。同一の観測区間において注入区間が異なることによる応答の違いを比較すると、Case AとCase CではCase Cの方が注入量が少ないにも拘わらず(表2.2参照)その応答は大きい。また、同一の注入においては、KH-7孔よりもKH-6孔の応答の方が大きい。次に、表2.3から各試験開始時における観測区間の間隙水圧を見ると、a~g区間では約2.5~2.9 kgf/cm²の値であるが、h区間では約0.38~0.57 kgf/cm²と低い値を示している。このため、12区間については応答が認められる場合のみ算定に用いることとした。

2.5.2 解析結果と考察

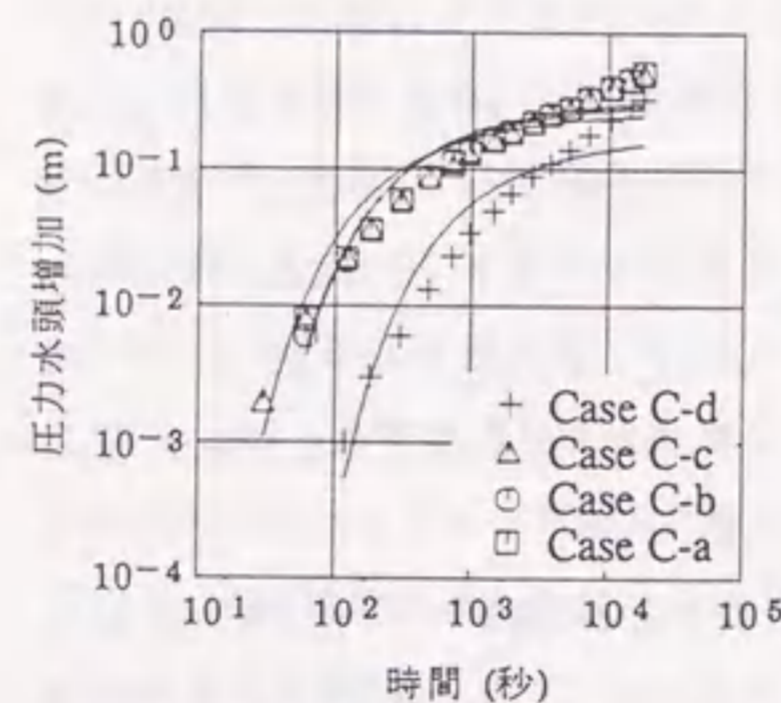
以上の試験から合計18方向の観測値が得られた。これらの観測値から注入による応答のみ抽出し、理論曲線とフィッティングした結果を図2.18a, 図2.18bに示す。この結果を見ると、Case Aでは比較的一致しているもののCase Cでは十分一致しないものがある。このことは対象としている岩盤には3次元均質異方性媒体と異なる特性を持つ領域があることを示唆している。この点については後に考察するものとして、ここではこれらのフィッティング結果も用いて透水テンソルを算定した。算定した透水テンソルを主値と主軸方向で表し、比貯留量と共に表2.4に示す。さらに、透水テンソルを透水楕円体で



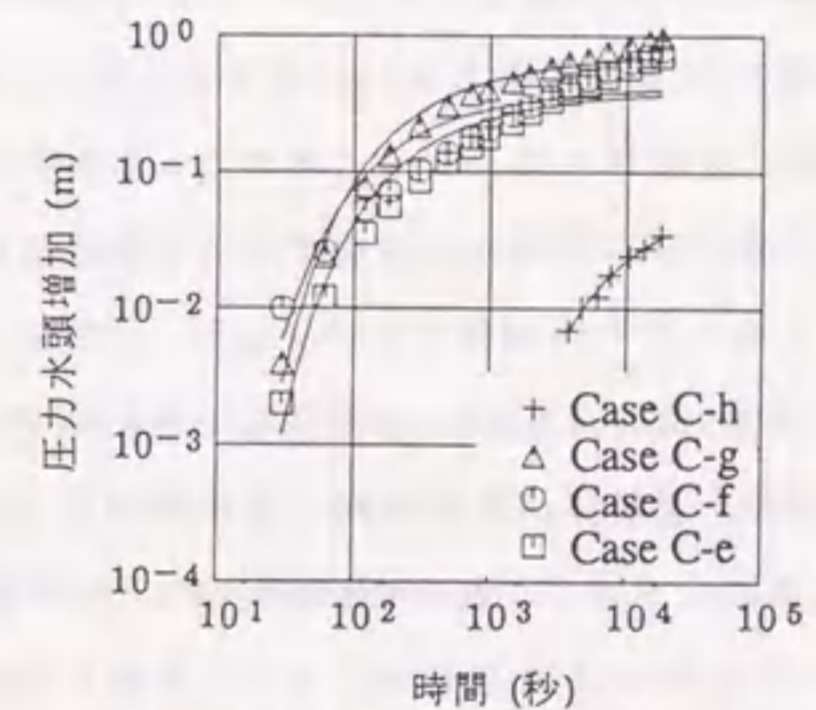
(a) Case Aの結果(観測区間 a, b, c, d)



(b) Case Aの結果(観測区間 e, f, g)

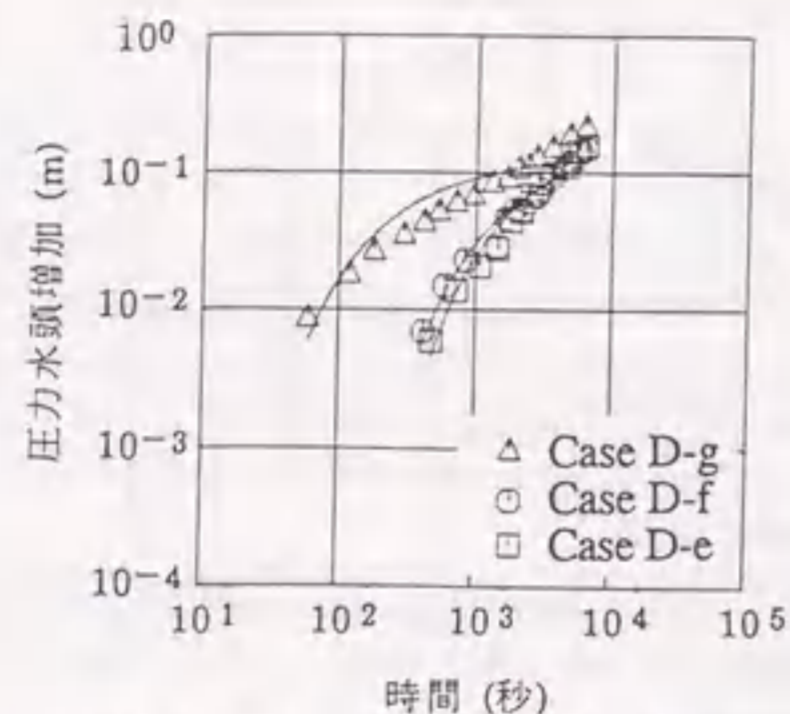


(c) Case Cの結果(観測区間 a, b, c, d)



(d) Case Cの結果(観測区間 e, f, g, h)

図 2.18a: 理論曲線のフィッティング結果



(e) Case Dの結果 (観測区間 e, f, g)

図 2.18b: 理論曲線のフィッティング結果 (続き)

表示し図 2.19 に示す。透水係数の主値はそれぞれ 5.92×10^{-5} , 1.94×10^{-5} , $5.49 \times 10^{-6} \text{ cm/s}$ と求まり、異方性として 1 オーダーの差が求まった。これに対応する透水楕円体は、先の図 2.15, 2.16 に示す 3 本のボーリング孔の内、各 2 本を含む $x-y$ 平面 (水平面), $y-z$ 平面 (鉛直面), $y-\xi$ 平面 (傾斜面) で表示している。その結果、最小二乗近似で求めた透水楕円体と観測値を比較すると、巨視的な傾向は一致しているが、特に Case C において一致しない観測値がある。なお、巨視的な傾向としては、水平面内 ($x-y$ 平面) ではほぼボーリング孔軸に直交する方向の透水性が高く、ボーリング孔軸を含む鉛直面 ($y-z$ 平面) ではほぼ上下方向の透水性が高くなっている。

ところで、これらの解析結果を求めるには、先の図 2.12 の解析フローを用いており、フィッティングを繰り返し行い、収束した最終段階の $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2$ を表 2.5 に示す。この表から、Case D では α_1 が 1 以下と小さな値となっている。このような場合にはケース 4 の理論曲線を用いる効果が大きくなる。

次に、クロスホール透水試験から求めた透水特性について、(i) 透水係数の主軸と割れ目の走向傾斜の関係、(ii) 別途実施した透水試験結果との比較、(iii) 観測した水理的応答と理論曲線の関係、から考察を行う。まず、試験領域周辺の割れ目の走向傾斜を示す。

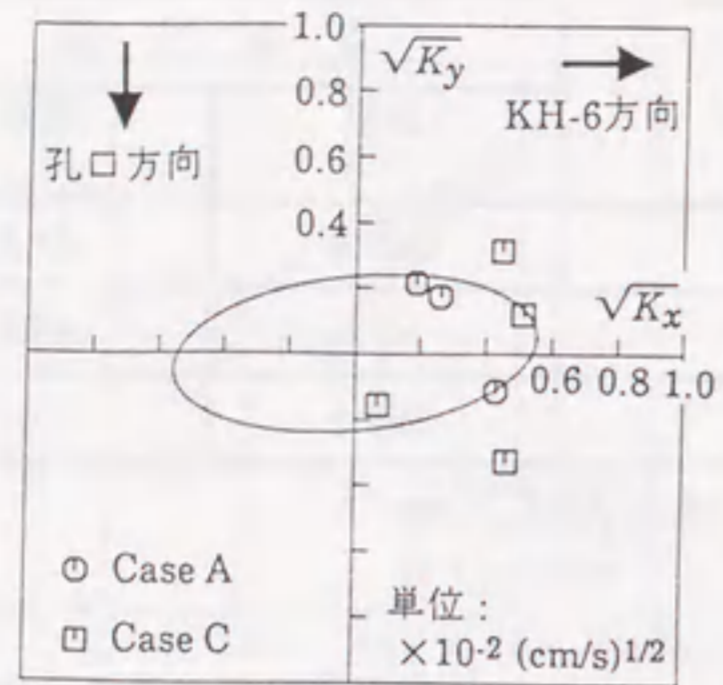
表 2.4: 透水テンソルの主値・主軸方向と比貯留量

主 値 (cm/s)	主 軸 方 向		y軸からの方位 (°)
	方位 (°)	傾斜 (°)	
$K_1 : 5.92 \times 10^{-5}$	245.4	41.8	265.4
$K_2 : 1.94 \times 10^{-5}$	60.5	48.2	80.5
$K_3 : 5.49 \times 10^{-6}$	153.3	2.41	173.3

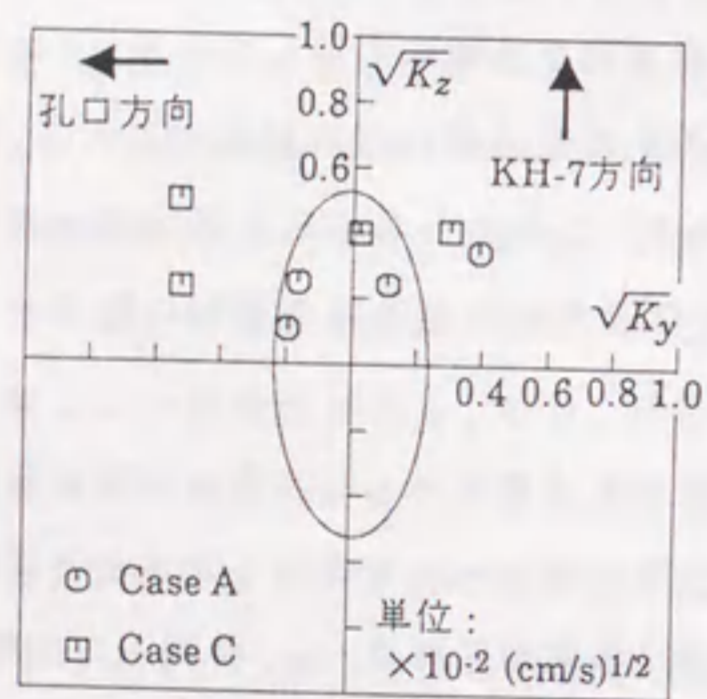
Specific Storage : $S_s = 8.50 \times 10^{-9} \text{ cm}^{-1}$

先の地質特性でも述べたように試験位置周辺の割れ目の走向傾斜は、ほぼ $N65^\circ E 75^\circ NW$ 方向である。これは周辺坑道壁面の観察より求められた値であるが、今回試験を行ったボーリング孔においてもボアホールテレビにより割れ目の走向傾斜を調査した。その内、KH-5, KH-6, KH-7 孔の 3 本のボーリング孔の調査結果を図 2.20 に示す。この図から、3 本のボーリング孔では同様の分布特性を示しており、その卓越方向は周辺坑道の観察から求めた $N65^\circ E 75^\circ NW$ 方向とほぼ一致することがわかる。図 2.21 には、割れ目の卓越方向 $N65^\circ E 75^\circ NW$ と試験から求めた透水係数の主軸方向を比較して示している。この図から、透水係数の主軸の内、最大透水係数と中間透水係数は割れ目卓越面内にあり、最小透水係数は割れ目卓越面に直交することがわかる。このような対応関係は割れ目系岩盤の透水特性として妥当な結果と考えられ、岩盤透水係数の主軸を適切に評価しているものと判断できる。

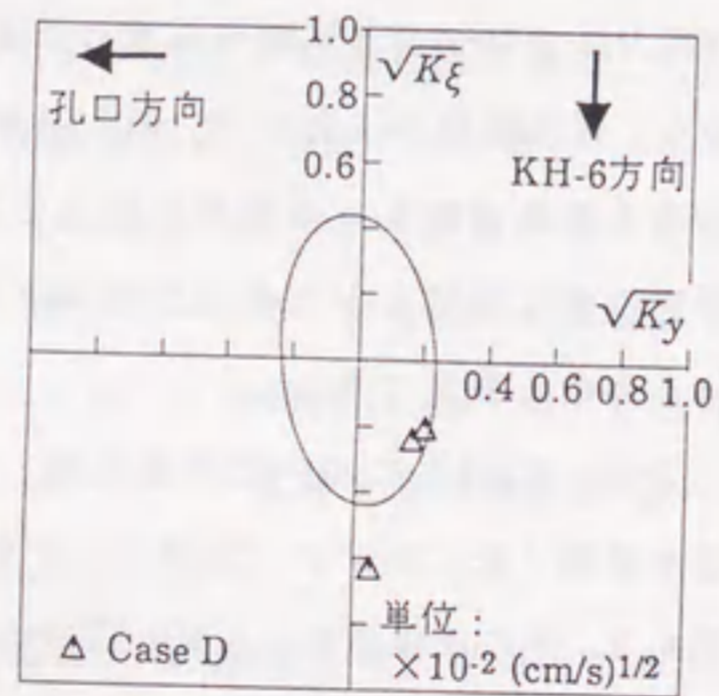
次に、KH-5 孔において別途実施した透水試験結果と比較する。この透水試験は低圧透水試験 (低圧ルジオン試験) と称するもので、すでに青山ら [9] が報告した方法と同様である。その試験結果から KH-5 孔の各試験区間位置 (各試験区間長 2.5m, 合計 15 区間) の透水係数を図 2.22 に示す。この図には、比較のためクロスホール透水試験の注入区間位置に、以下に述べる最大透水係数と中間透水係数の算術平均値を示している。低圧透水試験結果から、KH-5 孔の透水係数は分布範囲が約 $1 \times 10^{-8} \sim 1 \times 10^{-5} \text{ cm/s}$, 対数平均値が $7.75 \times 10^{-7} \text{ cm/s}$ と求まった。これらはボーリング孔に直交する平面内の 2 次元放射流を仮定して得られる値であるため、ボーリング孔に直交する方向の平均透水係数と考えられる。これに対してクロスホール透水試験結果は、各主軸に関してボーリング孔から



(a) x-y 平面 (水平面)



(b) y-z 平面 (鉛直面)



(c) y-ξ 平面 (傾斜面)

図 2.19: 透水楕円体

表 2.5: $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2$ の評価結果

注入区間	観測区間	α_1	β_1	α_2	β_2
A	a	12.4	11.8	0.935	0.935
A	b	6.53	6.20	0.738	0.738
A	c	7.79	7.40	-0.825	-0.825
A	d	18.8	17.9	-0.972	-0.972
A	e	10.4	12.1	0.926	0.926
A	f	6.60	6.25	0.802	0.802
A	g	5.15	4.88	-0.644	-0.644
C	a	8.73	8.30	0.863	0.863
C	b	4.47	4.25	0.174	0.174
C	c	11.4	10.8	-0.922	-0.922
C	d	22.8	21.6	-0.981	-0.981
C	e	6.85	7.96	0.818	0.818
C	f	4.14	3.92	0.304	0.304
C	g	8.35	7.90	-0.882	-0.882
C	h	21.5	20.3	-0.983	-0.983
a,b,c,d	e	0.929	17.3	0.875	0.875
a,b,c,d	f	0.704	10.7	0.770	0.770
a,b,c,d	g	0.450	6.81	0.667	0.667

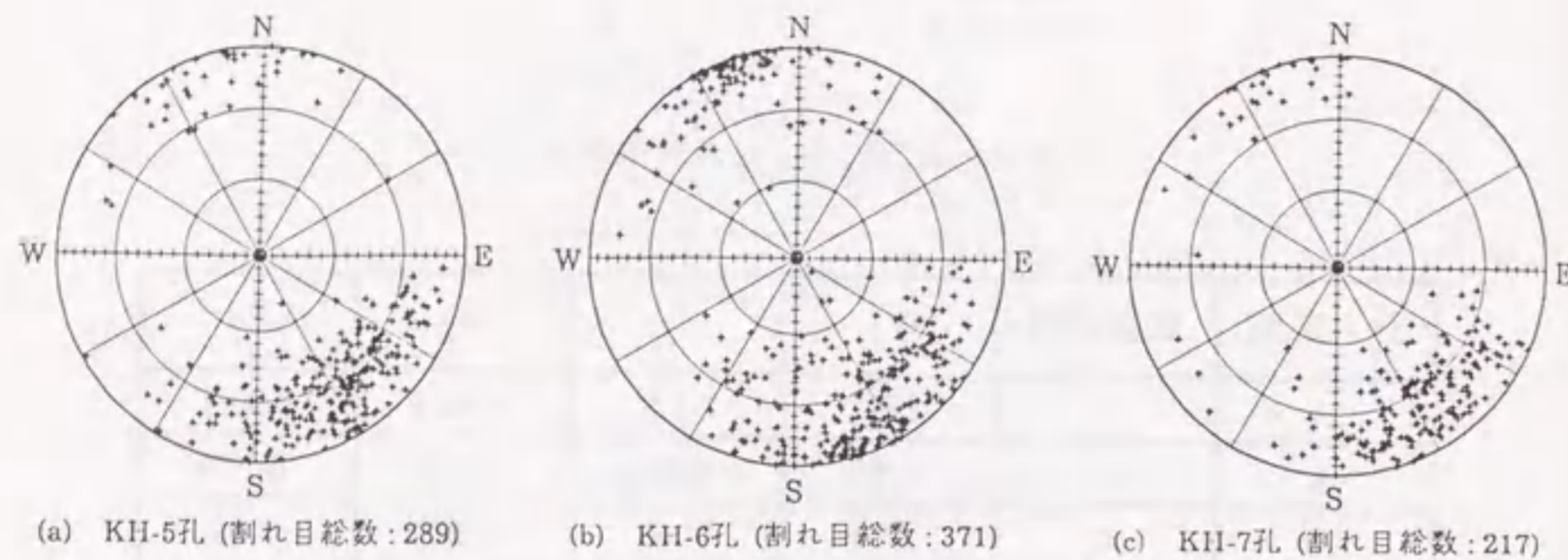


図 2.20: 割れ目方向の調査結果

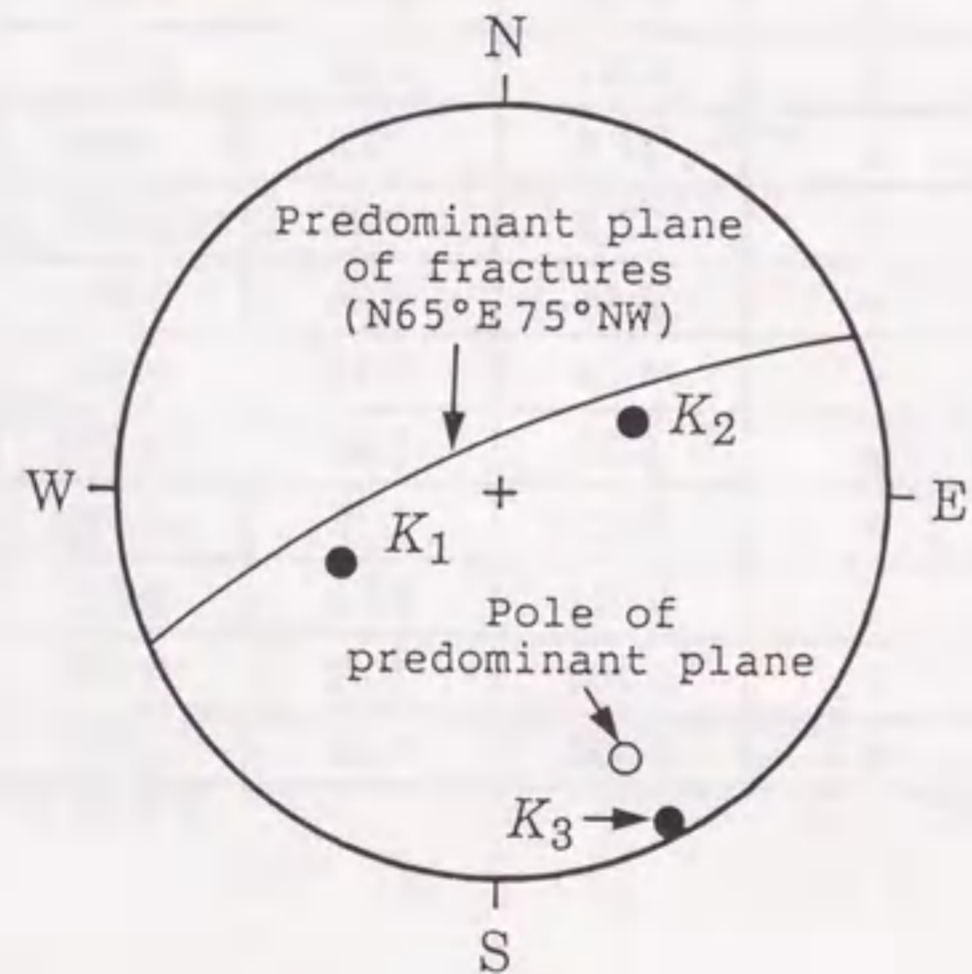


図 2.21: 割れ目卓越面と透水テンソルの主軸方向

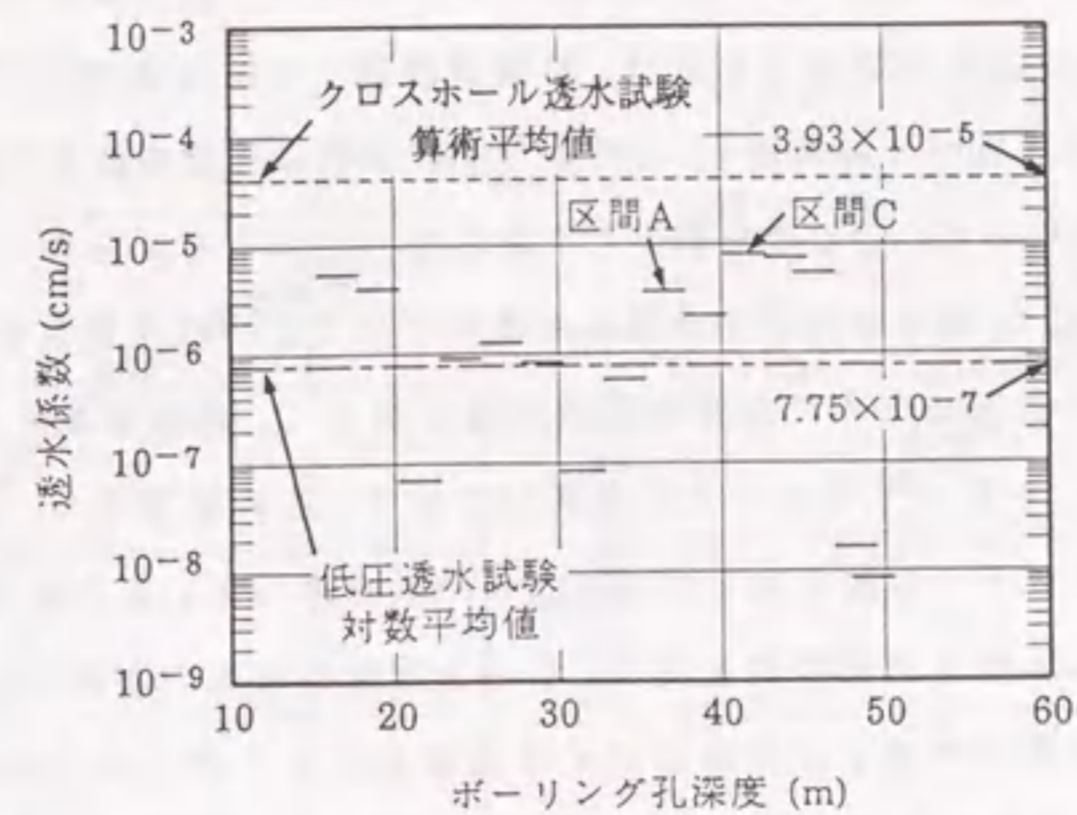


図 2.22: KH-5孔の透水係数分布

の角度(表2.4のy軸からの方位)を参考にすると、最大および中間透水係数方向がほぼボーリング孔と直交する。よって、これらの値が低圧透水試験結果の比較対象になる。このような考えで最大透水係数と中間透水係数の算術平均値を求めると $3.93 \times 10^{-5} \text{ cm/s}$ となり、これは低圧透水試験結果の対数平均値より大きな値となる。一方、透水試験の Case A, Case Cの注入区間位置は低圧透水試験において大きな透水係数を示す位置にあり、その値はそれぞれ 3.64×10^{-6} , $8.00 \times 10^{-6} \text{ cm/s}$ である。これは同区間が湧水箇所であることに起因し、観測区間位置の透水係数も同様に高いものと考えられる。これら注入区間位置の値はクロスホール透水試験から求めた上記の算術平均値に相対的に近い値となる。このことは、逆に注入・観測区間の局所的な透水特性がクロスホール透水試験結果に影響することを示唆している。奥野ら[170]は単孔式の透水試験を対象とした検討から、岩盤の平均的透水係数を評価するには、対象領域に対応した比較的大きな注入区間を設定する必要があることを示した。今回の試験においても、同様に注入・観測区間長を大きくする必要があると考えられる。このように試験区間長を大きくする場合、注入区間と観測区間を共に有限長さの線と仮定した理論曲線を用いる必要性が高くなり、2.4節で提案する解析方法が効果的となる。

最後に、観測した圧力水頭の応答曲線から、試験中の地下水流動の次元を解析し考

察を行う。先の理論曲線のフィッティングでは、特にCase Cの観測結果で十分一致しないものがあった。その応答の特性としては、時間が経過しても圧力増加が収束せず、理論曲線よりも非定常過程が長期間続く。このような観測値に理論曲線をフィッティングしたため、先の透水楕円体はCase Cの観測値と一致しないものと考えられる。非定常過程が長期間続く原因は、一部の割れ目で卓越した流れが生じている可能性がある。Barker[23]が示した一般化放射流モデルの非定常浸透理論を用いて、理論曲線とフィッティングした結果を図2.23に、それより求めた次元を表2.6に示す。この結果から、圧力水頭の応答は一般化放射流モデルの理論曲線と非常によい一致を示していることがわかる。また、これから求められる地下水流動の次元は、1～2次元的なものが多い。したがって、クロスホール透水試験中の地下水流動はパイプ内流れのような1次元流動、あるいは平面内流れのような2次元流動が卓越しており、3次元均質異方性体としたモデル化は、図2.21に示したように異方性の主軸方向が割れ目の卓越方向を反映した結果となっているものの、間隙水圧の非定常変化に代表される実際の水理的応答は異なるものと判断できる。

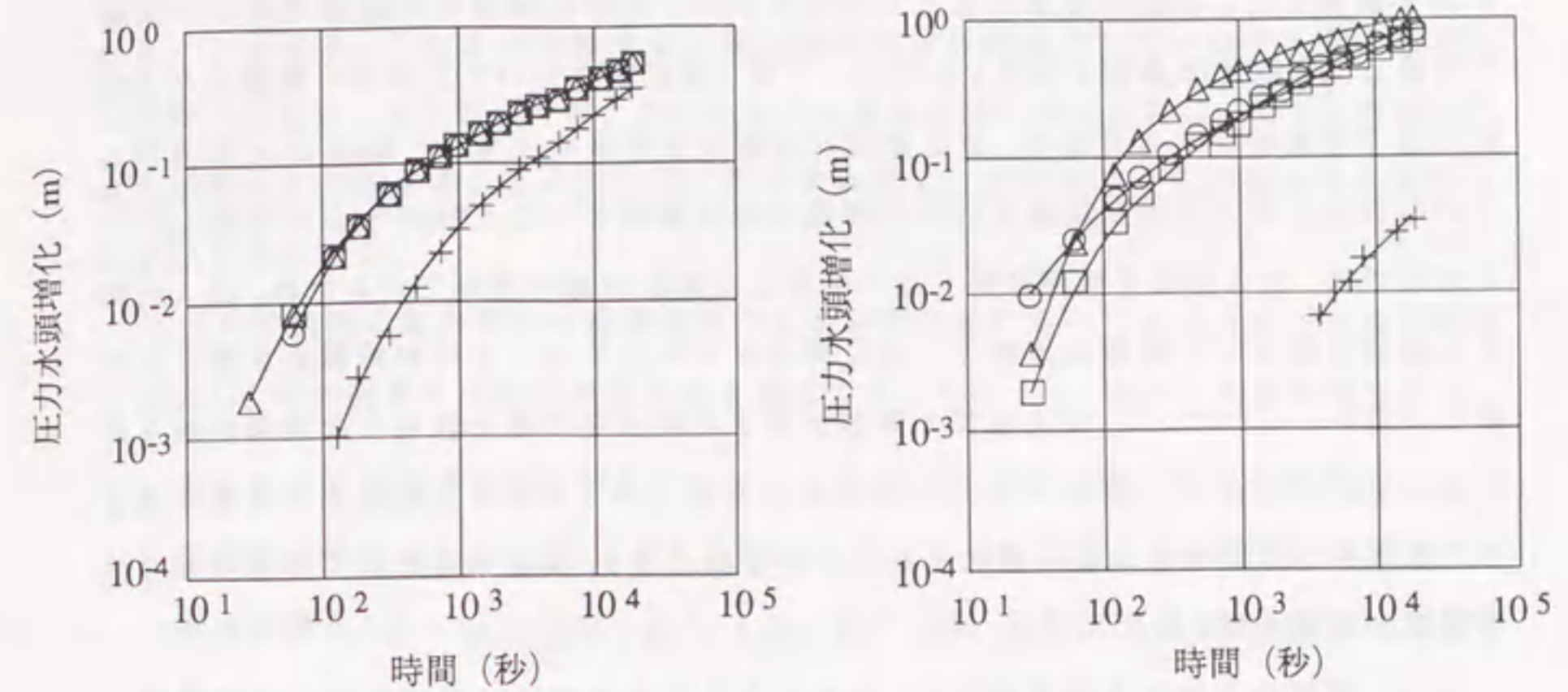


図2.23: 一般化放射流モデルの理論曲線のフィッティング結果例 (Case Cの結果)

表2.6: 地下水流動の次元解析結果

(a) CaseA

Case	A-a	A-b	A-c	A-d	A-e	A-f	A-g
Dim.	1.3	1.3	1.6	1.0	1.9	1.5	2.5

(b) CaseC

Case	C-a	C-b	C-c	C-d	C-e	C-f	C-g	C-h
Dim.	1.4	1.5	1.3	1.0	1.4	1.2	2.1	1.1

(c) CaseD

Case	D-e	D-f	D-g
Dim.	1.1	1.0	1.0

2.6 まとめ

本章では、割れ目系岩盤を多孔質媒体としてモデル化することの妥当性を検証する手法を提案した。多孔質媒体としてのモデル化は、REVの概念や対象構造物との関係を考慮して評価する必要がある。このためには、原位置において工学的に問題となる領域寸法で直接検証する方法が、最も適切に判断できるものと考え、Hsieh et al.が提案しているクロスホール透水試験を用いた評価方法を基礎とした。Hsieh et al.が提案している方法では、注入区間や観測区間を点と仮定した理論曲線を用いているため、注入区間から観測区間までの距離に比較して各区間長を大きくすることは解析誤差を生じる可能性が高い。したがって、注入区間と観測区間を有限長さの線と仮定した理論曲線も用いることができるよう改良を行った。このような改良の下で、注入区間から観測区間までの距離や各区間長を自由に設定することが可能となり、試験条件としての領域の寸法の選択が自由になった。

次に、試験中の地下水流動特性が、実際に多孔質媒体に近い特性を有するか判断するため、地下水流動の次元解析を取り入れた。この解析方法は、Barkerが提案している一般化放射流モデルの浸透理論を用いるものである。Barkerは一般化放射流モデルとして、パイプ内の1次元流動や平行平板間の2次元流動などの次元の概念を拡張し、例えば1.5次元での水頭増加の経時変化を先と同様の理論曲線で示している。このような次元は、パイプ内の流れで近似されるような1次元流れが連結あるいは分岐し、2次元的な広がりを持ってつながった中間的な状態と考えることができる。この理論曲線を用いれば、先の異方性の評価に代わって次元の評価が可能となる。すなわち、割れ目平面内を主な流動経路とする2次元的な流動や、割れ目相互の交線部などを主な流動経路とする1次元的な流動が卓越していないか定量的に評価することができる。これは対象とする領域内の不均質性の卓越する度合いを、定量的に評価する指標になるものと考えられる。

クロスホール透水試験の解析結果は、多孔質媒体に近似して得られた透水係数(透水テンソルの主値)や比貯留量が負の値にならない限り最小二乗近似した値を算定する。したがって、透水テンソルの主値または比貯留量が正値で算定されても、割れ目系岩盤を3次元均質異方性媒体に近似することの妥当性を判断する根拠にはなり得ない。このような理由から新たにクロスホール透水試験結果の評価手法として、Barkerが示し

た一般化放射流モデルの理論曲線を用いた解析方法を提案した。これにより、先の解析結果から透水係数や比貯留量が正値となり、多孔質媒体としての近似値が得られたとしても、次元の解析から特定の透水経路を有するような1次元的な地下水流動が評価されることもある。このような場合は3次元均質異方性媒体としてのモデル化は妥当とは判断されない。以上のように、クロスホール透水試験の解析方法に、地下水流動の次元を解析する方法を導入したことで、多孔質媒体としてのモデル化の妥当性を検証する手法を提示した。

ここでは実際に釜石鉱山の坑道周辺の花崗岩質岩盤においてクロスホール透水試験を実施し、その結果に上記の解析方法を適用した。それより、以下の結果が得られた。

1. 釜石鉱山の花崗岩質岩盤を対象としてクロスホール透水試験を実施し、Hsieh et al.の解析方法を改良した方法により透水テンソルと比貯留量を求めた。その結果、主透水係数は 5.92×10^{-5} 、 1.92×10^{-5} 、 5.49×10^{-6} cm/s、比貯留量は 8.50×10^{-9} と求められた。
2. 上記の岩盤透水係数に関して、最大および中間透水係数の方向は岩盤の割れ目卓越面内にあり、最小透水係数は割れ目卓越面と直交する方向にあることがわかった。この関係は割れ目系岩盤の透水特性として合理的な対応と言える。
3. クロスホール透水試験求めた透水係数の値を別途実施した低圧透水試験結果と比較した。その結果、クロスホール透水試験から求めた値は低圧透水試験結果の対数平均値よりも大きな値となり、クロスホール透水試験の注入区間位置の値に近い結果となった。観測区間についても同様のことが考えられ、クロスホール透水試験結果が注入・観測区間周辺の局所的な透水特性によっても影響を受けることを示唆しており、試験区間長の設定も重要な検討項目となる。
4. クロスホール透水試験で得られた水頭増加曲線が、3次元均質異方性体の理論曲線と比較して、非定常過程が長期間続く結果が多く得られた。試験結果に対して、Barkerの一般化放射流モデルの理論曲線を用いた地下水流動の次元解析を行った結果、1次元のあるいは2次元的な流動特性になっていることが判明した。

以上のことから判断して、試験を実施した岩盤は割れ目の卓越する方向に主要な透水経路を有しており、試験時に設定した注入区間や観測区間は試験領域の平均的な透水

係数と比較して大きな値となっている。これらの注入区間や観測区間に連結する透水経路は、1次元あるいは2次元の割れ目のネットワーク構造を有しているものと考えられる。したがって、注入・観測区間の設定も含め、試験を実施した領域寸法では、多孔質媒体としてモデル化することにより巨視的な異方性の方向は評価されるものの、低次元の流動特性を示していることから、特に非定常な地下水流動においてモデル化の誤差が大きくなるものと判断される。これには注入区間の局所的な透水特性の影響を受けている可能性が高いため、区間長の設定を大きくするなどさらに試験法の検討が必要であろう。

第3章

地盤統計学を用いた透水係数の空間分布推定法

3.1 概説

本章では、第4章で示す線形一次近似法に基づく確率有限要素法の入力データとして、母集団である確率場から限られた試験データが得られている条件の下で、条件付き確率場を推定する手法を示す。これには地盤統計学の一手法であるクリッキングを用いる。また、本章以降の確率論的手法の基礎概念を説明する。

はじめに、確率論的なモデル化として確率場の概念を示す。確率場は、時間領域において定義される確率過程を空間に置き換えた概念であり、確率過程と同様に空間内の任意の2点間の相関性を有して分布する。ここでは、確率過程における定常および非定常過程とエルゴード過程の概念を示す。空間においても、同様に均質および不均質な確率場を定義し、自己相関関数として用いられている関数を例示する。

以上の確率場の概念に基づいてクリッキングによる推定理論を示す。特に、実際の地盤において均質な確率場を仮定することが困難な場合があり、トレンド成分(平均値関数)を考慮した推定法であるユニバーサル・クリッキングの定式化を示す。また、有限要素法などへの適用を考慮して、要素の大きさを考慮した推定法であるブロック・クリッキングを示す。

最後に、透水係数が空間分布する簡単な地盤モデルを設定し、一定の配置で測定点を得られていることを想定して推定を行う。その推定結果を確認し、第4章の線形一次近似法による飽和・不飽和浸透流解析の入力パラメータとする。

3.2 確率場

一般に透水係数などの地盤物性値は、空間的に相互に相関性をもって分布している。このような空間的な分布特性を考慮することのできる確率モデルが確率過程あるいは確率場と呼ばれるものである。例えば地震波のような時間的に変動するランダム現象は確率過程であり、その1つの時刻歴は確率過程の1つの標本関数である。透水係数のような地盤物性値は、空間的に変動するランダム現象と考えることができ、確率場としてモデル化される。すなわち確率場と確率過程の概念は空間領域と時間領域の違いを除けば全く同じものである。図3.1は、ある確率過程を表わす標本関数の集まりを示したものである。このように確率過程を標本関数の母集団と考え、ある時刻 x_1 における平均値は時刻 x_1 のアンサンブル(母集団)について各々の標本関数の値の和を標本数で割ることにより求められる。同様に、2つの異なった時刻における標本関数の値の相関性(自己相関関数: auto-correlation function)は、2つの時刻 x_1 と $x_1+\tau$ における値の積の集合平均をとることによって求められる。すなわち、確率過程 $Z(x)$ に対して平均値 $\mu_Z(x_1)$ と自己相関関数 $R_Z(x_1, x_1+\tau)$ は、式(3.1), (3.2)によって与えられる。

$$\mu_Z(x_1) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N z_k(x_1) \quad (3.1)$$

$$R_Z(x_1, x_1+\tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N z_k(x_1) z_k(x_1+\tau) \quad (3.2)$$

ここで N は標本数である。このように定義された確率過程で、一般的に時刻 x_1 の変動とともに $\mu_Z(x_1)$ と $R_Z(x_1, x_1+\tau)$ が変化するとき、確率過程 $Z(x)$ は非定常(nonstationary)であると言う。また、確率過程 $Z(x)$ のすべてのモーメントと結合モーメントが時間に対し不変な場合、確率過程 $Z(x)$ は強定常(strongly stationary)あるいは強い意味で定常と言う。特別な場合として、 $m_Z(x_1) = m_Z$, $R_Z(x_1, x_1+\tau) = R_Z(\tau)$ である場合、 $\mu_Z(x_1)$ は弱定常(weakly stationary)あるいは狭い意味で定常と言う。すなわち、弱定常確率過程では、平均値は一定で自己相関関数は時間間隔 τ のみに依存する。多くの例では弱定常であることを確かめることにより、強定常性の仮定を行っている。

図3.1に示されている過程の k 番目の標本関数を考えると、 k 番目の標本関数の平均値 $\mu_Z(k)$ と自己相関関数 $R_Z(t, k)$ は、次式によって与えられる。

$$\mu_Z(k) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{U} \int_0^U z_k(x) dx \quad (3.3)$$

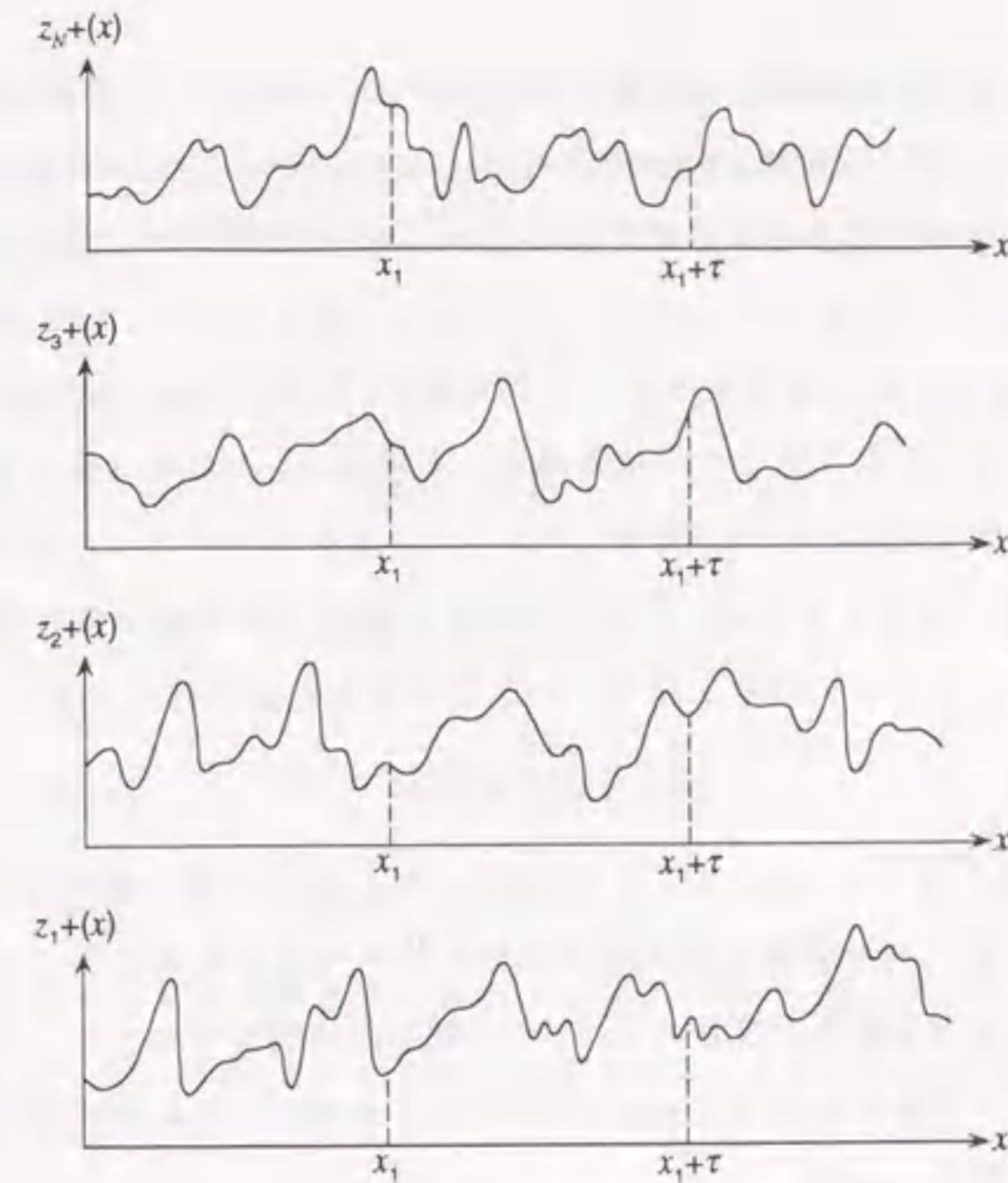


図3.1: 確率過程をなす標本関数の集合

$$R_Z(\tau, k) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{U} \int_0^U z_k(x) z_k(x+\tau) dx \quad (3.4)$$

もし確率過程 $Z(x)$ が定常であつて、式で定義される $m_Z(k)$ と $R_Z(t, k)$ が異なった標本関数について計算したときと変わらないなら、確率過程はエルゴード過程(ergodic process)であると言う。エルゴード過程に対しては、時間平均および自己相関関数は母集団のそれに等しくなる。すなわち $\mu_Z(k) = \mu_Z$, $R_Z(\tau, k) = R_Z(\tau)$ である。よつて、定常確率過程のみがエルゴード過程となりうる。エルゴード過程のすべての性質はただ一つの標本関数についての時間平均的操作を行うことによって定めることができる。そのため、定常的な物理現象はエルゴード過程を仮定されていることが多い。以上、時間領域で変動するランダム現象としての確率過程について述べたが、透水係数などの地盤物性値についても確率過程における時刻 x を空間領域としての位置ベクトル x に対応したものととして同様に考えることができる。この場合、調査や試験が1か所において1つしか実施できないことから、透水係数の確率特性を推定するためにはエルゴード仮説の導入が必要

となる。確率場では空間座標により確率特性が変化しないときに均質(homogenous)と言い、このときエルゴード過程を仮定することになる。したがって、均質な地盤とはすべての位置の物性値が同じという意味ではなく、一定の確率特性をもち空間的な分布を有するものである。

実際に透水係数の空間分布をモデル化する場合、ここで定義した均質(エルゴード性)な定常過程として取り扱うことは困難なことが多い。それは一般に透水係数の空間分布が、マクロ的な観点から傾向変動(トレンド)成分を有するためである。そこで空間分布を次式で示されるような、トレンド成分と均質な確率場で扱うランダム成分の和として表現し、トレンド成分を除去した上で現象の把握を行うことになる。

$$Z(\mathbf{x}) = m(\mathbf{x}) + W(\mathbf{x}) \quad (3.5)$$

ここに、 \mathbf{x} は位置ベクトル、 $m(\cdot)$ はトレンド成分、 $W(\cdot)$ はランダム成分である。実際のサイトで透水係数などの地盤物性値の空間分布をモデル化する際には、地盤中での調査や試験から得られた限られた情報により、その統計的性質を推定することになる。推定すべき統計的性質は全対象領域における平均値 μ_Z 、分散 σ_Z^2 、および空間的な相関特性を表わす自己相関関数である。

先に式(3.2)で自己相関関数を定義したが、これを統計的に推定するために、より一般化された自己相関係数 $\rho_Z(\mathbf{h})$ なるものを導入する。確率場 $Z(\mathbf{x})$ に対して、自己共分散関数 $\phi_Z(\mathbf{h})$ を平均値 μ_Z を用いて次のように定義する。

$$\begin{aligned} \phi_Z(\mathbf{h}) &= E\{[Z(\mathbf{x}) - \mu_Z][Z(\mathbf{x} + \mathbf{h}) - \mu_Z]\} \\ &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \{z_k(\mathbf{x}) - \mu_Z\} \{z_k(\mathbf{x} + \mathbf{h}) - \mu_Z\} \end{aligned} \quad (3.6)$$

ここで、 \mathbf{h} は2点間を結ぶベクトルである。したがって、同一地点の自己共分散関数は次式のように分散 σ_Z^2 となる。

$$\phi_Z(\mathbf{0}) = E\{[Z(\mathbf{x}) - \mu_Z]^2\} = \sigma_Z^2 \quad (3.7)$$

式(3.6)をこの分散 σ_Z^2 で基準化し、次式のように表す。

$$\rho_Z(\mathbf{h}) = \frac{\phi_Z(\mathbf{h})}{\phi_Z(\mathbf{0})} = \frac{\phi_Z(\mathbf{h})}{\sigma_Z^2} \quad (3.8)$$

これは $Z(\mathbf{x})$ と $Z(\mathbf{x} + \mathbf{h})$ の相関係数を与えるもので、 $\mathbf{h} = \mathbf{0}$ で最大値1を与える自己相関係数と呼ばれるものである。相関特性を統計的に推定するには、この基準化された自己

相関係数を用いて行う。具体的には、標本となる調査や試験のデータからいろいろな標本間隔の組合せをつくり、各間隔ごとに分けてそれぞれの相関係数を求める。それらを合わせて種々提案されている自己相関係数のモデルの中から適合度の良いモデルを選択して、その未知パラメータを推定すればよい。以下に示すものは1次元の自己相関係数モデルの一例である。

$$\rho_Z(h) = \exp\left(-\frac{|h|}{a}\right) \quad (3.9)$$

$$\rho_Z(h) = \exp\left\{-\left(\frac{h}{a}\right)^2\right\} \quad (3.10)$$

$$\rho_Z(h) = \exp\left(-\frac{|h|}{a}\right) \cos\left(\frac{h}{a}\right) \quad (3.11)$$

$$\rho_Z(h) = \left(1 + \frac{|h|}{a}\right) \exp\left(-\frac{h}{a}\right) \quad (3.12)$$

ここで、 a は標本データより推定すべきパラメータであり、相関特性の減衰の程度を表わす相関パラメータと呼ぶ。 h は2点間の距離である。さらに2次元モデルとして次のものがある。

$$\rho_Z(\mathbf{h}) = \exp\left[-\left\{\left(\frac{h_x}{a_x}\right)^2 + \left(\frac{h_y}{a_y}\right)^2\right\}\right] \quad (3.13)$$

$$\rho_Z(\mathbf{h}) = \exp\left[-\left\{\left(\frac{h_x}{a_x}\right)^2 + \left(\frac{h_y}{a_y}\right)^2\right\}^{1/2}\right] \quad (3.14)$$

ここで、 a_x 、 a_y は x 方向、 y 方向の相関パラメータであり、 h_x 、 h_y は2点間の x 方向、 y 方向の距離である。

相関特性を表す関数には自己相関係数の他に、次式で示されるセミ・バリオグラムが挙げられる

$$\gamma(\mathbf{h}) = \frac{1}{2} E\{[Z(\mathbf{x} + \mathbf{h}) - Z(\mathbf{x})]^2\} \quad (3.15)$$

このセミ・バリオグラムを用いて統計的推定を行う場合も、調査や試験のデータを各標本間隔ごとに分けてセミ・バリオグラムの値を求め、種々提案されているバリオグラムのモデルから適合するモデルを選択することになる。以下に一般的に提案されているバリオグラムのモデルの例を示す。

$$\gamma(h) = \sigma^2 h^\lambda \quad (\lambda < 2) \quad (3.16a)$$

$$\gamma(h) = \sigma^2 \quad (\lambda > a) \quad (3.16b)$$

$$\gamma(h) = \sigma^2 \left[\frac{3}{2} \left(\frac{h}{a} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{h}{a} \right)^3 \right] \quad (h < a) \quad (3.17)$$

$$\gamma(h) = \sigma^2 \left[1 - \exp \left(-\frac{h}{a} \right) \right] \quad (3.18)$$

$$\gamma(h) = \sigma^2 \left[1 - \exp \left\{ -\left(\frac{h}{a} \right)^2 \right\} \right] \quad (3.19)$$

