

知量である圧力水頭の関係の非線形性であり、他の1つは不飽和領域が存在することにより既知量と未知量の関係の非線形である。特に前者の非線形については、上記の飽和領域のみの解析から適用性が検証されている。したがって、後者の非線形性に関して検討するため、2次元の解析領域に不飽和領域が存在するように境界条件を設定し、線形一次近似法とモンテカルロ法による圧力水頭の解析結果を比較した。その結果、特に不飽和領域で標準偏差の解析精度が低下することが明らかになった。また、不飽和透水特性の影響についても調べ、水分特性曲線と透水係数比の曲線の勾配に依存して、不飽和領域の標準偏差の解析精度が影響を受けることがわかった。特に、これらの曲線の勾配が下に凸な場合は、地下水面近傍において標準偏差の解析精度が大きく低下する可能性があることが判明した。さらに、飽和透水係数の不確定性の大きさを変えて、線形一次近似法の適用限界についても考察した。その結果、不飽和領域を中心に上記の標準偏差に関する解析精度の低下はあるが、飽和領域に限れば対数透水係数の平均値-6、標準偏差0.667の範囲で線形一次近似法が適用可能と判断できた。したがって、飽和透水係数が対数正規分布する場合、これ以下の標準偏差であれば、線形一次近似法に基づく飽和・不飽和浸透流解析の結果から、飽和領域を対象とした圧力水頭などの平均値と標準偏差の評価が可能である。

第5章

拡張カルマンフィルタを用いた透水係数の空間分布推定法

5.1 概説

本章では、1.2節で示した逆解析手法の一つである拡張カルマンフィルタを用いた透水係数の空間分布推定法を提案し、その妥当性を検証する。また、複数の試験結果を用いた推定法も提案し、その適用性を検討する。

Wilson et al.[221]は被圧地下水を対象とした平面2次元非定常問題を差分法で定式化しているが、本論文では不圧地下水を対象とした平面2次元非定常問題を対象として有限要素法で定式化を行う。はじめにこの有限要素法の定式化を示したのち、カルマンフィルタと拡張カルマンフィルタの理論を示し、その特徴を整理する。以上の準備ののち、有限要素法を用いた拡張カルマンフィルタの定式化を行う。すなわち、逆解析手法として拡張カルマンフィルタを用い、その状態ベクトルを構成する地下水位と流量の時間更新に有限要素法(非定常解析)を用いる。また、地下水流動を観測するにあたって、一般に流量が指定される境界の一部で地下水位が、また地下水位が指定される境界の一部で流量が観測される。しかし、地下水を対象とした逆解析手法では地下水位を観測量とする場合が多く、流量も観測量とした定式化は示されていない。そこで多種類の観測データを有効に利用する観点から、観測量として地下水位、流量(揚水量や注水量)、さらに透水係数そのものも利用できるように定式化を行う。ここでは、地下水位および揚水量をそれぞれ独立に観測した場合の逆解析結果を比較し、本手法の妥当性を検討する。

次に、複数の独立した試験結果を用いて逐次推定値を更新する手法を提案し、その

適用性を検討する。複数の試験結果を用いて透水係数の空間分布を推定するには、1回の揚水試験の逆解析から求まる透水係数の推定値と推定誤差共分散を次の試験の逆解析の初期値として利用し、これを独立した複数の試験について逐次繰り返すものである。この方法は、カルマンフィルタ理論がベイズ推定に基づく推定法であることを積極的に利用し、1回の試験結果から推定される状態ベクトルの推定値と推定誤差共分散マトリクスを次の試験の逆解析の事前情報として利用することで、さらに信頼できるものに更新する方法である。

複数の試験結果が利用できれば、1回の試験において空間的に配置された観測点数が少なくても、その配置位置を変更して複数の試験を実施することで空間的な観測点数を実質的に増加させることが可能となる。これに対して、時間軸上の観測点数を増加させるには、一般に観測時間間隔を小さくすることが考えられる。しかし一般には空間および時間軸上に共に多くの観測点が得られることは稀である。ここで注意を要する点として、拡張カルマンフィルタを用いた逆解析では、観測の時間間隔が長くなると、システム状態方程式と観測状態方程式の線形化による誤差の影響が生じる点である。カルマンフィルタの基礎となるベイズ推定法では、同じ組み合わせのデータを用いる限り、用いる観測データの順番に関わらず同一の推定結果が得られる。したがって、ここでは用いる観測データの順番を変え、それらの推定結果を比較して線形化による誤差の影響を調べる。また、このような誤差の影響はシステム誤差分散を適切に設定することで除去でき、良好な推定が可能であることを示す。以上の点を考慮すれば、良好な推定が行われていることの確認は、ベイズ推定が観測データを用いる順番に影響されないことを利用し、異なる順番で推定を行った結果を比較することで確認できる。また、システム誤差分散と解の安定性の関係についても考察する。以上の検討により、本手法の適用性を確認する。なお、本章において透水係数の空間分布推定に必要な統計的特性は既知と仮定する。

以上のように、複数の試験結果を用いて逐次推定値の更新が可能となれば、試験段階における複数の試験の利用はもとより、施工時や施工後の地下水のモニタリングも観測データとして利用し、よりよい推定が行えるものと考えられる。また、現在までの推定値と推定誤差に基づき効果的に追加試験を実施し、推定精度を合理的に向上させることも可能となる。

5.2 カルマンフィルタと拡張カルマンフィルタ

ここではカルマンフィルタの理論[94, 95]を示したのち、システム状態方程式と観測方程式が非線形である場合に、これらを線形近似する手法として拡張カルマンフィルタの理論をまとめる。

5.2.1 カルマンフィルタ

カルマンフィルタ理論の準備として、観測データが得られた下での条件付き確率分布について説明する。特に、多変量正規分布の条件付き期待値が最小分散推定値を与えることを述べたのち、線形離散時間確率システムの特性を説明し、観測データに基づく最小分散推定値を求める基本問題を定義する。以上の準備ののち、線形離散時間確率システムにおいて、状態ベクトルの最小分散推定値が条件付き期待値として与えられ、これは観測データの作る線形空間上への状態ベクトルの直交射影として誘導されることを示す。

X を n 次元未知パラメータ、 Y を m 次元観測ベクトルとし、 $\{X^T, Y^T\}^T$ を $(n+m)$ 次元の正規確率ベクトルとする。 X, Y の同時確率密度関数は次式となる。

$$p(X, Y) = \frac{1}{(2\pi)^{(n+m)/2} |\Sigma|^{1/2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\{(X-\bar{X})^T, (Y-\bar{Y})^T\} \Sigma^{-1} \{(X-\bar{X})^T, (Y-\bar{Y})^T\}^T\right] \quad (5.1)$$

$$\bar{X} = E\{X\} = \int_{R^n} \int_{R^m} X p(X, Y) dX dY \quad (5.2)$$

$$\bar{Y} = E\{Y\} = \int_{R^n} \int_{R^m} Y p(X, Y) dX dY \quad (5.3)$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_{xx} & \Sigma_{xy} \\ \Sigma_{yz} & \Sigma_{yy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E\{(X-\bar{X}), (X-\bar{X})^T\} & E\{(X-\bar{X}), (Y-\bar{Y})^T\} \\ E\{(Y-\bar{Y}), (X-\bar{X})^T\} & E\{(Y-\bar{Y}), (Y-\bar{Y})^T\} \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

この時、観測データ Y に基づく X の最小分散推定値 \hat{X} は、条件付き期待値を $E\{X|Y\}$ として式(5.6)で与えられ、共分散マトリクスは式(5.7)で与えられることが知られている。

$$E\{X|Y\} = \int_{R^n} X p(X|Y) dX \quad (5.5)$$

$$\hat{X} = E\{X|Y\} = \bar{X} + A_0(Y-\bar{Y}) \quad (5.6)$$

$$P' = E[(X - E\{X|Y\}), (X - E\{X|Y\})^T | Y] = \Sigma_{xx} - A_0 \Sigma_{yz} \quad (5.7)$$

ただし, $p(X|Y)$ は Y に関する X の条件付き確率密度関数で, A_0 は次式の解である。

$$A_0 \Sigma_{yy} = \Sigma_{zy} \quad (5.8)$$

式(5.6), (5.7)の最小分散推定値と共分散マトリクスを, 次の線形モデルについて具体的に求める。

$$Y = GX + v \quad (5.9)$$

ここで, X は $N(\bar{X}, P)$ に従う n 次元未知パラメータベクトル, v は X とは独立な $N(0, R)$ に従う白色雑音, G は $m \times n$ の定数マトリクスである。正規分布の和である Y は正規分布となり, X と Y の同時分布も正規分布となる。式(5.9)より, 式(5.10), (5.11), (5.12)を得る。

$$\bar{Y} = E\{GX + v\} = G\bar{X} \quad (5.10)$$

$$\Sigma_{zy} = E\{(X - \bar{X}), (Y - \bar{Y})^T\} = PG^T \quad (5.11)$$

$$\Sigma_{yy} = E\{(Y - \bar{Y}), (Y - \bar{Y})^T\} = GPG^T + R \quad (5.12)$$

したがって, 式(5.8)は式(5.13)で与えられ, 式(5.6)の最小分散推定値 \hat{X} は式(5.14)のように求まる。また, 推定誤差共分散マトリクス P' は式(5.7)より, 式(5.15)のように求まる。

$$A_0 [GPG^T + R] = PG^T \quad (5.13)$$

$$\hat{X} = \bar{X} + PG^T [GPG^T + R]^{-1} (Y - G\bar{X}) \quad (5.14)$$

$$\begin{aligned} P' &= P - PG^T [GPG^T + R]^{-1} GP \\ &= [P^{-1} + G^T R^{-1} G]^{-1} \end{aligned} \quad (5.15)$$

なお, 式(5.15)の誘導には, 式(5.16)および式(5.17)の逆行列補題 (matrix inversion lemma) を用いている。

$$PG^T [GPG^T + R]^{-1} = [P^{-1} + G^T R^{-1} G]^{-1} H^T R^{-1} \quad (5.16)$$

$$P - PG^T [GPG^T + R]^{-1} GP = [P^{-1} + G^T R^{-1} G]^{-1} \quad (5.17)$$

以上の最小分散推定値は, X が正規分布に従うことを仮定して誘導される。 X が正規分布に従わない場合でも, 推定値を観測データの線形関数として表わし, 二乗誤差の期待値を最小にする推定値を線形最小分散推定値と呼ぶ。線形最小分散推定値およびその推定誤差共分散は, 式(5.14), (5.15)と同様に求められる。

以上の準備ののち, 線形離散時間確率システムとして次式を考える。

$$X_{t+1} = F_t X_t + H_t w_t \quad (5.18)$$

$$Y_t = G_t X_t + v_t \quad (5.19)$$

$$t = 0, 1, \dots$$

ここで t は離散時刻を表わし, 確率ベクトルとして X_t は n 次元状態ベクトル, Y_t は m 次元観測ベクトル, w_t は l 次元システム誤差ベクトル, v_t は m 次元観測誤差ベクトルである。また, F_t は $n \times n$ の状態遷移マトリクス, H_t は $n \times l$ の駆動マトリクス, G_t は $m \times n$ の観測マトリクスである。 F_t, H_t, G_t の要素は, 時間 t のみの確定関数とする。さらに, w_t, v_t は平均値 0 の正規白色雑音で, その共分散は次式で与えられる。

$$E \left\{ \begin{bmatrix} w_t \\ v_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_s^T & v_s^T \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} Q_t & 0 \\ 0 & R_t \end{bmatrix} \delta_{ts} \quad (5.20)$$

ここで, Q_t は $l \times l$ の非負定値対象マトリクス, R_t は $m \times m$ の正定値対象マトリクス, δ_{ts} はクロネッカーの記号である。 w_t と v_t ($t = 0, 1, \dots$) とは独立とし, 初期状態 X_0 は正規分布に従い, その平均値と共分散は次式で与えられるとする。

$$E\{X_0\} = \bar{X}_0 \quad (5.21)$$

$$E\{(X_0 - \bar{X}_0), (X_0 - \bar{X}_0)^T\} = \Sigma_0 \quad (5.22)$$

この線形確率システムで与えられる X_t 過程の統計的性質を明らかにするため, 以下の推移マトリクスを定義する。

$$\Phi(t, s) = \begin{cases} F_{t-1} \cdot F_{t-2} \cdots F_s, & (t > s) \\ I, & (t = s) \end{cases} \quad (5.23)$$

推移マトリクスは任意の $l \leq s \leq t$ について次式が成立する。

$$\Phi(t, l) = \Phi(t, s)\Phi(s, l) \quad (5.24)$$

したがって、先の式(5.18)は次のように表わされる。

$$X_t = \Phi(t, \tau)X_\tau + \sum_{l=\tau}^{t-1} \Phi(t, l+1)H_l w_l, \quad (t \geq \tau) \quad (5.25)$$

特に $\tau=0$ とおくと式(5.26)が得られ、仮定から X_0, w_0, \dots, w_{t-1} は正規確率ベクトルであるため、それらの線形結合である X_t も正規確率ベクトルとなる。

$$X_t = \Phi(t, 0)X_0 + \sum_{l=0}^{t-1} \Phi(t, l+1)H_l w_l \quad (5.26)$$

式(5.26)で $t = \tau$ とおくと X_τ は $X_0, w_0, \dots, w_{\tau-1}$ により表わされる。仮定から $\{w_l\}$ は X_0 とは独立な正規白色雑音であるから、 X_τ とそれ以後の雑音 w_τ, \dots, w_{t-1} は独立となる。したがって、任意の $l \leq \tau$ に対して X_l と w_τ, \dots, w_{t-1} は独立となる。このことから式(5.25)に注意すると次式が成立する。

$$p(X_t | X_\tau, X_{\tau-1}, \dots, X_{t_0}) = p(X_t | X_\tau) \quad (5.27)$$

したがって、 X_t はガウスマルコフ過程 (Gauss-Markov process) となり、式(5.19)から Y_t もガウスマルコフ過程となる。以下ではシステム誤差ベクトル w_t と観測誤差ベクトル v_t は、状態ベクトル X_s と独立と仮定し、次式が成立するものとする。

$$E[w_t, X_s] = 0 \quad (5.28)$$

$$E[v_t, X_s] = 0 \quad (5.29)$$

$$(t \geq s)$$

基本問題として、時刻0から t までの観測データ $\mathcal{Y}_t = \{Y_0, Y_1, \dots, Y_t\}$ に基づいて、時刻 $t+s$ における状態ベクトル X_{t+s} の最小分散推定値 $\widehat{X}_{t+s/t}$ を求めることを考える。すなわち、次式の目的関数 J_0 を最小にする $\widehat{X}_{t+s/t}$ を求める。

$$J_0 = E \left\{ \| X_{t+s} - \widehat{X}_{t+s/t} \|^2 \right\} \quad (5.30)$$

J_0 を最小にするベイズ推定値 $\widehat{X}_{t+s/t}$ は、 \mathcal{Y}_t に関する X_{t+s} の条件付き期待値により与えられる。

$$\widehat{X}_{t+s/t} = E \{ X_{t+s} | \mathcal{Y}_t \} \quad (5.31)$$

また、推定誤差 $X_{t+s/t}^*$ を式(5.32)のようにおき、推定誤差共分散 $P_{t+s/t}$ は式(5.33)のように表わす。

$$X_{t+s/t}^* = X_{t+s} - \widehat{X}_{t+s/t} \quad (5.32)$$

$$P_{t+s/t} = E \left[\{ X_{t+s/t}^* \}, \{ X_{t+s/t}^* \}^T \right] = E \left[\{ X_{t+s} - \widehat{X}_{t+s/t} \}, \{ X_{t+s} - \widehat{X}_{t+s/t} \}^T \right] \quad (5.33)$$

一般に推定問題では現在時刻 t と $t+s$ の大小関係により、 $s > 0$ の場合は予測、 $s = 0$ の場合はフィルタリング、 $s < 0$ の場合はスムージングに分類される。以下では、予測として時間更新アルゴリズムを誘導し、そのうちフィルタリングとして観測更新アルゴリズムを誘導する。

(1) 予測 (時間更新アルゴリズム)

予測を行う条件として、フィルタリングによる最適推定値 $\widehat{X}_{t/t}$ とその推定誤差共分散 $P_{t/t}$ が与えられているとする。この場合の最適予測値 $\widehat{X}_{t+s/t}$ ($s = 1, 2, \dots$) と予測誤差共分散 $P_{t+s/t}$ を求めるアルゴリズムを示す。まず、式(5.25)より次式を得る。

$$X_{t+s} = \Phi(t+s, t)X_t + \sum_{k=t}^{t+s-1} \Phi(t+s, k+1)H_k w_k \quad (5.34)$$

両辺に対して \mathcal{Y}_t に関する条件付き期待値をとると式(5.35)が得られる。

$$\begin{aligned} \widehat{X}_{t+s/t} &= E \{ X_{t+s} | \mathcal{Y}_t \} \\ &= \Phi(t+s, t)E \{ X_t | \mathcal{Y}_t \} + \sum_{k=t}^{t+s-1} \Phi(t+s, k+1)H_k E \{ w_k | \mathcal{Y}_t \} \end{aligned} \quad (5.35)$$

式(5.28)より、 w_k ($k \geq t$) は \mathcal{Y}_t とは独立になるから、 $E \{ w_k | \mathcal{Y}_t \} = 0$, $k \geq t$ となる。したがって、最適予測値は式(5.36)で与えられる。

$$\widehat{X}_{t+s/t} = \Phi(t+s, t)\widehat{X}_{t/t} \quad (5.36)$$

$$s = 1, 2, \dots$$

次に、式(5.36)と式(5.34)より、推定誤差 $X_{t+s/t}^*$ として次式が得られる。

$$\begin{aligned} X_{t+s/t}^* &= \Phi(t+s, t)X_{t/t}^* + \sum_{k=t}^{t+s-1} \Phi(t+s, k+1)H_k w_k \\ &= \Phi(t+s, t+1)X_{t+1/t}^* + \sum_{k=t+1}^{t+s-1} \Phi(t+s, k+1)H_k w_k \end{aligned} \quad (5.37)$$

これは、先の式(5.25)と同じ形であり、ガウスマルコフ過程となることがわかる。式(5.37)より推定誤差共分散は次式のように求められる。なお、ここでは式(5.20)を用いている。

$$\begin{aligned} P_{t+s/t} &= \Phi(t+s, t)P_{t/t}\Phi(t+s, t)^T \\ &\quad + \sum_{k=t}^{t+s-1} \Phi(t+s, k+1)H_k Q_k H_k^T \Phi(t+s, k+1)^T \end{aligned} \quad (5.38)$$

式(5.36), (5.38)は時間更新を表わしており、特に $s=1$ の場合として次式のカルマンフィルタの時間更新アルゴリズムが得られる。

$$\widehat{X}_{t+1/t} = F_t \widehat{X}_{t/t} \quad (5.39)$$

$$P_{t+1/t} = F_t P_{t/t} F_t^T + H_t Q_t H_t^T \quad (5.40)$$

(2) フィルタリング (観測更新アルゴリズム)

次に、フィルタリングについて述べる。ここでは最適予測値 $\widehat{X}_{t/t-1}$ とその予測誤差共分散 $P_{t/t-1}$ が与えられているものとし、時刻 t において Y_t が得られた時の最適推定値 $\widehat{X}_{t/t}$ を求める。先の式(5.14)より明らかなように、正規確率過程に対して条件付き期待値は観測データ $\{Y_0, Y_1, \dots, Y_t\}$ の線形関数となるため、 $E\{X_{t+s} | \mathcal{Y}_t\}$ は線形最小分散推定値となる。このことは、 $\mathcal{Y}_t = \{Y_0, Y_1, \dots, Y_t\}$ を線形空間とすると、 $\widehat{X}_{t+s/t}$ は X_{t+s} の \mathcal{Y}_t 上への直交射影と考えられる。このような考えから、カルマンフィルタ理論は直交射影の理論に基づいて誘導される。まず、観測データの実測値と予測値の差を以下のように定義する。

$$Y_t^* = Y_t - E\{Y_t | \mathcal{Y}_{t-1}\} \quad (5.41)$$

式(5.9)あるいは式(5.19)を用いると Y_t^* は次式のようにになる。

$$\begin{aligned} Y_t^* &= Y_t - E\{G_t X_t + v_t | \mathcal{Y}_{t-1}\} \\ &= G_t X_t + v_t - G_t \widehat{X}_{t/t-1} \\ &= G_t X_{t/t-1}^* + v_t \end{aligned} \quad (5.42)$$

この Y_t^* は観測データに対するイノベーションと呼ばれる。イノベーションは定義式(5.41)から平均値0となり、次式の共分散マトリクスを持つことがわかる。

$$\begin{aligned} E\{Y_t^* Y_t^{*T}\} &= E\left\{ [G_t X_{t/t-1}^* + v_t] [G_t X_{t/t-1}^* + v_t]^T \right\} \\ &= G_t E\{X_{t/t-1}^* X_{t/t-1}^{*T}\} G_t^T + G_t E\{X_{t/t-1}^* v_t^T\} + E\{v_t^T X_{t/t-1}^*\} G_t^T \\ &\quad + E\{v_t v_t^T\} \\ &= G_t E\{X_{t/t-1}^* X_{t/t-1}^{*T}\} G_t^T + E\{v_t v_t^T\} \\ &= G_t P_{t/t-1} G_t^T + R_t \end{aligned} \quad (5.43)$$

$$P_{t/t-1} = E\{X_{t/t-1}^* X_{t/t-1}^{*T}\} \quad (5.44)$$

$$R_t = E\{v_t v_t^T\} \quad (5.45)$$

以上を考慮して、状態ベクトルの線形最小分散推定値を直交射影から誘導する。特に、線形最小分散推定値は観測データの線形関数として表わされ、推定誤差の最小化の条件は観測データからなる線形空間への直交性の条件として導入される。以下では、状態ベクトル X_t の線形空間 \mathcal{Y}_t 上への直交射影を $\widehat{E}\{X_t | \mathcal{Y}_t\}$ と表わす。

Y_t^* と \mathcal{Y}_t の定義から、 $\mathcal{Y}_t = \mathcal{Y}_{t-1} \cup \{Y_t^*\}$ と表わされる。特に、 Y_t^* が \mathcal{Y}_{t-1} と直交することから、直交射影の性質より推定値は次式のように表わされる。

$$\begin{aligned} \widehat{X}_{t/t} &= \widehat{E}\{X_t | \mathcal{Y}_t\} = \widehat{E}\{X_t | \mathcal{Y}_{t-1}, Y_t^*\} \\ &= \widehat{E}\{X_t | \mathcal{Y}_{t-1}\} + \widehat{E}\{X_t | Y_t^*\} \end{aligned} \quad (5.46)$$

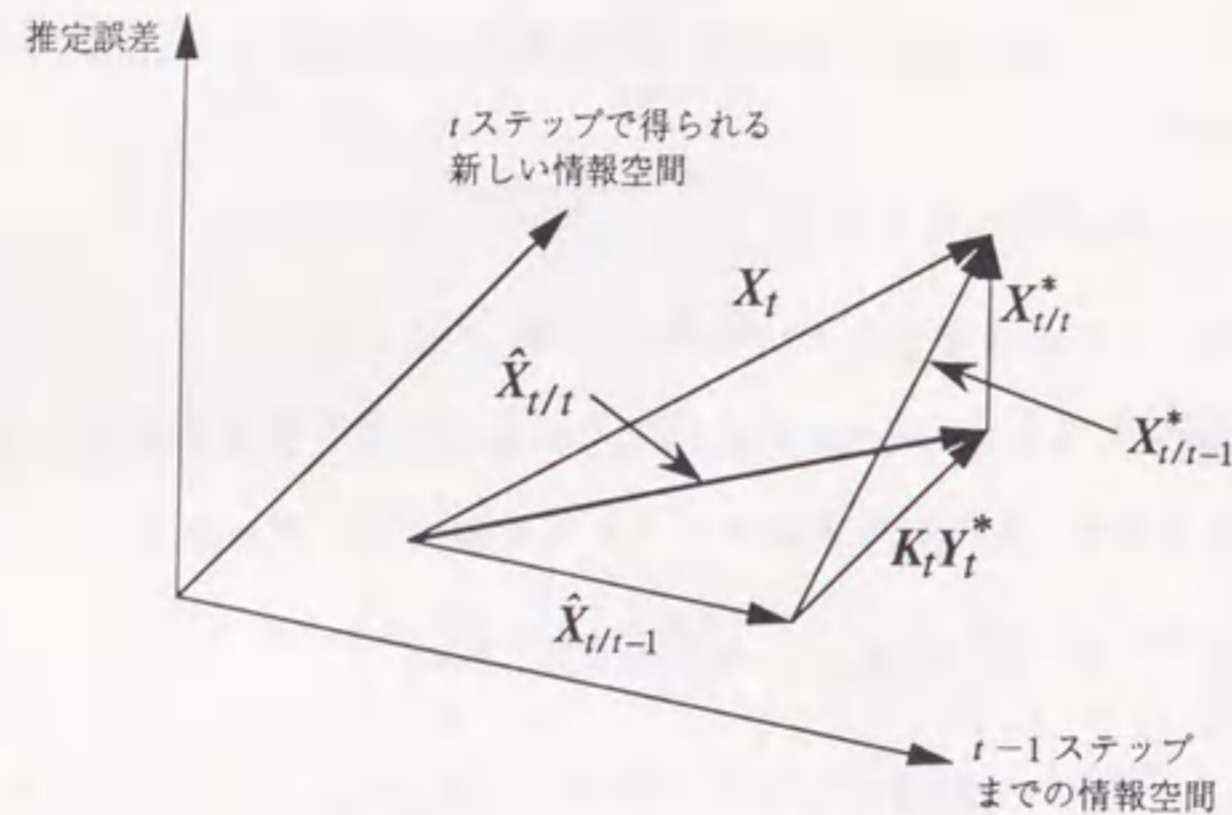


図 5.1: カルマンフィルタ理論の視覚的説明

上記の式に対して、式(5.47)のように $n \times m$ のマトリクス K_t を導入し、式(5.48)のように観測データ y_t に直交するように推定誤差 $X_{t/t}^*$ を決定する。

$$\widehat{X}_{t/t} = \widehat{X}_{t/t-1} + K_t Y_t^* \quad (5.47)$$

$$X_{t/t}^* = [X_t - \widehat{X}_{t/t}] \perp y_t \quad (5.48)$$

式(5.47)より推定誤差 $X_{t/t}^*$ は次式のように表わされる。

$$X_{t/t}^* = X_{t/t-1}^* - K_t Y_t^* \quad (5.49)$$

式(5.49)の右辺の $X_{t/t-1}^*$ と Y_t^* は共に y_{t-1} の線形空間に直交するため、これらの線形和である $X_{t/t}^*$ も y_{t-1} に直交し、 $X_{t/t}^* \perp y_{t-1}$ となる。したがって、 $y_t = y_{t-1} \cup \{Y_t^*\}$ であることに注意すると、 $X_{t/t}^* \perp Y_t^*$ となる必要がある。これらの関係を視覚的に示したものが図 5.1 である [69]。以上より、推定誤差を最小にする条件は、状態ベクトルの推定誤差 $X_{t/t}^*$ が観測データからなる線形空間においてイノベーション Y_t^* と直交する条件と等しくなる。この条件からマトリクス K_t は次式を満足するように決定される。

$$\begin{aligned} E \left\{ [X_{t/t-1}^* - K_t Y_t^*] Y_t^{*T} \right\} &= E \left\{ X_{t/t-1}^* [G_t X_{t/t-1}^* + v_t]^T \right\} - K_t E \left\{ Y_t^* Y_t^{*T} \right\} \\ &= P_{t/t-1} G_t^T - K_t [G_t P_{t/t-1} G_t^T + R_t] = 0 \end{aligned} \quad (5.50)$$

したがって、次式(5.51)を満たすように K_t を決定すれば、線形最小分散推定値が得られる。なお、式(5.50)には先の式(5.43)を用いている。

$$K_t = P_{t/t-1} G_t^T [G_t P_{t/t-1} G_t^T + R_t]^{-1} \quad (5.51)$$

また、推定誤差共分散も式(5.52)の両辺の共分散マトリクスを計算すると、式(5.53)のように求められる。

$$\begin{aligned} X_{t/t-1}^* &= X_t - \widehat{X}_{t/t} + \widehat{X}_{t/t} - \widehat{X}_{t/t-1} \\ &= X_{t/t}^* + K_t Y_t^* \end{aligned} \quad (5.52)$$

$$\begin{aligned} P_{t/t-1} &= E \left\{ X_{t/t}^* X_{t/t}^{*T} \right\} + K_t E \left\{ Y_t^* Y_t^{*T} \right\} K_t^T \\ &= P_{t/t} + K_t G_t P_{t/t-1} \end{aligned} \quad (5.53)$$

したがって、観測更新アルゴリズムとして次式が得られる。

$$K_t = P_{t/t-1} G_t^T [G_t P_{t/t-1} G_t^T + R_t]^{-1} \quad (5.54)$$

$$\widehat{X}_{t/t} = \widehat{X}_{t/t-1} + K_t [Y_t - G_t \widehat{X}_{t/t-1}] \quad (5.55)$$

$$P_{t/t} = P_{t/t-1} - K_t G_t P_{t/t-1} \quad (5.56)$$

これらの式(5.54)、(5.55)、(5.56)は、先の式(5.13)、(5.14)、(5.15)に対応するもので、1つの時間ステップ中においては $A_0 = K_t$ 、 $\bar{X} = \widehat{X}_{t/t-1}$ 、 $\widehat{X} = \widehat{X}_{t/t}$ 、 $P = P_{t/t-1}$ 、 $P' = P_{t/t}$ であり、観測データが得られたのちの推定値と推定誤差共分散を与える同一の式となる。

以上の時間更新アルゴリズムと観測更新アルゴリズムから、カルマンフィルタのアルゴリズムが次のように与えられる。

1. フィルタ方程式

$$\widehat{X}_{t+1/t} = F_t \widehat{X}_{t/t} \quad (5.57)$$

$$\widehat{X}_{t/t} = \widehat{X}_{t/t-1} + K_t [Y_t - G_t \widehat{X}_{t/t-1}] \quad (5.58)$$

$$t = 0, 1, \dots$$

2. カルマンゲイン

$$K_t = P_{t/t-1} G_t^T [G_t P_{t/t-1} G_t^T + R_t]^{-1} \quad (5.59)$$

3. 推定誤差共分散マトリクス

$$P_{t+1/t} = F_t P_{t/t} F_t^T + H_t Q_t H_t^T \quad (5.60)$$

$$P_{t/t} = P_{t/t-1} - K_t G_t P_{t/t-1} \quad (5.61)$$

$$t = 0, 1, \dots$$

4. 初期値

$$\widehat{X}_{0/-1} = \bar{X}_0 \quad (5.62)$$

$$P_{0/-1} = \Sigma_0 \quad (5.63)$$

5.2.2 拡張カルマンフィルタ

線形離散時間確率システムにおいて、 X_t, Y_t が正規確率過程の場合には、条件付き期待値と直交射影が一致し、最小分散推定値が直交射影により与えられる。一方、 X_t, Y_t が正規確率過程でない場合でも、推定値が観測データの線形関数で与えられる場合は、直交射影により線形最小分散推定値が与えられる。ここでは、非線形離散時間確率システムについて線形近似を行うことにより、拡張カルマンフィルタを誘導する。拡張カルマンフィルタの誘導には、制御入力を受ける線形システムの推定理論が用いられる。したがって、簡単にその推定理論を示したのち、拡張カルマンフィルタの推定理論を示す。

次式のように、制御入力 u_t を受ける線形離散時間確率システムを考える。

$$X_{t+1} = F_t X_t + D_t u_t + H_t w_t \quad (5.64)$$

$$Y_t = G_t X_t + v_t \quad (5.65)$$

この場合に制御入力 u_t が、時間ステップ t において可測、すなわち y_t の関数となる場合は、式(5.57)に示したフィルタ方程式に代わって次式のフィルタ方程式を用いれば、先の

式(5.58)から(5.63)のカルマンフィルタのアルゴリズムにより同様に最小分散推定値が与えられることが知られている。

$$\widehat{X}_{t+1/t} = F_t \widehat{X}_{t/t} + D_t u_t \quad (5.66)$$

すなわち、フィルタ方程式において最適予測値を求める場合に制御入力に影響するが、それ以外は制御入力に影響されない。

次に、非線形離散時間確率システムとして次式を考える。

$$X_{t+1} = f_t(X_t) + w_t \quad (5.67)$$

$$Y_t = g_t(X_t) + v_t \quad (5.68)$$

$$t = 0, 1, \dots$$

システム誤差ベクトル w_t と観測誤差ベクトル v_t は正規白色性を有し、先の式(5.20)と同様の特性を有するものとする。状態ベクトルと観測ベクトルも先と同様に式(5.21), (5.22)で与えられるものとする。また、 f_t, g_t はそれぞれ n 次と m 次の非線形ベクトル関数であり、 X_t について微分可能とする。 y_t に基づく X_t の最小分散推定値は確率密度分布関数 $p(X_t|y_t)$ による条件付き期待値で与えられるが、 f_t, g_t が非線形な場合は $p(X_t|y_t)$ は正規分布にならない。このため $p(X_t|y_t)$ を評価することは困難となる。このような非線形システムに対して、推定値 $\widehat{X}_{t/t}, \widehat{X}_{t/t-1}$ のまわりで線形近似を行うと次式が得られる。

$$f_t(X_t) = f_t(\widehat{X}_{t/t}) + F_t [X_t - \widehat{X}_{t/t}] + \dots \quad (5.69)$$

$$g_t(X_t) = g_t(\widehat{X}_{t/t-1}) + G_t [X_t - \widehat{X}_{t/t-1}] + \dots \quad (5.70)$$

上記の式で F_t, G_t はそれぞれ $n \times n$ および $m \times m$ のマトリクスで、次式で定義される。

$$F_t = \left(\frac{\partial f_t}{\partial X_t} \right)_{X=\widehat{X}_{t/t}} \quad (5.71)$$

$$G_t = \left(\frac{\partial g_t}{\partial X_t} \right)_{X=\widehat{X}_{t/t-1}} \quad (5.72)$$

式(5.69), (5.70)を用いて2次以上の高次の項を無視すると、式(5.67), (5.68)は次式のように表わされる。

$$X_{t+1} = F_t X_t + w_t + f_t(\widehat{X}_{t/t}) - F_t \widehat{X}_{t/t} \quad (5.73)$$

$$Y_t = G_t X_t + v_t + g_t(\widehat{X}_{t/t-1}) - G_t \widehat{X}_{t/t-1} \quad (5.74)$$

式(5.73)の右辺の第3項と第4項を次式のように置く。

$$u_t \equiv f_t(\widehat{X}_{t/t}) - F_t \widehat{X}_{t/t} \quad (5.75)$$

式(5.75)の u_t は時間ステップ t において、 y_t の関数として表わされるため、先の制御入力 u_t と同様に考えられる。また、式(5.76)のように η_t を定義すると、式(5.74)は式(5.77)のように表わせる。

$$\eta_t \equiv Y_t - g_t(\widehat{X}_{t/t-1}) + G_t \widehat{X}_{t/t-1} \quad (5.76)$$

$$\eta_t = G_t X_t + v_t \quad (5.77)$$

式(5.76)の $g_t(\widehat{X}_{t/t-1})$ と $G_t \widehat{X}_{t/t-1}$ は、時間ステップ $t-1$ において y_{t-1} の関数として表わされる。したがって、 Y_t が観測されれば、 η_t が求められる。以上より、式(5.73)と式(5.77)は先の式(5.64)、(5.65)の制御入力を受ける線形システムの推定アルゴリズムと同様に展開され、次の拡張カルマンフィルタのアルゴリズムが得られる。

1. フィルタ方程式

$$\widehat{X}_{t+1/t} = f_t(\widehat{X}_{t/t}) \quad (5.78)$$

$$\widehat{X}_{t/t} = \widehat{X}_{t/t-1} + K_t [Y_t - g_t(\widehat{X}_{t/t-1})] \quad (5.79)$$

$$t = 0, 1, \dots$$

2. カルマンゲイン

$$K_t = P_{t/t-1} G_t^T [G_t P_{t/t-1} G_t^T + R_t]^{-1} \quad (5.80)$$

3. 推定誤差共分散マトリクス

$$P_{t+1/t} = F_t P_{t/t} F_t^T + H_t Q_t H_t^T \quad (5.81)$$

$$P_{t/t} = P_{t/t-1} - K_t G_t P_{t/t-1} \quad (5.82)$$

$$t = 0, 1, \dots$$

4. 初期値

$$\widehat{X}_{0/-1} = \bar{X}_0 \quad (5.83)$$

$$P_{0/-1} = \Sigma_0 \quad (5.84)$$

5.2.3 事前情報を用いた推定値の安定化

一般に最小二乗法の正規方程式は一般化逆マトリクスを用いて解くことができるが、未知パラメータ数よりも観測点数が少ない場合は正規方程式は解けず、観測点数が多くても観測値相互の相関が大きくなり、観測方程式の係数マトリクスの性質が悪条件(ill-posed)になる場合は最小二乗解は不安定になる[140, 139]。このような係数マトリクスの性質はマトリクスの条件数を調べることで明らかになり、マトリクスを構成する縦ベクトル相互の線形独立性が低い場合に悪条件になる[139]。5.2.1節と5.2.2節では、線形最小分散推定値を求めるために観測更新アルゴリズムを観測データからなる線形空間への直交射影として誘導した。同様のアルゴリズムはベイズ推定法を用いて誘導できる[90, 96, 16, 138]。すなわち、カルマンフィルタはベイズ推定法に基づくフィルタリング理論であり、その観測更新アルゴリズムは損失関数として二乗誤差を用いたベイズ推定法として誘導される。ここではこの点を示したのち、事前情報として与えられる推定誤差共分散マトリクスがカルマンフィルタの推定値の安定化に寄与していることを説明する。なお、ある時刻における観測データが得られた場合の1ステップ中の推定過程に着目して式展開を行い、時間ステップの表示は省略する。

まず、 n 次元の状態ベクトル X と m 次元の観測誤差ベクトル Y の確率密度関数は、事前分布として以下の正規分布で与えられるものとする。

$$p_1(X) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n |P|}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (X - \bar{X})^T P^{-1} (X - \bar{X}) \right\} \quad (5.85)$$

$$p_2(v) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^m |R|}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} v^T R^{-1} v \right\} \quad (5.86)$$

ここで $\bar{\cdot}$ は期待値を表わし、 $\bar{v} = \mathbf{0}$ とする。また、 $||$ は行列式を、肩文字 T は転置を表わす。状態ベクトル X が与えられたときの観測ベクトル Y の条件付き確率密度関数は、先の式(5.9)と同様の線形関係式(5.87)を用いると式(5.88)で与えられる。また、観測ベクトル Y

の周辺確率密度関数は式(5.89)で与えられる。

$$Y = GX + v \quad (5.87)$$

$$p_2(Y|X) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^m |R|}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (Y - GX)^T R^{-1} (Y - GX) \right\} \quad (5.88)$$

$$p_3(Y) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^m |R + GXG^T|}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (Y - \bar{Y})^T (R + GXG^T)^{-1} (Y - \bar{Y}) \right\} \quad (5.89)$$

ここで確率分布 $p_1(X)$, $p_3(Y)$ で与えられる X と Y の関係は、先の変量正規分布の式(5.1)に線形関係式(5.9)を導入した場合と同一になる。式(5.85), (5.88), (5.89)を式(5.90)のベイズの定理に代入し、観測ベクトル Y が得られたときの状態ベクトル X の条件付き確率密度関数を求めると式(5.91)となる[16]。

$$p(X|Y) = \frac{p_1(X)p_2(Y|X)}{p_3(Y)} \quad (5.90)$$

$$p(X|Y) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n |P'|}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (X - \hat{X})^T (P')^{-1} (X - \hat{X}) \right\} \quad (5.91)$$

$$\hat{X} = \bar{X} + K [Y - G\bar{X}] \quad (5.92)$$

$$\begin{aligned} P' &= (P^{-1} + G^T R^{-1} G)^{-1} \\ &= P - KGP \end{aligned} \quad (5.93)$$

$$\begin{aligned} K &= [G^T R^{-1} G + P^{-1}]^{-1} G^T R^{-1} \\ &= PG^T [GPG^T + R]^{-1} \end{aligned} \quad (5.94)$$

式(5.91)より条件付き期待値は \hat{X} となる。ベイズ推定において損失関数として二乗誤差を用いた場合、式(5.91)から求まる条件付きベイズリスクは X が条件付き期待値 \hat{X} に一致する場合に最小となる[96]。したがって、ベイズ推定値は条件付き期待値 \hat{X} と一致し、式(5.92)はカルマンフィルタのフィルタ方程式となる。また、 $X = \hat{X}$ のとき式(5.91)の条件付き確率密度関数は最大値を与えることから、ベイズ推定値 \hat{X} は最尤推定値に一致することがわかる。一方、推定誤差共分散マトリクス P は式(5.93)により P' に更新され、

式(5.94)で示される K はカルマンゲインとなる。以上のことは \bar{X} , \hat{X} , P , P' が、時間ステップを考慮したアルゴリズムにおいてそれぞれ $\hat{X}_{t/t-1}$, $\hat{X}_{t/t}$, $P_{t/t-1}$, $P_{t/t}$ に相当し、式(5.92), (5.93), (5.94)が式(5.58), (5.61), (5.59)に一致することを示している。

次に、これらの式展開も用いて最小二乗法で用いられる解の安定化手法とカルマンフィルタの推定値の安定化を比較する。 n 次元の未知パラメータベクトル X と m 次元の観測ベクトル Y に関して観測方程式を式(5.87)の線形モデルでモデル化し、観測誤差 v が期待値 0 と共分散マトリクス R で与えられる場合、最小二乗法による未知パラメータの推定値 \hat{X}_{ls} は式(5.95)の正規方程式で与えられる[140]。

$$\hat{X}_{ls} = [G^T R^{-1} G]^{-1} G^T R^{-1} Y \quad (5.95)$$

ここで $m \times n$ のマトリクス G を構成する n 個の m 次元縦ベクトルが線形独立でない場合、マトリクス G は悪条件となる。また、厳密には線形独立であってもベクトル方向が近接し共線的な場合、わずかな観測誤差により解が大きく変化し不安定となる。すなわち、観測点数 m が未知パラメータ数 n より少ない場合は m 次元空間の n 個のベクトルは明らかに線形独立とならず、また m が n より大きな場合でも観測データ間の相関が大きい場合はベクトルが共線的になる。このような場合の不安定性の緩和方法として、正則化一般逆マトリクスが用いられる[139]。この方法は、式(5.95)の代わりに、式(5.96)により未知パラメータの推定値 \hat{X}'_{ls} を求める方法である。式(5.97)が正則化一般逆マトリクスと呼ばれ、推定値 \hat{X}'_{ls} は式(5.98)の評価関数 J を最小にする一意な解として求められる。

$$\begin{aligned} \hat{X}'_{ls} &= C_{\lambda, P}^+ Y \\ &= [G^T R^{-1} G + \lambda P_c^{-1}]^{-1} G^T R^{-1} Y \end{aligned} \quad (5.96)$$

$$C_{\lambda, P}^+ = [G^T R^{-1} G + \lambda P_c^{-1}]^{-1} G^T R^{-1} \quad (5.97)$$

$$J(X) = (Y - GX)^T R^{-1} (Y - GX) + \lambda X^T P_c^{-1} X \quad (5.98)$$

ここで λ は正則化パラメータ、 P_c^{-1} はペナルティマトリクスと呼ばれる $n \times n$ のマトリクスである。

一方、事前分布が既知で新たな観測ベクトルが得られる場合、事後分布に基づき推定値を更新するには式(5.92)が用いられる。先にこのベイズ推定値は事前分布が正規分

布に従う場合は最尤推定値に一致することを示した。式(5.90)の右辺に式(5.85), (5.88)を代入して対数尤度 $l(\mathbf{X}|\mathbf{Y})$ を求めると式(5.99)が得られる。ただし, c は定数項である。

$$l(\mathbf{X}|\mathbf{Y}) = -\frac{1}{2}(\mathbf{Y} - \mathbf{GX})^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{Y} - \mathbf{GX}) - \frac{1}{2}(\mathbf{X} - \bar{\mathbf{X}})^T \mathbf{P}^{-1}(\mathbf{X} - \bar{\mathbf{X}}) + c \quad (5.99)$$

事前分布が $\bar{\mathbf{X}} = \mathbf{o}$ の場合, 式(5.99)の対数尤度を最大にする条件は, $\lambda = 1$ かつ $\mathbf{P}_e = \mathbf{P}$ とした式(5.98)の評価関数 J を最小にする条件と一致する。このことから, 観測ベクトルが新たに得られたのちに事後分布の尤度を最大にする条件は式(5.98)の評価関数 J の一種を最小にする条件と一致し, 事前情報である推定誤差共分散マトリクス \mathbf{P} は \mathbf{P}_e と同様に悪条件のマトリクスの正則化を行い, 解の安定化に寄与していると言える。また, $\lambda = 1$ かつ $\mathbf{P}_e = \mathbf{P}$ の場合, 式(5.97)の右辺と式(5.94)が一致することから, カルマンゲイン \mathbf{K} は最小二乗法により状態ベクトルの最適な修正量を求めるための正則化一般逆マトリクスと解釈することができる。

5.3 不圧地下水を対象とした有限要素法の定式化

ここでは拡張カルマンフィルタに導入する有限要素法の定式化を行う[173]。まず, 非定常状態の不圧地下水の支配方程式は, 平面2次元状態を仮定すると質量保存則, ダルシー則, Dupuitの仮定から式(5.100)で, また初期条件, 境界条件は式(5.103), (5.104), (5.105)で表わされる。

支配方程式

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(T_{ij}(h) \frac{\partial h}{\partial x_j} \right) = c \frac{\partial h}{\partial t} - q' \quad \text{in } \Omega \quad (5.100)$$

$$T_{ij}(h) = (h - a) K_{ij} \quad (5.101)$$

$$i, j = 1, 2$$

ダルシー則

$$v_i = -K_{ij} \frac{\partial h}{\partial x_j} \quad (5.102)$$

初期条件

$$h(\mathbf{x}, t = 0) = h_0(\mathbf{x}) \quad \text{in } \Omega \quad (5.103)$$

境界条件

$$h(\mathbf{x}, t) = \bar{h}(\mathbf{x}, t) \quad \text{on } \partial\Omega_h \quad (5.104)$$

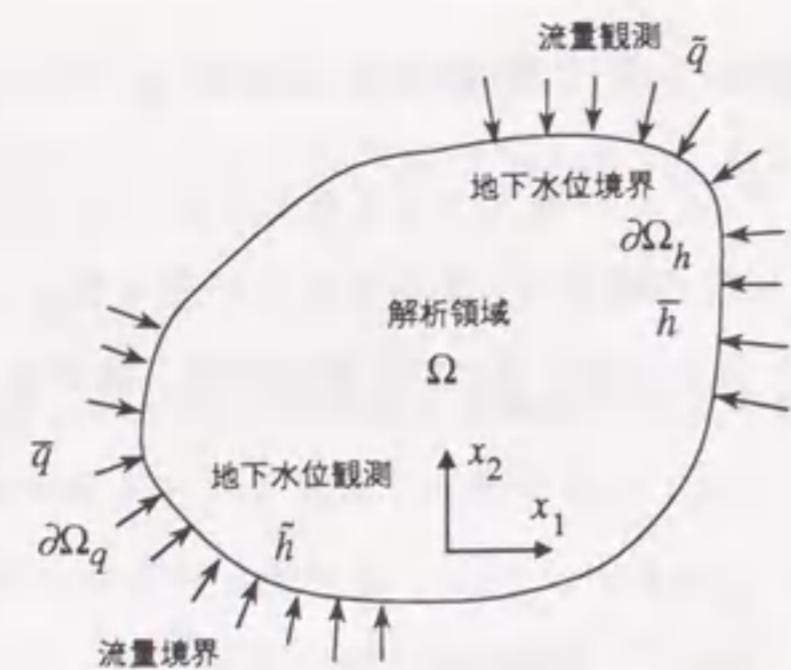
$$q(\mathbf{x}, t) = - \left(T_{ij}(h) \frac{\partial h}{\partial x_j} \right) n_i = \bar{q}(\mathbf{x}, t) \quad \text{on } \partial\Omega_q \quad (5.105)$$

ここで, x_i は水平面内の直交座標, h は地下水位, a は基底不透水面の鉛直座標, T_{ij} は透水量テンソル, K_{ij} は透水係数テンソル, c は有効間隙率(貯留係数), q' は単位水平面積当たりの水の湧き出し量, n_i は境界面の外向き法線ベクトルの成分, t は時間である。さらに Ω は解析領域, $\partial\Omega_h$ は地下水位境界(Dirichlet境界), $\partial\Omega_q$ は流量境界(Neumann境界)であり, $h_0(\mathbf{x})$ は初期地下水位, $\bar{h}(\mathbf{x}, t)$ は境界地下水位, $\bar{q}(\mathbf{x}, t)$ は境界流量である。以上の解析領域と境界条件については, 図5.2に示している。

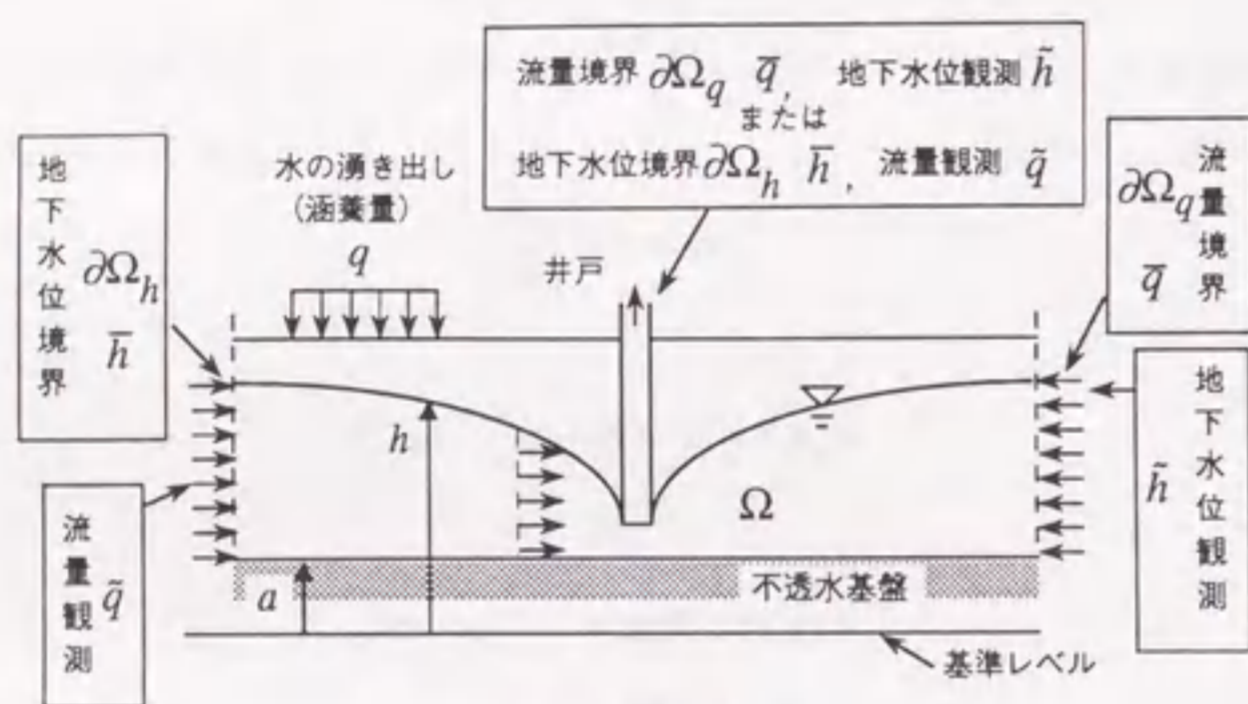
式(5.100), (5.104), (5.105)に対して, 形状関数 N_k を用いて領域および境界上で離散化すると式(5.106)~(5.109)が得られる。

$$\mathbf{K}(h) - q = -\mathbf{S} \frac{dh}{dt} \quad (5.106)$$

$$\mathbf{K}(h) = \int_{\Omega} T_{ij}(h) \frac{\partial N_k}{\partial x_i} \frac{\partial N_l}{\partial x_j} dV \quad (5.107)$$