未知パラメータは a および σ であり、これについて試験データよりパラメータを推定することになる。このような母集団に対する統計的推定法には最尤法などが用いられている。

3.3 クリッキングの定式化

確率場を決定することは、その標本関数の母集団の構造を明らかにすることである。実際にサイトが特定されると、確率場の1つの実現事象としての標本が存在することになる。しかし、調査や試験で得られるデータは限られた位置のデータであり、実際のサイト全てのデータを得ることはできない。そのため、確率場の中から得られているデータの条件を満たす標本関数の集合を推定することになる。これは母集団である確率場から、データが得られた下での条件付き確率場を求めることに相当する。この条件付き確率場を求める方法としてクリッキングを用いる。以下の定式化は、トレンド成分を考慮したユニバーサル・クリッキングと要素の大きさを考慮したブロック・クリッキングを示す[91, 124, 196]。

3.3.1 ユニバーサル・クリッキング

3.1節で述べたように、一般に地盤物性値の空間分布は、傾向変動(トレンド)を有することがあり、ここではこれを考慮したユニバーサル・クリッキングによる推定手法の定式化を行う。推定を行う条件付き確率場 $Z(\mathbf{x})$ を、式(3.20)で示すように確定値として与えられるトレンド成分 $m(\mathbf{x})$ と、ランダム成分 $W(\mathbf{x})$ の線形和として表現できると仮定する。

$$Z(\mathbf{x}) = m(\mathbf{x}) + W(\mathbf{x}) \quad (3.20)$$

ここでは、 \mathbf{x} は座標を表すベクトルであり、ランダム成分 $W(\mathbf{x})$ が、平均値が0となる均質な確率場となるようにトレンド成分 $m(\mathbf{x})$ を考える。まず、トレンド成分 $m(\mathbf{x})$ は、 \mathbf{x} に関する多項式によって表現できると仮定する。

$$m(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^L \beta_i f_i(\mathbf{x}) = \{\mathbf{f}(\mathbf{x})\}^T \{\boldsymbol{\beta}\} \quad (3.21)$$

ここで、 $f_i(\mathbf{x}) (i=1, 2, \dots, L)$ は \mathbf{x} に関する多項式で、 β_i はその係数である。肩添字Tは転置を意味する。また、 $\mathbf{f}(\mathbf{x})^T = f_1(\mathbf{x}), \dots, f_L(\mathbf{x})$ と $\boldsymbol{\beta}^T = \beta_1, \dots, \beta_L$ である。例えば、 \mathbf{x} が2次元で成分が x, y であれば、多項式の次数により次のように表現できる。

$$0 \text{ 次}; m(x, y) = \beta_1$$

$$1 \text{ 次}; m(x, y) = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 y$$

$$2 \text{ 次}; m(x, y) = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 y + \beta_4 x^2 + \beta_5 xy + \beta_6 y^2$$

さて、次に \$N\$ 個の標本点 \$\mathbf{x}_i (i=1, 2, \dots, N)\$ において、標本値が \$Z(\mathbf{x}_i)\$ として与えられていると、任意点の推定量 \$\hat{Z}(\mathbf{x})\$ は標本値 \$Z(\mathbf{x}_i)\$ の線形和として次のように表せるとする。

$$\hat{Z}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \lambda_i Z(\mathbf{x}_i) = \{Z_N\}^T \{\lambda\} \quad (3.22)$$

ここで、\$\{Z_N\}^T = \{Z(\mathbf{x}_1), \dots, Z(\mathbf{x}_N)\}\$ および \$\{\lambda\}^T = \{\lambda_1, \dots, \lambda_N\}\$ である。この式の推定値 \$\hat{Z}(\mathbf{x})\$ が、不偏推定量かつ最小誤差分散推定量となるように重み係数 \$\lambda_i\$ を求める。

推定量 \$\hat{Z}(\mathbf{x})\$ が不偏推定量になる条件は式(3.23)を満たすことである。

$$E[Z(\mathbf{x}) - \hat{Z}(\mathbf{x})] = 0 \quad (3.23)$$

式(3.23)に式(3.22)を用いると次式が得られる。

$$E[Z(\mathbf{x})] = E[\hat{Z}(\mathbf{x})] = \sum_{i=1}^N \lambda_i E[Z(\mathbf{x}_i)] \quad (3.24)$$

また式(3.20)より、\$\hat{Z}(\mathbf{x})\$ の期待値はトレンド成分 \$m(\mathbf{x})\$ となる。

$$E[\hat{Z}(\mathbf{x})] = m(\mathbf{x}) \quad (3.25)$$

式(3.21)と式(3.22)を用いると、式(3.25)は次のようになる。

$$\begin{aligned} E[\hat{Z}(\mathbf{x})] &= E\left[\sum_{i=1}^N \lambda_i Z(\mathbf{x}_i)\right] = \sum_{i=1}^N \lambda_i m(\mathbf{x}_i) = \sum_{i=1}^N \lambda_i \sum_{l=1}^L \beta_l f_l(\mathbf{x}_i) \\ &= \sum_{i=1}^N \lambda_i \{f(\mathbf{x}_i)\}^T \{\beta\} = \{\lambda\}^T [\mathbf{F}] \{\beta\} \end{aligned} \quad (3.26)$$

$$[\mathbf{F}] = \begin{bmatrix} \{f(\mathbf{x}_1)\}^T \\ \vdots \\ \{f(\mathbf{x}_N)\}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(\mathbf{x}_1) & \dots & f_L(\mathbf{x}_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f_1(\mathbf{x}_N) & \dots & f_L(\mathbf{x}_N) \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

式(3.21)、式(3.25)および式(3.26)より、次式が成立する。

$$\{\lambda\}^T [\mathbf{F}] \{\beta\} = \{f(\mathbf{x})\}^T \{\beta\} \quad (3.28)$$

すなわち、式(3.28)が任意の \$\beta_l\$ に関して成立するためには、次式が成り立つ必要がある。

$$f_i(\mathbf{x}) = \sum_{l=1}^L \lambda_l f_l(\mathbf{x}_i) \quad (3.29)$$

ここで最小とすべき推定誤差分散 \$\sigma_E^2(\mathbf{x})\$ は次のように表される。

$$\begin{aligned} \sigma_E^2(\mathbf{x}) &= E\left[\{Z(\mathbf{x}) - \hat{Z}(\mathbf{x})\}^2\right] = E\left[\left\{m(\mathbf{x}) + W(\mathbf{x}) - \sum_{i=1}^N \lambda_i \{m(\mathbf{x}_i) + W(\mathbf{x}_i)\}\right\}^2\right] \\ &= E\left[\left\{m(\mathbf{x}) - \sum_{i=1}^N \lambda_i m(\mathbf{x}_i) + W(\mathbf{x}) - \sum_{i=1}^N \lambda_i W(\mathbf{x}_i)\right\}^2\right] \\ &= E\left[\left\{W(\mathbf{x}) - \sum_{i=1}^N \lambda_i W(\mathbf{x}_i)\right\}^2\right] \\ &= E[W(\mathbf{x})^2] - 2 \sum_{i=1}^N \lambda_i E[W(\mathbf{x}_i), W(\mathbf{x})] + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \lambda_i \lambda_j E[W(\mathbf{x}_i), W(\mathbf{x}_j)] \\ &= \text{Var}\{W(\mathbf{x})\} - 2 \sum_{i=1}^N \lambda_i \text{Cov}\{W(\mathbf{x}_i), W(\mathbf{x})\} + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \lambda_i \lambda_j \text{Cov}\{W(\mathbf{x}_i), W(\mathbf{x}_j)\} \\ &= \text{Var}\{W(\mathbf{x})\} - 2\{\lambda\}^T \{\mathbf{k}(\mathbf{x})\} + \{\lambda\}^T [\mathbf{K}] \{\lambda\} \end{aligned} \quad (3.30)$$

$$\{\mathbf{k}(\mathbf{x})\} = \begin{Bmatrix} \text{Cov}\{W(\mathbf{x}), W(\mathbf{x}_1)\} \\ \vdots \\ \text{Cov}\{W(\mathbf{x}), W(\mathbf{x}_N)\} \end{Bmatrix} \quad (3.31)$$

$$[\mathbf{K}(\mathbf{x})] = \begin{bmatrix} \text{Var}\{W(\mathbf{x}_1)\} & \dots & \text{Cov}\{W(\mathbf{x}_1), W(\mathbf{x}_N)\} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{Cov}\{W(\mathbf{x}_N), W(\mathbf{x}_1)\} & \dots & \text{Var}\{W(\mathbf{x}_N)\} \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

さてここで、式(3.29)の条件下で最小の \$\sigma_E^2(\mathbf{x})\$ を求めるために、ラグランジェの未定係数法を用いて重み係数 \$\{\lambda\}\$ を求める。式(3.30)にラグランジェの未定係数を用いて制約条件式(3.29)を導入すると次式が得られる。

$$\text{Var}\{W(\mathbf{x})\} - 2\{\lambda\}^T \{\mathbf{k}(\mathbf{x})\} + \{\lambda\}^T [\mathbf{K}] \{\lambda\} + 2\left(\{f(\mathbf{x})\}^T - \{\lambda\}^T [\mathbf{F}]\right) \{\mu\} \quad (3.33)$$

式(3.33)が極小値をとるためには、\$\{\lambda\}\$ で微分して0となる必要がある。このため次式が成立する。

$$-2\{\mathbf{k}(\mathbf{x})\} + 2[\mathbf{K}] - 2[\mathbf{F}] \{\mu\} = 0$$

$$[\mathbf{K}] \{\lambda\} = \{\mathbf{k}(\mathbf{x})\} + [\mathbf{F}] \{\mu\} \quad (3.34)$$

次に、式(3.34)を式(3.30)に代入すると、次式が得られる。

$$\sigma_E^2(\mathbf{x}) = \text{Var}\{W(\mathbf{x})\} - 2\{\lambda\}^T \{k(\mathbf{x})\} + \{\lambda\}^T (\{k(\mathbf{x})\} + [F]\{\mu\}) \quad (3.35)$$

これを $\{\lambda\}^T \{k(\mathbf{x})\}$ の項について整理し、式(3.29)を代入すれば次式が得られる。

$$\sigma_E^2(\mathbf{x}) = \text{Var}\{W(\mathbf{x})\} - \{\lambda\}^T \{k(\mathbf{x})\} + \{\mu\}^T \{f(\mathbf{x})\} \quad (3.36)$$

したがって、 λ と μ が求まれば、 $\sigma_E^2(\mathbf{x})$ を求めることができる。

さて、計算では未知数である λ と μ を統合した新たなベクトル L を考えることにより、式(3.34)を次のように表現する。

$$[K']\{L\} = \{M\} \quad (3.37)$$

$$[K'] = \begin{bmatrix} \text{Var}\{W(\mathbf{x}_1)\} & \dots & \text{Cov}\{W(\mathbf{x}_1), W(\mathbf{x}_N)\} & 1 & f_2(\mathbf{x}_1) & \dots & f_L(\mathbf{x}_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{Cov}\{W(\mathbf{x}_N), W(\mathbf{x}_1)\} & \dots & \text{Var}\{W(\mathbf{x}_N)\} & 1 & f_2(\mathbf{x}_N) & \dots & f_L(\mathbf{x}_N) \\ 1 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ f_2(\mathbf{x}_1) & \dots & f_2(\mathbf{x}_N) & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_L(\mathbf{x}_1) & \dots & f_L(\mathbf{x}_N) & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

$$\{L\} = \{\lambda_1, \dots, \lambda_N, -\mu_1, \dots, -\mu_L\} \quad (3.39)$$

$$\{M\}^T = \{\text{Cov}\{W(\mathbf{x}_1), W(\mathbf{x})\}, \dots, \text{Cov}\{W(\mathbf{x}_N), W(\mathbf{x})\}, 1, f_2(\mathbf{x}), \dots, f_L(\mathbf{x})\} \quad (3.40)$$

また、 $f_1(\mathbf{x}_i)$ あるいは $f_1(\mathbf{x})$ は、 \mathbf{x} に関する多項式における定数項を、1.0としている。

これより、次式で L と μ が求められる。

$$\{L\} = [K']^{-1} \{M\} \quad (3.41)$$

これを式(3.22)と式(3.36)に代入することにより推定量と推定誤差分散が求められる。

$$\hat{Z}(\mathbf{x}) = \{Z_N\}^T \{L\} \quad (3.42)$$

$$\sigma_E^2(\mathbf{x}) = \text{Var}\{W(\mathbf{x})\} - \{L\}^T \{M\} \quad (3.43)$$

さらに、推定誤差共分散も式(3.41)より求められた L を次式に代入することにより求められる。

$$E\left[\{Z(\mathbf{x}) - \hat{Z}(\mathbf{x})\} \{Z(\mathbf{x}') - \hat{Z}(\mathbf{x}')\}\right] = \text{Cov}\{W(\mathbf{x}), W(\mathbf{x}')\} - \{\lambda'\}^T \{k(\mathbf{x})\} - \{\lambda\}^T \{k(\mathbf{x}')\} + \{\lambda'\}^T [K] \{\lambda\} \quad (3.44)$$

ここで、 $\{\lambda'\}$ は \mathbf{x}' のときの $\{\lambda\}$ である。

3.3.2 ブロック・クリッキング

以上に示したユニバーサル・クリッキングによる任意点の推定値に代わって、ある領域に対する局所平均を用いてクリッキングを行う手法をブロック・クリッキングと呼ぶ。

先の点 \mathbf{x} の関数で表わされる確率場 $Z(\mathbf{x})$ に対して、次式の局所平均を考える。

$$Z_{S_0} = \frac{1}{S_0} \int_{S_0} Z(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (3.45)$$

この局所平均 Z_{S_0} は、式(3.22)と同様に次式のように標本点の線形和で表わされるとする。

$$\hat{Z}_{S_0} = \sum_{i=1}^N \lambda_0^i Z(\mathbf{x}_i) = \{Z_N\}^T \{\lambda_0\} \quad (3.46)$$

ここで、 $\{Z_N\}^T = \{Z(\mathbf{x}_1), \dots, Z(\mathbf{x}_N)\}$ および $\{\lambda_0\}^T = \{\lambda_0^1, \dots, \lambda_0^N\}$ である。

以下、ユニバーサル・クリッキングと全く同様の式展開を行うと、式(3.47)を用いてブロック・クリッキングの推定値、推定誤差分散、推定誤差共分散が式(3.51)、(3.52)、(3.53)で得られる。

$$\{L\} = [K']^{-1} \{M\} \quad (3.47)$$

$$\{M\}^T = \{\text{Cov}\{V, W(\mathbf{x}_1)\}, \dots, \text{Cov}\{V, W(\mathbf{x}_N)\}, 1, f_{S_0}^2(\mathbf{x}), \dots, f_{S_0}^L(\mathbf{x})\} \quad (3.48)$$

$$V = \frac{1}{S_0} \int_{S_0} W(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (3.49)$$

$$f_{S_0}^i = \frac{1}{S_0} \int_{S_0} f_i(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (3.50)$$

$$\hat{Z}_{S_0} = \{Z_N\}^T \{\lambda_0\} \quad (3.51)$$

$$\sigma_{S_0}^2 = \text{Var}\{V\} - \{L\}^T \{M\} \quad (3.52)$$

$$E\left[\left\{Z_{S_0} - \hat{Z}_{S_0}\right\}\left\{Z_{S'_0} - \hat{Z}_{S'_0}\right\}\right] = \text{Cov}\{V, V'\} - \{\lambda'_0\}^T \{k_0\} - \{\lambda_0\}^T \{k'_0\} + \{\lambda'_0\}^T [K] \{\lambda_0\} \quad (3.53)$$

なお, $[K]$, $[K']$ は式(3.32), (3.38)と同様であり, $\{k_0\}$ は次式で与えられる。

$$\{k_0\} = \begin{Bmatrix} \text{Cov}\{V, W(x_1)\} \\ \vdots \\ \text{Cov}\{V, W(x_N)\} \end{Bmatrix} \quad (3.54)$$

3.4 クリッキングによる透水係数の空間分布推定

ここでは領域内のいくつかの点で透水係数が測定されている場合を想定し, クリッキングにより透水係数の空間分布を推定する。特に本章の目的は, 第4章の線形一次近似法による飽和・不飽和浸透流解析を対象とした入力パラメータの推定である。

3.4.1 解析モデル

解析領域は第4章の2次元モデルと同様とする。また, 確率場の特性である平均値, 標準偏差, 共分散関数は解析領域全体で既知と仮定する。このような条件の下でCASE-AとCASE-Bの2種類の測定データを作成する。各条件は表3.1に示す通りで, 共に均質な確率場を仮定し, 透水係数の母集団は対数正規分布をなすものとする。したがって, 以下の確率特性は単位 cm/s の透水係数の常用対数值 (対数透水係数と呼ぶ) に対する値とする。対数透水係数の平均値は -6 , 標準偏差は 0.667 とする。標準偏差の 0.667 は $\pm 3\sigma = \pm 2$ (σ ; 標準偏差) を設定したことによる。相関性に関しては次式の自己相関関数を設定し, 相関パラメータ $a_x = 1.0 m$, $a_z = 1.0 m$ とする。

$$\rho_Z(\mathbf{h}) = \exp\left[-\left\{\left(\frac{h_x}{a_x}\right)^2 + \left(\frac{h_z}{a_z}\right)^2\right\}^{1/2}\right] \quad (3.55)$$

また, 図3.2, 3.3に示すように, 両ケースとも解析領域は $10m \times 10m$ の正方領域で, 要素の大きさは $1m \times 1m$ とする。

図3.2に示すCASE-Aの解析モデルでは9箇所の透水係数の測定点を設け, これらの全ての点で対数透水係数の母集団の平均値 $1.0 \times 10^{-6} cm/s$ が得られた場合を想定する。一方, 図3.3のCASE-Bの解析モデルもCASE-Aと同様に, 9箇所の透水係数の測定点を設ける。ただし, CASE-Bでは同一の確率特性を有する母集団から上記の測定点位置で1組の測定値 (標本) を発生させている。発生させた測定値は図3.3に示しており, 図中右上の測定値が最も透水係数が小さく, 左下の測定値が最も大きい。

このように測定値の設定を変えた2種類の模擬測定値を利用して, クリッキングにより透水係数の空間分布を推定し, その推定状況を確認する。2種類とも解析モデル内の節点に測定値を与えており, 推定する要素の透水係数は領域を有している。このためブロッククリッキングを用いて推定する。

表 3.1: 設定した確率場の特性

解析ケース	確率特性 (単位cm/sの透水係数の常用対数値 に対する分布特性)
CASE-A	平均値: -6 標準偏差: 0.667 相関パラメータ: 1.0m (模擬測定値として平均値を与える)
CASE-B	平均値: -6 標準偏差: 0.667 相関パラメータ: 1.0m (模擬測定値として1つのサンプルを発生)

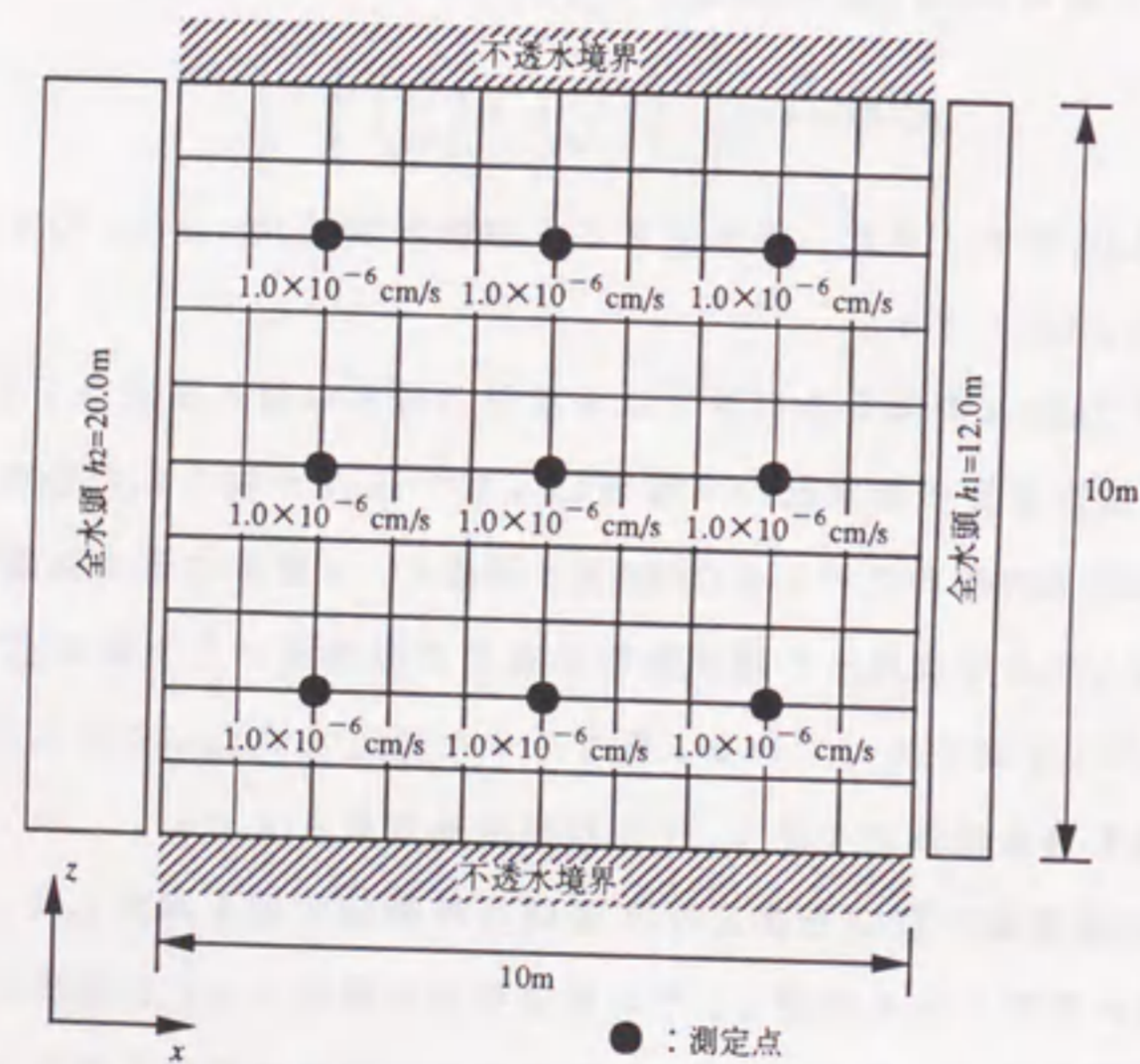


図 3.2: CASE-A の測定値と測定点配置

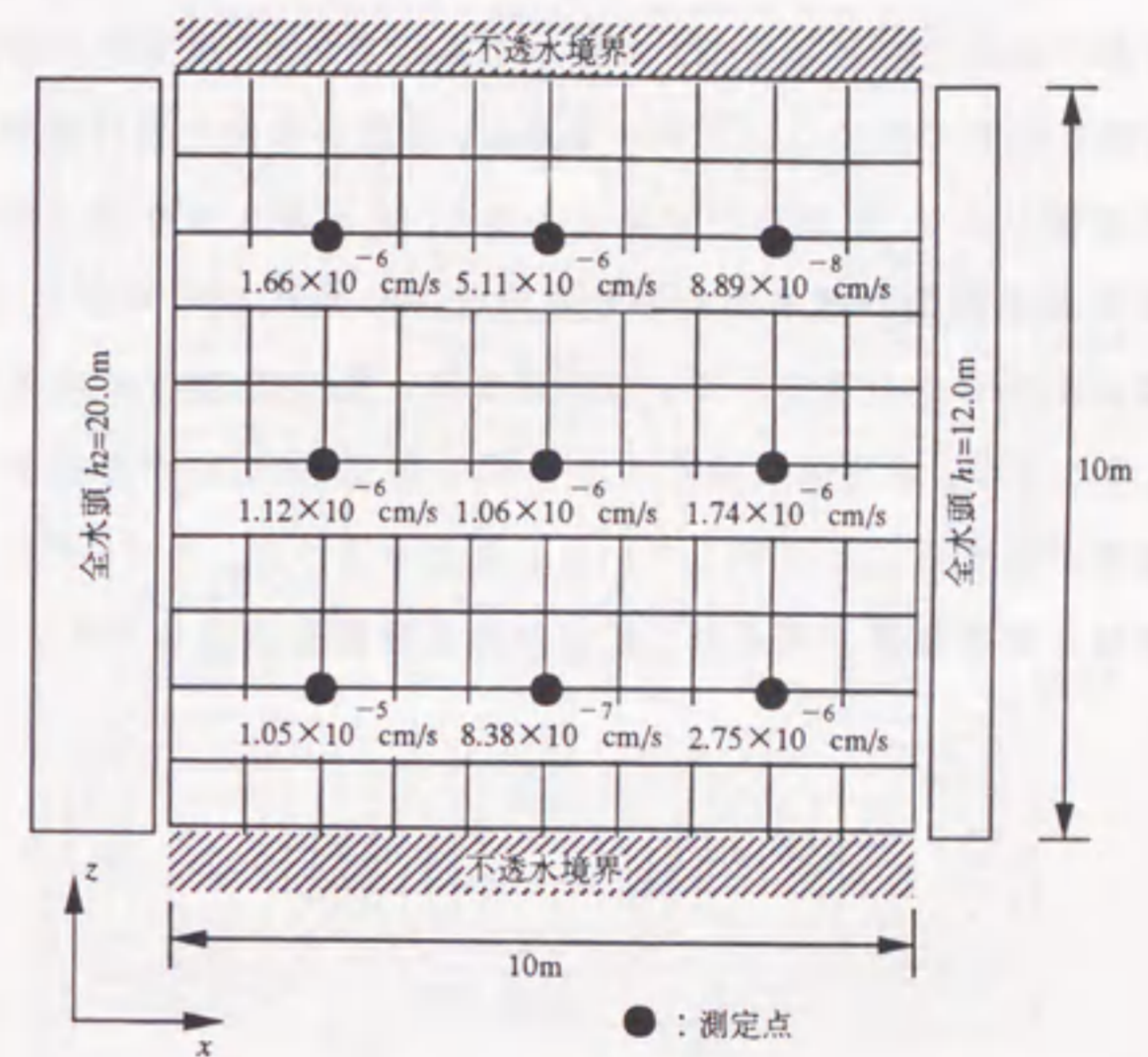


図 3.3: CASE-B の測定値と測定点配置

3.4.2 推定結果

CASE-Aでは9箇所の測定値が全て平均値であるため、クリッキングにより推定した透水係数は領域全体に対して平均値と同様の $1.0 \times 10^{-6} \text{ cm/s}$ である。この場合の推定値は値が全領域で一律であるため、特に図には示していない。しかし、透水係数の標準偏差の分布は、図3.4に示す通り測定値が存在する位置では小さな値が得られる。これは測定値が存在する位置周辺では測定値との相関性により推定誤差が減少するためである。

次に、CASE-Bの透水係数の空間分布を推定値を図3.5に示す。同図は対数透水係数値（単位 cm/s の透水係数の常用対数值）を示したものであり、便宜的に要素中心位置に対数透水係数を割り当てて描いたコンターである。9箇所の測定値の各周辺はそれぞれ近くの測定値の影響を受け、領域右上が最も小さく、左下が大きな値となっている。また、推定された対数透水係数の標準偏差の分布は図3.6に示すものであり、測定値が存在する位置周辺では小さな値が得られる。この分布は、先のCASE-Aの結果である図3.4と同様である。このことは、測定値の値そのものではなく、測定値が存在する位置に依存して推定の信頼性が決まることを示している。以上のように、クリッキングにより対数透水係数の平均値と標準偏差が得られ、推定誤差共分散も求められる。

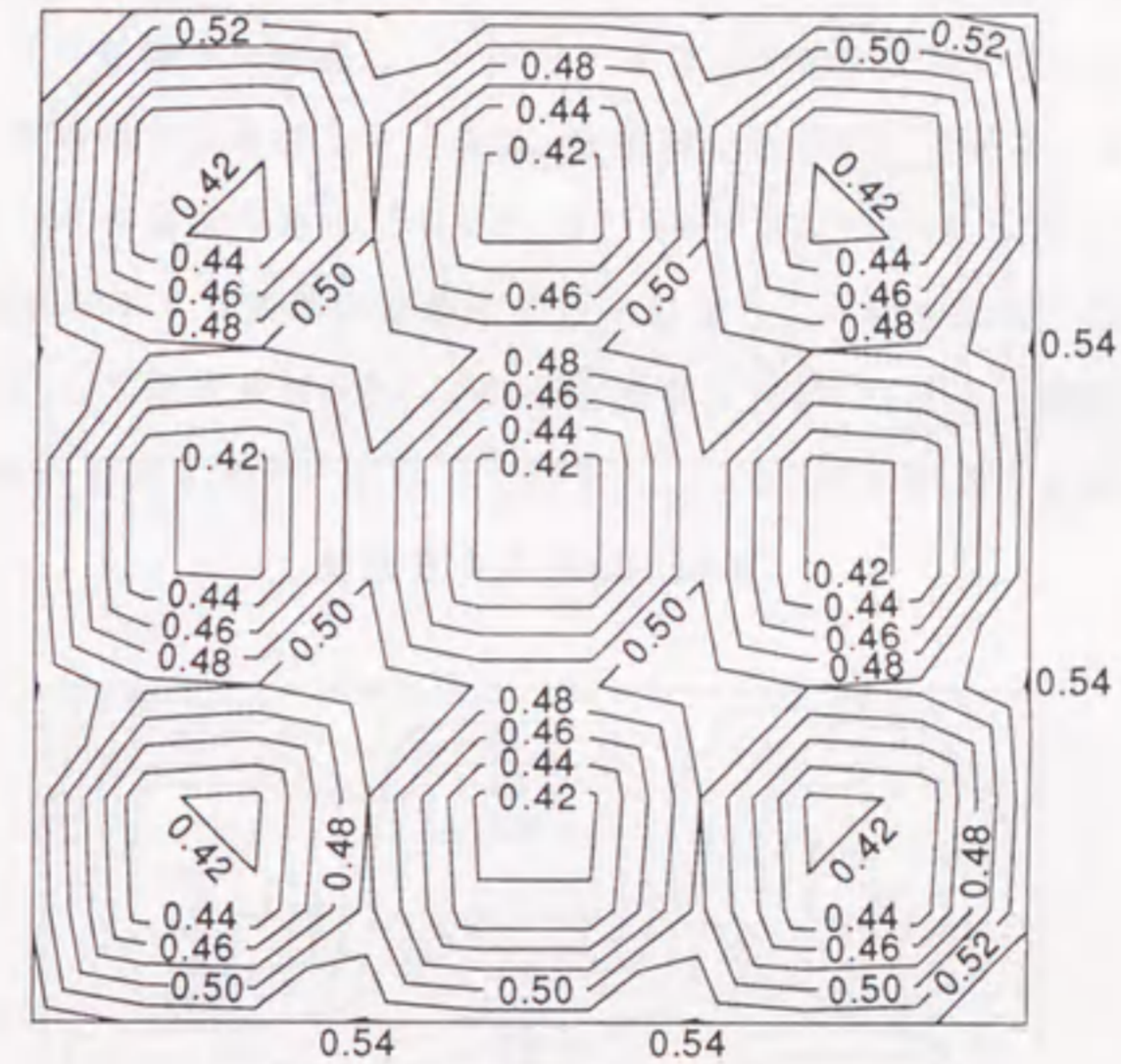


図3.4: CASE-Aの推定誤差分布（標準偏差分布）

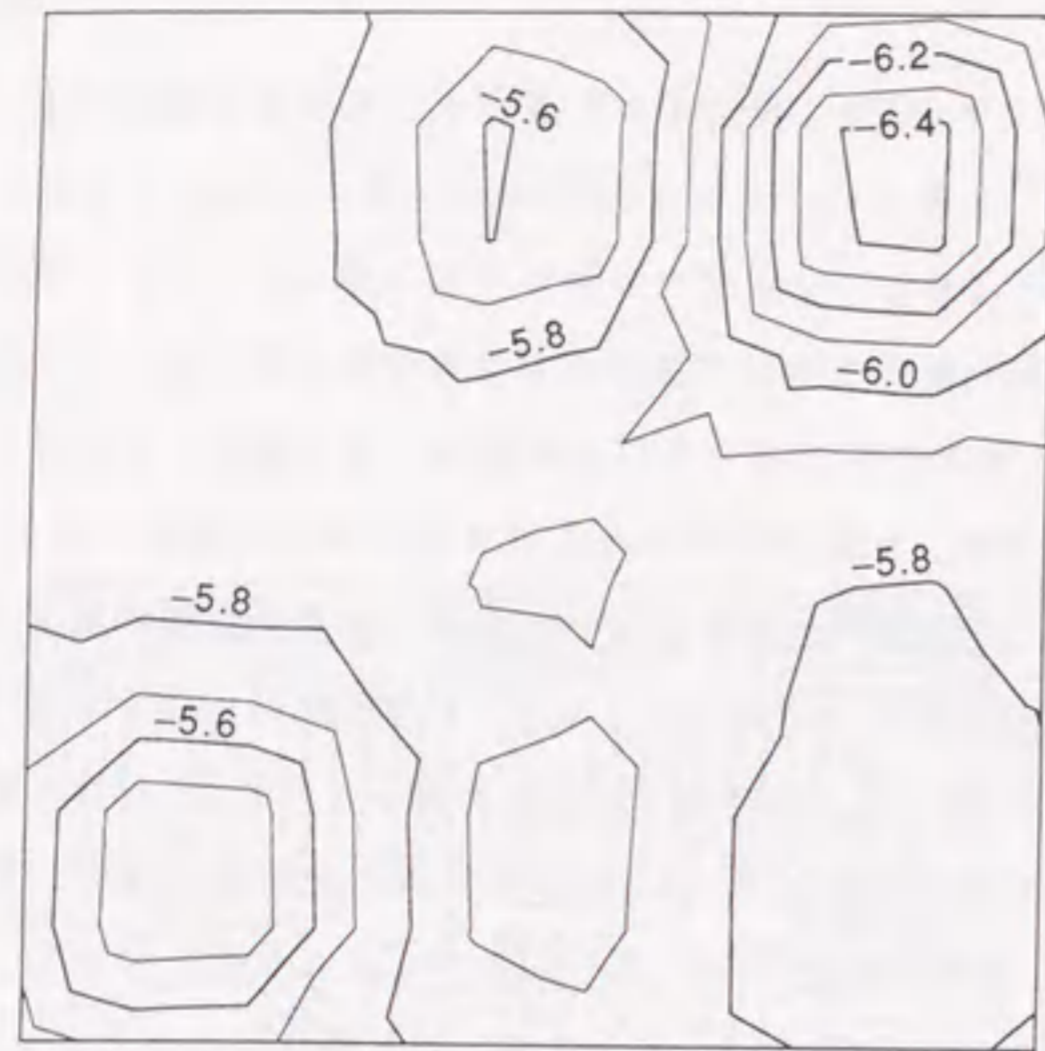


図 3.5: CASE-B の推定値

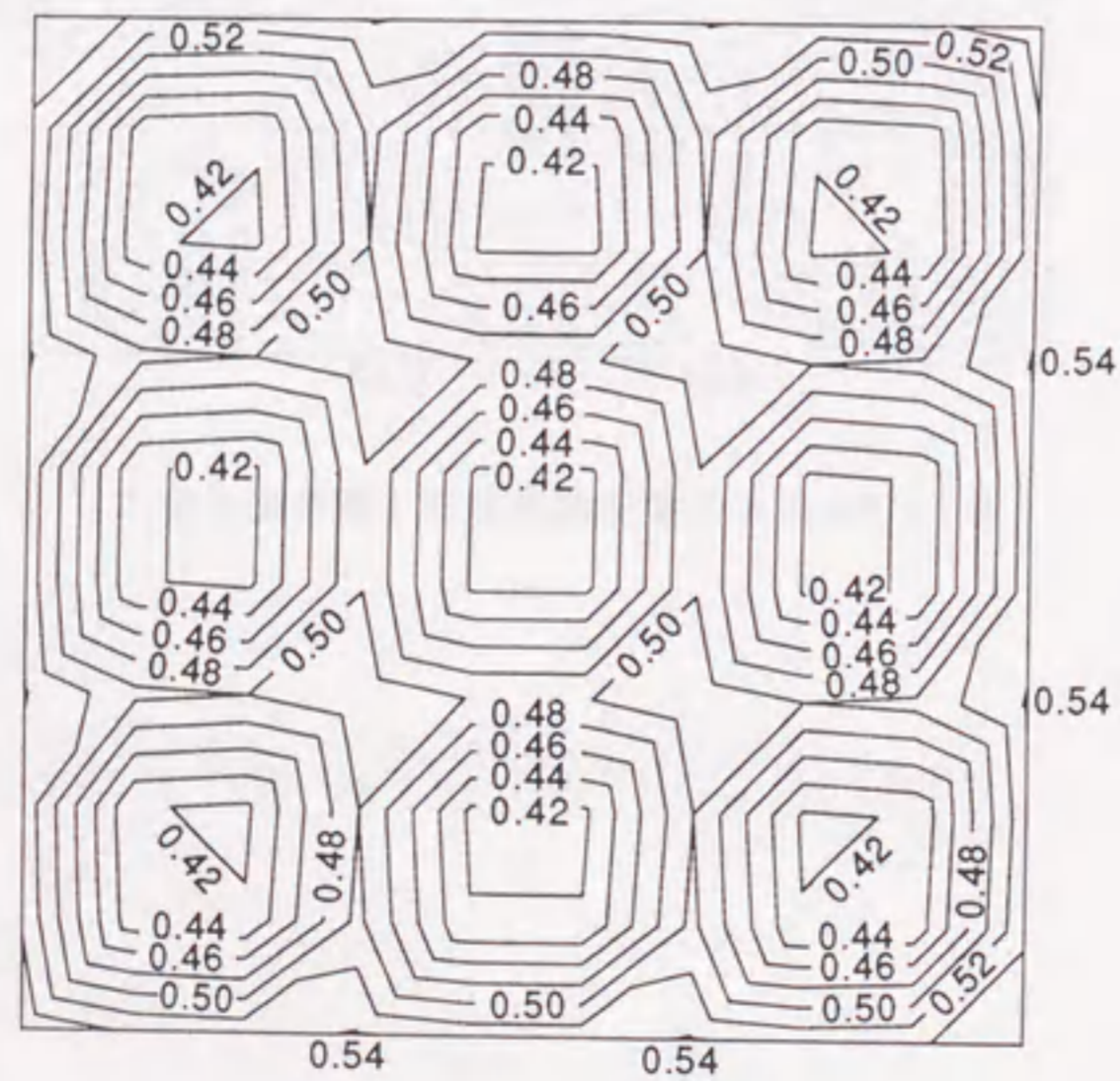


図 3.6: CASE-B の推定誤差分布 (標準偏差分布)

3.5 まとめ

本章では、はじめに確率論的手法の基礎概念を説明した。特に、確率論的なモデル化として確率場の概念を示し、自己相関関数などの相関性を表わす関数として用いられているものを例示した。また、最適線形不偏推定法であるクリッキングの定式化を示した。この手法は、母集団である確率場から、限られた数および位置の試験データが得られている場合に、条件付き確率場を推定する手法である。

実際の地盤において均質な確率場を仮定することが困難な場合があり、平均値が空間的に変動するような場合を対象に、トレンド成分(平均値関数)を考慮したユニバーサル・クリッキングの定式化を示した。また、有限要素法などへの適用を考慮して、要素の大きさを考慮した推定法であるブロック・クリッキングについても示した。

透水係数が空間分布する簡単な地盤モデルを設定し、一定の配置で測定点を得られていることを想定して推定を行った。この推定結果は第4章の線形一次近似法による飽和・不飽和浸透流解析の入力データとして利用し、クリッキングによる推定の効果を確認する。

第4章

線形一次近似法を用いた地下水流動の将来予測

4.1 概説

地下水流動の予測を目的とした解析において、透水係数や境界条件あるいは領域の形状の評価を行う過程において様々な不確定要因が存在する。不確定要因が確率分布する場合、解析結果への影響を評価する手法としてモンテカルロ法が用いられているが、数多くの計算回数を必要とするため計算時間に関して効率的な手法が望まれる。このため線形一次近似法（一次近似二次モーメント法）による解析方法が提案され、これを有限要素法に導入した確率有限要素法の研究が行われている[212, 141, 79, 196]。飽和・不飽和浸透流解析は地下水位の評価も可能であるため、有限要素法により定式化され地下構造物周辺の地下水流動解析に多く用いられている。しかし、上記のような透水係数の不確定性を考慮した解析はあまり行われていない。ここでは、特に飽和透水係数の空間分布に関する推定値と推定誤差を考慮し、地下水流動の予測値と予測誤差を評価する手法について検討する。なお、本章においては定常状態の浸透流解析を対象とすることから、解析結果である全水頭、圧量水頭、流速の‘予測値’、‘予測誤差’は、‘平均値’、‘標準偏差’、あるいは‘推定値’、‘推定誤差’と呼ぶことにする。

一般に平均値まわりの線形一次近似法を用いた確率有限要素法では、確率分布する飽和透水係数と未知量である圧力水頭の関係が線形であれば、解析結果（圧力水頭）の平均値が真の平均値と一致する。しかし、飽和・不飽和浸透流解析において飽和透水係数と圧力水頭の関係が非線形であるため、これらは一般に一致しない。また、不飽和領

域が存在することにより既知量と未知量の関係も非線形となる。これは飽和透水係数が確定値である場合にも生じる非線形性である。飽和・不飽和浸透流を対象とした線形一次近似法を用いた確率有限要素法は、以上の2種類の非線形性が存在する。ここではこれらの非線形性の影響を調べ、本手法の適用性を検討する。

はじめに、確率分布する飽和透水係数と未知量である圧力水頭の関係における非線形性に着目して、1次元と2次元の解析を行う。これらの解析では母集団である確率場を対象とし、特に飽和領域のみの解析についてモンテカルロ法と比較し、線形一次近似法の妥当性を確認する。

次に、条件付き確率場を対象とした解析を行う。この解析には第3章で示した透水係数の空間分布の推定結果を用いて、2次元の飽和浸透流解析を行う。第3章のクリギングによる推定結果は、いくつかの測定値が与えられた場合の条件付き確率場を求めている。したがって、透水係数の測定値から空間分布を推定することにより透水係数の不確定性が減少し、これを反映して圧力水頭などの解析結果の推定誤差が減少することを確認する。

以上の検討を行ったのち、2種類の非線形性が存在することによる線形一次近似法の適用性を検証する。この解析では、先の2次元の解析領域に不飽和領域が存在するように境界条件を設定し、線形一次近似法とモンテカルロ法による解析結果を比較して検討する。また、不飽和透水特性の影響についても調べる。さらに、飽和透水係数の不確定性の大きさを変えて、線形一次近似法の適用限界についても考察する。

4.2 飽和・不飽和浸透流を対象とした有限要素解析

確率有限要素法の解析理論を示す前に、従来の確定論に基づいた有限要素法の定式化[147, 1, 109]を示すと共に、解析法を簡単にまとめる。

不飽和状態における連続の式としてRichardsの方程式を用い、運動方程式としてダルシー則を用いることで、飽和ならびに不飽和の両領域を対象とした支配方程式が次式のように得られる。

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(K_{ij}(\psi) \frac{\partial h}{\partial x_j} \right) = (c + \alpha s) \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (4.1)$$

$$\begin{cases} \alpha = 0 & : \text{不飽和領域} \\ \alpha = 1 & : \text{飽和領域} \end{cases}$$

$$i, j = 1, 2, 3$$

ここで、 ψ は圧力水頭で不飽和領域ではサクシオン圧(負圧)を表わし、 $K_{ij}(\psi)$ は透水テンソル、 h は全水頭で $h = \psi + x_3$ と表わされる。さらに、 c は比水分容量と呼ばれ不飽和領域における単位圧力水頭の増分に対する体積含水率の増分を示し、 s は比貯留量で飽和領域における単位圧力水頭の増加に対する間隙率の増加を示す。

定常状態の支配方程式は、式(4.1)の右辺を0と置くことで与えられるが、単位体積当たりの湧水量 Q がある場合はこれを考慮する必要がある。特に、断面2次元の定常状態を対象とすると、次式の支配方程式と境界条件が得られる。

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(K_{ij}(\psi) \frac{\partial h}{\partial x_j} \right) = -Q \quad (4.2)$$

$$i, j = 1, 2$$

$$\psi(\mathbf{x}, t) = \bar{\psi}(\mathbf{x}, t) \quad \text{on } \partial\Omega_\psi \quad (4.3)$$

$$q(\mathbf{x}, t) = - \left(K_{ij}(\psi) \frac{\partial h}{\partial x_j} \right) n_i = \bar{q}(\mathbf{x}, t) \quad \text{on } \partial\Omega_q \quad (4.4)$$

ここで、 $\partial\Omega_\psi$ は圧力水頭指定境界、 $\partial\Omega_q$ は流量指定境界である。また、 $\bar{\psi}$ は境界圧力水頭、 \bar{q} は境界流量である。解析領域と境界条件の概説のため図4.1を示すが、地下水面は解析結果として求まるため浸出点も事前には与えられない。そこで以下に示す有限要

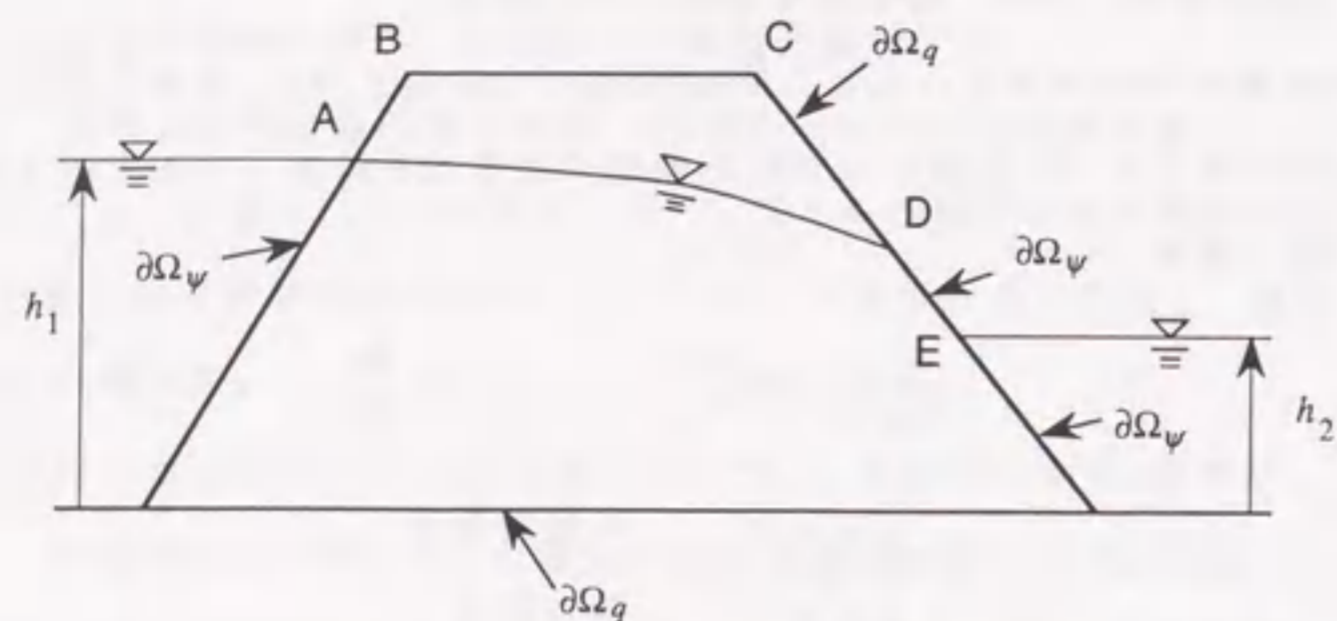


図 4.1: 飽和・不飽和浸透流の解析領域と境界条件

素解析により、地下水面を仮定した繰り返し計算を行う。また、図中の境界ABCDEは、解析結果から求まる含水率（飽和度）により飽和領域（図中DE境界上）では圧力指定境界、不飽和領域（図中ABCD境界上）では流量指定境界となる。これは繰り返し計算が収束した段階で確定する境界で、繰り返し計算の仮定では圧力指定境界または流量指定境界が仮定されることになる。

飽和・不飽和浸透流を対象として、上記の定常状態の支配方程式から有限要素法の定式化を行うと次式が得られる。

$$K(\psi) \cdot \psi + B(\psi) - Q + q = 0 \quad (4.5)$$

ここに、 ψ は圧力水頭ベクトルであり、 $K(\psi)$ 、 $B(\psi)$ 、 Q 、 q はそれぞれ透水係数マトリクス、位置水頭ベクトル、湧水率ベクトル、境界流出率ベクトルと呼ばれ、 M 個の要素に分割されている場合、各成分は次式で表わされる。

$$K_{\alpha\beta} = \sum_{e=1}^M \int_{\Omega_e} K_{ij}(\psi) \frac{\partial N_\alpha}{\partial x_i} \frac{\partial N_\beta}{\partial x_j} dS \quad (4.6)$$

$$B_\beta = \sum_{e=1}^M \int_{\Omega_e} K_{is}(\psi) \frac{\partial N_\beta}{\partial x_i} dS \quad (4.7)$$

$$Q_\beta = \sum_{e=1}^M \int_{\Omega_e} Q N_\beta dS \quad (4.8)$$

$$q_\beta = \sum_{e=1}^M \int_{\partial\Omega_e^*} \bar{q} N_\beta dl \quad (4.9)$$

上式中において $K_{ij}(\psi)$ は要素の透水テンソル、 Q は要素の湧水率、 \bar{q} は要素境界の流出率である。また、 N_α は形状関数、 $\alpha, \beta = 1, 2, \dots, N$; N は全節点数、 Ω_e は要素領域（断面）、 $\partial\Omega_e^*$ は要素の流量指定境界である。

式(4.5)を解くにあたり、圧力水頭を未知圧力水頭 ψ_1 と既知圧力水頭 ψ_2 に分けると次のように表わされる。

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q_1 - q_1 - B_1 \\ Q_2 - q_2 - B_2 \end{Bmatrix} \quad (4.10)$$

未知圧力水頭 ψ_1 を求めるには次の方程式を解くことになる。

$$\begin{bmatrix} K_{11} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q_1 - q_1 - B_1 - K_{12} \cdot \psi_2 \\ \psi_2 \end{Bmatrix} \quad (4.11)$$

この場合、透水係数マトリクスが未知量である圧力水頭ベクトルの関数となり、式(4.11)の左辺の圧力水頭ベクトルと右辺の既知量の関係が非線形となる。このため、繰り返し計算により解くことになる。 $n-1$ ステップと n ステップの解をそれぞれ ψ^{n-1} 、 ψ^n とすると、未知圧力水頭 ψ_1 を加速係数 θ を用いて次式で表わす。

$$\psi_1 = (1-\theta) \cdot \psi_1^{n-1} + \theta \cdot \psi_1^n \quad 0 \leq \theta \leq 1 \quad (4.12)$$

また、式(4.11)の K_{11} 、 K_{12} 、 B_1 は次式の値を用いるものとする。

$$\bar{K}_{11}(\psi_1) = (1-\theta) \cdot K_{11} \psi_1^{n-2} + \theta \cdot K_{11} \psi_1^{n-1} \quad (4.13)$$

$$\bar{K}_{12}(\psi_1) = (1-\theta) \cdot K_{12} \psi_1^{n-2} + \theta \cdot K_{12} \psi_1^{n-1} \quad (4.14)$$

$$\bar{B}_1(\psi_1) = (1-\theta) \cdot B_1 \psi_1^{n-2} + \theta \cdot B_1 \psi_1^{n-1} \quad (4.15)$$

式(4.12)、(4.13)、(4.14)、(4.15)を式(4.11)に代入して整理すると、最終的に繰り返し計算で解く式は次式になる。

$$\bar{K}_{11}(\psi_1) \cdot \psi_1^n = \frac{1}{\theta} \cdot \{Q_1 - q_1 - \bar{B}_1(\psi_1) - \bar{K}_{12}(\psi_1) \cdot \psi_2\} - \frac{1-\theta}{\theta} \cdot \bar{K}_{11}(\psi_1) \cdot \psi_1^{n-1} \quad (4.16)$$

上記の式(4.16)式で $n-1$ ステップの ψ_1^{n-1} を用いて n ステップの ψ_1^n を計算し、次の収束条件を満たすまで繰り返し計算を行なう。

$$|\psi_1^n - \psi_1^{n-1}| \leq \delta \quad (4.17)$$

ここで、 δ は微小な正の定数である。

以上の繰り返し計算の各ステップでは、浸出点以下の飽和領域となる境界は圧力指定(大気圧)境界 $\partial\Omega_\psi$ に、また浸出点以上の不飽和領域となる境界は流量指定境界 $\partial\Omega_q$ に設定して解析を行う。

4.3 線形一次近似法

透水係数などの地盤物性値の不確定性に伴い、地下水流動の予測解析の結果も影響を受ける。ここでは空間的に分布する地盤物性値を確率的に扱い、予測解析を行う場合の近似理論である線形一次近似法の理論を示す。なお、ここでは4.1節の定常流を対象とした飽和・不飽和浸透流解析を基礎として式展開を行う。また、飽和透水係数のみが空間的に分布するものと仮定する。

はじめに、微小な m 個の不確定要因を含むものとして式(4.18)の確率ベクトル ε を考え、その確率特性は式(4.19)、(4.20)で与えられるものとする。

$$\varepsilon = \{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_p, \dots, \varepsilon_m\}^T \quad (4.18)$$

$$E[\varepsilon] = \bar{\varepsilon} = \{\bar{\varepsilon}_1, \bar{\varepsilon}_2, \dots, \bar{\varepsilon}_p, \dots, \bar{\varepsilon}_m\}^T \quad (4.19)$$

$$E[(\varepsilon - \bar{\varepsilon})(\varepsilon - \bar{\varepsilon})^T] = Cov[\varepsilon_k, \varepsilon_l] \quad (4.20)$$

ここで ε_p は p 番目の要素で定義される飽和透水係数に対応する不確定成分とする。

先の式(4.5)において、 K と B が確率ベクトル ε の関数と考えると、圧力水頭 ψ も確率ベクトル ε の関数となり式(4.21)で表わされる。以下では、節点を r, s の添え字で示すものとし、圧力水頭 ψ の成分 ψ_r などで式展開する。

$$\psi_r(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_p, \dots, \varepsilon_m) = \psi_r(\varepsilon) \quad (4.21)$$

圧力水頭 ψ を平均値 $\bar{\varepsilon}$ の近傍でテーラー展開し、その2次以上の高次項を無視すれば次式のようになる。

$$\psi_r \approx \psi_r(\bar{\varepsilon}) + \sum_{k=1}^m \left(\frac{\partial \psi_r}{\partial \varepsilon_k} \right)_{\langle \bar{\varepsilon}_k \rangle} (\varepsilon_k - \bar{\varepsilon}_k) \quad (4.22)$$

ψ_r の平均値と共分散は次式で求めることができる。

$$\begin{aligned} E[\psi_r] &\approx E \left[\psi_r(\bar{\varepsilon}) + \sum_{k=1}^m \left(\frac{\partial \psi_r}{\partial \varepsilon_k} \right)_{\langle \bar{\varepsilon}_k \rangle} (\varepsilon_k - \bar{\varepsilon}_k) \right] \\ &= \psi_r(\bar{\varepsilon}) + \sum_{k=1}^m \left(\frac{\partial \psi_r}{\partial \varepsilon_k} \right)_{\langle \bar{\varepsilon}_k \rangle} E[\varepsilon_k - \bar{\varepsilon}_k] \\ &= \psi_r(\bar{\varepsilon}) \end{aligned} \quad (4.23)$$

$$\begin{aligned}
Cov[\psi_r, \psi_s] &= E[(\psi_r - E[\psi_r]), (\psi_s - E[\psi_s])] \\
&\approx E\left[\left\{\sum_{k=1}^m \left(\frac{\partial \psi_r}{\partial \varepsilon_k}\right)_{\langle \bar{\varepsilon}_k \rangle} (\varepsilon_k - \bar{\varepsilon}_k)\right\}, \left\{\sum_{l=1}^m \left(\frac{\partial \psi_s}{\partial \varepsilon_l}\right)_{\langle \bar{\varepsilon}_l \rangle} (\varepsilon_l - \bar{\varepsilon}_l)\right\}\right] \\
&= \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^m \left(\frac{\partial \psi_r}{\partial \varepsilon_k}\right)_{\langle \bar{\varepsilon}_k \rangle} \left(\frac{\partial \psi_s}{\partial \varepsilon_l}\right)_{\langle \bar{\varepsilon}_l \rangle} E[(\varepsilon_k - \bar{\varepsilon}_k), (\varepsilon_l - \bar{\varepsilon}_l)] \\
&= \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^m \left(\frac{\partial \psi_r}{\partial \varepsilon_k}\right)_{\langle \bar{\varepsilon}_k \rangle} \left(\frac{\partial \psi_s}{\partial \varepsilon_l}\right)_{\langle \bar{\varepsilon}_l \rangle} Cov[\varepsilon_k, \varepsilon_l] \quad (4.24)
\end{aligned}$$

次に、流速 v に関する平均値と共分散を求める。ここでは、流速を2次元状態を考えると要素の流速が2成分あり、要素間ではこれらの組み合わせで共分散が存在する。したがって、要素を p, q の添え字で示し、2次元の各成分を i, j ($i, j = 1, 2$) の添え字で示すものとする。先と同様、式(4.5)において K と B が確率ベクトル ε の関数と考えると、流速 v_p も確率ベクトル ε の関数となる。以下では、流速 v_p の成分 v_{pi} で式展開する。

$$v_{pi}(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_j, \dots, \varepsilon_m) = v_{pi}(\varepsilon) \quad (4.25)$$

流速 v_p を平均値 $\bar{\varepsilon}$ の近傍でテーラー展開し、その2次以上の高次項を無視すれば次式のようになる。

$$v_{pi} \approx v_{pi}(\bar{\varepsilon}) + \sum_{k=1}^m \left(\frac{\partial v_{pi}}{\partial \varepsilon_k}\right)_{\langle \bar{\varepsilon}_k \rangle} (\varepsilon_k - \bar{\varepsilon}_k) \quad (4.26)$$

v_{pi} の平均値と共分散は次式で求めることができる。

$$\begin{aligned}
E[v_{pi}] &\approx E\left[v_{pi}(\bar{\varepsilon}) + \sum_{k=1}^m \left(\frac{\partial v_{pi}}{\partial \varepsilon_k}\right)_{\langle \bar{\varepsilon}_k \rangle} (\varepsilon_k - \bar{\varepsilon}_k)\right] \\
&= v_{pi}(\bar{\varepsilon}) + \sum_{k=1}^m \left(\frac{\partial v_{pi}}{\partial \varepsilon_k}\right)_{\langle \bar{\varepsilon}_k \rangle} E[\varepsilon_k - \bar{\varepsilon}_k] \\
&= v_{pi}(\bar{\varepsilon}) \quad (4.27)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Cov[v_{pi}, v_{qj}] &= E[(v_{pi} - E[v_{pi}]), (v_{qj} - E[v_{qj}])] \\
&\approx E\left[\left\{\sum_{k=1}^m \left(\frac{\partial v_{pi}}{\partial \varepsilon_k}\right)_{\langle \bar{\varepsilon}_k \rangle} (\varepsilon_k - \bar{\varepsilon}_k)\right\}, \left\{\sum_{l=1}^m \left(\frac{\partial v_{qj}}{\partial \varepsilon_l}\right)_{\langle \bar{\varepsilon}_l \rangle} (\varepsilon_l - \bar{\varepsilon}_l)\right\}\right] \\
&= \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^m \left(\frac{\partial v_{pi}}{\partial \varepsilon_k}\right)_{\langle \bar{\varepsilon}_k \rangle} \left(\frac{\partial v_{qj}}{\partial \varepsilon_l}\right)_{\langle \bar{\varepsilon}_l \rangle} E[(\varepsilon_k - \bar{\varepsilon}_k), (\varepsilon_l - \bar{\varepsilon}_l)]
\end{aligned}$$

$$= \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^m \left(\frac{\partial v_{pi}}{\partial \varepsilon_k}\right)_{\langle \bar{\varepsilon}_k \rangle} \left(\frac{\partial v_{qj}}{\partial \varepsilon_l}\right)_{\langle \bar{\varepsilon}_l \rangle} Cov[\varepsilon_k, \varepsilon_l] \quad (4.28)$$

以上の式(4.23), (4.24)において、 $\psi_r(\bar{\varepsilon})$ と $\left(\frac{\partial \psi_r}{\partial \varepsilon_k}\right)_{\langle \bar{\varepsilon}_k \rangle}$ を求めれば、平均値 $E[\psi_r]$ と共分散 $Cov[\psi_r, \psi_s]$ を計算することができる。同様に式(4.27), (4.28)において、 $v_{pi}(\bar{\varepsilon})$ と $\left(\frac{\partial v_{pi}}{\partial \varepsilon_k}\right)_{\langle \bar{\varepsilon}_k \rangle}$ を求めれば、平均値 $E[v_{pi}]$ と共分散 $Cov[v_{pi}, v_{qj}]$ を計算することができる。

4.4 線形一次近似法を用いた飽和・不飽和浸透流解析の定式化

線形一次近似により圧力水頭および流速の平均値と共分散を求めるために、飽和・不飽和浸透流解析に基づいた確率有限要素法の定式化を行なう。

4.4.1 圧力水頭の平均値と共分散

圧力水頭の平均値を求めるには式(4.23)に従って圧力水頭 $\psi(\bar{\varepsilon})$ を計算すればよい。これには、確率ベクトル ε の平均値 $E[\varepsilon]$ を用いて K, B を求め、4.2節の確定論による有限要素解析の繰り返し計算を行なえばよい。以下では簡単にその手順を示す。

飽和・不飽和の両領域を対象として、各要素内の透水テンソル $K_{ij}(\psi)$ は次式で表わされるものとする。

$$K_{ij}(\psi) = \gamma^e \bar{K}_{ij}^s K^r(\psi) \quad (4.29)$$

ここに、 γ^e は式(4.18)に示した要素 e の確率変数 ε_e の関数であり、 \bar{K}_{ij}^s は要素 e の飽和透水テンソルの平均値、 $K^r(\psi)$ は圧力水頭に依存する透水係数比である。透水係数比 $K^r(\psi)$ は、不飽和領域では $0 \leq K^r(\psi) < 1.0$ の値となり、飽和領域では $K^r(\psi) = 1.0$ となる。

飽和透水係数が対数正規分布する場合は、飽和透水テンソルの平均値 \bar{K}_{ij}^s と γ^e の具体的な関数形は次式で与えられる。

$$\log_{10} \bar{K}_{ij}^s = E(\log_{10} K_{ij}^s) \quad (4.30)$$

$$\log_{10} \gamma^e = \varepsilon_e = \log_{10} K_{ij}^s - E(\log_{10} K_{ij}^s) \quad (4.31)$$

したがって、式(4.29)において確率変数の関数 γ^e が確定値1の場合、確定論における透水テンソルを表わすことになる。 $K^r(\psi)$ は圧力水頭に依存し、圧力水頭 ψ は4.2節で定式化した有限要素法では節点で求められるため、各要素内において次式で近似する。

$$K^r(\psi) = \sum_{l=1}^n N_l K_l^r(\psi_l) \quad (4.32)$$

ここに $K_l^r(\psi_l)$ は節点の圧力水頭 ψ_l に依存して計算される節点の透水係数比で、 N_l は各節点で定義される形状関数、 n は要素の節点数である。式(4.32)式を式(4.29)に代入すると次式が得られる。

$$K_{ij}(\psi) = \gamma^e \bar{K}_{ij}^s \left\{ \sum_{l=1}^n N_l K_l^r(\psi_l) \right\} \quad (4.33)$$

したがって、確率ベクトル ε の平均値 $E[\varepsilon]$ を用いて γ^e を求め、式(4.33)の透水テンソル $K_{ij}(\psi)$ を算定する。次に式(4.6)、(4.7)を計算して K, B を求め、先の繰り返し計算で ψ を求めれば平均値 $\bar{\varepsilon}$ での $\psi(\bar{\varepsilon})$ が求められる。

次に、式(4.24)の圧力水頭の共分散を計算するため、圧力水頭の偏微分を求める。先の式(4.5)を成分で表わし、両辺を ε_k で偏微分すると次式が得られる。

$$\frac{\partial K_{\alpha\beta}}{\partial \varepsilon_k} \psi_\beta + K_{\alpha\beta} \frac{\partial \psi_\beta}{\partial \varepsilon_k} + \frac{\partial B_\beta}{\partial \varepsilon_k} = 0 \quad (4.34)$$

ここで、 $\beta (\beta = 1, 2, \dots, N)$ は総和規約に従う。式(4.34)の左辺第1項の偏微分は、式(4.6)、(4.33)を用いて次式のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial K_{\alpha\beta}}{\partial \varepsilon_k} &= \frac{\partial}{\partial \varepsilon_k} \left[\sum_{e=1}^M \int_{\Omega_e} \gamma^e \bar{K}_{ij}^s \left\{ \sum_{l=1}^n N_l K_l^r(\psi_l) \right\} \frac{\partial N_\alpha}{\partial x_i} \frac{\partial N_\beta}{\partial x_j} dV \right] \\ &= \sum_{e=1}^M \frac{\partial \gamma^e}{\partial \varepsilon_k} \bar{K}_{ij}^s \int_{\Omega_e} \left\{ \sum_{l=1}^n N_l K_l^r(\psi_l) \right\} \frac{\partial N_\alpha}{\partial x_i} \frac{\partial N_\beta}{\partial x_j} dV \\ &\quad + \sum_{e=1}^M \gamma^e \bar{K}_{ij}^s \int_{\Omega_e} \left\{ \sum_{l=1}^n N_l \frac{\partial K_l^r(\psi_l)}{\partial \varepsilon_k} \right\} \frac{\partial N_\alpha}{\partial x_i} \frac{\partial N_\beta}{\partial x_j} dV \\ &= \sum_{e=1}^M \sum_{l=1}^n \frac{\partial \gamma^e}{\partial \varepsilon_k} \bar{K}_{ij}^s K_l^r(\psi_l) \int_{\Omega_e} N_l \frac{\partial N_\alpha}{\partial x_i} \frac{\partial N_\beta}{\partial x_j} dV \\ &\quad + \sum_{e=1}^M \gamma^e \bar{K}_{ij}^s \int_{\Omega_e} \left\{ \sum_{l=1}^n N_l \sum_{m=1}^N \left(\frac{\partial \psi_m}{\partial \varepsilon_k} \frac{\partial K_l^r(\psi_l)}{\partial \psi_m} \right) \right\} \frac{\partial N_\alpha}{\partial x_i} \frac{\partial N_\beta}{\partial x_j} dV \\ &= \sum_{e=1}^M \sum_{l=1}^n \frac{\partial \gamma^e}{\partial \varepsilon_k} \bar{K}_{ij}^s K_l^r(\psi_l) \int_{\Omega_e} N_l \frac{\partial N_\alpha}{\partial x_i} \frac{\partial N_\beta}{\partial x_j} dV \\ &\quad + \sum_{m=1}^N \frac{\partial \psi_m}{\partial \varepsilon_k} \sum_{e=1}^M \sum_{l=1}^n \gamma^e \bar{K}_{ij}^s \frac{\partial K_l^r(\psi_l)}{\partial \psi_m} \int_{\Omega_e} N_l \frac{\partial N_\alpha}{\partial x_i} \frac{\partial N_\beta}{\partial x_j} dV \\ &= K_{\alpha\beta,k}^{(\varepsilon)} + \sum_{m=1}^N K_{\alpha\beta m}^{(\psi)} \frac{\partial \psi_m}{\partial \varepsilon_k} \quad (4.35) \end{aligned}$$

$$K_{\alpha\beta,k}^{(\varepsilon)} = \sum_{e=1}^M \sum_{l=1}^n \frac{\partial \gamma^e}{\partial \varepsilon_k} \bar{K}_{ij}^s K_l^r(\psi_l) \int_{\Omega_e} N_l \frac{\partial N_\alpha}{\partial x_i} \frac{\partial N_\beta}{\partial x_j} dV \quad (4.36)$$

$$K_{\alpha\beta m}^{(\psi)} = \sum_{e=1}^M \sum_{l=1}^n \gamma^e \bar{K}_{ij}^s \frac{\partial K_l^r(\psi_l)}{\partial \psi_m} \int_{\Omega_e} N_l \frac{\partial N_\alpha}{\partial x_i} \frac{\partial N_\beta}{\partial x_j} dV \quad (4.37)$$

ここで、前述のように N は全節点数、 M は全要素数であり、式(4.35)~(4.37)において i, j は総和規約に従う。また、式(4.34)の右辺第3項の偏微分は式(4.7)、(4.33)を用いると次式のようになる。

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial B_\alpha}{\partial \varepsilon_k} &= \frac{\partial}{\partial \varepsilon_k} \left[\sum_{e=1}^M \int_{\Omega_e} \gamma^e \bar{K}_{i3}^s \left\{ \sum_{l=1}^n N_l K_l^\Gamma(\psi_l) \right\} \frac{\partial N_\alpha}{\partial x_i} dV \right] \\
 &= \sum_{e=1}^M \frac{\partial \gamma^e}{\partial \varepsilon_k} \bar{K}_{i3}^s \int_{\Omega_e} \left\{ \sum_{l=1}^n N_l K_l^\Gamma(\psi_l) \right\} \frac{\partial N_\alpha}{\partial x_i} dV \\
 &\quad + \sum_{e=1}^M \gamma^e \bar{K}_{i3}^s \int_{\Omega_e} \left\{ \sum_{l=1}^n N_l \frac{\partial K_l^\Gamma(\psi_l)}{\partial \varepsilon_k} \right\} \frac{\partial N_\alpha}{\partial x_i} dV \\
 &= \sum_{e=1}^M \sum_{l=1}^n \frac{\partial \gamma^e}{\partial \varepsilon_k} \bar{K}_{i3}^s K_l^\Gamma(\psi_l) \int_{\Omega_e} N_l \frac{\partial N_\alpha}{\partial x_i} dV \\
 &\quad + \sum_{e=1}^M \gamma^e \bar{K}_{i3}^s \int_{\Omega_e} \left\{ \sum_{l=1}^n N_l \sum_{m=1}^N \left(\frac{\partial \psi_m}{\partial \varepsilon_k} \frac{\partial K_l^\Gamma(\psi_l)}{\partial \psi_m} \right) \right\} \frac{\partial N_\alpha}{\partial x_i} dV \\
 &= \sum_{e=1}^M \sum_{l=1}^n \frac{\partial \gamma^e}{\partial \varepsilon_k} \bar{K}_{i3}^s K_l^\Gamma(\psi_l) \int_{\Omega_e} N_l \frac{\partial N_\alpha}{\partial x_i} dV \\
 &\quad + \sum_{m=1}^N \frac{\partial \psi_m}{\partial \varepsilon_k} \sum_{e=1}^M \sum_{l=1}^n \gamma^e \bar{K}_{i3}^s \frac{\partial K_l^\Gamma(\psi_l)}{\partial \psi_m} \int_{\Omega_e} N_l \frac{\partial N_\alpha}{\partial x_i} dV \\
 &= B_{\alpha,k}^{(\varepsilon)} + \sum_{m=1}^N B_{\alpha m}^{(\psi)} \frac{\partial \psi_m}{\partial \varepsilon_k} \tag{4.38}
 \end{aligned}$$

$$B_{\alpha,k}^{(\varepsilon)} = \sum_{e=1}^M \sum_{l=1}^n \frac{\partial \gamma^e}{\partial \varepsilon_k} \bar{K}_{i3}^s K_l^\Gamma(\psi_l) \int_{\Omega_e} N_l \frac{\partial N_\alpha}{\partial x_i} dV \tag{4.39}$$

$$B_{\alpha m}^{(\psi)} = \sum_{e=1}^M \sum_{l=1}^n \gamma^e \bar{K}_{i3}^s \frac{\partial K_l^\Gamma(\psi_l)}{\partial \psi_m} \int_{\Omega_e} N_l \frac{\partial N_\alpha}{\partial x_i} dV \tag{4.40}$$

ただし、式(4.38)~(4.40)において i は総和規約に従う。以上の式(4.35)、式(4.38)を式(4.34)に代入すると次式となる。

$$\begin{aligned}
 \sum_{\beta=1}^N \left\{ K_{\alpha\beta,k}^{(\varepsilon)} + \sum_{m=1}^N K_{\alpha\beta m}^{(\psi)} \frac{\partial \psi_m}{\partial \varepsilon_k} \right\} \psi_\beta + \sum_{\beta=1}^N K_{\alpha\beta} \frac{\partial \psi_\beta}{\partial \varepsilon_k} \\
 + \left\{ B_{\alpha,k}^{(\varepsilon)} + \sum_{m=1}^N B_{\alpha m}^{(\psi)} \frac{\partial \psi_m}{\partial \varepsilon_k} \right\} = 0 \tag{4.41}
 \end{aligned}$$

式(4.41)を展開し、偏微分 $\frac{\partial \psi_m}{\partial \varepsilon_k}$ の項でまとめると次式となる。

$$\begin{aligned}
 \sum_{m=1}^N \left\{ K_{\alpha m} + \sum_{\beta=1}^N K_{\alpha\beta m}^{(\psi)} \psi_\beta + B_{\alpha m}^{(\psi)} \right\} \frac{\partial \psi_m}{\partial \varepsilon_k} \\
 = - \left\{ \sum_{\beta=1}^N K_{\alpha\beta,k}^{(\varepsilon)} \psi_\beta + B_{\alpha,k}^{(\varepsilon)} \right\} \tag{4.42}
 \end{aligned}$$

これらの各項は2階のテンソルとなり、次式が得られる。

$$(\mathbf{K} + \mathbf{K}^\psi + \mathbf{B}^\psi) \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon} = -(\mathbf{K}^\varepsilon + \mathbf{B}^\varepsilon) \tag{4.43}$$

$$K_{\alpha m}^\psi = \sum_{\beta=1}^N K_{\alpha\beta m}^{(\psi)} \psi_\beta = \sum_{\beta=1}^N \left\{ \sum_{e=1}^M \sum_{l=1}^n \gamma^e \bar{K}_{ij}^s \frac{\partial K_l^\Gamma(\psi_l)}{\partial \psi_m} \int_{\Omega_e} N_l \frac{\partial N_\alpha}{\partial x_i} \frac{\partial N_\beta}{\partial x_j} dV \right\} \psi_\beta \tag{4.44}$$

$$B_{\alpha m}^\psi = B_{\alpha m}^{(\psi)} = \sum_{e=1}^M \sum_{l=1}^n \gamma^e \bar{K}_{i3}^s \frac{\partial K_l^\Gamma(\psi_l)}{\partial \psi_m} \int_{\Omega_e} N_l \frac{\partial N_\alpha}{\partial x_i} dV \tag{4.45}$$

$$K_{\alpha k}^\varepsilon = \sum_{\beta=1}^N K_{\alpha\beta,k}^{(\varepsilon)} \psi_\beta = \sum_{\beta=1}^N \left\{ \sum_{e=1}^M \sum_{l=1}^n \frac{\partial \gamma^e}{\partial \varepsilon_k} \bar{K}_{ij}^s K_l^\Gamma(\psi_l) \int_{\Omega_e} N_l \frac{\partial N_\alpha}{\partial x_i} \frac{\partial N_\beta}{\partial x_j} dV \right\} \psi_\beta \tag{4.46}$$

$$B_{\alpha k}^\varepsilon = B_{\alpha,k}^{(\varepsilon)} = \sum_{e=1}^M \sum_{l=1}^n \frac{\partial \gamma^e}{\partial \varepsilon_k} \bar{K}_{i3}^s K_l^\Gamma(\psi_l) \int_{\Omega_e} N_l \frac{\partial N_\alpha}{\partial x_i} dV \tag{4.47}$$

\mathbf{K} は先の(4.6)で与えられる $N \times N$ のマトリクスである。また、 \mathbf{K}^ψ 、 \mathbf{B}^ψ は $N \times N$ のマトリクス、 \mathbf{K}^ε 、 \mathbf{B}^ε は $N \times M$ のマトリクスとして表わされる。式(4.43)から $N \times M$ のマトリクス $\frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon}$ は次式で求められる。

$$\frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon} = -(\mathbf{K} + \mathbf{K}^\psi + \mathbf{B}^\psi)^{-1} (\mathbf{K}^\varepsilon + \mathbf{B}^\varepsilon) \tag{4.48}$$

先に示したように平均値 $\bar{\varepsilon}$ を用いて求めた ψ と、同じく平均値 $\bar{\varepsilon}$ における \mathbf{K} 、 \mathbf{K}^ε 、 \mathbf{B}^ε 、 \mathbf{K}^ψ 、 \mathbf{B}^ψ を式(4.6)、(4.44)~(4.47)から求める。この時、 $\frac{\partial \gamma^e}{\partial \varepsilon_k} \frac{\partial K_l^\Gamma(\psi_l)}{\partial \psi_m}$ は同様に平均値 $\bar{\varepsilon}$ における値を用いる。以上の値から式(4.48)を計算することにより、平均値 $\bar{\varepsilon}$ における偏微分の成分 $\left(\frac{\partial \psi_\alpha}{\partial \varepsilon_k} \right)_{\langle \bar{\varepsilon}_k \rangle}$ を求めることができ、これを用いて式(4.24)の圧力水頭の共分散を計算する。なお、式(4.48)の \mathbf{K}^ε 、 \mathbf{B}^ε は確率ベクトル ε の変動による透水マトリクスと位置水頭ベクトルの変化率を示している。また、 \mathbf{K}^ψ 、 \mathbf{B}^ψ は確率ベクトル ε に起因する圧力水頭の変動による透水マトリクスと位置水頭ベクトルの変化率を示している。この項は、基礎方程式である式(4.5)が圧力水頭に関して非線形であるために生ずる項である。

4.4.2 ダルシー流速の平均値と共分散

有限要素法において、要素内のダルシー流速は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} v_{pi} &= K_{ij}(\psi) \sum_{\alpha=1}^{n_p} \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial x_j} \psi_{\alpha} \\ &= \gamma^p \bar{K}_{ij}^* \sum_{l=1}^{n_p} N_l K_l^{\Gamma}(\psi_l) \sum_{\alpha=1}^{n_p} \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial x_j} \psi_{\alpha} \end{aligned} \quad (4.49)$$

以上の式中の添え字 p は式(4.25)と同様に要素 p を表わし、 N_{α} は要素形状関数、 n_p は要素の節点数である。式(4.49)の γ^p と ψ_l に確率ベクトル ε の平均値 $\bar{\varepsilon}$ を用いて計算した値を用いれば、ダルシー流速 $v(\bar{\varepsilon})$ を求めることができる。

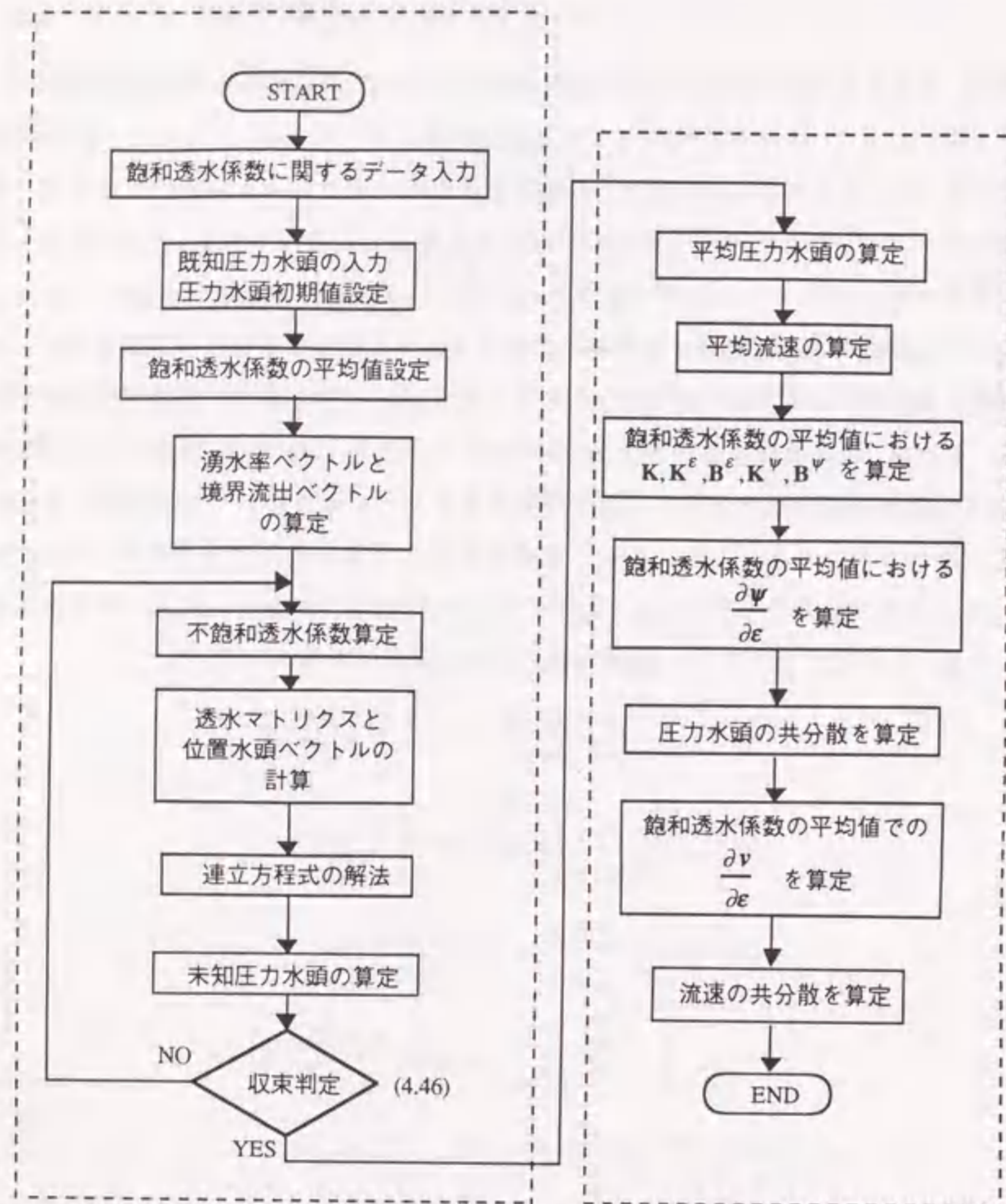
次に、式(4.28)に示したダルシー流速の共分散を計算するため、流速の偏微分を求める。式(4.49)の両辺を ε_k で微分すると次式となる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_{pi}}{\partial \varepsilon_k} &= \frac{\partial}{\partial \varepsilon_k} \left[\gamma^p \bar{K}_{ij}^* \left\{ \sum_{l=1}^{n_p} N_l K_l^{\Gamma}(\psi_l) \right\} \left\{ \sum_{\alpha=1}^{n_p} \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial x_j} \psi_{\alpha} \right\} \right] \\ &= \bar{K}_{ij}^* \frac{\partial \gamma^p}{\partial \varepsilon_k} \left\{ \sum_{l=1}^{n_p} N_l K_l^{\Gamma}(\psi_l) \right\} \left\{ \sum_{\alpha=1}^{n_p} \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial x_j} \psi_{\alpha} \right\} \\ &\quad + \gamma^p \bar{K}_{ij}^* \left\{ \sum_{l=1}^{n_p} N_l \frac{\partial K_l^{\Gamma}(\psi_l)}{\partial \varepsilon_k} \right\} \left\{ \sum_{\alpha=1}^{n_p} \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial x_j} \psi_{\alpha} \right\} \\ &\quad + \gamma^p \bar{K}_{ij}^* \left\{ \sum_{l=1}^{n_p} N_l K_l^{\Gamma}(\psi_l) \right\} \left\{ \sum_{\alpha=1}^{n_p} \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial x_j} \frac{\partial \psi_{\alpha}}{\partial \varepsilon_k} \right\} \\ &= \bar{K}_{ij}^* \frac{\partial \gamma^p}{\partial \varepsilon_k} \left\{ \sum_{l=1}^{n_p} N_l K_l^{\Gamma}(\psi_l) \right\} \left\{ \sum_{\alpha=1}^{n_p} \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial x_j} \psi_{\alpha} \right\} \\ &\quad + \gamma^p \bar{K}_{ij}^* \sum_{l=1}^{n_p} \left[N_l \sum_{m=1}^{n_p} \left\{ \frac{\partial \psi_m}{\partial \varepsilon_k} \frac{\partial K_l^{\Gamma}(\psi_l)}{\partial \psi_m} \right\} \right] \left\{ \sum_{\alpha=1}^{n_p} \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial x_j} \psi_{\alpha} \right\} \\ &\quad + \gamma^p \bar{K}_{ij}^* \left\{ \sum_{l=1}^{n_p} N_l K_l^{\Gamma}(\psi_l) \right\} \left\{ \sum_{\alpha=1}^{n_p} \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial x_j} \frac{\partial \psi_{\alpha}}{\partial \varepsilon_k} \right\} \end{aligned} \quad (4.50)$$

式(4.50)の γ^p , ψ には確率ベクトル ε の平均値 $\bar{\varepsilon}$ での値を、また $\frac{\partial K_l^{\Gamma}}{\partial \psi_m}$ には $\psi(\bar{\varepsilon})$ での値を用いる。さらに、 $\frac{\partial \psi_m}{\partial \varepsilon_k}$ は式(4.48)で計算した圧力水頭の偏微分を用いれば流速の偏微分の成分 $\left(\frac{\partial v_{pi}}{\partial \varepsilon_k} \right)_{\langle \bar{\varepsilon} \rangle}$ を求めることができる。これを用いて式(4.28)のダルシー流速の共分散を計算する。

4.4.3 確率有限要素法による飽和・不飽和浸透流の解析フロー

飽和・不飽和浸透流を対象とした線形一次近似法に基づく確率有限要素法の解析フローを図4.2に示す。解析の手順は大きく2つの部分に分けられる。すなわち、図4.2の左側のブロックに示される従来の飽和・不飽和浸透流解析のフローに相当する部分と、同図の右側のブロックに示される推定誤差の解析に相当する部分である。従来の飽和・不飽和浸透流解析のフローに相当する部分は入力データとして飽和透水係数の平均値を用い、それに対する圧力水頭の平均値を算定する。これが圧力水頭の推定値となる。推定誤差を解析する部分では、まず求まっている圧力水頭の平均値から流速の平均値を求める。その後、圧力水頭の偏微分を求めるため、式(4.6), (4.44)~(4.47)を計算する。これを用いて式(4.48)から圧力水頭の偏微分が算定され、式(4.24)を用いて圧力水頭の共分散を求めることができる。これより圧力水頭に関する推定誤差が評価される。次に、式(4.50)から流速の偏微分を算定し、これから式(4.28)を用いてダルシー流速の共分散が求められる。この値からダルシー流速に関する推定誤差が評価される。



従来の(確定論的)飽和・不飽和浸透流解析
(飽和透水係数の平均値を使用して
圧力水頭の推定値(平均値)を算定)

圧力水頭と流速の推定誤差(分散)の解析

図 4.2: 確率有限要素法による飽和・不飽和浸透流解析の解析フロー

4.5 飽和・不飽和浸透流を対象とした線形一次近似法の適用性の検討

一般に平均値まわりの線形一次近似法を用いた確率有限要素法では、確率分布する飽和透水係数と未知量である圧力水頭の関係が線形であれば、解析結果(圧力水頭)の平均値が真の平均値と一致する。しかし、飽和・不飽和浸透流解析では、飽和透水係数と圧力水頭の関係が非線形であるため、これらは一般に一致しない。先の式(4.5)から圧力水頭ベクトル ψ と透水係数マトリクス $K(\psi)$ との関係は式(4.51)のように表わされる。

$$\psi = K(\psi)^{-1}Q^*(\psi) \quad (4.51)$$

ここで、 $K(\psi)$ は、式(4.6)の透水係数マトリクスで、 $Q^*(\psi)$ は湧水率ベクトル Q 、境界流出ベクトル q 、位置水頭ベクトル $B(\psi)$ から再定義されるベクトルである。飽和領域のみを対象とする解析においては $K(\psi)$ と $Q^*(\psi)$ が、それぞれ定数マトリクス $K(\psi) = K$ と定数ベクトル $Q^*(\psi) = Q^*$ になるが、飽和透水係数と圧力水頭の関係が非線形性であることに変わりはない。

一方、不飽和領域が存在することにより式(4.11)に示す既知量と未知量の関係も非線形となる。これは飽和透水係数が確定値である場合にも生じる性質で、4.2節で述べた繰り返し計算により解が求められる。このように2種類の非線形性が存在するため、これらの影響を検討する必要がある。

まず飽和領域のみを対象として、確率分布する飽和透水係数と未知量である圧力水頭の関係における非線形性に着目して、簡単な浸透場で解析結果の特性を調べる。その1つとして1次元の飽和浸透流を対象とし、飽和透水係数が分布する確率場において解析を実施し、圧力水頭などの解析結果の特徴を調べる。また、2次元の飽和浸透流を対象として、同様の解析を行う。これらの解析結果は、モンテカルロ法による解析結果と比較して線形一次近似法の解析の妥当性を確認する。ここでの解析は、透水係数が母集団としての確率場の特性を有する場合、透水係数の不確実性が浸透流解析結果への程度影響するかを示すものである。

次に、条件付き確率場を対象とする解析を行う。この解析には第3章で示した透水係数の空間分布の推定結果を用いて、2次元の飽和浸透流解析を行う。第3章のクリッキングによる推定結果は、いくつかの測定値が与えられた場合の条件付き確率場を求めている。したがって、透水係数の測定値から空間分布を推定することにより透水係数の不

確定性が減少し、これを反映して圧力水頭などの解析結果の推定誤差が減少することを確認する。

以上の検討を行ったのち、2種類の非線形性が存在することによる線形一次近似法の適用性を検証する。この解析には、先の2次元の解析領域において、不飽和領域が存在するように境界条件を設定し、線形一次近似法とモンテカルロ法による解析結果を比較して検討する。また、この場合に不飽和透水特性の影響についても調べる。さらに、飽和透水係数の不確定性の大きさを変えて解析を行い、線形一次近似法の適用限界について考察する。

なお、平均値まわりの線形一次近似では、推定値として透水係数の平均値から地下水位の平均値が求められる。また、地下水位の推定誤差は標準偏差により表示する。したがって、以下では推定値と推定誤差に代えて平均値と標準偏差として表わす。さらに、透水係数は対数正規分布するものとし、単位 cm/s の透水係数の常用対数值（対数透水係数と呼ぶ）を用いて平均値や分散を示す。

4.5.1 解析ケースと解析条件

ここで実施する解析ケースはその目的に応じて表4.1に示す8ケースを設定する。これらの解析ケースの飽和透水係数の確率特性は表4.2に示す。以下に各ケースの解析条件を説明する。

CASE-1とCASE-2は、飽和状態において確率有限要素法から求まる圧力水頭やダルシー流速の平均値と標準偏差を、モンテカルロ法から求まる値と比較し検証を行う。このうち、CASE-1は1次元モデルにおいて均質確率場を設定する。全要素が対数透水係数の平均値-6と標準偏差0.667を有する同一の母集団に従うものと仮定し、要素間で相関を有するモデルとする。相関性は次式の自己相関関数を仮定し、相関パラメータは $a_z = 1.0m$ とする。

$$\rho_Z(h) = \exp\left(-\frac{|h|}{a_z}\right) \quad (4.52)$$

この場合の解析モデルは図4.3に示す。境界条件は上端に12m、下端に10mの全水頭を与えて、飽和浸透流が生じる状態とする。

次に、CASE-2は同様に1次元モデルを対象とするが、不均質な確率場を設定する。ここでは、簡単のため1次元の各要素が2種類の独立な母集団（平均値と標準偏差）を

持つモデルを仮定する。このため厳密には確率場とは言えないが、簡単なモデルを想定したほうが実際の現象を把握し易いと判断して設定した。2種類の母集団は対数透水係数の平均値がそれぞれ-6と-5と1オーダー異なり、標準偏差は同一で0.667とする。以上の2種類の母集団を、要素の順番に従って交互に割り当てたモデルとする。この解析モデルと境界条件を図4.4に示すが、境界条件についてはCASE-1と同様である。

また、CASE-3は2次元モデルを対象として均質確率場を設定する。確率場の特性として、同様に対数正規分布を仮定し、対数透水係数の平均値-6、標準偏差0.667で、自己相関関数は式(4.53)を仮定する。

$$\rho_Z(h) = \exp\left[-\left\{\left(\frac{h_z}{a_z}\right)^2 + \left(\frac{h_z}{a_z}\right)^2\right\}^{1/2}\right] \quad (4.53)$$

式(4.53)の相関パラメータは $a_x = 1.0m$, $a_z = 1.0m$ とする。この場合にも飽和浸透流が発生するように、図4.5に示す境界条件を設定する。なお、この解析ケースは次に示すCASE-3AとCASE-3Bの条件付き確率場の母集団となる確率場である。このことから、以下のCASE-3AとCASE-3Bの解析結果の比較対象となる。

以上の解析結果をモンテカルロ法の解析結果と比較するが、モンテカルロ法の計算回数はCASE-1, CASE-2, CASE-3では1000回実施するものとする。モンテカルロ法によるモデルの作成方法として、まず、各相関関数により要素中心距離に依存した相関を持つ共分散マトリクスを作成する。次に、各確率特性を有する母集団から発生させた乱数に、共分散マトリクスをコレスキー分解して得られる下三角マトリクスを乗じて透水係数の空間分布モデルを作成する[80]。

CASE-3AとCASE-3Bは、先の第3章で示したクリッキングの推定結果を用いるケースである。2次元領域内に透水係数の測定点が存在する場合、これを用いて透水係数の空間分布推定を行い、推定結果である透水係数の平均値と標準偏差を確率有限要素法の入力データとして用いて浸透流解析を行う。第3章で示したように、CASE-3Aは測定値が全て母集団の平均値となる特種な場合で、CASE-3Bでは同一の確率特性を有する母集団からCASE-3Aと同じ観測点位置で1組の測定値（標本場）を発生させ、それぞれの測定値を用いて推定した結果である。以上の推定結果を用いた解析結果を、CASE-3の解析結果と比較して、クリッキングの効果を確認する。なお、解析モデルは図4.5と同一とし、飽和浸透流の発生する場で解析結果を検討する。

不飽和領域が存在する場合の2種類の非線形の影響を検討することを目的として

CASE-4, CASE-5, CASE-6の3ケースを設定する。これらの個々の解析結果はモンテカルロ法の解析結果と比較する。この場合のモンテカルロ法の計算回数はCASE-4, CASE-5, CASE-6の各ケースで500回実施とし、モデルの作成方法は他のケースと同様である。また、各ケースを相互に比較して、以下のような影響を検討する。まず、CASE-4の確率特性は、CASE-3と同様な確率場を基本とし、CASE-3とCASE-4を比較することで不飽和領域が存在することの影響を調べる。CASE-5ではCASE-4の不飽和領域での透水特性を変え、これによる解析結果への影響を調べる。CASE-4およびCASE-6で用いた水分特性曲線と透水係数比の関係を図4.6に、CASE-5で用いた同様の関係を図4.7に示す。さらに、CASE-6ではCASE-4の標準偏差を減少させ不確定性を少なくし、解析結果への影響を調べる。以上のCASE-4, CASE-5, CASE-6の解析では境界条件は同一で、図4.8に示すものである。すなわち、図4.8に示すように領域の一方の外水位を6mに設定し、領域内部に不飽和領域が発生するモデルを設定する。

表 4.1: 解析ケース

解析ケース	次元	飽和, 飽和・不飽和	確率場, 条件付き確率場	比較対象	備考
CASE-1	1	飽和	確率場 (均質)	モンテカルロ法	
CASE-2	1	飽和	確率場 (不均質)	モンテカルロ法	不均質な 確率場の検討
CASE-3	2	飽和	確率場 (均質)	モンテカルロ法	
CASE-3A	2	飽和	条件付き確率場	CASE-3 CASE-3B	クリッキングによる 推定結果 (CASE-A) を使用
CASE-3B	2	飽和	条件付き確率場	CASE-3 CASE-3A	クリッキングによる 推定結果 (CASE-B) を使用
CASE-4	2	飽和・不飽和	確率場 (均質)	モンテカルロ法 CASE-5 CASE-6	不飽和領域の 影響を検討
CASE-5	2	飽和・不飽和	確率場 (均質)	モンテカルロ法 CASE-4 CASE-6	不飽和特性曲線の 影響を検討
CASE-6	2	飽和・不飽和	確率場 (均質)	モンテカルロ法 CASE-4 CASE-5	不確定性の大きさの 影響を検討

表 4.2: 飽和透水係数の確率特性

解析ケース	対数透水係数に関する確率特性 (対数透水係数: 単位cm/sの透水係数の常用対数值)
CASE-1	均質確率場 平均値: $\mu_k = -6.0$, 標準偏差: $\sigma_k = 0.667$, 相関パラメータ: $a_z = 1.0m$
CASE-2	不均質確率場 (要素番号1,3,5,7,9) 平均値: $\mu_{k1} = -6.0$, 標準偏差: $\sigma_{k1} = 0.667$ (要素番号2,4,6,8,10) 平均値: $\mu_{k2} = -5.0$, 標準偏差: $\sigma_{k2} = 0.667$
CASE-3	均質確率場 平均値: $\mu_k = -6.0$, 標準偏差: $\sigma_k = 0.667$, 相関パラメータ: $a_x = 1.0m, a_z = 1.0m$
CASE-3A	条件付き確率場 以下の平均値を9箇所の測定点に設定し, クリッキングにより推定した結果(条件付き確率場)を使用. 平均値: $\mu_k = -6.0$, 標準偏差: $\sigma_k = 0.667$, 相関パラメータ: $a_x = 1.0m, a_z = 1.0m$
CASE-3B	条件付き確率場 以下の確率特性から9箇所の測定点に1組の標本を発生し, クリッキングにより推定した結果(条件付き確率場)を使用. 平均値: $\mu_k = -6.0$, 標準偏差: $\sigma_k = 0.667$, 相関パラメータ: $a_x = 1.0m, a_z = 1.0m$
CASE-4	均質確率場 平均値: $\mu_k = -6.0$, 標準偏差: $\sigma_k = 0.667$, 相関パラメータ: $a_x = 1.0m, a_z = 1.0m$
CASE-5	均質確率場 平均値: $\mu_k = -6.0$, 標準偏差: $\sigma_k = 0.667$, 相関パラメータ: $a_x = 1.0m, a_z = 1.0m$
CASE-6	均質確率場 平均値: $\mu_k = -6.0$, 標準偏差: $\sigma_k = 0.333$, 相関パラメータ: $a_x = 1.0m, a_z = 1.0m$