(a) 平面図



(b) 断面図

図 5.2: 不圧帯水層の解析領域と境界条件

$$S = \int_{\Omega} cN_k N_l dV \quad (5.108)$$

$$q = \int_{\Omega} q' N_k dV - \int_{\partial\Omega_q} \bar{q} N_k dS \quad (5.109)$$

上記の式(5.106)を時間に関して差分をとると、式(5.110)~(5.114)が得られる [85]。

$$A(h_{t+\theta})h_{t+1} = B(h_{t+\theta})h_t + q_{t+\theta} \quad (5.110)$$

$$A(h_{t+\theta}) = \frac{1}{\Delta t} S + \theta K(h_{t+\theta}) \quad (5.111)$$

$$B(h_{t+\theta}) = \frac{1}{\Delta t} S + (\theta - 1)K(h_{t+\theta}) \quad (5.112)$$

$$h_{t+\theta} = (1 - \theta)h_t + \theta h_{t+1} \quad (5.113)$$

$$q_{t+\theta} = (1 - \theta)q_t + \theta q_{t+1} \quad (5.114)$$

ここで足文字 t は離散時間ステップ, Δt は時間増分, θ は $0 \leq \theta \leq 1$ のパラメータで前進差分, 中央差分, 後退差分などの各方法により決定される。式(5.110)から時系列に関して t ステップの地下水位 h_t がわかれば, $t+1$ ステップの地下水位 h_{t+1} を求めることができる。解析領域の境界条件により, 式(5.110)を未知量と既知量に分けて表示すると次式となる。

$$\begin{bmatrix} A^{11} & A^{12} \\ A^{21} & A^{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} h_{t+1}^1 \\ h_{t+1}^2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B^{11} & B^{12} \\ B^{21} & B^{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} h_t^1 \\ h_t^2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} q_{t+\theta}^1 \\ q_{t+\theta}^2 \end{Bmatrix} \quad (5.115)$$

式(5.115)の h に関する肩文字1と2はそれぞれ未知地下水位と境界(既知)地下水位を表わし, これと逆に q に関する肩文字1と2はそれぞれ境界(既知)流量と未知流量を表わす。したがって, $h_{t+1}^2, q_{t+\theta}^1$ は, 式(5.104), (5.105)で与えられる境界条件より, それぞれ \bar{h}, \bar{q} を与えた境界節点の $t+1, t+\theta$ ステップの値である。また, A と B の肩文字は, h の未知地下水位と境界地下水位に対応する項を表わしている。以上より, 未知地下水位について解くべき方程式は式(5.116)となり, これを求めた後, 式(5.114)を用いると未知流量は式(5.117)で求められる。

$$h_{t+1}^1 = [A^{11}]^{-1} \cdot [B^{11}h_t^1 + B^{12}h_t^2 - A^{12}h_{t+1}^2 + q_{t+\theta}^1] \quad (5.116)$$

$$q_{t+1}^2 = \frac{1}{\theta} [A^{21}h_{t+1}^1 + A^{22}h_{t+1}^2 - B^{21}h_t^1 - B^{22}h_t^2 - (1 - \theta)q_t^2] \quad (5.117)$$

式(5.116)の計算において, 式(5.107), (5.111), (5.112), (5.113)から A, B は求めるべき地下水位 h_{t+1} の関数となるため非線形性を示し, 一般に繰り返し計算を行う必要がある。この繰り返し計算で $i-1$ 回目の解を $(h^{i-1})_{t+1}$, i 回目の解を $(h^i)_{t+1}$ とすると, $i+1$ 回目の繰り返し計算の $(h^{i+1})_{t+1}$ を次式で求める。

$$(h^{i+1})_{t+1} = (1 - \alpha)(h^{i-1})_{t+1} + \alpha(h^i)_{t+1} \quad (5.118)$$

ここで α は $0 \leq \alpha \leq 1$ のパラメータで, 十分小さな正値 ϵ に対して次式を満足するまで繰り返し計算を行い, 上記の $K(h_{t+\theta})$ を求める。

$$\| (h^i)_{t+1} - (h^{i-1})_{t+1} \| \leq \epsilon \quad (5.119)$$

以上の式(5.116), (5.117)により次期ステップの地下水位と流量の非線形計算を行い, その結果は5.4節に示す拡張カルマンフィルタの状態方程式において状態量の時間更新に用いられる。

一方、観測量に関しては、境界 $\partial\Omega_h$ 上で地下水位 \bar{h} を与えて流量 \bar{q} を観測するか、あるいは境界 $\partial\Omega_q$ 上で流量 \bar{q} を与えて地下水位 \bar{h} を観測することになる。しかし、原位置において図5.2(a)の周辺境界上の流量を指定あるいは観測することは一般に困難である。これに対して図5.2(b)の井戸の揚水量は容易に指定あるいは観測できる。揚水量を指定すると地下水位が観測され、指定される揚水量は有限要素法で離散化を行った後の節点流量として一般にモデル化され、式(5.109)に加えられる。また、井戸において地下水位を指定して揚水量を観測することも行われる。この例としてディープウェル工法などで強制的に地下水位を低下させた場合の揚水量があり、指定される地下水位は有限要素法の節点水位としてモデル化できる。したがって井戸の水位と揚水量は数値解析において境界条件としてモデル化でき、観測も容易なことから、以下ではこれらを実際に観測可能な地下水位と流量とする。以上より、井戸の水位と揚水量も含めて境界条件と考え、観測境界条件を次式のように導入する。

観測境界条件

$$h(\mathbf{x}, t) = \bar{h}(\mathbf{x}, t) \quad \text{on } \partial\Omega_q \quad (5.120)$$

$$q(\mathbf{x}, t) = - \left(T_{ij}(h) \frac{\partial h}{\partial x_j} \right) n_i = \bar{q}(\mathbf{x}, t) \quad \text{on } \partial\Omega_h \quad (5.121)$$

式(5.120), (5.121)の観測境界条件は、流量境界の一部において地下水位が、地下水位境界の一部において流量が観測されることから、離散化した節点の地下水位と流量に関して式(5.122), (5.123)の関係で表わされる。

$$G_t^h h_t^1 = \bar{h}_t^1 \quad (5.122)$$

$$G_t^q q_t^2 = \int_{\partial\Omega_h} \bar{q} N_k dS = \bar{q}_t^2 \quad (5.123)$$

ここで G_t^h , G_t^q は観測点を選択するマトリクスであり、それぞれ地下水位、流量が観測されている節点に対する成分のみ1, 他は0のマトリクスである。以上の式(5.122), (5.123)は、5.4節に示す拡張カルマンフィルタの観測方程式に用いられる。

5.4 拡張カルマンフィルタを用いた逆解析手法の定式化

5.2節で示したように、状態ベクトルを X_t , 観測ベクトルを Y_t とし、一般的な拡張カルマンフィルタのシステム状態方程式と観測方程式は以下のように与えられる。

$$X_{t+1} = f_t(X_t) + w_t \quad (5.124)$$

$$Y_t = g_t(X_t) + v_t \quad (5.125)$$

ここで式(5.124)と式(5.125)は状態ベクトルに関して非線形で、 w_t と v_t はそれぞれシステム誤差、観測誤差であり、正規白色性を有する。本手法で提案するシステム状態方程式と観測方程式を以下に示す。

$$\begin{aligned} X_{t+1} &\equiv \begin{Bmatrix} h_{t+1}^1 \\ L_{t+1} \\ q_{t+1}^2 \end{Bmatrix} \\ &= f_t(X_t) + w_t \\ &= \begin{Bmatrix} f_t^h(X_t) \\ L_t \\ f_t^q(X_t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} w_t^h \\ w_t^L \\ w_t^q \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (5.126)$$

$$\begin{aligned} Y_t &\equiv \begin{Bmatrix} \bar{h}_t^1 \\ \bar{L}_t \\ \bar{q}_t^2 \end{Bmatrix} \\ &= G_t X_t + v_t \\ &= \begin{bmatrix} G_t^h & 0 & 0 \\ 0 & G_t^L & 0 \\ 0 & 0 & G_t^q \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} h_t^1 \\ L_t \\ q_t^2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} v_t^h \\ v_t^L \\ v_t^q \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (5.127)$$

システム状態方程式は、式(5.126)に示すように先の式(5.116), (5.117)で求められる地下水位 h_{t+1}^1 と流量 q_{t+1}^2 を用いる。システム誤差 w_t^h と w_t^q は式(5.100)の支配方程式中に含まれていないが、有限要素法による地盤のモデル化や離散化の過程などで生じる誤差で、式

(5.116)と式(5.117)に付加される。また、状態ベクトルには透水係数の常用対数をとった値も用いる。これは拡張カルマンフィルタの計算において透水係数の分布をオーダー的に評価し、比較的小さなオーダーの透水係数も正確に求めるためである。同様の設定はWilson et al.[221], 上田ら[204], 平野[70], 本城ら[79]なども行っており、一般に現場試験などから得られるデータから、透水係数は対数正規分布に近い分布を示す場合が多いという統計的データに基づいている。このように、システム状態方程式では非線形計算を有限要素法で実施し、透水係数に関しては時間的な変化がないものとする。

次に、観測方程式において \hat{h}_t^1 は観測される地下水位、 \hat{L}_t は調査や試験により測定される一部領域の透水係数の常用対数をとった値、 \hat{q}_t^2 は観測される流量である。また、観測方程式は線形とし、 G_t^h , G_t^L , G_t^q はそれぞれ地下水位、透水係数、流量が観測されている成分のみ1, 他は0のマトリクスである。すなわち、地下水位と流量は先の観測境界条件式(5.122), (5.123)が導入され、透水係数に関しては別途調査・試験によって一部の領域の透水係数が測定されている場合、この常用対数をとった値を観測量として用いることができる。

以上のシステム状態方程式と観測方程式を基に、状態ベクトルと推定誤差共分散マトリクスの初期値 $\hat{X}_{0/-1}$, $P_{0/-1}$ が与えられた後、カルマンゲイン K_t , フィルタ方程式, 推定誤差共分散マトリクス $P_{t/t}$ は以下のように求められる[96]。

初期値

$$\hat{X}_{0/-1} = \bar{X}_0 \quad (5.128)$$

$$P_{0/-1} = \bar{P}_0 \quad (5.129)$$

カルマンゲイン

$$K_t = P_{t/t-1} G_t^T [G_t P_{t/t-1} G_t^T + R_t]^{-1} \quad (5.130)$$

$$R_t = E \left\{ \begin{bmatrix} v_t^h \\ v_t^L \\ v_t^q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [v_t^h]^T & [v_t^L]^T & [v_t^q]^T \end{bmatrix} \right\} \quad (5.131)$$

フィルタ方程式

$$\hat{X}_{t/t} = \hat{X}_{t/t-1} + K_t [Y_t - G_t \hat{X}_{t/t-1}] \quad (5.132)$$

$$\hat{X}_{t+1/t} = \begin{bmatrix} \hat{h}_{t+1/t}^1 \\ \hat{L}_{t+1/t} \\ \hat{q}_{t+1/t}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_t^h(\hat{X}_{t/t}) \\ \hat{L}_t \\ f_t^q(\hat{X}_{t/t}) \end{bmatrix} \quad (5.133)$$

推定誤差共分散マトリクス

$$P_{t/t} = P_{t/t-1} - K_t G_t P_{t/t-1} \quad (5.134)$$

$$P_{t+1/t} = F_t P_{t/t} F_t^T + Q_t \quad (5.135)$$

$$Q_t = E \left\{ \begin{bmatrix} w_t^h \\ w_t^L \\ w_t^q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [w_t^h]^T & [w_t^L]^T & [w_t^q]^T \end{bmatrix} \right\} \quad (5.136)$$

上記の式中で、 $\hat{\cdot}$ は推定値を、肩文字 T は転置を、足文字 $t+1/t$ は時刻 t ステップの情報に基づく時刻 $t+1$ ステップの値を表わす。拡張カルマンフィルタにおいて、上記の推定誤差共分散マトリクスの計算に含まれる状態遷移マトリクス(Jacobian行列) F_t は、非線形なシステム状態方程式(5.126)を推定値のまわりでテーラー展開し、線形化すると次式で与えられる。

$$F_t = \begin{bmatrix} J^{hh} & J^{hL} & J^{hq} \\ J^{Lh} & J^{LL} & J^{Lq} \\ J^{qh} & J^{qL} & J^{qq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial h_{t+1}^1}{\partial h_t^1} \right)_{h_t^1=\hat{h}_{t/t}^1} & \left(\frac{\partial h_{t+1}^1}{\partial L_t} \right)_{L_t=\hat{L}_{t/t}} & \left(\frac{\partial h_{t+1}^1}{\partial q_t^2} \right)_{q_t^2=\hat{q}_{t/t}^2} \\ \left(\frac{\partial L_{t+1}}{\partial h_t^1} \right)_{h_t^1=\hat{h}_{t/t}^1} & \left(\frac{\partial L_{t+1}}{\partial L_t} \right)_{L_t=\hat{L}_{t/t}} & \left(\frac{\partial L_{t+1}}{\partial q_t^2} \right)_{q_t^2=\hat{q}_{t/t}^2} \\ \left(\frac{\partial q_{t+1}^2}{\partial h_t^1} \right)_{h_t^1=\hat{h}_{t/t}^1} & \left(\frac{\partial q_{t+1}^2}{\partial L_t} \right)_{L_t=\hat{L}_{t/t}} & \left(\frac{\partial q_{t+1}^2}{\partial q_t^2} \right)_{q_t^2=\hat{q}_{t/t}^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial h_{t+1}^1}{\partial h_t^1} \right)_{h_t^1=\hat{h}_{t/t}^1} & \left(\frac{\partial h_{t+1}^1}{\partial L_t} \right)_{L_t=\hat{L}_{t/t}} & 0 \\ 0 & I & 0 \\ \left(\frac{\partial q_{t+1}^2}{\partial h_t^1} \right)_{h_t^1=\hat{h}_{t/t}^1} & \left(\frac{\partial q_{t+1}^2}{\partial L_t} \right)_{L_t=\hat{L}_{t/t}} & \frac{\partial-1}{\partial} I \end{bmatrix} \quad (5.137)$$

ここで状態遷移マトリクス内の感度マトリクス J^{hh} , J^{hL} , J^{qh} , J^{qL} は、式(5.116), (5.117)

の両辺を偏微分することで次式のように与えられる。

$$\begin{aligned} J^{hh} &= \left(\frac{\partial h_{t+1}^1}{\partial h_t^1} \right)_{h_t^1 = \hat{h}_{t/t}^1} \\ &= [A^{11}]^{-1} \cdot \left[B^{11} + \left(\frac{\partial B^{11}}{\partial h_t^1} \right) \hat{h}_{t/t}^1 + \left(\frac{\partial B^{12}}{\partial h_t^1} \right) h_t^2 - \left(\frac{\partial A^{11}}{\partial h_t^1} \right) \hat{h}_{t+1/t}^1 + \left(\frac{\partial A^{12}}{\partial h_t^1} \right) h_t^2 \right] \quad (5.138) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J^{hL} &= \left(\frac{\partial h_{t+1}^1}{\partial L_t} \right)_{L_t = \hat{L}_{t/t}} \\ &= [A^{11}]^{-1} \cdot \left[\left(\frac{\partial B^{11}}{\partial L_t} \right) \hat{h}_{t/t}^1 + \left(\frac{\partial B^{12}}{\partial L_t} \right) h_t^2 - \left(\frac{\partial A^{11}}{\partial L_t} \right) \hat{h}_{t+1/t}^1 + \left(\frac{\partial A^{12}}{\partial L_t} \right) h_t^2 \right] \quad (5.139) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J^{qh} &= \left(\frac{\partial q_{t+1}^2}{\partial h_t^1} \right)_{h_t^1 = \hat{h}_{t/t}^1} \\ &= \left[\left(\frac{\partial A^{21}}{\partial h_t^1} \right) \hat{h}_{t+1/t}^1 + \left(\frac{\partial A^{22}}{\partial h_t^1} \right) h_t^2 + A^{21} \cdot \left(\frac{\partial h_{t+1}^1}{\partial h_t^1} \right) - B^{21} + \left(\frac{\partial B^{21}}{\partial h_t^1} \right) \hat{h}_{t/t}^1 + \left(\frac{\partial B^{22}}{\partial h_t^1} \right) h_t^2 \right] \quad (5.140) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J^{qL} &= \left(\frac{\partial q_{t+1}^2}{\partial L_t} \right)_{L_t = \hat{L}_{t/t}} \\ &= \left[\left(\frac{\partial A^{21}}{\partial L_t} \right) \hat{h}_{t+1/t}^1 + \left(\frac{\partial A^{22}}{\partial L_t} \right) h_t^2 + A^{21} \cdot \left(\frac{\partial h_{t+1}^1}{\partial L_t} \right) - \left(\frac{\partial B^{21}}{\partial L_t} \right) \hat{h}_{t/t}^1 + \left(\frac{\partial B^{22}}{\partial L_t} \right) h_t^2 \right] \quad (5.141) \end{aligned}$$

また、 J^{hq} , J^{qq} も上記と同様の計算により式(5.137)のように求まり、 J^{Lh} , J^{LL} , J^{Lq} は式(5.126)から求まる。

なお、以下に示す逆解析例においては、上記のカルマンフィルタの演算精度を向上させるためU-D分解フィルタ[96]を用いている。

表 5.1: 設定した透水係数の空間分布特性

透水係数 (単位cm/s)の常用対数値に対する
平均値と共分散関数

平均値	共分散関数
-2 (1.0×10^{-2} cm/s)	$C(d) = \sigma^2 \cdot \exp \left[- \left\{ \left(\frac{d_x}{a_x} \right)^2 + \left(\frac{d_y}{a_y} \right)^2 \right\}^{1/2} \right]$ $\sigma^2 = 1.0, \quad a_x = a_y = 200m, \quad d = (d_x^2 + d_y^2)^{1/2}$

5.5 逆解析手法の妥当性の検討

以上の逆解析手法の妥当性を検討するため、ここでは平面2次元領域に透水係数が分布する仮想地盤モデルを想定し、このモデルにおける地下水位と揚水量の模擬観測データを作成する。これを観測量として、設定した透水係数の空間分布を逆に推定する。特に、本論文では地下水位および揚水量をそれぞれ独立に観測量とした場合の逆解析結果を比較し、本手法の妥当性を検討する。

5.5.1 解析モデルと解析ケース

はじめに、地盤モデルの作成方法を示す。透水係数は等方性を仮定し、その空間分布モデルを表5.1のように設定する。すなわち、透水係数分布は対数正規分布に従うものとし、cm/sの単位の透水係数に対して常用対数をとった値の平均値が-2.0、分散が1.0の母集団を設定する。また、共分散関数としては2次元の指数型の関数を仮定した。共分散関数の変数である d_x , d_y はそれぞれ x , y 方向の距離、パラメータ a_x , a_y はそれぞれ x , y 方向の相関距離である。この関数で表わされる共分散は同一地点では分散 σ^2 に等しく、隣接する2点間では相関性が高く透水係数は同様の値を示すが、離れるに従って指数関数的に相関性が低下して2点間で異なる値を示す特徴を有する。このような共分散関数は、地盤物性値の空間分布特性を表わすモデルとして用いられている[124, 64]。

以上の母集団から標本となる透水係数の空間分布モデルを1つ発生させ、ここで用いる地盤モデルとする。図5.3には要素分割モデルを示しており、対象とする平面領域

は600m×600mの正方領域で、不透水基盤までの深さは一律50mとする。要素の寸法は100m×100mで、8節点のアイソパラメトリック要素を用いおり、領域全体の要素数は36、節点数は133である。このモデルの各要素に一定の透水係数を割り当てる。その手順として、はじめに表5.1の共分散関数により、要素中心距離 d に依存した相関を持つ共分散マトリクスを作成する。次に、先の母集団から発生させた乱数に、共分散マトリクスをコレスキー分解して得られる下三角マトリクスを乗じて透水係数の空間分布モデルを作成する[80]。こうして作成したモデルを図5.4に示す。図5.4は透水係数の常用対数をとった値を示しており、本モデルでは各要素内で一定の透水係数を有するが、便宜的に要素中心位置に透水係数を割り当てて描いたコンターである。したがって、図5.3の破線で示した正方領域(500m×500m)の透水係数の巨視的な分布傾向を示している。なお、有効間隙率は全要素とも6.0%とする。

次に、模擬観測データの作成方法を述べる。本論文では、地下水位および揚水量をそれぞれ独立に観測量とした場合の逆解析結果(後述する2シリーズ)を比較する。このため同一の地下水流動を対象に、両観測量に関する観測点数や観測位置などの観測条件を一致させることが望ましい。そこで次のような条件で模擬観測データを作成する。

地下水位の観測データを作成するため、周辺境界を除く領域内部の全節点(図5.3の揚水位置85点)から120l/min($2.0 \times 10^{-3} m^3/s$)の一定流量を揚水するものとし、この場合の地下水位の経時変化を有限要素法の順解析により求め、これを模擬観測データとする。ただし、揚水量は $8.7 \times 10^4 sec$ 後(約1日後)に所定の120l/minとなるように時間に関して線形に増加させ、その後120l/minで一定の揚水量とする。以上の条件で地下水位を観測する場合をAシリーズとし、図5.5に示すように観測点数を85点、36点、25点と変えた3ケースを、それぞれCASE-A1, A2, A3とする。次に、揚水量の観測データを作成するため、Aシリーズにおいて揚水を行った領域内部の全節点に、揚水時の地下水位の経時変化を境界条件として設定する。この条件で有限要素法の順解析から各節点の揚水量を求め、これを模擬観測データとする。したがって、先に揚水量120l/minを与えた節点では、計算誤差がなければ観測データとして120l/minが求まるが、実際には数値計算誤差を含んでいる。このように揚水量を観測する場合をBシリーズとし、図5.6のように観測点数を85点、36点、25点と変えた3ケースを、それぞれCASE-B1, B2, B3とする。AシリーズとBシリーズの観測点配置のうち、CASE-A1, A3はCASE-B1, B3と同一の位置で

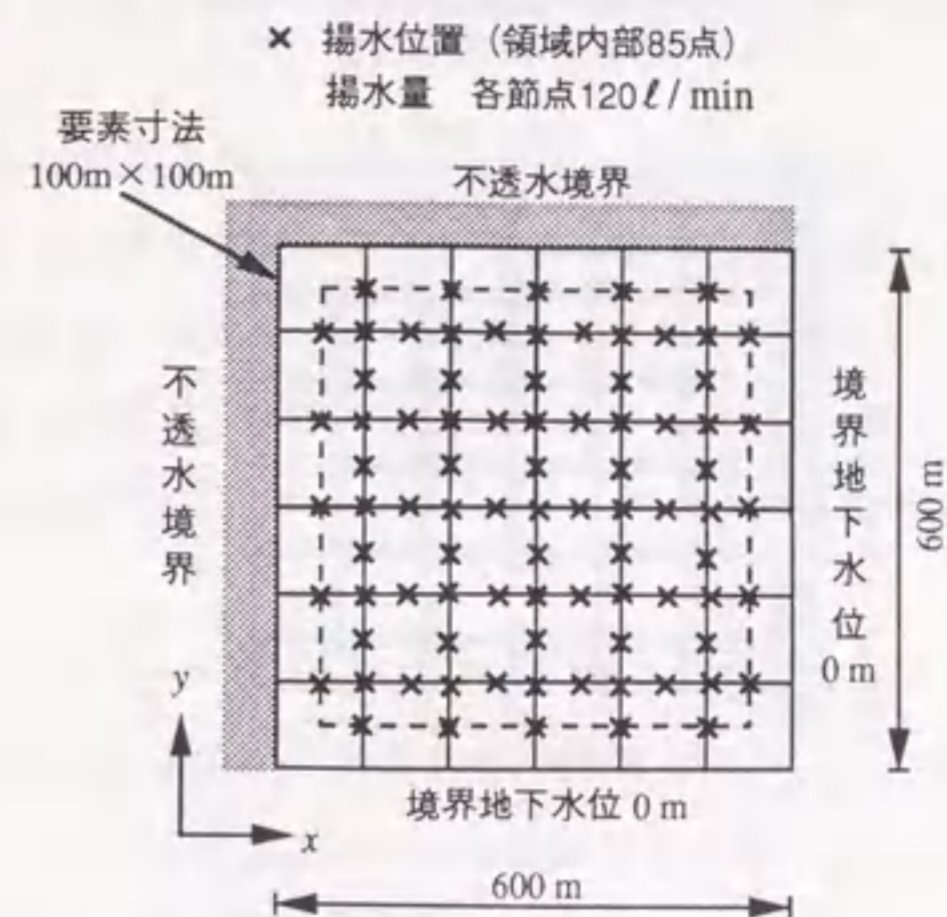


図5.3: 解析モデル図

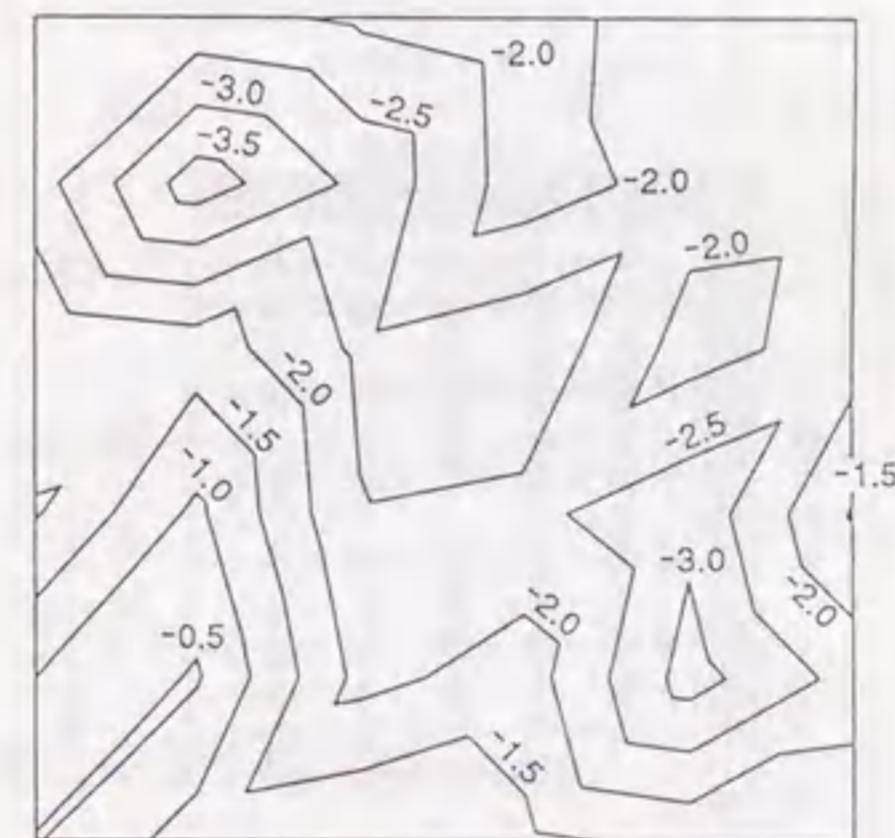


図5.4: 設定した透水係数の空間分布モデル(単位cm/sの透水係数の常用対数值)

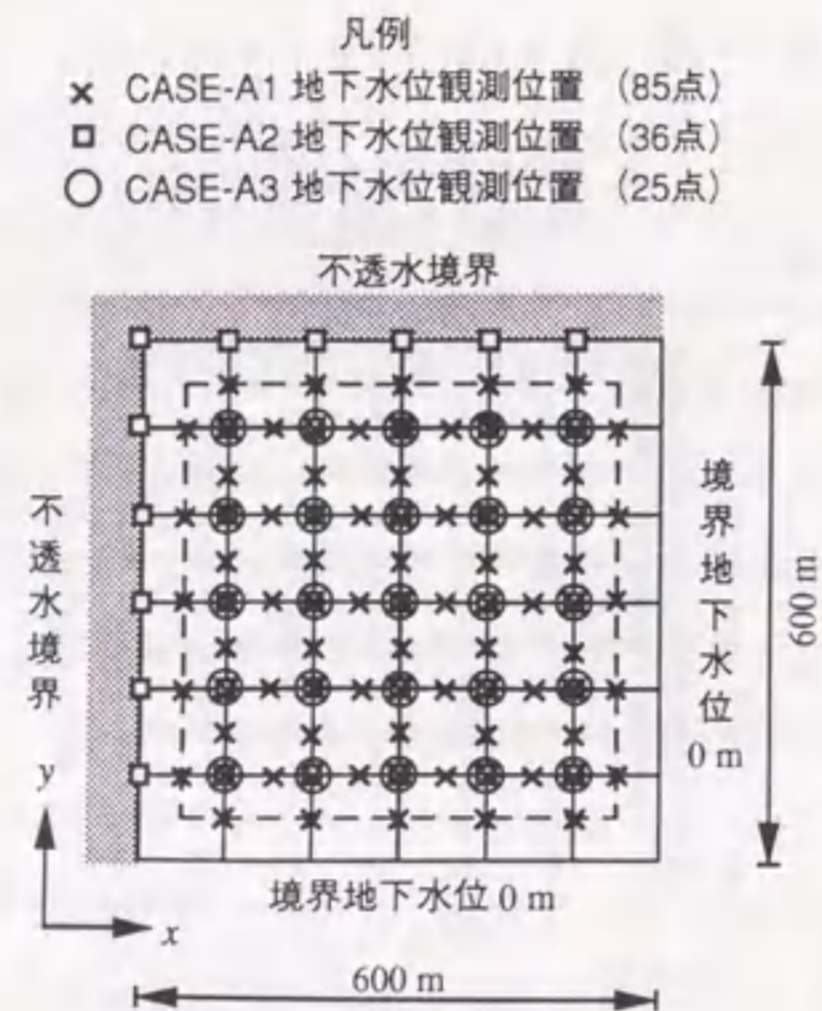


図 5.5: A シリーズの観測点配置

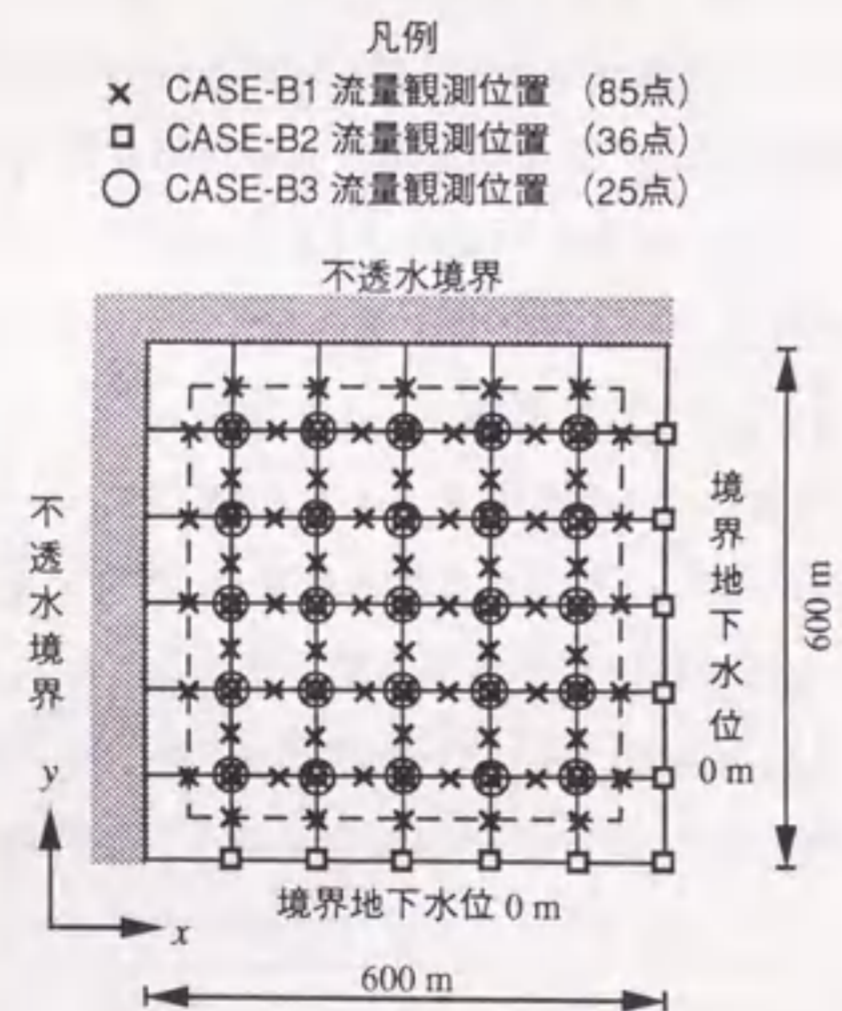


図 5.6: B シリーズの観測点配置

ある。一方、CASE-A2とCASE-B2は周辺境界にも観測点を設定しており、CASE-A2では地下水位を観測量とするため流量指定境界に、CASE-B2は揚水量を観測量とするため地下水位指定境界にそれぞれ観測点を配置している。なお、初期水位はいずれも深さ0.0mで一律とする。

上記のように実際の試験で85点もの多くの揚水を同時に行うことは困難であるが、ここでは後述する統計処理により揚水量の観測誤差を評価するため、サンプルデータとして揚水位置を多く設定する。これは地下水位を境界条件として揚水量の模擬観測データをを作成した結果、計算誤差により厳密には120l/minとならず、この誤差を観測誤差として適切に処理(フィルタリング)するため、その統計量を求めることを目的としている。

さて、カルマンフィルタを用いた逆解析では、推定誤差共分散の初期値、システム誤差、観測誤差を設定する必要がある。本解析では表5.2のように設定する。なお、本解析例においてシステム誤差と観測誤差の共分散マトリクスは、分散(対角成分)のみ下記の方法で仮定し、共分散(非対角成分)は0と仮定した。

まず、システム誤差に関しては、模擬観測データを有限要素解析により作成し、逆解析においても同一の有限要素法を用いていることから、地下水位と揚水量に関する同値は0と仮定する。また、透水係数についても0とする。

観測誤差は、実際には観測計器類の測定精度などから評価される。ここでは模擬観測データを用いており、有限要素法の収束判定式(5.119)において $\epsilon = 1.0\text{cm}$ と設定しており、このことを参考に地下水位の観測誤差は $\pm 3\sigma = \pm 1.0\text{cm}$ (σ^2 : 分散)と仮定した。また、揚水量に関する観測誤差は、Bシリーズの観測量として求まる揚水量のうち、領域内部の85点において120l/minとなるべき揚水量を統計処理して求めた値(分散)を与える。

最後に、推定誤差共分散の初期値は、透水係数に関しては先の表5.1の共分散関数により決まる値とする。また、地下水位と揚水量に関する推定誤差共分散は分散のみ考慮し、共に観測誤差分散の 1.0×10^4 倍の値を仮定する。

5.5.2 逆解析結果と妥当性の検討

式(5.128)の状態量の初期値 \bar{X}_0 として、地下水位は初期水位の0.0mを、透水係数の常用対数值は平均値-2を、揚水量は0.0l/minを設定して36個の透水係数の逆解析を行った。

表 5.2: 推定誤差共分散の初期値, システム誤差分散および観測誤差分散

関係する 状態量 分散	地下水位 (m) ²	透水係数: 単位(cm/s)の透水係数の 常用対数に対する分散	流量 上段: (m ³ /s) ² 下段: (ℓ/min) ²
推定誤差共分散の 初期値	1.1×10 ⁻¹ (分散のみ)	表-1の共分散関数から 求まる値	7.0×10 ⁻⁵ 25.2×10 ⁴ (分散のみ)
システム誤差分散	0.0	0.0	0.0 0.0
観測誤差分散	1.1×10 ⁻⁵	1.0×10 ⁻⁵	7.0×10 ⁻⁹ 25.2

図 5.7 ~ 5.12 は逆解析結果を示しており, 推定された透水係数の常用対数をとった値を示している。これらの結果は時間 $1.0 \times 10^7 \text{ sec}$ (約 116 日) までの 327 ステップの模擬観測データを用いた結果である。地下水位および揚水量を観測量とした A シリーズと B シリーズで, 観測点数が同一の CASE-A1 と CASE-B1, CASE-A2 と CASE-B2, CASE-A3 と CASE-B3 の結果を, 先の図 5.4 を基準として比較する。

観測点数が 85 点と最も多い CASE-A1 と CASE-B1 では, 比較的良好な推定結果が得られている。CASE-A1 では, 設定した図 5.4 の透水係数分布によく一致している。また, CASE-B1 では透水係数の小さな 10^{-3} cm/sec オーダーの透水係数の推定精度が若干低下するものの, ほぼ設定した透水係数分布が得られていると言える。CASE-A2 と CASE-B2 を比較すると, それぞれ先の CASE-A1 と CASE-B1 より推定精度は低下する。これは観測点数が未知パラメータ数と同一の 36 点に減少した影響と考えられる。CASE-B2 では, 透水係数の小さな 10^{-3} cm/sec オーダーの透水係数の推定精度が CASE-B1 よりも低下している。CASE-A3 と CASE-B3 では, さらに観測点数が低下するため推定精度は低下する。

以上の逆解析結果について領域全体の平均的な推定精度を評価するため, 式 (5.142), (5.143) に示す S_m, E_m の 2 種類の指標を求める。 S_m は先の式 (5.134) で求められる透水係数の常用対数値の推定誤差分散 $\text{Var}(\log K)$ を全要素 (要素数 $n = 36$) で平均し, その平方根をとった値である。また, E_m は設定した透水係数の常用対数値 $\log K$ を基準に, 推定された透水係数の常用対数値 $\log \hat{K}$ の残差二乗和を全要素で平均し, その平方根をとった値で

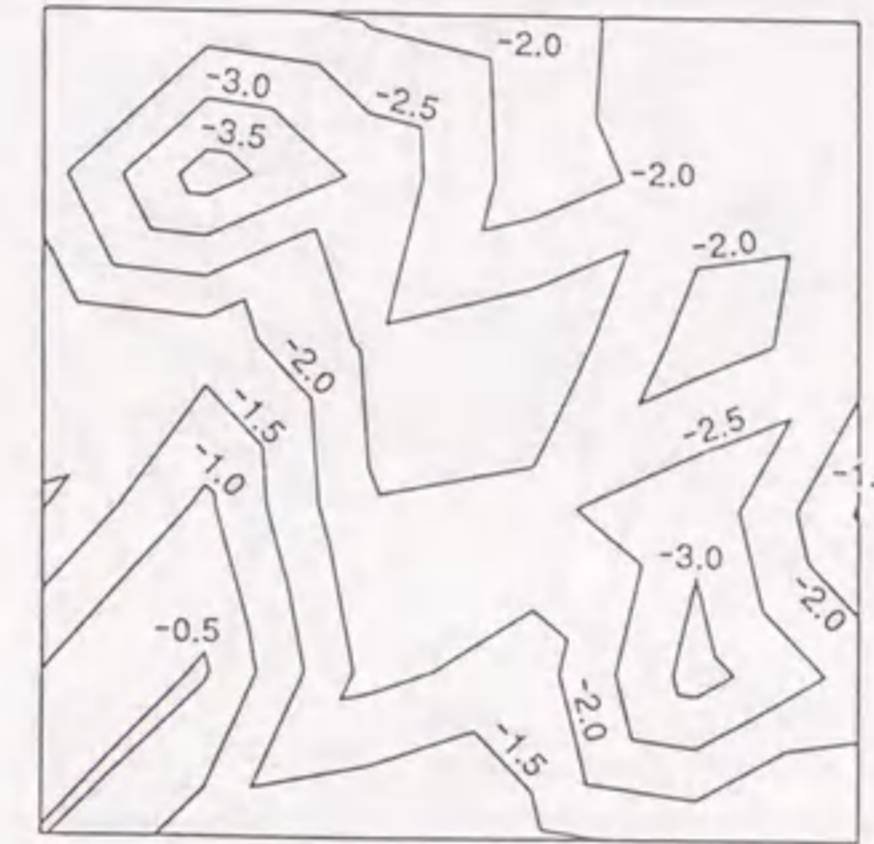


図 5.7: CASE-A1 の透水係数の推定結果 (単位 cm/s の透水係数の常用対数値)

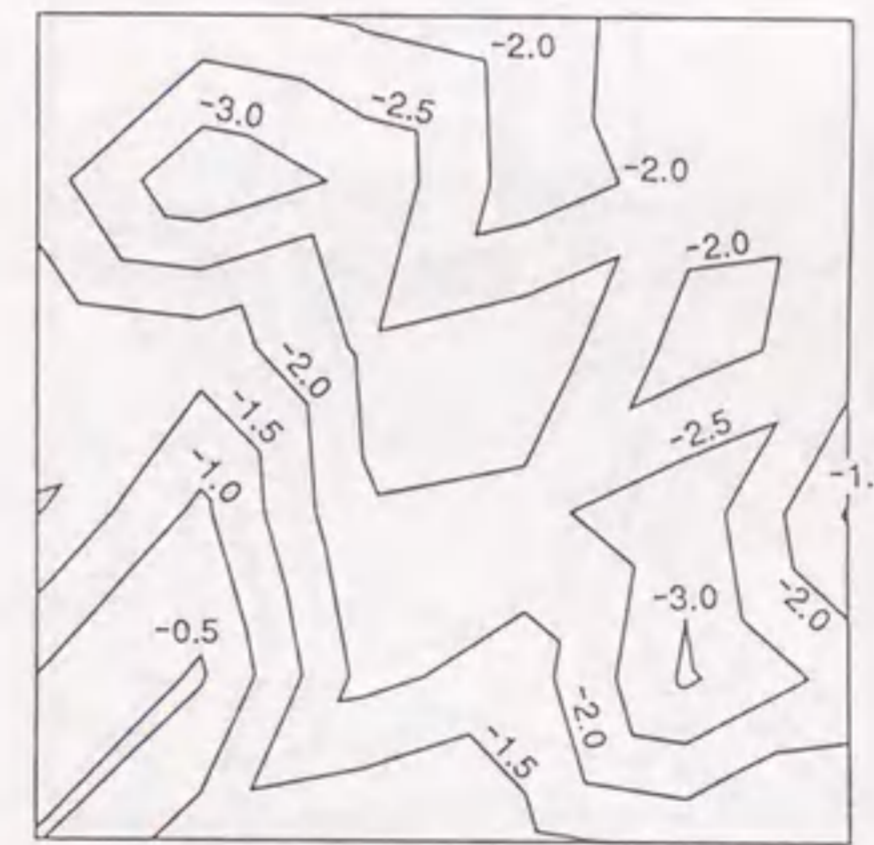


図 5.8: CASE-B1 の透水係数の推定結果 (単位 cm/s の透水係数の常用対数値)

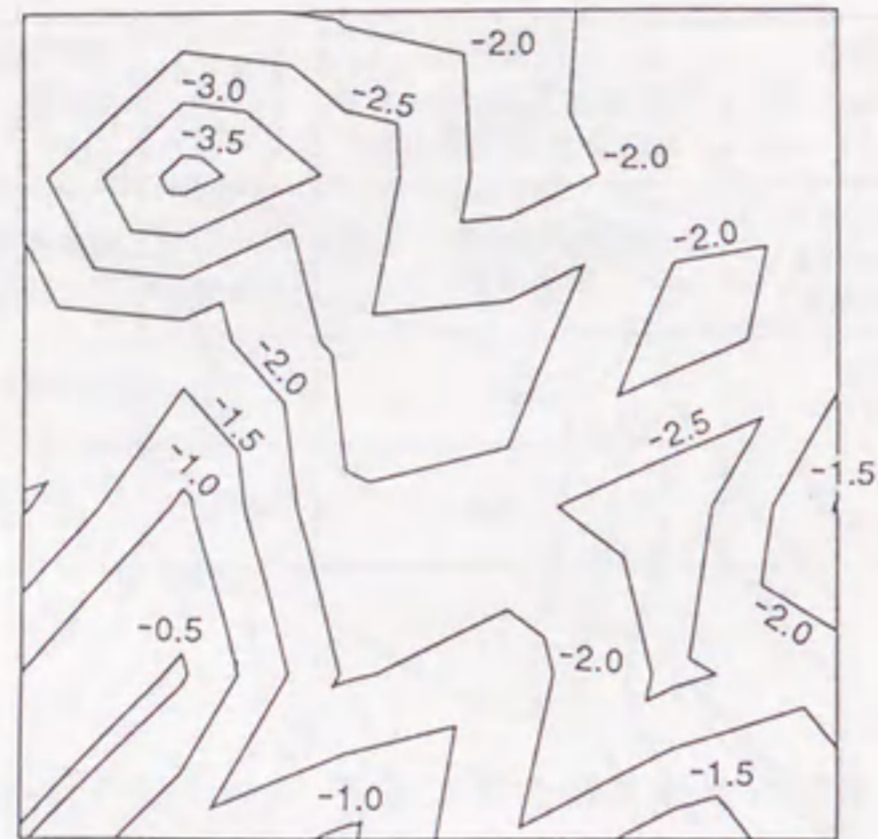


図 5.9: CASE-A2 の透水係数の推定結果(単位 cm/s の透水係数の常用対数值)

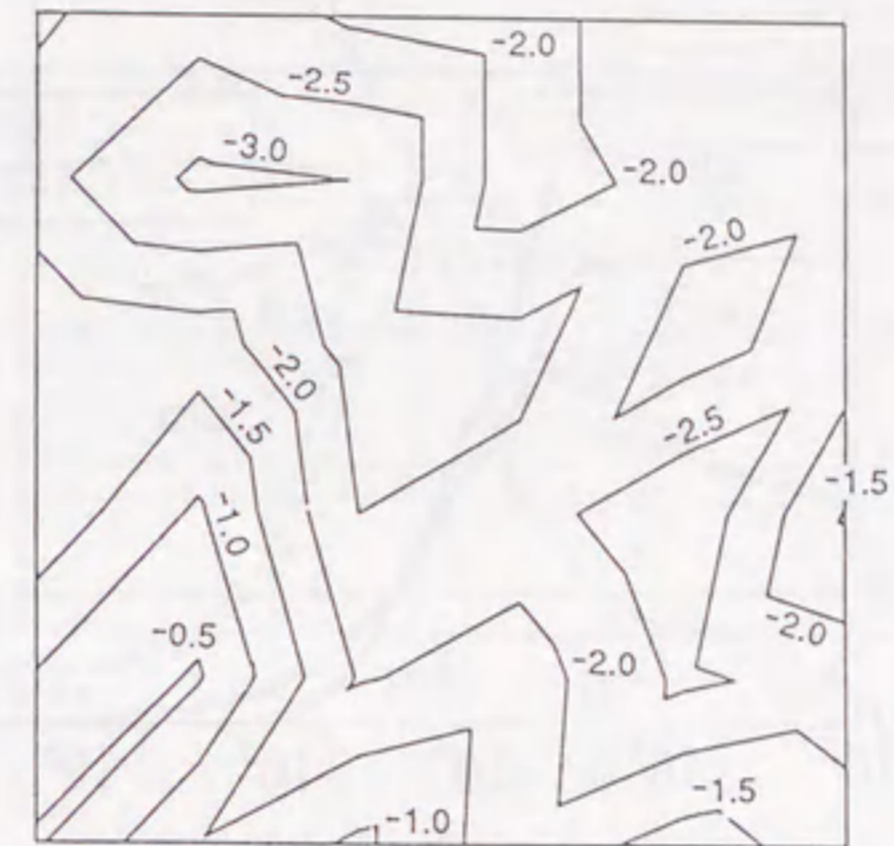


図 5.11: CASE-A3 の透水係数の推定結果(単位 cm/s の透水係数の常用対数值)

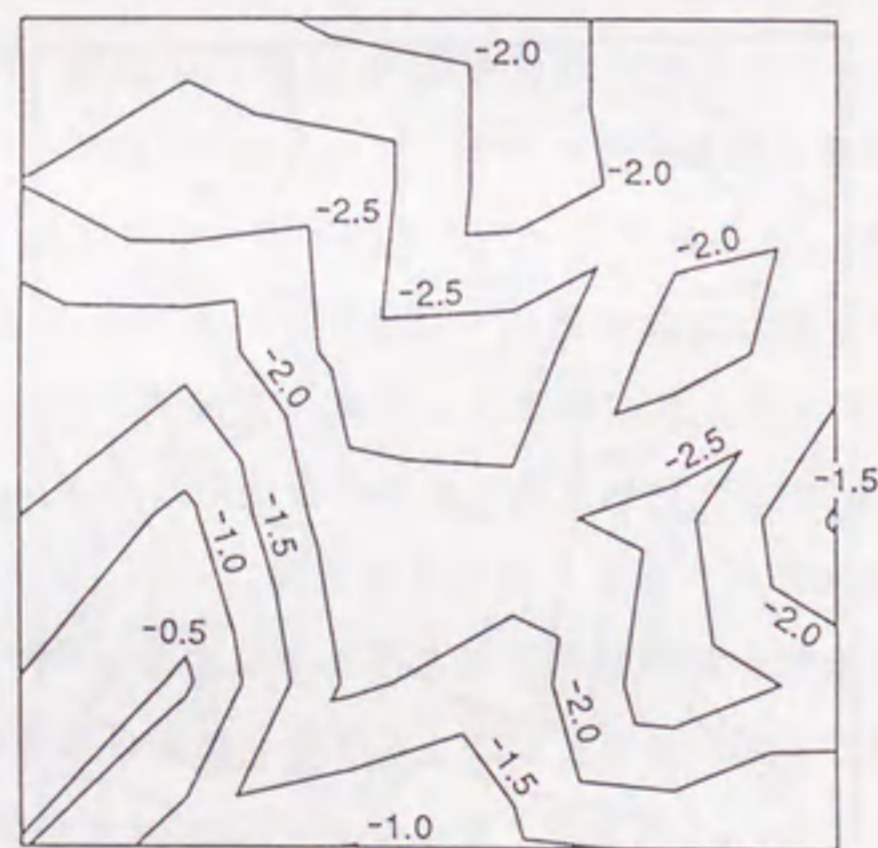


図 5.10: CASE-B2 の透水係数の推定結果(単位 cm/s の透水係数の常用対数值)