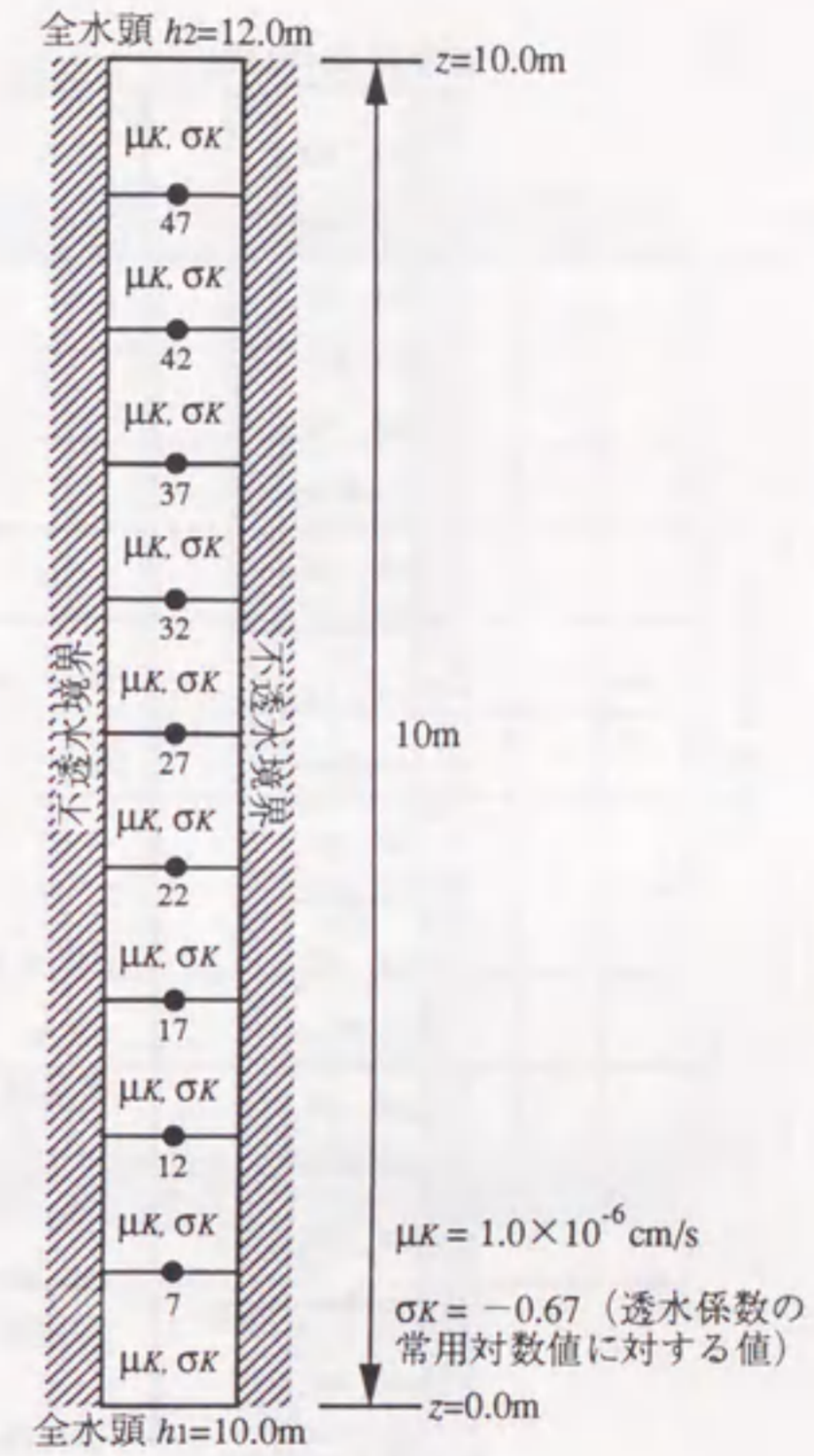


図 4.3: CASE-1の解析モデルと境界条件

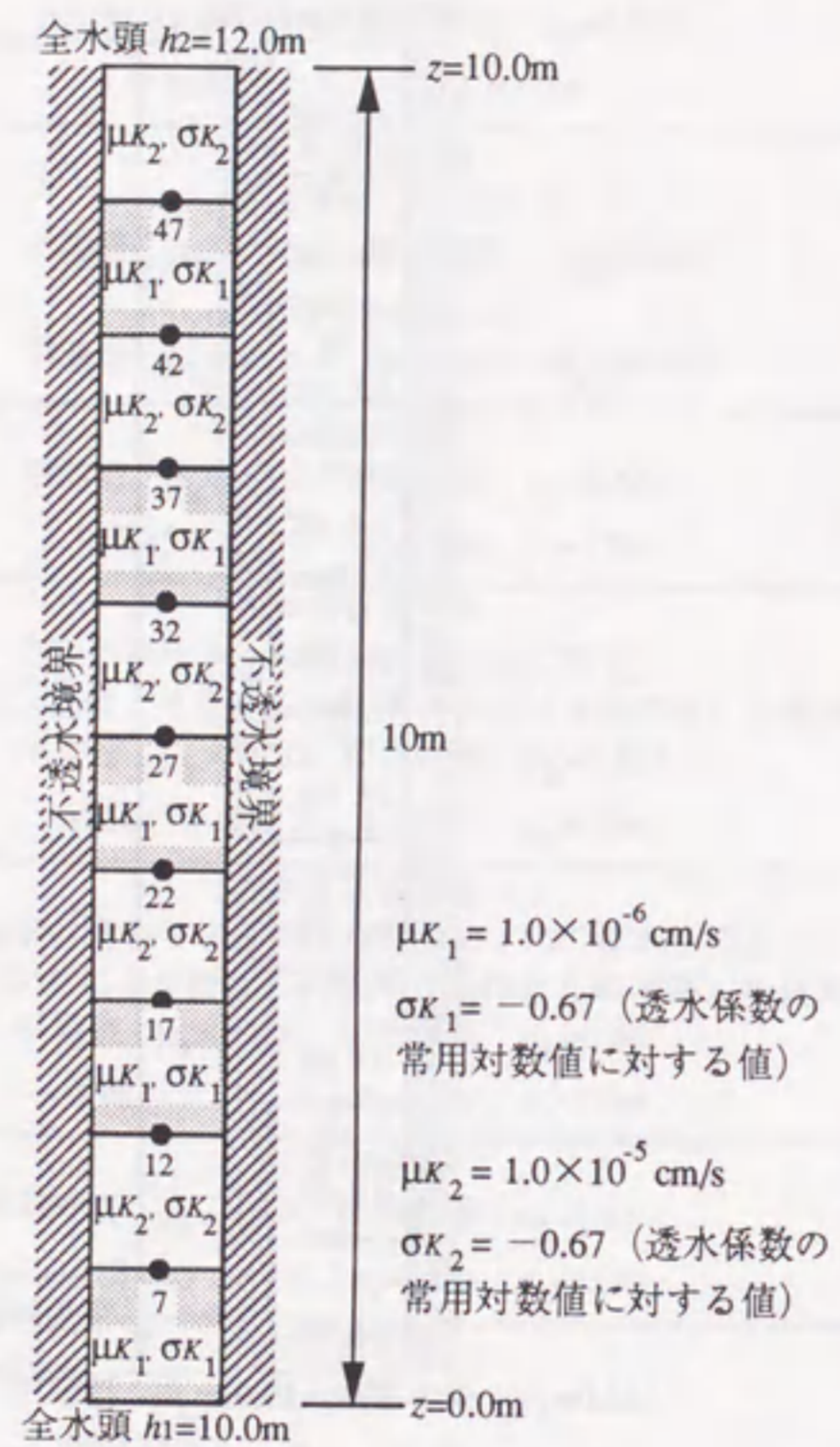


図 4.4: CASE-2 の解析モデルと境界条件

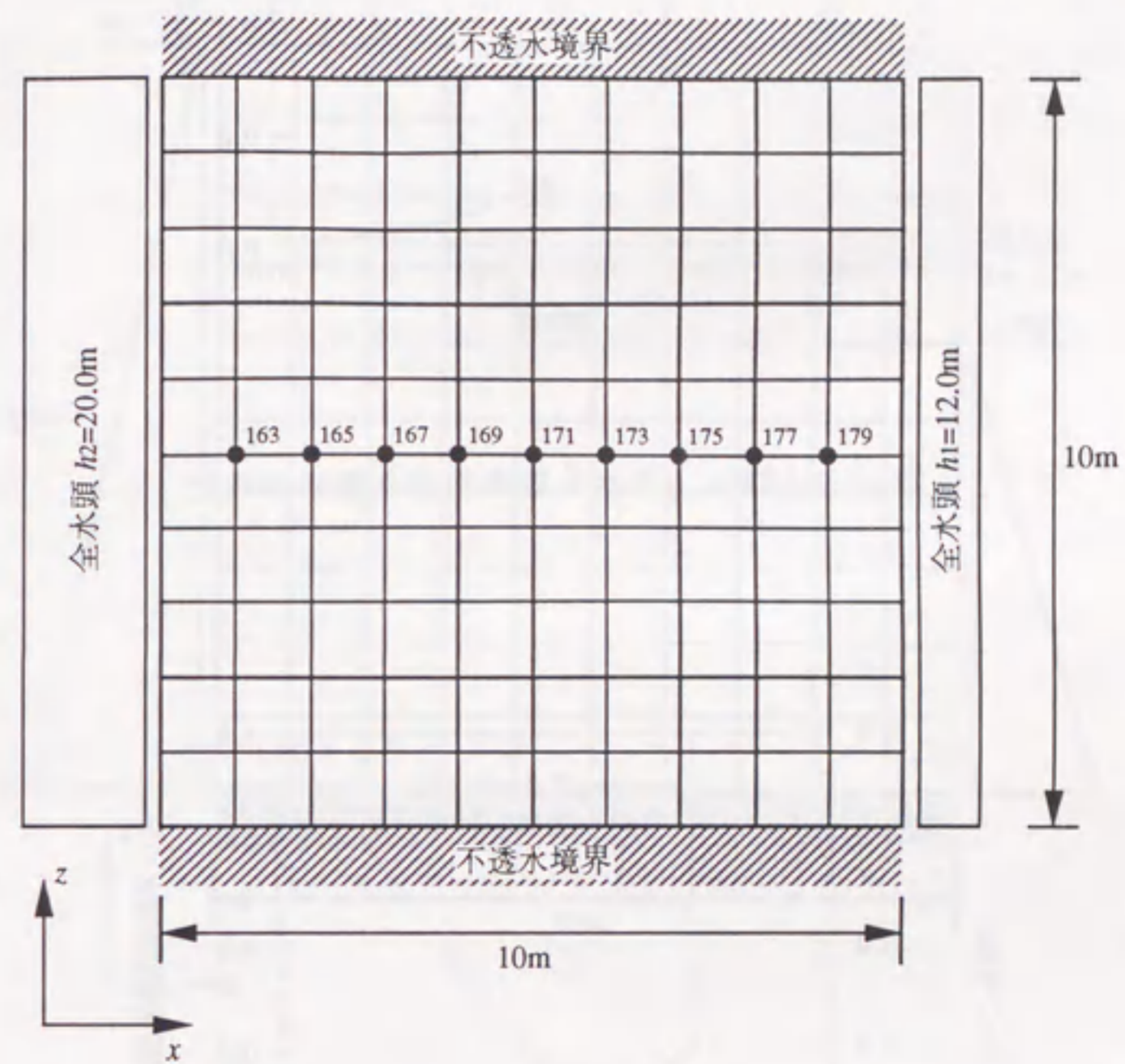


図 4.5: CASE-3, 3A, 3B の解析モデルと境界条件

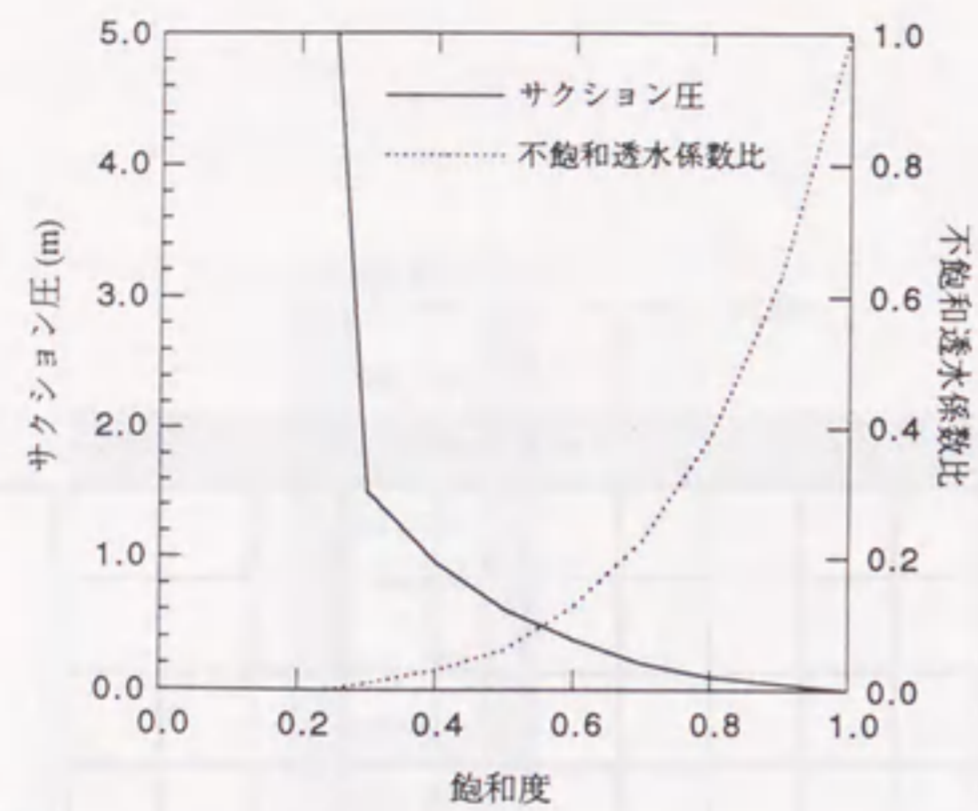


図 4.6: CASE-4, 6 の水分特性曲線と透水係数比

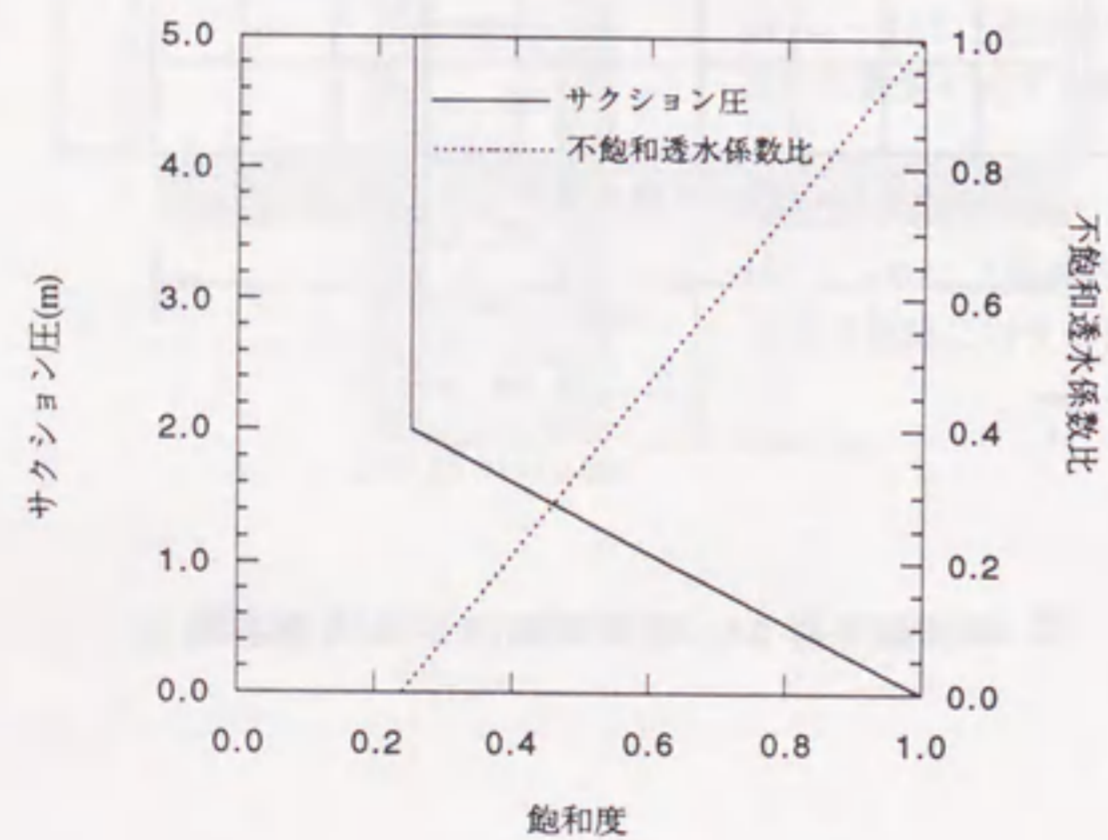


図 4.7: CASE-5 の水分特性曲線と透水係数比

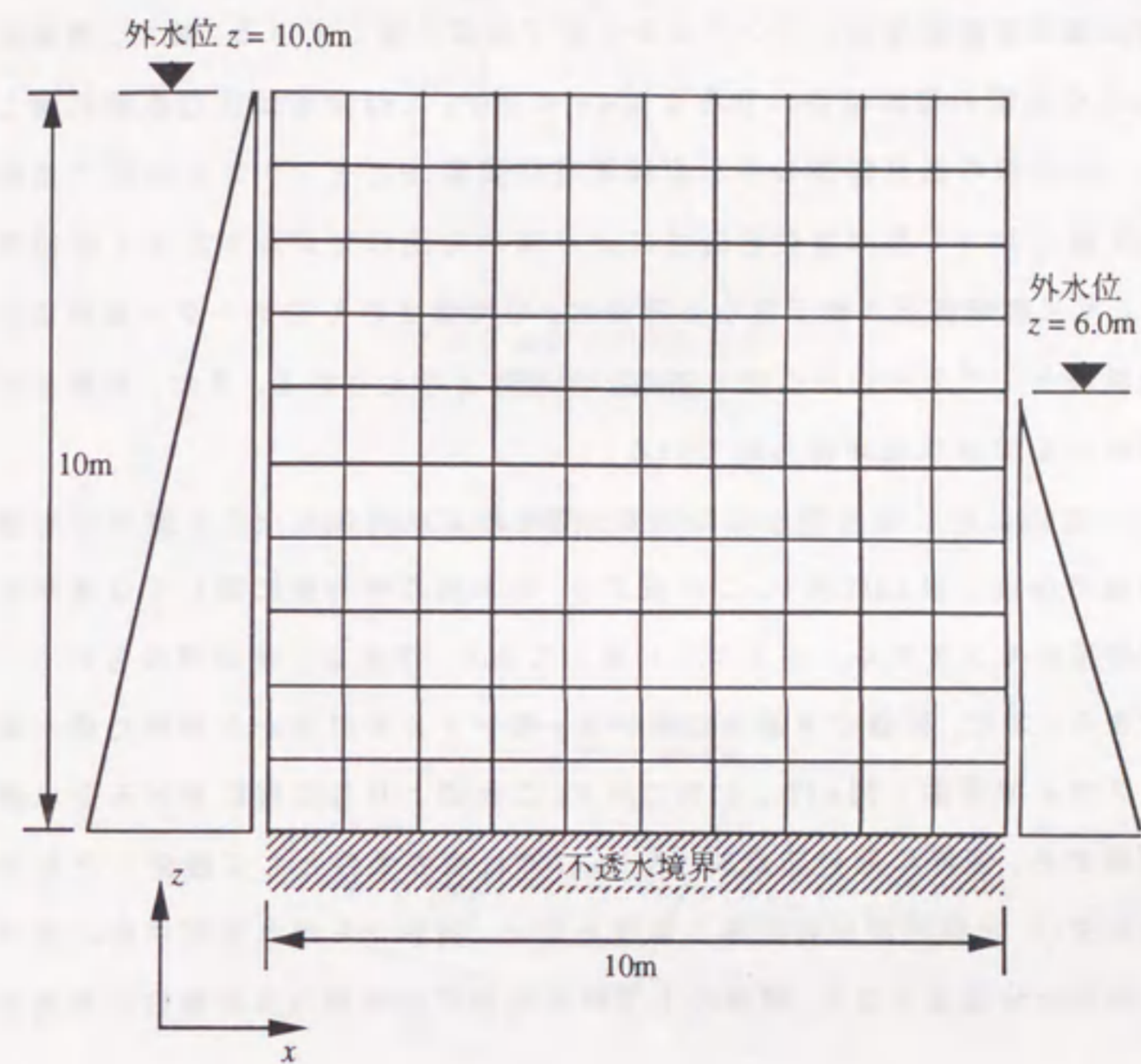


図 4.8: CASE-4, 5, 6 の解析モデルと境界条件

4.5.2 解析結果と適用性の検討

ここでは各ケースごとに解析結果を示し、必要に応じて他の解析ケースと比較する。

(1) CASE-1

CASE-1において、確率有限要素法とモンテカルロ法により求めた全水頭の平均値分布を図4.9に、同様に圧力水頭の平均値分布を図4.10に示す。これらの図において全体的な分布状況は確率有限要素法とモンテカルロ法ではほぼ一致している。また、両解析方法により求めた全水頭の標準偏差の分布を図4.11に示す。この分布は圧力水頭に関しても同一である。全水頭の標準偏差の分布を確率有限要素法とモンテカルロ法で比較すると、同一の位置において確率有限要素法により求めた値の方が若干大きく評価されている。このように標準偏差が若干異なる理由は、平均値まわりのテーラー展開において線形一次近似法として2次以降の項を無視した影響と考えられる。また、両解析結果ともほぼ上下対称な分布状況が得られている。

次に、先の図4.4に示した9節点において、両解析より得られた全水頭の平均値と標準偏差を数値で比較し表4.3に示す。この表より、全水頭の平均値に関しては確率有限要素法の解析結果はモンテカルロ法とよく一致しており、精度よく解が求められているものと判断できる。また、同様の9節点において、モンテカルロ法から求めた全水頭の分布をヒストグラムで表示し図4.12a, 4.12bに示す。これにより各位置における全水頭の分布状況が把握でき、境界に近い節点No.7やNo.47では境界条件として設定した全水頭に大きく影響を受け、分布型が左右対称とはならない。境界から離れ領域中央に近づくとつれて左右対称な分布型となり、領域の上下対称位置で分布型の非対称性の程度が類似している。

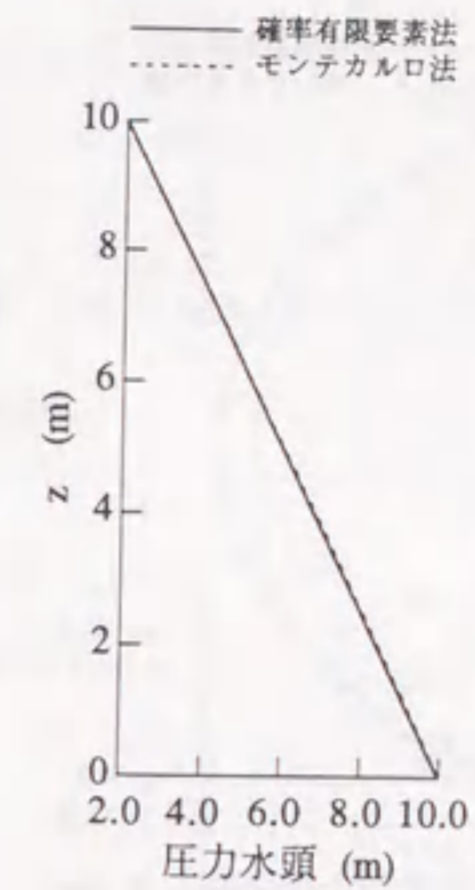


図 4.9: CASE-1 の全水頭の平均値分布

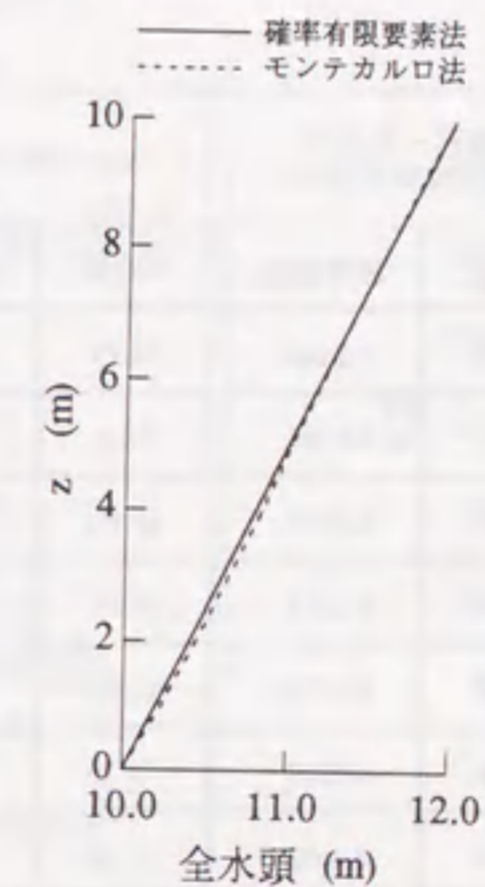


図 4.10: CASE-1 の圧力水頭の平均値分布

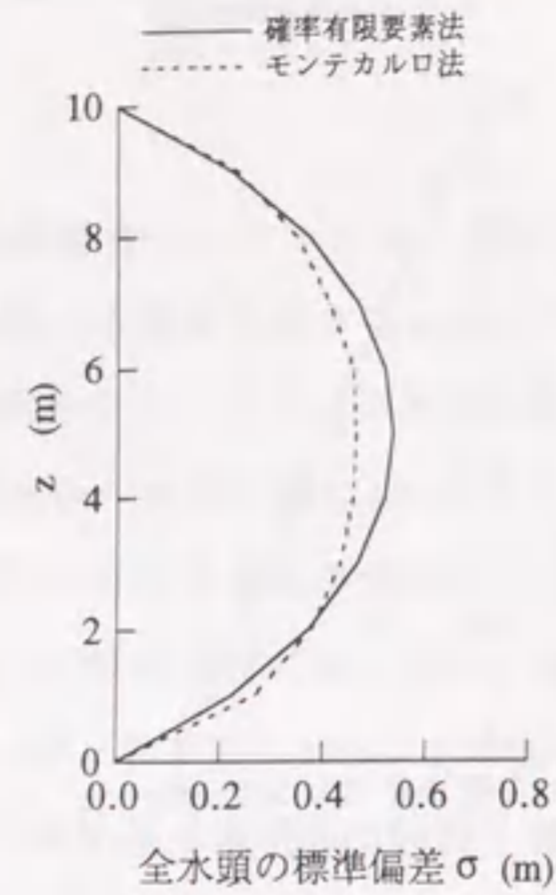
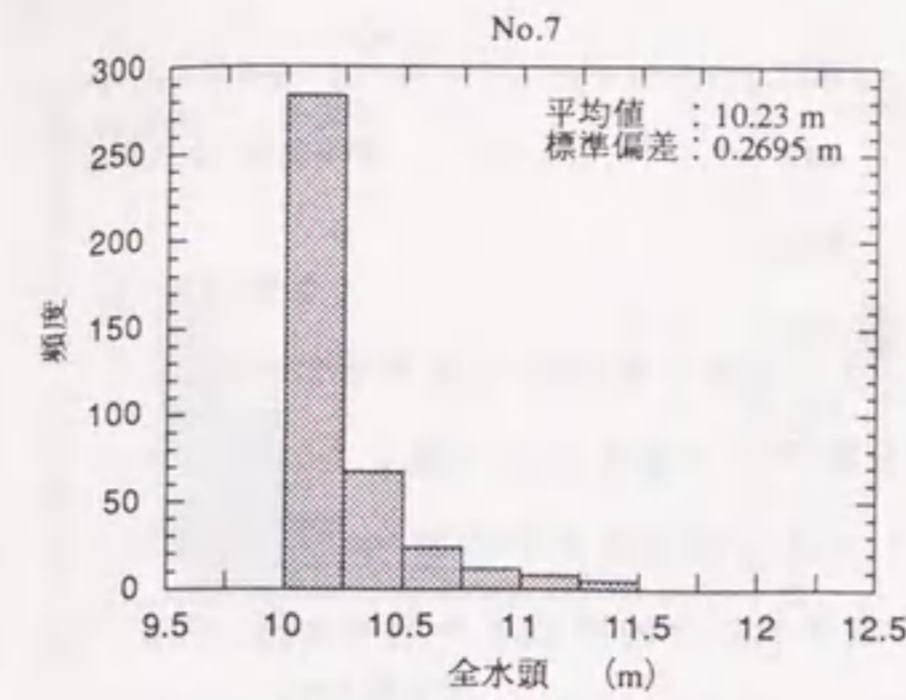


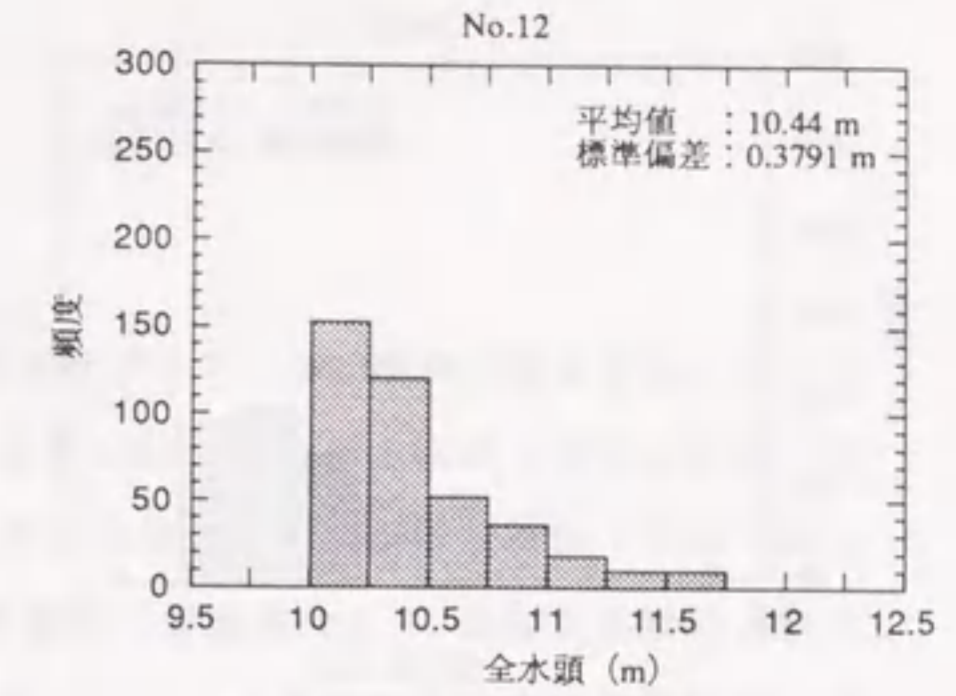
図 4.11: CASE-1 の全水頭の標準偏差分布

表 4.3: CASE-1 の全水頭の平均値と標準偏差
単位 (m)

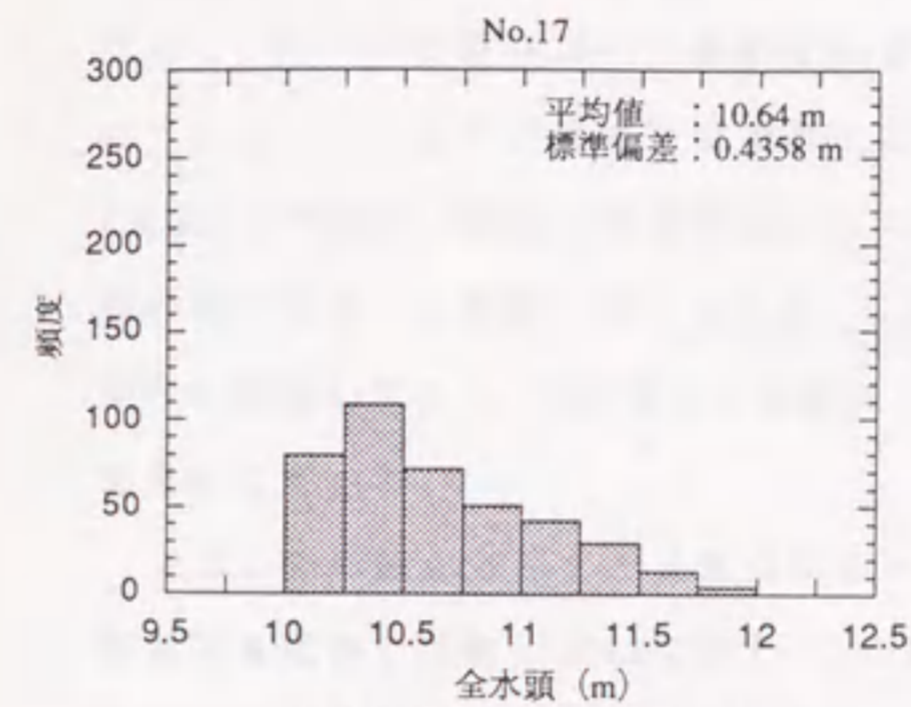
節点番号	線形一次近似 (確率有限要素法)		モンテカルロ法	
	平均値	標準偏差	平均値	標準偏差
7	10.20	0.2244	10.23	0.2695
12	10.40	0.3747	10.44	0.3791
17	10.60	0.4691	10.64	0.4358
22	10.80	0.5213	10.84	0.4597
27	11.00	0.5379	11.02	0.4650
32	11.20	0.5213	11.21	0.4606
37	11.40	0.4692	11.40	0.4126
42	11.60	0.3747	11.60	0.3507
47	11.80	0.2244	11.79	0.2346



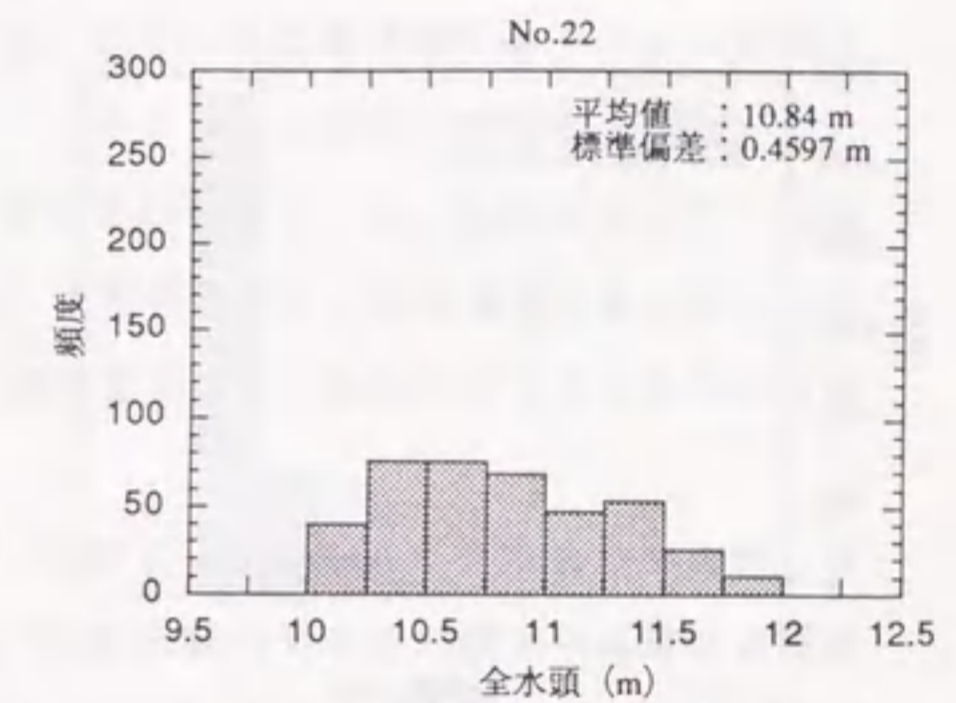
(a) No.7の全水頭の頻度分布



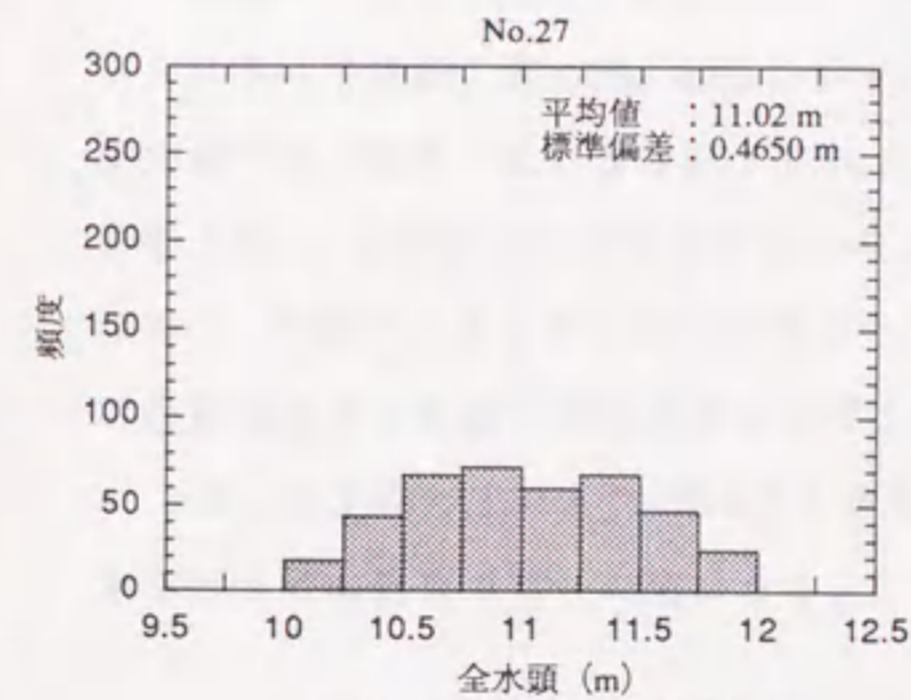
(b) No.12の全水頭の頻度分布



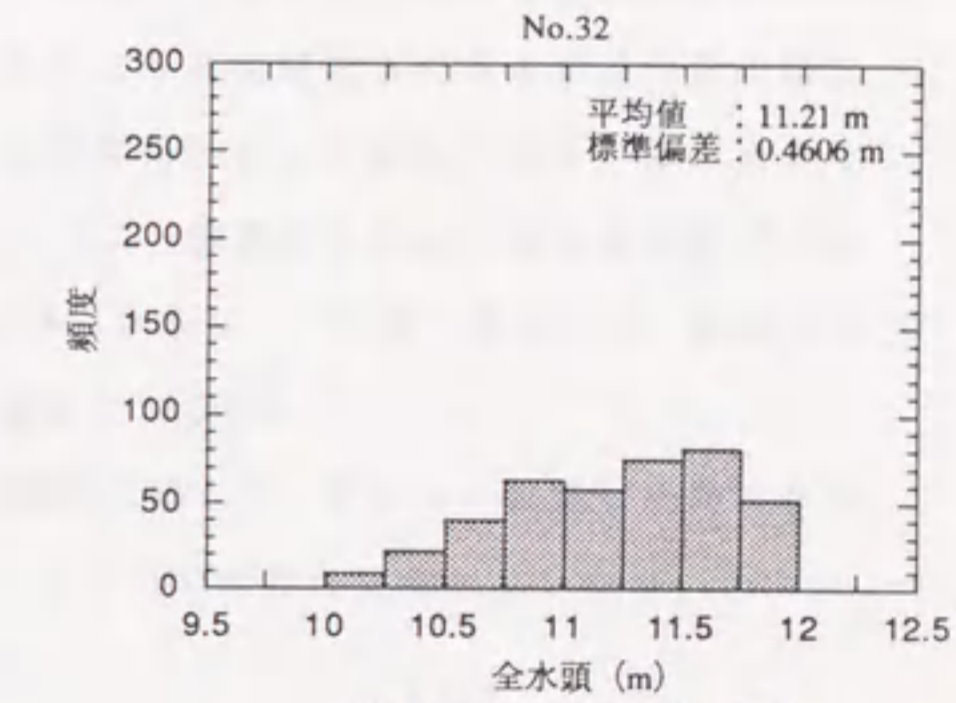
(c) No.17の全水頭の頻度分布



(d) No.22の全水頭の頻度分布

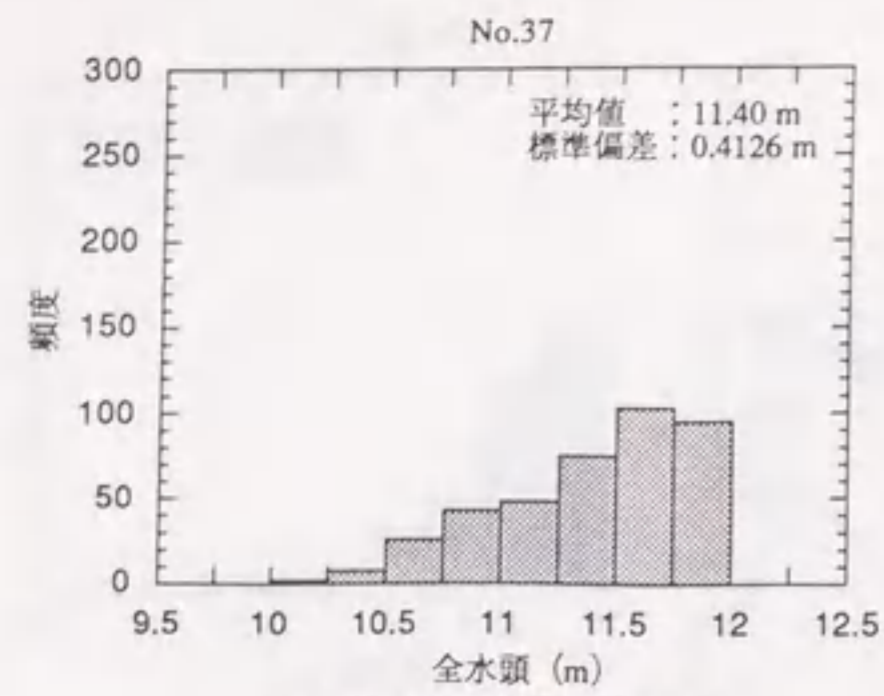


(e) No.27の全水頭の頻度分布

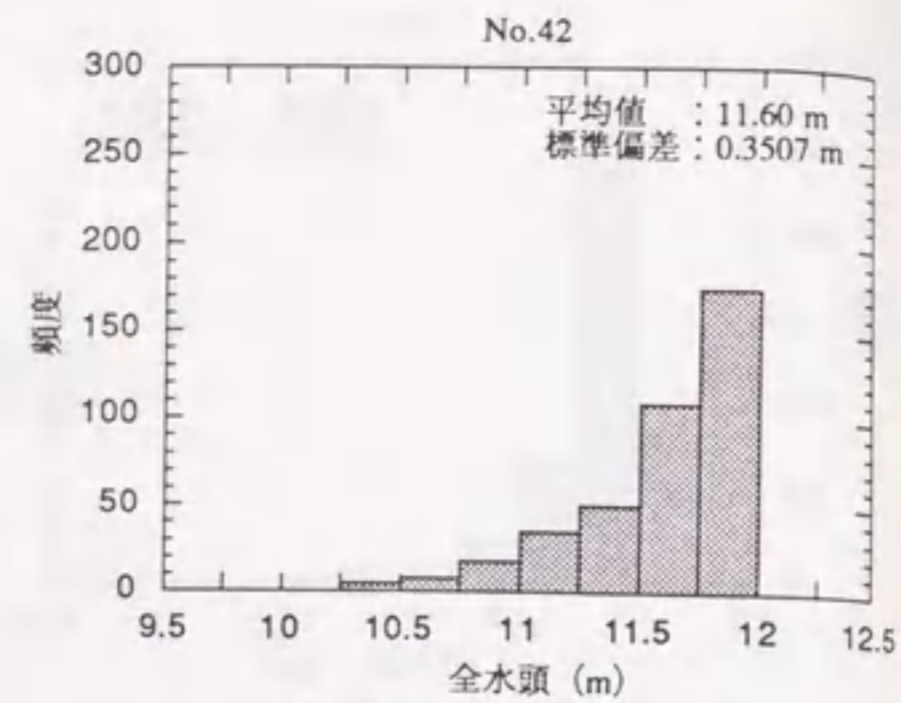


(f) No.32の全水頭の頻度分布

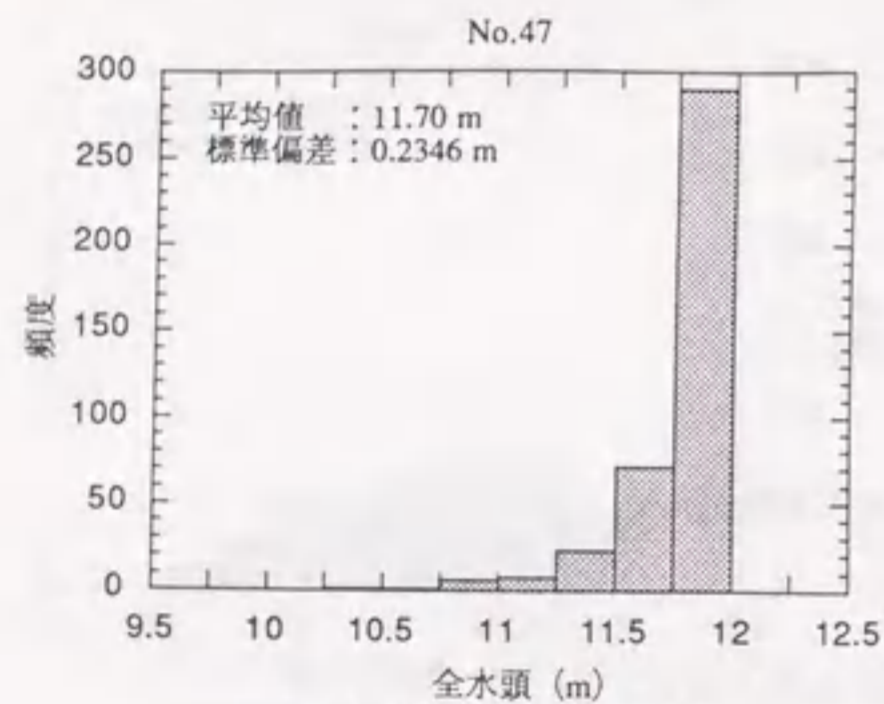
図 4.12a: CASE-1 の各節点の全水頭のヒストグラム (モンテカルロ法)



(g) No.37の全水頭の頻度分布



(h) No.42の全水頭の頻度分布



(i) No.47の全水頭の頻度分布

図 4.12b: CASE-1 の各節点の全水頭のヒストグラム (モンテカルロ法) (続き)

(2) CASE-2

CASE-2は不均質な確率場を仮定した1次元モデルである。確率有限要素法とモンテカルロ法により求めた全水頭の平均値分布を図4.13に、また圧力水頭の平均値分布を図4.14に示す。全水頭の平均値分布において全体的な分布状況は両解析結果ではほぼ一致しており、透水係数の平均値が小さい要素内では動水勾配が大きく、逆に大きな要素内では動水勾配が小さくなっている。また、両解析方法により求めた全水頭の標準偏差の分布を図4.15に示す。全水頭の標準偏差の分布を確率有限要素法とモンテカルロ法で比較すると、同一の位置において確率有限要素法により求めた値の方が若干大きく評価されている。このように確率有限要素法とモンテカルロ法の結果が異なる理由は、先のCASE-2と同様に、線形一次近似法として平均値まわりのテーラー展開において2次以降の項を無視した影響と考えられる。しかし、両解析結果とも標準偏差の全体的な分布傾向は類似しており、不均質性の影響として解析領域の上下対象位置で非対称な分布特性を生じている。

次に、先の図4.4に示した9節点において、両解析より得られた全水頭の平均値と標準偏差を数値で比較し表4.4に示す。この表より、全水頭の平均値に関しては確率有限要素法の解析結果はモンテカルロ法とよく一致しており、精度よく解が求められているものと判断できる。同様の9節点において、モンテカルロ法から求めた全水頭の分布をヒストグラムで表示し図4.16a, 4.16bに示す。これにより各位置における全水頭の分布状況が把握でき、境界に近い節点No.7やNo.47では境界条件として設定した全水頭に大きく影響を受け、分布型が左右対称とはならない。また、境界から離れ領域中央に近づくにつれて、分散が大きくなる傾向が示されている。さらに、不均質であるため、領域の上下対称位置で分布型の非対称性が必ずしも類似していない。

なお、以上のCASE-1とCASE-2の1次元の解析に関して、ダルシー流速は空間的な分布を示さず全要素で同一の値になる。このためここでは特に比較していない。

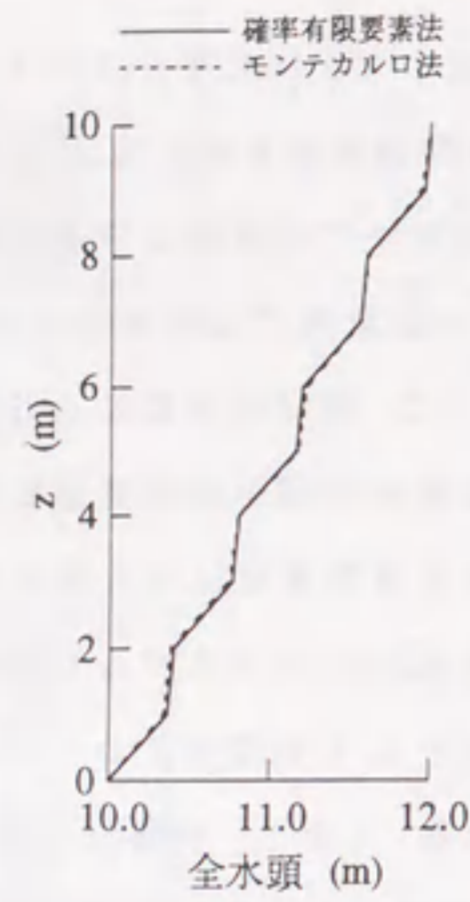


図 4.13: CASE-2 の全水頭の平均値分布

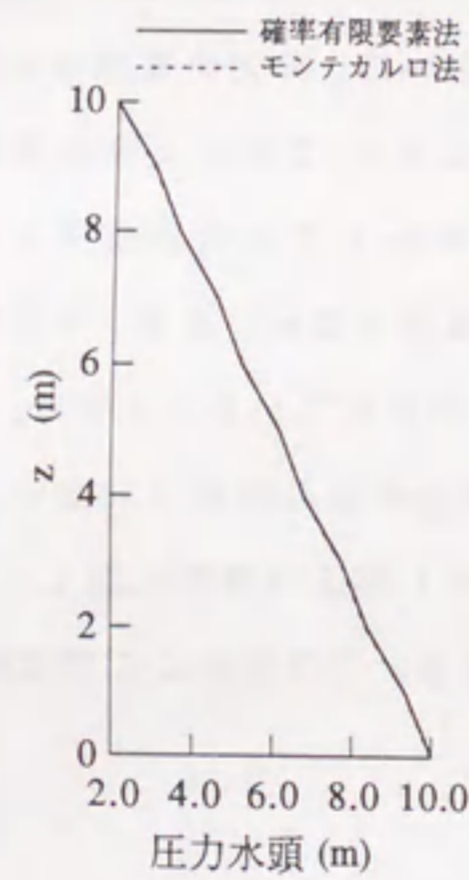


図 4.14: CASE-2 の圧力水頭の平均値分布

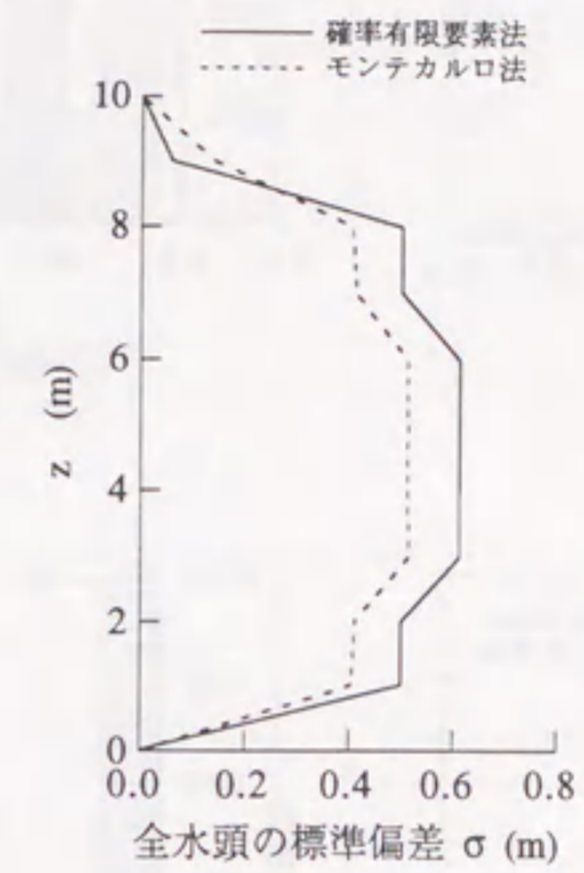


図 4.15: CASE-2 の全水頭の標準偏差分布

表 4.4: CASE-2 の全水頭の平均値と標準偏差

単位 (m)

節点番号	線形一次近似 (確率有限要素法)		モンテカルロ法	
	平均値	標準偏差	平均値	標準偏差
7	10.36	0.5003	10.34	0.4048
12	10.40	0.5017	10.38	0.4112
17	10.76	0.6144	10.74	0.5156
22	10.80	0.6145	10.80	0.5136
27	11.16	0.6154	11.17	0.5150
32	11.20	0.6145	11.22	0.5133
37	11.56	0.5040	11.56	0.4141
42	11.60	0.5017	11.61	0.4055
47	11.96	0.0594	11.94	0.1374

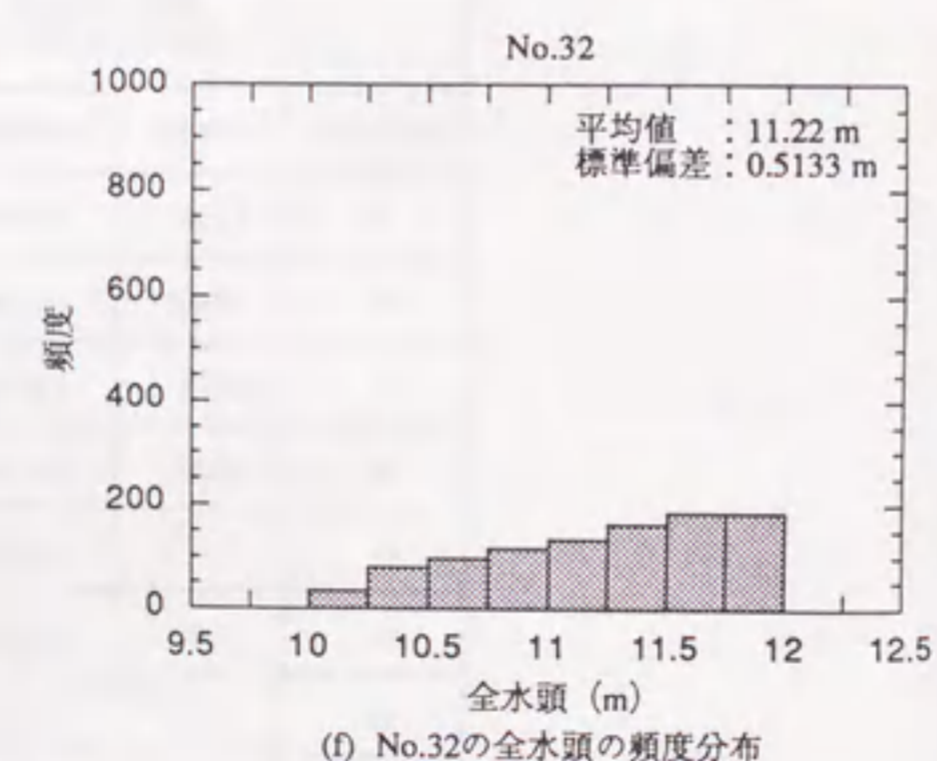
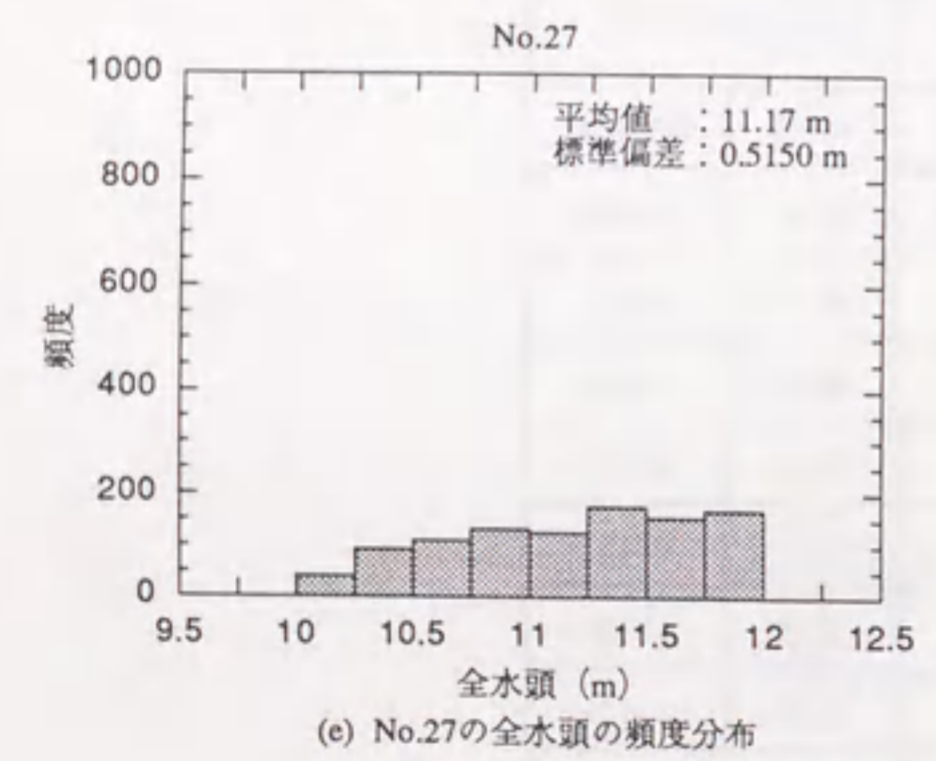
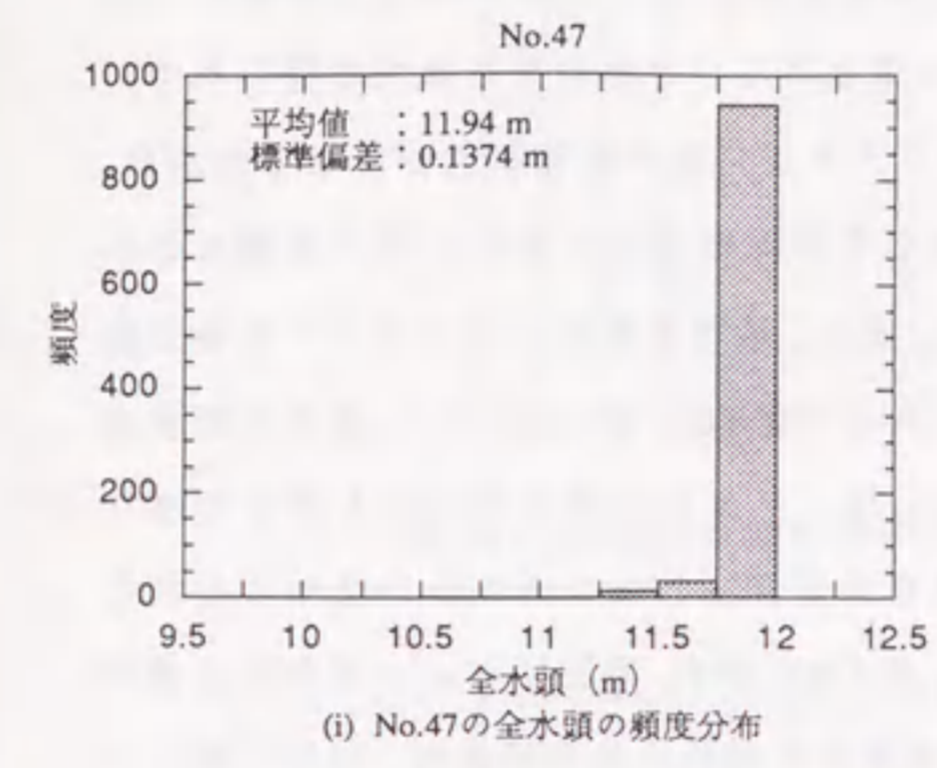
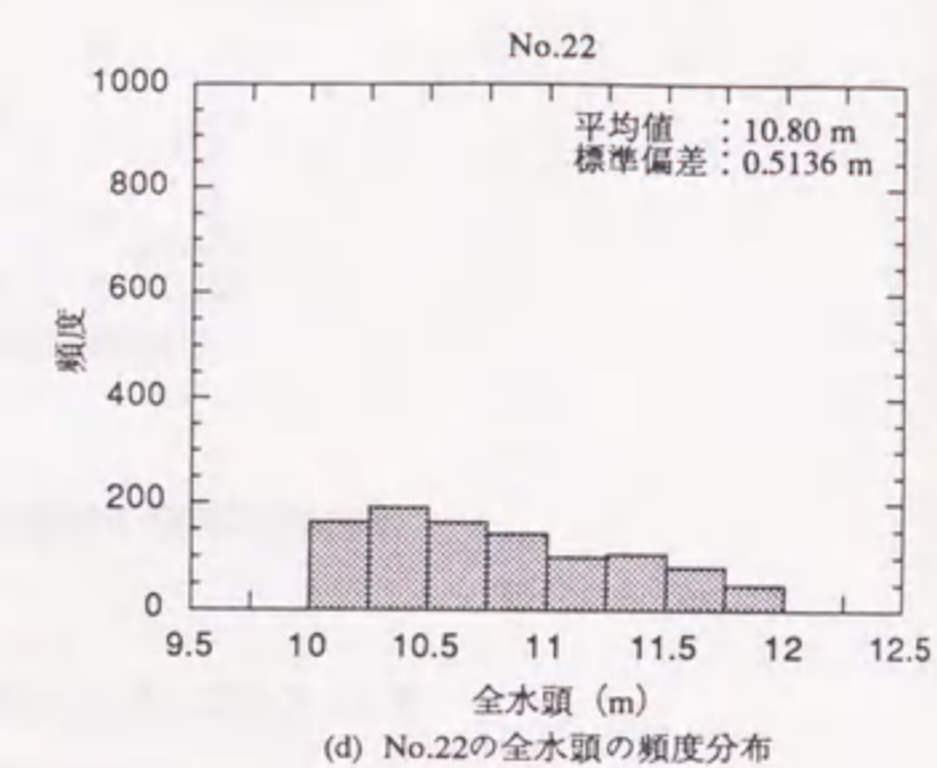
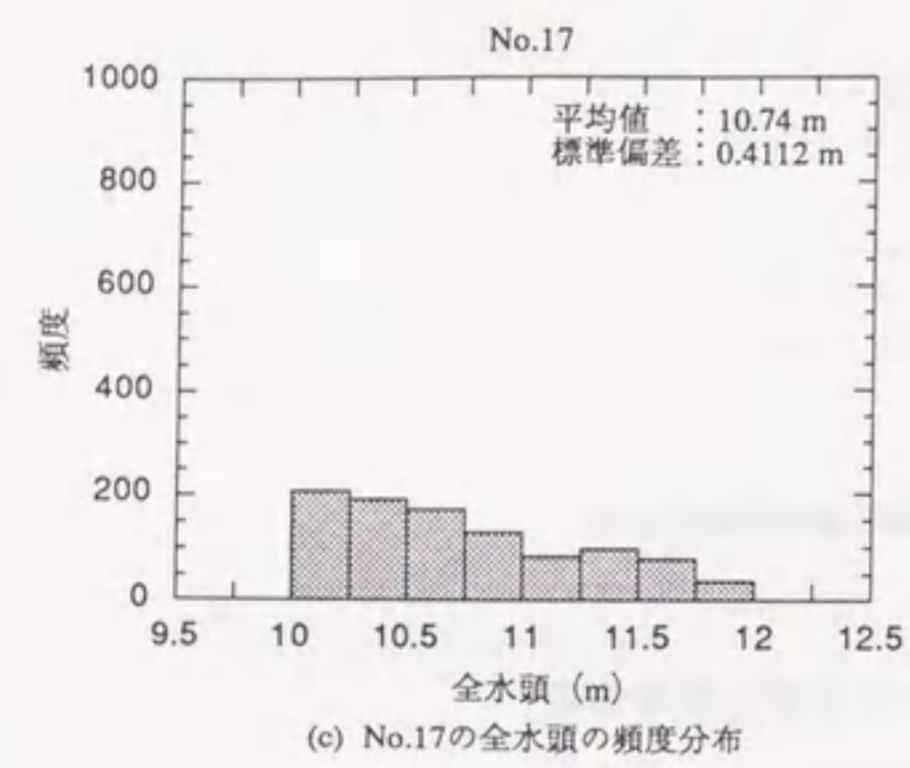
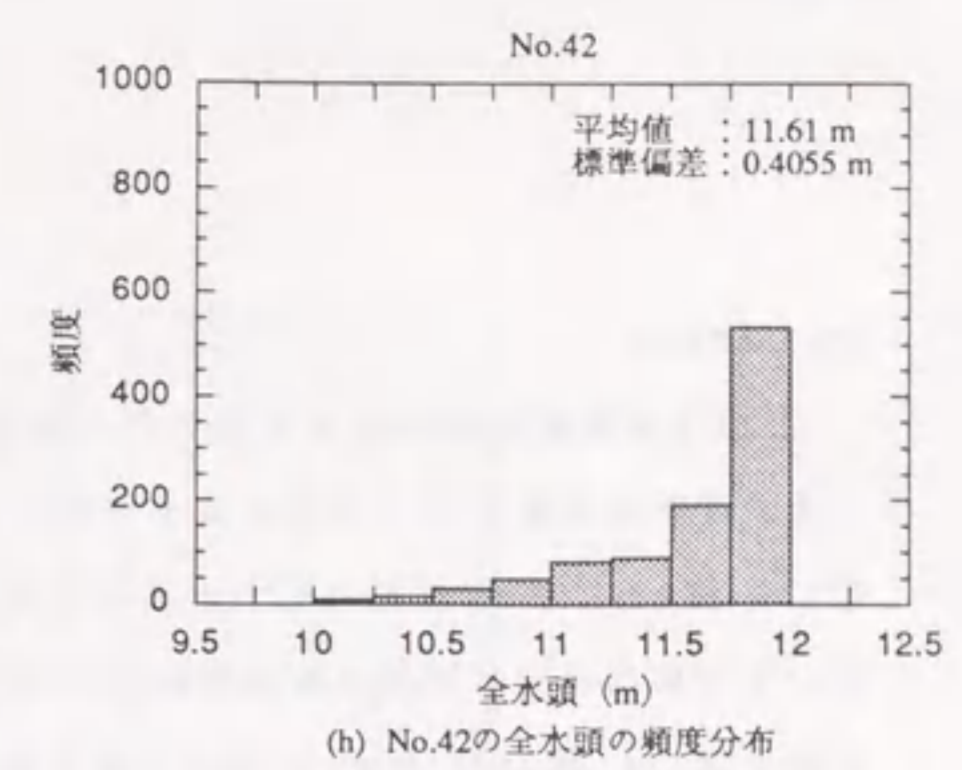
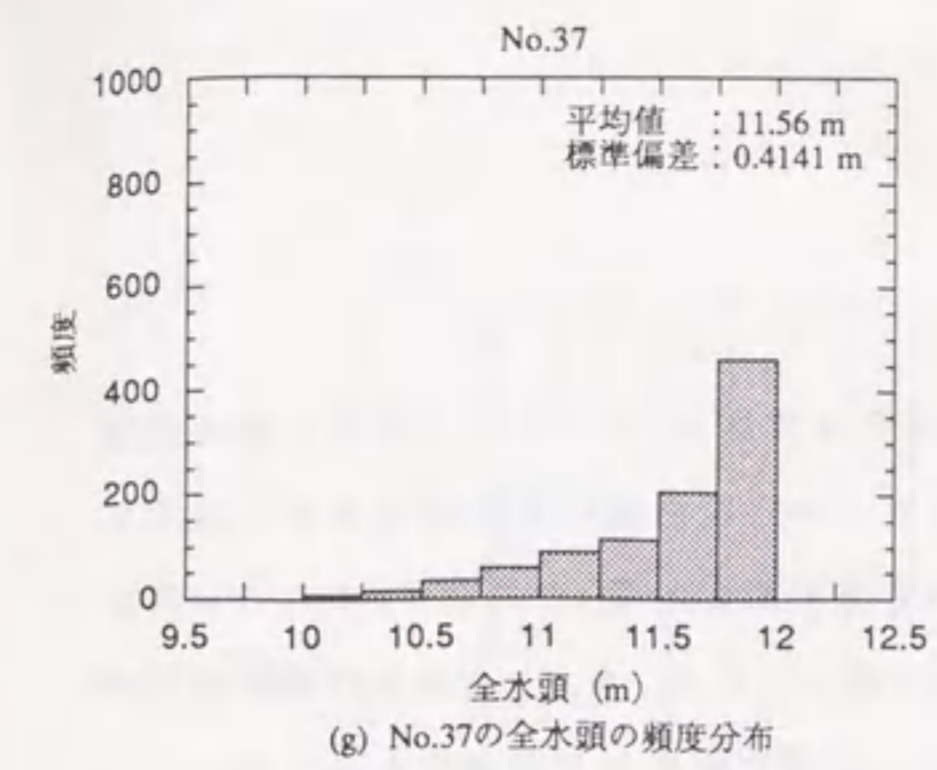
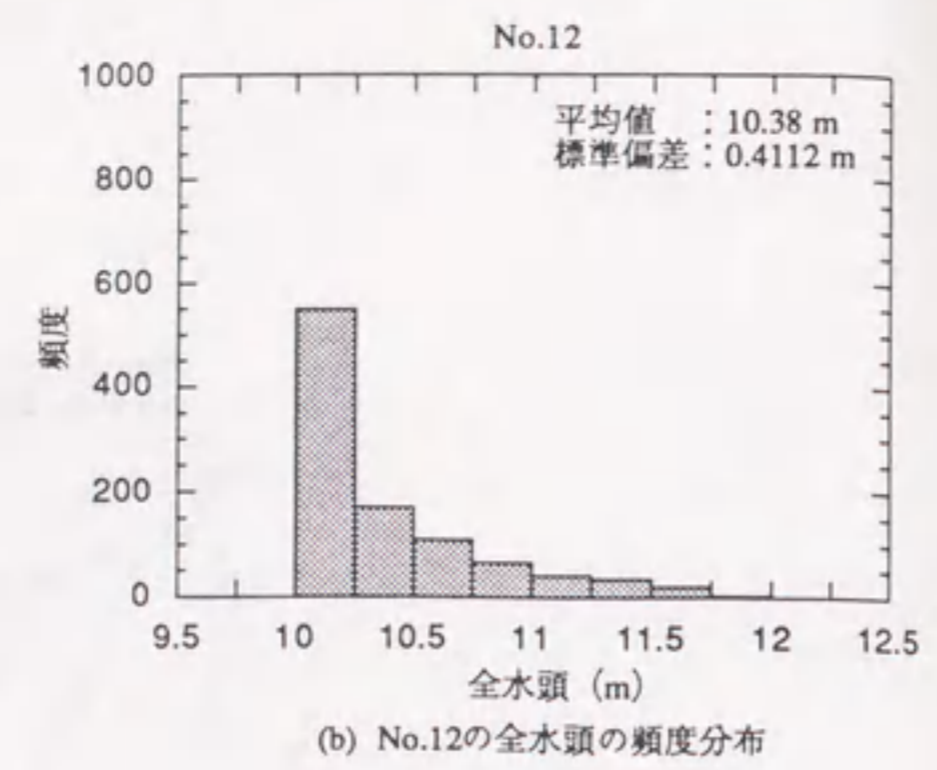
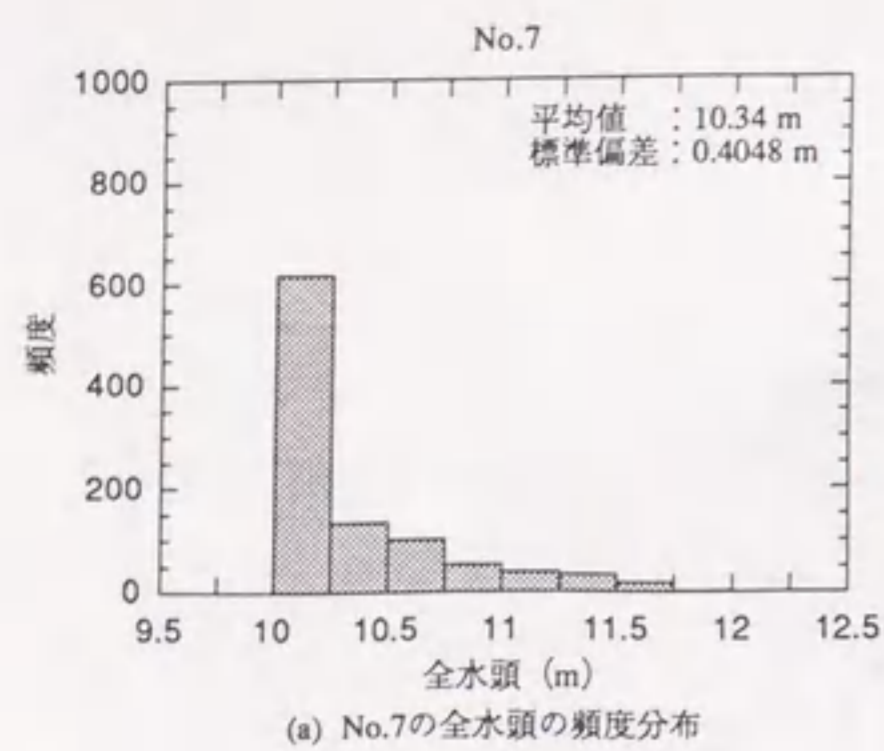


図 4.16a: CASE-2 の各節点の全水頭のヒストグラム (モンテカルロ法)

図 4.16b: CASE-2 の各節点の全水頭のヒストグラム (モンテカルロ法) (続き)

(3) CASE-3

CASE-3は均質な確率場を仮定した2次元モデルであり、モンテカルロ法の解と比較する。確率有限要素法とモンテカルロ法により求めた全水頭の平均値分布をそれぞれ図4.17, 図4.18に示す。同様に圧力水頭の平均値分布を図4.19, 図4.20に示す。これらの図において全体的な分布状況は両解析結果ではほぼ一致している。また、全水頭の標準偏差の分布を図4.21, 図4.22に示す。全水頭の標準偏差の分布を確率有限要素法とモンテカルロ法で比較すると、同一の位置において確率有限要素法により求めた値の方が若干大きく評価されている。また、両解析結果とも、ほぼ上下左右対称な分布状況が得られている。同一の位置において確率有限要素法とモンテカルロ法の標準偏差が異なる理由は、1次元モデルの場合と同様、線形一次近似として平均値まわりのテーラー展開において2次以降の項を無視した影響と考えられる。次に、確率有限要素法とモンテカルロ法により求めたダルシー流速の平均値分布をそれぞれ図4.23, 図4.24に示す。確率有限要素法では全流速が一致して $8.0 \times 10^{-9} \text{ m/s}$ であり、モンテカルロ法においても若干のばらつきはあるもののほぼ同様の値である。確率有限要素法とモンテカルロ法により求めたダルシー流速の標準偏差をそれぞれ図4.25, 図4.26に示す。同図は各 x, z 方向の流速の標準偏差の大きさを示している。図より標準偏差の巨視的な分布状況は、ほぼ一致しているものと判断できる。

先の図4.5に示した9節点において、両解析より得られた全水頭の平均値と標準偏差を数値で比較し表4.5に示す。同表より、全水頭の平均値に関しては確率有限要素法の解析結果はモンテカルロ法とよく一致しており、精度よく解が求められているものと判断できる。同様の9節点において、モンテカルロ法から求めた全水頭の分布をヒストグラムで表示し図4.27a, 4.27bに示す。1次元の場合と同様、境界に近い節点No.163やNo.179では境界条件として設定した全水頭に大きく影響を受け、分布型が左右対称とはならない。境界から離れ領域中央に近づくにつれて徐々に左右対称な分布型となり、領域中央位置である節点No.171では左右対称の分布型となっている。また、領域内の左右対称位置における全水頭の分布型を比較すると、分布型の非対称性の程度は類似している。

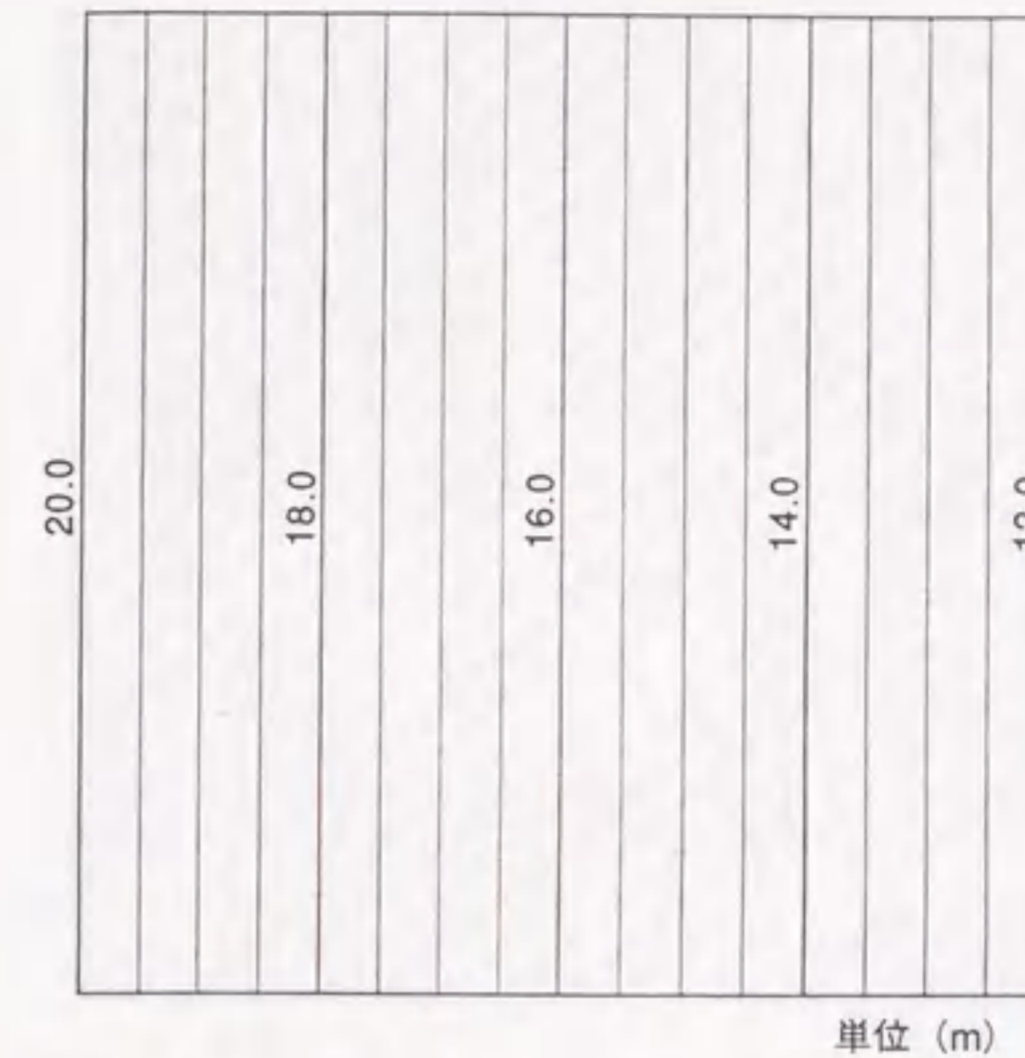


図4.17: CASE-3の全水頭の平均値分布(確率有限要素法)

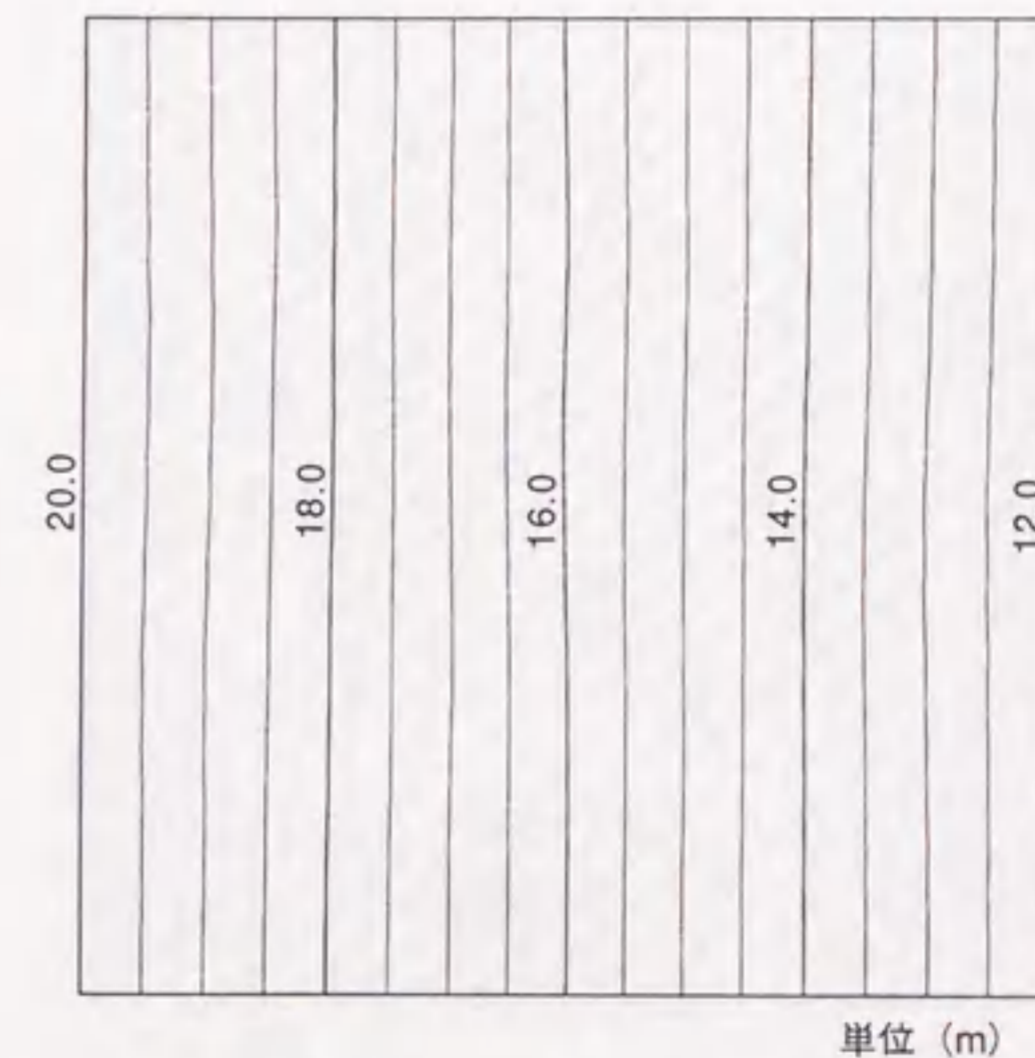
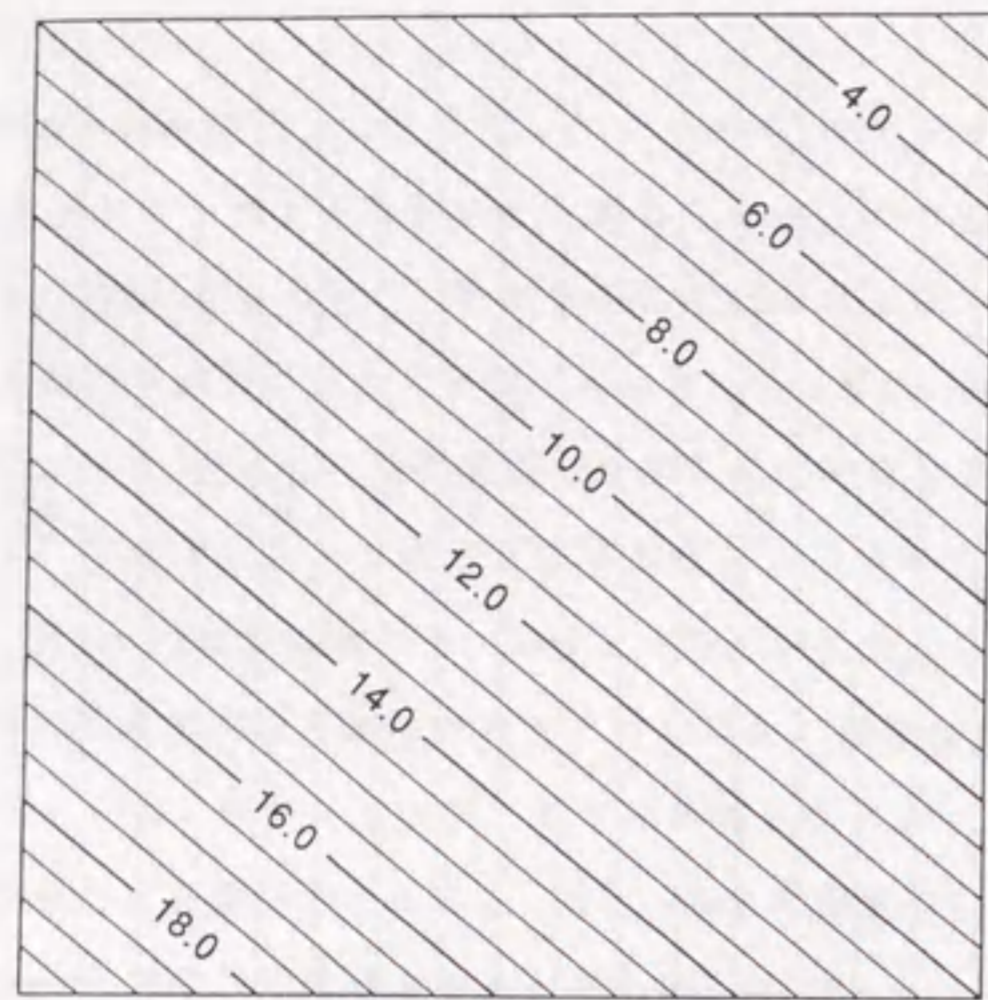
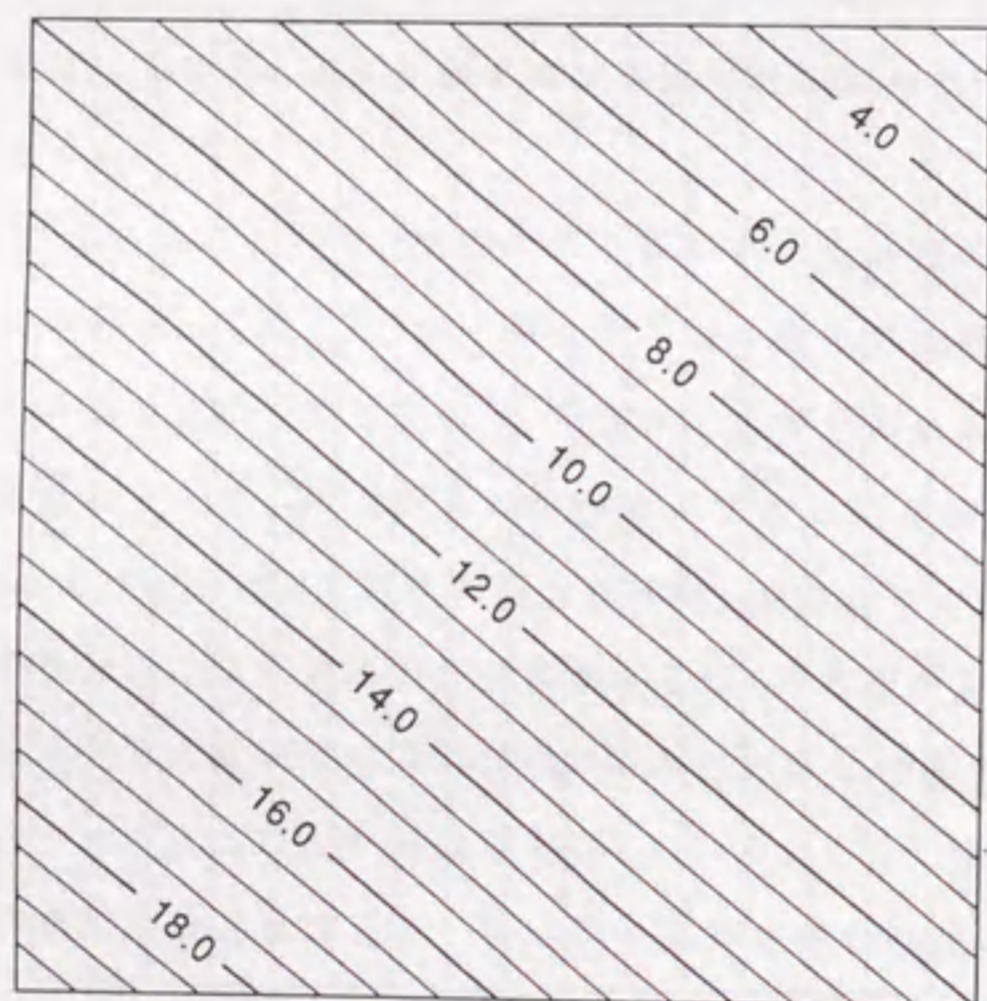


図4.18: CASE-3の全水頭の平均値分布(モンテカルロ法)



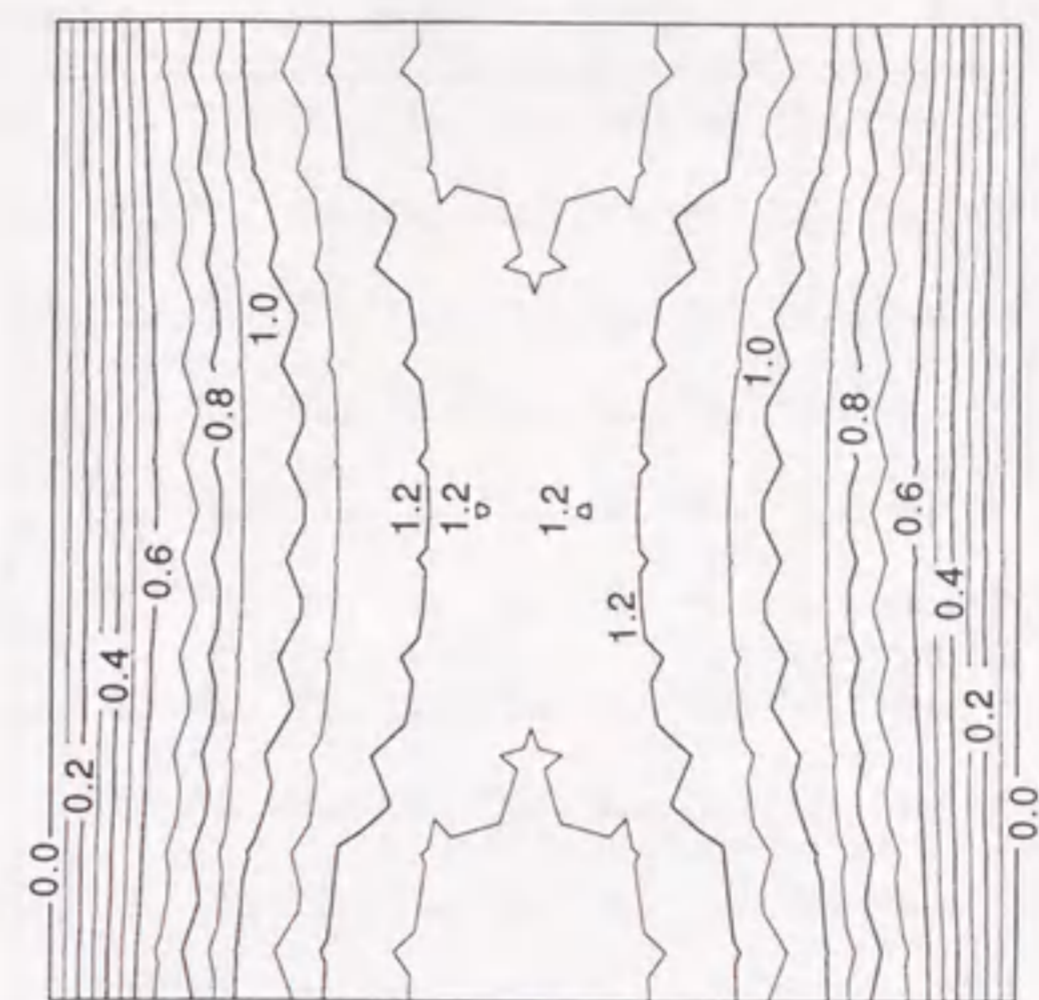
単位 (m)

図 4.19: CASE-3の圧力水頭の平均値分布 (確率有限要素法)



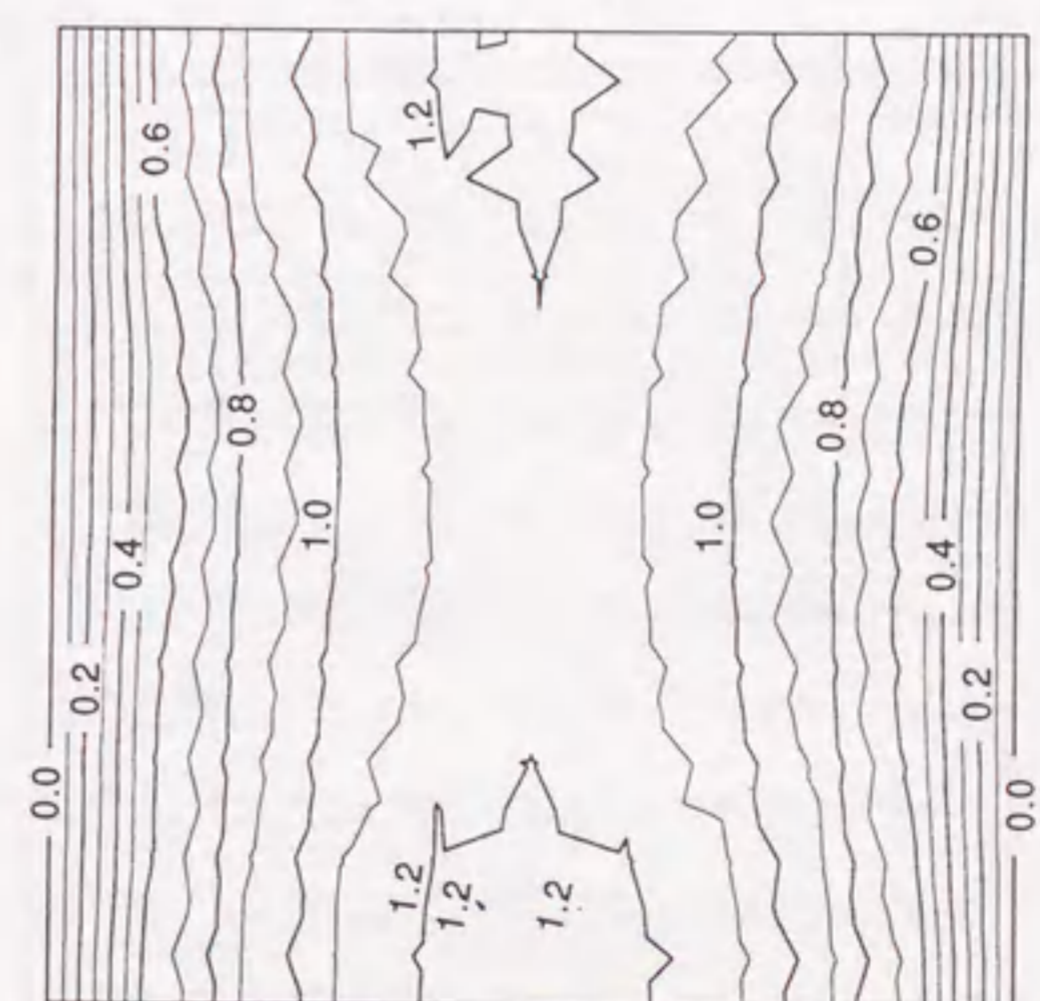
単位 (m)

図 4.20: CASE-3の圧力水頭の平均値分布 (モンテカルロ法)



単位 (m)

図 4.21: CASE-3の全水頭の標準偏差分布 (確率有限要素法)



単位 (m)

図 4.22: CASE-3の全水頭の標準偏差分布 (モンテカルロ法)

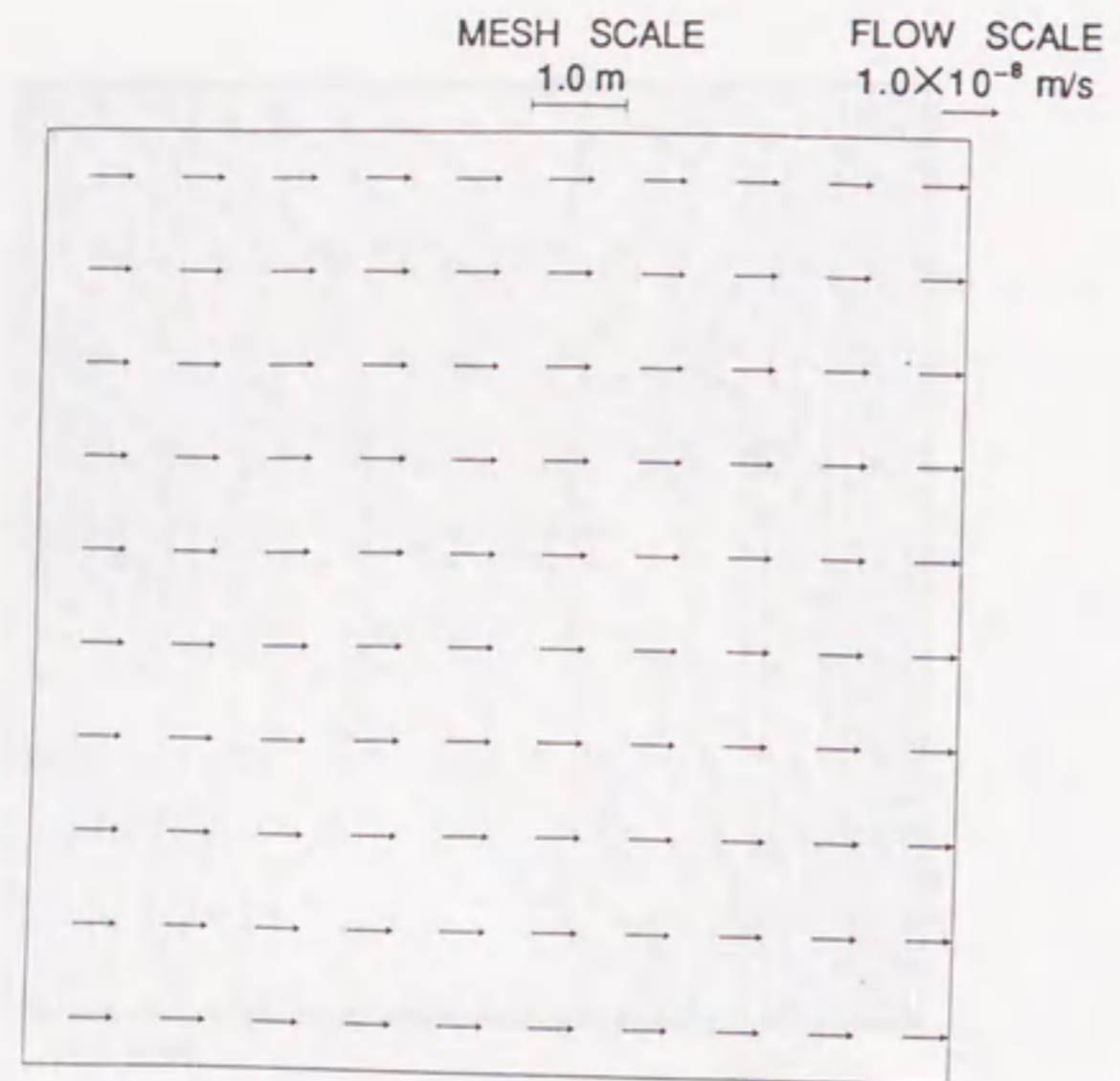


図 4.23: CASE-3 のダルシー流速の平均値分布 (確率有限要素法)

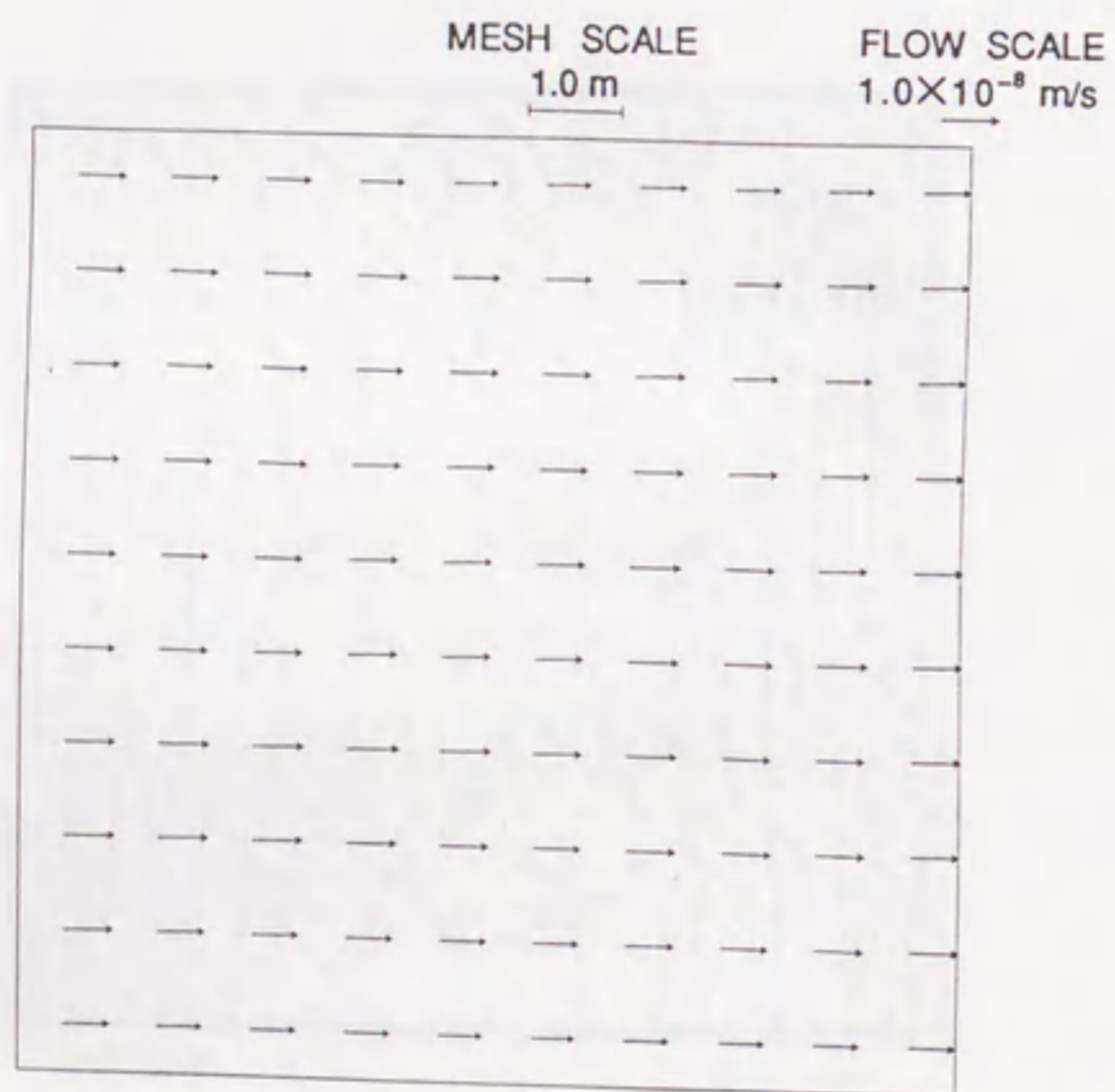


図 4.24: CASE-3 のダルシー流速の平均値分布 (モンテカルロ法)

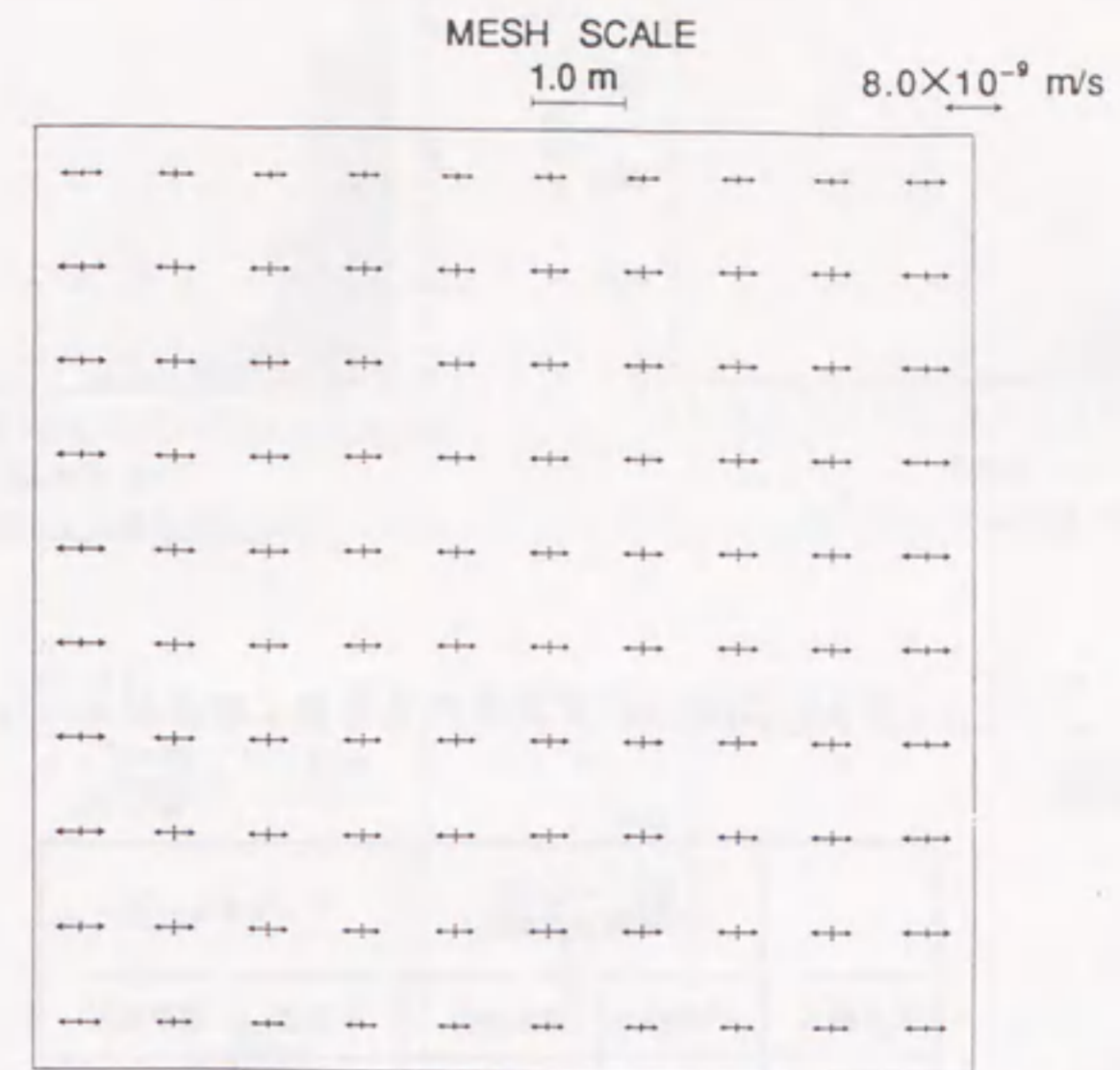


図 4.25: CASE-3 のダルシー流速の標準偏差分布 (確率有限要素法)