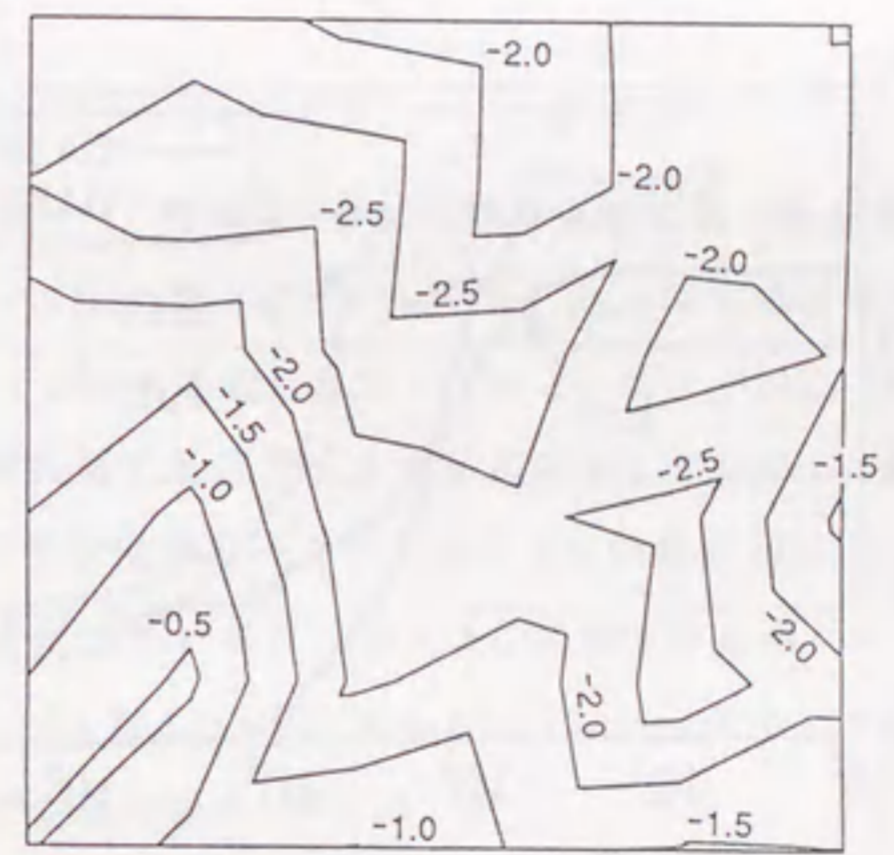


図 5.12: CASE-B3 の透水係数の推定結果(単位 cm/s の透水係数の常用対数值)

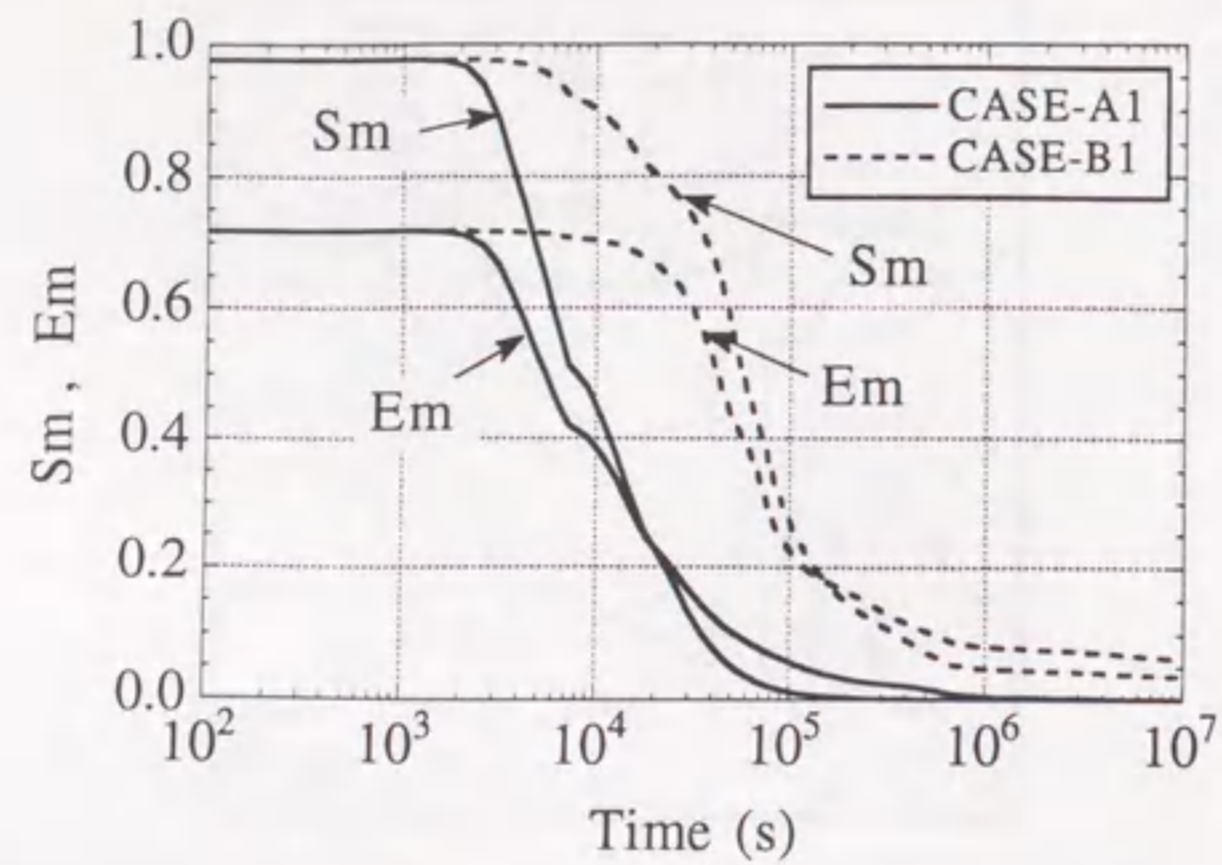


図 5.13: CASE-A1,B1 の推定過程における S_m と E_m の変化

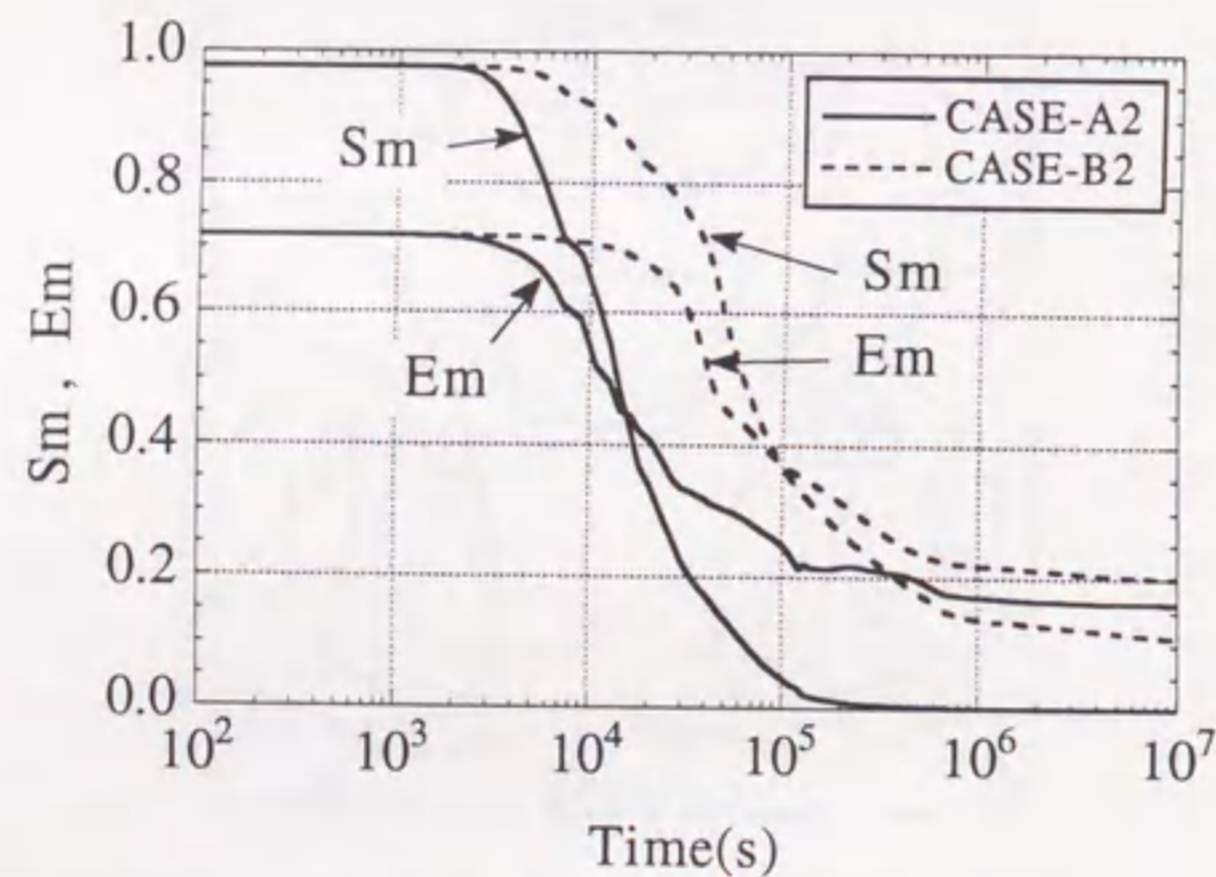


図 5.14: CASE-A2,B2 の推定過程における S_m と E_m の変化

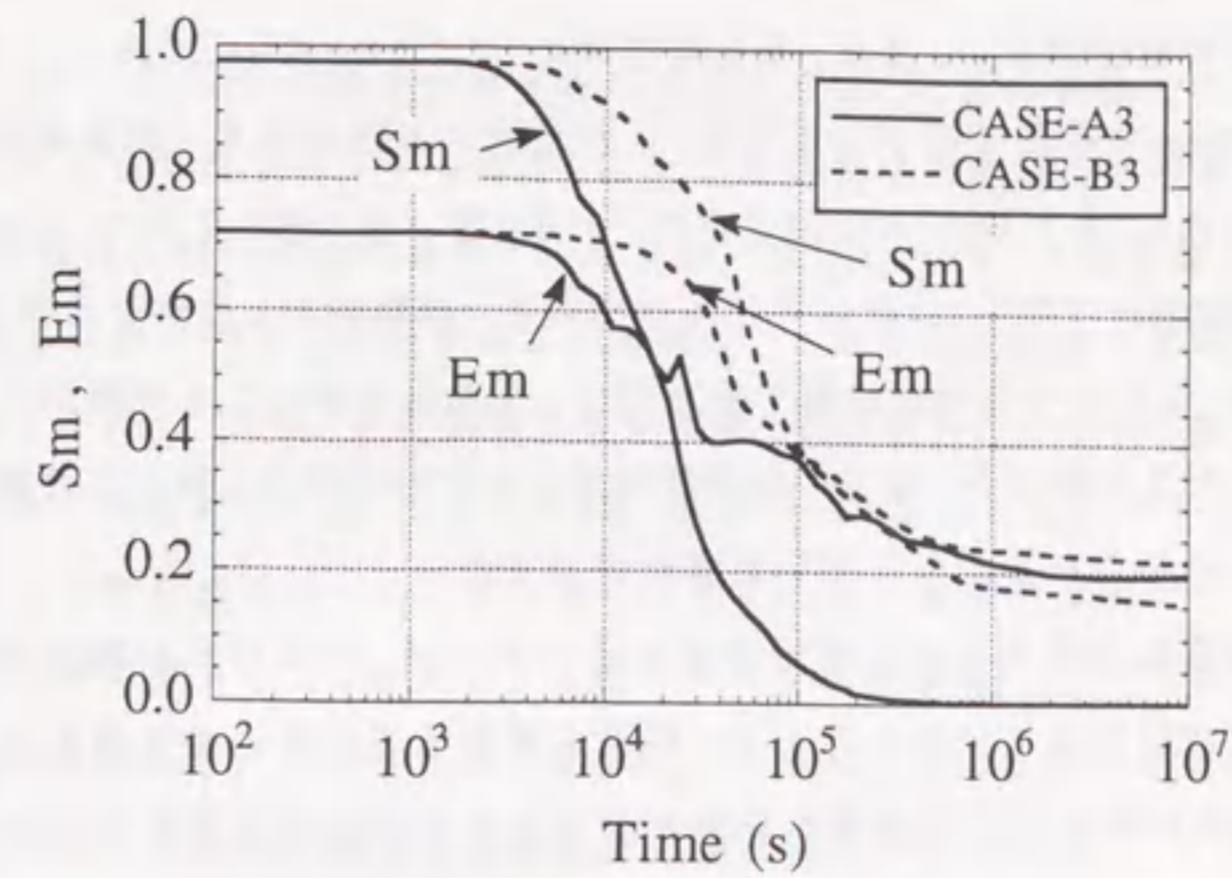


図 5.15: CASE-A3,B3 の推定過程における S_m と E_m の変化

ある。

$$S_m = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \text{Var}(\log K_i)}{n}} \quad (5.142)$$

$$E_m = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\log \hat{K}_i - \log K_i)^2}{n}} \quad (5.143)$$

逆解析の計算過程において、時間ステップと共に上記の値の変化を示したものが図 5.13 ~ 5.15 である。図 5.13 は CASE-A1 と CASE-B1 の S_m , E_m を示しており、CASE-A1 では S_m が初期値 1.0 から減少して十分小さな値に収束している。また、CASE-B1 の S_m は CASE-A1 より遅れて減少し、最終段階でも若干大きな値に収束している。 E_m も同様の傾向で収束し、CASE-A1 の方が若干推定精度はよいと言える。同様に図 5.14 は CASE-A2 と CASE-B2 における同値の変化を示しているが、図 5.13 と比較すると両ケースとも S_m , E_m が若干大きな値に収束している。図 5.15 には CASE-A3 と CASE-B3 について同値の変化を示すが、図 5.14 と同様の傾向がさらに強まっている。

以上の図 5.13 ~ 5.15 を通して、地下水位を観測量とした A シリーズの方が推定精度がよい。この理由として観測誤差の設定において揚水量よりも地下水位の方が相対的な観測誤差が小さいことが挙げられる。すなわち、今回用いた有限要素法の定式化で

は、地下水位を計算したのちその値を用いて揚水量を計算するため、一般に揚水量より地下水位の方が精度がよい。実際、最終時間ステップの $1.0 \times 10^7 \text{sec}$ において、地下水位は $-0.185\text{m} \sim -8.984\text{m}$ の範囲で低下しており、これに対する観測誤差(標準偏差)の割合は先に仮定した表5.2から1.8%~0.037%である。一方、揚水量は約1日($8.7 \times 10^4 \text{sec}$)経過したのちはほぼ 120l/min であり、これに対する観測誤差(標準偏差)の割合は同じく表5.2から5.0%である。このような特徴は有するものの、揚水量を用いても実用的には十分な推定が行えるものと判断でき、両方の観測量が得られている場合、限られた観測量を有効に利用するためにこれらを共に用いた解析が望まれる。

また、観測点数が低下すると推定精度も低下するが、与えられた観測点配置の下では十分な推定が行われていると言える。観測点数の低下に伴い推定精度が低下する理由は、観測点数の減少により36個の未知パラメータの決定に必要な情報が十分得られないためである。これは観測誤差などにも依存するが、極端に観測点数が少ない場合などは不適切な(ill-posed)問題となり、推定値が安定せず実際の値と大きく異なる結果になることがある。このような場合はパラメータ(透水係数)の数を減少させることなどで解を安定化させることが可能となる[233]。本研究ではベイズ理論の立場から拡張カルマンフィルタを用い、事前情報により観測点数より多くのパラメータを扱うことが可能になっている。

最後に、 S_m と E_m の収束状況が類似しており、実際の問題では E_m が評価できないことを勘案すると、時間軸上で S_m (一般には推定誤差共分散)が小さな値に収束すれば、時間方向に十分な観測点数が得られた推定結果であると判断できる。

5.6 複数の揚水試験結果を用いた逆解析手法

先の式(5.92)と式(5.93)の観測更新アルゴリズムでは、1回の試験中の観測データが時系列データとして得られている場合、これを用いて逐次推定値が更新され、最終ステップの推定値は1回の試験の観測データを全て利用したベイズ推定値となる。

2回の揚水試験が独立に実施されている場合、1回の揚水試験の観測データを全て使用して推定を行ったのち、その結果を事前情報(初期値)として次の揚水試験の観測データを用いて推定を行えば、2回の試験の観測データを全て利用できる。これを複数の試験に対して順次繰り返すことで、さらに多くの揚水試験の観測データを用いて推定を行うことが可能となる。ただし、状態ベクトルの初期値 $\hat{X}_{0/-1}$ のうち透水係数の初期値と推定誤差共分散マトリクスの初期値 $P_{0/-1}$ はそれまでの推定値を用いるが、 $\hat{X}_{0/-1}$ のうち地下水位と流量は各揚水試験開始時の初期条件を設定する。

ベイズの定理によると、複数の揚水試験が独立に実施されているものとするれば、試験を実施する順序によって観測データは影響を受けず、試験の組み合わせが同一であれば、この組み合わせに従って観測データの生起確率は一致する[189]。したがって、推定に用いる観測データの順番を任意に設定しても、最終的な推定結果は全ての観測データを網羅した同一の結果が得られることになる。しかし、本手法においては拡張カルマンフィルタを用いており、一般にシステム状態方程式と観測方程式を線形化したことによる誤差が生じる。このため使用する観測データの順番によって最終的に得られる推定値に影響を与えることが考えられる。ただし、ここでの定式化は式(5.127)の観測方程式が線形であるため、システム状態方程式の線形化の誤差のみ影響するものと考えられる。

一般に境界条件は地下水位を指定する境界と流量を指定する境界の2種類に分類され、試験ごとで境界条件の種類が異なる境界が存在する場合は、それらの観測データを共に利用して推定を行うことはできない。この理由として、境界条件の種類が異なると式(5.126)において未知地下水位と未知流量の設定が異なり、それぞれの試験で状態ベクトルが異なるためである。これは推定する確率場が異なることを意味する。以上の点に注意すれば、複数の試験結果を利用して透水係数の空間分布が推定できるものと考えられる。

以下では、提案した透水係数の空間分布推定法について、その適用性を検討するため仮想地盤モデルを用いた推定を行う。

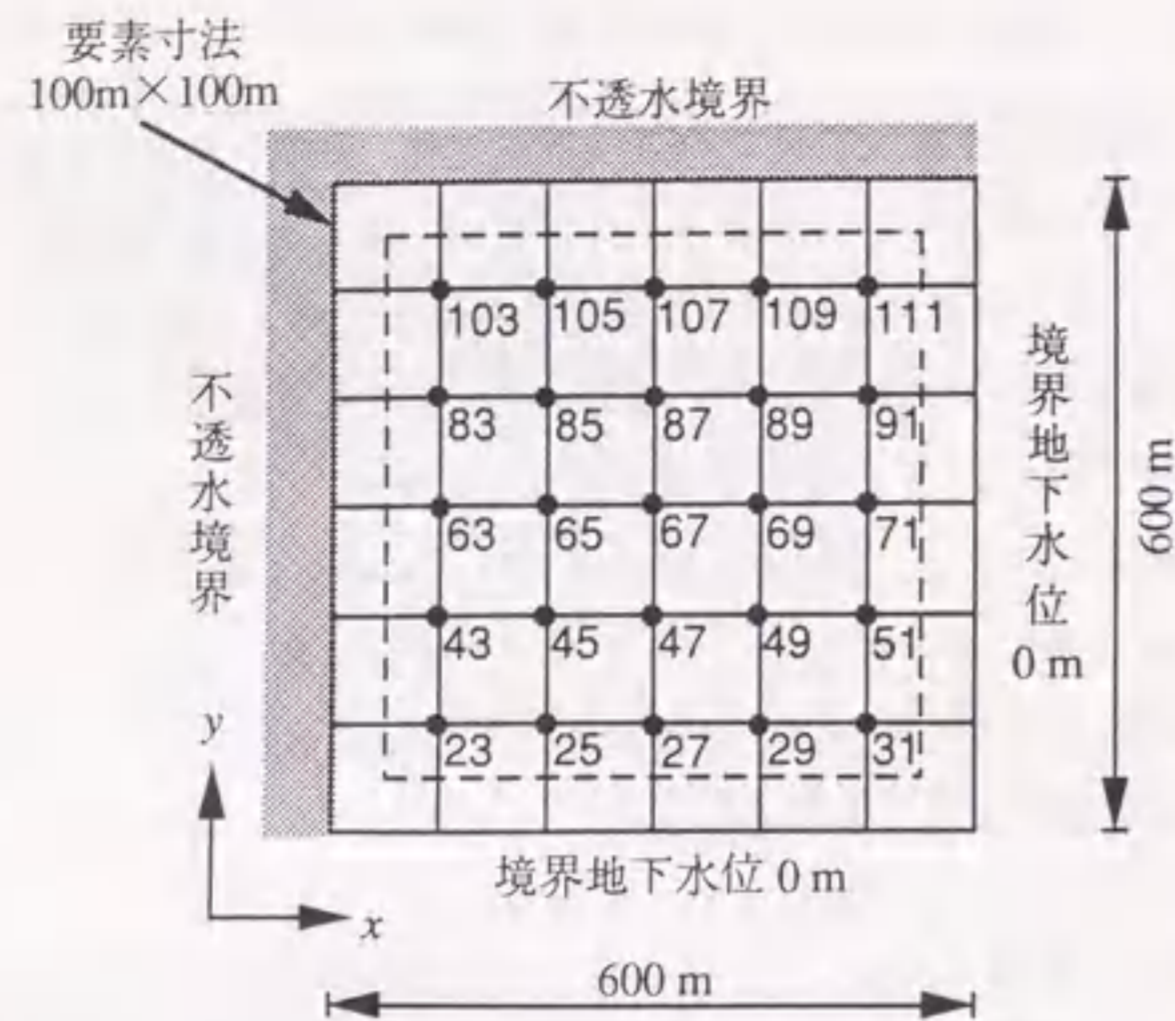


図 5.16: 仮想地盤モデルの要素分割

5.6.1 仮想地盤モデルと解析条件

ここで用いる仮想地盤モデルは、先の5.5節の図5.3と同様の解析領域と要素分割とし、透水係数の空間分布も図5.4と同様のモデルを用いる。ただし、揚水井や観測井の配置を変えて複数の試験を想定した逆解析を行うため、後の説明のため必要となる節点番号を示し図5.16に示す。

次に、複数の揚水試験において地下水位のみ観測する場合を対象として模擬観測データを作成する。まず、対象とする複数の揚水試験としてA~Eまでの5回の試験を考え、それぞれの揚水井と観測井の配置を表5.3のように設定した。各試験の井戸配置は図5.16の節点番号で示しており、各試験は揚水井1点と観測井9点からなり、試験ごとに井戸の集中する領域を変えて5回の試験全部で仮想地盤全体を網羅する配置としている。図5.3の仮想地盤領域で揚水試験A, B, C, D, Eの順に、それぞれ左上, 右上, 中央, 左下, 右下の領域を中心に揚水井と観測井を配置している。その一例として揚水試験Cの井戸配置を図5.17に示す。このような井戸配置の基で、各試験とも揚水井から $1200l/min (2.0 \times 10^{-2} m^3/s)$ の一定流量を揚水するものとし、この場合の各観測井位置の地

下水位の経時変化を有限要素法の順解析により求め、これを模擬観測データとする。なお、初期水位はいずれも深さ0.0mで一律とする。

また、模擬観測データは各揚水試験とも約1ヶ月間のデータを観測するものとし、サンプリングの頻度を変えて2ケースの模擬観測データを作成する。ここでは対数時間軸上で1オーダーを50ステップに等分割し、観測期間の1ヶ月を合計225ステップに分割した。この時間ステップの順解析で地下水位を計算し、5ステップごとに各観測井の地下水位が観測されるものをCASE-1とし、時間軸上に合計46点の観測データを設定した。これに対して10ステップごとに各観測井の地下水位が観測されるケースをCASE-2とし、時間軸上に合計23点の観測データを設定した。このような時間軸上の観測データの頻度の差は、推定過程における拡張カルマンフィルタの線形化の誤差に差を生じさせるものと考えられる。すなわち、サンプリング間隔が短いほど線形化の誤差は小さく、長いほど大きくなるものと考えられる。以上の2ケースの模擬観測データを用いた推定結果を比較することで、線形化の誤差の影響について検討を行う。

さて、本解析では表5.4のように観測誤差共分散、システム誤差共分散、推定誤差共分散の初期値を設定する。なお、今回の推定では観測誤差とシステム誤差の共分散マトリクスは、分散(対角成分)のみ下記の方法で仮定し、共分散(非対角成分)は0と仮定した。

観測誤差分散は実際の観測精度を参考に、地下水位の観測誤差分散を $\pm 3\sigma = \pm 6.0cm$ (σ^2 : 分散)、流量の観測誤差分散を $\pm 3\sigma = \pm 5.0l/min$ と想定して設定した。また、透水係数の観測誤差分散は $\pm 3\sigma = \pm 0.2$ オーダーを仮定した。なお、今回の推定では流量と透水係数の観測値は存在しないため、これらの値は直接は利用しない。

システム誤差分散は有限要素法による離散化の誤差や拡張カルマンフィルタの線形化の誤差などからなる。今回は観測データを離散化した仮想地盤から作成しており離散化の誤差は少ないものと考えられ、主に拡張カルマンフィルタの線形化の誤差を対象に設定する。推定を実施する前にこの線形化の誤差を正確に評価することは難しいため、ここでは観測誤差分散を基準として以下の2ケースのシステム誤差分散を仮定した。その1つは地下水位、透水係数、流量とも観測誤差分散の1/4の値を仮定した場合で、これをシステム誤差分散Iとして比較のためCASE-1とCASE-2の観測データに用いる。また、システム誤差分散IIとして観測誤差分散の3/4の値を仮定し、CASE-2の観測データに対

表 5.3: 各揚水試験の観測点配置

揚水試験	揚水井戸 (節点番号)	観測井戸 (節点番号)
A	103	63, 65, 67, 83, 85, 87, 103, 105, 107
B	111	67, 69, 71, 87, 89, 91, 107, 109, 111
C	67	45, 47, 49, 65, 67, 69, 85, 87, 89
D	23	23, 25, 27, 43, 45, 47, 63, 65, 67
E	31	27, 29, 31, 47, 49, 51, 67, 69, 71

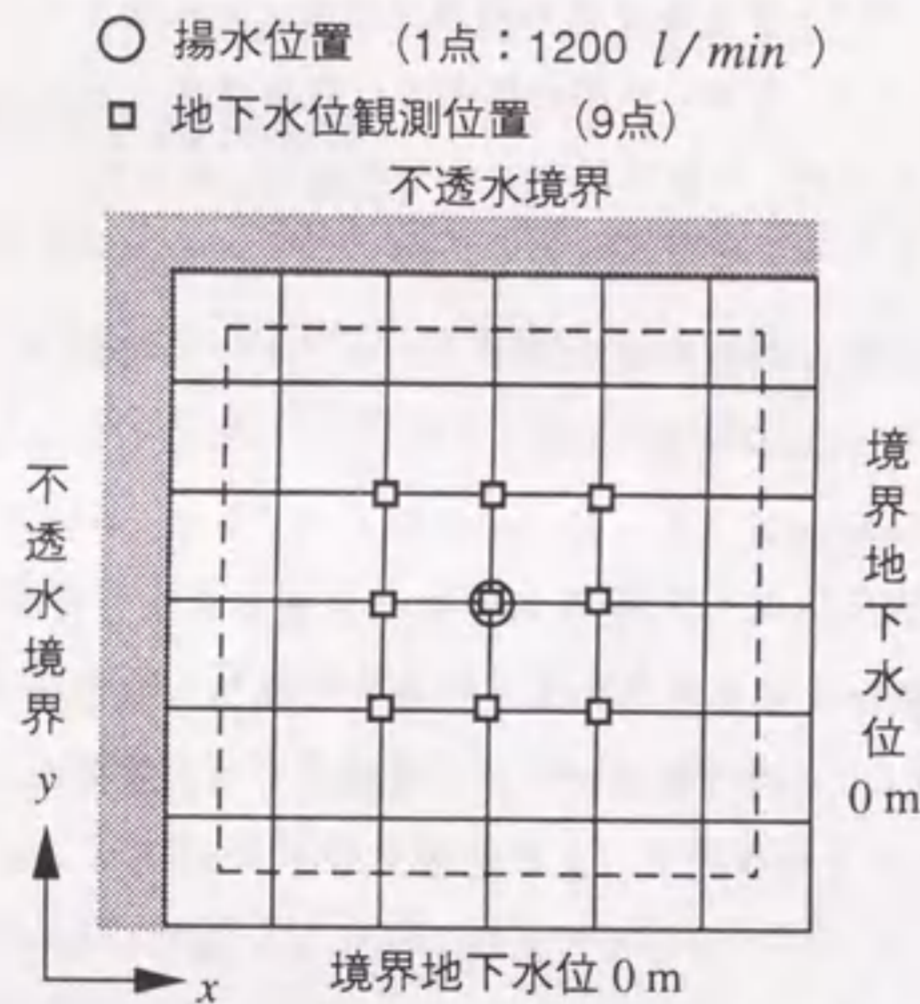


図 5.17: 揚水試験Cの観測点配置

表 5.4: 観測誤差分散, システム誤差分散および推定誤差共分散の初期値

関係する 状態量 分散	地下水位 (m) ²	透水係数: 単位(cm/s)の透水係数の 常用対数に対する分散	流量 上段: (m ³ /s) ² 下段: (l/min) ²
推定誤差共分散の 初期値	4.0×10 ⁻² (分散のみ)	表-1の共分散関数から 求まる値	7.7×10 ⁻⁸ 2.7×10 ² (分散のみ)
観測誤差分散	4.0×10 ⁻⁴	4.4×10 ⁻³	7.7×10 ⁻¹⁰ 2.8
システム誤差分散 I	1.0×10 ⁻⁴	1.1×10 ⁻³	1.9×10 ⁻¹⁰ 6.8×10 ⁻¹
システム誤差分散 II	3.0×10 ⁻⁴	3.3×10 ⁻³	5.8×10 ⁻¹⁰ 2.1

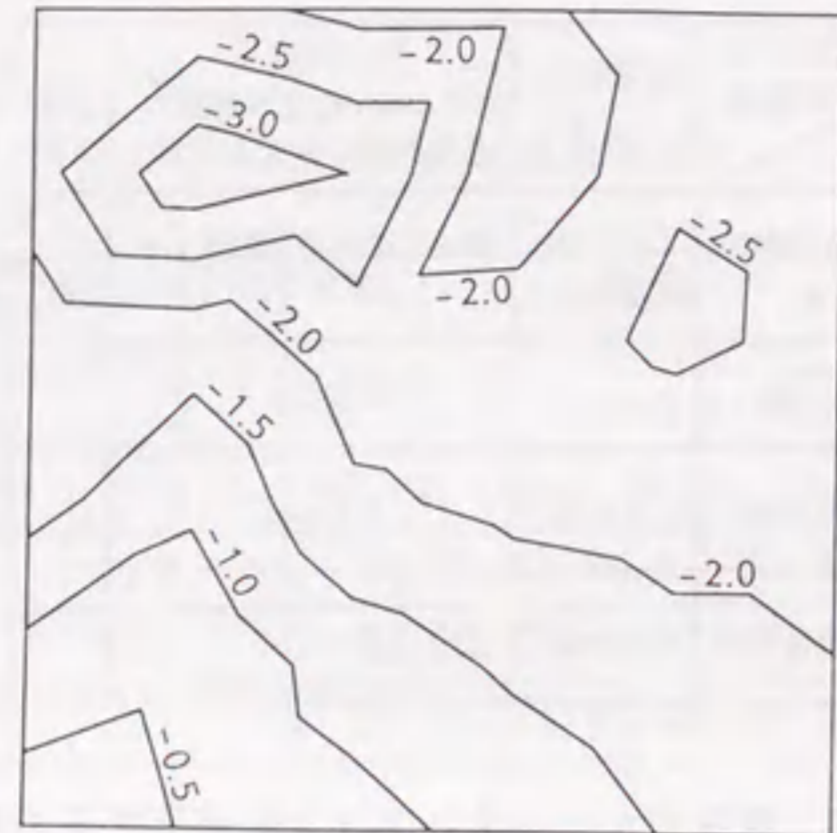
して用いる。したがって、観測データのサンプリング間隔が長く線形化の誤差が大きくなると考えられるCASE-2に対して、大きなシステム誤差分散を設定している。

推定誤差共分散の初期値は、透水係数に関しては先の表5.1の共分散関数により決まる値とする。また、地下水位と流量に関する推定誤差共分散は分散のみ考慮し、共に観測誤差分散の100倍の値を仮定する。

5.6.2 推定結果と適用性の検討

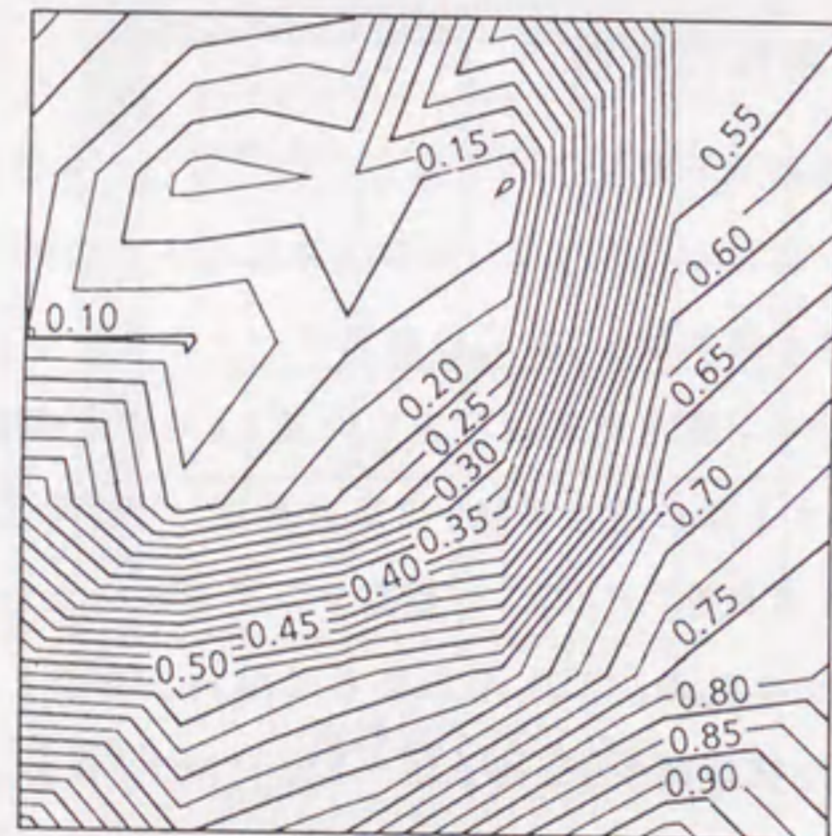
はじめに、複数の試験結果を順次用いて推定が行えることを確認し、その後観測データを用いる順番を変えた結果を比較する。推定結果は用いた観測データとその順番により表示するものとし、例えば試験A, B, Cの観測データをこの順番に用いた場合は推定ABCと表示することにする。推定結果は設定した図5.4の透水係数分布と比較して評価する。なお、推定を開始する際の透水係数(常用対数值)の初期値は平均値を用いた。

まず、サンプリング間隔が短いCASE-1の観測データを用いた結果を示す。5回の揚水試験結果は後述するようにA, B, C, E, Dの順番で用いるものとし、推定A, 推定ABC, 推定ABCEDの3段階での推定結果を、図5.18～5.23に示す。なお、CASE-1の推定結果はシステム誤差分散Iを用いたものである。これらの図の推定値は透水係数の常用対数值を、推定誤差は推定誤差分散の平方根をとった標準偏差で示している。推定Aの結果である図5.18, 5.19は、観測井を配置した左上領域がよく推定されている。また、推定誤差も揚水試験Aの観測井が配置されている領域が小さくなっている。推定ABCでは推定



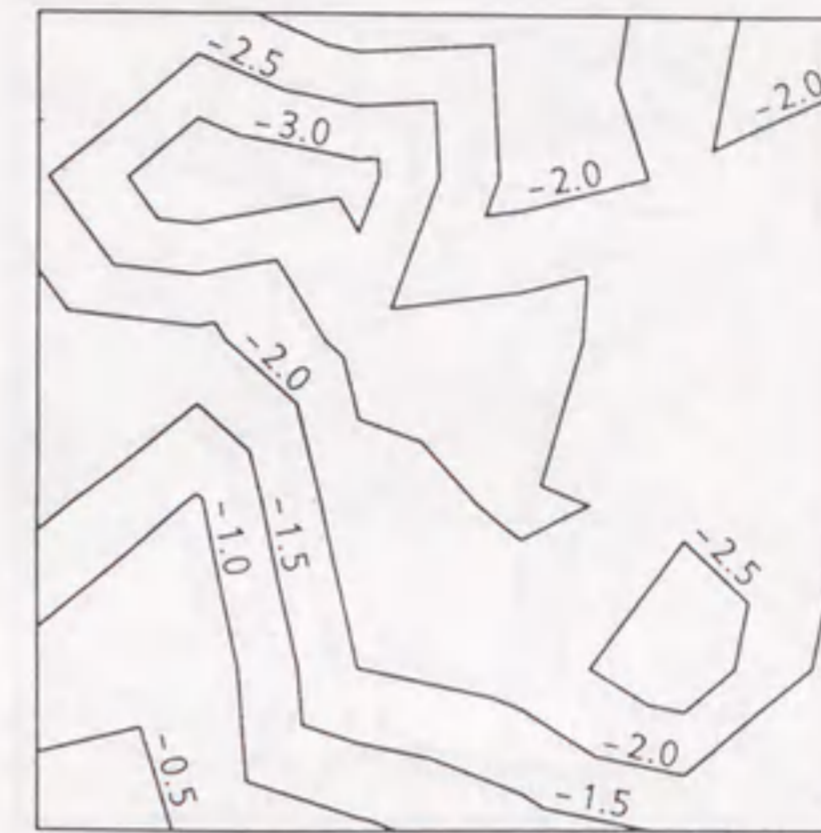
観測データCASE-1 システム誤差分散 I

図 5.18: 推定 A の透水係数の推定値(単位 cm/s の透水係数の常用対数値)



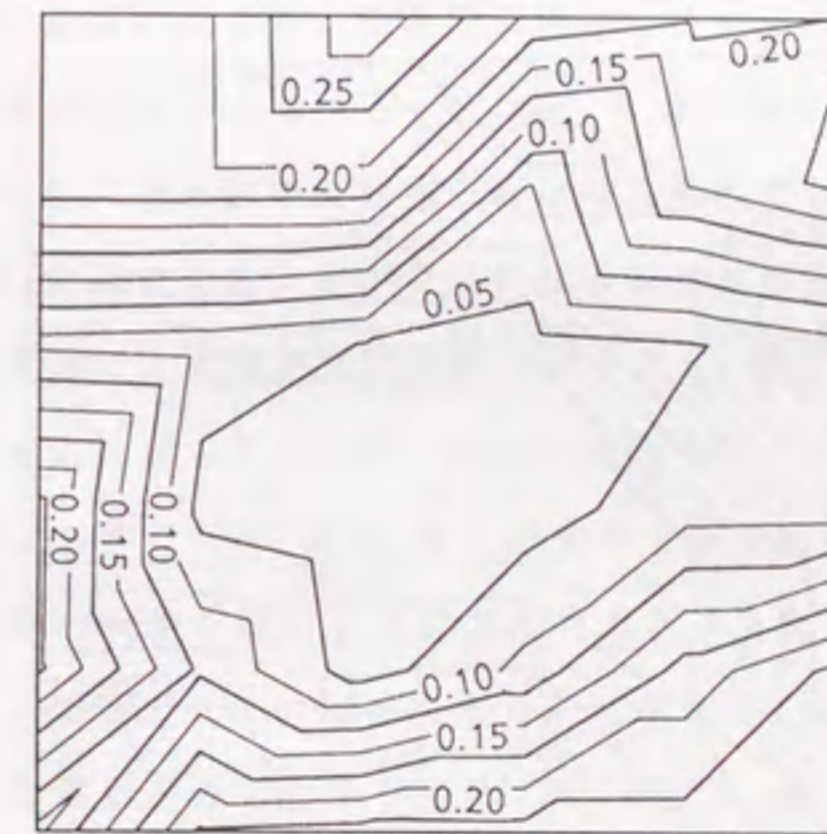
観測データCASE-1 システム誤差分散 I

図 5.19: 推定 A の透水係数の推定誤差(標準偏差; 単位 cm/s の透水係数の常用対数値)



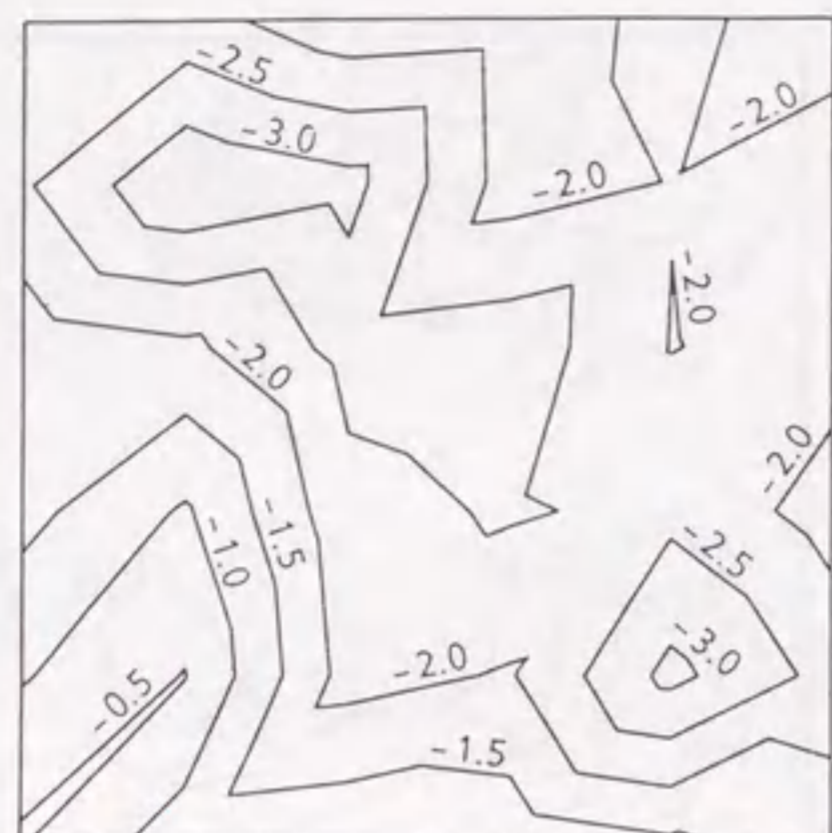
観測データCASE-1 システム誤差分散 I

図 5.20: 推定 ABC の透水係数の推定値(単位 cm/s の透水係数の常用対数値)



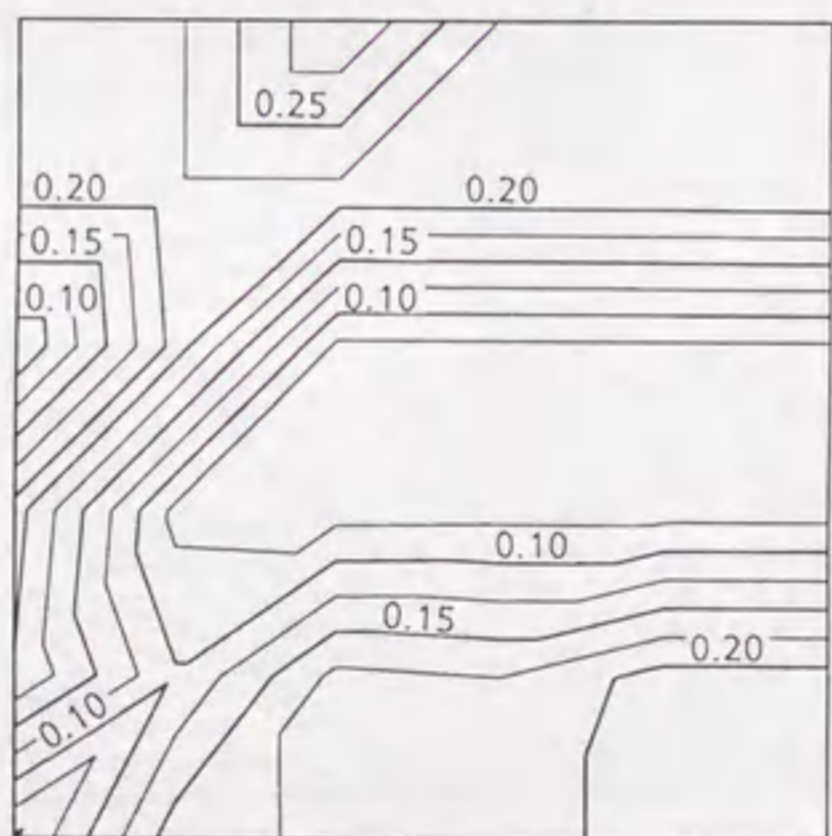
観測データCASE-1 システム誤差分散 I

図 5.21: 推定 ABC の透水係数の推定誤差(標準偏差; 単位 cm/s の透水係数の常用対数値)



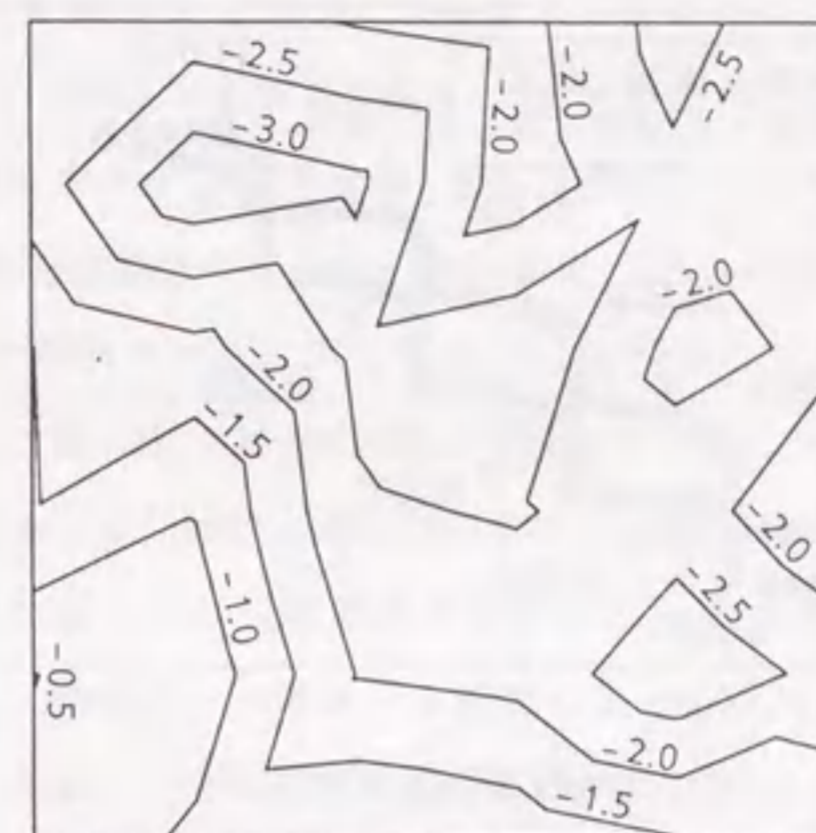
観測データCASE-1 システム誤差分散 I

図 5.22: 推定 ABCED の透水係数の推定値 (単位 cm/s の透水係数の常用対数值)



観測データCASE-1 システム誤差分散 I

図 5.23: 推定 ABCED の透水係数の推定誤差 (標準偏差; 単位 cm/s の透水係数の常用対数值)



観測データCASE-1 システム誤差分散 I

図 5.24: 推定 DECBA の透水係数の推定値 (単位 cm/s の透水係数の常用対数值)

結果が更新され図中の領域中央より上部領域がよく推定されており、これはこの段階までに用いた揚水試験が領域中央より上部領域に集中していることによる。この段階での推定誤差の分布は領域中央部が小さくなっている。5回の揚水試験結果を全て用いた推定 ABCED では、領域全体の透水係数の分布がほぼ推定されているが、地下水位を指定した境界付近では設定した透水係数分布が正確には推定されていない。地下水位を指定した境界付近では揚水試験による地下水位の低下が小さく、微量の地下水変動は観測誤差やシステム誤差と同様に処理されるため、十分な推定を行うことができない。また、推定誤差分散は全般的に小さくなっており、特に中央から中央右領域で小さくなっている。以上のように複数の揚水試験を用いて推定が順次更新されていくことが確認できる。

次に、推定に用いる観測データの順番を変えた結果を図 5.24 に示す。これは 5 回の観測データの順番を先の順番の逆にした推定 DECBA である。推定 ABCED (図 5.22) と推定 DECBA (図 5.24) の結果を比較すると、ほぼ一致する結果が得られている。

以上のように試験結果を用いる順番として 2 種類の順番を設定したが、この順番は相互情報量に基づき設定したものである。相互情報量はエントロピーに基づいて定義される情報量で、測定前 (事前分布) の状態ベクトルのエントロピー (あいまいさ) か