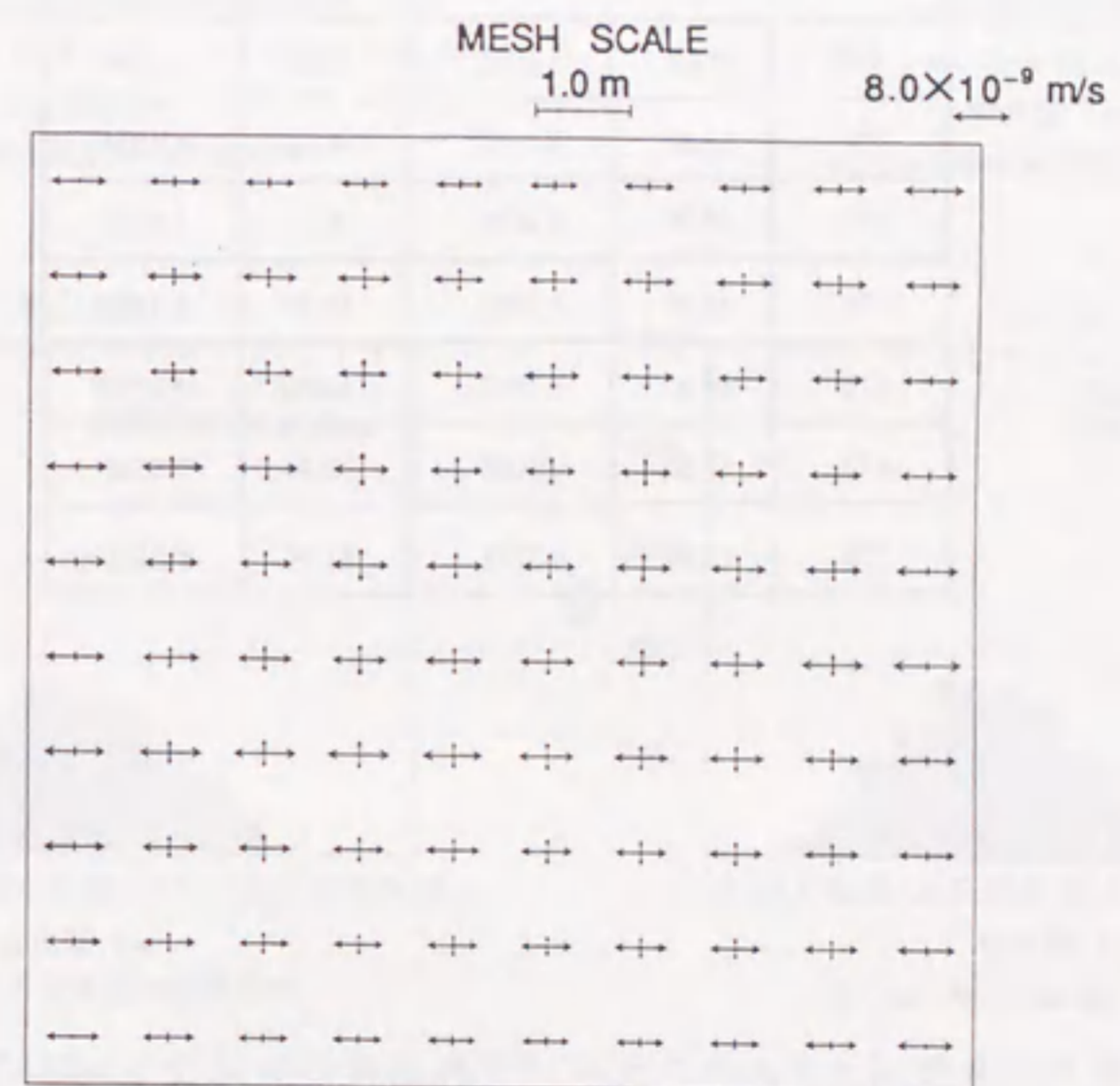
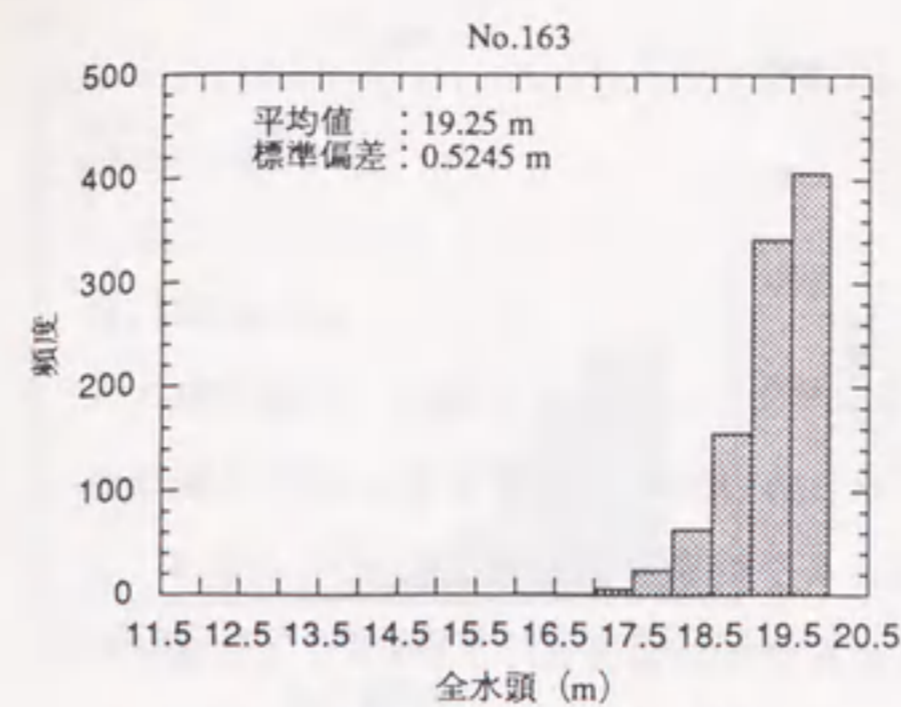


図 4.26: CASE-3 のダルシー流速の標準偏差分布 (モンテカルロ法)

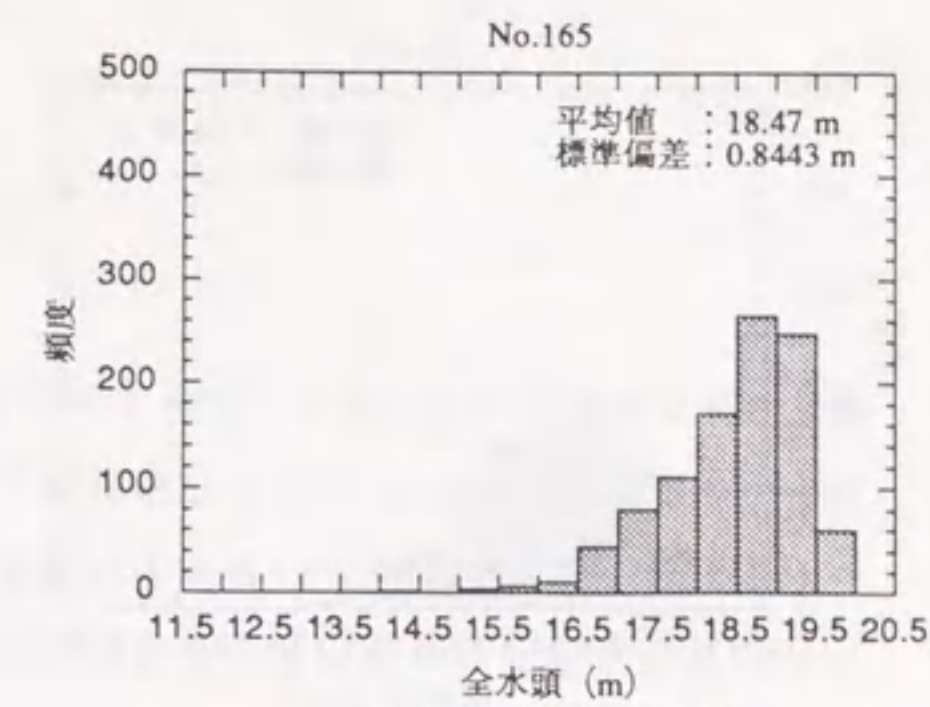
表 4.5: CASE-3 の全水頭の平均値と標準偏差

単位 (m)

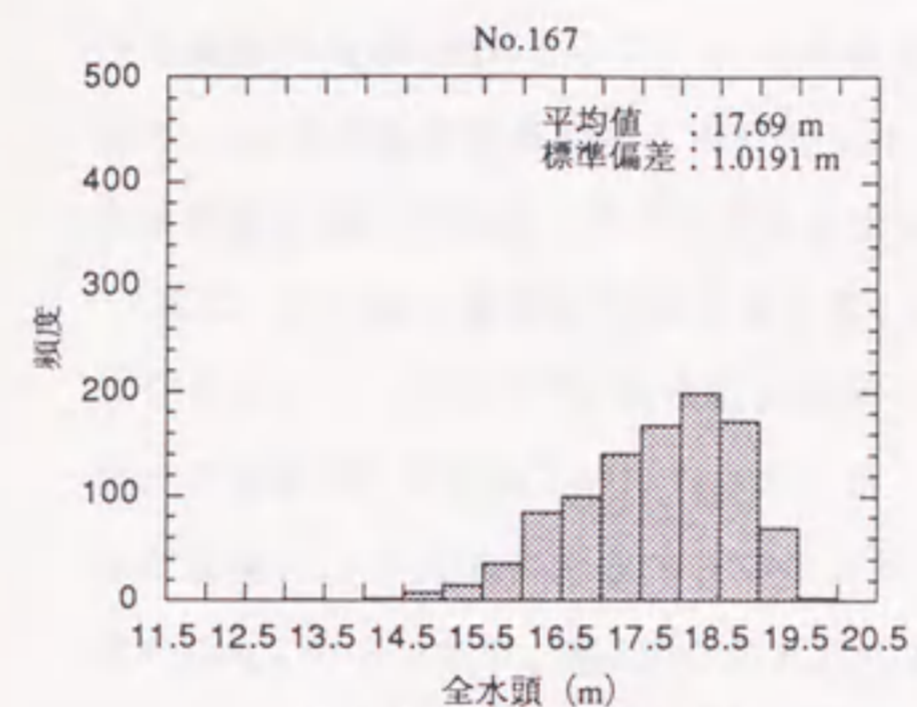
節点番号	線形一次近似 (確率有限要素法)		モンテカルロ法	
	平均値	標準偏差	平均値	標準偏差
163	19.20	0.5793	19.25	0.5245
165	18.40	0.9087	18.47	0.8443
167	17.60	1.1082	17.69	1.0191
169	16.80	1.2182	16.87	1.1206
171	16.00	1.2536	16.01	1.1661
173	15.20	1.2182	15.20	1.1259
175	14.40	1.1082	14.39	1.0213
177	13.60	0.9086	13.58	0.8520
179	12.80	0.5793	12.77	0.5425



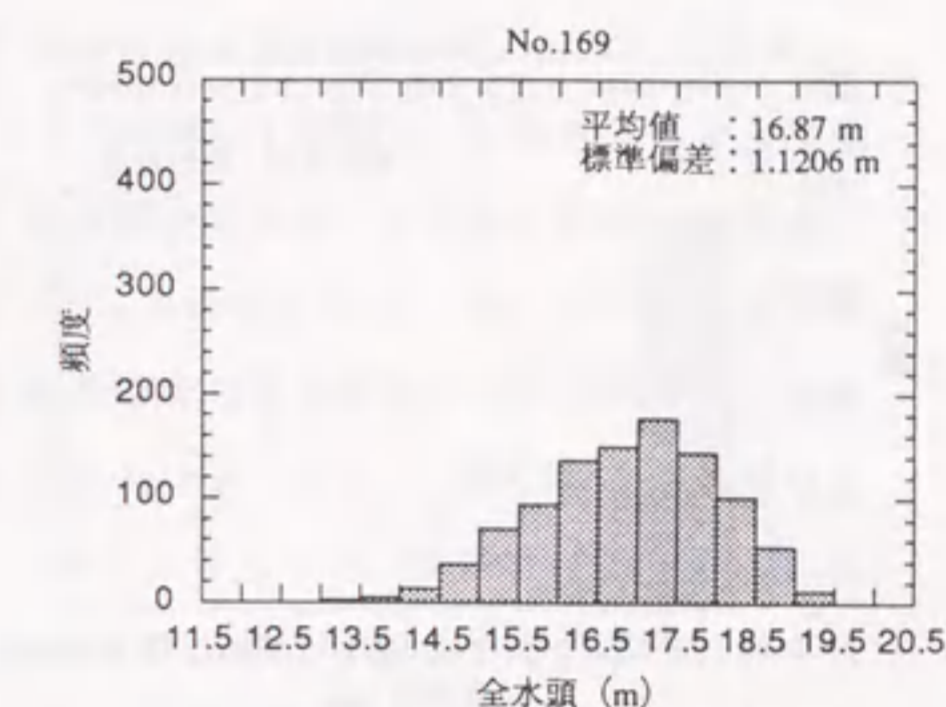
(a) No.163の全水頭の頻度分布



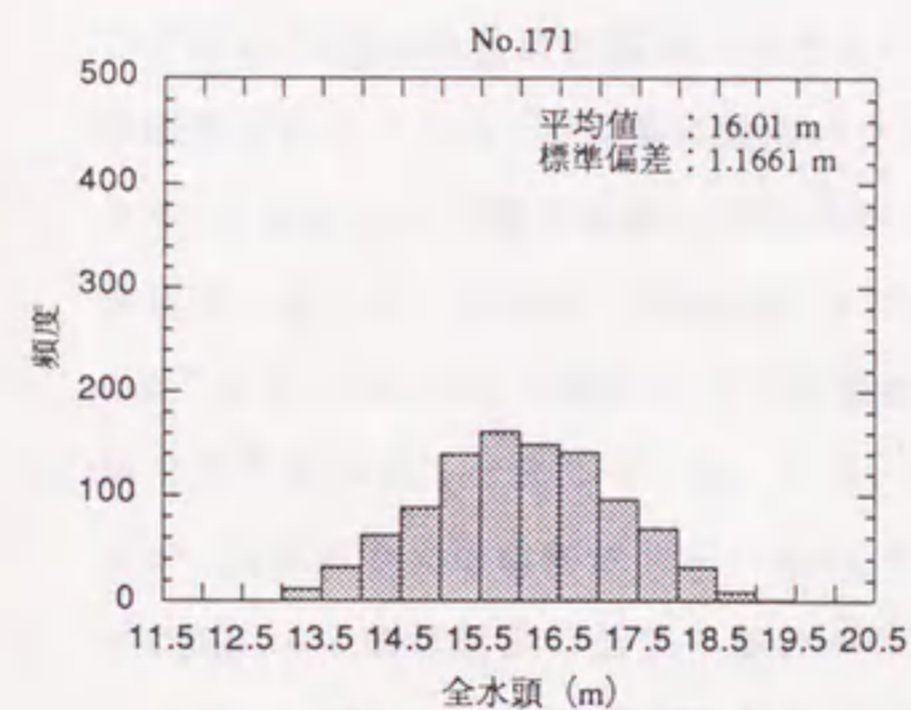
(b) No.165の全水頭の頻度分布



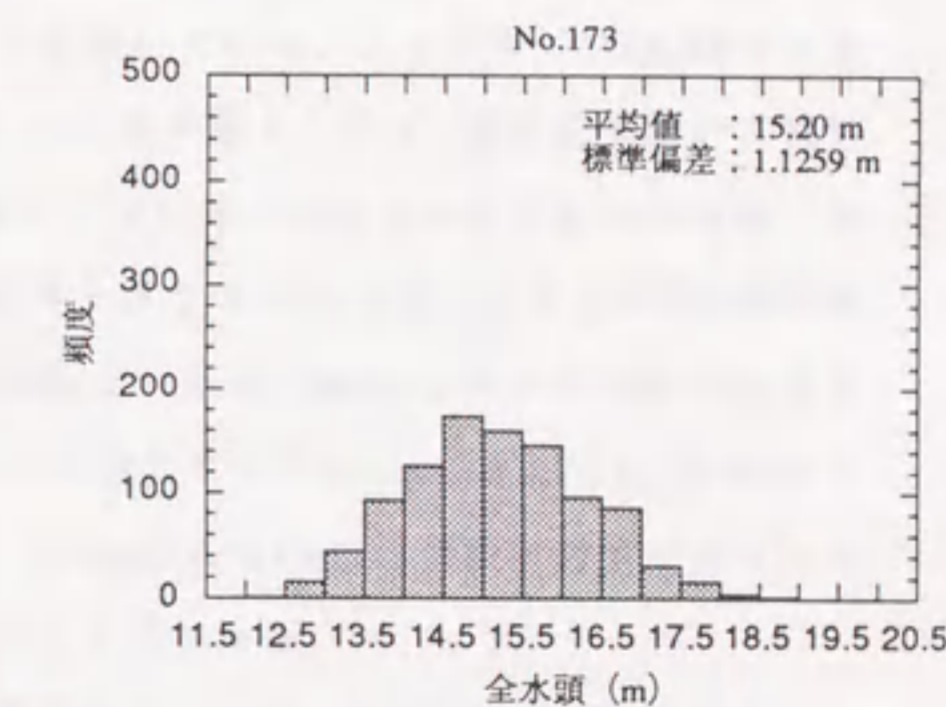
(c) No.167の全水頭の頻度分布



(d) No.169の全水頭の頻度分布

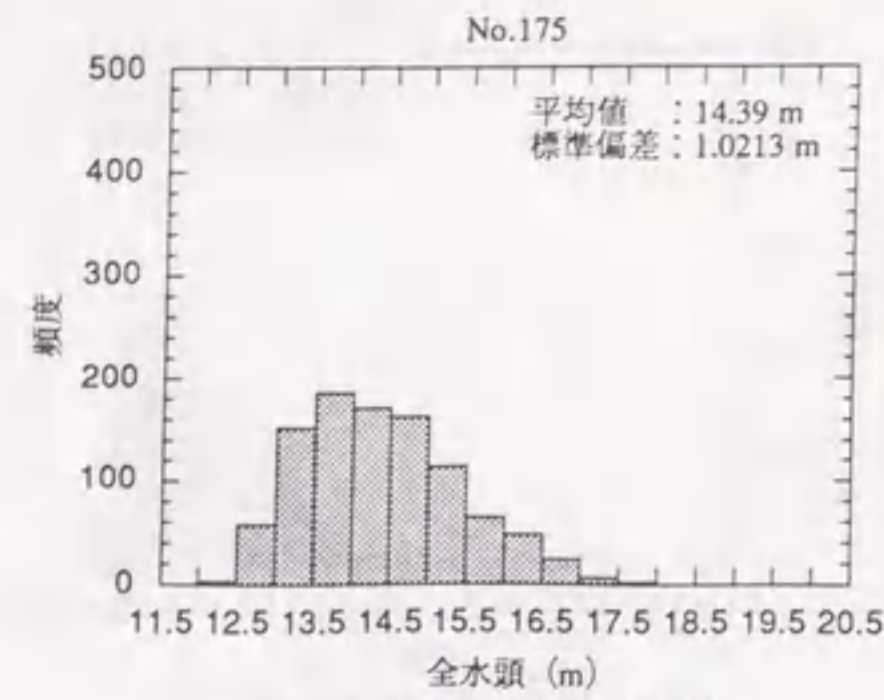


(e) No.171の全水頭の頻度分布

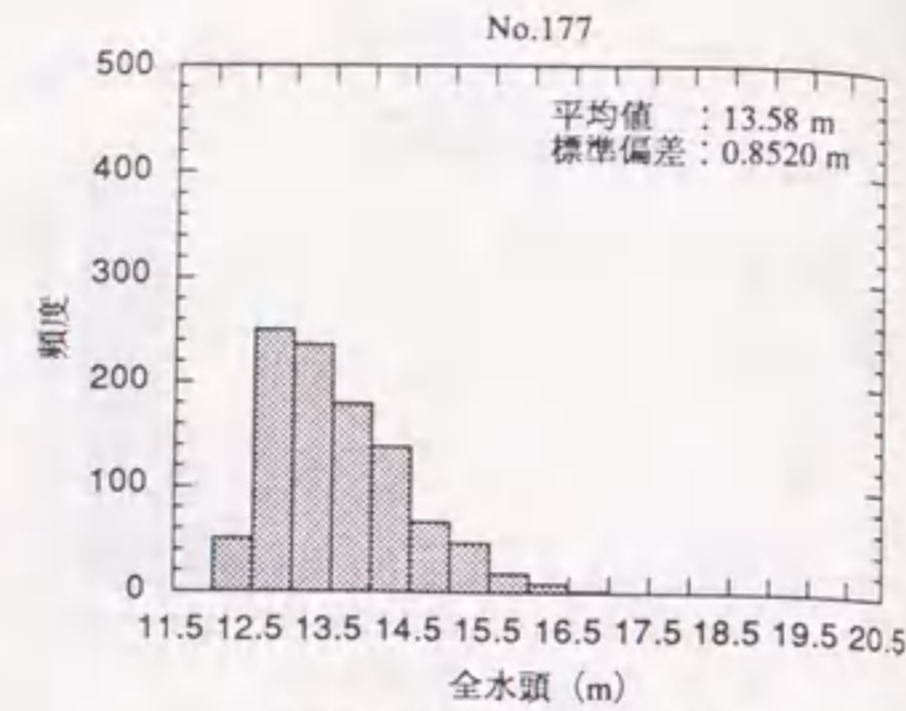


(f) No.173の全水頭の頻度分布

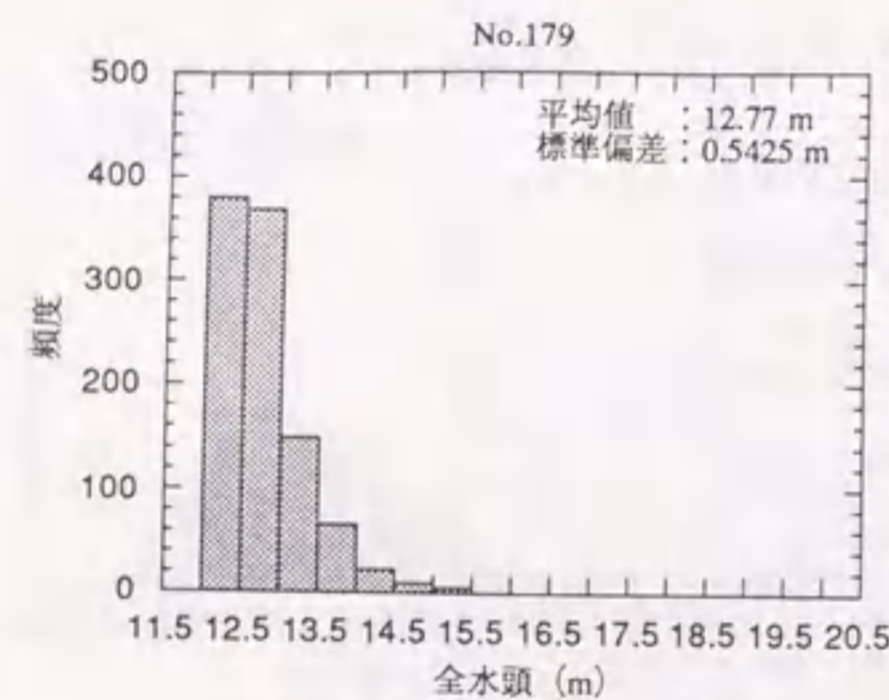
図 4.27a: CASE-3 の各節点の全水頭のヒストグラム (モンテカルロ法)



(g) No.175の全水頭の頻度分布



(h) No.177の全水頭の頻度分布



(i) No.179の全水頭の頻度分布

図 4.27b: CASE-3 の各節点の全水頭のヒストグラム (モンテカルロ法) (続き)

(4) CASE-3A

CASE-3A は、3.4節においてクリッキングを用いて推定した条件付き確率場を用い、飽和領域を対象に確率有限要素法による地下水流動解析を行った結果である。このケースは、9箇所の測定点が全て母集団である確率場の平均値 $1.0 \times 10^{-6} \text{ cm/s}$ に一致するケースである。したがって、全要素の対数透水性係数の推定値は確率場の平均値である -6 となり、推定誤差 (標準偏差) は先の図 3.4 に示した分布を有するケースである。これらの推定結果に基づき、確率有限要素法による解析を行った。その結果として得られた全水頭の平均値分布を図 4.28 に、同じく圧力水頭の平均値分布を図 4.29 に示す。これらの結果は、先の CASE-3 の解析結果である図 4.17, 4.19 と同一である。すなわち、対数透水性係数の空間分布の推定値 (平均値) が同一であるため、全水頭の推定値 (平均値) も同一となる。

次に、全水頭の標準偏差の分布を図 4.30 に示す。この図から上下左右とも対象の分布特性を示すことがわかり、先の図 3.4 に示した標準偏差の分布が上下左右に対象で、かつ同一の推定値 (平均値) が得られていることに対応する。ただし、図 3.4 の標準偏差の表示が厳密に上下左右に対象でないのは表示方法によるもので、実際には上下左右に対象となっている。さて、図 4.30 の全水頭の標準偏差を CASE-3 と比較する。この比較を行うために、CASE-3 の全水頭の標準偏差である図 4.21 の各値から、CASE-3A の図 4.30 の値を差し引いて差をとり、図 4.31 に示す。この図において、解析領域全域で正值を示していることから CASE-3 の標準偏差の方が大きいことを示している。すなわち、CASE-3A では標準偏差が小さくなり、特に解析領域の中央でその差が最も大きく、測定値を用いて推定を行った効果として解析結果の推定誤差が減少している。各節点の全水頭の平均値と標準偏差に関して、CASE-3 と CASE-3A の対応関係をグラフにより示したものが図 4.32 と図 4.33 である。CASE-3 と CASE-3A で平均値は変わらないため、図 4.32 において各節点の全水頭の平均値は全て一致している。また、図 4.31 に示したように CASE-3 よりも CASE-3A の方が、全水頭の標準偏差が小さくなっており、図 4.33 からは CASE-3 の標準偏差が大きいほど CASE-3A の標準偏差の低下の割合が大きいことがわかる。

最後に、ダルシー流速の平均値分布と標準偏差分布を図 4.34 と図 4.35 に示す。CASE-3A では全水頭の平均値が CASE-3 と一致するため、図 4.34 のダルシー流速の平均値も図 4.23 に示した CASE-3 の値と同一である。標準偏差に関しても、全水頭の標準偏差が CASE-3

よりCASE-3Aが小さくなったことにより、図4.25に示したCASE-3より図4.35のCASE-3Aの方が若干小さくなっている。

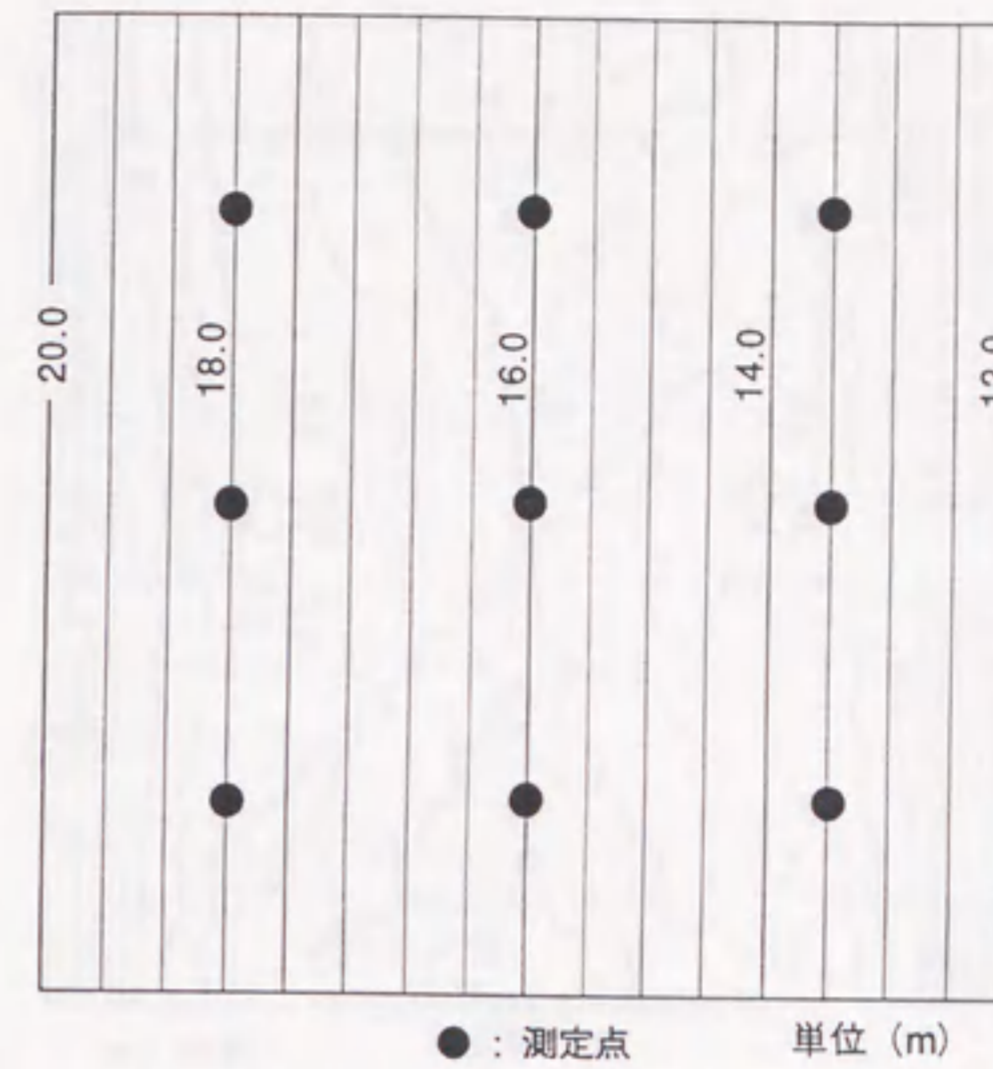


図 4.28: CASE-3A の全水頭の平均値分布 (確率有限要素法)

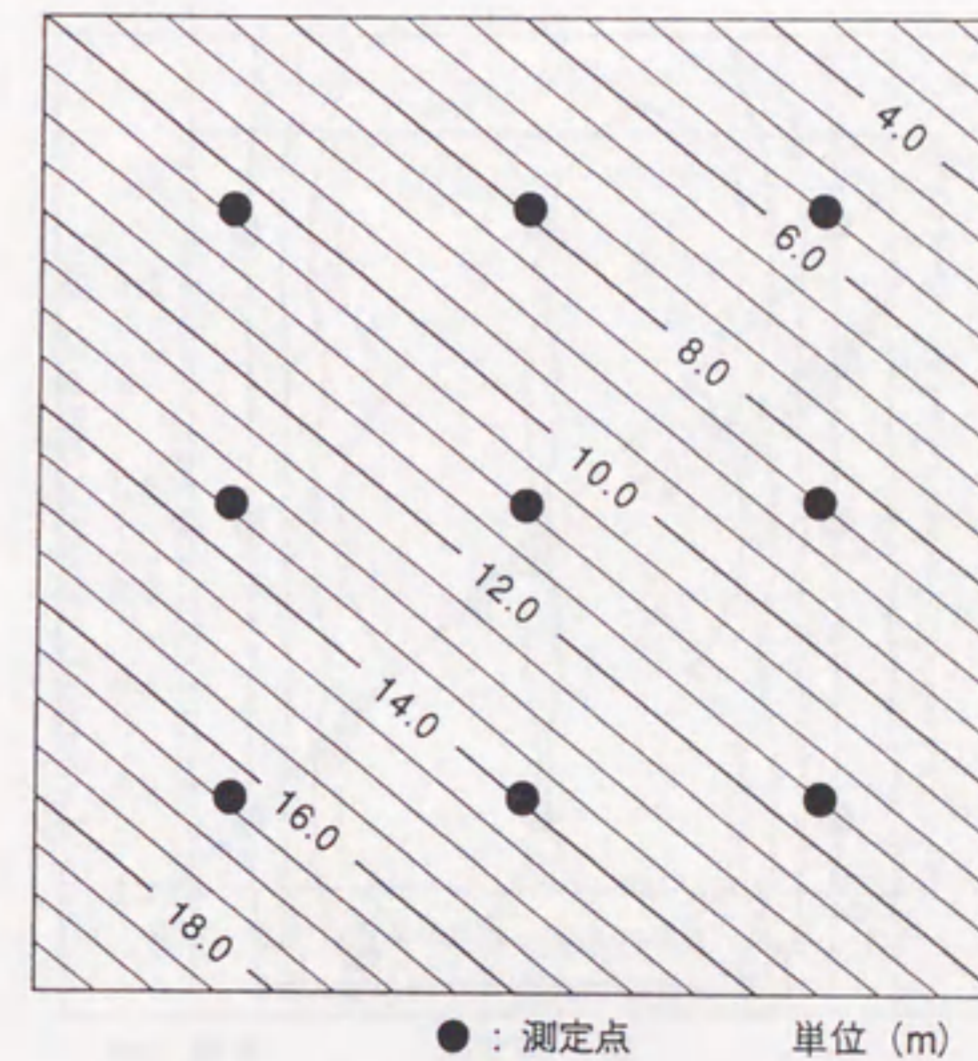


図 4.29: CASE-3A の圧力水頭の平均値分布 (確率有限要素法)

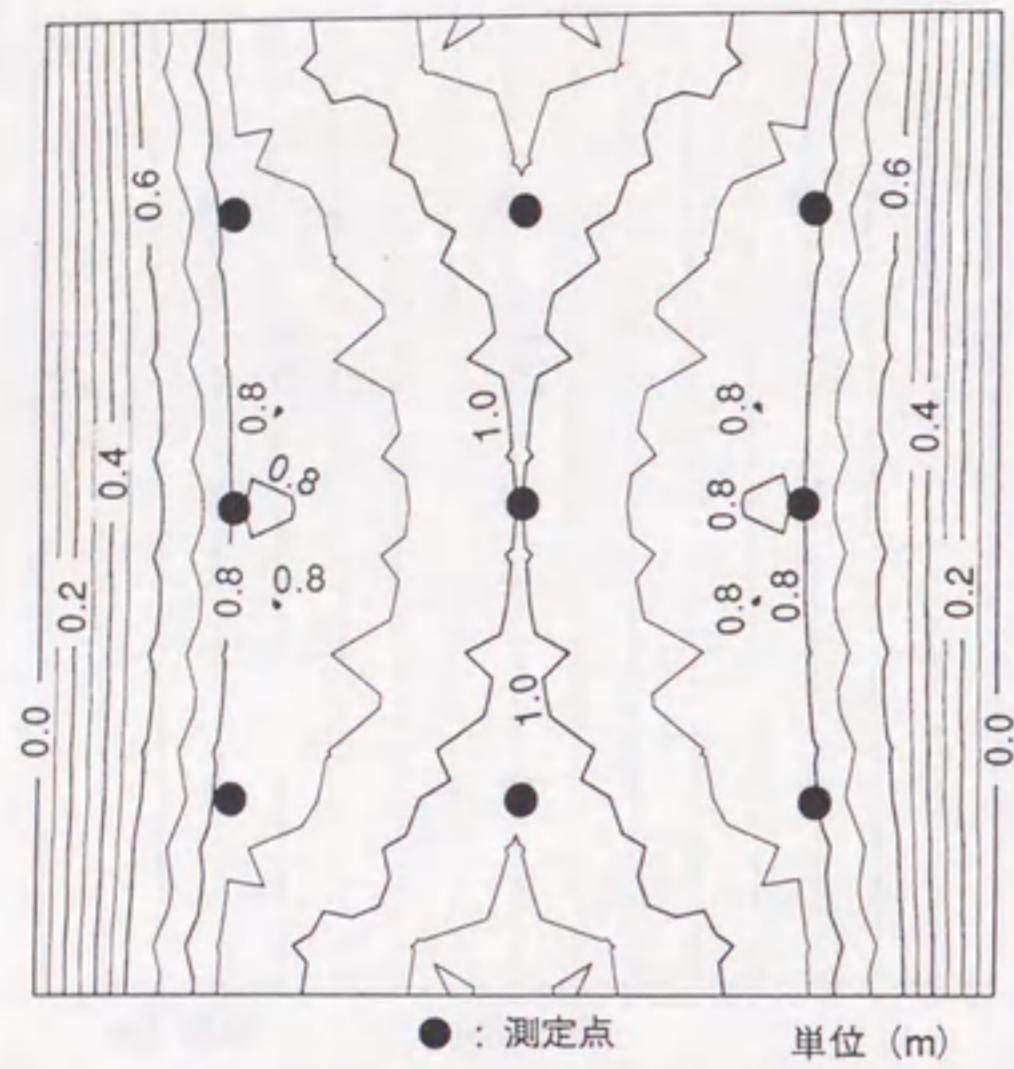


図 4.30: CASE-3A の全水頭の標準偏差分布 (確率有限要素法)

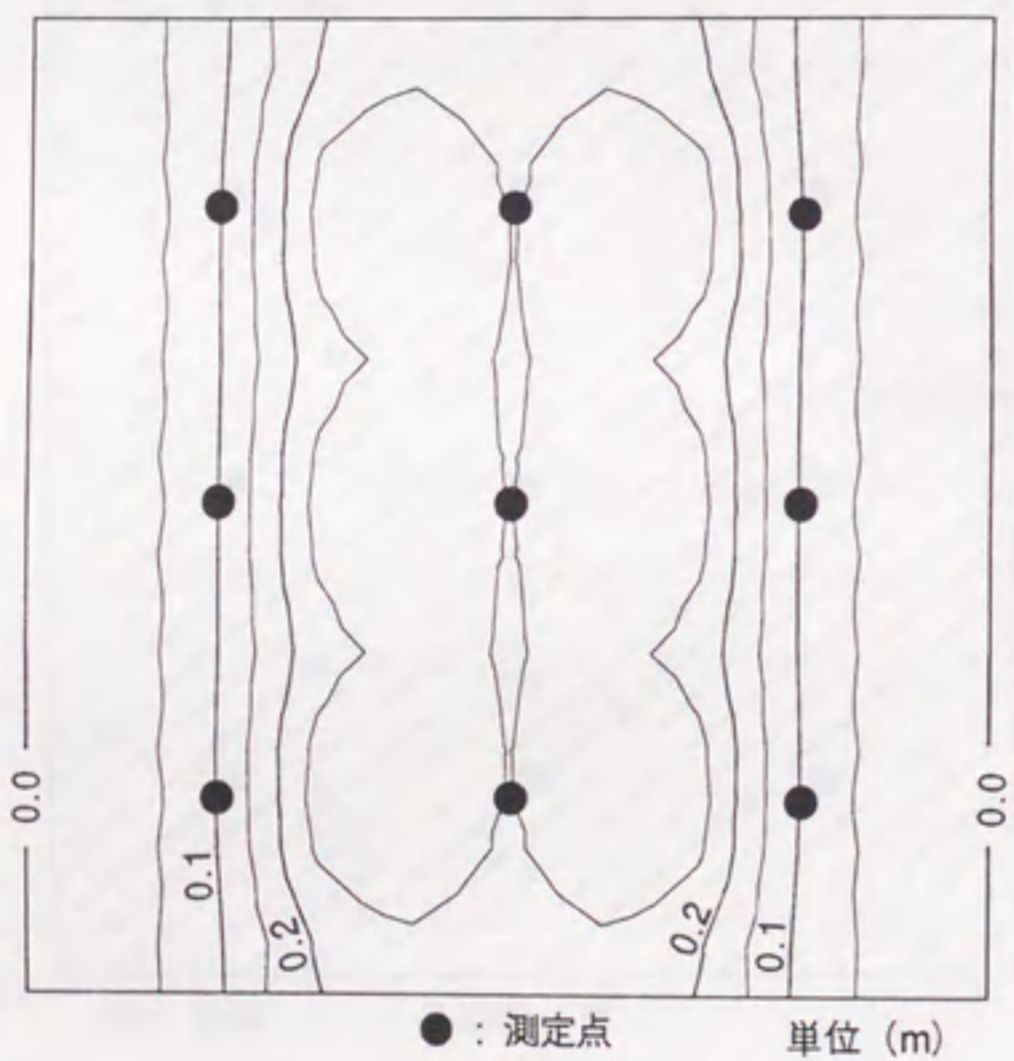


図 4.31: CASE-3 と CASE-3A の全水頭標準偏差の差の分布 (確率有限要素法)

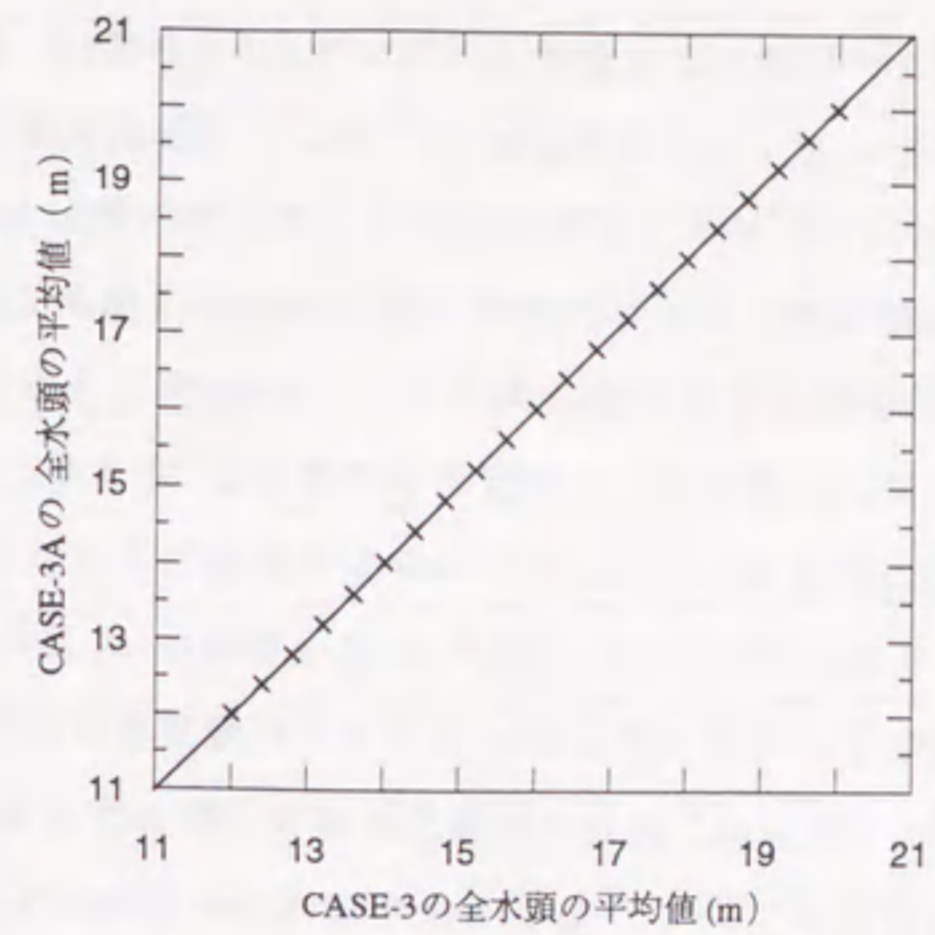


図 4.32: CASE-3 と CASE-3A の全水頭平均値の対応関係

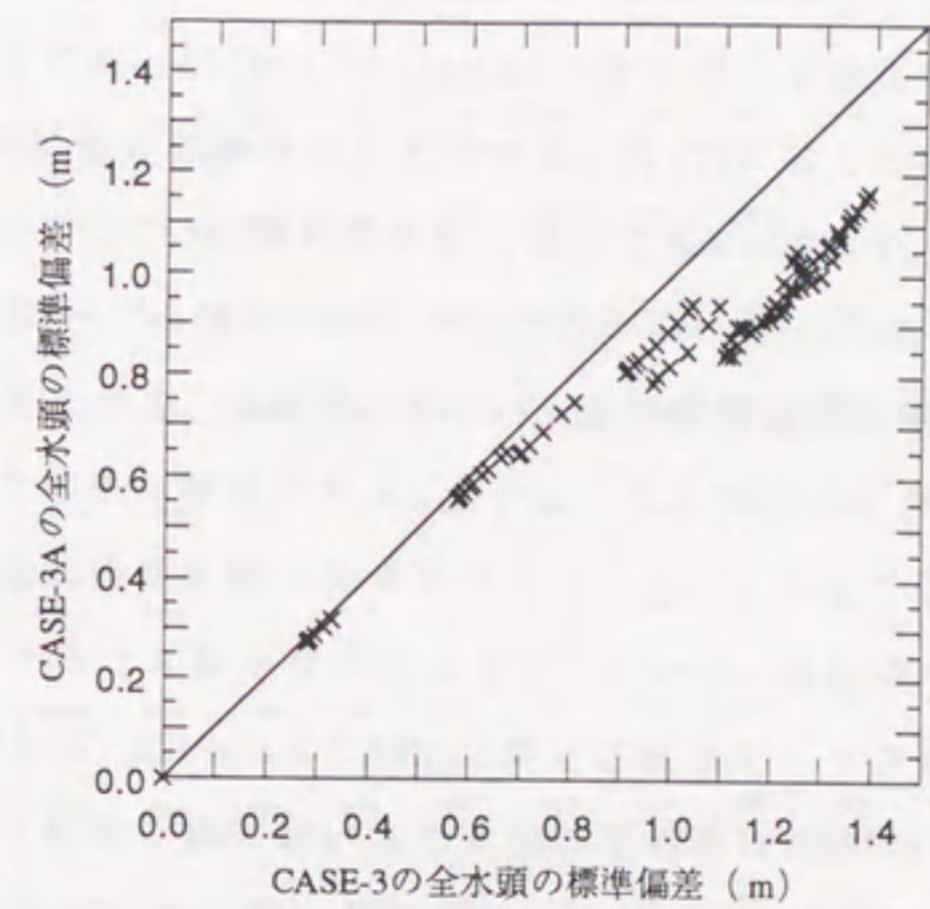


図 4.33: CASE-3 と CASE-3A の全水頭標準偏差の対応関係

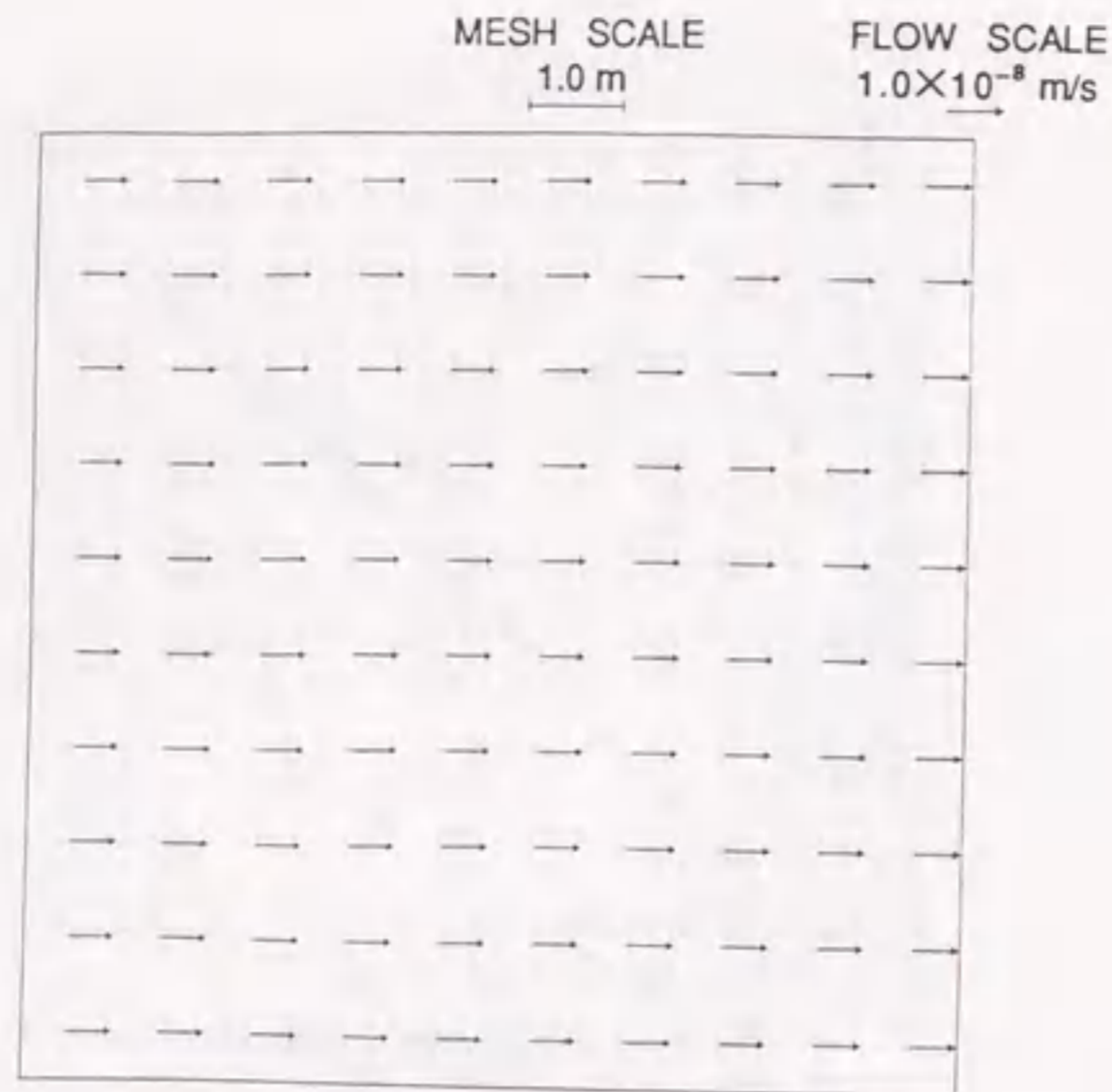


図 4.34: CASE-3A のダルシー流速の平均値分布 (確率有限要素法)

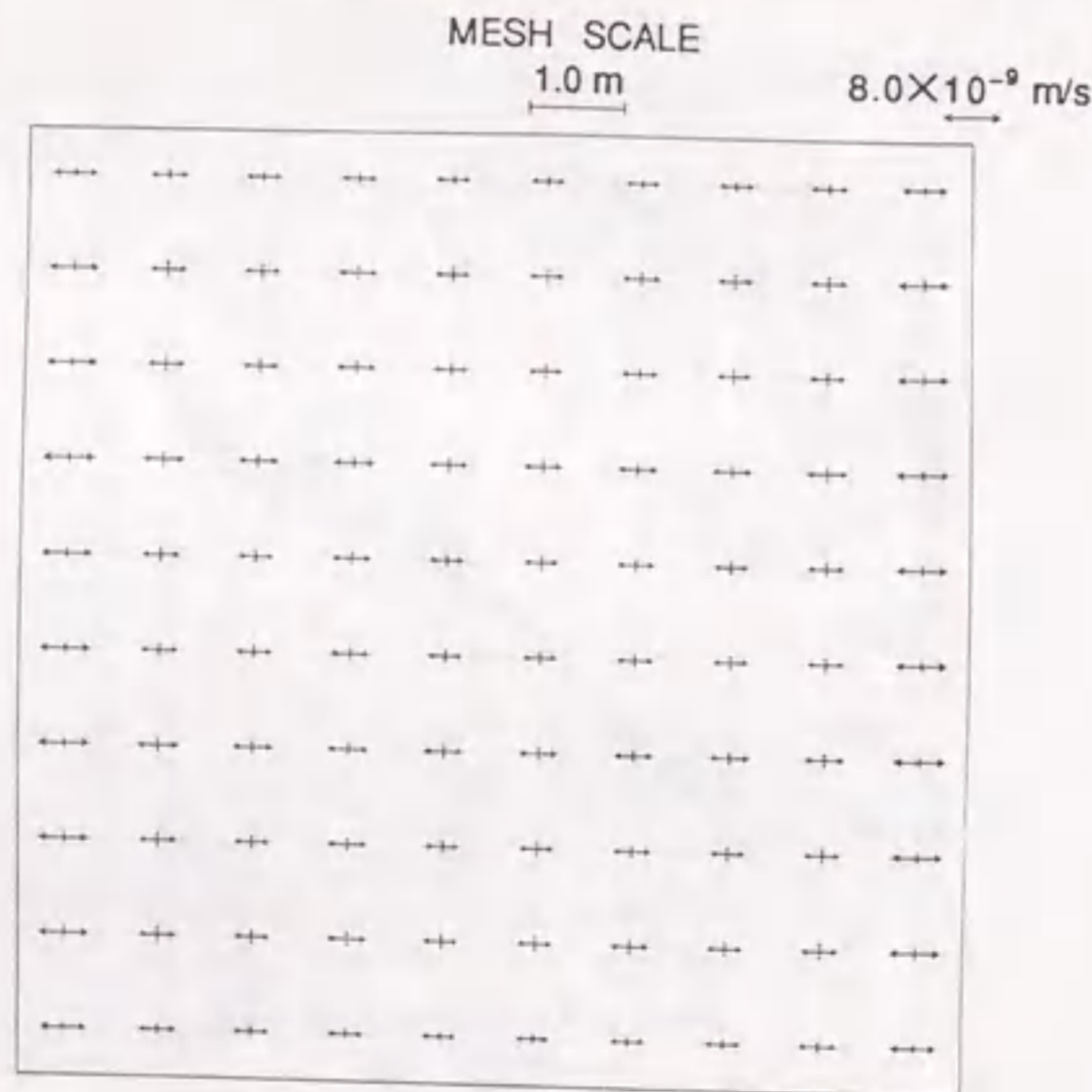


図 4.35: CASE-3A のダルシー流速の標準偏差分布 (確率有限要素法)