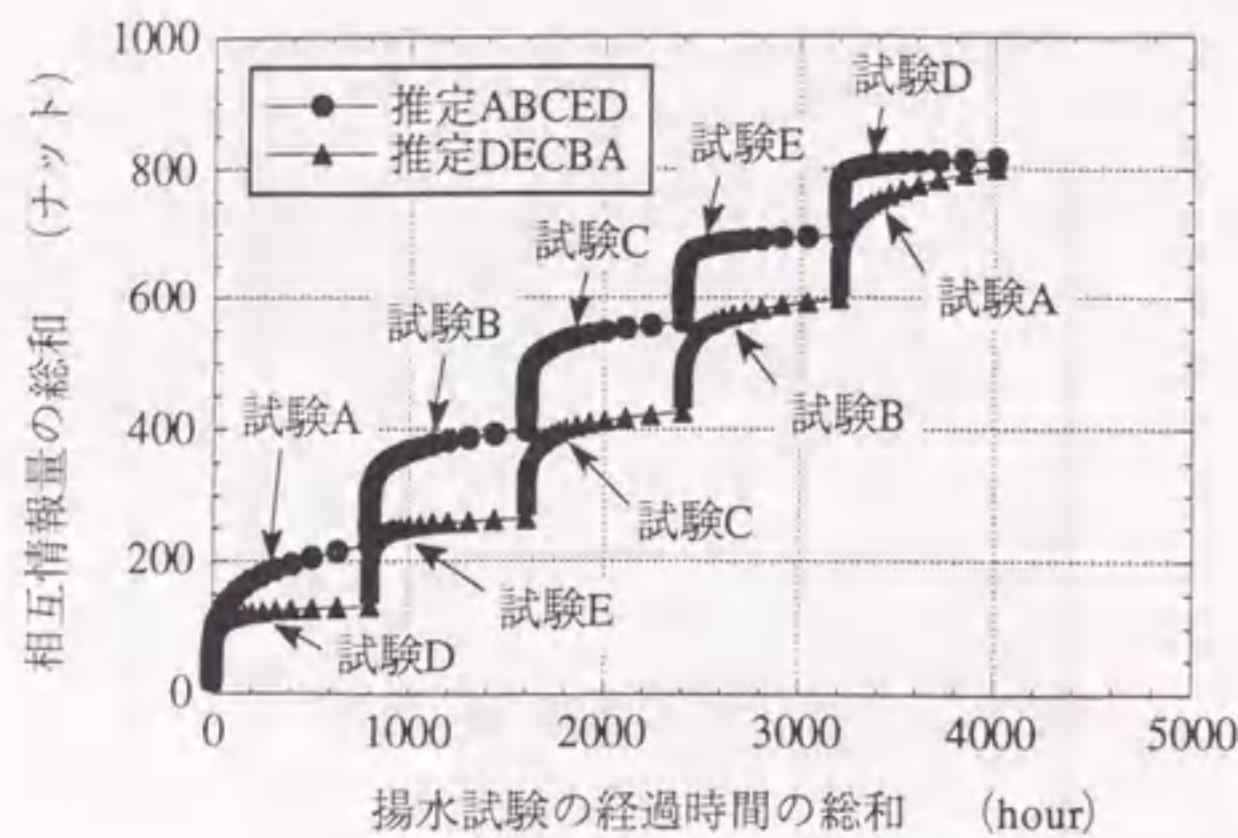


図 5.25: 推定過程における相互情報量の総和の推移

ら測定後(事後分布)のエントロピーを差し引いた値で定義され、測定の持つ情報量の多さを示す指標である[16, 17, 130]。したがって、事前分布としてあいまいな推定値が揚水試験結果を用いてより確かに推定できるほど、相互情報量は大きくなる。カルマンフィルタの推定過程における k ステップまでの相互情報量 $I[X_{[0,k]}Y_{[0,k]}]$ は、推定誤差共分散マトリクスを用いて次式で算定される[16]。

$$I[X_{[0,k]}Y_{[0,k]}] = \frac{1}{2} \sum_{t=0}^k [\log|P_{t/t-1}| - \log|P_{t/t}|] \quad (5.144)$$

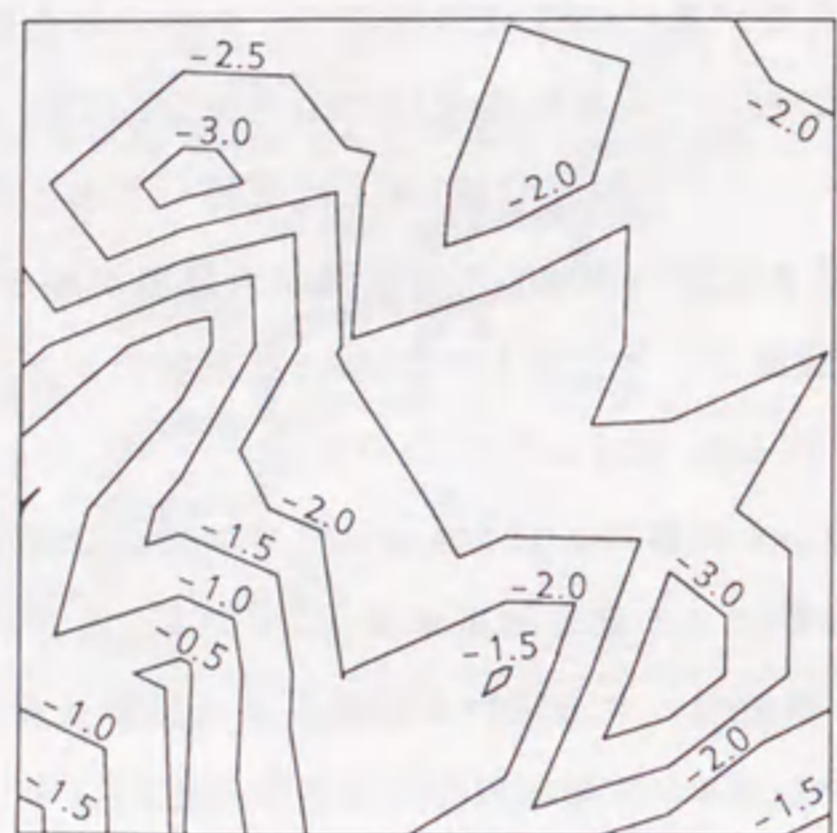
ある推定を行ったのち、次に用いる揚水試験結果として最も相互情報量が大きくなる観測データを選んだものが推定ABCEDであり、逆に相互情報量が最も小さくなる順番を選んだものが推定DECBAである。すなわち、推定の過程において、推定ABCEDではあいまいさが減少する(確かな推定結果が得られる)のが最も早く、逆に推定DECBAでは最も遅い順番となる。ただし、初期値として同一の推定誤差共分散マトリクスを用い、同一の5回の揚水試験を用いることから、順番が異なっても5回の揚水試験結果を全て用いた最終段階では相互情報量の総和は一致する。この状況を示したものが図5.25で、先の相互情報量 $I[X_{[0,k]}Y_{[0,k]}]$ の総和を各観測データを用いた推定過程で示したものである。このように各揚水試験結果により個々の情報量は異なるが、全ての観測データを用いたのちの情報量の総和は一致する。したがって、異なる順番で推定を行っても得られ

る情報量は同一であることが確認できる。

次にサンプリング間隔が長いCASE-2の観測データを用いた推定結果を図5.26～5.29に示す。これらの図はCASE-1と同様に推定ABCEDと推定DECBAの結果を比較している。ここでは大小2種類のシステム誤差分散(表5.4)を用いており、サンプリング間隔が長くなることによる拡張カルマンフィルタの線形化の誤差が除去できるか検討する。図5.26, 5.27はCASE-2の観測データに対してCASE-1と同様のシステム誤差分散Iを適用した結果である。また、図5.28, 5.29はCASE-2の観測データに対してシステム誤差分散IIを適用した結果である。その結果、図5.26と5.27では推定値が異なり、同一の観測データを用いても用いる順番により推定結果が異なっている。これに対して図5.28と5.29の推定値はほぼ一致し、観測データを用いる順番による影響は少ない。以上のことから、CASE-2では拡張カルマンフィルタの線形化の誤差がCASE-1より大きくなり、システム誤差分散を大きく設定することにより適切な推定が行われたものと考えられる。

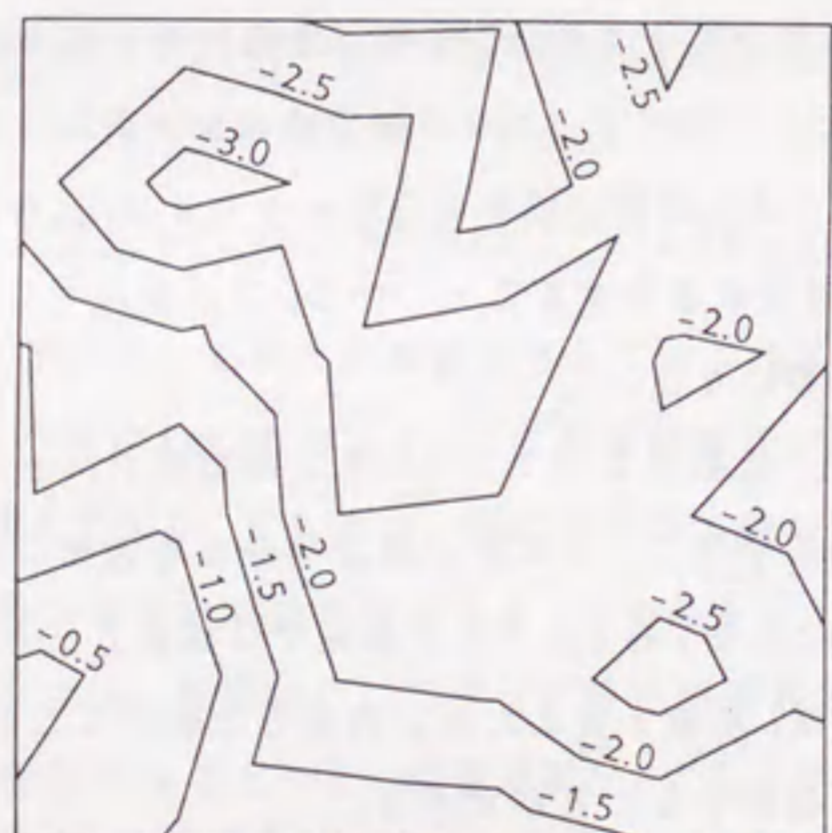
5.2.3節で示したようにカルマンフィルタにおけるカルマンゲイン K_t は、状態ベクトルの最適修正量を最小二乗法により求めるための正則化一般逆マトリクスと解釈できる。さらに、推定誤差共分散マトリクス $P_{t+1/t}$ は悪条件のマトリクスの正則化を行い、解の安定化に寄与していると言える。推定誤差共分散マトリクスの時間更新は一般に式(5.38)で与えられ、拡張カルマンフィルタの推定過程においても観測値が得られる次期ステップへの時間更新として先の式(5.135)の漸化式の形で用いられる。したがって、システム誤差共分散マトリクス Q_t は推定誤差共分散マトリクス $P_{t/t}$ や状態遷移マトリクス F_t と共に、正則化と解の安定に寄与することになる。この意味でシステム誤差共分散を適切に設定することが必要になる。

以上に示したように、拡張カルマンフィルタでは観測データのサンプリング間隔が長くなると線形化の誤差が生じ、システム誤差共分散を適切に設定することで良好な推定を行うことが可能である。特に、ベイズ推定では観測データを用いる順番に影響されないことを利用すれば、順番を変えた推定結果を比較することで最終的に求まった推定結果が妥当であるか確認することができる。



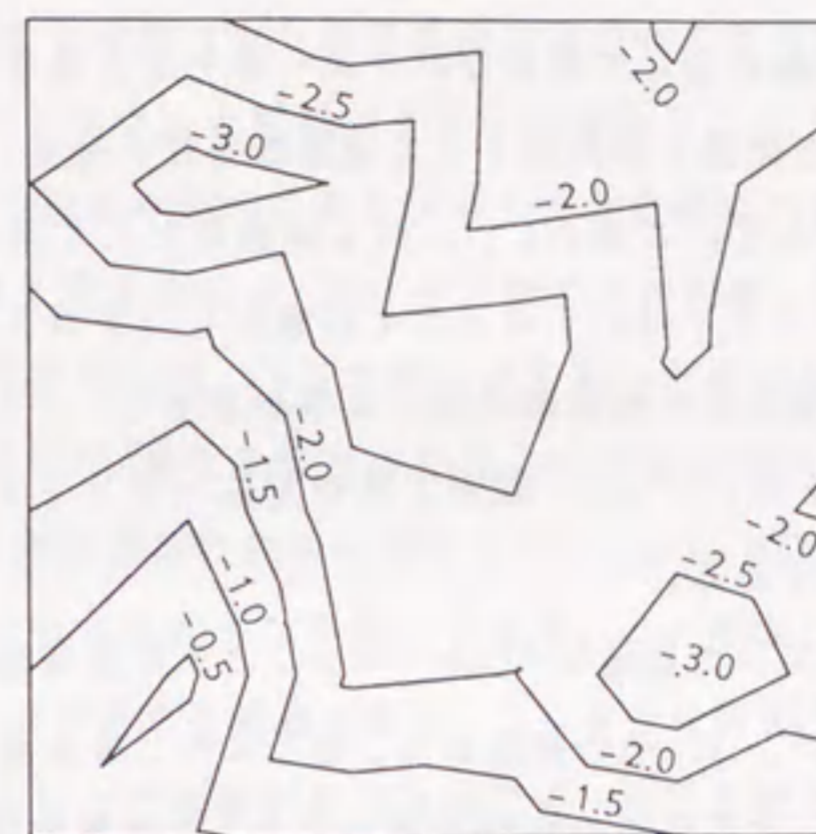
観測データCASE-2 システム誤差分散 I

図 5.26: 推定 ABCED の透水係数の推定値(単位 cm/s の透水係数の常用対数値)



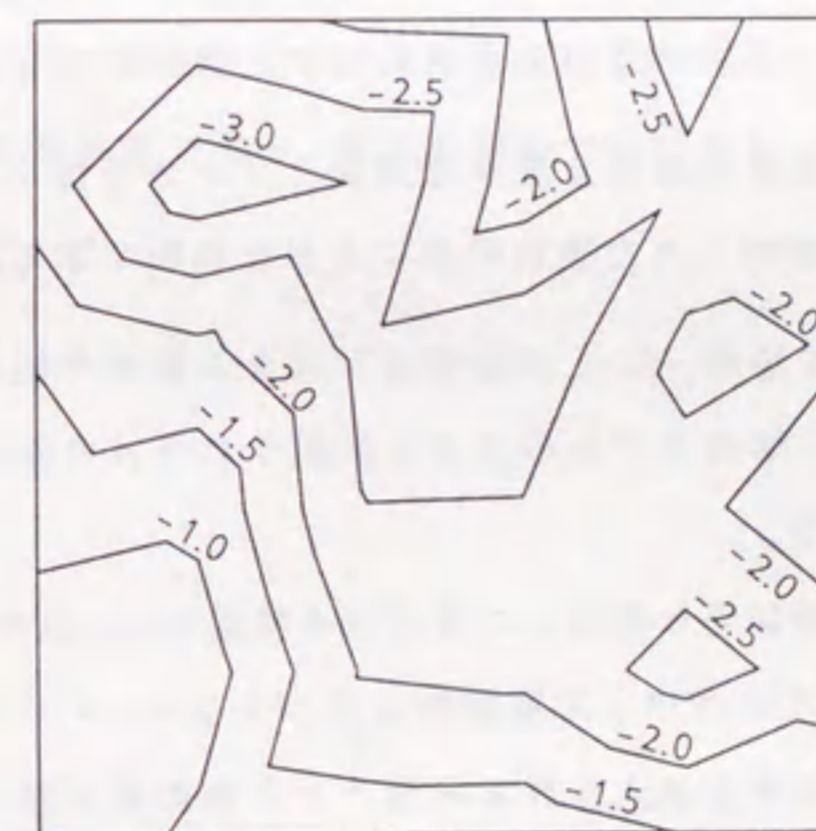
観測データCASE-2 システム誤差分散 I

図 5.27: 推定 DECBA の透水係数の推定値(単位 cm/s の透水係数の常用対数値)



観測データCASE-2 システム誤差分散 II

図 5.28: 推定 ABCED の透水係数の推定値(単位 cm/s の透水係数の常用対数値)



観測データCASE-2 システム誤差分散 II

図 5.29: 推定 DECBA の透水係数の推定値(単位 cm/s の透水係数の常用対数値)

5.7 まとめ

本章では、地下水問題において重要なパラメータとなる透水係数の空間分布推定を目的として、地下水位と流量を観測量とする逆解析手法を提案した。また、領域内の一部の透水係数が測定されている場合に、これも観測量として用いることができるよう定式化を行った。特に、ここでは不圧地下水を対象とした平面2次元問題を有限要素法により定式化し、非定常状態の観測値を用いる手法を示した。さらに、逆解析手法には拡張カルマンフィルタを用いており、観測点数が未知パラメータ(透水係数)数より少ない場合でも計算可能である。

一方、地盤モデルを用いた数値シミュレーションにより模擬観測データを作成し、これを用いた逆解析例を示した。その結果から、地下水位と揚水量をそれぞれ独立に観測量とした結果を比較し、本手法の妥当性を検討した。その結果以下の結論が得られた。

1. 地下水位を観測量とした場合と揚水量を観測量とした場合を比較すると、地下水位を観測量とする方が特に透水係数の小さな領域の推定精度がよい。
2. 上記1.の特性はあるものの、揚水量を用いても実用的には十分な推定が行えるものと判断でき、地下水位と揚水量の観測が共に行われている場合は、限られた観測量を有効に利用するためこれらを共に用いた解析が望まれる。
3. 実際の問題では、推定誤差共分散が時間軸上で小さな値に収束すれば、時間方向に十分な観測点数が得られた推定結果であると判断できる。

ただし、実際に適用する場合、1., 2.の特性はシステム誤差や観測誤差の設定により異なる可能性があるため、解析モデルの作成や観測システムの構築において適切な評価を行うことが重要となる。

次に、複数の揚水試験結果を利用した推定法を提案した。この方法はカルマンフィルタの観測更新アルゴリズムがベイズ推定法に基づくフィルタリング理論であることを利用し、1回の試験結果から推定される状態ベクトルの推定値と推定誤差共分散マトリクスを次の試験の事前情報として利用することで以降の推定結果をさらに信頼できるものに更新する方法である。

カルマンフィルタ理論の考察から、特に、事前情報として用いる推定誤差共分散マトリクスは、最小二乗法において解の不安定性の緩和方法として用いられるベナルティマ

トリクスと同様の役割を持ち、悪条件のマトリクスの正則化を行っていることを示した。すなわち、推定誤差共分散マトリクスは解の安定化に寄与する。また、カルマンゲインは正則化一般逆マトリクスと解釈できることも示した。

以上の点を考慮して複数の揚水試験を利用した推定法について適用性の検討を行った。ここでは仮想地盤モデルを用い、揚水井と観測井の配置に従って透水係数の空間分布が推定されることを確認した。ベイズ推定法を用いた推定では基本的に観測データを用いる順番に影響されず、異なる順番でも同一の推定結果が得られる。しかし、拡張カルマンフィルタでは非線形方程式の線形化を行っており、時間軸上で観測データのサンプリング間隔が長くなると線形化の誤差を生じ、この影響により観測データを用いる順番によって推定結果が異なる場合がある。このような線形化の誤差はシステム誤差分散を適切に設定することで除去することができ、良好な推定結果を得ることが可能である。この理由は、システム誤差共分散マトリクスが時期ステップの推定誤差共分散マトリクスに加え込まれるため、解の安定化に寄与することになり、観測データを用いる順番が異なることによる解の不安定性を緩和するためである。

システム誤差分散が適切に設定され良好な推定が行われているか確認する方法は、ベイズ推定による推定結果が観測データを用いる順番に影響されないことを利用し、異なる順番で推定を行いその結果を比較することで確認できる。また、エントロピーに基づいて定義される相互情報量を調べ、異なる順番で推定を行っても得られる情報量は同一であることを確認した。

第6章

時間更新アルゴリズムを用いた地下水流動の 将来予測と掘削工事における最適排水量の設 定法

6.1 概説

地盤の透水係数を評価する目的は、施工中や施工後の地下水流動やそれに関わる地盤の挙動を予測することである。ここでは、第5章で示した透水係数の空間分布推定結果を用い、掘削工事において必要となる排水量の予測手法を提案する。また、この予測結果から排水代替案を作成し、各排水代替案の地下水低下量を予測したのち、それに基づき最適な排水計画案を決定する手法も提案する。予測解析には拡張カルマンフィルタの時間更新アルゴリズムを用いることで、透水係数の推定結果がそのまま利用できる。特に、第5章で示した拡張カルマンフィルタを用いた定式化では、式(5.126)に示すように状態ベクトルに地下水位と流量が含まれるため、いずれの状態量も予測可能である。必要となる排水量の予測には、計画地下水位を境界条件として設定し、その条件下での流出量の予測を行えば必要な排水量の予測を行うことができる。この排水量の予測には予測誤差が含まれるため、排水計画として数種類の代替案を作成し統計的決定理論を用いて最適な代替案を決定する。特に、目標とする計画地下水位と予測地下水位との差に依存して損失関数を定義することで、透水係数の不確定性そのものからは設定しにくい損失関数を、地下水位の不確定性として評価することで損失関数の設定が容易に行える。また、損失関数として非対称な関数を導入することで、計画地下水位以浅とそれ以深で重みを変えることが可能である。例えば、予測地下水位が計画地下水位まで低

下しない場合には大きな損失を、計画地下水位以深まで低下する場合は小さな損失を与え、施工に及ぼす損失の大きさの違いも考慮できる。このような統計的決定手法はベイズリスクの最小化基準に基づくものである[128]。

以上の方法で設定される最適排水量は、事前の揚水試験結果を用いており、境界条件が実際の排水時と異なることや観測データに限られることなどから、透水係数や地下水位の不確定性は比較的大きいと言える。これに対処する方法として、第5章に示した方法により排水実施中の周辺地下水位を観測し、透水係数の推定値をさらに確かな値に更新する。排水実施中の観測値が計画地下水位と有意な差を示し、排水量の修正が必要になった場合は、更新された透水係数の空間分布を用いて、すでに採用・実施している排水量を途中から変更する。この場合の変更代替案の決定も地下水位の予測結果を用いて、ベイズリスクの最小化基準から同様に行うことができる。

したがって、ここで提案する手法は建設工事の各段階の観測データを用いて、逐次推定値を更新すると共に、最適な地下水対策案を修正することが可能な手法である。すなわち、第1章の表1.1の予測タイプにおいて、タイプA、タイプB1、タイプC1に相当する計画・設計、施工、維持・保全までの広範囲の予測と、その予測結果を利用した最適な地下水対策案の決定に応用できるものと考えられる。

以下では、地下水流動の予測手法として拡張カルマンフィルタの時間更新アルゴリズムについて簡単な説明を行ったのち、第5章と同様の地盤モデルを用いて提案する予測手法と最適な排水量の設定法に関して適用性を検討する。

6.2 拡張カルマンフィルタの時間更新アルゴリズム

ここで示す地下水流動の予測手法は、先に示した拡張カルマンフィルタの時間更新アルゴリズムを用いて将来の地下水位や流出・流入量（揚水量、注水量、湧水量など）の予測値と予測誤差を求める手法である。

ある時刻での状態ベクトルの推定値 $\widehat{X}_{t/t}$ と推定誤差共分散マトリクス $P_{t/t}$ が観測更新アルゴリズムにより与えられている場合、将来の状態ベクトルの最適予測値 $\widehat{X}_{t+s/t}$ と予測誤差共分散マトリクス $P_{t+s/t}$ は、それぞれ5.2.1節で示した式(5.36)、(5.38)の時間更新アルゴリズムで与えられる。特に、ここで対象とする不圧地下水の推定には拡張カルマンフィルタを用いており、状態遷移マトリクス F_t は5.4節の式(5.137)で与えられ、また(5.67)で定義されるシステム状態方程式では駆動マトリクス H_t は、 $H_t = I_t$ としている。さらに、推移マトリクス $\Phi(t, s)$ は、式(5.23)で与えられることから、不圧地下水に関する状態ベクトルの最適予測値と予測誤差共分散マトリクスは以下の式で与えられる。

$$\widehat{X}_{t+s/t} = \Phi(t+s, t) \cdot \widehat{X}_{t/t} \quad (6.1)$$

$$P_{t+s/t} = \Phi(t+s, t) \cdot P_{t/t} \cdot \Phi^T(t+s, t) + \sum_{k=t}^{t+s-1} \Phi(t+s, k+1) \cdot Q_k \cdot \Phi^T(t+s, k+1) \quad (6.2)$$

$$s = 1, 2, \dots$$

$$\Phi(t, \tau) = F_{t-1} \cdots F_{\tau}, \quad t > \tau \quad (6.3)$$

$$F_t = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial h_{t+1}^1}{\partial h_t^1} \right)_{h_t^1 = \widehat{h}_{t/r}^1} & \left(\frac{\partial h_{t+1}^1}{\partial L_t^1} \right)_{L_t^1 = \widehat{L}_{t/r}^1} & 0 \\ 0 & I & 0 \\ \left(\frac{\partial q_{t+1}^2}{\partial h_t^1} \right)_{h_t^1 = \widehat{h}_{t/r}^1} & \left(\frac{\partial q_{t+1}^2}{\partial L_t^1} \right)_{L_t^1 = \widehat{L}_{t/r}^1} & \frac{\theta-1}{\theta} I \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

式(6.1)、(6.2)の地下水位や流量に対応する値から、それぞれの予測値と予測誤差共分散マトリクスが求まる。拡張カルマンフィルタを用いたフィルタ方程式では、式(5.78)あるいは(5.133)に示したように、 t ステップの推定値 $\widehat{X}_{t/t}$ を用いた非線形計算により、 $t+1$ ステップの予測計算を行う。この予測値を用いてさらに先の時間ステップの状態ベクトルを非線形計算により求めれば、式(6.1)に代わって線形化の誤差の含まれない予測値が求められる。この非線形計算は、5.3節の不圧地下水を対象とした有限要素法の定式化

を用いて、繰り返し計算により順次先の時間ステップまで行うことができる。したがって、以降の予測解析では線形化した式(6.1)に代わって、繰り返し計算による非線形な予測計算を行うものとする。ただし、予測誤差共分散マトリクスは、線形化した状態遷移マトリクス F_t を用いた式(6.2)を用いるものとする。

ところで、以上の地下水流動を予測する場合の境界条件と透水係数の推定を行った場合の境界条件の種類(流量指定境界と地下水位指定境界)が異なることを確認する必要がある。この理由は先の5.6節の複数の揚水試験を利用した推定で述べた理由と同様で、境界条件の種類が異なると式(5.126)の状態ベクトルの設定が異なり、このため推定した確率場と予測を行う確率場が異なるためである。

以上のように時間更新アルゴリズムを用いれば、透水係数の空間分布推定を行った解析モデルをそのまま用いて、地下水流動の予測を行うことができる。また、時間更新アルゴリズムは透水係数の推定に用いた拡張カルマンフィルタのアルゴリズムに用いられており、透水係数の推定過程から地下水流動の予測過程に簡単に変更することができる。次節では、第5章で示した拡張カルマンフィルタを用いた透水係数の空間分布推定結果を用いて、将来の地下水流動の予測を行う。

6.3 揚水に伴う非定常地下水流動の予測解析

ここでは6.2節で示した地下水流動の予測解析の特徴を考察する。透水係数の空間分布モデルは5.5節の図5.4を想定し、5.6節の透水係数の推定結果を用いて地下水流動の予測解析を行う。特に、透水係数の推定結果の違いが地下水位の予測解析結果に及ぼす影響について比較する。

6.3.1 仮想地盤モデルと解析条件

予測解析に用いる仮想地盤モデルは先の5.5節の図5.4の透水係数の空間分布を有するものとする。図6.1には、再度、この透水係数の空間分布モデルを示している。この透水係数の空間分布モデルを真の空間分布とし、実際の原位置の透水係数分布と仮定する。したがって、我々はこの透水係数の空間分布を正確には知ることができず、観測データから推定を行うことになる。この推定結果として、5.6節に示した観測時間ステップの短いCASE-1の観測データを用いた推定ABCEDの結果(図5.22, 図5.23)と、同じくCASE-1の観測データを用いて揚水試験Cのみを用いて新たに推定を行った推定Cの結果を用いる。2種類の推定結果を図6.2, 6.3, 6.4, 6.5に示す。このうち、図6.2, 6.3に示す推定ABCEDの結果は先の図5.22, 5.23と同一である。推定ABCEDと推定Cを比較すると、推定ABCEDの方が全体の透水係数の推定精度はよい。推定Cは領域中央で実施した揚水試験(図5.17参照)結果のみ用いて推定を行った場合で、領域中央付近の推定精度が高く周辺付近では低くなっている。また、推定値は透水係数の巨視的な分布傾向を捉えている。このように透水係数の推定が異なる結果を用いて、地下水流動の予測解析を行う。

予測を行う地下水流動は、掘削工事における地下水低下を目的とした排水(揚水)を想定する。排水位置は図6.6に示しており、掘削を行う周辺の8箇所からそれぞれ1200l/minの排水を行う。初期の地下水位は全て0mとし、周辺の境界条件は5.6節の場合と同様である。このような設定では、透水係数の推定を行う場合と地下水流動の予測解析を行う場合で排水(揚水)を行う位置は異なるが、各位置の境界条件の種類は同一である。すなわち、いずれの場合も流量指定境界であることから、透水係数の推定を行った場合と同様の状態ベクトルの構成により予測解析を行うことができる。

予測には透水係数の推定結果と地下水位、透水係数、流量の推定誤差共分散マトリクス $P_{t+1/t}$ を用い、地下水位と流量の初期値はそれぞれ予測開始時の初期値0.0mと0.0l/min

を設定する。また、ここでは揚水試験の観測データを用いて求められた透水係数、地下水位、流量の推定誤差共分散が、予測誤差に及ぼす影響を評価することを主な目的とする。したがって、式(6.2)のシステム誤差共分散マトリクスは $Q_k = \mathbf{0}$ とする。

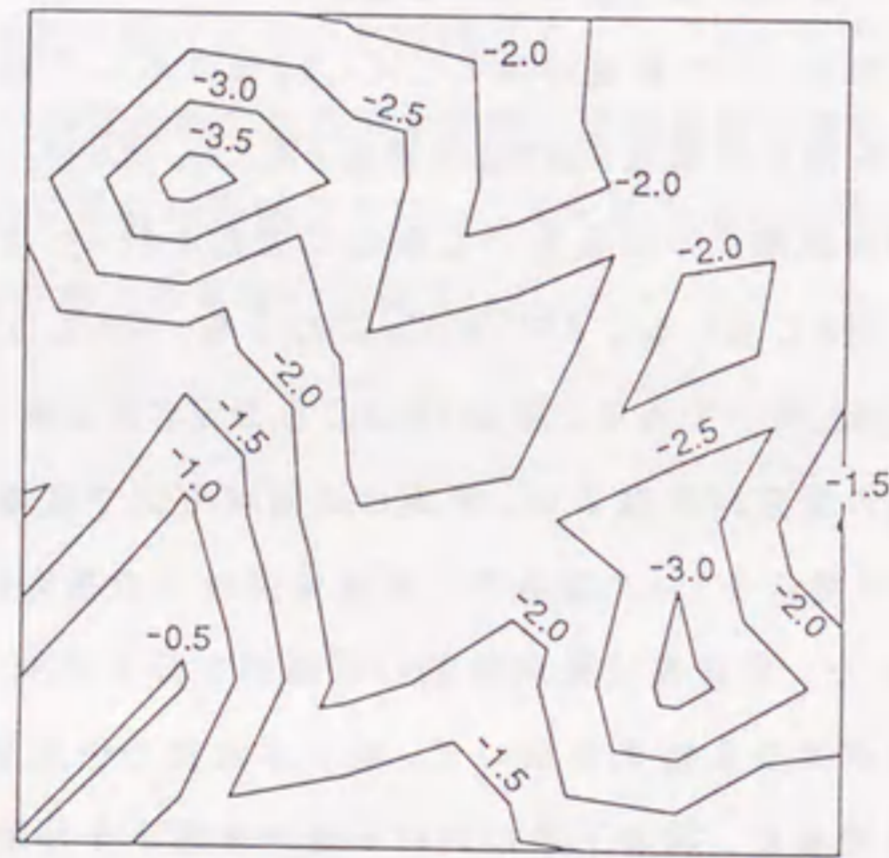


図 6.1: 設定したの透水係数の空間分布(単位 cm/s の透水係数の常用対数値)

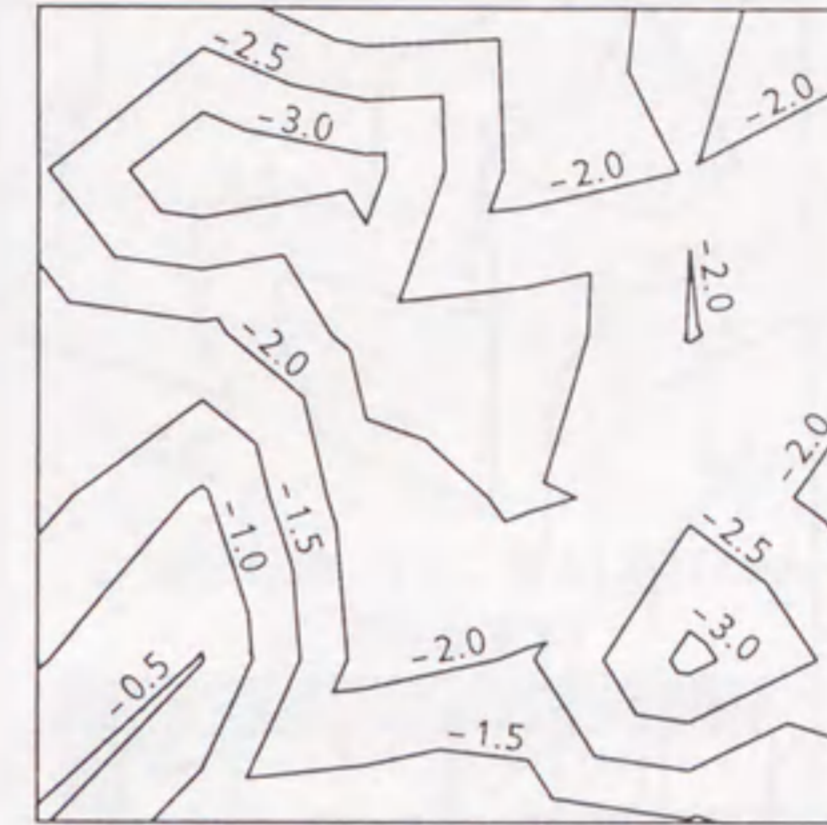


図 6.2: 推定 ABCED の透水係数の推定値(単位 cm/s の透水係数の常用対数値)

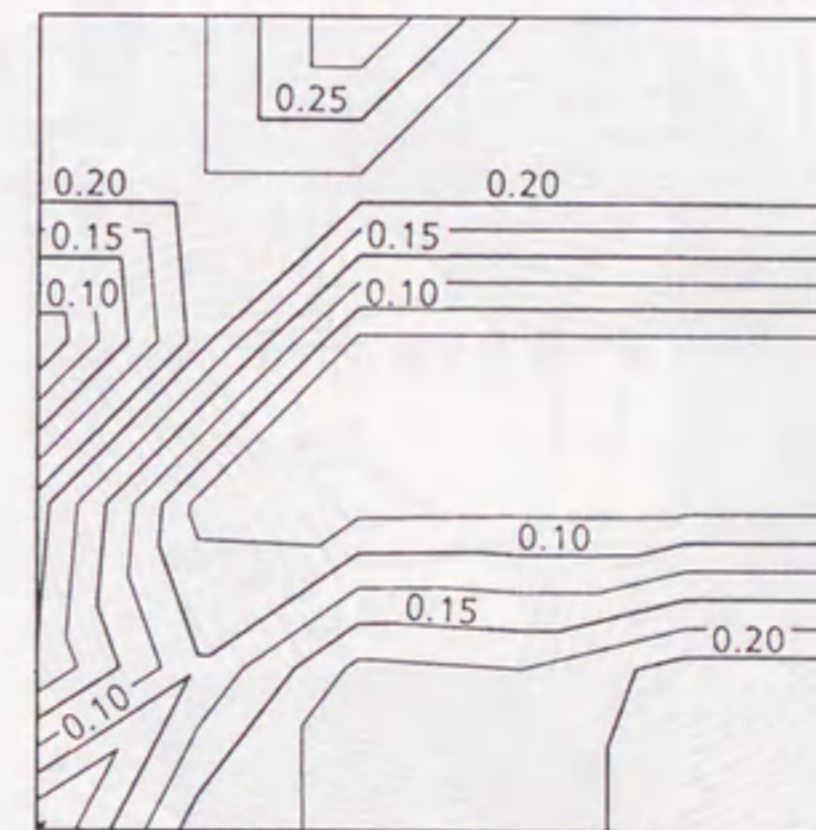


図 6.3: 推定 ABCED の透水係数の推定誤差(標準偏差; 単位 cm/s の透水係数の常用対数値)

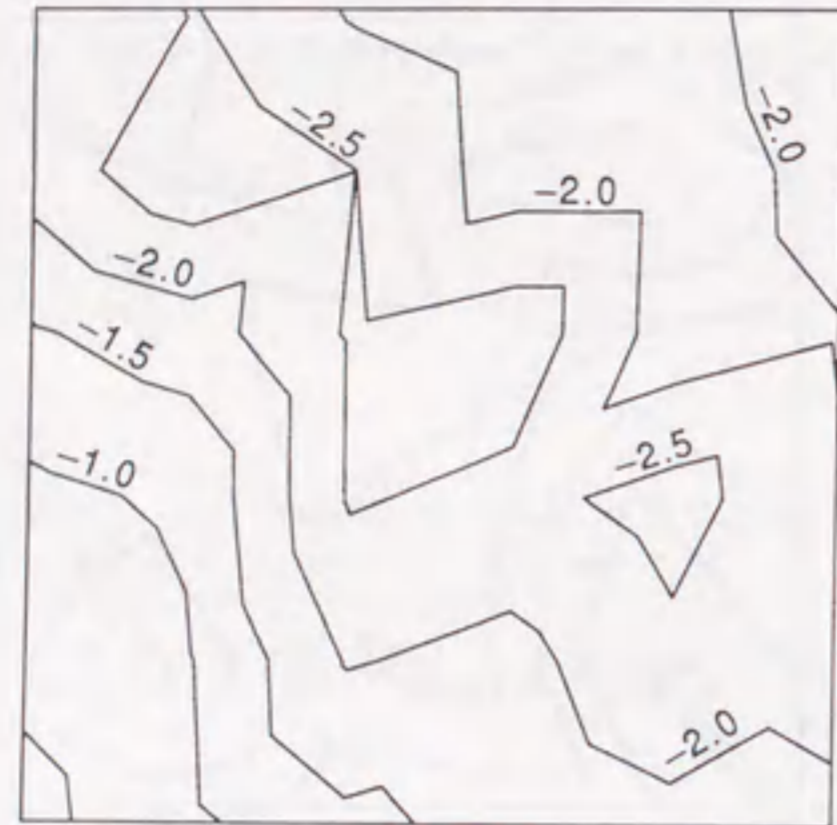


図 6.4: 推定 C の透水係数の推定値 (単位 cm/s の透水係数の常用対数値)

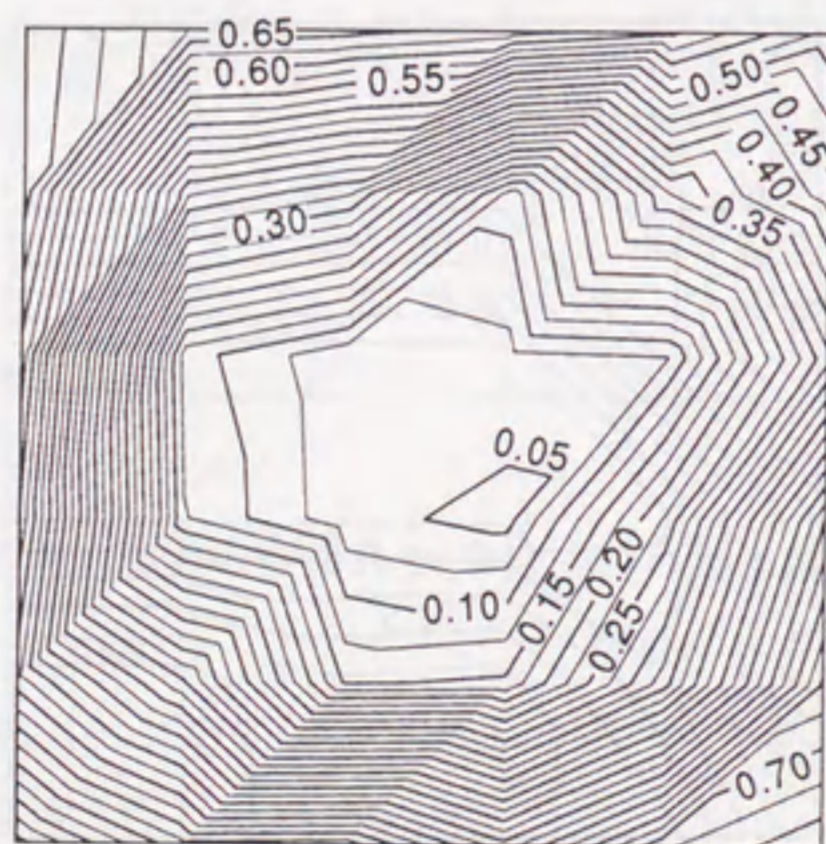


図 6.5: 推定 C の透水係数の推定誤差 (標準偏差; 単位 cm/s の透水係数の常用対数値)

○ 排水位置 (8点; 各点 $1200 l/min$)
不透水境界

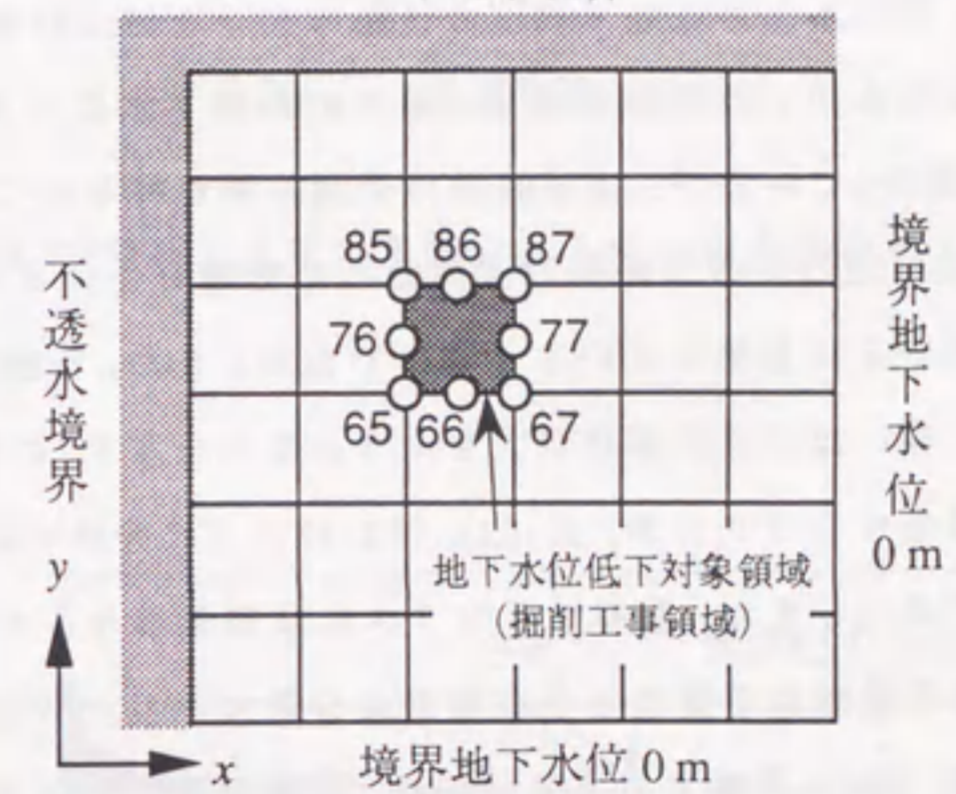


図 6.6: 掘削工事における排水位置と地下水位観測位置

6.3.2 予測結果と考察

以上の設定により図6.6に示した節点番号65と87の位置の地下水位の変化を図6.7, 6.8に示す。図にはそれぞれ2点の地下水位の予測値と予測誤差(標準偏差: σ)の経時変化を示している。

推定ABCEDの結果(図6.2, 6.3)を用いた予測結果では、地盤の左下領域の透水係数が大きく推定されていることから、節点65では周辺境界から透水係数の大きな領域を経由して地下水が供給され、水位はあまり低下せず約3m程度である。これに対して節点87では水位が大きく低下し15m程度になる。また、予測誤差を標準偏差の幅($\pm\sigma$)で示しているが、節点65と87とも時間の経過に従って、推定誤差が増大したのちほぼ一定値に収束している。その大きさは地下水位の変動の大きな節点87が大きくなっている。

一方、推定Cの結果を用いた予測結果は、節点87の地下水位の予測値と予測誤差が推定ABCEDと若干異なっているが、ほぼ同様の予測結果が得られている。このことは、地下水位の予測値は推定した透水係数の空間分布に影響を受けるが、地盤の透水係数の巨視的な分布傾向が主に影響していると判断できる。また、予測誤差に着目すると、地下水位の変動が大きいほど予測誤差が大きくなる傾向を示す。このような結果は、予測値と予測誤差共分散マトリクスが、式(6.1), (6.2)のように推移マトリクス $\Phi(t, s)$ により更新されるためである。また、推移マトリクスは状態遷移マトリクス F_t から構成されることから、上記の傾向は予測値と予測誤差共分散マトリクスが共に状態遷移マトリクス F_t により更新されるためと言える。なお、6.2節で述べたように状態ベクトルの予測値を求める場合、実際には式(6.1)に代わって繰り返し計算による非線形計算を行っている。しかし、その予測の近似値は式(6.1)により与えられることから、上記の傾向が生じるものと考えられる。

以上のように、予測値と予測誤差は透水係数の推定値と推定誤差から評価され、節点65のように地下水位低下量が少ない場合は、排水量を増加したり排水箇所を追加するなどの対策が検討されよう。

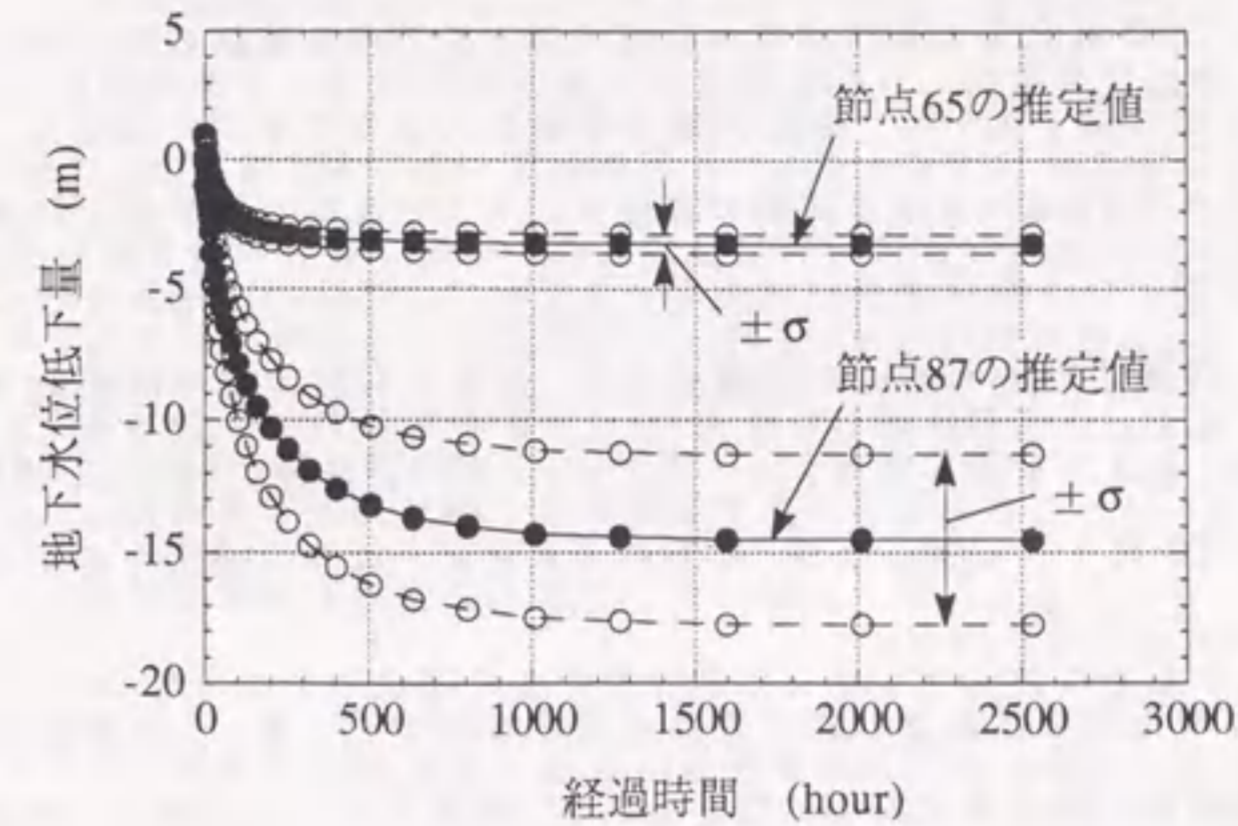


図6.7: 推定ABCEDの結果を用いた節点65と87の排水時の地下水位予測結果

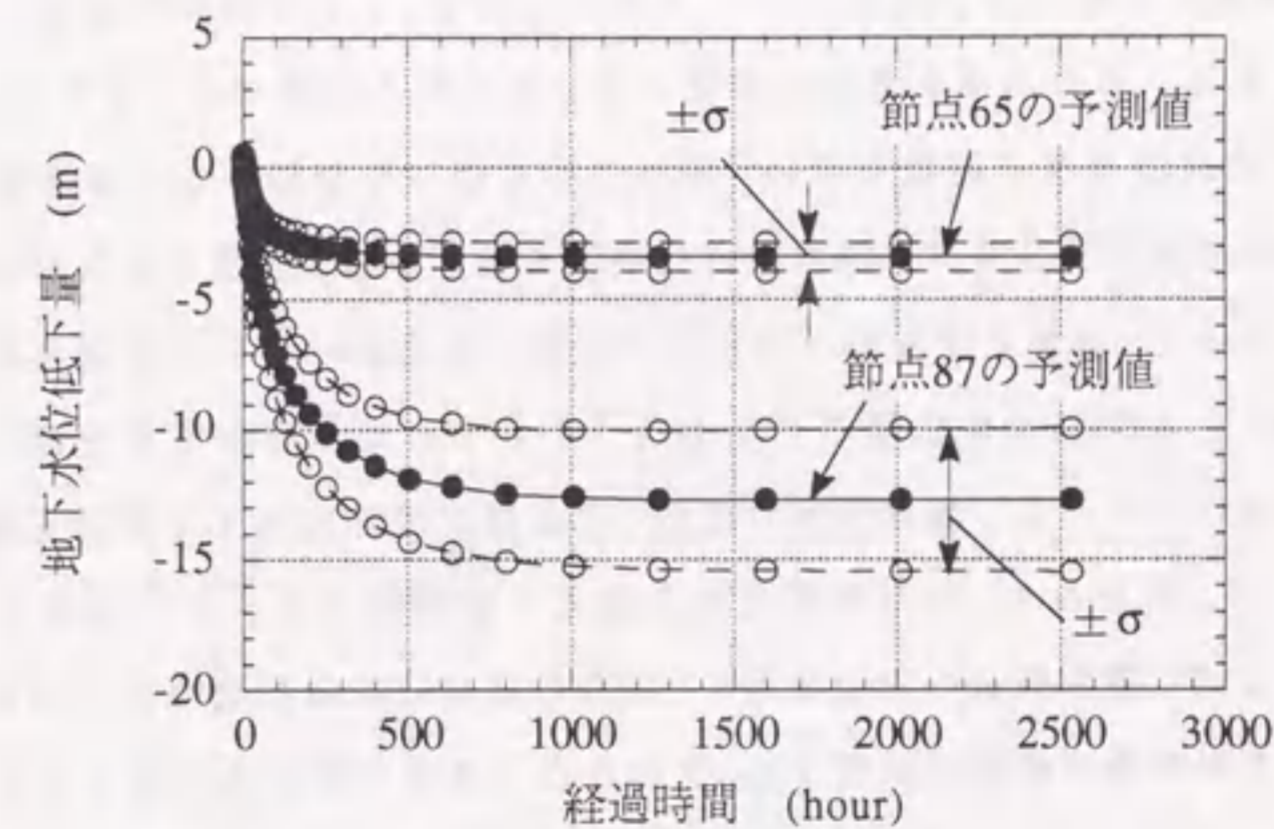


図6.8: 推定Cの結果を用いた節点65と87の排水時の地下水位予測結果

6.4 掘削工事における最適排水量の設定

掘削工事における従来の地下水排水計画では、まず揚水試験の解析から得られた透水量係数と貯留係数を用いて、掘削面積と等価な大きさの井戸を仮定し、揚水試験の解析に用いられる Theis の方法と同様の理論式から、等価な井戸半径と計画地下水位を条件として必要となる総排水量が求められる。次に、ディープウェルなどの 1 本当たりの排水量を、同様に Theis の方法の理論式から、所定の井戸半径や計画地下水位を条件として求める。以上の総排水量をディープウェル 1 本の排水量で除して、必要なディープウェルの本数が決定される [36]。なお、実際の排水計画では井戸損失や井戸干渉を考慮して排水量を求めることになる。

しかし、この方法では地盤の透水係数を均質と仮定しており、掘削部周辺に設けられる複数の井戸の各排水量は均等に設定される。前節に示したように、対象領域が広範囲となり透水係数が場所により有意に変化するような地盤では、各井戸の排水量を均等に設定することでは必ずしも適切な地下水水位低下量が得られない。竹下ら [198, 199] は掘削工事における井戸配置の最適化に関して研究を行っており、平面 2 次元浸透流解析とシンプレックス法を用いた排水設計法の提案を行っている。

本論文で提案する排水量の設定フローを図 6.9 に示す。ここでは井戸配置は決定された条件下で、各井戸の排水量を最適に設定する。提案する方法では、まず第 5 章で示した透水係数の空間分布推定結果を用い、掘削工事において必要となる排水量の予測を行い、この予測に基づき各井戸の排水量の代替案を設定する。必要となる排水量の予測には、計画地下水位（目標とする地下水水位低下位置）を 6.2 節で示した予測解析の境界条件として指定し、各井戸の流出量の予測を行うことで必要な排水量を予測する。ただし、6.2 節でも述べたように、境界条件の種類（流量指定境界と地下水水位指定境界）が異なることになる。すなわち、ここで行う排水量の予測解析では各井戸は地下水水位指定境界としているが、透水係数の推定を行った場合の設定は流量指定境界である。このため、予測を行う確率場が厳密には異なり、予測を行う場合の初期共分散マトリクスの一部を修正する必要がある。しかし、ここでは代替案を作成するための必要排水量の概略を求めることが目的であり、予測精度が懸念される場合は代替案を増やすなどの方法で補うことが可能である。代替案の具体的な設定は、必要排水量の予測誤差を参考にして、予測誤差が大きな井戸に関して複数の代替案を設定する。これらに関する詳細は仮

想地盤モデルを用いた予測として後述する。次に、このようにして設定される各排水代替案について地下水水位低下量を予測し、それに基づき最適な排水計画案を選定する。この場合の井戸の境界条件は再度流量指定境界に設定され、代替案で定めた排水量を与える。したがって、地下水水位低下量の予測解析では、透水係数の推定を行った場合と同種類の境界条件が各節点に設定される。排水計画案の選定には目標とする計画地下水位と予測地下水水位との差に依存して損失関数を定義し、意思決定問題として期待損失（ベイズリスク）が最小となる代替案の選定を行う。特に、損失関数として非対称な関数を導入することで、計画地下水位以浅とそれ以深で重みを変えることが可能である。例えば、予測地下水水位が計画地下水位まで低下しない場合には大きな損失を、計画地下水位以深まで低下する場合は小さな損失を与え、施工に及ぼす損失の大きさの違いも考慮できる。以下では、具体的な排水量の設定を仮想地盤モデルを用いて示す。なお、簡単のため井戸損失は無視することとし、実際の地盤においては別途考慮するものとする。また、複数の井戸をモデル化して同時に解析することから、本手法において井戸干渉の影響は考慮されている。

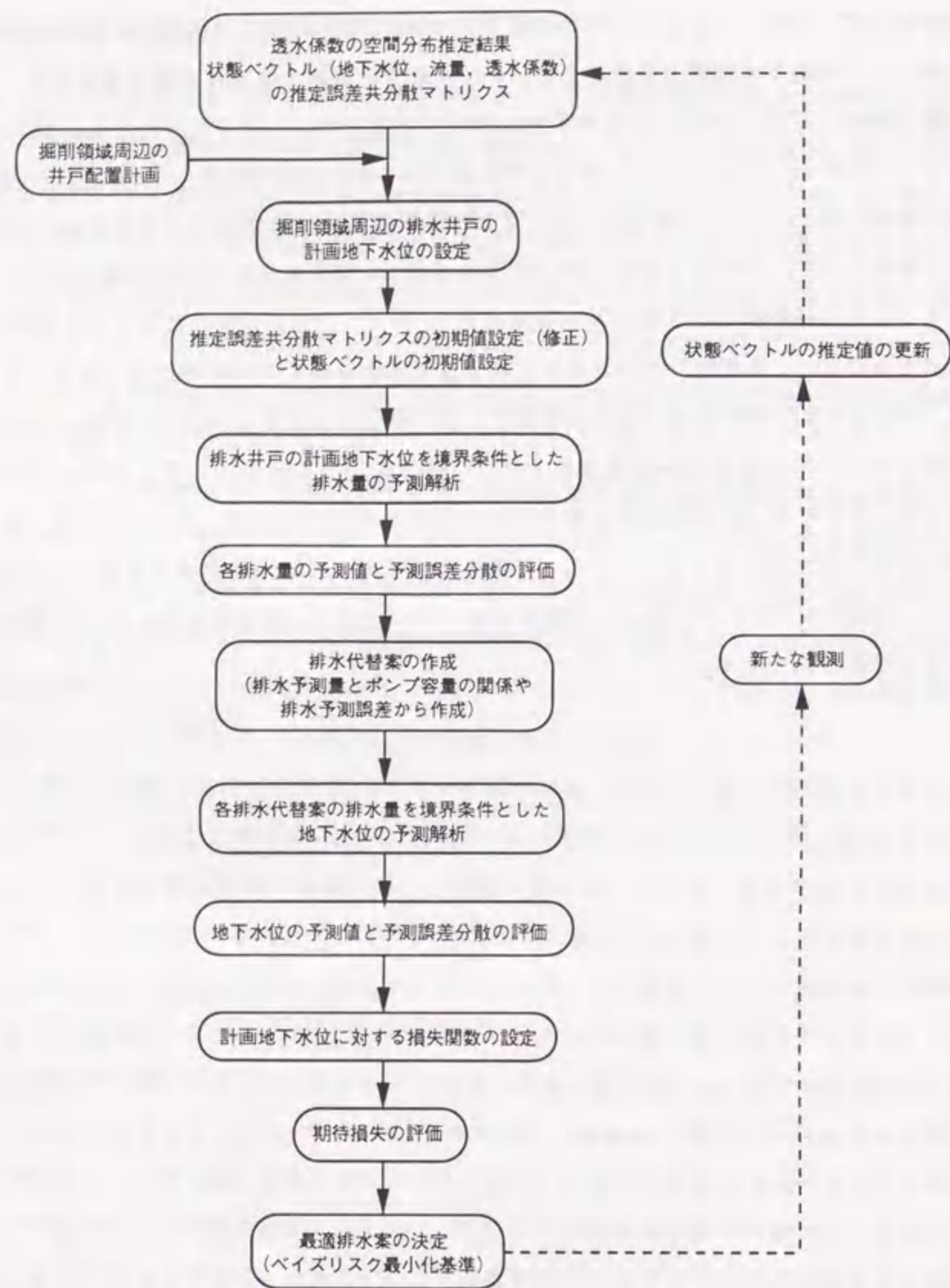


図 6.9: 地下水流動の予測解析と期待損失最小基準を用いた排水量の設定フロー

6.4.1 計画地下水位に対する排水代替案の作成

ここでは図 6.9 に示した排水量の設定フローにおいて、透水係数の推定結果を用いて排水代替案を作成するまでの過程を仮想地盤モデルを用いて示す。

真の透水係数の空間分布は 6.3.1 節の図 6.1 に示したものである。我々はこの透水係数の空間分布を正確には知ることができず、観測データから推定を行うことになる。仮想地盤モデルは 6.3.1 節の図 6.6 と同一であり、掘削面積は $100\text{m} \times 100\text{m}$ とする。ただし、ここでは排水量を決定することが目的であり、後述するように排水位置の排水量に代えて計画地下水位を与えることになる。したがって、図 6.10 には周辺境界条件と排水位置のみを示す。透水係数の推定結果は 6.3.1 節の図 6.4, 6.5 に示した推定 C の結果を用いる。このように事前の揚水試験による透水係数の推定結果と井戸の配置が与えられているとして、以下の計画地下水位を得るための排水代替案を作成する。

まず、掘削深度から井戸の計画地下水位を設定するが、ここでは地表面から -10.0m の位置まで低下させるものと仮定する。また、排水を開始して 33 日後 (約 800 時間後) に所定の -10.0m の地下水位に達成できることを目標とする。これらの条件に基づき、計画地下水位を境界条件として必要排水量の予測解析を行う。予測解析を開始するには、状態ベクトルと予測誤差共分散マトリクスの初期値を設定する必要がある、これは式 (5.129) と同様に設定される。

状態ベクトルの構成は先の式 (5.126) に基づくが、未知地下水位、透水係数、未知流量から構成されるため、地下水位指定境界では未知流量が、流量指定境界では未知地下水位が確率場を構成する。したがって、透水係数の推定時には流量指定境界であった節点が、井戸を設定した予測解析では地下水位指定境界に変更される。このため、まず井戸以外の節点間の予測誤差共分散マトリクスの成分を、透水係数の推定から得られた推定誤差共分散マトリクスの成分に設定する。次に、計画地下水位を指定する井戸では、未知地下水位に代わって未知流量が状態ベクトルを構成するよう変更する。これに従って、その節点に関する予測誤差共分散マトリクスの成分も変更する必要がある、5.6.1 節の表 5.4 に示した流量に関する推定誤差共分散 (分散のみ) の初期値 $2.7 \times 10^2 (\text{l/min})^2$ を用いるものとする。すなわち、透水係数の推定過程では未知流量として確率場を構成していなかった節点であるため、透水係数の推定開始時と同様の初期値を設定する。また、ここでは事前の揚水試験の観測データを用いて求められた透水係数、地下水位、流量の

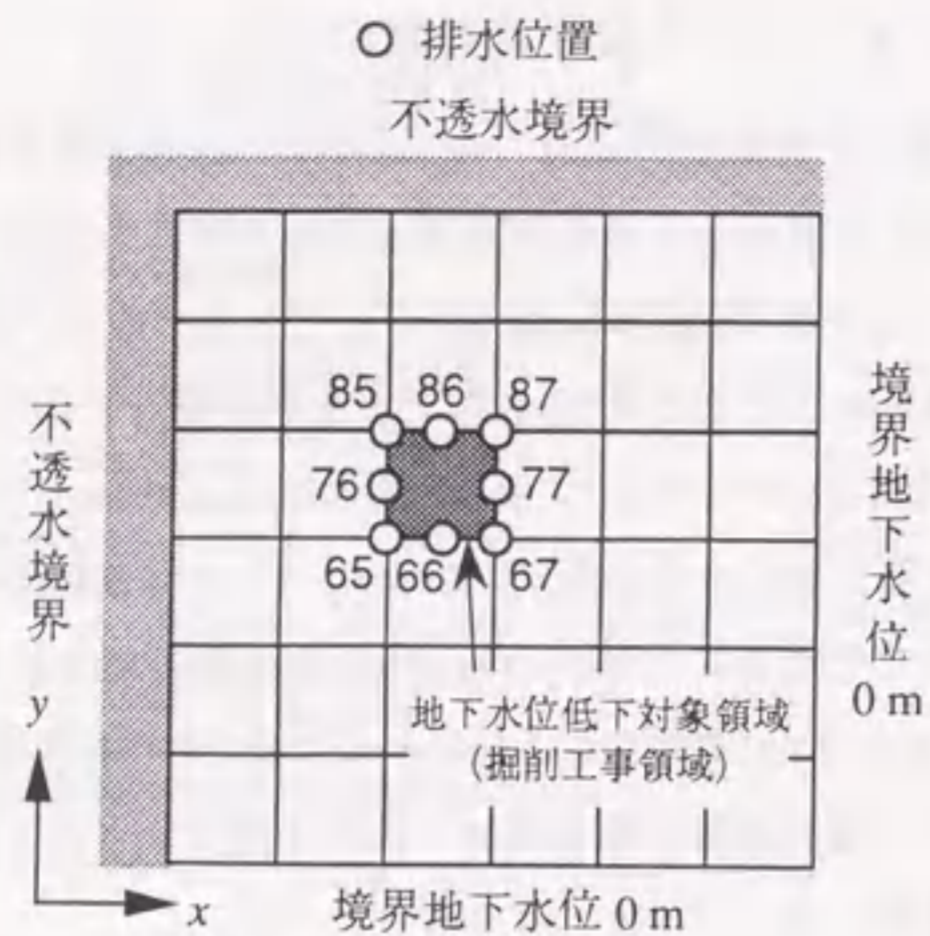


図 6.10: 掘削工事における排水位置と周辺境界条件

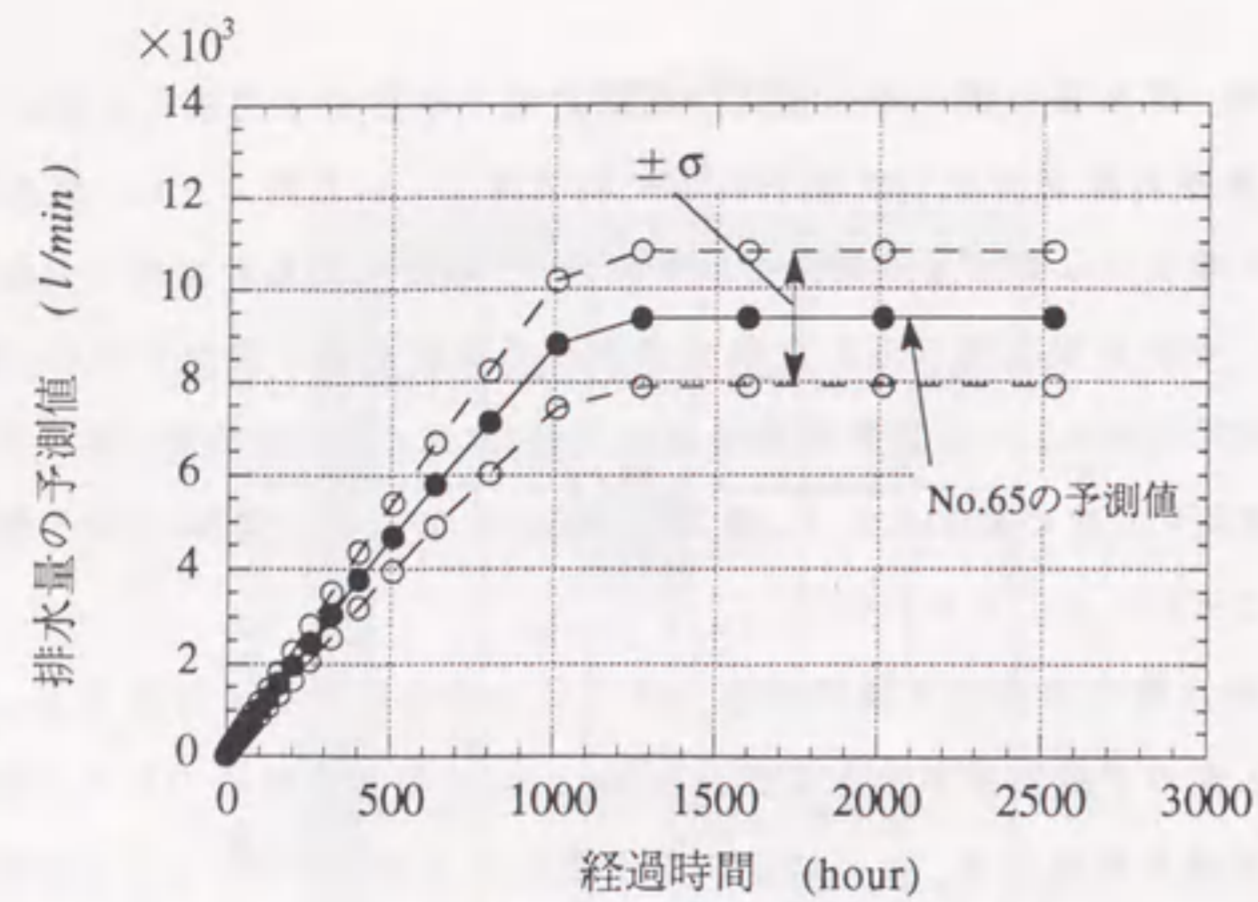
推定誤差共分散が、必要排水量の予測誤差に及ばず影響を把握することを目的とする。したがって、システム誤差による予測誤差への影響は無視し、先の式(6.2)のシステム誤差共分散マトリクスは $Q_k = 0$ とする。

以上の条件で33日後(800時間後)に所定の計画地下水位になるように境界条件を時間に関して線形に変化させ、必要排水量の予測解析を行う。その結果を図6.11a, 6.11b, 6.11cに示す。図には各節点の必要排水量の予測値と予測誤差(標準偏差 σ)を経時変化で示している。図中の縦軸は排水量の予測値を示しているが、No.65の節点の表示のみ他の節点と異なるスケールで表示しており、このNo.65の節点での必要排水量が最も多く予測されている。これは6.3.2節で示した例と同様に、解析領域の左下領域の透水係数が大きく推定されていること(図6.4)を反映し、 $-10.0m$ の地下水低下量を得るためには周辺境界から集まる地下水をより多く排水しなければならないことを示している。また、必要排水量の予測値が大きいほど予測誤差も大きくなっている。さらに、33日後に所定の $-10.0m$ になるように井戸の境界条件を設定しており、必要排水量の予測値は非定常な過程を経たのち、約1500時間(約2ヶ月)後以降は定常状態に達している。また、必要排水量の予測値の比較的小さいNo.66, 77, 86, 87の節点では、排水開始後約1000~1500時間において、必要排水量が若干低下する現象が認められる。このような現象は井戸干渉の

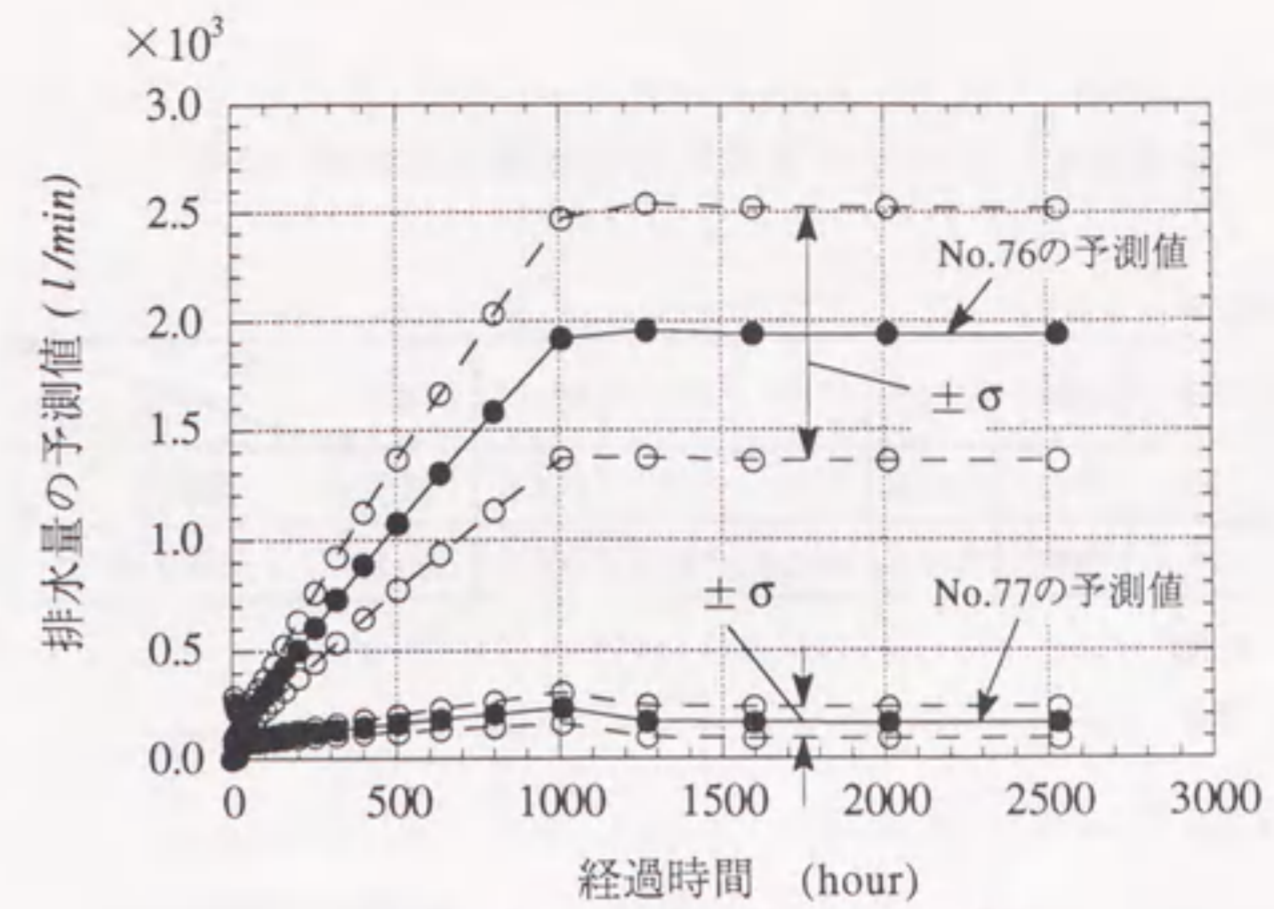
影響と考えられ、排水量の多い井戸により周囲の地下水位が時間遅れを伴って低下し、これにより必要排水量が少なく予測されるためである。以上のように、排水開始後33日(800時間)の時点では排水量は非定常状態にあり、33日以降も計画地下水位を確保する目的からは、十分定常状態に達した後の値から必要排水量を設定することが望まれる。このような考えから、十分定常状態に達した約105日(約2530時間)後の予測値と予測誤差(標準偏差)を求め表6.1に示す。表より、節点No.65に次いでNo.76の予測値と予測誤差が大きくなっていることがわかる。

次に、必要排水量の予測値と予測誤差に基づいて排水代替案を作成する。表6.1において、必要排水量の予測誤差が大きな節点No.65とNo.76の2箇所について、排水量を変えた複数の代替案を作成する。この場合に排水量はポンプ容量によっても制約を受けるため、このような制約も考慮して予測値に近い値を設定する。ここで設定した排水量の組み合わせから $a1 \sim a6$ までの6つの代替案を作成し、表6.2に示す。 $a1 \sim a3$ は節点No.65の排水量を予測値付近で変えた案である。 $a4 \sim a6$ は節点No.76の排水量を $a1 \sim a3$ で設定した $2.00 \times 10^3 l/min$ から $2.50 \times 10^3 l/min$ に大きくした案である。したがって、予測値に近い排水案は $a2$ である。

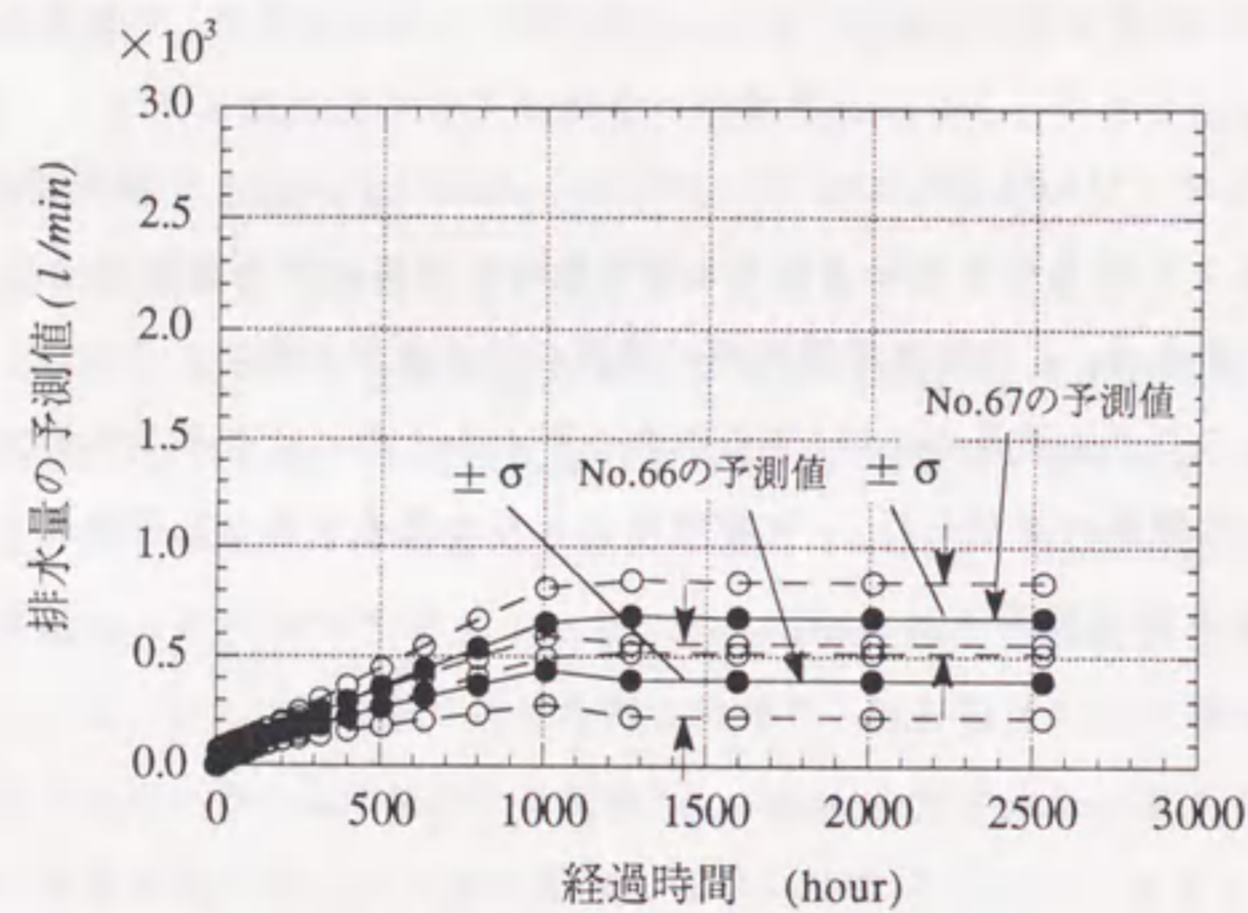
なお、節点No.65では $8.0 \times 10^3 l/min$, $9.0 \times 10^3 l/min$, $11.0 \times 10^3 l/min$ と多量の排水案になっているため、ポンプ容量の制約などから1本の井戸では排水不可能な場合も考えられる。このような場合は、この排水位置周辺に複数の排水井戸を掘削するなど、別途対策が必要になる。ここでは簡単のため1本の排水井戸からこのような多量の排水も可能と仮定し、以上の代替案の決定を行う。次節ではこれらの代替案から期待損失を最小にする案を選定する方法を示す。



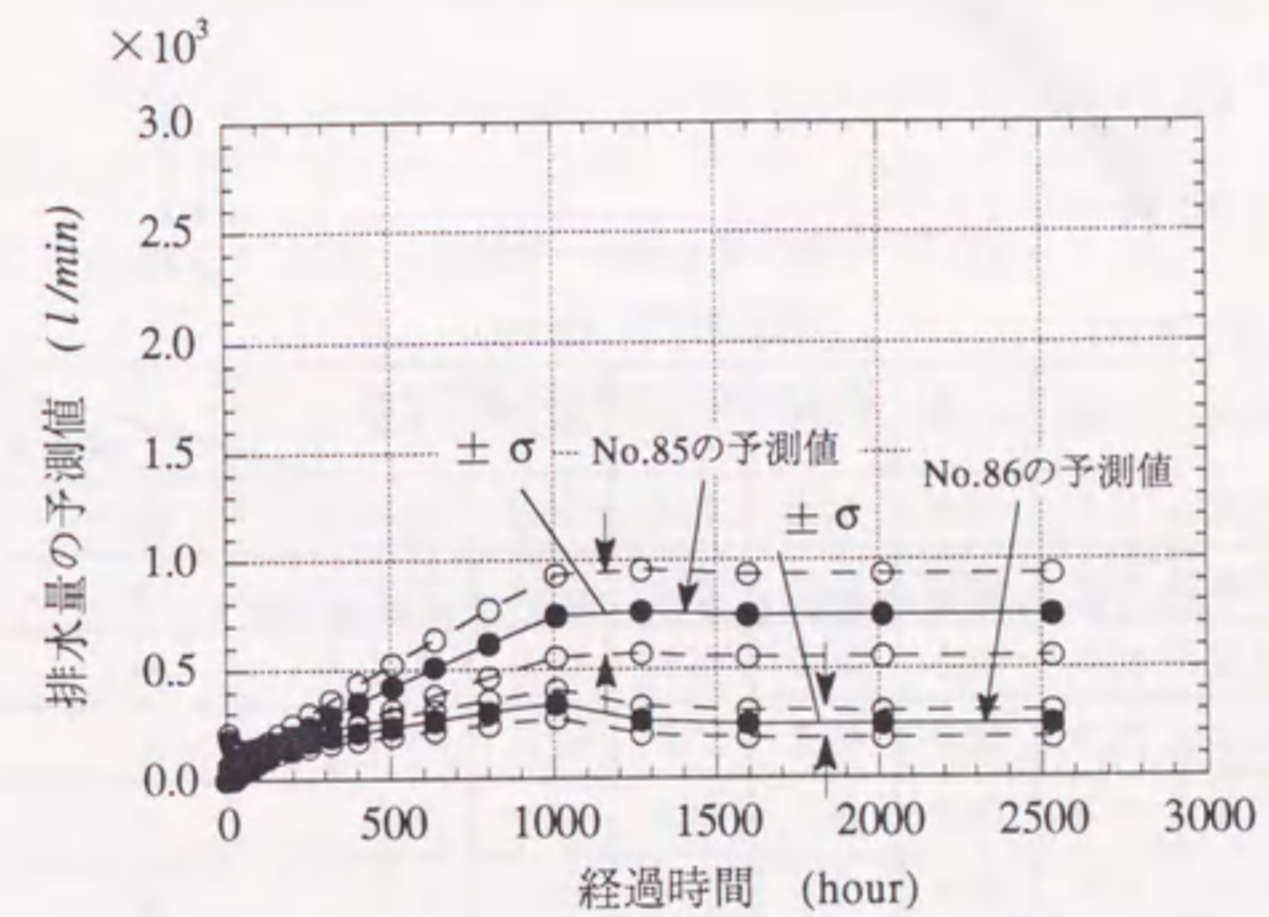
(a) 節点No.65の必要排水量の予測



(c) 節点No.76,77の必要排水量の予測



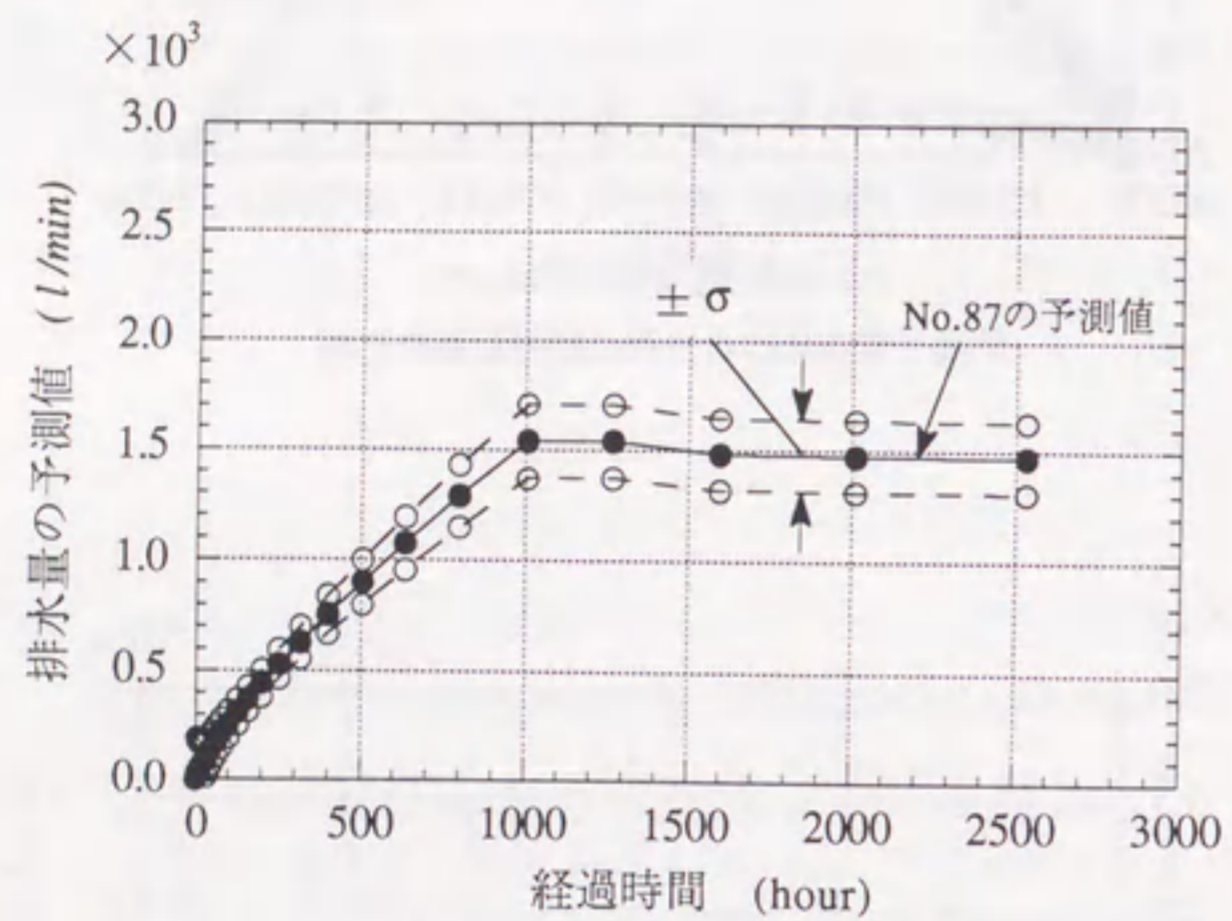
(b) 節点No.66, 67の必要排水量の予測



(d) 節点No.85,86の必要排水量の予測

図 6.11a: 各排水位置の必要排水量の予測結果

図 6.11b: 各排水位置の必要排水量の予測結果 (続き)



(e) 節点No.87の必要排水量の予測

図 6.11c: 各排水位置の必要排水量の予測結果 (続き)

表 6.1: 各排水位置の必要排水量の予測値と予測誤差

(単位 $\times 10^3$ l/min)

予測結果 \ 節点	No.65	No.66	No.67	No.76	No.77	No.85	No.86	No.87
平均値	9.360	0.391	0.678	1.938	0.166	0.744	0.242	1.470
標準偏差	1.446	0.167	0.163	0.580	0.072	0.189	0.061	0.162

表 6.2: 排水流量の代替案

(単位 $\times 10^3$ l/min)

代替案 \ 節点	No.65	No.66	No.67	No.76	No.77	No.85	No.86	No.87
a1	11.00	0.50	0.75	2.00	0.20	0.75	0.25	1.50
a2	9.00	0.50	0.75	2.00	0.20	0.75	0.25	1.50
a3	8.00	0.50	0.75	2.00	0.20	0.75	0.25	1.50
a4	11.00	0.50	0.75	2.50	0.20	0.75	0.25	1.50
a5	9.00	0.50	0.75	2.50	0.20	0.75	0.25	1.50
a6	8.00	0.50	0.75	2.50	0.20	0.75	0.25	1.50

6.4.2 各排水代替案に基づく地下水位低下予測とベイズリスク最小化基準による最適案の決定

前節で設定した各代替案を用いて目的とする地下水位低下量の予測計算を行い、地下水位の予測値と予測誤差を評価したのち平均損失を最小にする(ベイズリスク最小化基準)代替案を決定する。地下水位低下量の予測計算では各井戸における排水量を境界条件として設定し、将来の地下水位の変動を予測する。このため、井戸を設定した位置の節点の境界条件は流量指定境界となり、透水係数の推定を行った場合と同様の設定になる。したがって、状態ベクトルと推定誤差共分散マトリクスの構成は透水係数の推定時と同様になることから、予測誤差共分散マトリクスの初期値として透水係数の推定終了時の推定誤差共分散マトリクスを用いる。また、状態ベクトルの初期値として各節点の地下水位と流量の初期値を設定する。ここでは初期地下水位は0.0m、初期流量は0.0l/minとし、排水開始後1日で所定の排水量になるよう時間に関して線形に排水量を増加させる。先の必要排水量の算定では、33日後に計画地下水位-10.0mが得られるように境界条件として井戸の地下水位を与え、定常状態に達した後の排水量から必要排水量を設定している。実際に排水ポンプを稼働させ所定流量を排水する場合は、初期から一定流量を排水することが普通である。したがって、33日後に所定の地下水位低下量を得ることを目的とする場合は、ポンプ稼働直後から一定排水量を排水することは早期に所定の地下水位低下量が確保でき、一般には安全側の評価となる。しかし、数値解析において短期間に境界値を変化させる場合は時間ステップを十分小さく設定する必要がある。ここでの目的から考えて必ずしも瞬時に境界値を変化させる必要はない。このため1日後に-10.0mの計画地下水位になるよう時間に関して線形に変化させるものとする。

以上の設定で各排水代替案による地下水位低下量の予測解析を行う。その結果を表6.3に示す。この表は各代替案を用いた場合の排水開始33日後の地下水位低下量の予測値と予測誤差(標準偏差)を示している。各排水代替案ごとに計画地下水位-10.0m前後で異なる予測値を示しており、予測誤差は節点No.77, 86, 87の3点が小さくなっている。

一般に決定問題では、自然状態を θ 、決定者の行動を a で表わすため、以下の表示もこれに従う。ここで自然状態とは決定者が操作できない記述を表わし、決定者にとって真の自然状態を知ることはできず不確実性を伴う。また、行動は決定者が操作できる対象であり、決定者が設定することになる[125, 130]。一般には自然状態 θ に対して行動 a を選

表6.3: 各排水代替案による地下水位低下量の予測結果(排水開始33日後)

(単位 m)

代替案 \ 節点		節点							
		No.65	No.66	No.67	No.76	No.77	No.85	No.86	No.87
a1	平均値	-11.69	-11.55	-11.30	-11.10	-11.01	-10.82	-10.68	-10.44
	標準偏差	1.78	1.15	1.41	1.30	0.666	1.14	0.658	0.637
a2	平均値	-9.75	-10.57	-10.83	-9.98	-10.44	-10.05	-10.08	-10.13
	標準偏差	1.45	1.10	1.37	1.18	0.577	1.11	0.628	0.595
a3	平均値	-8.77	-10.07	-10.59	-9.42	-10.16	-9.66	-9.77	-9.98
	標準偏差	1.29	1.07	1.36	1.12	0.547	1.09	0.620	0.577
a4	平均値	-11.98	-11.82	-11.53	-12.02	-11.24	-11.61	-11.10	-10.66
	標準偏差	1.82	1.17	1.46	1.47	0.721	1.28	0.702	0.670
a5	平均値	-10.02	-10.84	-11.06	-10.88	-10.68	-10.83	-10.49	-10.35
	標準偏差	1.49	1.12	1.42	1.35	0.620	1.24	0.673	0.622
a6	平均値	-9.05	-10.33	-10.82	-10.30	-10.39	-10.44	-10.18	-10.19
	標準偏差	1.33	1.09	1.40	1.29	0.581	1.23	0.604	0.602

択することによる損失を損失関数 $L(\theta, a)$ で表わす。ここで対象とする排水代替案の決定問題では、透水係数の空間分布が自然状態となり、排水代替案を選択し実施することが行動に相当する。

ここで特に考慮すべき点は、透水係数の空間分布は確率場として推定されており、上記の予測解析を用いて排水代替案の作成を行うことができて、透水係数の空間分布推定結果から各排水代替案を選択した場合の損失関数を設定することは、決定者の経験に基づいても困難な場合が多い点である。実際、透水係数の空間分布は様々であり、異なる空間分布に対しても問題となる地下水位低下量が同一になる場合もあり、透水係数の空間分布の状況から排水代替案に対する損失関数を設定するのは困難を伴い実用的ではない。ここで直接問題となるのは地下水位低下量であり、計画地下水位に対して各排水代替案に基づく実際の地下水位低下量の差で損失を設定する方が実用的である。以下ではこの点を考慮して損失関数を定義し、期待損失が最小となる排水代替案を決定する。

ベイズ論的決定法によると、自然状態 θ の母数空間 Θ での分布関数 $P(\theta)$ がわかっている

時, P に関する期待損失は次式で与えられる[125, 130, 189]。

$$E[L(\theta, a)] = \int_{\Theta} L(\theta, a) dP(\theta) \quad (6.5)$$

あるいは, 確率密度関数 $p_{\theta}(\theta)$ がわかっている場合は次式のように表わすことができる。

$$E[L(\theta, a)] = \int_{\Theta} L(\theta, a) p_{\theta}(\theta) d\theta \quad (6.6)$$

ここで対象とする排水代替案の決定では透水係数の空間分布が推定されていることから, 自然状態 θ は各要素ごとに設定される。この自然状態を $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$ で表わす。また, 確率密度関数も $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$ の同時確率密度関数となり, $p_{\theta}(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$ と表わされる。なお, n は要素数である。したがって, ここで対象とする決定問題の期待損失は次式で表わされることになる。

$$\begin{aligned} E[L(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n; a)] \\ = \int_{\Theta_1} \int_{\Theta_2} \dots \int_{\Theta_n} L(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n; a) p_{\theta}(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) d\theta_1, d\theta_2, \dots, d\theta_n \end{aligned} \quad (6.7)$$

このように自然状態 θ が離散化した確率場となる場合, 式(6.7)の積分は煩雑となり, 損失関数 L の設定も困難となる。そこで透水係数が空間分布する確率場から地下水位への写像を考える。すなわち, 先の地下水位の予測解析は, 行動 a として排水代替案による境界条件が与えられたのちは, 透水係数が空間分布する確率場から排水計画で対象とする地下水位への写像と考えることができる。特に, 式(6.7)の積分は行動 a を固定した状態の積分であるため, 各代替案ごとにこのような写像を考えることができる。この写像により, 透水係数の空間分布が1つ決まれば対象とする節点の地下水位が必ず1つ決まる。したがって, 排水計画で対象とする井戸の地下水位が m 箇所ある場合, ある時点のこれらの地下水位は次式の関数で表わすことができる。

$$\begin{aligned} h_1 &= h_1(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n; a) \\ h_2 &= h_2(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n; a) \\ &\dots \\ h_m &= h_m(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n; a) \end{aligned} \quad (6.8)$$

また, 損失関数は自然状態 θ と行動 a で本来定義される関数であるが, 自然状態(空間分布する透水係数)からの写像である地下水位を介して定義し直す。また, 地下水位低下量が問題となることから, このような定義の方が直接的で設定も容易である。式(6.8)の関係があることから, 損失関数として次式のように計画地下水位 $h_1^*, h_2^*, \dots, h_m^*$ と実際の地下水位 h_1, h_2, \dots, h_m に依存した関数を設定する。

$$L(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n; a) = L(h_1, h_2, \dots, h_m; h_1^*, h_2^*, \dots, h_m^*) \quad (6.9)$$

さらに, この損失関数を各排水井戸の計画地下水位ごとに分割し, 各排水井戸の損失関数を $l_i(h_i; h_i^*)$, $i = 1, 2, \dots, m$ として次のように設定する。

$$L(h_1, h_2, \dots, h_m; h_1^*, h_2^*, \dots, h_m^*) = \sum_{i=1}^m w_i l_i(h_i; h_i^*) \quad (6.10)$$

ここで w_i は各排水井戸ごとの損失の重みである。

以上のように損失関数は各排水井戸の地下水位で定義できるが, 式(6.7)で定義される期待損失を計算するには, 透水係数の同時確率密度関数が地下水位の同時確率密度関数に変換できなければならない。しかし, この同時確率密度関数の変換は一般に非線形であり, 確率密度関数の変換は与えられない。ここで得られている情報は, 予測解析における予測値である平均値と予測誤差である分散および共分散である。一般に, 予測解析には式(6.1), (6.2)の時間更新アルゴリズムが用いられるが, 状態ベクトルの予測計算として, 式(6.1)に代えて先の式(5.78)を用いて不圧地下水に関する非線形計算(繰り返し計算)を行っている。一方, 推定誤差共分散マトリクスの時間更新には式(6.2)がそのまま用いられる。式(6.2)は先の式(5.69)で示したように, 状態方程式を推定値(平均値)まわりで線形化して得られる状態遷移マトリクスを用いて計算される。このため状態ベクトルの同時確率分布関数は時間更新を行う時点で線形近似され, 厳密には非線形な関係により更新される真の確率分布と異なることになる。

このような非線形性に関する問題が存在するが, ここでは近似として地下水位低下量の予測値と予測誤差(標準偏差)を用いて地下水位が多次元正規分布に従うものと仮定する。これは平均値(予測値)と標準偏差(予測誤差)の2つのパラメータから, 真の確率分布と等価な正規分布を仮定することになる。このような仮定の下で計画地下水位に対する期待損失を最小にする代替案を決定する。

以上の仮定の下で, 排水計画で対象とする井戸の地下水位は, 同時確率密度関数(多

次元正規分布) $p_h(h_1, h_2, \dots, h_m)$ で与えられるとする。これと式(6.10)を用いて、式(6.7)は次のように展開できる。

$$\begin{aligned}
 & E[L(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n; a)] \\
 &= \int_{\Theta_1} \int_{\Theta_2} \dots \int_{\Theta_n} L(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n; a) p_\theta(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) d\theta_1, d\theta_2, \dots, d\theta_n \\
 &= \int_{H_1} \int_{H_2} \dots \int_{H_m} L(h_1, h_2, \dots, h_m; h_1^*, h_2^*, \dots, h_m^*) p_h(h_1, h_2, \dots, h_m) dh_1, dh_2, \dots, dh_m \\
 &= \int_{H_1} \int_{H_2} \dots \int_{H_m} \sum_{i=1}^m w_i l_i(h_i; h_i^*) p_h(h_1, h_2, \dots, h_m) dh_1, dh_2, \dots, dh_m \\
 &= \sum_{i=1}^m w_i \int_{H_i} l_i(h_i; h_i^*) p_h(h_i) dh_i \tag{6.11}
 \end{aligned}$$

式(6.11)の展開には周辺確率密度関数の性質を用いており、対象とする排水井戸の地下水位 $h_i, i=1, 2, \dots, m$ の母数空間を $H_i, i=1, 2, \dots, m$ としている。したがって、透水係数の空間分布推定に対する排水代替案の期待損失は、式(6.11)で求められる。この式は排水井戸の地下水位に関する確率密度関数 $p_i(h_i)$ による損失関数 $l_i(h_i; h_i^*)$ の期待値を求め、これらに各排水位置の重み w_i を乗じて総和を求めることで全体の期待損失が得られることを示している。

ところで、排水を実施した後、計画地下水位 h_i^* と実際の地下水位 h_i に差が生じると、計画地下水位に対して実際の地下水位が高い場合に損失が大きくなることが多い。この点を考慮して、各計画地下水位ごとの損失関数 $l_i(h_i; h_i^*)$ を以下のように設定する。

$$l_i(h_i; h_i^*) = \begin{cases} C_1(h_i - h_i^*) & h_i \geq h_i^* \text{ の場合} \\ -C_2(h_i - h_i^*) & h_i < h_i^* \text{ の場合} \end{cases} \tag{6.12}$$

$C_1, C_2 > 0$

ここで、計画地下水位よりも高い地下水位の場合に損失を大きく評価するには、 $C_1 > C_2 > 0$ となるように設定する。このように非対称な損失関数と式(6.11)の地下水位に関する確率密度関数との関係を示したものが図6.12である。係数 C_1, C_2 は、計画地下水位からの差に依存して、実際の排水対策などの損失費用を評価することになる。

式(6.11)に含まれる各排水井戸の地下水位の確率密度関数 $p_h(h_i)$ は正規分布と仮定したことから、予測解析から求められている予測値(平均値)と予測誤差(標準偏差)を