(5) CASE-3B

CASE-3Aと同様, 3.4節のクリッキングにより推定した条件付き確率場を用い, 飽和領域を対象に確率有限要素法による地下水流動解析を行ったCASE-3Bの解析結果を示す。ただし, このケースは図3.3のように9箇所の測定点が与えられた場合で, クリッキングによる推定結果は先の図3.5と図3.6に示したものである。確率有限要素法により得られた全水頭の平均値分布を図4.36に, 同じく圧力水頭の平均値分布を図4.37に示す。先のCASE-3やCASE-3Aと異なり, 透水係数の推定値が小さい右上の領域では動水勾配が密となり, 推定値の大きな左下の領域では疎となる。この状況をCASE-3の全水頭の平均値と比較するため, 先の図4.17の各値からCASE-3Bにおける図4.36の値を差し引いて図4.38に示す。領域全体の巨視的な流動が左から右へ生じていることを考慮すると, 推定した透水係数が小さな位置の上流側と大きな位置の下流側において, 上記の違いが大きくなっている。すなわち, CASE-3Bの全水頭が大きくなっている。この現象は, 透水係数の小さな位置では動水勾配が大きくなるため, 相対的にその上流側の全水頭が大きくなり, また透水係数の大きな位置では動水勾配が小さくなるため, 相対的にその下流側の全水頭が大きくなることに起因する現象である。

次に, 全水頭の標準偏差の分布を図4.39に示す。この図は上下左右が対象な分布特性を示しておらず, 先の図4.30に示したCASE-3Aの標準偏差と異なる。この状況を図4.21に示したCASE-3の全水頭の標準偏差と比較する。図4.21に示したCASE-3の全水頭の標準偏差から図4.39に示したCASE-3Bの値を差し引いて図4.40に示す。この図において, ほとんどの解析領域において正值を示していることからCASE-3の標準偏差の方が大きいことを示している。すなわち, 全般的にはCASE-3Bの標準偏差が減少しており, 測定値を用いて推定を行った効果が認められる。しかし, 若干ではあるが負値も生じており, クリッキングによる透水係数の推定結果を用いることで, 必ずしも全ての領域で全水頭の標準偏差が低下するとは限らないことを示している。各節点で求めた全水頭の平均値と標準偏差に関して, CASE-3とCASE-3Bの対応状況をグラフにより示したものが図4.41と図4.42である。領域全体において全水頭の平均値はCASE-3よりCASE-3Bの方が大きくなっており, 条件付き確率場の影響が現われている。特に全体的にCASE-3Bの全水頭が大きくなっているのは, 解析領域の下流側に透水係数の小さな領域が存在するため

である。すなわち、透水係数の小さな下流領域で全水頭が低下し、それより上流側の全域で相対的に全水頭が大きくなるためである。図4.42からは、全般的にCASE-3よりもCASE-3Bの方が全水頭の標準偏差が小さくなっていることがわかる。しかし、数は少ないがCASE-3Bの方が大きくなっているものもあり、透水係数の空間分布推定の結果により標準偏差は複雑に影響を受けることがわかる。

ダルシー流速の平均値分布と標準偏差分布を図4.43と図4.44に示す。CASE-3Bでは推定された透水係数の小さな領域においてダルシー流速の平均値も小さくなり、透水係数の大きな領域でダルシー流速の平均値も大きくなる。この状況は確定論における解析結果と同様である。また、ダルシー流速の平均値の大小関係を反映して標準偏差も同様に分布している。

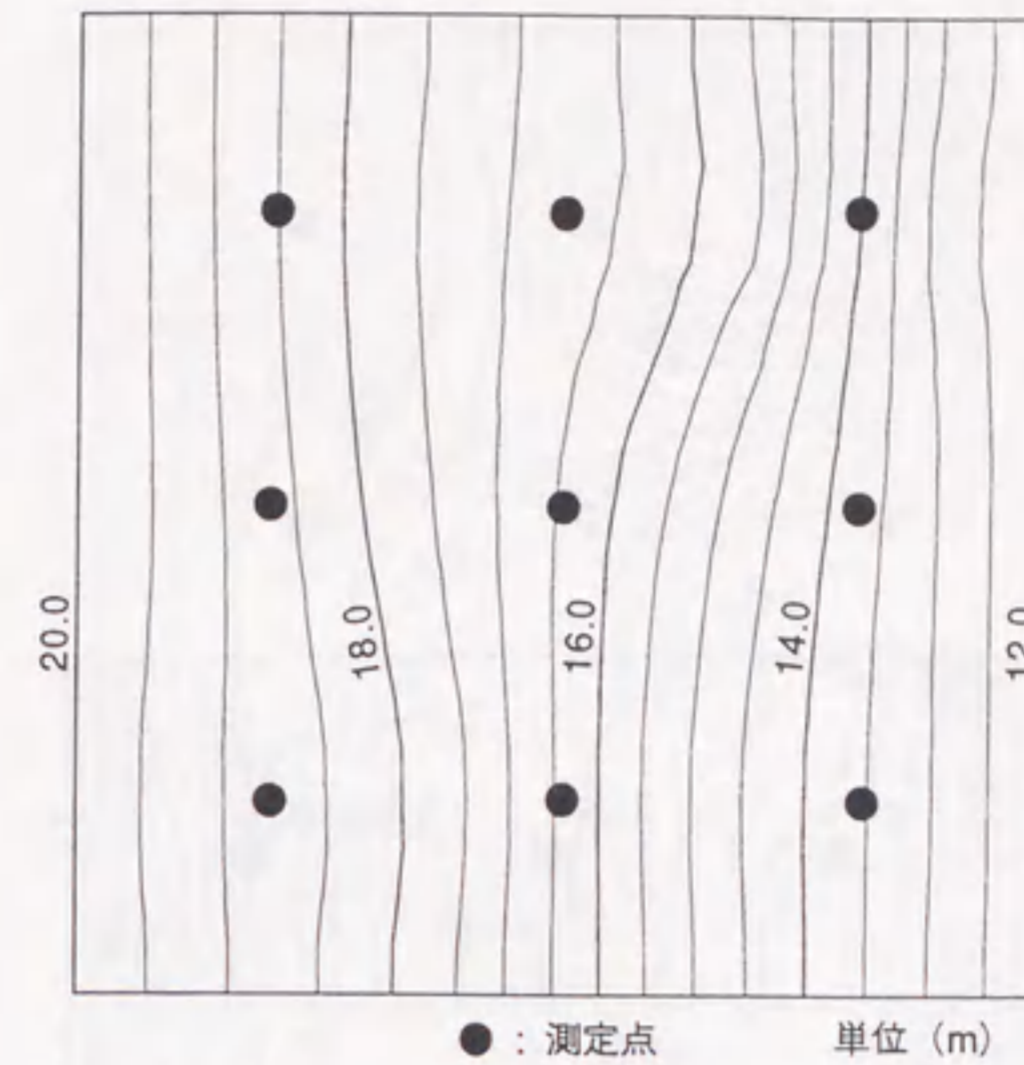


図 4.36: CASE-3B の全水頭の平均値分布 (確率有限要素法)

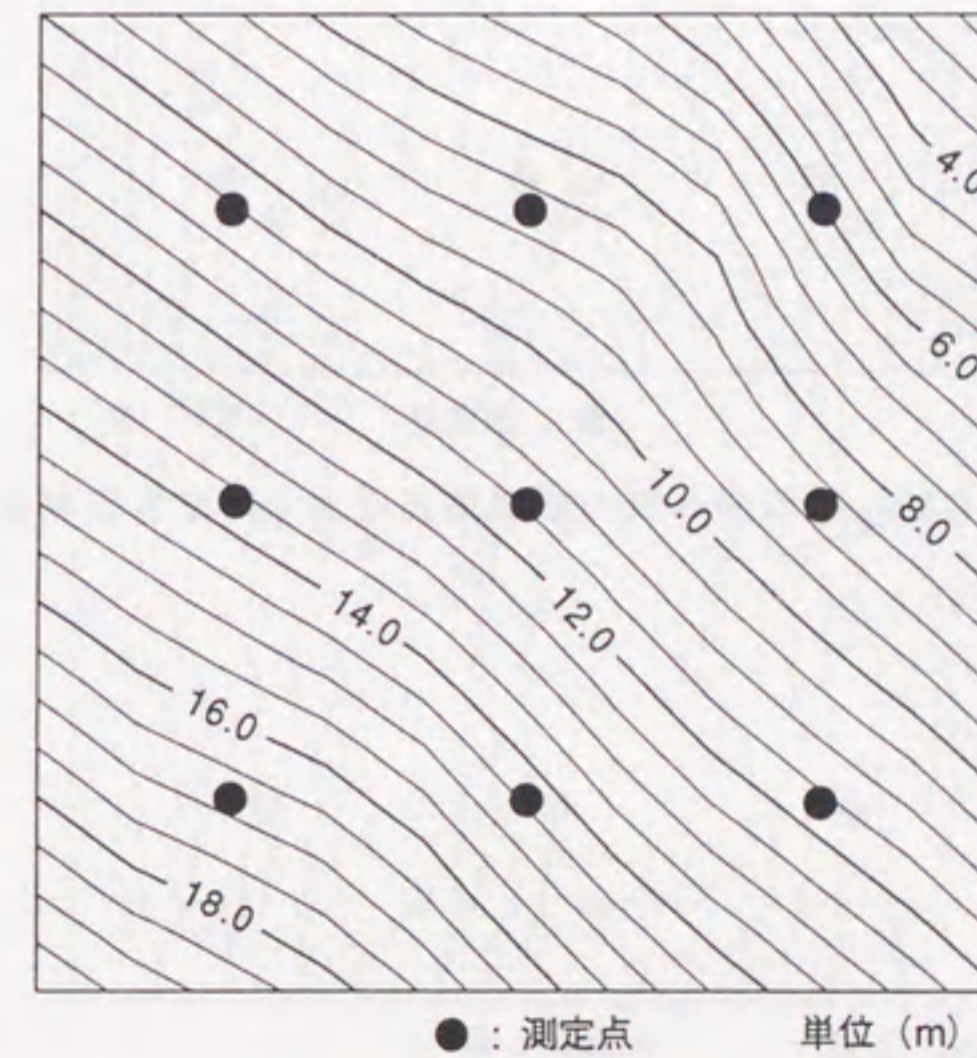


図 4.37: CASE-3B の圧力水頭の平均値分布 (確率有限要素法)

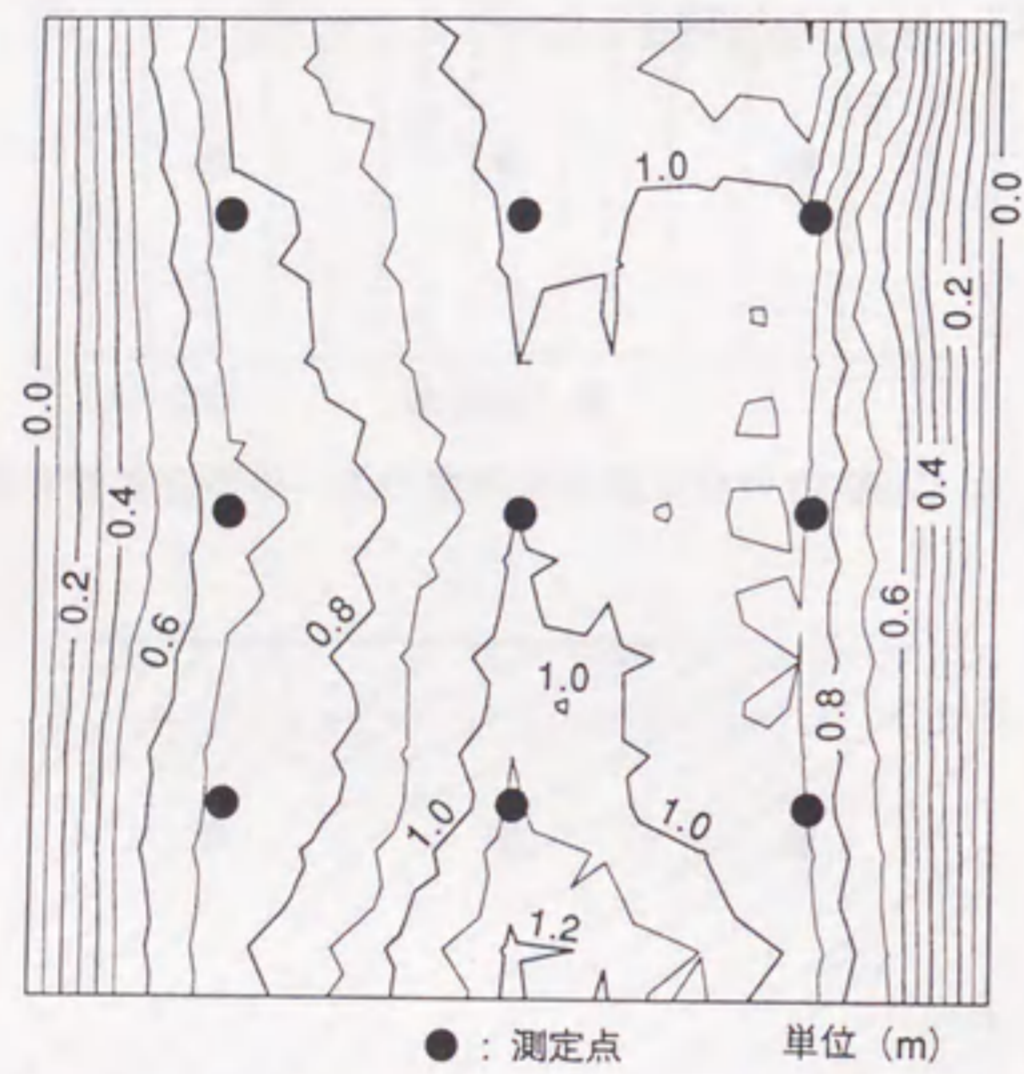


図 4.38: CASE-3B の全水頭の標準偏差分布 (確率有限要素法)

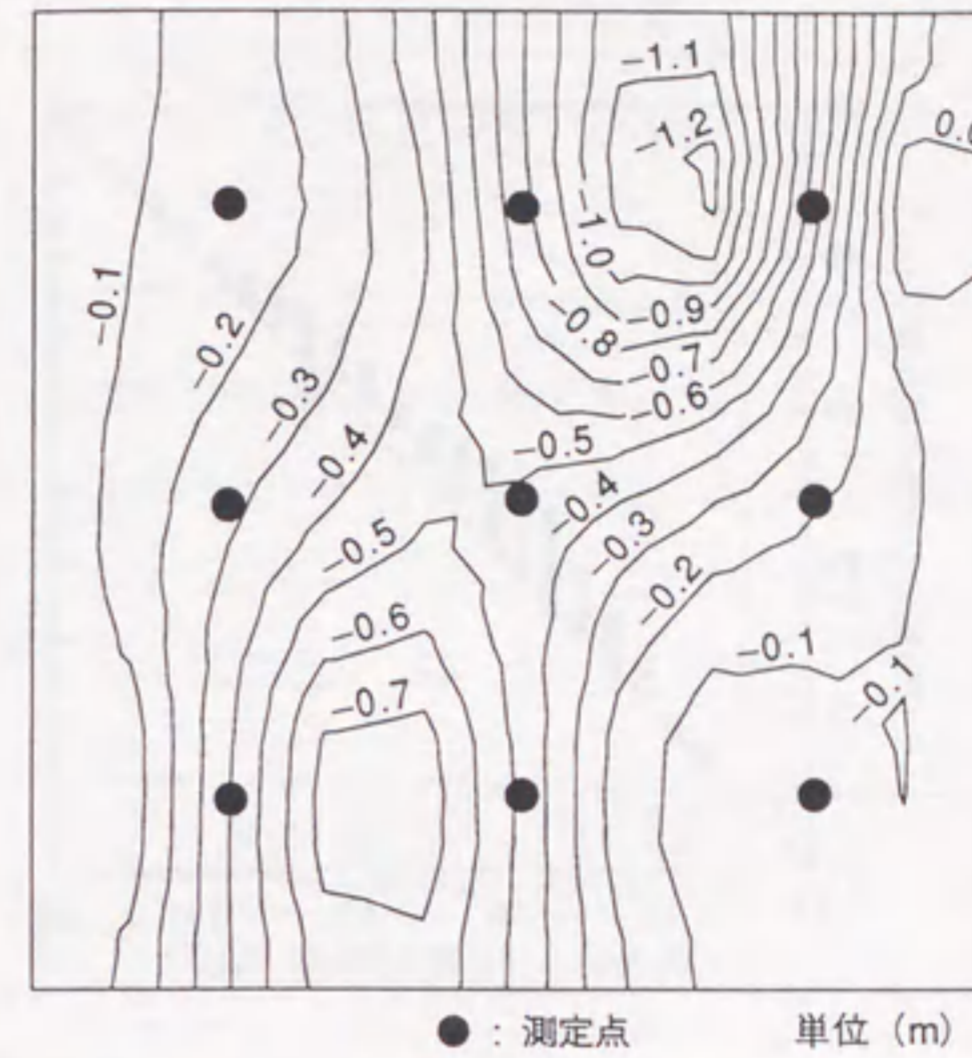


図 4.39: CASE-3 と CASE-3B の全水頭平均値の差の分布 (確率有限要素法)

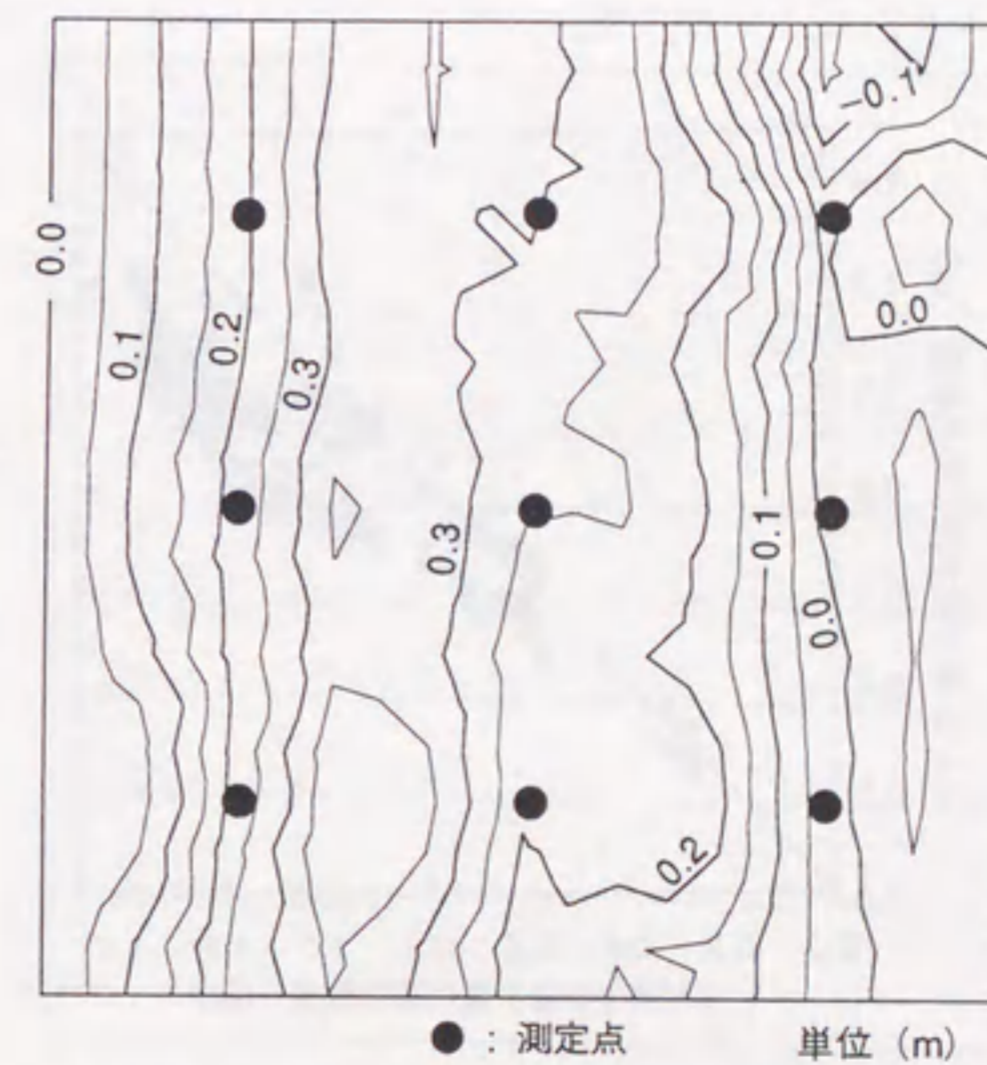


図 4.40: CASE-3 と CASE-3B の全水頭標準偏差の差の分布 (確率有限要素法)

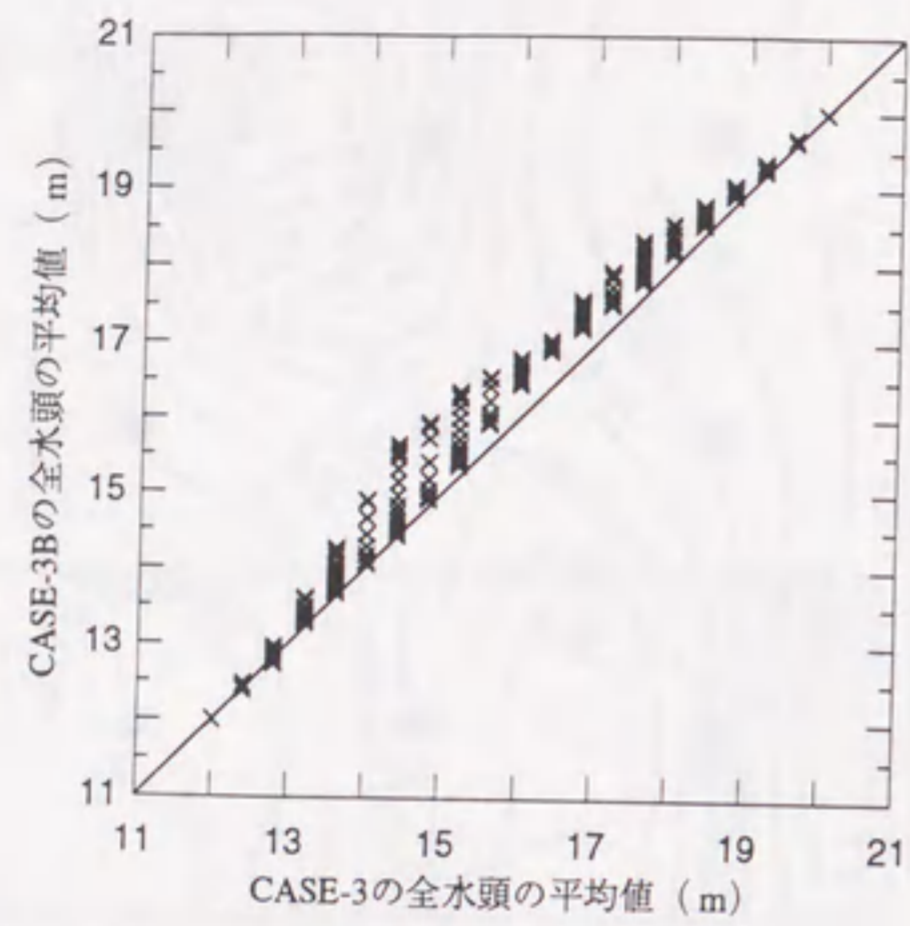


図 4.41: CASE-3 と CASE-3B の全水頭平均値の対応関係

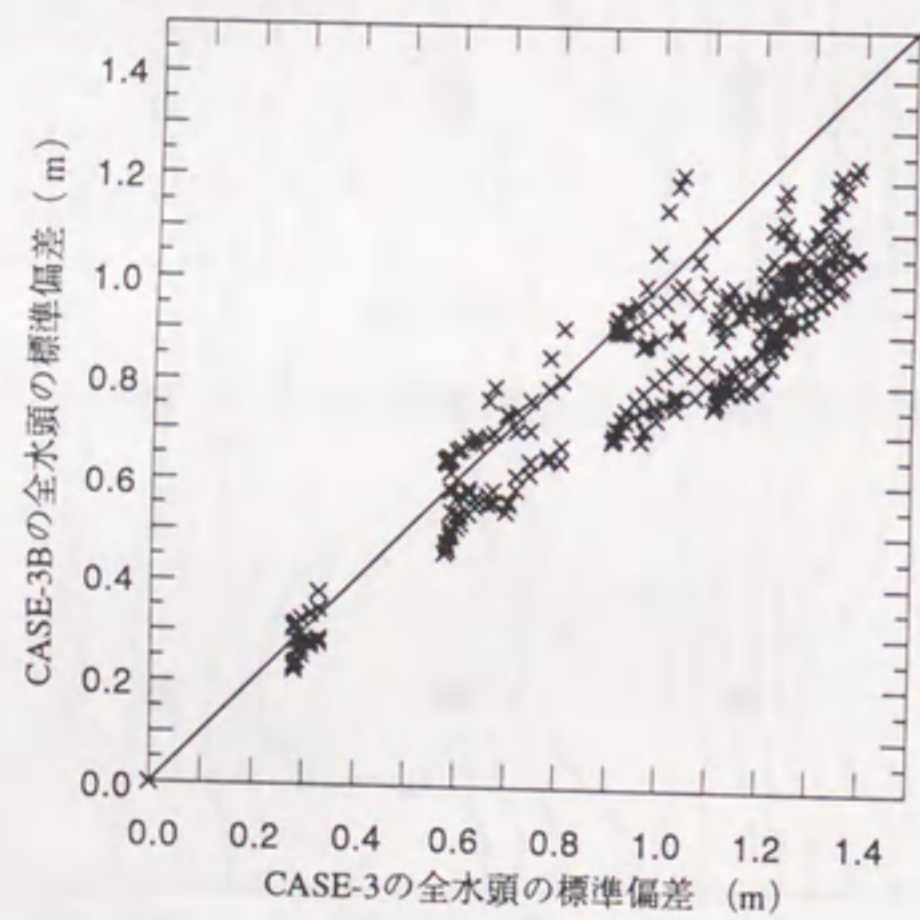


図 4.42: CASE-3 と CASE-3B の全水頭標準偏差の対応関係

MESH SCALE
1.0 m

FLOW SCALE
 1.0×10^{-9} m/s

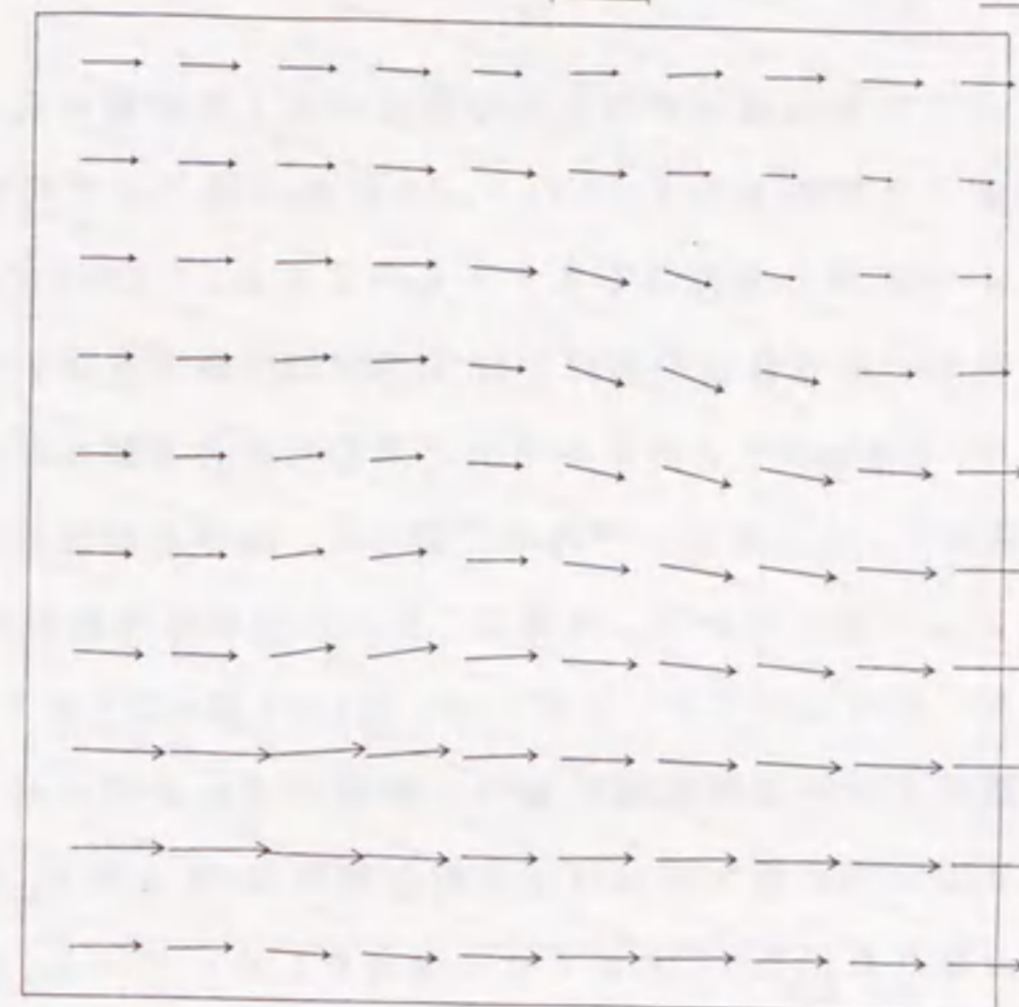


図 4.43: CASE-3B のダルシー流速の平均値分布 (確率有限要素法)

MESH SCALE
1.0 m

FLOW SCALE
 8.0×10^{-9} m/s

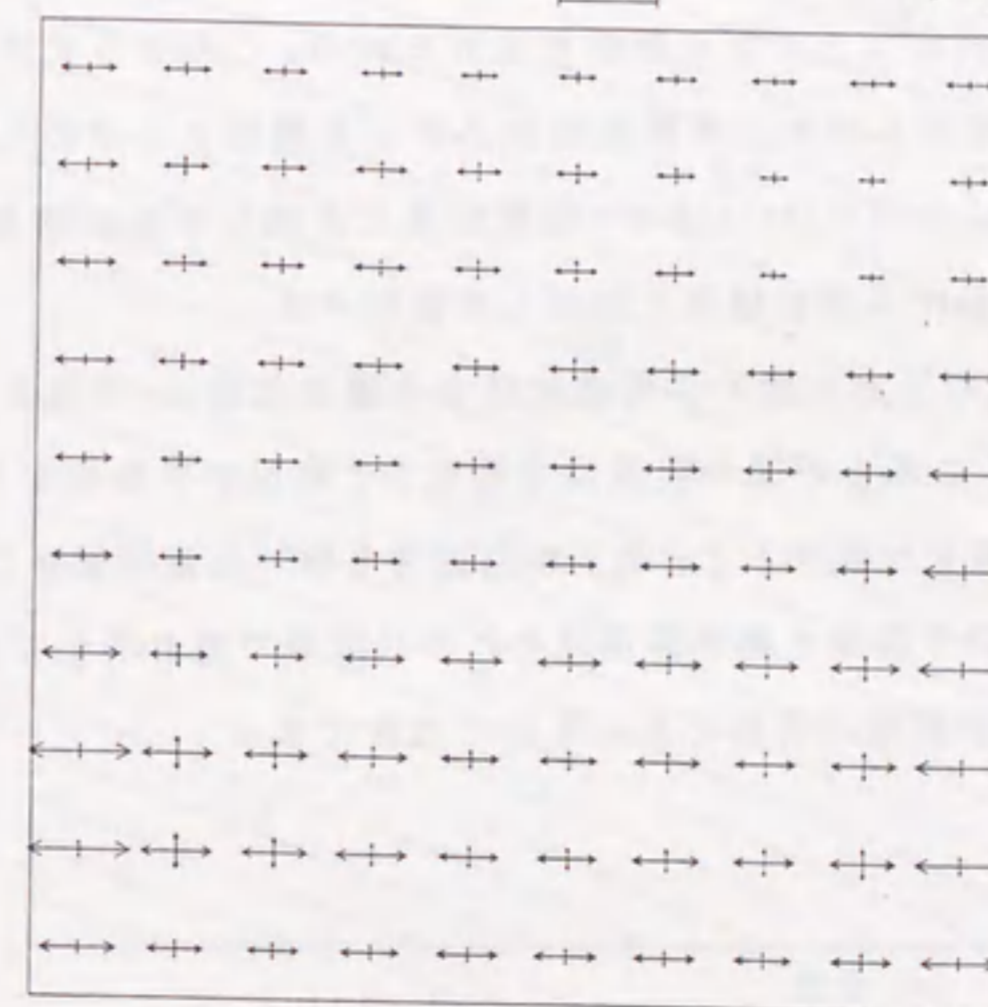


図 4.44: CASE-3B のダルシー流速の標準偏差分布 (確率有限要素法)

(6) CASE-4

CASE-4において、不飽和領域が存在する場合の地下水流動を確率有限要素法とモンテカルロ法で解析した結果を示す。このケースは確率場として対数透水性係数が平均値-6, 標準偏差 $\sigma = 0.667$ の分布特性を有するものである。CASE-4では、圧力水頭の解析結果に着目して線形一次近似法の検討を行う。図4.45は確率有限要素法で求めた圧力水頭の平均値分布を、図4.46はモンテカルロ法で求めた圧力水頭の平均値分布を示している。この結果を見ると、圧力水頭の平均値に関して、確率有限要素法の結果はモンテカルロ法の結果とよく一致している。同様に、圧力水頭の標準偏差の分布を確率有限要素法とモンテカルロ法について示したものが、図4.47と図4.48である。図4.47と図4.48を比較して、地下水面以上の不飽和領域において両者の違いが現われている。モンテカルロ法から求めた圧力水頭の標準偏差は圧力指定境界で0mとなり、他の領域や境界では圧力指定境界から離れるに従って大きくなる傾向をしめしている。確率有限要素法とモンテカルロ法における以上の違いを明確に調べるため、確率有限要素法より求めた標準偏差からモンテカルロ法より求めた標準偏差を差し引いた値を図4.49に示す。同図から、不飽和領域を中心として両手法による違いが明確に現われており、特に地下水面近傍においてその違いが大きくなる箇所が認められる。このように不飽和領域においては、線形一次近似法から求めた標準偏差が必ずしも精度よく求められていないことがわかる。この原因についてはCASE-5の計算結果と比較して後に言及することとし、以下では飽和領域における解析結果に着目して検討する。

飽和領域において圧力水頭の平均値に対する標準偏差 $\pm\sigma$ の幅を表示したものが図4.50, 図4.51である。これらの図の実線は平均値を、破線が平均値から $\pm\sigma$ の分布幅を示している。2つの図を比較すると、地下水面近傍を除いた飽和領域において、両手法から求めた圧力水頭の平均値と標準偏差はそれぞれ同様の値を示しており、線形一次近似法による計算結果が有効に利用できるものと判断できる。

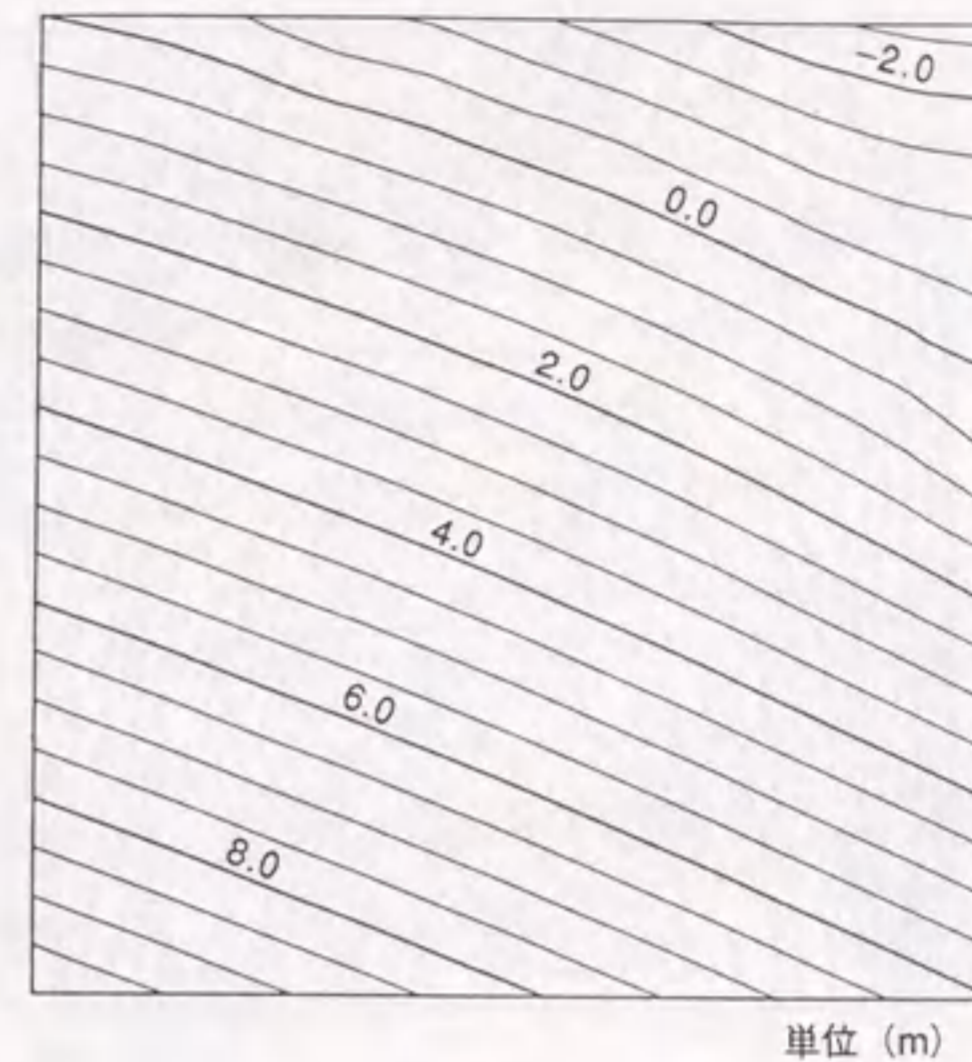


図 4.45: CASE-4の圧力水頭の平均値分布 (確率有限要素法)

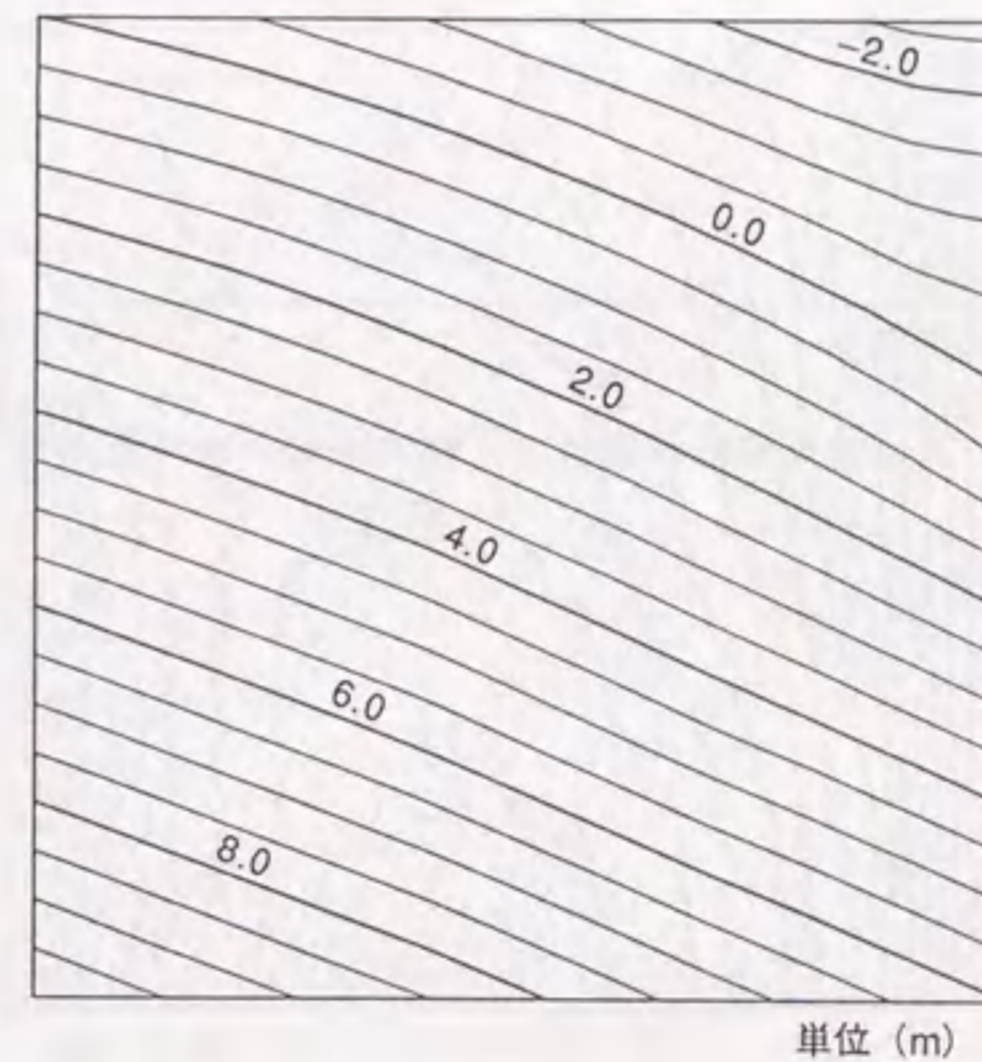
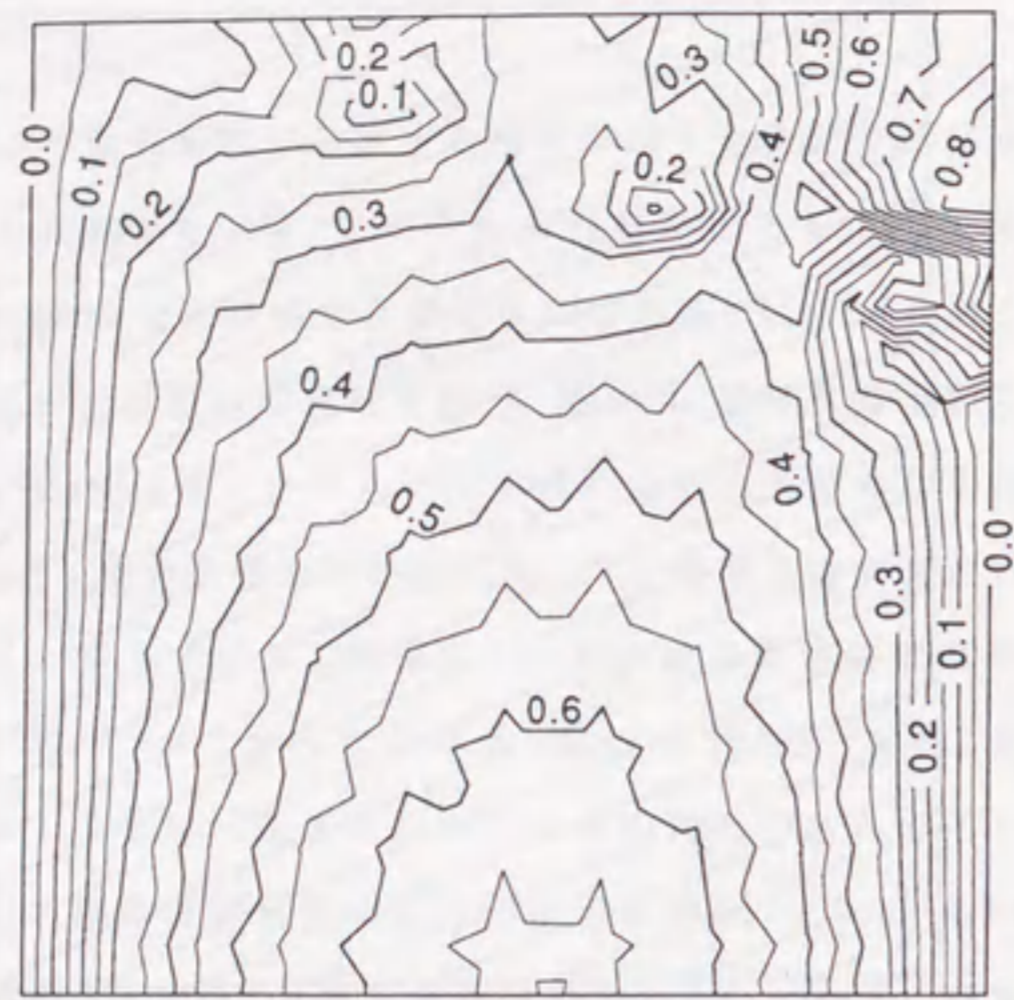
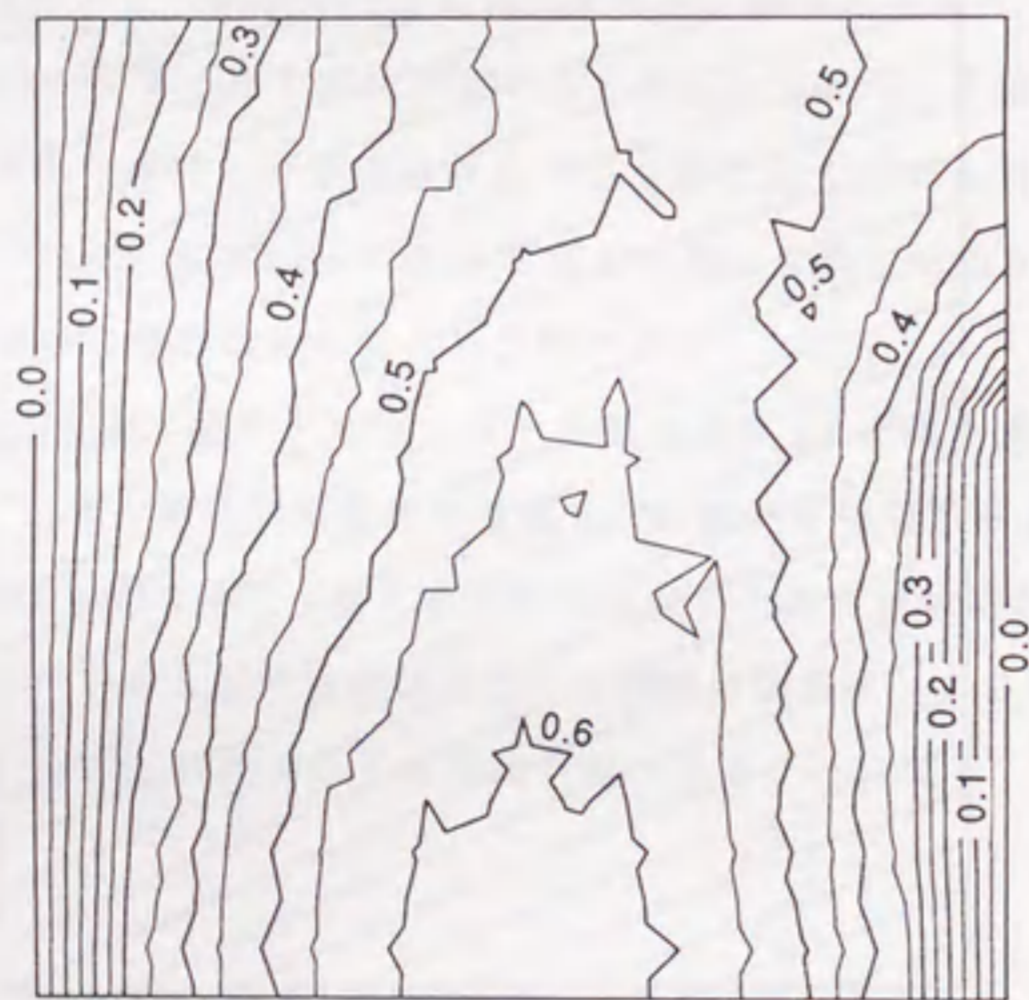


図 4.46: CASE-4の圧力水頭の平均値分布 (モンテカルロ法)



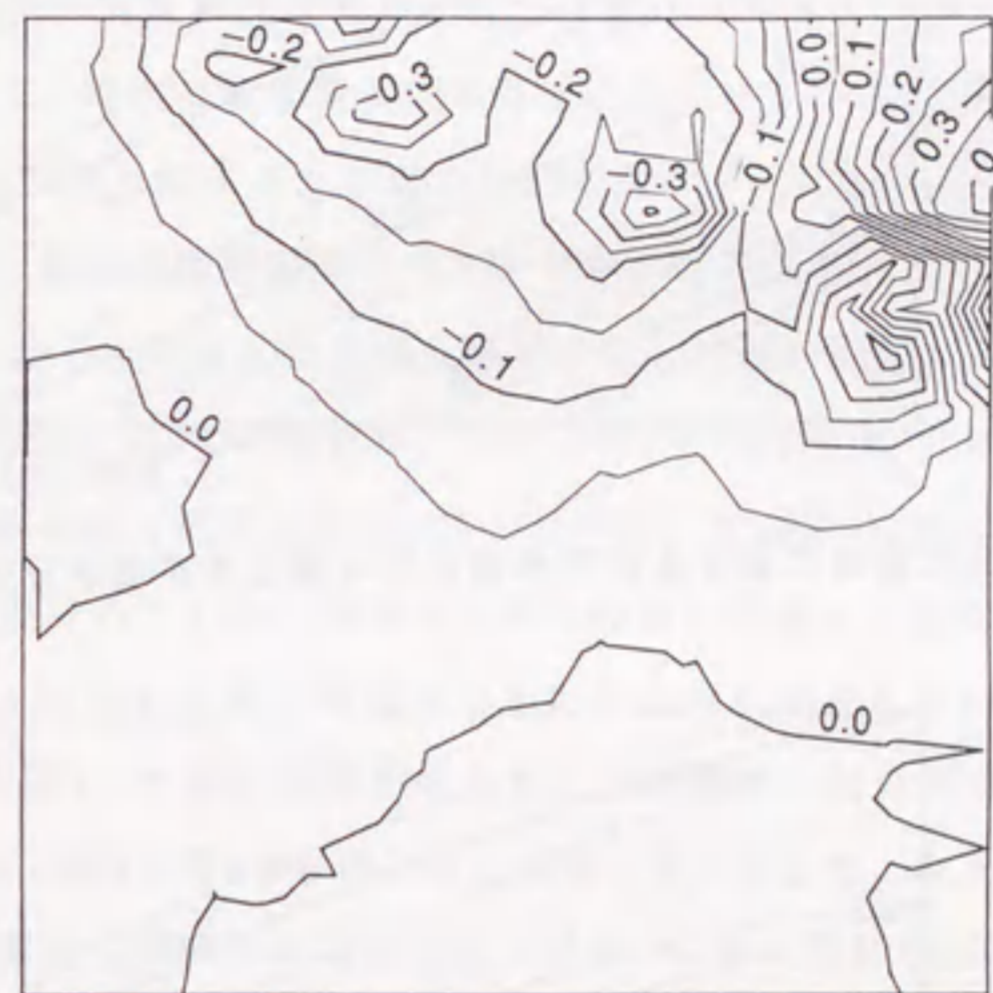
単位 (m)

図 4.47: CASE-4 の圧力水頭の標準偏差分布 (確率有限要素法)



単位 (m)

図 4.48: CASE-4 の圧力水頭の標準偏差分布 (モンテカルロ法)



単位 (m)