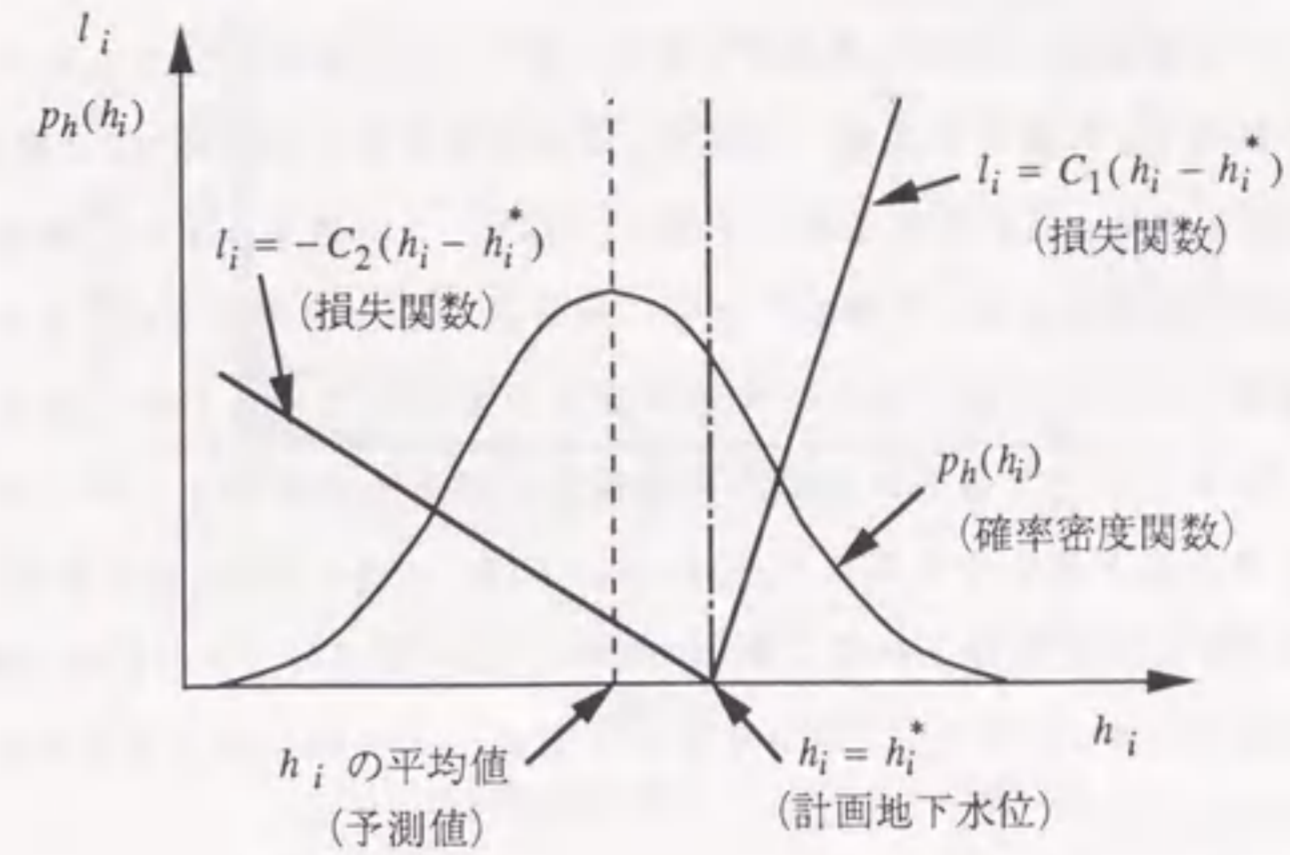
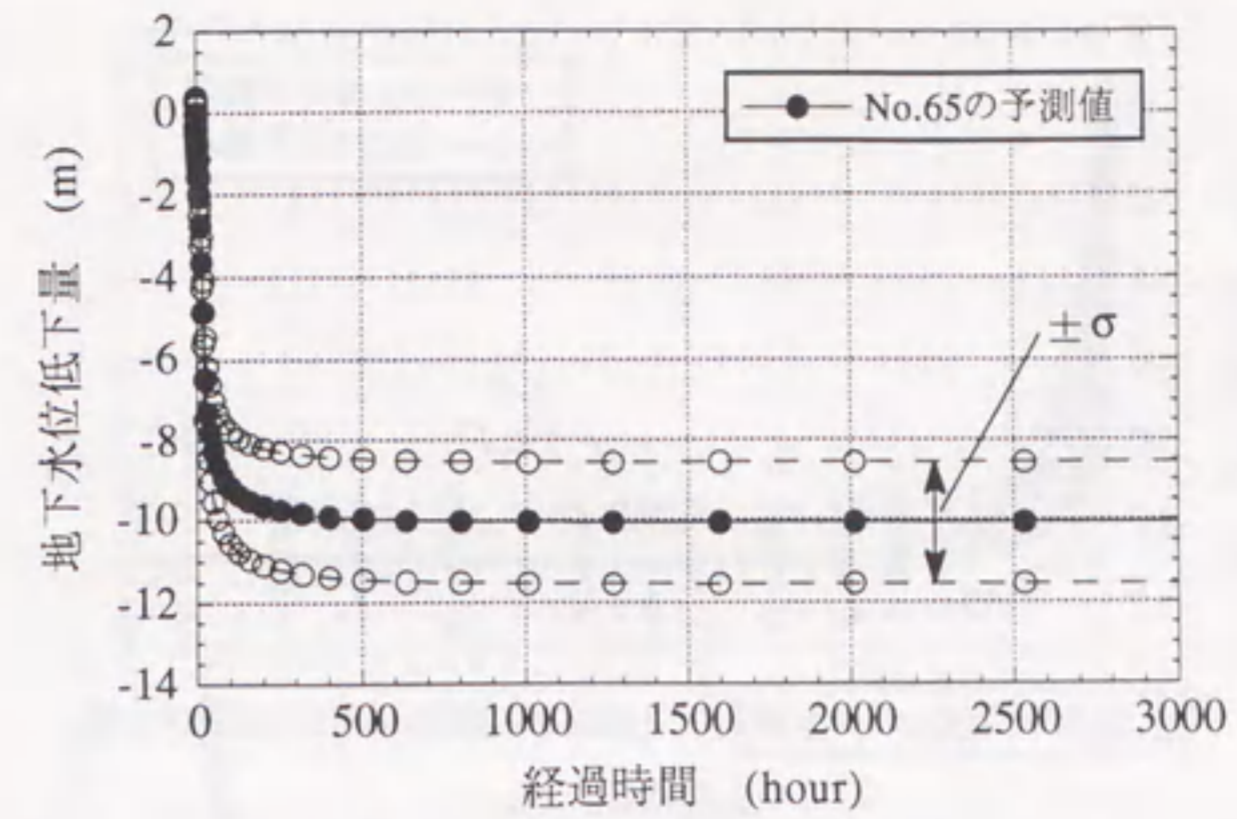


図 6.12: 非対称な損失関数と確率密度関数の関係

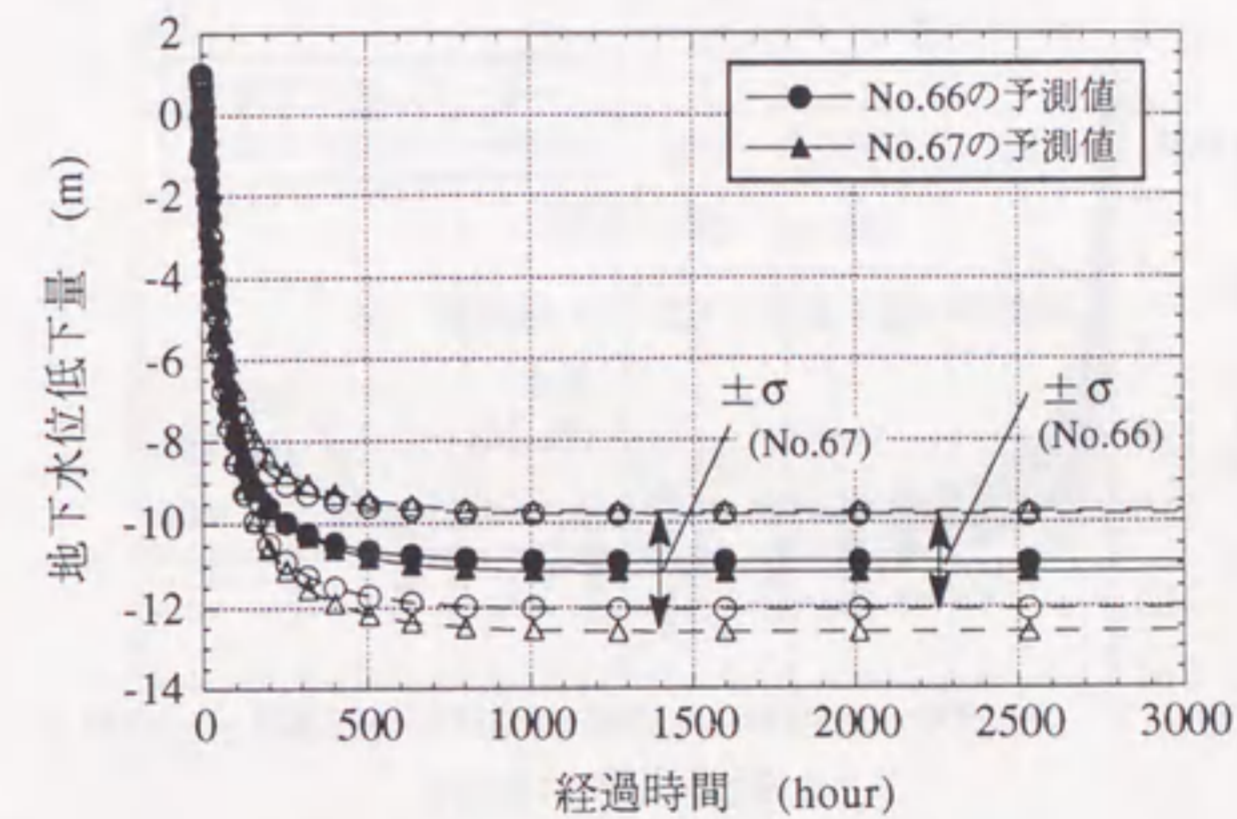
表 6.4: 各排水代替案の期待損失

期待損失		代替案					
		a1	a2	a3	a4	a5	a6
各 節 点 の 期 待 損 失	No.65	2.34	2.60	4.16	2.49	2.36	3.59
	No.66	1.74	1.42	1.64	1.94	1.43	1.49
	No.67	1.84	1.75	1.78	1.97	1.81	1.79
	No.76	1.68	1.90	2.60	2.25	1.72	1.81
	No.77	1.09	0.73	0.75	1.29	0.85	0.74
	No.85	1.45	1.72	2.16	1.86	1.58	1.65
	No.86	0.89	0.93	1.29	1.17	0.86	0.92
	No.87	0.81	0.84	0.94	0.89	0.80	0.82
期待損失の合計		11.84	11.90	15.32	13.86	11.40	12.81

用いて期待損失を計算することができる。実際の評価では損失費用を評価する必要があるが、ここでは簡単のため各排水井戸 i は同じ重み $w_i = 1$ を与え、 $C_1 = 3$, $C_2 = 1$ として期待損失を求める。対象とする地下水位は、ほぼ定常状態に達する105日後(2530時間後)の地下水位とする。求めた期待損失を表6.4に示す。この結果、排水代替案a5が最も期待損失が小さい結果となる。予測地下水位に最も近い排水代替案はa2であるが、計画地下水位である-10.0mより浅い場合に3倍の損失を見込んでいるため、a2より若干地下水位が深くなることが予想されるa5の期待損失が最も小さくなる。ここで選択された排水案a5による地下水位の予測結果を図6.13a, 6.13b, 6.13cに示す。地下水位の予測値は時間の経過とともに計画地下水位である-10.0m付近に低下し、予測誤差(標準偏差)は地下水位の低下に伴って増大し、地下水位の予測値が一定値に落ち着くのに伴って一定の予測誤差になる。

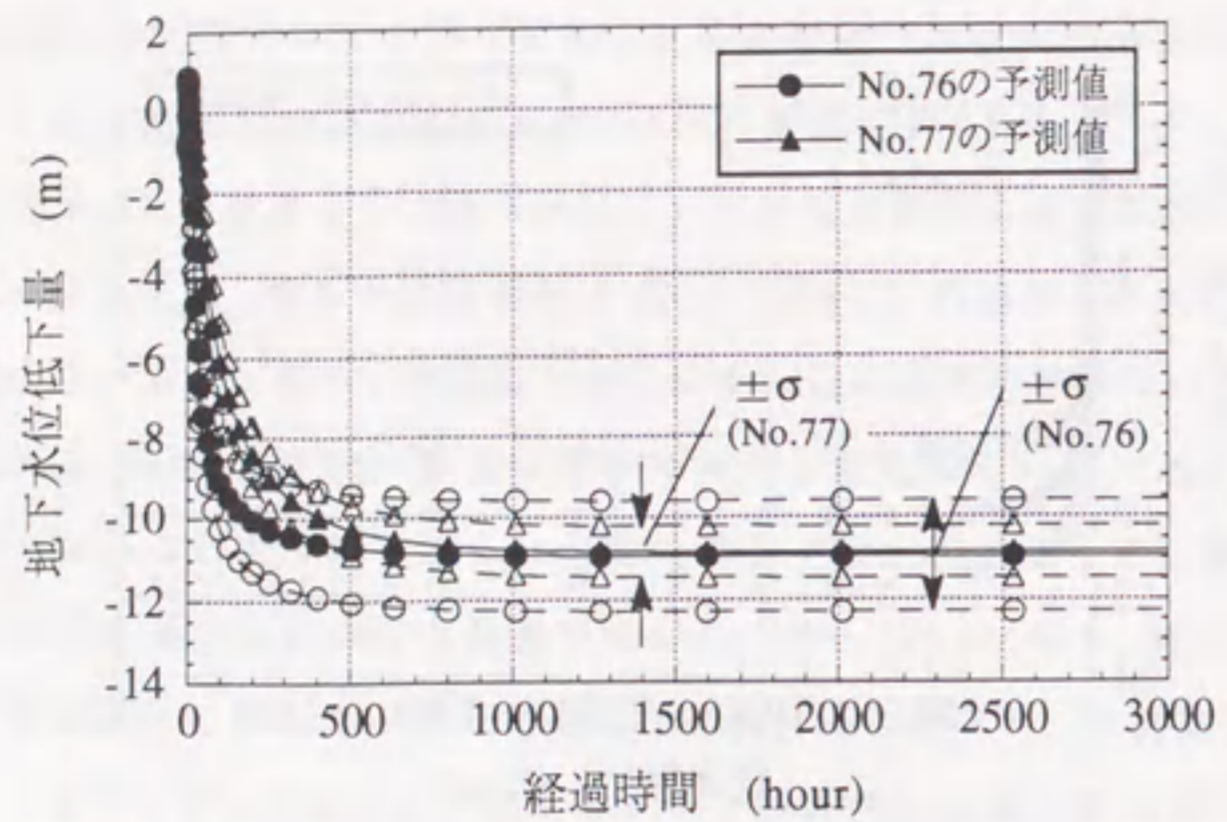


(a) 節点No.65の地下水位低下量の予測結果

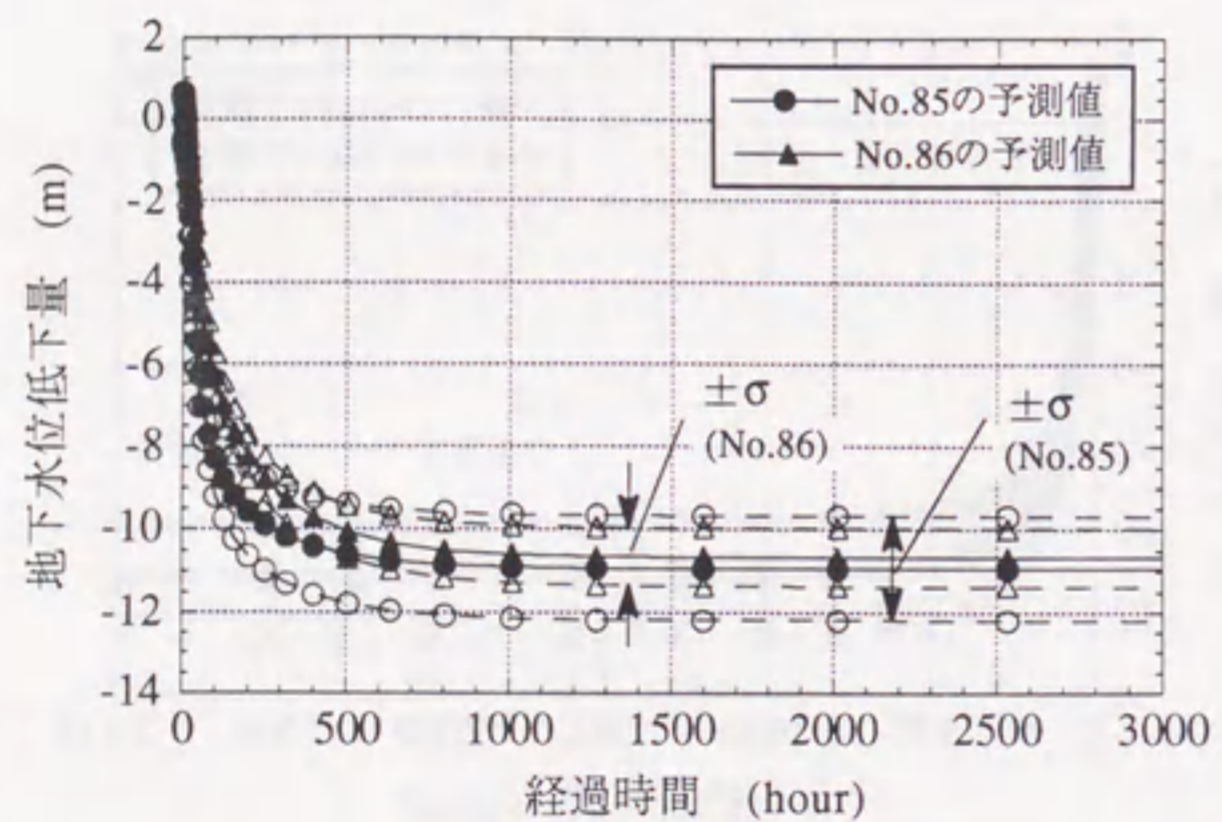


(b) 節点No.66, 67の地下水位低下量の予測結果

図6.13a: 最適案a5による地下水位の予測結果

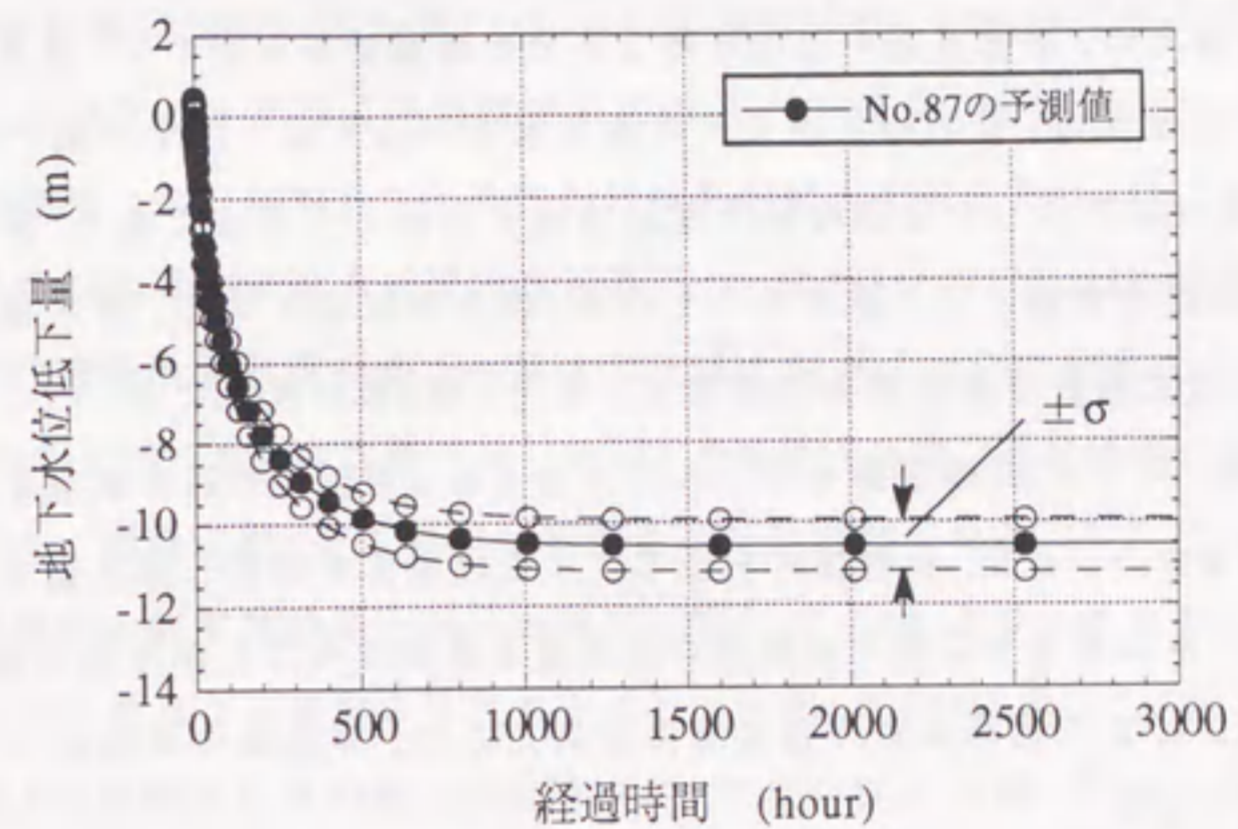


(c) 節点No.76, 77の地下水位低下量の予測結果



(d) 節点No.85, 86の地下水位低下量の予測結果

図 6.13b: 最適案 a5 による地下水位の予測結果 (続き)



(e) 節点No.87の地下水位低下量の略結果

図 6.13c: 最適案 a5 による地下水位の予測結果 (続き)

6.4.3 排水期間中の観測に基づく透水係数の推定値更新と最適案の修正

前節に示した最適な排水代替案の決定は、第1章の表1.1に示した予測タイプにおいて、タイプAの計画・設計段階の予測に相当するもので、実際の排水時の地下水流動は観測していない。事前の調査や試験の結果から求めた透水係数の推定値は境界条件も異なり観測データも限られることから、これを用いた排水実施中の地下水流動の予測には比較的不確実性が多い。図6.13a, 6.13b, 6.13cに示した最適代替案a5による地下水位の予測結果においても、予測誤差(標準偏差)は地下水位の低下に伴って増大している。これに対処するため、排水実施中のある時点までの観測結果を用いて、透水係数の推定値の更新を行うと共に、その時点から先の地下水位の低下量を再度予測する。

この方法は5.6節に示した複数の揚水試験結果を利用した方法であり、排水実施前の揚水試験を1回目の試験とし、排水そのものを2回目の試験と考え、排水期間中の観測データにより透水係数の推定値を更新する。また、第1章の表1.1において、タイプAの予測を行った後、タイプB1の予測を行うものと言える。更新後の透水係数を用いた地下水位の予測結果から、再度、期待損失を最小にする代替案を選択し排水量を適宜修正すれば、計画地下水位をさらに満たす最適な排水量を決定することが可能である。このような観測的方法により透水係数の推定精度を向上させ、排水量の確認および変更を行う方法を以下に示す。

(1) 排水量変更代替案の作成

前節で設定した最適な排水代替案a5を用いて実際に排水が実施されている場合を想定し、模擬観測データを作成する。ここでも真の透水係数の空間分布は6.3.1節の図6.1に示す空間分布モデルである。この模擬地盤において、先の図6.10の排水位置より代替案a5の排水量で排水を開始した場合の地下水位を数値解析で求め、模擬の地下水位観測データを作成する。ここで設定する地下水位の観測位置を、排水位置と共に図6.14に示す。この観測位置は先の5.6節の図5.17に示した揚水試験Cの観測位置と同様である。観測期間としては排水を実施した直後から33日間(800時間)を想定し、この間の模擬の地下水位観測データを作成して、透水係数の推定値の更新を行う。以上の設定は、実際の原位置に図6.1の透水係数の空間分布が存在し、我々はそれを正確に知ることはできないが、排水開始後の33日間の地下水位の低下量を観測することを設定している。

5.4節で示した式(5.126)の状態ベクトルは、未知地下水位、透水係数、未知流量から構成されるため、観測に伴ってこれらの最適な推定値が得られる。ここでの最適な推定値とは、観測値から観測誤差とシステム誤差に関してフィルタリングを行い、観測値が得られた時点での最適な状態量を推定することである。図6.14に示した9点の地下水位観測データから8点の排水位置の地下水位をフィルタリングした後、継続して観測期間である33日(800時間)以降の排水位置の地下水位の予測を行った結果を図6.15a, 6.15b, 6.15cに示す。すなわち、図中の観測および推定期間の地下水位は、排水中の地下水位観測データを用いて透水係数の推定(更新)を行うと同時に求められる地下水位の推定量を示している。一方、予測期間の地下水位は観測期間が終了した段階の状態ベクトル(未知地下水位、透水係数、未知流量)の推定値を用い、時間更新アルゴリズムから求められる予測値である。これらの結果を前節の図6.13a, 6.13b, 6.13cに示した地下水位の予測と比較すると、推定誤差(標準偏差 σ)が小さくなっていることがわかる。これは排水期間中の地下水位観測データを用いて、透水係数をはじめとする状態ベクトルの推定(更新)が行われ、不確実性が小さくなったことを示している。また、特にNo.65の排水位置の地下水位が約-8.0mまでしか低下しおらず、事前の予測値と大きく異なる。これも事前の揚水試験の観測データだけでは知り得なかった結果である。また、観測期間が終了した段階での透水係数の空間分布の推定結果を図6.16, 6.17に示す。この図を真の透水係

数である図6.1ならびに事前の揚水試験から推定した結果である図6.4、図6.5と比較すると、特に推定誤差が低下していることがわかる。このように排水実施中の観測データを利用することで、地下水位ならびに透水係数の推定値の不確実性が低下している。

次に、これらの推定結果を用いて、さらに計画地下水位に近い地下水位が得られるよう観測が終了した33日以降に排水量の修正を行う。排水量の修正を開始する時期は排水を開始したのち53日後(1270時間後)と仮定する。図6.15a, 6.15b, 6.15cにおいて、排水開始後約53日目(約1270時間後)の予測地下水位を求め表6.5に示す。これらの予測地下水位が計画地下水位である-10.0mと異なるため、計画地下水位になるよう必要排水量の最適案を再度決定する。この方法は先の6.4.1節と同様であるが、排水量の変更を行う53日目以降について予測計算を行うため、この時点で求められている状態ベクトル(未知地下水位、透水係数、未知流量)を初期値とする。また、予測誤差共分散マトリクスの設定も53日目の予測誤差共分散マトリクスを用いる。この場合に注意する点として、必要排水量を求める目的から6.4.1節と同様に排水位置では計画地下水位を境界条件として与え、これに伴って未知量の設定が排水開始後53日以前と53日以降で異なる点である。すなわち確率場が異なることになる。したがって、計画地下水位を指定する井戸では未知地下水位に代わって未知流量が状態ベクトルを構成し、予測誤差共分散マトリクスの構成およびその成分を変更する必要がある。具体的には、計画地下水位を指定する節点では、未知流量に関する予測誤差共分散マトリクスの成分として、5.6.1節の表5.4に示した流量に関する推定誤差共分散(分散のみ)の初期値 $2.7 \times 10^2 (l/min)^2$ を用いるものとする。これは6.4.1節と同様の設定である。以上の設定の後、53日目(約1270時間後)の地下水位を初期値として64日目(約1530時間後)に全て(8点)の排水井戸で計画地下水位-10.0mになるよう境界条件を設定し、時間更新アルゴリズムにより必要排水量を予測する。

こうして求めた必要排水量の予測値を、53日以前(約1270時間以前)の排水量の設定値と合わせて図6.18a, 6.18b, 6.18cに示す。これらの図のうちNo.65の排水量を示す図のみ縦軸のスケールが異なり、多くの排水を必要とすることを示している。各井戸の必要排水量の変化を比較すると、53日目以降で排水量を増加させる必要がある井戸はNo.65の位置であり、他の井戸はそれまでの設定値より減少させる必要があることを示している。また、今回の必要排水量の予測誤差(標準偏差 σ)を先の図6.11a, 6.11b, 6.11cの予測

○ 排水位置 (8点) □ 地下水位観測位置 (9点)

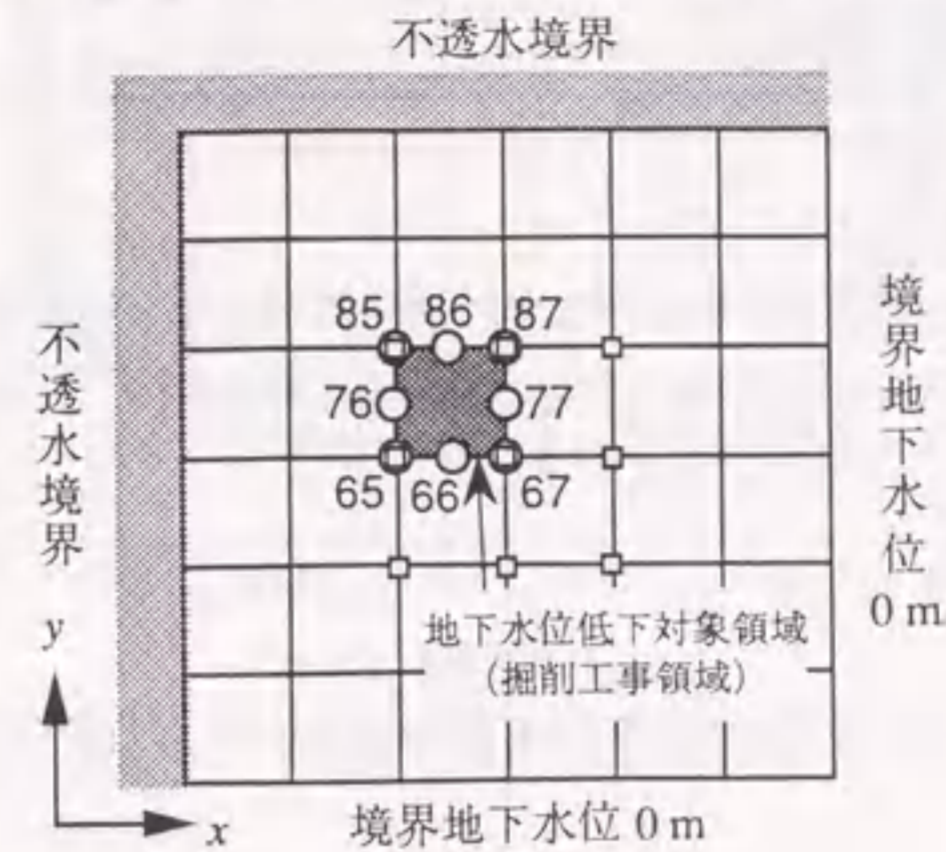
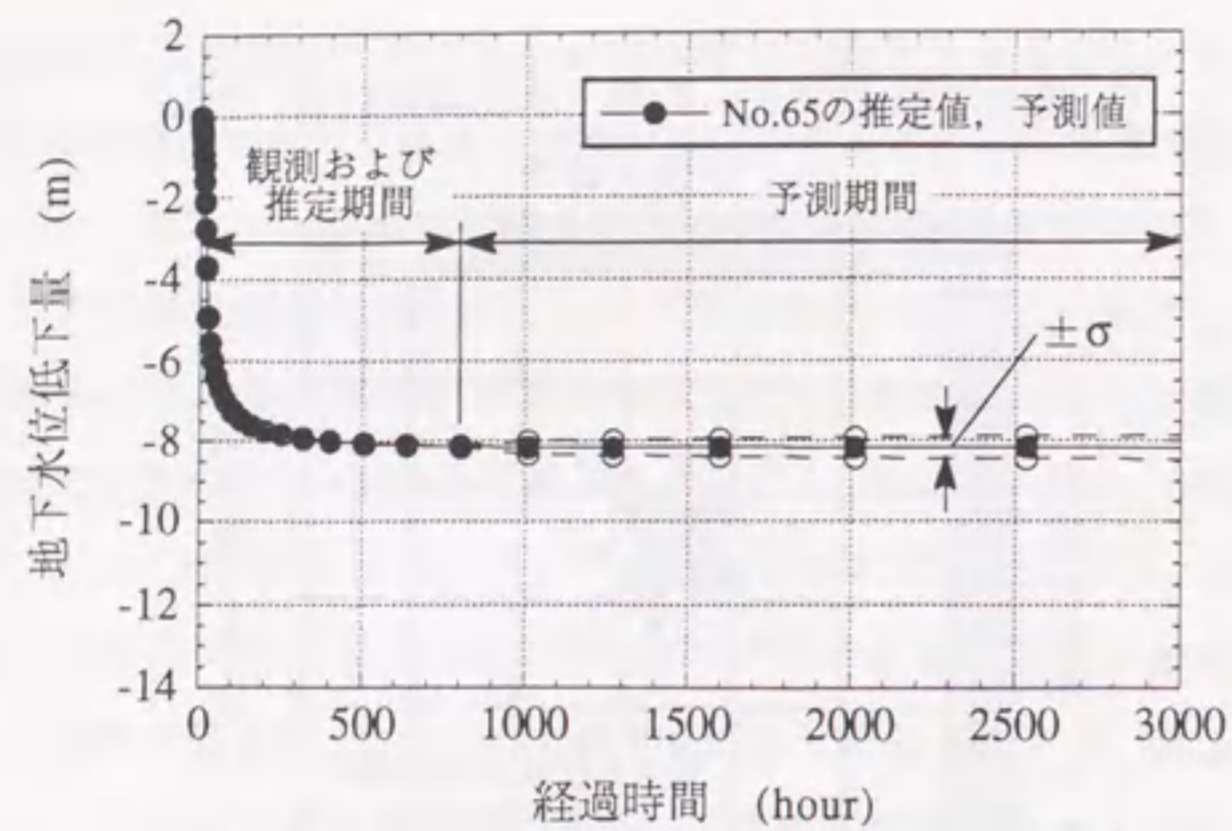


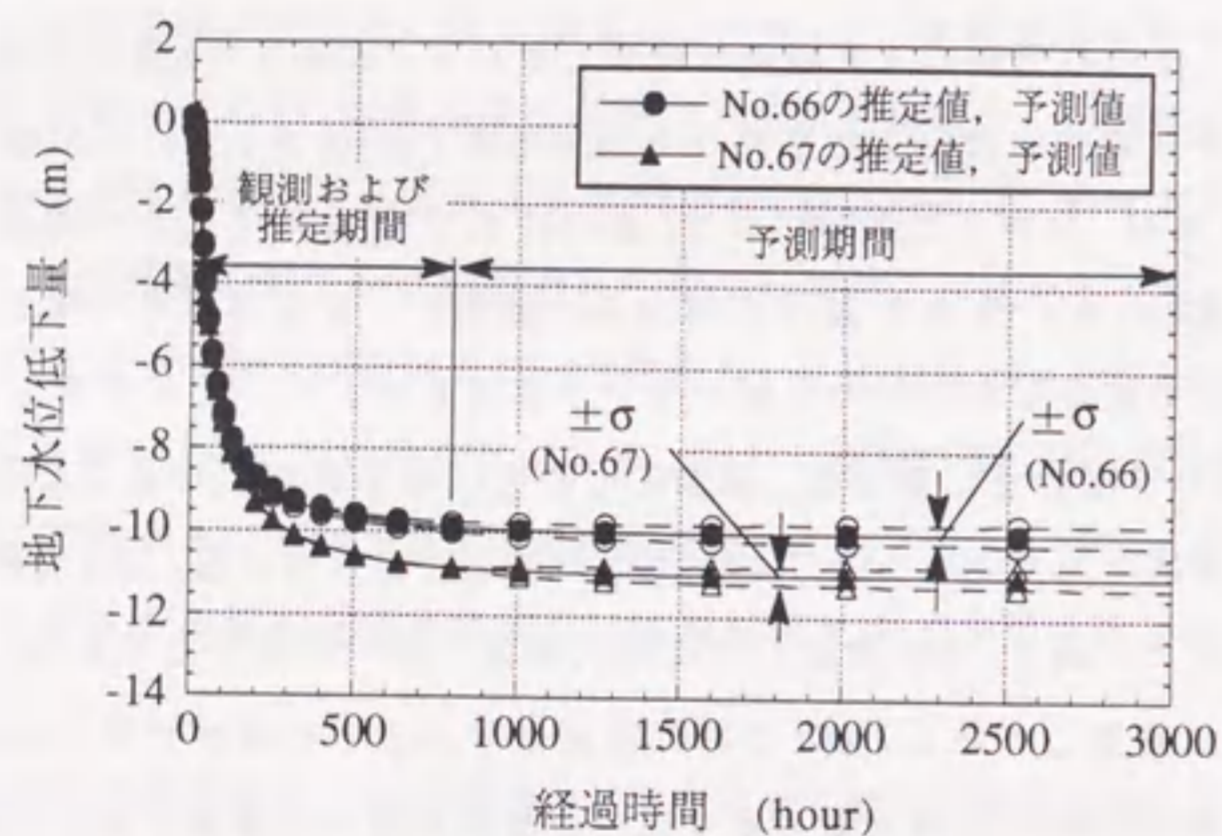
図6.14: 掘削工事における排水位置と地下水位観測位置

と比較すると、今回の予測の方が誤差が減少している。これらの2回の必要排水量の予測結果から、予測値がほぼ定常状態になる2530時間(約105日)での予測値と予測誤差(標準偏差)を求め、比較して表6.6に示す。表6.6に示す'排水前'とは排水開始前に実施した予測結果(表6.1)を、'排水中'は排水開始後の観測データを用いた今回の予測結果を示している。この表からも今回の予測の方が予測誤差が少ないことが明らかである。

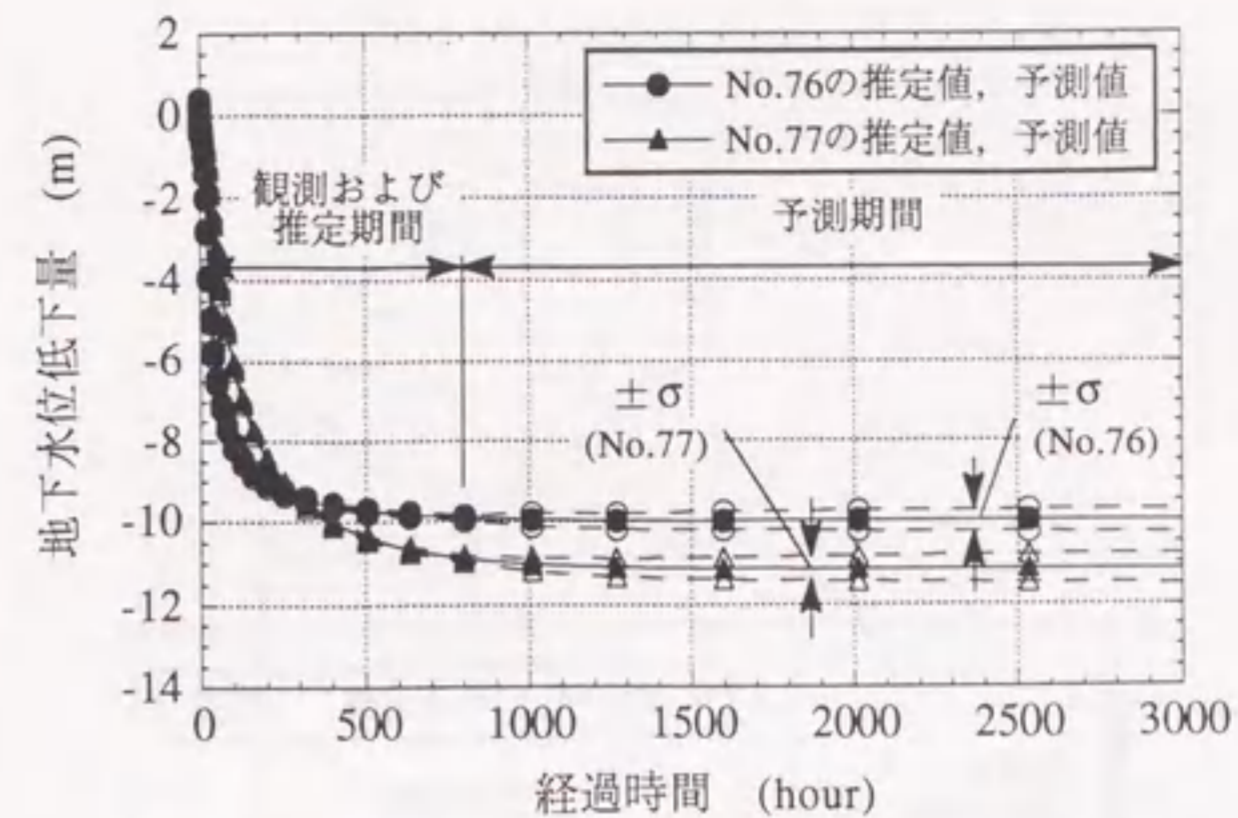
必要排水量の予測計算に基づき、排水量の変更代替案を表6.7のように設定する。ここでは変更代替案としてa5-0, a5-1, a5-2の3つの案を設定している。a5-0は排水量を変更しない案を設定しており、先に設定したa5の代替案と同一の排水量である。これは他との比較のために設定している。a5-1は特に計画地下水位との差が大きいNo.65のみ排水量を変更する案で、No.65の排水量のみ今回の必要排水量の予測値である11.76l/minに変更し、他の井戸の排水量はa5-0と同一にしている。a5-2は全排水井戸(8点)を今回の予測で得られた必要排水量の予測値に変更する案である。



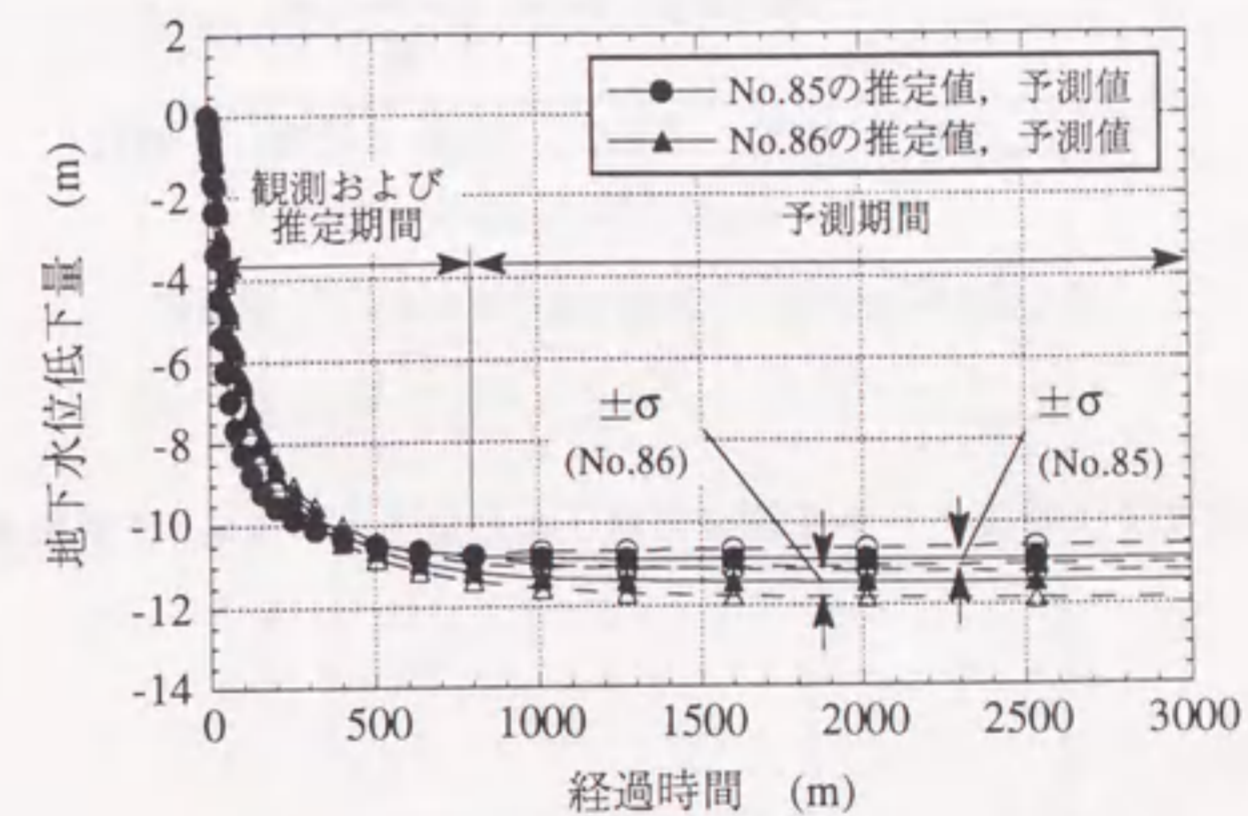
(a) 節点No.65の地下水位低下量の推定および予測結果



(b) 節点No.66, 67の地下水位低下量の推定および予測結果



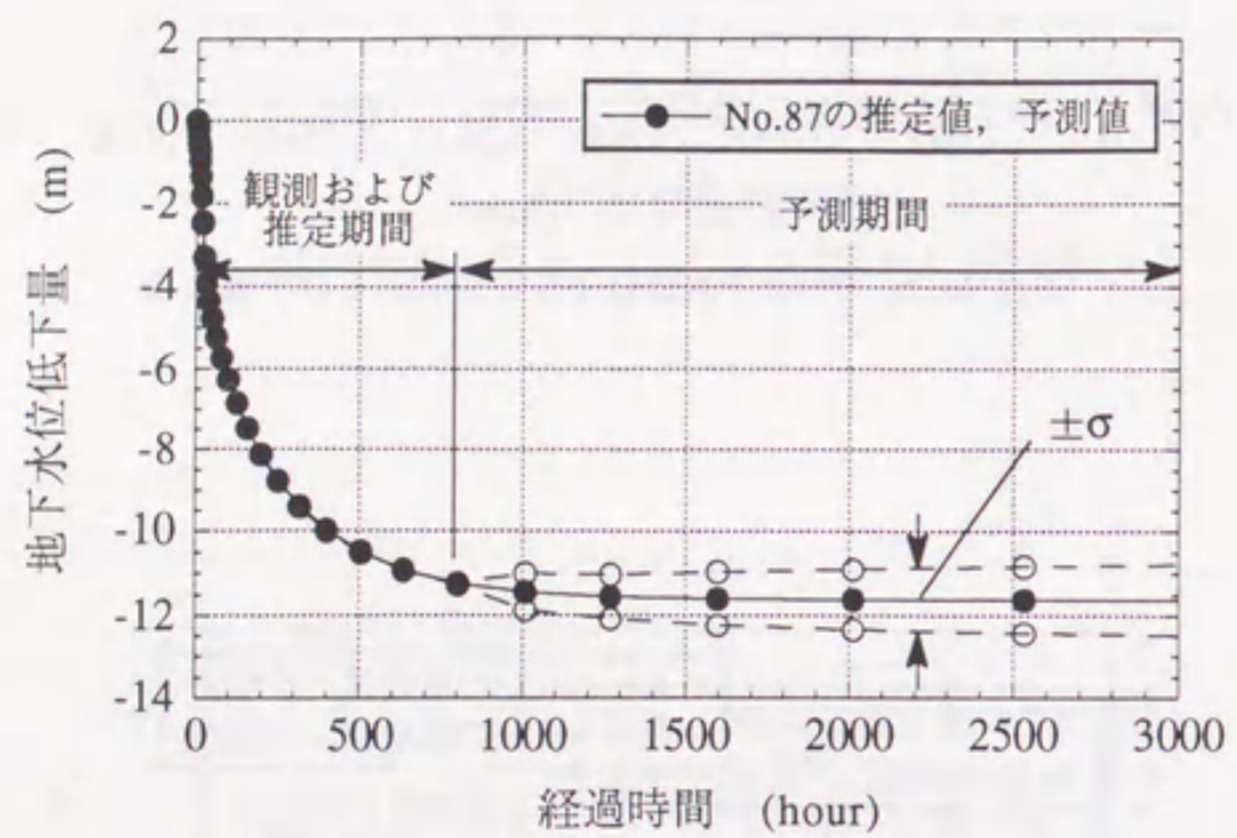
(c) 節点No.76, 77の地下水位低下量の推定および予測結果



(d) 節点No.85, 86の地下水位低下量の推定および予測結果

図 6.15a: 排水期間中の観測データを用いた地下水位低下量の推定・予測結果

図 6.15b: 排水期間中の観測データを用いた地下水位低下量の推定・予測結果 (続き)



(c) 節点No.87の地下水位低下量の推定および予測結果

図 6.15c: 排水期間中の観測データを用いた地下水位低下量の推定・予測結果(続き)

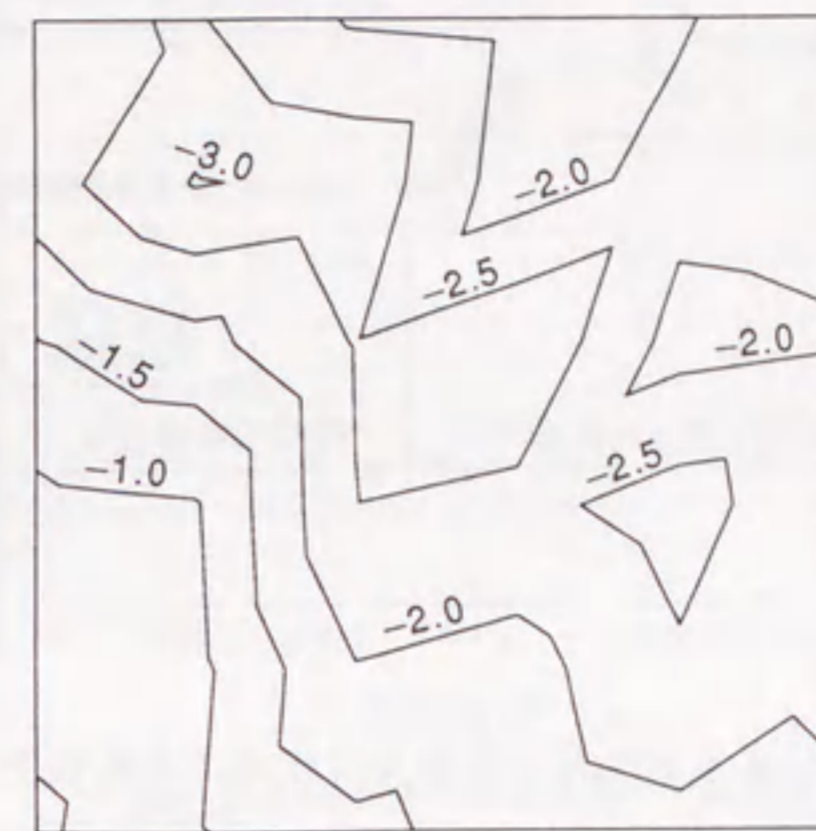


図 6.16: 排水期間中の観測データを用いた透水係数の推定値(単位 cm/s の透水係数の常用対数値)

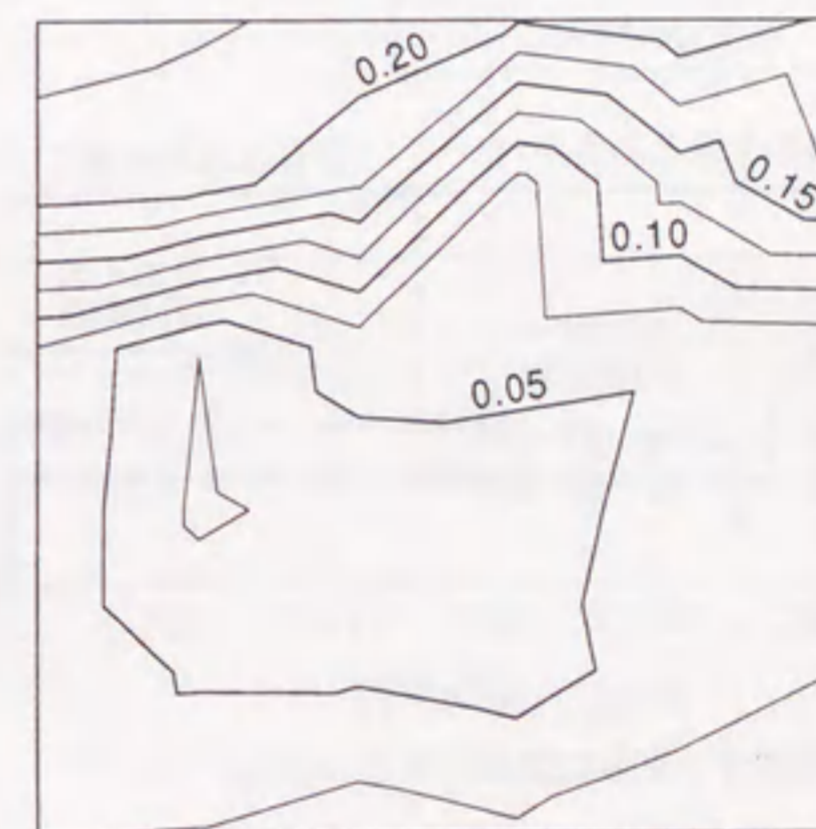
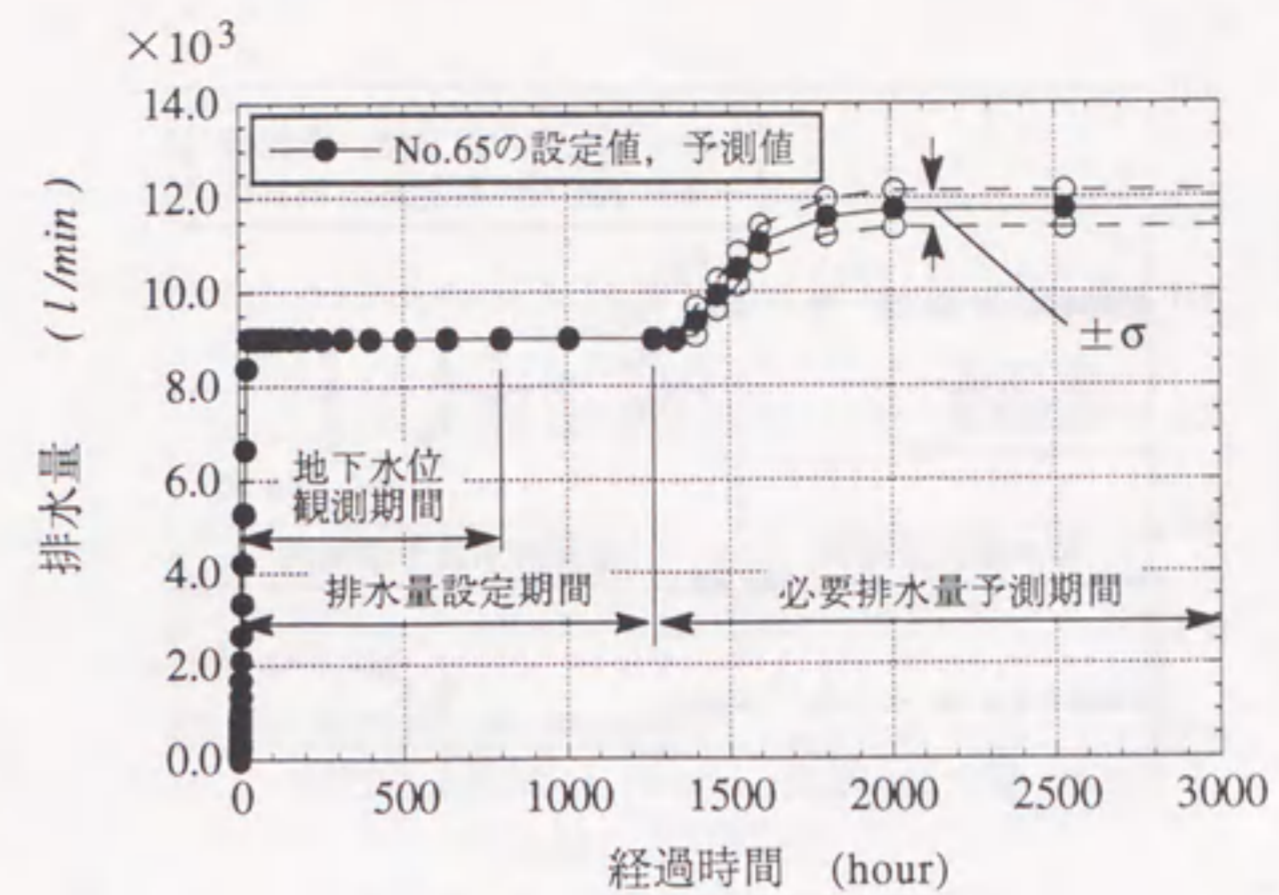


図 6.17: 排水期間中の観測データを用いた透水係数の推定誤差(標準偏差; 単位 cm/s の透水係数の常用対数値)

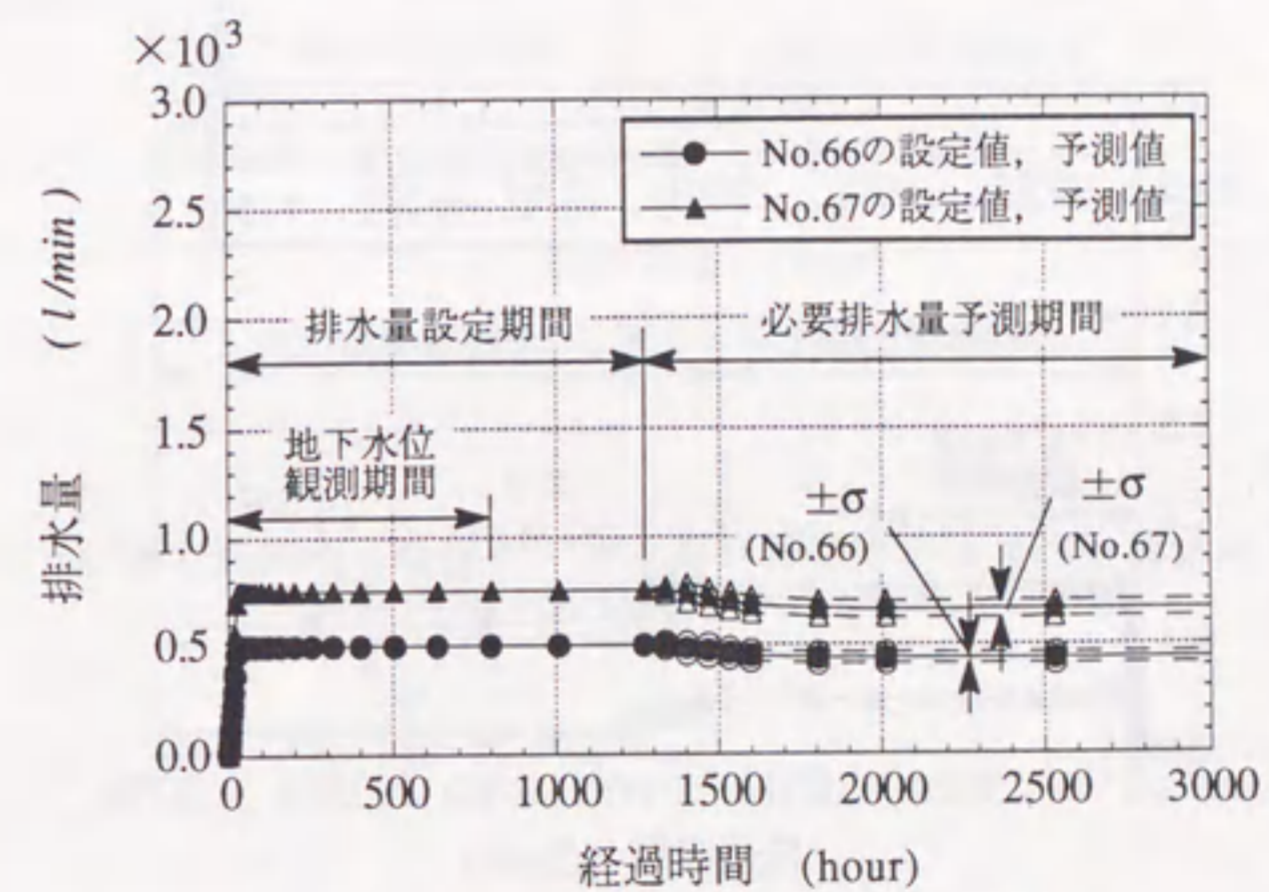
表 6.5: 代替案 a5 による排水開始後 53 日目の地下水位低下量の予測結果

(単位 m)

予測結果 \ 節点	No.65	No.66	No.67	No.76	No.77	No.85	No.86	No.87
予測値 (平均値)	-8.16	-9.97	-10.98	-9.98	-11.10	-10.85	-11.38	-11.55
予測誤差 (標準偏差)	0.190	0.171	0.155	0.184	0.218	0.198	0.306	0.529

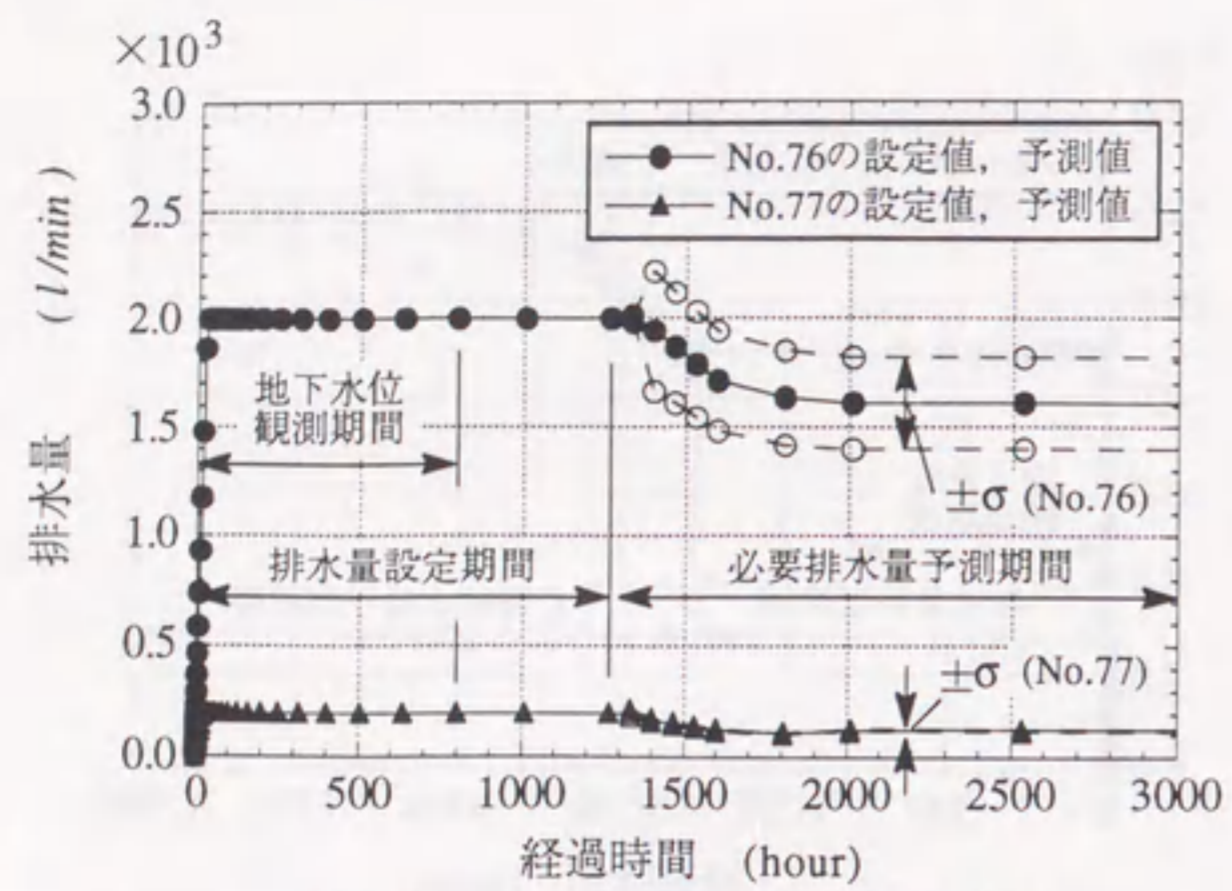


(a) 節点No.65の必要排水量の予測結果

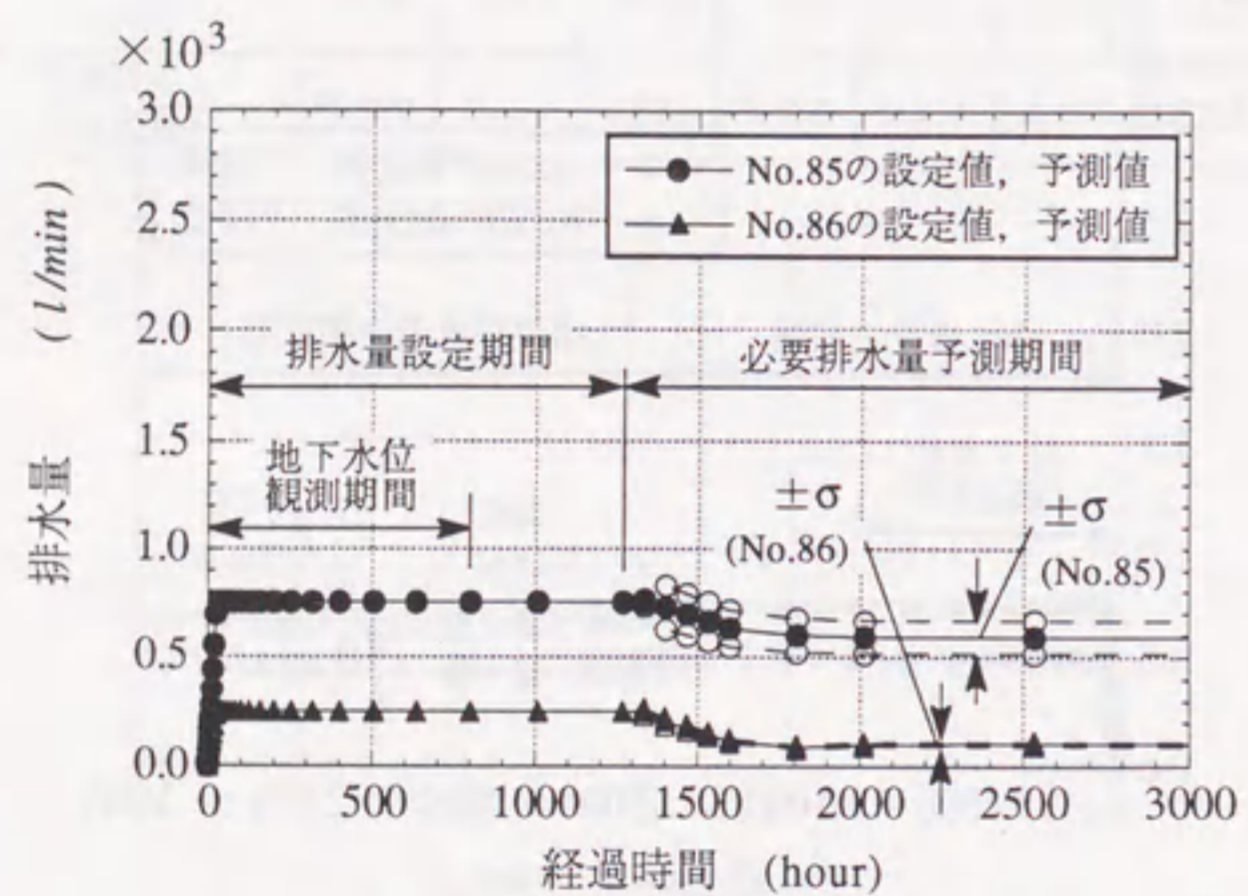


(b) 節点No.66, 67の必要排水量の予測結果

図 6.18a: 排水期間中の観測データを用いた必要排水量の予測結果

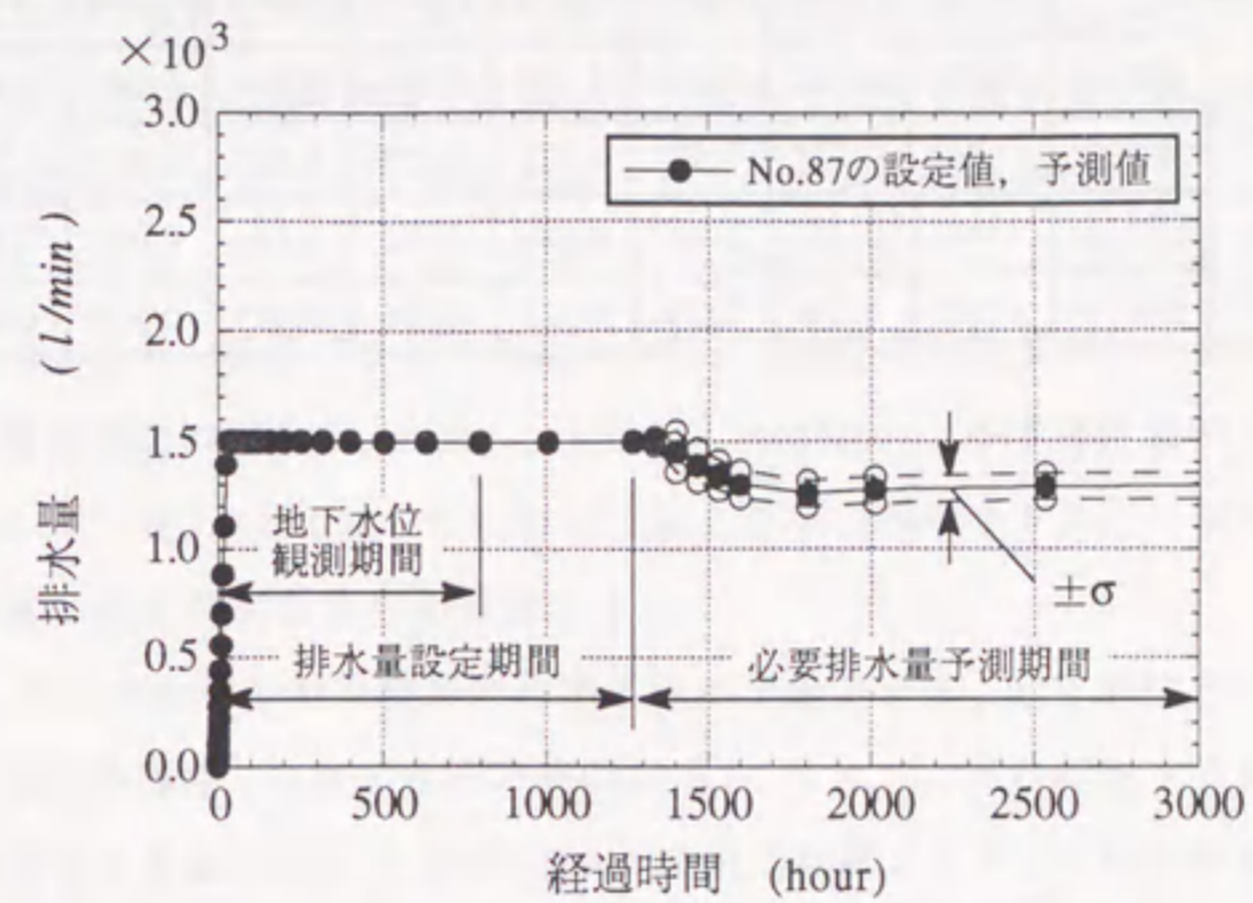


(c) 節点No.76, 77の必要排水量の予測結果



(d) 節点No.85, 86の必要排水量の予測結果

図 6.18b: 排水期間中の観測データを用いた必要排水量の予測結果 (続き)



(e) 節点No.87の必要排水量の予測結果

図 6.18c: 排水期間中の観測データを用いた必要排水量の予測結果 (続き)

表 6.6: 各排水位置の必要排水量の予測結果 (排水開始前と排水開始後の予測結果の比較)

(単位 $\times 10^3$ l/min)

予測結果		節点							
		No.65	No.66	No.67	No.76	No.77	No.85	No.86	No.87
予測値 (平均値)	排水前	9.360	0.391	0.678	1.938	0.166	0.744	0.242	1.470
	排水中	11.764	0.437	0.662	1.611	0.125	0.593	0.104	1.292
予測誤差 (標準偏差)	排水前	1.446	0.167	0.163	0.580	0.072	0.189	0.061	0.162
	排水中	0.387	0.026	0.038	0.211	0.006	0.075	0.010	0.062

表 6.7: 排水量の変更代替案

(単位 $\times 10^3$ l/min)

代替案	節点							
	No.65	No.66	No.67	No.76	No.77	No.85	No.86	No.87
a5-0	9.00	0.50	0.75	2.50	0.20	0.75	0.25	1.50
a5-1	11.76	0.50	0.75	2.50	0.20	0.75	0.25	1.50
a5-2	11.76	0.44	0.66	1.61	0.13	0.59	0.10	1.29

(2) 最適な排水量変更代替案の決定

排水開始前に設定した排水量を今回の予測に基づいて修正することにより、さらに計画地下水位に近い地下水位が確保されるものと考えられる。この点を確認するため、排水量の変更代替案を作成し、式(6.12)と同様 ($w_i=1, C_1=3, C_2=1$) の損失関数を設定して最適な変更代替案を決定する。

表 6.7 の 3 つの変更代替案に基づき地下水位の予測解析を行う。ここでの排水量の変更方法は 53 日目 (約 1270 時間後) においてそれまでの設定排水量を初期値とし、64 日目 (約 1530 時間後) に全て (8 点) の排水井戸で各代替案の排水量になるよう時間に関して線形に排水量を変化させるものとする。この予測計算において排水井戸では排水量を指定することから、状態ベクトル (地下水位、透水係数、流量) と予測誤差共分散マトリクスの構成は先の図 6.15a, 6.15b, 6.15c に示した推定および予測計算の場合と同一である。したがって、図 6.15a, 6.15b, 6.15c に示す 53 日目の状態ベクトルと予測誤差共分散マトリクスを地下水位予測計算の初期値とする。

こうして求めた各変更代替案の地下水位の予測値から、地下水位が定常状態になる 105 日後 (2530 時間後) の地下水位を表 6.8 に示す。また、これらの地下水位の予測結果を用いて期待損失を求め表 6.9 に示す。3 つの変更代替案のうち a5-2 の期待損失は著しく小さくなり、排水量の変更代替案として最適な案となる。これに比べて変更代替案 a5-1 は、排水量を変更しない a5-0 よりも期待損失が大きくなる。この原因として a5-1 では No.65 の排水量のみ増加させることから、井戸干渉により No.65 以外の排水位置の地下水位を必要以上に低下させ、期待損失を増加させる結果となっている。最適な変更代替案である a5-2 による地下水位の予測結果を図 6.19a, 6.19b, 6.19c に示す。排水量の変更に伴い、それ以前に計画地下水位まで低下しない地下水位は低下傾向を示し、計画地下水位以深まで低下している地下水位は上昇傾向を示す。そして定常状態に達する 105 日後 (2530 時間後) にはほぼ計画地下水位の -10.0m に達することが予測されている。

以上に示したように、排水実施前の予測に基づく排水量の設定値を、排水開始後の地下水位の観測データを用いて不確定性の少ない最適な排水量に修正することができる。このような最適排水量の修正は排水期間中の観測データが得られれば、継続して実施することが可能である。また、掘削工事終了後の維持・保全段階においても目的に

じた損失関数の設定を行えば、同様の方法を継続して利用できるものと考えられる。したがって、ここで提案する方法は第1章の表1.1の予測タイプにおいて、タイプA、タイプB1、タイプC1に相当する計画・設計、施工、維持・保全までの広範囲の予測と、その予測結果を利用した最適な地下水対策案の決定に応用できるものと考えられる。

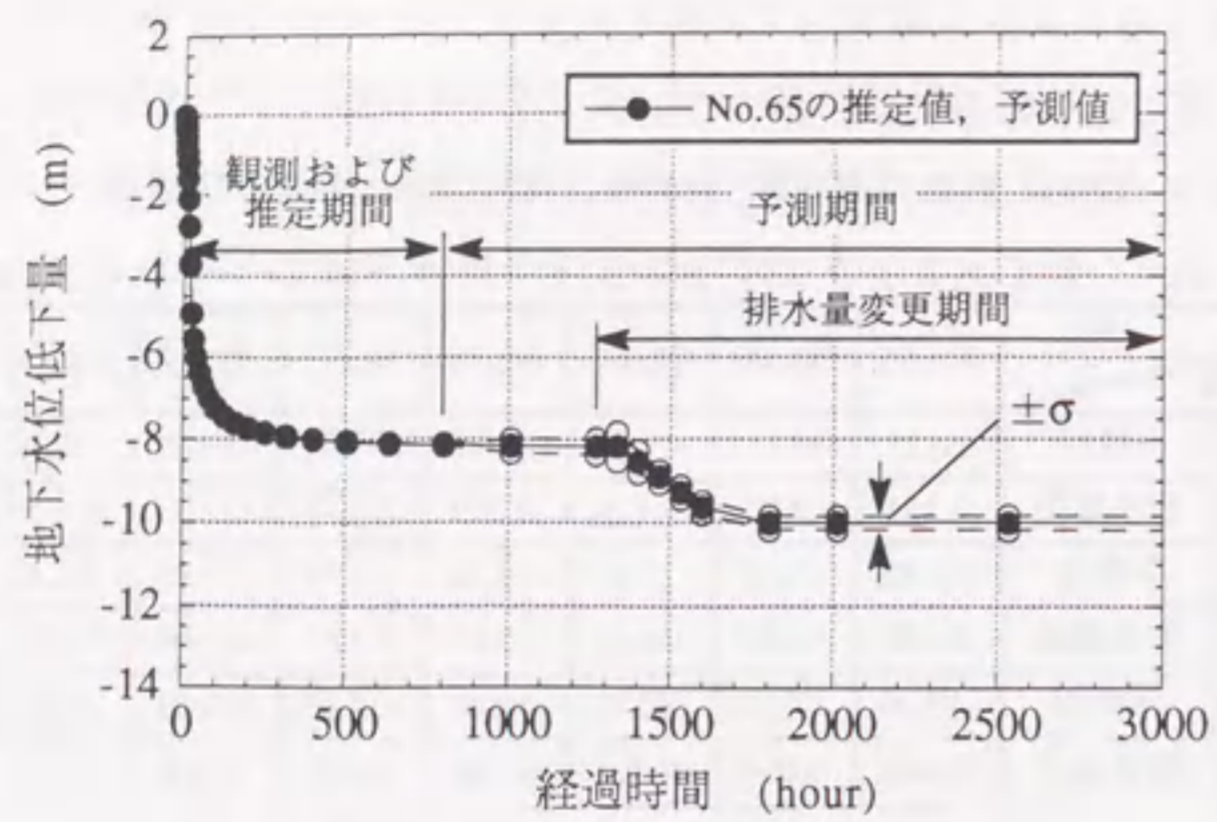
表 6.8: 変更代替案による地下水位低下量の予測結果

(単位 m)

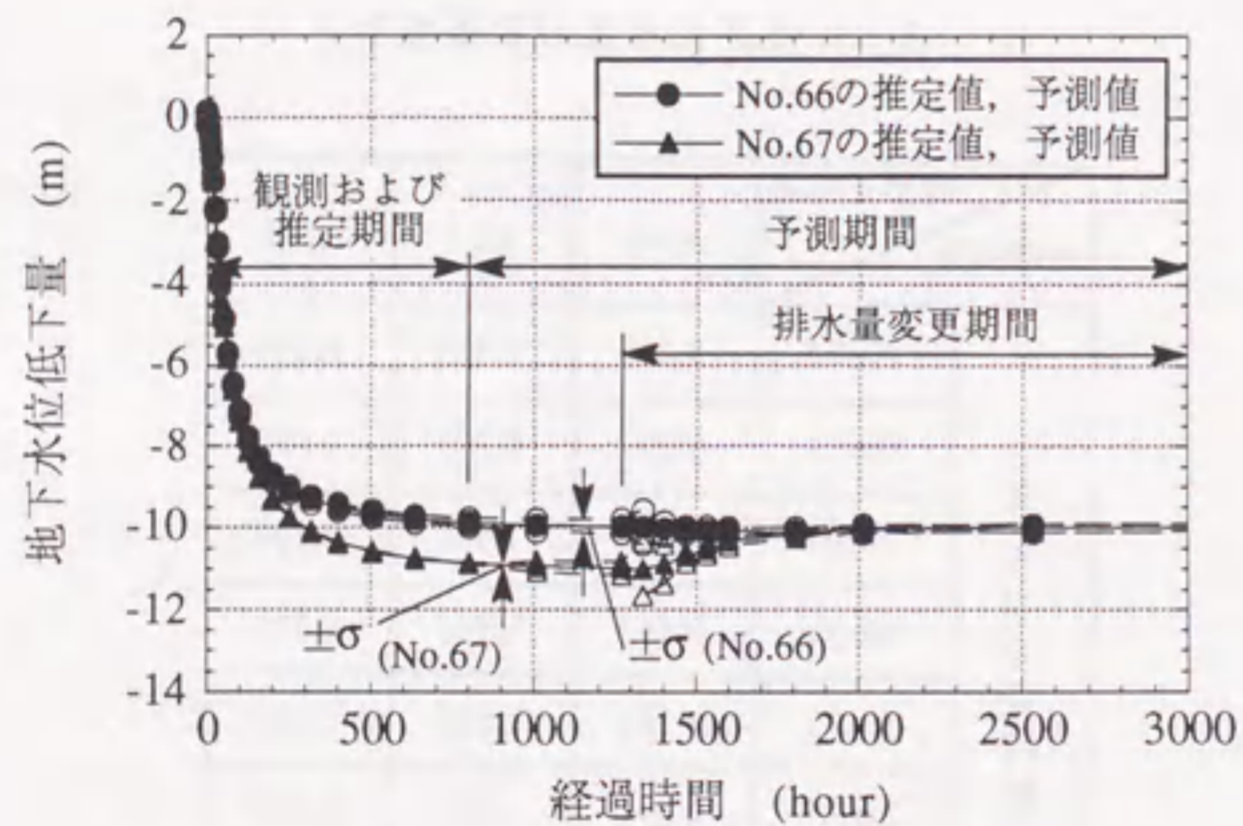
変更代替案		節点							
		No.65	No.66	No.67	No.76	No.77	No.85	No.86	No.87
a5-0	平均値	-8.18	-10.00	-11.02	-10.00	-11.15	-10.89	-11.44	-11.62
	標準偏差	0.131	0.097	0.110	0.259	0.117	0.320	0.178	0.324
a5-1	平均値	-10.38	-11.17	-11.65	-11.36	-11.91	-11.90	-12.30	-12.01
	標準偏差	0.170	0.107	0.113	0.267	0.117	0.316	0.174	0.334
a5-2	平均値	-10.00	-10.00	-10.00	-10.01	-10.01	-10.01	-10.02	-10.02
	標準偏差	0.165	0.096	0.095	0.210	0.097	0.228	0.126	0.272

表 6.9: 変更代替案の期待損失

期待損失		変更代替案		
		a5-0	a5-1	a5-2
各節点の期待損失	No.65	5.460	0.383	0.263
	No.66	0.097	0.107	0.096
	No.67	1.017	1.646	0.152
	No.76	0.413	1.356	0.325
	No.77	1.147	1.905	0.145
	No.85	0.891	1.895	0.354
	No.86	1.436	2.294	0.184
	No.87	1.616	2.005	0.415
期待損失の合計		12.135	12.651	1.991

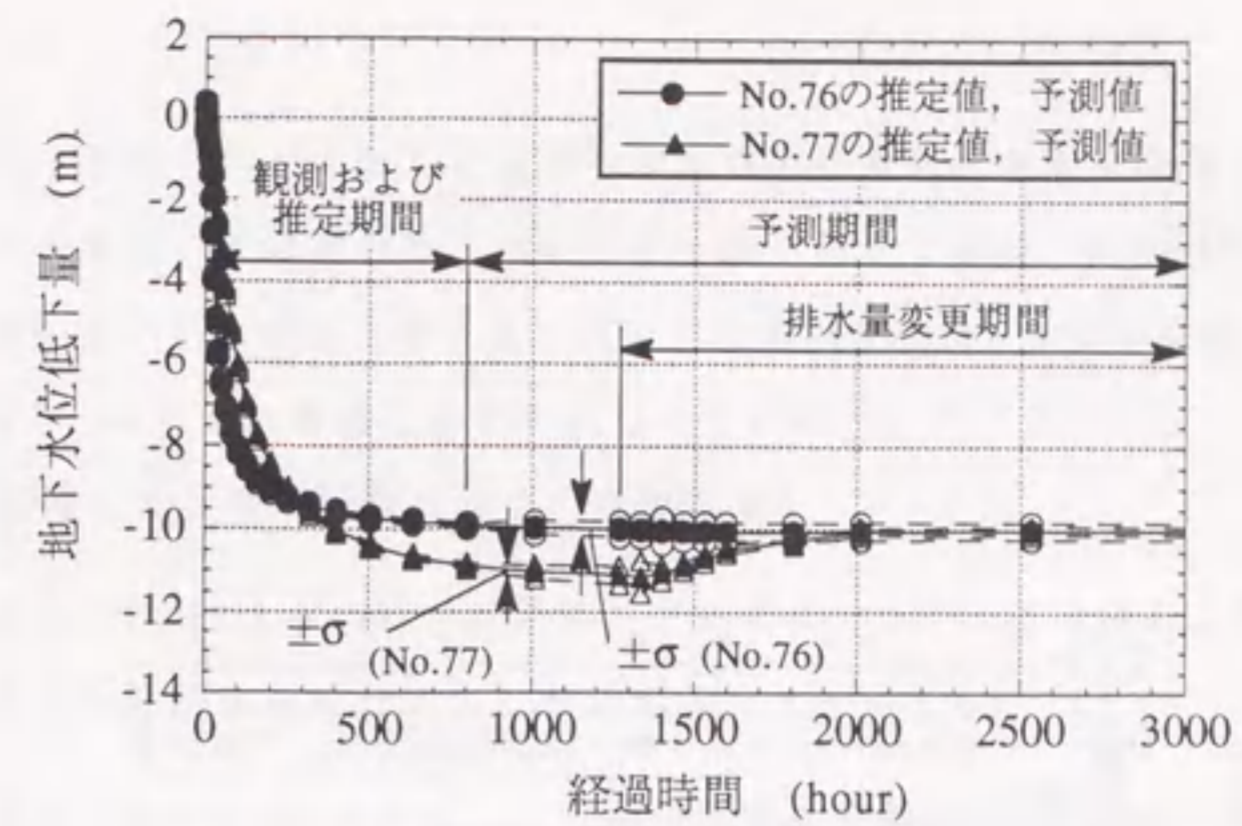


(a) 節点No.65の地下水位低下量の予測結果

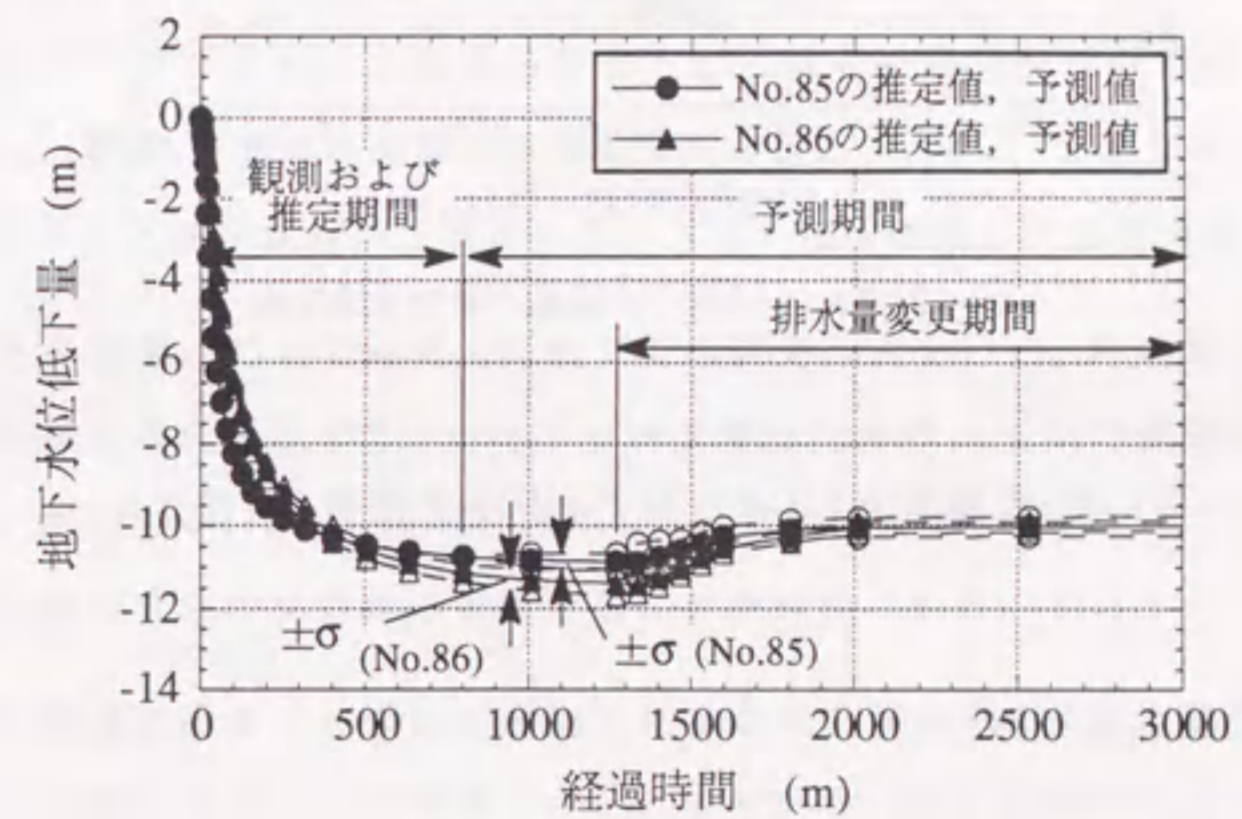


(b) 節点No.66, 67の地下水位低下量の予測結果

図 6.19a: 最適案 a5-2 による地下水位の予測結果

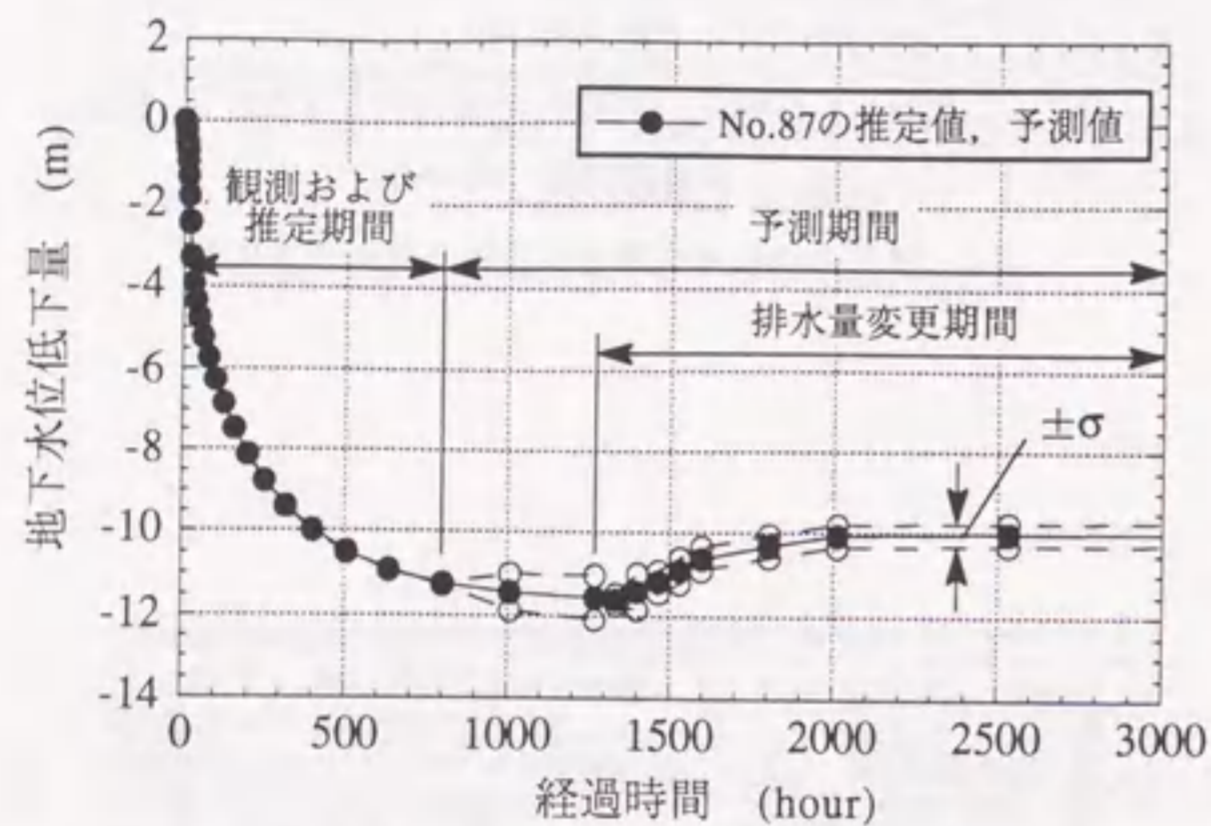


(c) 節点No.76, 77の地下水位低下量の予測結果



(d) 節点No.85, 86の地下水位低下量の予測結果

図 6.19b: 最適案 a5-2 による地下水位の予測結果 (続き)



(e) 節点No.87の地下水位低下量の予測結果

図 6.19c: 最適案 a5-2 による地下水位の予測結果 (続き)

6.5 まとめ

本章では、不確定性を考慮した地盤の透水係数の空間分布推定結果から、時間更新アルゴリズムを用いて将来の地下水流動の予測を行うと共に、統計的決定理論に基づき地下水対策工として最適な排水量の決定方法を提案した。予測手法は第5章に示した拡張カルマンフィルタの時間更新アルゴリズムを用いるものである。

ここで提案した手法の特徴は以下の点である。

1. 拡張カルマンフィルタの時間更新アルゴリズムを用いることから、透水係数の空間分布推定から予測計算に容易に移行することができる。
2. 地下水位、透水係数、流量により状態ベクトルを構成していることから、透水係数の推定値と推定誤差を用いて将来の地下水位と流量の予測値と予測誤差を評価することができる。
3. 上記2.の特徴を利用して、計画地下水位を境界条件として必要排水量の予測を行い、予測値と予測誤差を参考に複数の排水代替案を作成する。ただし、透水係数の推定を行う場合と地下水流動の予測を行う場合で境界条件の種類 (Dirichlet 境界, Neumann 境界) が異なる場合は確率場が異なることになり、未知量から構成される状態ベクトルと推定誤差共分散マトリクスの一部を修正して必要排水量を予測する。
4. 各排水代替案において地下水位低下量の将来予測を行い、計画地下水位に対する損失関数を設定したのち、ベイズリスク最小化基準より期待損失を最小にする代替案を決定する。また、損失関数として非対称な関数を導入することで、計画地下水位以浅とそれ以深で重みを変えることが可能である。
5. 事前の観測データに基づいて決定された最適な排水量を、排水期間中の観測データにより修正することが可能である。すなわち、排水期間中の観測データを用いて状態ベクトルの更新を行い、更新された推定値から上記の3., 4.と同様の方法で変更代替案を決定する。このような観測的方法により事前の観測データでは知り得なかった情報を排水期間中に補い、不確定性の少ない最適な排水量に修正することが可能である。

以上の特徴を有することから、建設工事に伴う地下水対策として、計画・設計、施工、

維持・保全までの各建設段階を通じて、一貫した手法として適用できるものと考えられる。本章では第5章と同様の地盤モデルを用いた数値シミュレーションにより、提案する地下水流動の予測手法と最適な排水量の設定法の有効性を確認した。

第5章と第6章で用いた解析手法は不圧地下水を対象とした平面2次元解析であり、地下水位低下量の評価を主な目的とした。建設工事に伴う地下水対策では、掘削に伴う湧水量も重要な評価項目である。例えば、トンネルや地下空洞の掘削などでは断面2次元解析や3次元解析などが行われ、掘削時の湧水量の評価や止水対策などが検討される。このような場合にも第5章ならびに第6章で示した手法は、有限要素法の定式化を変更することで適用できよう。ただし、湧水量の評価を目的とする場合は、対象とする境界において地下水位（あるいは間隙水圧）を指定した上で湧水量の予測解析を行い、最適な止水対策などを決定することになる。

第7章

結論

本論文では、岩盤も含めた地盤の透水係数の空間分布推定法と、その推定値が有する不確定性を考慮した地下水流動の予測手法を研究対象とした。また、これらの予測結果から、掘削工事の地下水対策工として最適な排水量を設定する手法を検討した。本章では、各章で得られた結論を要約するとともに、今後の課題について述べる。

第2章では、第3章以降の透水係数の空間分布推定を行う上で基礎となる試験法とその評価法を検討した。特に岩盤を多孔質媒体としてモデル化することの妥当性を、クロスホール透水試験結果から判断する新しい解析・評価手法を提案した。まず、Hsieh et al. が提案しているクロスホール透水試験の解析方法を、注入・観測区間の長さを考慮した方法に改良することで、注入・観測区間の設定を自由に行うことができるようにした。次に、解析結果として求められる透水テンソルが、岩盤を多孔質媒体としてモデル化した妥当な値であるか検証する手法を提案した。提案する手法は、クロスホール透水試験中の非定常な水頭増加曲線の特性から、Barkerが示している一般化放射流モデルに基づく流動次元を評価するものである。多孔質媒体として透水テンソルが求められる場合でも、3次元均質異方性多孔質媒体としてのモデル化と、割れ目系モデルなどによる不均質媒体としてのモデル化のいずれが妥当であるかは明確ではない。したがって流動次元を評価し、1次元あるいは2次元な流動特性が得られる場合は不均質性が卓越し、3次元に近い流動特性が得られれば異方性を考慮した均質多孔質媒体としてのモデル化が妥当と判断できる。

提案する手法を花崗岩質岩盤におけるクロスホール透水試験結果の評価に適用した結果、割れ目の卓越方向と非常によく一致する透水テンソルの主軸方向が得られた。しかし、透水係数の絶対値は他の透水試験結果から求めた値よりも大きく、局所的な特性

の違いを反映しているものと考えられた。流動次元を評価した結果、個々の水頭増加曲線は1~2次元であり、対象とする岩盤の透水特性は限られた割れ目を透水経路とする不均質な特性が卓越するものと判断できた。このように多孔質媒体として透水テンソルが求められる場合でも、個々の水頭増加曲線は1~2次元で必ずしも3次元均質異方性媒体とは異なる場合があることが確認できた。

岩盤を多孔質媒体としてモデル化することの妥当性を評価することは、第3章以降で検討した透水係数の空間分布推定法において、推定結果に対するモデル化の誤差の影響を検討する意味で重要となる。一方、クロスホール透水試験結果から、対象とする試験領域の不均質性を詳細に評価する必要がある場合、第5章の逆解析手法を3次元領域で定式化を行えば、局所的な透水係数の空間分布を推定することが可能であろう。このような評価の必要性は試験の目的によって判断される。

第3章と第4章では、計画・設計段階の事前調査として透水係数が多数測定されている場合を対象とする。この場合の透水係数の空間分布推定法は、統計的推定法であるクリッキングを用い、その推定結果を利用した定常解析による予測手法を検討した。予測解析において有限要素法を用いることから、クリッキングでは要素の大きさを考慮したブロック・クリッキングを用い、簡単な断面2次元モデルを用いて推定を試みた。

第4章では、第3章のクリッキングによる推定結果も用いて、飽和・不飽和浸透流解析への線形一次近似法(確率有限要素法)の適用性を検討した。特にここで対象とする解析手法は、確率分布する飽和透水係数と未知量である圧力水頭の関係における非線形性と、不飽和領域が存在することによる既知量と未知量の関係の非線形性が存在する。ここではこれらの2種類の非線形性の影響を調べ、本手法の適用性を検討した。なお、透水係数は飽和透水係数のみ確率分布するものとし、不飽和透水係数は飽和度(体積含水率)より与えられるものとした。検討には1次元および2次元の解析モデルを用い、対数透水係数の平均値(単位 cm/s の透水係数の常用対数値) -6 、標準偏差 0.667 、指数型の自己相関関数(相関パラメータ $1.0m$) の条件を基準として、モンテカルロ法の結果と比較した。

はじめに、飽和領域のみが存在する条件で、飽和透水係数と未知量である圧力水頭の関係における非線形性の影響を検討した。その結果、圧力水頭などの予測値と予測誤差は、実用的には十分な精度で解析できることが確認できた。また、第3章のクリッキン

グによる推定結果を用いると、条件付き確率場として透水係数の不確定性が減少していることから、全般的に圧力水頭の予測誤差が減少する。ただし、飽和透水係数の推定誤差が減少しても、必ずしも全ての位置の圧力水頭の予測誤差が減少するとは限らず、透水係数の推定値の分布状況に応じて部分的には圧力水頭の予測誤差が増大する場合もあることが明らかになった。

次に、不飽和領域が存在することにより、有限要素解析の既知量と未知量の関係における非線形性が加わる場合について検討した。その結果、不飽和領域において圧力水頭などの予測精度が低下することが明らかになった。その影響は、不飽和領域の特性を決定する水分特性曲線と不飽和透水係数比の曲線勾配に依存する。特に、これらの曲線が下に凸な場合は、地下水近傍において、予測誤差の解析精度が大きく低下する可能性があることが明らかになった。また、飽和透水係数の不確定性の大きさによる影響を調べた結果、ここで対象とする対数透水係数の平均値(単位 cm/s の透水係数の常用対数値) -6 、標準偏差 0.667 の範囲では、不飽和領域が存在する場合でも、飽和領域内を主要な検討対象とする場合は線形一次近似法が適用できるものと判断できた。