図 4.49: CASE-4 の圧力水頭の標準偏差に関する確率有限要素法とモンテカルロ法の差の分布

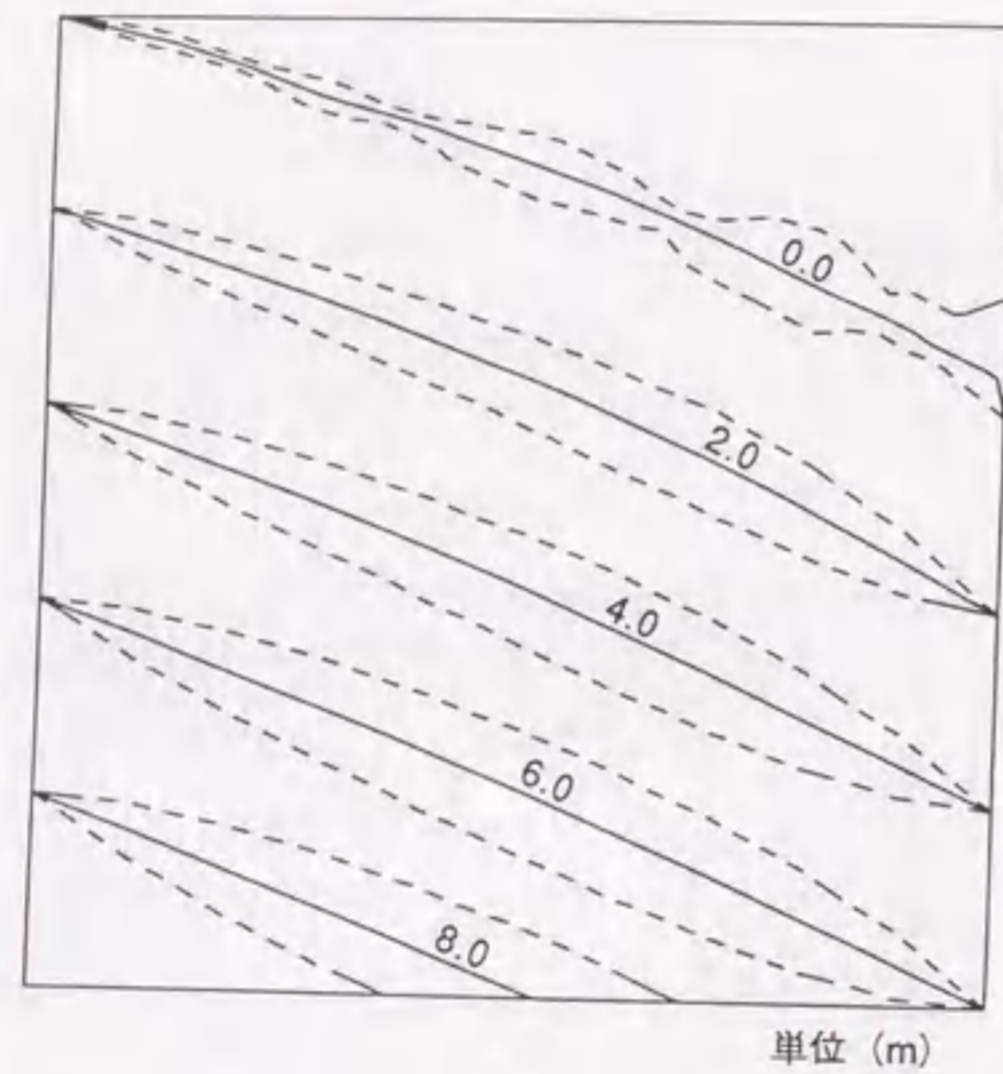


図 4.50: CASE-4 の飽和領域における圧力水頭の平均値と標準偏差分布 (確率有限要素法)

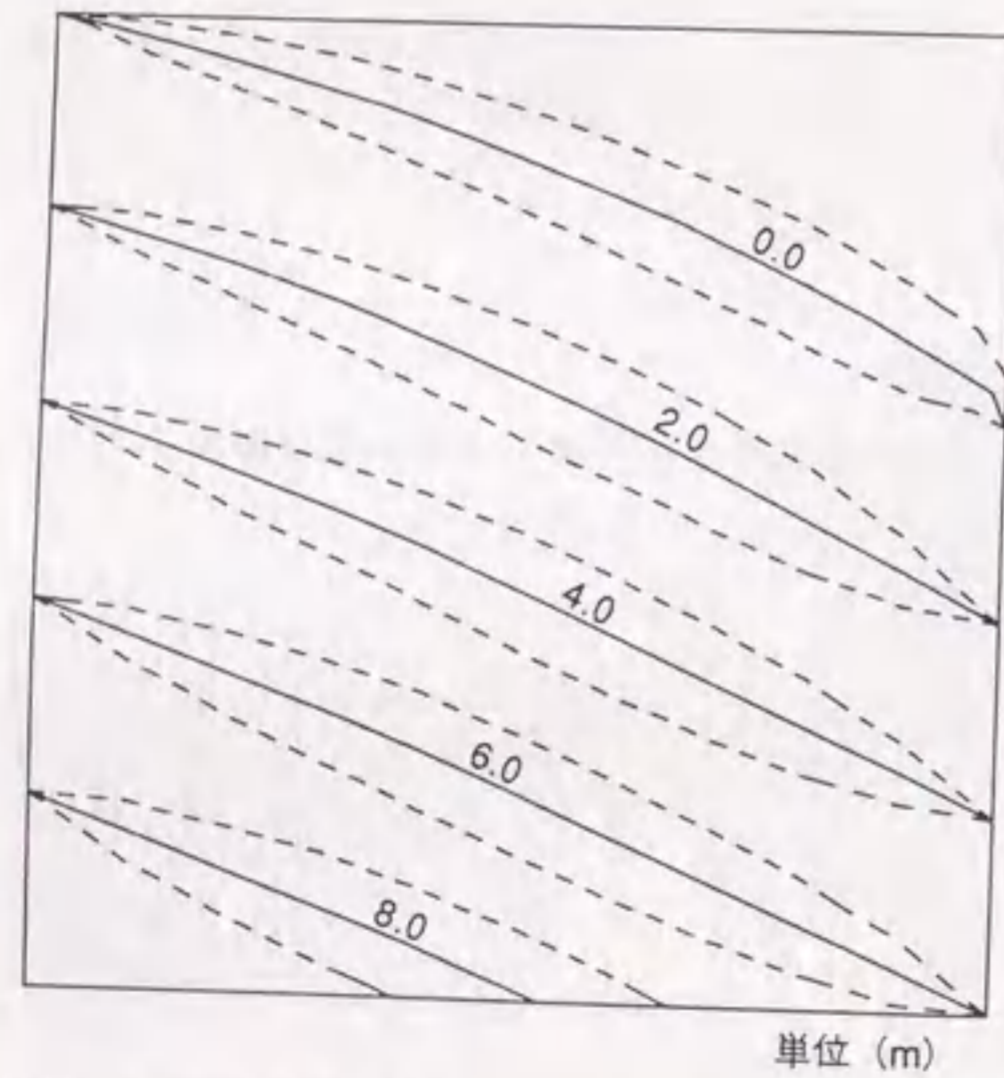


図 4.51: CASE-4 の飽和領域における圧力水頭の平均値と標準偏差分布 (モンテカルロ法)

(7) CASE-5

CASE-5 は、不飽和領域での透水特性を変更したケースである。すなわち、先の CASE-4 では図 4.6 の水分特性曲線と透水係数比の関係を用い、CASE-5 では図 4.7 の関係を用いている。なお、透水係数の分布特性としては、CASE-4 と同じく確率場として対数透水係数が平均値 -6 、標準偏差 $\sigma = 0.667$ を設定している。ここでも圧力水頭の解析結果に着目して線形一次近似法の検討を行う。図 4.52 は確率有限要素法で求めた圧力水頭の平均値分布を、図 4.53 はモンテカルロ法で求めた圧力水頭の平均値分布を示している。圧力水頭の平均値に関して、確率有限要素法の結果はモンテカルロ法の結果とよく一致しており、先の CASE-4 と比較しても大きな違いは認められない。図 4.54 と図 4.55 には圧力水頭の標準偏差の分布を確率有限要素法とモンテカルロ法に関して示している。図 4.54 と図 4.55 を比較すると、地下水面以上の不透水領域において違いは認められるものの、その違いは CASE-4 の図 4.47 と図 4.47 の違いほど大きくない。特に、地下水面近傍においてその違いが大きくなる箇所も認められない。したがって、CASE-5 の場合よりもモンテカルロ法に近い結果が得られていると言える。以上の点を明確にするため、CASE-4 と同様に確率有限要素法より求めた標準偏差からモンテカルロ法より求めた標準偏差を差し引いた値を図 4.56 に示す。不飽和領域を中心として両手法の違いが現われているが、明らかにその違いは CASE-4 (図 4.49 参照) ほど大きくない。また、地下水面近傍において違いが大きくなる箇所も認められない。以下では、このように CASE-4 と CASE-5 の線形一次近似法の解析結果が異なる理由を考察する。

CASE-3 における確率有限要素法とモンテカルロ法の解析結果の違いは、不飽和領域が存在していないことから、不確定性を有する飽和透水係数と未知量である圧力水頭の関係における非線形性によるものと考えられる。これに対して CASE-4 と CASE-5 では、不飽和領域が存在することにより、圧力水頭に依存して透水係数が変化し、既知量と未知量の間における非線形性が加わっている。この影響は、CASE-4 と CASE-5 の両ケースにおいて、圧力水頭に関する標準偏差の解析精度が、不飽和領域を中心に低下することとして現われている。さらに CASE-4 と CASE-5 の不飽和透水特性の違いの影響は、特に CASE-4 で地下水面近傍の標準偏差の解析精度が低下することとして現われている。このような影響の現われ方は、先の図 4.6 の水分特性曲線と透水係数比の関係から考察で

きる。それには、先に示した式(4.24)から圧力水頭の共分散が算定されるが、その計算には式(4.44), (4.45)が用いられることを考察の対象にする必要がある。すなわち、式(4.45), (4.45)には $\frac{\partial K_l^r(\psi_l)}{\partial \psi_m}$ が含まれており、この値には水分特性曲線と透水係数比の曲線の勾配が用いられる。ここで $\frac{\partial K_l^r(\psi_l)}{\partial \psi_m}$ は $l = m$ の場合のみ0以外の値を持ち、次式で求められる。

$$\frac{\partial K_l^r(\psi_l)}{\partial \psi_l} = \frac{\partial K_l^r(S_r)}{\partial S_r} \cdot \frac{\partial S_r}{\partial \psi_l} \quad (4.54)$$

なお、 S_r は飽和度である。図4.57には、先の図4.6の関係を模式的に示しており、式(4.54)に示した各勾配が表わされている。同図より、地下水面近傍に相当するサクション圧0m付近では、サクション圧の僅かな変化により透水係数比の変化が著しく大きくなることがわかる。したがって、不飽和特性の非線形性が極端に強まることになり、線形一次近似法による解析結果の精度が低下するものと考えられる。このような特性は不飽和領域の水分特性曲線と透水係数比の関係で決定され、特に図4.7に示したCASE-5の水分特性曲線と透水係数比の関係からは、このような影響は受けない。したがって、一般的には水分特性曲線と透水係数比の曲線が下に凸な曲線となる場合、地下水面近傍で標準偏差の精度が低下することになる。

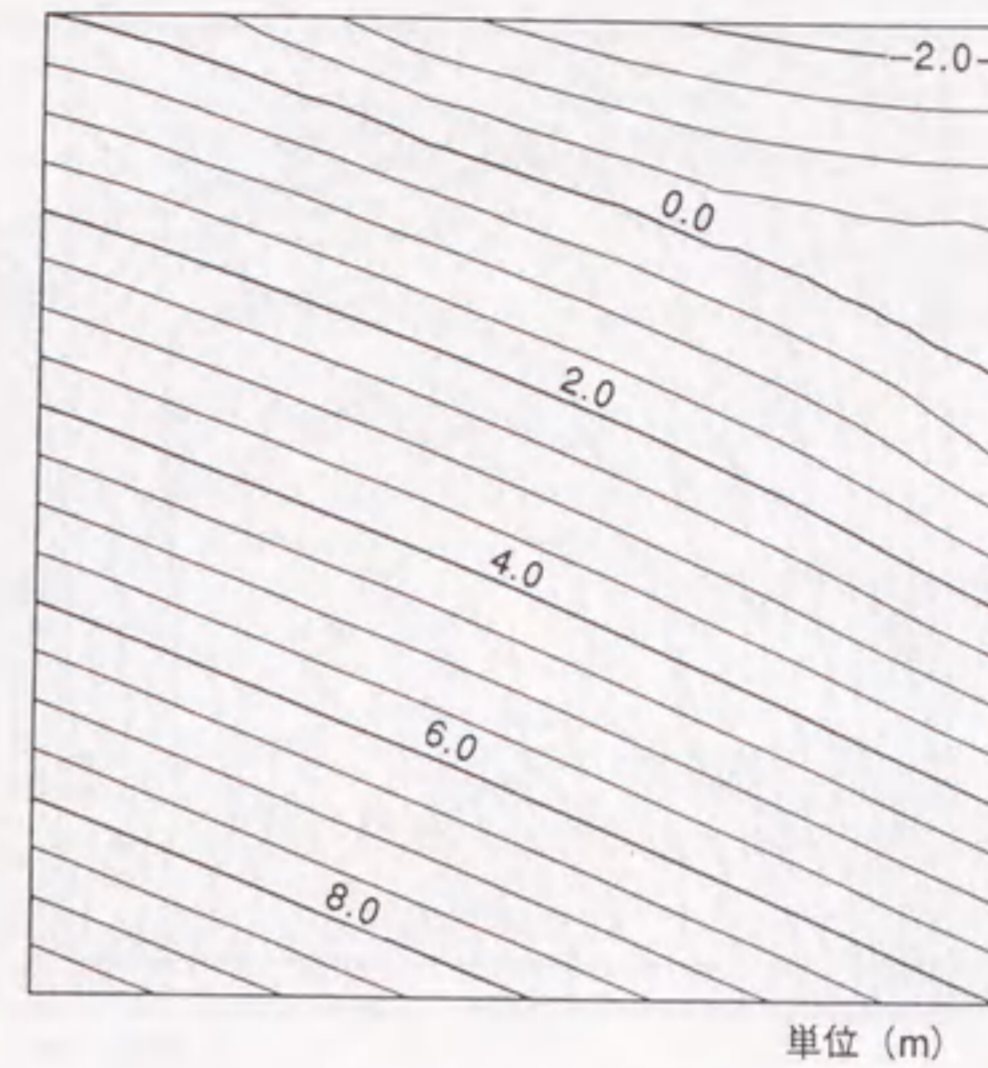


図 4.52: CASE-5の圧力水頭の平均値分布(確率有限要素法)

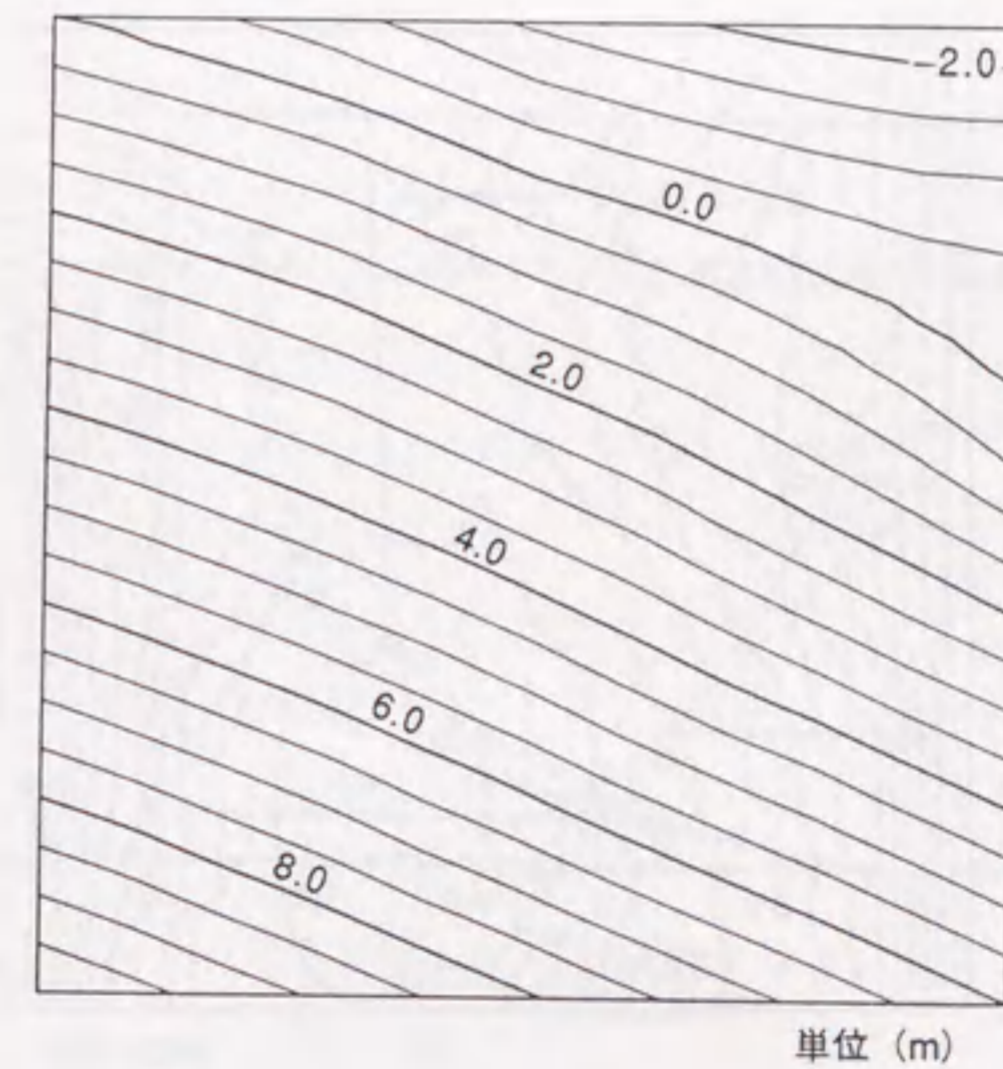


図 4.53: CASE-5の圧力水頭の平均値分布(モンテカルロ法)

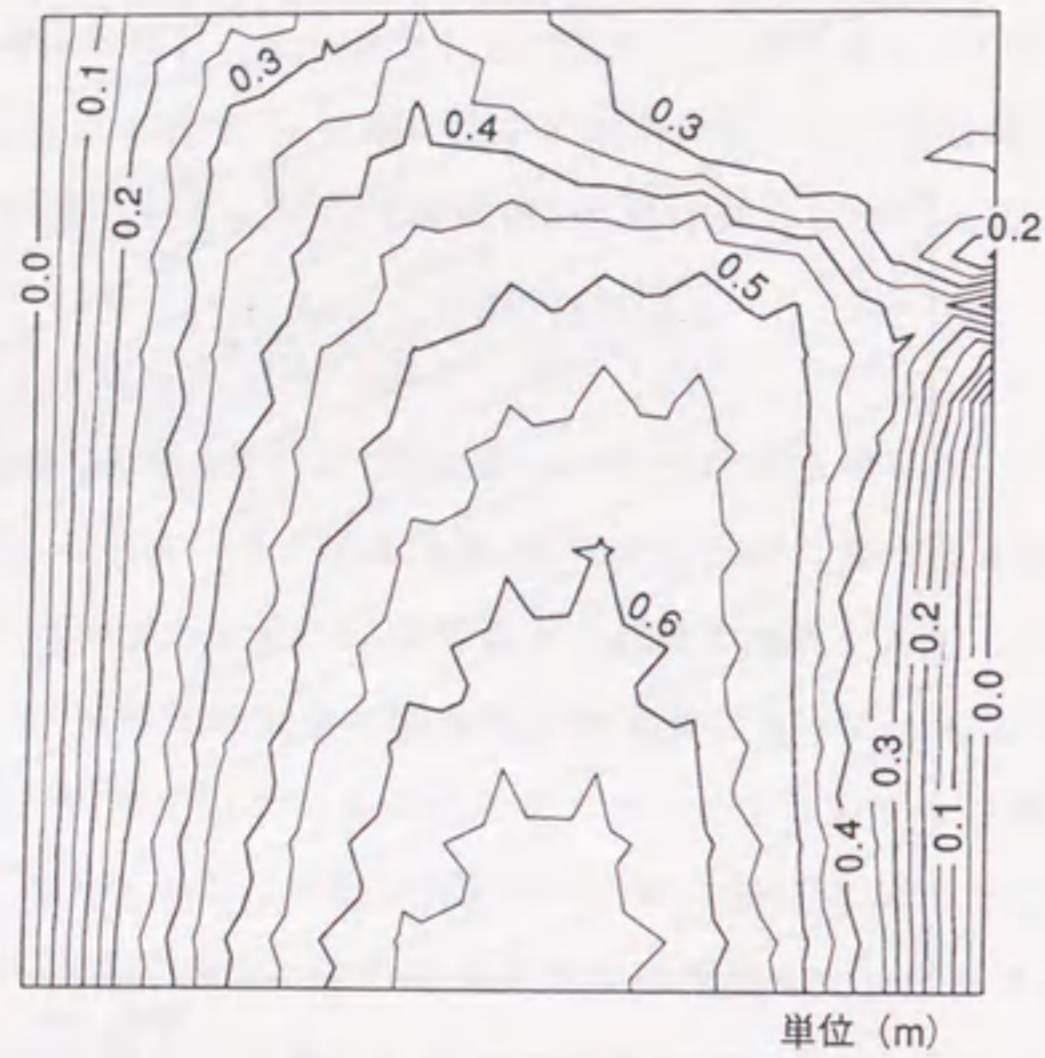


図 4.54: CASE-5 の圧力水頭の標準偏差分布 (確率有限要素法)

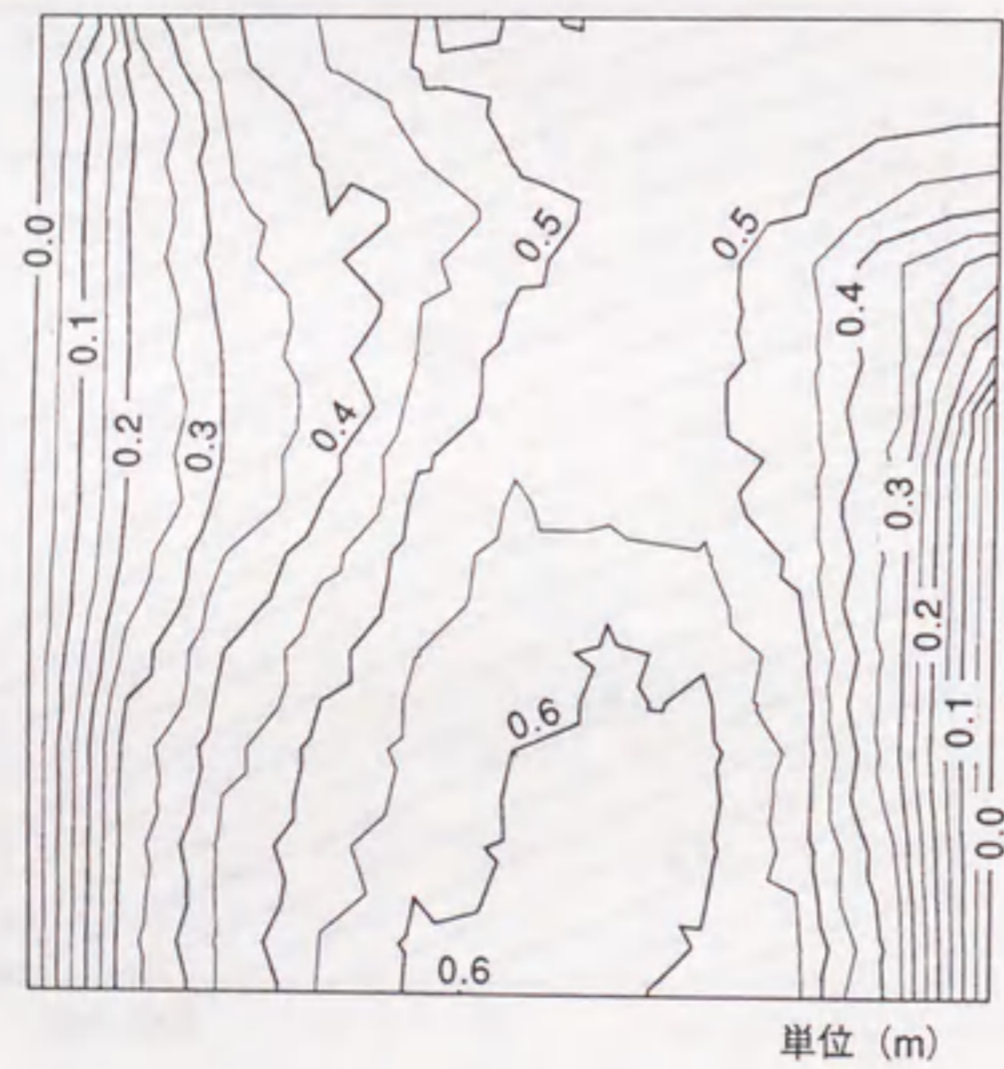


図 4.55: CASE-5 の圧力水頭の標準偏差分布 (モンテカルロ法)

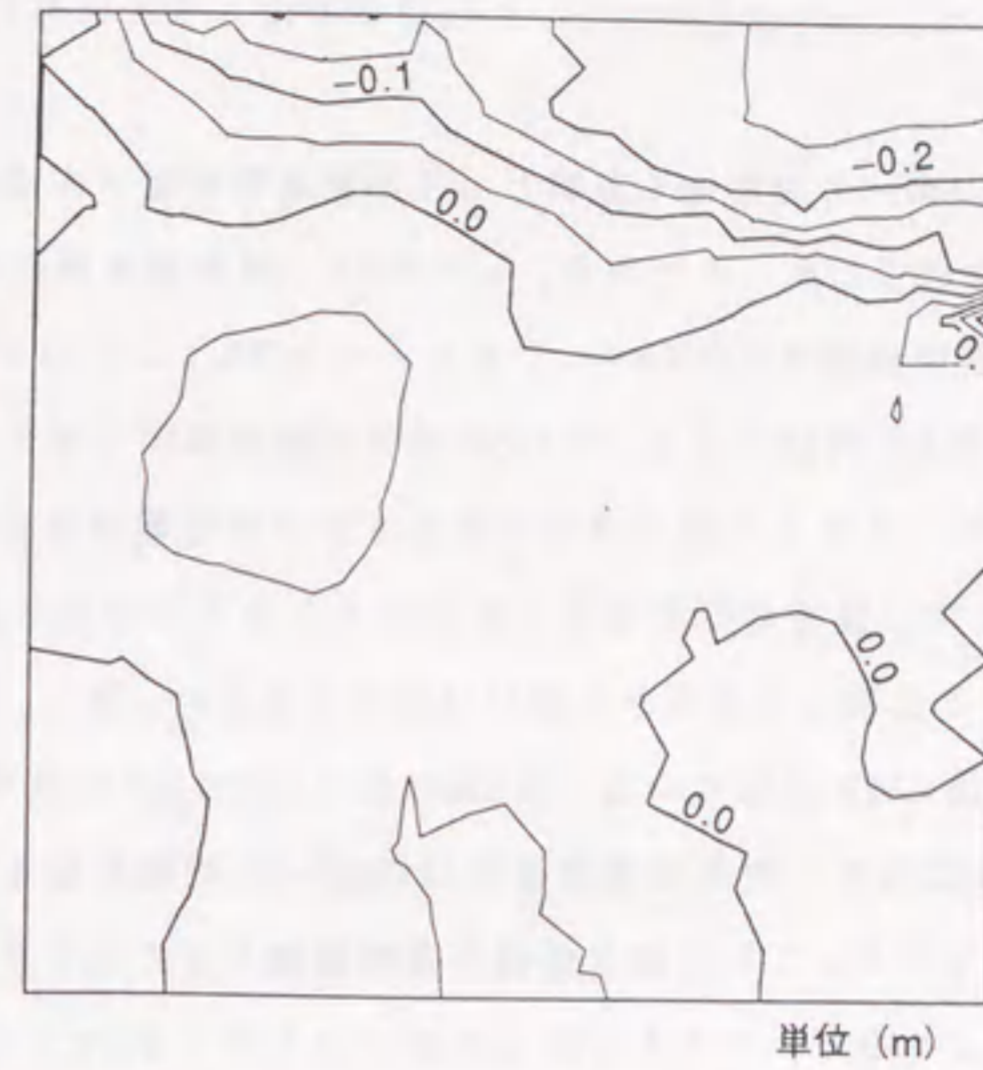


図 4.56: CASE-5 の圧力水頭の標準偏差に関する確率有限要素法とモンテカルロ法の差の分布

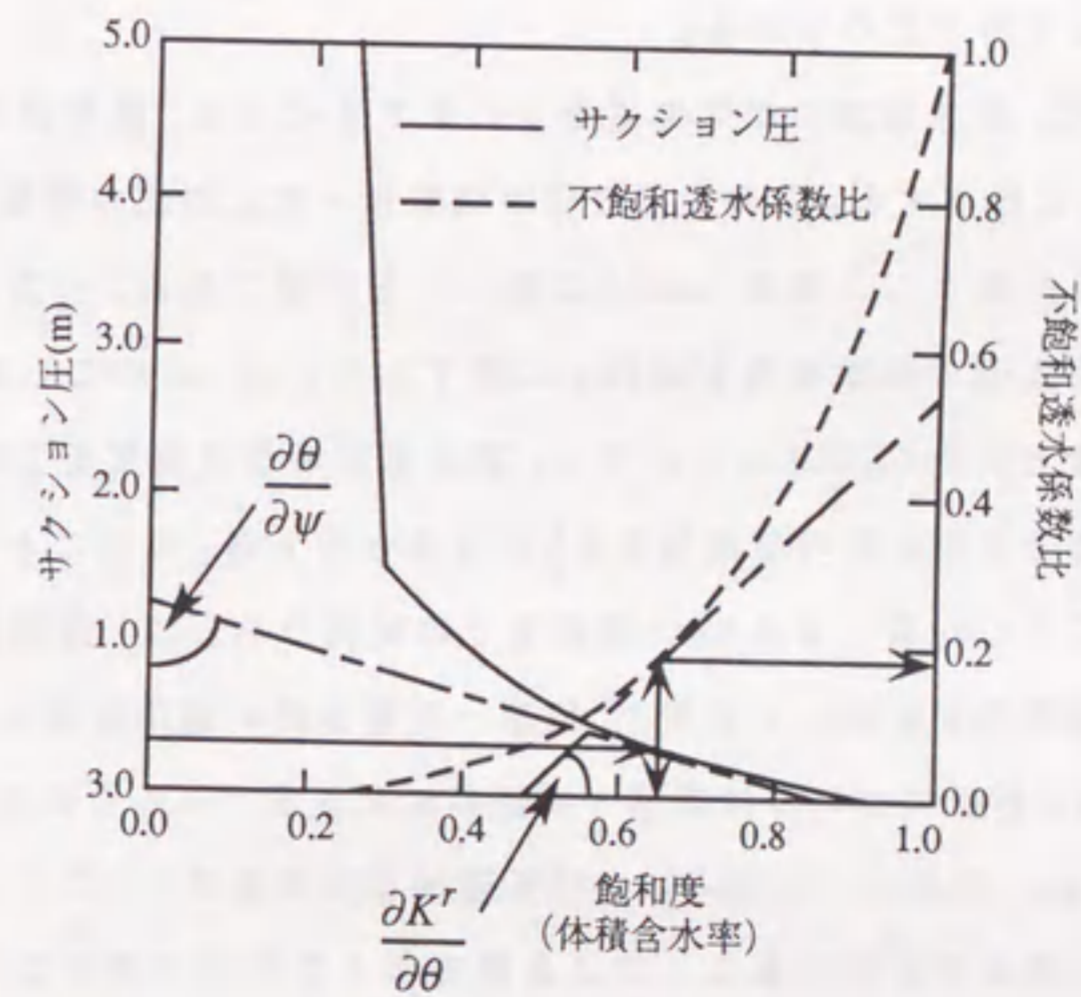


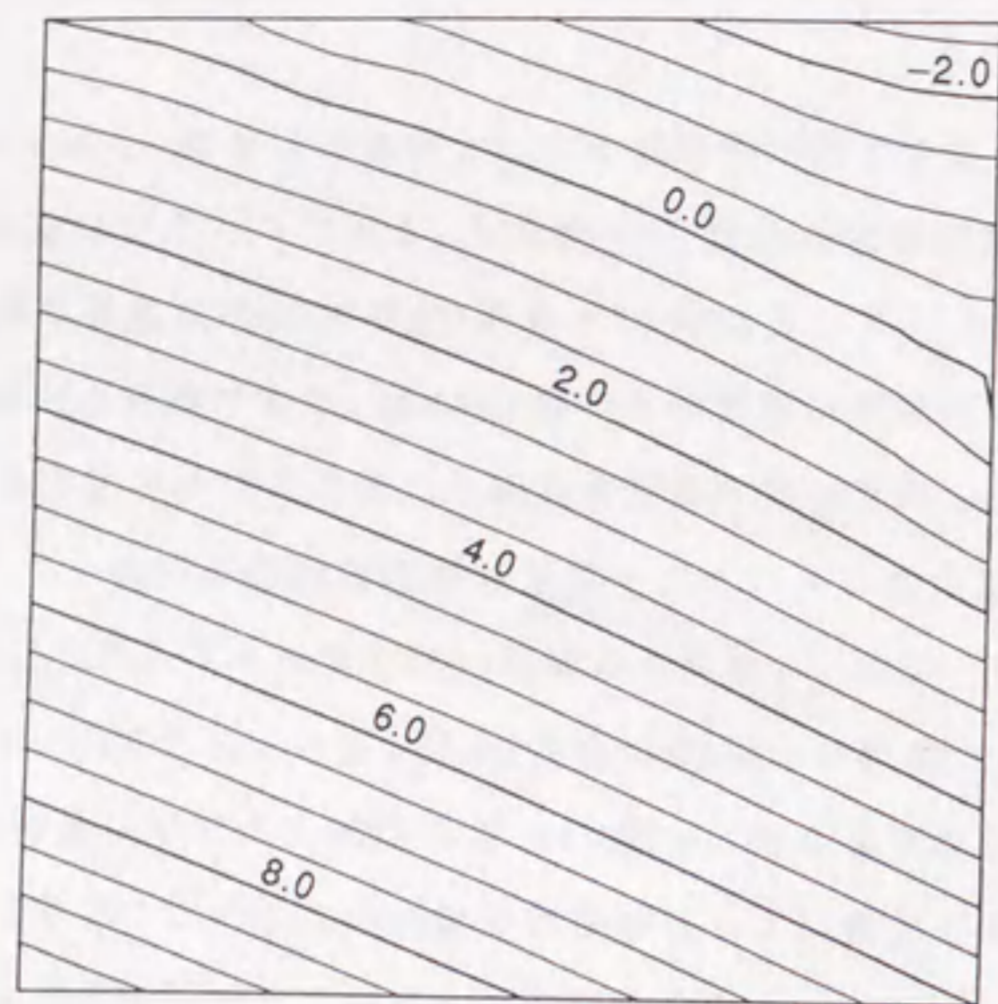
図 4.57: 水分特性曲線と透水係数比の関係における曲線勾配

(8) CASE-6

CASE-6では、CASE-4の確率場を基準として不確定性が低下するよう飽和透水係数標準偏差を小さく設定したケースである。したがって、対数透水係数の平均値はCASE-4と同様に-6とし、標準偏差はCASE-4の $\frac{1}{2}$ である $\sigma = 0.333$ としている。不飽和領域での透水特性は先のCASE-4と同様である。図4.58は確率有限要素法で求めた圧力水頭の平均値分布を、図4.59はモンテカルロ法で求めた圧力水頭の平均値分布を示している。圧力水頭の平均値に関して、確率有限要素法の結果はモンテカルロ法の結果とよく一致しており、先のCASE-4と比較しても大きな違いは認められない。次に、圧力水頭の標準偏差の分布を図4.60と図4.61に示している。図4.60を先のCASE-4の結果である図4.47と比較すると、線形一次近似法から求めた標準偏差はCASE-4と相似な分布状況を示し、各位置の値は約 $\frac{1}{2}$ になっている。これは透水係数の標準偏差を $\frac{1}{2}$ に低下させたことによる。したがって、CASE-4よりもモンテカルロ法との違いは小さくなっている。CASE-4と同様に、確率有限要素法より求めた標準偏差からモンテカルロ法より求めた標準偏差を差し引いた値を図4.62に示す。この図から不飽和領域を中心として両手法の違いが現われているが、その違いはCASE-4ほど大きくないことがわかる。また、地下水面近傍において違いが大きくなる箇所が認められる。

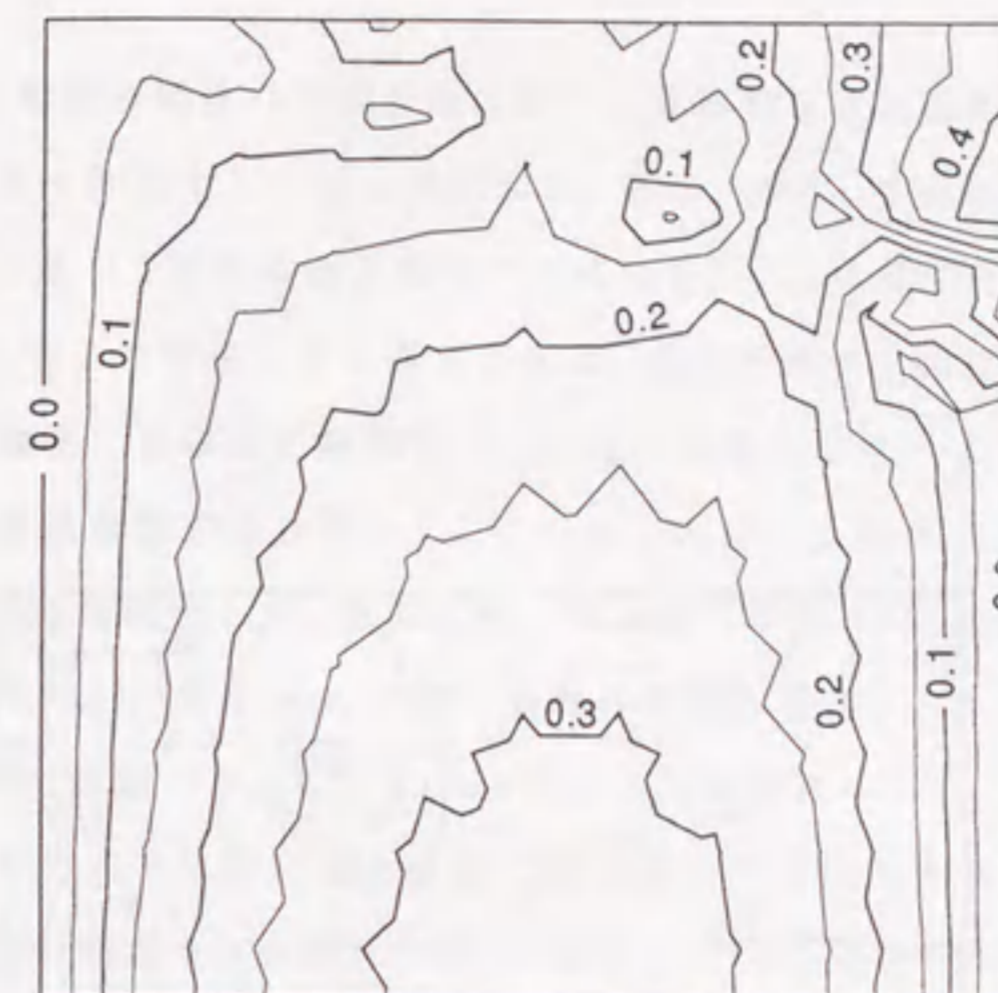
以上のように、透水係数の標準偏差を $\frac{1}{2}$ に低下させると、解析結果である圧力水頭の標準偏差も $\frac{1}{2}$ に低下する。このような結果は線形一次近似法の特徴である。この点は飽和領域のみを対象とした先のCASE-3に関しても同様である。一方、モンテカルロ法から求めた圧力水頭の標準偏差もほぼ $\frac{1}{2}$ に低下している。このことから判断して飽和領域のみを対象としたCASE-3においても、透水係数の標準偏差を $\frac{1}{2}$ にすればモンテカルロ法から求まる圧力水頭の標準偏差も $\frac{1}{2}$ になると言える。このことは、対数透水係数の標準偏差がここで対象とする0.667程度までの範囲であれば、飽和透水係数と圧力水頭の関係の非線形性を対象とする限り、線形一次近似法が適用可能と判断できる。すなわち、飽和領域の解析においては線形一次近似法が適用できるものと判断できる。これに対して、CASE-4、CASE-5、CASE-6における確率有限要素法とモンテカルロ法の結果の相違は、不飽和領域が存在することによる既知量と未知量の関係における非線形性の影響と考えられる。したがって、不飽和領域が存在する場合は不飽和領域の水分特性曲

線や透水係数比の関係に大きく影響を受ける。この状況はCASE-5の解析結果で示したとおりである。



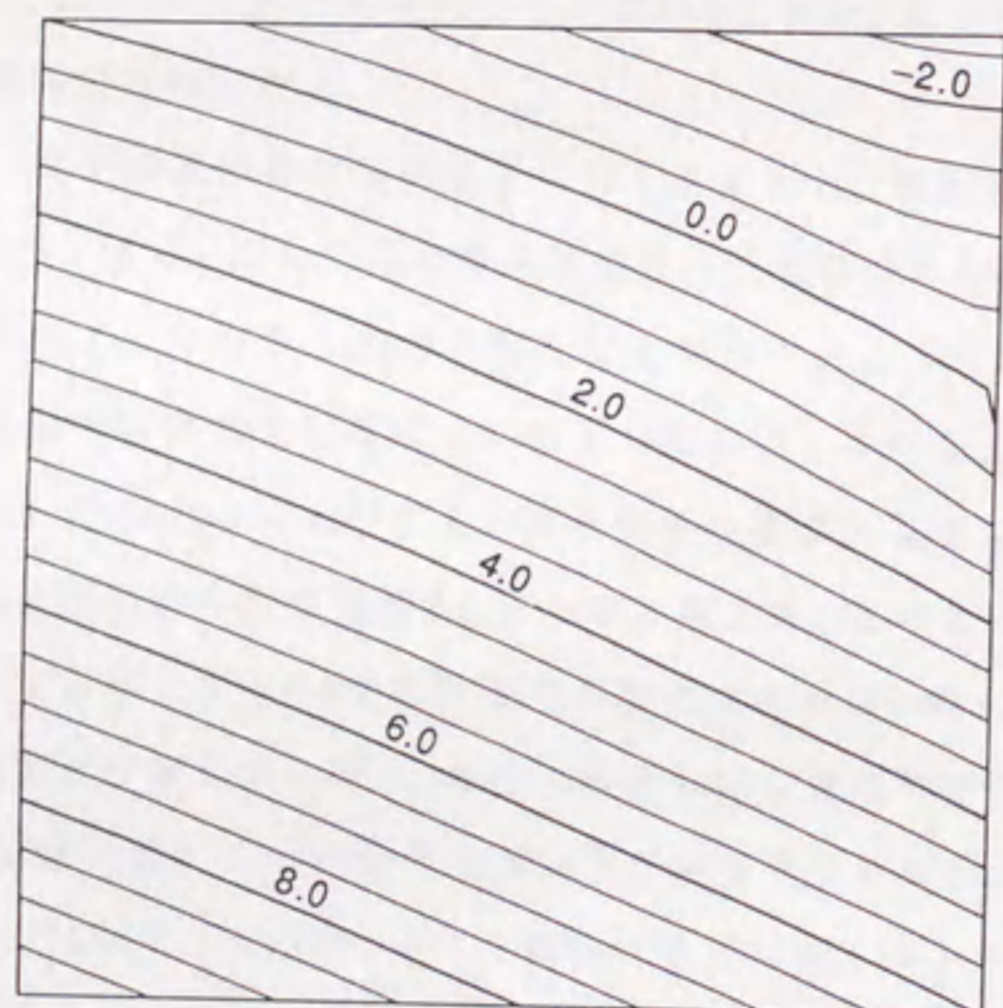
単位 (m)

図 4.58: CASE-6の圧力水頭の平均値分布 (確率有限要素法)



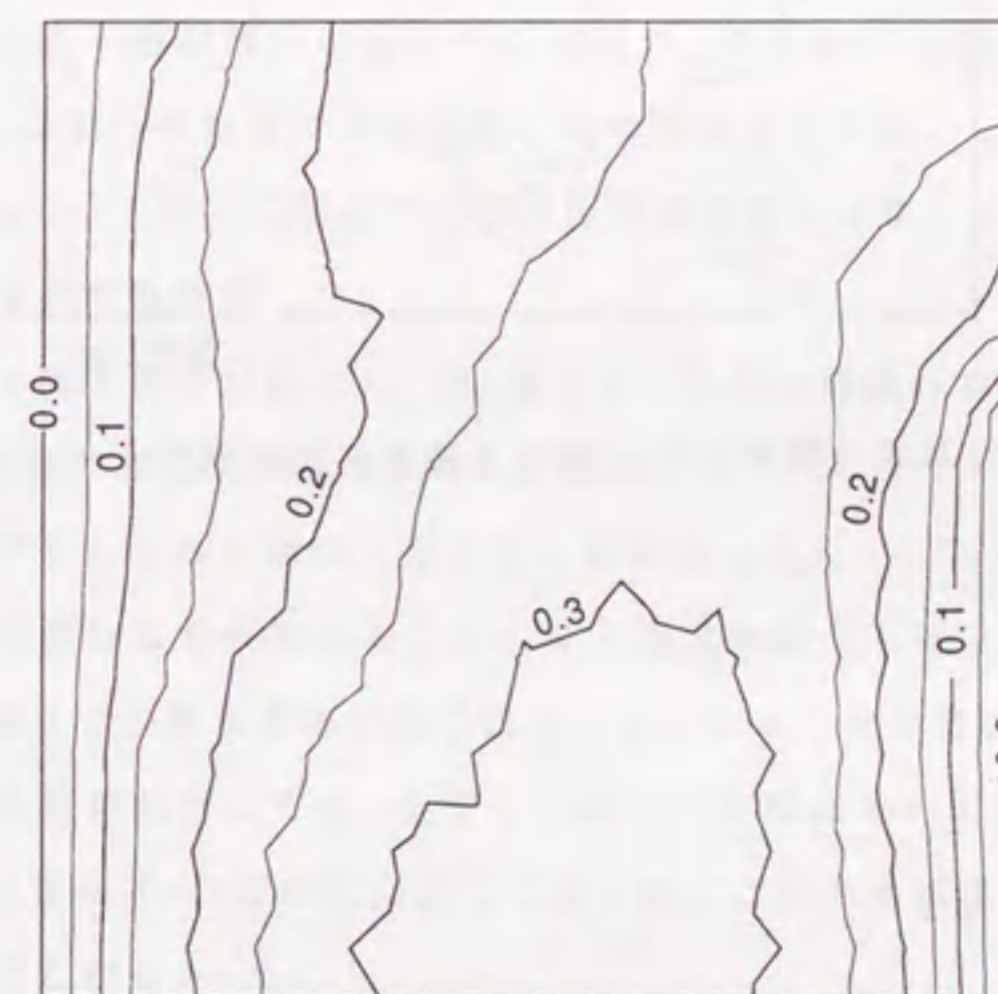
単位 (m)

図 4.60: CASE-6の圧力水頭の標準偏差分布 (確率有限要素法)



単位 (m)

図 4.59: CASE-6の圧力水頭の平均値分布 (モンテカルロ法)



単位 (m)

図 4.61: CASE-6の圧力水頭の標準偏差分布 (モンテカルロ法)



単位 (m)

図 4.62: CASE-6 の圧力水頭の標準偏差に関する確率有限要素法とモンテカルロ法の差の分布

4.6 まとめ

第4章では、飽和透水係数の空間分布に関する推定値と推定誤差から、地下水流動の予測値と予測誤差を評価する手法を検討した。特に、飽和・不飽和浸透流を対象として線形一次近似法に基づく確率有限要素法の定式化を行い、定常解析においてその適用性を検討した。特にここで対象とする解析手法は、確率分布する飽和透水係数と未知量である圧力水頭の関係における非線形性と、不飽和領域が存在することによる既知量と未知量の関係の非線形性が存在する。ここではこれらの2種類の非線形性の影響を調べ、本手法の適用性を検討した。検討には1次元ならびに2次元の解析モデルを用い、対数透水係数の平均値(単位 cm/s の透水係数の常用対数值) -6 、標準偏差 0.667 、指数型の自己相関関数(相関パラメータ $1.0m$) の条件を基準として以下の結果が得られた。

はじめに、確率分布する飽和透水係数と未知量である圧力水頭の関係における非線形性に着目して飽和領域のみの解析を行い、線形一次近似法の妥当性を確認した。まず、1次元と2次元の解析を対象として、全水頭、圧力水頭、ダルシー流速の平均値(推定値)と標準偏差(推定誤差)を算定し、モンテカルロ法と比較してその特徴を調べた。その結果、線形一次近似法による解析により各値の平均値は十分な精度で解析でき、標準偏差に関しても若干解析精度は低下するものの、実用的には問題なく使用できるものと判断できる。これらの解析では母集団である確率場を対象とし、均質な確率場を対象として検討したが、1次元の解析では不均質な確率場も対象として、平均値と標準偏差の分布状況についても把握した。

次に、条件付き確率場を対象とし、第3章で示した透水係数の空間分布の推定結果を用いて、2次元の飽和浸透流解析を行った。第3章のクリッキングによる推定結果は、いくつかの測定値が与えられた場合の条件付き確率場を求めている。したがって、透水係数の測定値から空間分布を推定することにより透水係数の不確実性が減少し、これを反映して圧力水頭などの解析結果の推定誤差が減少することを確認した。ただし、飽和透水係数の推定誤差が減少しても、必ずしも全ての位置において解析結果の推定誤差を減少させるとは限らず、分布状況に応じて部分的には圧力水頭などの推定誤差が増大する場合もあることがわかった。

以上の検討を行ったのち、2種類の非線形性が存在することによる線形一次近似法の適用性を検討した。2種類の非線形性のうち、1つは確率分布する飽和透水係数と未

知量である圧力水頭の関係の非線形性であり、他の1つは不飽和領域が存在することにより既知量と未知量の関係の非線形である。特に前者の非線形については、上記の飽和領域のみの解析から適用性が検証されている。したがって、後者の非線形性に関して検討するため、2次元の解析領域に不飽和領域が存在するように境界条件を設定し、線形一次近似法とモンテカルロ法による圧力水頭の解析結果を比較した。その結果、特に不飽和領域で標準偏差の解析精度が低下することが明らかになった。また、不飽和透水特性の影響についても調べ、水分特性曲線と透水係数比の曲線の勾配に依存して、不飽和領域の標準偏差の解析精度が影響を受けることがわかった。特に、これらの曲線の勾配が下に凸な場合は、地下水面近傍において標準偏差の解析精度が大きく低下する可能性があることが判明した。さらに、飽和透水係数の不確定性の大きさを変えて、線形一次近似法の適用限界についても考察した。その結果、不飽和領域を中心に上記の標準偏差に関する解析精度の低下はあるが、飽和領域に限れば対数透水係数の平均値-6、標準偏差0.667の範囲で線形一次近似法が適用可能と判断できた。したがって、飽和透水係数が対数正規分布する場合、これ以下の標準偏差であれば、線形一次近似法に基づく飽和・不飽和浸透流解析の結果から、飽和領域を対象とした圧力水頭などの平均値と標準偏差の評価が可能である。

第5章

拡張カルマンフィルタを用いた透水係数の空間分布推定法

5.1 概説

本章では、1.2節で示した逆解析手法の一つである拡張カルマンフィルタを用いた透水係数の空間分布推定法を提案し、その妥当性を検証する。また、複数の試験結果を用いた推定法も提案し、その適用性を検討する。

Wilson et al.[221]は被圧地下水を対象とした平面2次元非定常問題を差分法で定式化しているが、本論文では不圧地下水を対象とした平面2次元非定常問題を対象として有限要素法で定式化を行う。はじめにこの有限要素法の定式化を示したのち、カルマンフィルタと拡張カルマンフィルタの理論を示し、その特徴を整理する。以上の準備ののち、有限要素法を用いた拡張カルマンフィルタの定式化を行う。すなわち、逆解析手法として拡張カルマンフィルタを用い、その状態ベクトルを構成する地下水位と流量の時間更新に有限要素法(非定常解析)を用いる。また、地下水流動を観測するにあたって、一般に流量が指定される境界の一部で地下水位が、また地下水位が指定される境界の一部で流量が観測される。しかし、地下水を対象とした逆解析手法では地下水位を観測量とする場合が多く、流量も観測量とした定式化は示されていない。そこで多種類の観測データを有効に利用する観点から、観測量として地下水位、流量(揚水量や注水量)、さらに透水係数そのものも利用できるように定式化を行う。ここでは、地下水位および揚水量をそれぞれ独立に観測した場合の逆解析結果を比較し、本手法の妥当性を検討する。

次に、複数の独立した試験結果を用いて逐次推定値を更新する手法を提案し、その