第5章と第6章では、計画・設計段階および施工段階において、地下水位などの観測データが一定の期間、時系列データとして得られる場合を対象とした。不圧地下水を対象とした平面2次元問題を有限要素法で定式化し、拡張カルマンフィルタを用いた透水係数の空間分布手法を逆解析手法として提案した。また、この推定結果を利用して、拡張カルマンフィルタの時間更新アルゴリズムに基づく地下水流動の予測手法を提案した。さらに、統計的決定理論を用いて、掘削工事の最適排水量を設定する手法を提案した。

第5章では、以上の透水係数の空間分布推定法を示したのち、妥当性の検証と複数の揚水試験結果を利用した推定法を示した。提案する手法は、観測データとして地下水位と流量、あるいは領域内の一部の透水係数が測定されている場合はそれも利用できるような定式化した。ここでは、地下水位と流量(揚水量、注水量など)のいずれを用いても透水係数の推定が可能な点を検証した。複数の揚水試験結果を利用した推定法は、カルマンフィルタの観測更新アルゴリズムがベイズ推定法に基づくフィルタリング理論であることを利用し、1回の試験結果から推定される状態ベクトルの推定値と推定誤差共分散マトリクスを次の試験の事前情報として利用することで、以降の推定結果をさらに信頼できるものに更新する方法である。ベイズ推定法を用いた推定では基本的に観

測データを用いる順番に影響されず、異なる順番でも同一の推定結果が得られる。しかし、拡張カルマンフィルタでは非線形方程式の線形化を行っており、時間軸上で観測データのサンプリング間隔が長くなると線形化の誤差を生じ、この影響により観測データを用いる順番によって推定結果が異なる場合がある。このような線形化の誤差はシステム誤差分散を適切に設定することで除去することができ、良好な推定結果を得ることが可能な点を示した。この理由は、システム誤差共分散マトリクスが時期ステップの推定誤差共分散マトリクスに加え込まれるため、解の安定化に寄与することになり、観測データを用いる順番が異なることによる解の不安定性を緩和するためである。システム誤差分散が適切に設定され良好な推定が行われているか確認する方法は、異なる順番で推定を行いその結果を比較することで確認できる。また、エントロピーに基づいて定義される相互情報量を調べ、異なる順番で推定を行っても最終的に得られる情報量は同一であることを確認した。

第6章では、第5章の透水係数の空間分布推定結果を利用した地下水流動の予測手法を示したのち、掘削工事における各排水井戸の最適な排水量を設定する方法を提案した。この方法では、計画地下水位を境界条件として、各排水井戸で必要になる排水量を不確実性も考慮して予測することができる。ただし、計画地下水位を境界条件として与える場合、透水係数の空間分布推定の過程で設定した境界条件の種類(Dirichlet境界、Neumann境界)が異なると、状態ベクトルと推定誤差共分散マトリクスを修正する必要がある。これは状態ベクトルが未知地下水位、透水係数、未知流量から構成され、境界条件の設定が異なると未知量の構成が異なるためである。これは確率場の構成が異なることを意味する。これらを修正して求めた必要排水量の予測値と予測誤差から、不確実性の大きな位置では複数の案を立て、各排水井戸の排水量の組み合わせにより複数の代替案を作成する。作成された各代替案について、排水量を境界条件として地下水位の予測解析を行うことができる。この場合には、透水係数の空間分布推定時と同種の境界条件となるため、推定終了時の値を初期値として設定し、予測を行うことができる。この地下水位の予測値と予測誤差から、ベイズリスク最小化基準により最適代替案を決定する。特に、本手法では、損失関数に非対称な関数を導入することで、計画地下水位以浅とそれ以深での損失を変更することを可能とした。これにより、計画地下水位まで地下水位が低下しない場合に大きな損失を設定することが可能となり、実際問題への

適用性が増した。以上の提案手法に基づき、最適な排水量が設定できることを数値シミュレーションにより確認した。ここで重要な点は、提案する手法を透水係数の空間分布推定法と組み合わせて利用することで、計画・設計段階の最適排水量の予測を実際の排水期間中の観測データにより修正することが可能になる点である。また、透水係数の推定に用いている拡張カルマンフィルタのアルゴリズムのうち、時間更新アルゴリズムを用いて予測解析を行うため、透水係数の推定から地下水流動の予測まで一貫したシステムとして利用できる。このような利点を有効に利用し、観測的方法により随時最適な排水量に修正し、不確実性の少ない施工が可能になるものと考えられる。さらに状態ベクトルが地下水位、流量、透水係数から構成されるため、広範囲の地下水対策に応用できるものと考えられる。

本論文の第3章以降の結論は、数値シミュレーションに基づく検討により得られた結論である。提案する手法の適用性を検討するには、原位置への適用を行う必要がある。また、未知パラメータに関する確率特性は既知と仮定して検討を行っており、原位置への適用に際しては統計的推定法についても検討を行う必要がある。

参考文献

- [1] 赤井浩一, 大西有三, 西垣誠: 有限要素法による飽和-不飽和浸透流の解析, 土木学会論文報告集, No.264, pp.87-96, 1977.
- [2] Akai, K., Ohnishi, Y. and Nishigaki, M.: Finite element analysis of three-dimensional flows in saturated-unsaturated soil, Proc. 3rd Int. Conf. on Numerical Methods in Geomechanics, Aachen, pp.227-239, 1979.
- [3] Akaike, H.: A new look at the statistical model identification, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol.AC-19, No.6, pp.716-723, 1974.
- [4] 赤池弘次: 情報量基準とは何か—その意味と将来への展望, 数理科学, No.153, pp.5-11, 1976.
- [5] Akutagawa, S.: A back analysis program system for Geomechanics application, Ph.D. thesis, The University of Queensland, 1991.
- [6] Ang, A. H.-S. and Cornell, C. A.: Reliability bases of structural safety and design, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 100, No. 9, pp.1755-1769, 1974.
- [7] 青木一男, 嘉門雅史: 不均質地盤における帯水層定数の同定について, 土木学会論文集, 第382号/III-7, pp.91-99, 1987.
- [8] 青木謙治, 稲葉武史, 堀越清視: 地盤統計手法を用いた地盤のモデル化について, 第22回岩盤力学に関するシンポジウム講演論文集, 土木学会岩盤力学委員会, pp.501-505, 1990.
- [9] 青山成夫, 長久, 福田和寛, 吉岡正: 深部岩盤の透水性評価手法とその適用性, 地下空間利用シンポジウム 1989, pp.149-154, 1989.
- [10] Arai, K., Ohta, H. and Yasui, T.: Simple optimization techniques for excavating deformation moduli from field observation, Soils and Foundations, Vol.23, No.1, pp.108-114, 1983.
- [11] 荒井克彦, 片瀬貴文: トンネル内空変位計測に基づく地盤変形・強度定数の推定, 土質工学会論文報告集, Vol.24, No.2, pp.171-179, 1984.
- [12] 荒井克彦, 片瀬貴文, 谷本親伯: トンネル工事における情報化施工の適用, 土質工学会論文報告集, Vol.24, No.4, pp.211-217, 1984.
- [13] Arai, K., Ohta, H. and Kojima, K.: Estimation of soil parameters based on monitored movement of subsoil under consolidation, Soils and Foundations, Vol.24, No.4, pp.95-108, 1984.
- [14] Arai, K., Ohta, H., Kojima, K. and Wakasugi, M.: Application of back-analysis to several test embankments on soft clay deposits, Soils and Foundations, Vol.26, No.2, pp.60-72, 1986.
- [15] Arai, K., Ohta, H. and Kojima, K.: Estimation of nonlinear constitutive parameters based on monitored movement of subsoil under consolidation, Soils and Foundations, Vol.27, No.1, pp.35-49, 1987.
- [16] 有本卓: カルマン・フィルター, 産業図書, 1977.
- [17] 有本卓: 現代情報理論, 電気通信学会, 1978.
- [18] Asaoka, A.: Observation procedure of settlement prediction, Soils and Foundations, Vol.18, No.4, pp.87-101, 1978.
- [19] Asaoka, A. and Matsuo, M.: Bayesian approach to inverse problem in consolidation and its application to settlement prediction, Proc. 3rd Int. Conf. on Numerical Methods in Geomechanics, Aachen, 1979.
- [20] Baecher, G. B. and Ingra, T. S.: Stochastic FEM in settlement predictions, Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 107, No. 4, pp.449-463, 1981.
- [21] Bakr, A. A., Gelhar, L. W., Gutjahr, A. L. and MacMillan, J. R.: Stochastic analysis of spatial variability in subsurface flows, 1, Comparison of one- and three-dimensional flows, Water Resour. Res., 14, 263-271, 1978.
- [22] Barenblatt, G., Zheltov, I. P., Kochina, I. N.: Basic concepts in the theory of seepage of homogeneous liquid in fissured rock, Prikl. Matem. Makh. Vol.24, pp.852-864, 1960.
- [23] Barker, J. A.: A Generalized Radial Flow Model for Hydraulic Tests in Fractured Rock, Water Resour. Res., Vol.24, No.10, pp.1796-1804, 1988.
- [24] Bear, J.: Dynamics of Fluids in Porous Media, American Elsevier Pub. Comp. Inc., New York, 1972.
- [25] Bennion, D. W. and Griffiths, J. C.: A stochastic model for predicting variations in reservoir in reservoir rock properties, Trans. AIME, 237, Part 2, pp. 9-16, 1966.
- [26] Bibby, R. and Sunada, D. K.: Statistical error analysis of a numerical model of confined groundwater flow in stochastic hydraulics: Proc. 1st Int. Symp. on Stochastic Hydraulics, edited by C.L. Chiu, pp.591-612, 1971.
- [27] Black, J. H., Barker, J. A. and Noy, D. J.: Crosshole investigations: the method, theory and analysis of crosshole sinusoidal pressure tests in fissured rock, Stripa Proj., Int. Rep. 86-03, SKB, Stockholm, 1986.
- [28] Brust, K. J., van Bavel, C. H. M. and Stirk, G. B.: Hydraulic properties of a clay-loam soil and the field measurement of water uptake by roots, 3, Soil Science Society America Proc., 32, 322-326, 1968.
- [29] Bulnes, A. C.: An application of statistical method to core analysis data of dolomitic limestone, Trans. AIME, Vol.165, pp. 223-240, 1946.
- [30] Burgess, T. M. and Webster, R.: Optimal interpolation and isarithmic mapping of soil properties, 1, The semi-variogram and punctual kriging, Journal of Soil Science, Vol.31, pp.315-331, 1980.
- [31] Burgess, T. M. and Webster, R.: Optimal interpolation and isarithmic mapping of soil properties, 2, Block kriging, Vol.31, pp.333-341, 1980.
- [32] Burgess, T. M., Webster, R. and McBratney, A. B.: Optimal interpolation and isarithmic mapping of soil properties, 4, Sampling strategy, Vol.31, pp.643-659, 1980.
- [33] Cambou, B.: Application of first-order uncertainty analysis in the finite element method in linear elasticity, Proc. 2nd Int. Conf. on Applications of Statistics and Probability in Soil and Structural Engineering, Aachen, pp.67-87, 1975.
- [34] Chavent, G., Dupuy, M. and Lemonnier, P.: History matching by use of optimal control theory, Soc. Pet. Eng. J., Vol.15, No.1, pp.74-86, 1975.
- [35] Chen, W. H., Gavalas, G. R., Seinfeld, J. H. and Wasserman, M. L.: A new algorithm for automatic historic matching, Soc. Pet. Eng. J., Vol.14, No.6, pp.593-608, 1974.
- [36] 地下水ハンドブック編集委員会: 地下水ハンドブック, 建設産業調査会, 1983.
- [37] 地下水問題研究会編: 地下水汚染論 —その基礎と応用—, 共立出版, 1991.
- [38] 地下空間利用技術に関するテクノロジーアセスメント委員会: 地下空間利用技術に関するテクノロジーアセスメント, 日本産業技術振興協会・エンジニアリング振興協会, 1988.
- [39] 地下空間利用技術に関する研究小委員会: 21世紀の新しい地下空間利用に向けて, 土木学会論文集, 第403号/VI-10, pp.25-35, 1989.
- [40] 長久, 野口義文, 穂刈利之, 奥野哲夫, 日下部寧: 孔間透水試験による岩盤透水係数の三次元異方性評価, 第8回岩の力学国内シンポジウム講演論文集, pp.447-452, 1990.
- [41] Christakos, G.: Modern statistical analysis and optimal estimation of geotechnical data, Engineering Geology, Vol.22, No.2, pp.175-200, 1985.

- [42] Christakos, G. : A stochastic approach in modelling and estimating geotechnical data, *Int. Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol.11, pp.79-102, 1987.
- [43] Cividini, A., Jurina, L. and Gioda, G. : Some aspects of characterization problem in geomechanics, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr.*, Vol.18, pp.487-503, 1981.
- [44] Cividini, A., Maier, G. and Nappi, A. : Parameter estimation of a static geotechnical model using a Bayes' approach, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol.20, No.5, pp.215-226, 1983.
- [45] Cloosman, P. J. : An aquifer model for fissured reservoirs, *Soc. Pet. Eng., J.* Vol.15, No.4, pp.385-398, 1975.
- [46] Cooley, R. L. : A method of estimating parameters and assessing reliability for models of steady state ground flow, 1, Theory and numerical properties, *Water Resour. Res.*, Vol.13, No.2, pp.318-324, 1977.
- [47] Cooley, R. L. : Incorporation of prior information on parameters into nonlinear regression groundwater flow models, 1, Theory, *Water Resour. Res.*, Vol.18, No.4, pp.965-976, 1982.
- [48] Cornell, C.A. : First-order uncertainty analysis of soils deformation and stability, *Proc 1st Int. Conf. on Applications of Statistics and Probability in Soil and Structural Engineering*, Hong Kong, pp.130-144, 1971.
- [49] Dagan, G. : Stochastic modeling of groundwater flow by unconditional and conditional probabilities. The inverse problem, *Water Resour. Res.*, Vol.21, No.1, pp.65-72, 1985.
- [50] Dane, J. H. and Hruska, S. : In-situ determination of soil hydraulic properties during drainage, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, Vol.47, pp.619-624, 1983.
- [51] Delhomme, J. P. : Kriging in the Hydrosiences, *Advances in Water Resources*, Vol.1, No.5, pp.251-266, 1978.
- [52] Delhomme, J. P. : Spatial Variability and Uncertainty in Groundwater Flow Parameters : A Geostatistical Approach, *Water Resour. Res.*, Vol.15, No.2, pp.269-280, 1979.
- [53] Desai, C. S. : Seepage analysis of earth banks under drawdown, *J. Soil Mechanics, ASCE*, Vol.98, No.11, pp.1143-1162, 1972.
- [54] Dettinger, M. D. and Wilson, J. L. : First order analysis of uncertainty in numerical models of groundwater flow, Part 1. Mathematical development, *Water Resour. Res.*, Vol.17, No.1, pp.149-161, 1981.
- [55] Distefano, N. and Rath, A. : An identification approach to subsurface hydrological systems, *Water Resour. Res.*, Vol.11, No.6, pp.1005-1012, 1975.
- [56] Duguid, J. and Lee, P. C. Y. : Flow in fractured porous media, *Water Resour. Res.*, Vol.13, No.3, pp.558-566, 1977.
- [57] Emsellem, Y. and Marsily, G. de : An automatic solution for the inverse problem, *Water Resour. Res.*, Vol.7, No.5, pp.1264-1283, 1971.
- [58] Feng, Z. L. and Lewis, R. W. : Optimal estimation of in-situ ground stresses from displacement measurements, *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, Vol.11, pp.391-408, 1987.
- [59] Freeze, Allen. R. : A stochastic-conceptual analysis of one-dimensional groundwater flow in nonuniform homogeneous media, *Water Resour. Res.*, Vol. 11, No. 5, pp.725-741, 1975.
- [60] Frind, E. O. and Pinder, G. F. : Galerkin solution of the inverse problem for aquifer transmissivity, *Water Resour. Res.*, Vol.9, No.5, pp.1379-1410, 1973.
- [61] 古市徹: 環境移流拡散現象の解析手法と数値シミュレーションに関する研究—有限要素法を軸として—, 京都大学学位論文, 1984.
- [62] Gavalas, G. R., Shah, P. C. and Seinfeld, J. H. : Reservoir history matching by Bayesian estimation, *Soc. Pet. Eng., J.*, Vol.16, No.6, pp.337-350, 1976.
- [63] Gelhar, L. W. and Axness, C. L. : Three dimensional stochastic analysis of macrodispersion in aquifers, *Water Resour. Res.*, 19, 161-180, 1983.
- [64] Gelhar, L. W. : Stochastic subsurface hydrology from theory to applications, *Water Resour. Res.*, Vol.22, No.9, pp.135s-145s, 1986.
- [65] Van Genuchten, M. Th. : A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, Vol.44, No.5, pp.892-898, 1980.
- [66] Gioda, G. and Maier, G. : Direct search solution of an inverse problem in elastoplasticity : identification of cohesion, friction angle, and in situ stress by pressure tunnel tests, *Int. J. Num. Meth. Engng.*, Vol.15, pp.1823-1848, 1980.
- [67] Gioda, G. and Jurina, L. : Numerical identification of soil-structure interaction pressures, *Int. J. Num. Anal. Methods Geomech.*, Vol.5, pp.33-56, 1981.
- [68] Hefez, E., Shamir, V. and Bear, J. : Identifying the parameters of an aquifer cell model, *Water Resour. Res.*, Vol.11, No.6, pp.993-1004, 1975.
- [69] 日野幹雄: Kalman の予測推定理論の平易な誘導について, 東京工業大学土木工学科研究報告, No.15, pp.91-99, 1973.
- [70] 平野文昭: 広領域における透水量係数および非定常地下水水頭の空間分布の推定に関する基礎的研究, 九州大学学位論文, 1985.
- [71] Hisada, T. and Nakagiri, S. : Stochastic finite element method developed for structural safety and reliability, *Proc. 3rd Int. Conf. on Structural Safety and Reliability*, Sydney, pp. 395-408, 1981.
- [72] Hisada, T. and Nakagiri, S. : Role of stochastic finite element method in structural safety and reliability, *Proc. 4th Int. Conf. on Structural Safety and Reliability*, Kobe, pp.385-394, 1985.
- [73] 久武勝保, 伊藤富男, 太田哲也: トンネル問題における三次元逆解析法, 第16回岩盤力学に関するシンポジウム, pp.185-189, 1984.
- [74] Hisatake, M. and Ito, T. : Back analysis for tunnels by optimization method, *Proc. 5th Int. Conf. Num. Meth. Geomech.*, Nagoya, Vol.2, pp.1301-1307, 1985.
- [75] Hoeksema, R. J. and Kitanidis, P. K. : An application of the geostatistical approach to the inverse problem in two-dimensional groundwater modeling, *Water Resour. Res.*, Vol.20, No.7, pp.1003-1020, 1984.
- [76] Hoeksema, R. J. and Kitanidis, P. K. : Comparison of Gaussian conditional mean and kriging estimation in the geostatistical solution of the inverse problem, *Water Resour. Res.*, Vol.21, No.6, pp.825-836, 1985.
- [77] 本城勇介・松永正宏: 土の締め固め施工管理に関する一考察, 地盤工学におけるリスク評価手法に関するシンポジウム, III-5, pp.109-116, 1987.
- [78] 本城勇介, 森嶋章: 地下水浸透流解析モデルのパラメータ推定: 推定の不確実性とその予測への影響, 土木学会論文集, 第400号/III-10, pp.215-224, 1988.
- [79] 本城勇介, 長尾義三, 坂口修司: 空間的に分布する土質データの内挿法に関する基礎的研究(2次統計量の推定について), 土木学会第43会年次学術講演会, 第3部門, pp.688-689, 1988.
- [80] 星谷勝, 石井清: 構造物の信頼性設計法, pp.88-91, 鹿島出版会, 1986.
- [81] 星谷勝, 齊藤悦郎: 建設技術者のためのデータ解析と応用—カルマンフィルタを中心として—, 鹿島出版会, 1991.
- [82] Hsieh, P. A. and Neuman, S. P. : Field Determination of the Three-Dimensional Hydraulic Conductivity Tensor of Anisotropic Media 1. Theory, *Water Resour. Res.*, Vol.21, No.11, pp.1655-1665, 1985.
- [83] Hsieh, P. A., Neuman, S. P., Stiles, G. K. and Simpson, E. S. : Field Determination of the Three-Dimensional Hydraulic Conductivity Tensor of Anisotropic Media 2. Methodology and Application to Fractured Rocks, *Water Resour. Res.*, Vol.21, No.11, pp.1667-1676, 1985.
- [84] Huyakorn, P. S., Lester, B. H. and Faust, C. R. : Finite element techniques for modeling groundwater flow in fractured aquifers, *Water Resour. Res.*, Vol.19, No.4, pp.1019-1035, 1983.

- [85] Huyakorn, P. S. and G. F. Pinder (赤井浩一訳監修): 地下水解析の基礎と応用 上巻 基礎編, 現代工学社, 1987.
- [86] Ichikawa, Y., Kyoya, T. and Kawamoto, T.: Determination of elasto-plastic parameters by an inverse analysis method as a boundary control problem, Proc. 2nd Int. Symp. Field Measurement, Vol.2, A. A. Balkema., pp.1097-1104, 1987.
- [87] Ichikawa, Y. and Ohkami, T.: Parameter identification as a boundary control problem for linear elastic materials, Soils and Foundations, Vol.32, No.2, pp.35-44, 1992.
- [88] Jacquard, P. and Jain, C.: Permeability distribution from field pressure data, Soc. Pet. Eng. J., Vol.5, No.4, pp.281-294, 1965.
- [89] Jahns, H. O.: A rapid method for obtaining a two-dimensional reservoir description from well pressure response data, Soc. Pet. Eng. J., Vol.6, No.4, pp.315-327, 1966.
- [90] Jazwinski, A. H.: Stochastic processes and filtering theory, Academic Press, 1970.
- [91] Journel, A. G. and Huijbregts, Ch. J.: Mining Geostatistics, Academic Press, 1978.
- [92] 門田俊一, 齊藤悦郎, 和久昭正, 鎌田正孝: 拡張カルマンフィルターを用いた異方性岩盤物性の同定, 第7回岩の力学国内シンポジウム講演概要集, pp.379-384, 1987.
- [93] 門田俊一: 掘削に伴う地盤の応力・変形解析とその適用に関する研究, 名古屋大学学位論文, 1992.
- [94] Kalman, R. E.: A new approach to linear filtering and prediction problems, Trans. ASME, J. Basic Eng., vol.82D(1), pp.34-45, 1960.
- [95] Kalman, R. E.: New results in linear filtering and prediction theory, Trans. ASME, J. Basic Eng., vol.83D(1), pp.95-108, 1961.
- [96] 片山徹: 応用カルマンフィルタ, 朝倉書店, 1983.
- [97] 川本眺万, 門田俊一: 亀裂性岩盤内の浸透流の解析について, 発電水力, No.147, pp.7-16, 1977.
- [98] 川本眺万, 吉中龍之進, 日々野敏: 新体系土木工学 岩盤力学 20, 土木学会編, 1985.
- [99] Kirsten, H. A. D.: Determination of rock mass elastic moduli by back analysis of deformation measurements, Z. T. Bieniawski(ed), Proc. of Sympo. on Exploration for rock engng., Johannesburg, Vol.1, pp.165-172, 1976.
- [100] Kitanidis, P. K. and Vomvoris, E. G.: A geostatistical approach to the inverse problem in groundwater modeling (steady state) and onedimensional simulations, Water Resour. Res., Vol.19, No.3, pp.677-690, 1983.
- [101] Kitanidis, P.K.: Statical estimation of polynomial generalized covariance functions and hydrologic applications, Water Resour. Res., Vol.19, No.4, pp.909-921, 1983.
- [102] Kitanidis, P.K.: Parameter uncertainty in estimation of spatial functions: Bayesian analysis, Water Resour. Res., Vol.22, No.4, pp.499-507, 1986.
- [103] Der Kiureghian, A. and Ke, J.-B.: The stochastic finite element method in structural reliability, Probabilistic Engineering Mechanics, Vol. 3, No. 2, pp.83-91, 1988.
- [104] Kleinecke, D.: Use of linear programming for estimating geohydrologic parameters of groundwater basins, Water Resour. Res., Vol.7, No.2, pp.367-375, 1971.
- [105] 河野伊一郎, 西垣誠, 田中慎一: 飽和・不飽和浸透流における非定常塩水化現象の有限要素法解析, 土木学会論文報告集, No.311, pp.103-111, 1983.
- [106] 河野伊一郎: 地下水工学, 鹿島出版会, 1989.
- [107] 河野伊一郎, 西垣誠, 竹下祐二: 逆解析手法を用いた被圧帯水層における揚水試験結果の解析方法, 土質工学会論文報告集, Vol.29, No.2, pp.159-168, 1989.
- [108] (財)国土開発技術研修センター: ルジオンテスト技術指針・同解説, 建設省河川局開発課監修, 1984.
- [109] 駒田広也: 飽和・不飽和土中の非定常浸透流解析, 電力中央研究所報告, No.377015, 1978.
- [110] 駒田広也, 大町達夫: フィルダムの三次元浸透流解析, 大ダム, No.86, pp.1-15, 1978.
- [111] 駒田広也, 中川加明一郎, 北原義浩, 林正夫: 水封式燃料地下貯蔵用空洞周辺岩盤の浸透流に関する検討, 土木学会論文報告集, No.300, pp.69-80, 1980.
- [112] 駒田広也, 西岡利道, 松尾和俊: 高瀬ダム湛水過程の浸透流に関する実測値と解析値との比較検討, 土木学会論文報告集, No.311, pp.103-111, 1981.
- [113] 今野浩, 山下浩: 非線形計画法, 日科技連, 1978.
- [114] 久保司郎: 逆問題, 計算力学とCAEシリーズ10, 培風館, 1992.
- [115] 草深守人, 向上拡美, 三原正哉, 北村孝海: 有限要素法による飽和・不飽和浸透の二次元非定常解析について, 間組研究年報, pp.33-50, 1977.
- [116] Kyoya, T., Ichikawa, Y., Aydan, O. and Kawamoto, T.: Identification of the damage tensor for jointed rock mass by an Inverse Analysis, Proc. 6th Int. Conf. Numer. Meth. Geomech., Innsbruck, Vol.3, pp.2017-2022, 1988.
- [117] Lambe, T.W.: Predictions in soil engineering, Geotechnique, Vol.23, No.2, pp.149-202, 1973.
- [118] Law, J.: A statistical approach to the interstitial heterogeneity of sand reservoirs, Trans. AIME, Vol.155, pp.202-222, 1944.
- [119] Long, J. C. S., Remer, J. S., Wilson, C.R. and Witherspoon, P. A.: Porous Media Equivalents for Networks of Discontinuous Fractures, Water Resour. Res., Vol.18, No.3, pp.645-658, 1982.
- [120] Long, J. C. S.: Investigation of Equivalent Porous Media Permeability in Networks of Discontinuous Fractures, Ph.D. Dissertation, Univ. of Calif., Berkeley, 1983.
- [121] Louis, C. and Maini, Y. N.: Determination of in situ hydraulic parameters in jointed rock, Proc. 2nd congress ISRM, Belgrade, Vol.1, pp.1-32, 1970.
- [122] Louis, C.: Introduction a l'Hydraulique des Roches(in French), Bureau de Recherches Geologiques et Minières, Orleans, France, 1974.
- [123] Marino, M. A. and Yeh, W. W.-G.: Identification of parameters in finite leaky aquifer systems, J. Hydraul. Div. Am. Soc. Civ. Eng., Vol.99, HY2, pp.319-336, 1973.
- [124] Marsily, G. de: Quantitative Hydrogeology, Academic Press Inc., 1986.
- [125] 増山元三郎: 少数例のまとめ方 2, 竹内書店新社, 1964.
- [126] Matheron, G.: Principle of geostatistics, Economic Geology, Vol. 58, pp.1246-1266, 1963.
- [127] Matsuo, M. and Asaoka, A.: Dynamic design philosophy of soils based on the Bayesian reliability prediction, Soils and Foundations, Vol.18, No.4, pp.1-17, 1978.
- [128] 松尾稔: 地盤工学 信頼性設計の理念と実際, 技報堂出版, 1984.
- [129] McMillan, W. D.: Theoretical analysis of groundwater basin operations, Water Resources Center Contribution 114, 167 pp., Univ. of Calif., Berkeley, 1966.
- [130] 宮沢光一: 情報・決定理論序説, 岩波書店, 1971.
- [131] 水収支研究グループ編: 地下水資源・環境論 —その理論と実践—, 共立出版, 1993.
- [132] 百田博宣, 楠本太: 多孔質地山の地下空洞を対象とした三次元地下水解析, 第2.9回水理講演会論文集, pp.739-744, 1985.
- [133] 百田博宣, 佐藤邦明: 割れ目系地山のトンネル・空洞を対象とした地下水の三次元挙動の解析, 土木学会論文集, No.364, pp.41-50, 1985.
- [134] 百田博宣, 藤城泰行, 青木謙治, 花村哲也: 降雨浸透を考慮した岩盤中の地下水挙動に関する解析的検討, 土木学会論文集, No.379, pp.74-82, 1987.

- [135] Murakami, A. and Hasegawa, T.: Observation prediction of settlement using Kalman filter theory, Proc. 5th Int. Conf. Num. Meth. Geomech., Nagoya, pp.1637-1643, 1985.
- [136] 村上章, 長谷川高士: Kalman フィルター有限要素法による逆解析と観測点配置, 土木学会論文集, 第388号/III-8, pp.227-235, 1987.
- [137] 村上章: 農業土木技術者のための最新土質工学(その4) - 逆解析 -, 農業土木学会誌, 第57巻, 第10号, pp.981-986, 1989.
- [138] Murakami, A.: Studies on the application of Kalman filtering to some geomechanical problems related to safety assessment, Doctoral thesis, Kyoto University, 1991.
- [139] 武者利光, 岡本良夫: 逆問題とその解き方, オーム社, 1992.
- [140] 中川徹, 小柳義夫: 最小二乗法による実験データ解析, 東京大学出版会, 1982.
- [141] 中桐滋, 久田俊明: 確率有限要素法入門, 培風館, 1985.
- [142] Navarro, A.: A modified optimization method of estimating aquifer parameters, Water Resour. Res., Vol.13, No.6, pp.935-939, 1977.
- [143] Nelson, R. W.: In-place measurement of permeability in heterogeneous media, 1, Theory of a proposed method, J. Geophys. Res., Vol.65, No.6, pp.1753-1758, 1960.
- [144] Nelson, R. W.: In-place measurement of permeability in heterogeneous media, 2, Experimental and computational considerations, J. Geophys. Res., Vol.66, No.8, pp.2469-2478, 1961.
- [145] Nelson, R. W.: In-place determination of permeability distribution for heterogeneous porous media through analysis of energy dissipation, Soc. Pet. Eng. J., Vol.8, No.1, pp.33-42, 1968.
- [146] Neuman, S. P.: Calibration of distributed parameter groundwater flow models viewed as a multiple-objective decision process under uncertainty, Water Resour. Res., Vol.9, No.4, pp.1006-1021, 1973.
- [147] Neuman, S. P.: Saturated unsaturated seepage by finite elements, J. Hydraulic Division, ASCE, Vol.99, No.12, pp.2233-2250, 1973.
- [148] Neuman, S. P. and Yakowitz, S.: A statistical approach to the inverse problem of aquifer hydrology, 1, Theory, Water Resour. Res., Vol.15, No.4, pp.845-860, 1979.
- [149] Neuman, S. P.: A statistical approach to the inverse problem of aquifer hydrology, 3, Improved solution method and added perspective, Water Resour. Res., Vol.16, No.2, pp.331-346, 1980.
- [150] Neuzil, C. E. and Tracy, J. V.: Flow through fractures, Water Resour. Res., Vol.17, No.1, pp.191-199, 1981.
- [151] Nguyen, V. U.: Back calculation of slope failures by the secant method, Geotechnique, Vol.34, No.3, pp.423-427, 1984.
- [152] 西垣誠: 単孔式原位置透水試験法の整理(その1), 地下水と井戸とポンプ, 第28巻, 第2号, pp.11-23, 1986.
- [153] 西垣誠: 単孔式原位置透水試験法の整理(その2), 地下水と井戸とポンプ, 第28巻, 第3号, pp.15-24, 1986.
- [154] 西垣誠: 単孔式原位置透水試験法の諸問題, 地下水と井戸とポンプ, 第28巻, 第5号, pp.1-13, 1986.
- [155] 西垣誠, 白石知成, 猪瀬二郎, 河村志朗: 地下鉄建設による多層地盤での複数地下水位変動の3次元浸透解析による予測, 地下水学会誌, 第32巻, 第4号, pp.231-240, 1990.
- [156] 西垣誠, 竹下祐二, 河野伊一郎: 室内試験による不飽和浸透特性の非定常算定方法, 土木学会論文集, No.454/III-20, pp.103-112, 1992.
- [157] 野口義文, 飯島章夫, 中村直昭: 花崗岩体の深部における割れ目の評価と透水性, 第11回西日本岩盤工学シンポジウム論文集, pp.85-90, 1990.
- [158] Nutbrown, D. A.: Identification of parameters in a linear equation of groundwater flow, Water Resour. Res., Vol.11, No.4, pp.581-588, 1975.

- [159] 小田匡寛, 前沢卓郎, 数納慎悟, 羽出山吉裕: クラックテンソルによる岩盤透水係数の評価, 第6回岩の力学国内シンポジウム講演論文集, pp.121-126, 1985.
- [160] Oda, M.: Permeability tensor for discontinuous rock masses, Geotechnique 35, No.4, pp.483-495, 1985.
- [161] Oda, M., Hatsuyama, Y. and Ohnishi, Y.: Numerical Experiments on Permeability Tensor and Its Application to Jointed Granite at Stripa Mine, Sweden, Journal of Geophysical Research, Vol.92, No.8, pp.8037-8048, July 10, 1987.
- [162] 大上俊之, 楠英人, 三井康司, 草間孝志: 直交異方性弾性体に於ける同定問題の境界要素解析, 境界要素法論文集, Vol.5, pp.107-112, 1988.
- [163] 大上俊之: 一般化逆解析手法と岩盤力学への適用, 名古屋大学学位論文, 1991.
- [164] 大西有三, 東出明弘: 逆問題の考え方と岩盤工学への適用, 第15回岩盤力学に関するシンポジウム講演論文集, pp.131-135, 1983.
- [165] 大西有三, 東出明弘: 不均質岩盤の弾性定数と幾何学的特性の同定に関する基礎的研究, 土木学会論文集, 第358号/III-3, pp.93-101, 1985.
- [166] 大西有三, 井尻祐二: 不均質地盤における浸透流の逆問題解析手法に関する基礎的研究, 土木学会論文集, 第376号/III-6, pp.121-130, 1986.
- [167] Ohnishi, Y., Nishigaki, M., Nakaya, S., Imai, T. and Tanaka, Y.: Quasi-3-dimensional ground water flow analysis of tunnel excavation in complex rock formation, Proc. Int. Symp. on Engineering in Complex Rock Formation, pp.648-654, 1986.
- [168] 大西有三, 小林晃, 塩田卓央: 二重空隙モデルを用いた地盤挙動に関する考察, 土木学会論文集, 第394号/III-9, pp.61-70, 1988.
- [169] 大西有三, 西垣誠, 西野賢治: 地盤浸透の新しい準三次元解析手法に関する基礎的研究, 土木学会論文集 No.424, pp.85-94, 1990.
- [170] 奥野哲夫, 百田博宣: 二次元割れ目系モデルによる岩盤の透水性評価に関する研究, 土木学会論文集, 第418号/III-13, pp.191-200, 1990.
- [171] 奥野哲夫: クロスホール試験による岩盤透水係数の三次元異方性評価に関する検討, 土木学会第45回年次学術講演会講演概要集第3部, pp.848-849, 1990.
- [172] Okuno, T. and Hokari, T.: Evaluation of the three-dimensional hydraulic conductivity tensor of a granitic rock mass by cross-hole tests, Proceedings of 7th International Congress on Rock Mechanics, Aachen, pp.591-594, 1991.
- [173] 奥野哲夫, 鈴木誠: 不圧地下水を対象とした拡張カルマンフィルタによる透水性の空間分布推定法, 土木学会論文集, No.469/III-23, pp.93-102, 1993.
- [174] Russo, David and Jury, William A.: A theoretical study of the estimation of the correlation scale in spatially variable fields, 1, Stationary fields, Water Resour. Res., Vol.23, No.7, pp.1257-1268, 1987.
- [175] Russo, David and Jury, William A.: A theoretical study of the estimation of the correlation scale in spatially variable fields, 1, Nonstationary fields, Water Resour. Res., Vol.23, No.7, pp.1269-1279, 1987.
- [176] Sadeghipour, J. and Yeh, W. W-G.: Parameter identification of groundwater aquifer models: A generalized least squares approach, Water Resour. Res., Vol.20, No.7, pp.971-979, 1984.
- [177] Sagar, B. and Kisiel, C. C.: Limits of deterministic predictability of saturated flow equations, Proc. 2nd Symposium on Fundamentals of Transport Phenomena in Porous Media, Vol.1, pp.194-205, Int. Assoc. of Hydraulic Research, Guelph, Canada, 1972.
- [178] Sagar, B., Yakowitz, S. and Duckstein, L.: A direct method for the identification of the parameters of dynamic nonhomogeneous aquifers, Water Resour. Res., Vol.11, No.4, pp.563-570, 1975.
- [179] Sagar, B.: Galerkin finite element procedure for analyzing flow through random media, Water Resour. Res., Vol.14, No.1, pp.1035-1044, 1978.
- [180] 齊藤悦郎, 古賀重利, 鎌田正孝: 拡張カルマンフィルタ支援による山留め工事の計測管理手法, 土木学会論文集, 第391号/III-8, pp.115-124, 1988.

- [181] 酒井邦登, 星谷勝: カルマン・フィルタを用いたシールド位置の予測と制御, 土木学会論文集, 第385号/VI-7, pp.69-78, 1987.
- [182] 桜井春輔, 武内邦文: トンネル掘削時における変位計測結果の逆解析法, 土木学会論文報告集, 第337号, pp.137-145, 1983.
- [183] Sakurai, S. and Shinji, M.: A monitoring system for the excavation of underground openings based on microcomputers, Proc. ISRM Symp. on Design and Performance of Underground Excavations, Cambridge, U. K., pp.471-476, 1984.
- [184] 桜井春輔, 清水則一, 壺内達也: 地下空洞における計測変位の境界要素法による三次元逆解析法, 土木学会論文集, 第382号/III-7, pp.55-61, 1987.
- [185] 桜井春輔, 清水則一, 松室圭介: 計測変位に基づく地下空洞周辺地山に発生する塑性領域の推定法, 土木学会論文集, 第394号/III-9, pp.89-96, 1988.
- [186] Sato, K., Iizawa, M.: Groundwater analysis of underground cavern by means of rock block model, Soil and Foundations, Vol.22, No.4, pp.30-44, 1982.
- [187] Sato, K., Watanabe, K. and Kotajima, N.: Fundamental study on flow resistance in rock fissures, Soil and Foundations, Vol.24, No.1, pp.1-8, 1984.
- [188] Shah, P. C., Gavalas, G. R. and Seinfeld, J. H.: Error analysis in history matching: The optimum level of parameterization, Soc. Pet. Eng. J., Vol.18, No.3, pp.219-228, 1978.
- [189] 繁樹算男: ベイズ統計入門, 東京大学出版会, 1985.
- [190] Smith, L. and Freeze, R.A.: Stochastic analysis of steady state groundwater flow in a bounded domain, 1, One-dimensional simulations, Water Resour. Res., Vol.15, No.3, pp.521-528, 1979.
- [191] Smith, L. and Freeze, R.A.: Stochastic analysis of steady state groundwater flow in a bounded domain, 2, Two-dimensional simulation, Water Resour. Res., Vol.15, No.6, pp.1543-1559, 1979.
- [192] Snow, D. T.: Rock fracture spacings, openings and porosities, ASCE, Vol.96(SM1), pp.73-91, 1968.
- [193] Snow, D. T.: Fracture deformation and change of permeability and storage upon change of fluid pressure, Quarterly Colorado School Mines J., Vol.63, pp.201-244, 1968.
- [194] Sun, N. Z. and Yeh, W. W-G.: Identification of parameter structure in groundwater inverse problem, Water Resour. Res., Vol.21, No.6, pp.869-883, 1985.
- [195] 鈴木誠, 石井清: 拡張カルマンフィルタによる土質定数の空間分布推定, 土木学会論文集, 第406号/III-11, pp.71-78, 1989.
- [196] 鈴木誠: 地盤物性値の空間分布特性の確率論的記述と地盤工学における信頼性設計の基礎的研究, 名古屋工業大学博士論文, 1990.
- [197] 高田毅士: 局所積分の概念を用いた確率有限要素法, 日本建築学会構造系論文報告集, 第399号, pp.49-57, 1989.
- [198] 竹下祐二, 千々松正和, 河野伊一郎: 地盤掘削における最適な排水設計法に関する検討, 土木学会第47回年次学術講演会講演概要集, 第3部, pp.1192-1193, 1992.
- [199] 竹下祐二, 河野伊一郎: 排水設計における井戸配置の決定法に関する一提案, 土木学会第48回年次学術講演会講演概要集, 第3部, pp.1052-1053, 1993.
- [200] Terzaghi, K. and Peck, R. (星埜和, 加藤渉, 三木五三郎, 榎並昭訳): 土質力学応用編, 丸善株式会社, 1970.
- [201] Thomas, L. K., Hellums, L. J. and Reheis, G. M.: A nonlinear automatic history matching technique for reservoir simulation models, Soc. Pet. Eng. J., Vol.12, No.6, pp.508-514, 1972.
- [202] 藤間聡, 中田満洋: 空間分布構造を有する透水係数の統計的推定法, 日本地下水学会誌, 第28巻, 第1号, pp.15-24, 1986.
- [203] Townley, L.R.: Numerical models of groundwater flow: Prediction and parameter estimation in the presence of uncertainty, MIT Ph. D. thesis, 1983.

- [204] 上田年比古, 神野健二, 平野文明: 室見川流域の透水量係数と非定常地下水位の推定, 第28回水理講演会論文集, pp.601-608, 1984.
- [205] 上田貴夫, 本城勇介, 波多野敬, 坂口修司: 造成工事における残留沈下量の平面的予測および誤差, 土と基礎, Vol.34, No.6, pp.51-58, 1986.
- [206] 植下協, 桑原徹, 山内豊聰, 佐藤邦明: 広域地盤沈下と地下水問題, 土木学会誌, Vol.68, No.4, Annual'83, pp.20-26, 1983.
- [207] 植下協, 大東憲二: 山岳トンネル建設工事における地下水環境影響評価—中央自動車道長野線岡谷・塩尻トンネルの場合—, 土と基礎, Vol.37, No.6, pp.23-28, 1989.
- [208] 植下協, 大東憲二: 地下水に関する環境アセスメント, 土と基礎, Vol.41, No.1, pp.13-18, 1993.
- [209] 植下協: 地球環境時代の環境地盤工学, 土と基礎, Vol.41, No.4, pp.1-2, 1993.
- [210] Vanmarcke, E.H.: Probabilistic modeling of soil profiles, Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol.103, No. 11, pp.1227-1246, 1977.
- [211] Vanmarcke, E.: Random Field, MIT Press, 1983.
- [212] Vanmarcke, E., Shinozuka, M., Nakagiri, S., Schueller, G. I. and Grigoriu, M.: Random fields and stochastic finite elements, Structural Safety, Vol. 3, pp.143-166, 1986.
- [213] Vermuri, V. and Karplus, W. J.: Identification of nonlinear parameters of groundwater basin by hybrid computation, Water Resour. Res., Vol.5, No.1, pp.172-185, 1969.
- [214] Warren, J. E. and Price, H. S.: Flow in heterogeneous porous media, Society of Petroleum Engineers Journal, Vol.1, pp.153-169, 1961.
- [215] Warren, J. E., Skiba, F. F. and Price, H. S.: An evaluation of the significance of permeability measurement, J. Petrol. Technol., 13, pp.739-744, 1961.
- [216] Warren, J. E. and Root, P. J.: The behavior of naturally fractured reservoirs, Soc. Pet. Eng., J. Vol.3 pp.245-255, 1963.
- [217] Warrick, A. W. and Myers, D. E.: Optimization of sampling locations for Variogram Calculations, Water Resour. Res., Vol. 23, No. 3, pp.496-500, 1987.
- [218] 渡辺邦夫, 星野吉昇: 岩盤中に発達する単一開口割れ目の透水係数の算定, 応用地質, 21巻, 2号, pp.60-70, 1980.
- [219] Willardson, L. S. and Hurst, R. L.: Sample size estimates in permeability studies, Journal of Irrig. Drain. Divisin, ASCE, Vol.91, No.1R1, pp.1-9, 1965.
- [220] Wilson, C. R. and Witherspoon, P. A.: Steady State Flow in Rigid Networks of Fractures, Water Resour. Res., Vol.10, No.2, pp.328-335, 1974.
- [221] Wilson, J., Kitanidis, P. and Dettinger, M.: State and parameter estimation in groundwater models, Proceedings of AGU Chapman Conference on Application of Kalman Filter to Hydrology, Hydraulics, and Water Resources, pp.657-679, Pittsburgh, Penn., 1978.
- [222] Wilson, R. K. and Aifantis, E. C.: On the theory of consolidation with double porosity, Int. J. Engng. Sci., Vol.20, No.9, pp.1009-1035, 1982.
- [223] Witherspoon, P. A., Wang, J. S.Y., Iwai, K. and Gale, J. E.: Validity of cubic law for fluid flow in a deformable rock fracture, Water Resour. Res., Vol.16, No.6, pp.1016-1024, 1980.
- [224] Yang, L. and Sterling, R. L.: Back analysis of rock tunnel using boundary element method, J. Soil Mechanic and Foundation Division, ASCE, Vol.115, No.8, pp.1163-1169, 1989.
- [225] Yeh, W. W-G. and Tauxe, G. W.: A proposed technique for identification of unconfined aquifer parameters, J. Hydrol., Vol.12, pp.117-128, 1971.
- [226] Yeh, W. W-G. and Tauxe, G. W.: Quasilinearization and the identification of aquifer parameters, Water Resour. Res., Vol.7, No.2, pp.375-381, 1971.
- [227] Yeh, W. W-G. and Tauxe, G. W.: Optimal identification of aquifer diffusivity using quasilinearization, Water Resour. Res., Vol.7, No.4, pp.955-962, 1971.

- [228] Yeh, W. W-G. : Aquifer parameter identification, J. Hydraul. Div. Am. Soc. Civ. Eng., Vol.101, pp.1197-1209, 1975a.
- [229] Yeh, W. W-G. : Optimal identification of parameters in an inhomogeneous medium with quadratic programming, Soc. Pet. Eng. J., Vol.15, No.5, pp.371-375, 1975b.
- [230] Yeh, W. W-G. and Yoon, Y. S. : A systematic optimization procedure for the identification of inhomogeneous aquifer parameters, in Advance in Groundwater Hydrology, edited by Z. A. Saleem, pp.72-82, American Water Resources Association, Minneapolis, Minn., 1976.
- [231] Yeh, W. W-G. and Yoon, Y. S. : Parameter identification with optimum dimension in parameterization, Water Resour. Res., Vol.17, No.3, pp.664-672, 1981.
- [232] Yeh, W. W-G., Yoon, Y. S. and Lee, K. S. : Aquifer parameter identification with kriging and optimum parameterization, Water Resour. Res., Vol.19, No.1, pp.225-233, 1983.
- [233] Yeh, W. W-G. : Review of parameter identification procedures in groundwater hydrology : the inverse problem, Water Resour. Res., Vol.22, No.2, pp.95-108, 1986.
- [234] 米田稔, 井上頼輝, 安西慎 : 透水係数分布における空間的共分散構造の最尤推定, 京都大学環境衛生工学研究会第10回シンポジウム講演論文集, pp.232-239, 1988.
- [235] 米田稔, 井上頼輝, 太田祐史 : 地下水に関する意思決定問題へのベイズ推定の応用, 環境衛生工学研究, Vol.7, No.3, 京都大学環境衛生工学研究会第15回シンポジウム講演論文集, pp.155-160, 1993.
- [236] Yoon, Y. S. and Yeh, W. W-G. : Parameter identification in an inhomogeneous medium with the finite-element method, Soc. Pet. Eng., J., pp.217-226, 1976.
- [237] Zienkiewicz, O. C. and Cheung, Y. K. : Finite elements in the solution of fluid problems, The Engineer, pp.501-510, 1965.

謝辞

本論文は、名古屋大学大学院工学研究科地圏環境工学専攻に入学してからの2年間で、清水建設株式会社大崎研究室における約6年間の研究成果をまとめたものです。

名古屋大学植下協教授には、本論文をまとめるにあたり貴重なご意見と多大なるご鞭撻を賜りました。同大学浅岡顕教授からは、地盤工学としての問題の捉え方を丁寧にご教示いただきました。また、同大学市川康明助教授には著者が前期課程在学中より大変お世話になり、地盤工学における力学の基礎と数値解析に関して熱心にご教示いただきました。さらに、愛知工業大学川本眺万教授(名古屋大学名誉教授)にも前期課程在学中から懇切なご指導を賜り、著者に博士課程後期課程に入学することを勧めていただきました。諸先生方には心から厚く御礼申し上げます。

また、大学での研究と会社勤務との両立には多くの方々のご理解とご協力を得ました。

長岡技術科学大学本城勇介助教授からは、本論文の研究内容に関して貴重なご意見をいただきました。名古屋大学京谷孝史助教授からは、研究を進めるうえでの多くのご助言と激励をいただきました。諸先生方には深く感謝の意を表します。

清水建設株式会社最高技術顧問大崎順彦博士、同社大崎研究室室長山原浩博士には、博士課程への入学と本論文を作成する機会を与えていただきました。また、同室主任研究員石井清博士には多大なる激励をいただくとともに、種々のご配慮を賜りました。さらに、同室鈴木誠博士からは、熱意溢れる議論を通して多くのことを教えていただきました。ここに記して謝意を表します。

最後に、両親ならびに終始心の支えとなってくれた妻と子供達に感謝します。

Appendix

地下水問題における逆解析に関する研究例を, Yeh[233]に加筆してまとめ, 直接法と間接法に分類して次頁以降の表に示す。

表A.1a: 逆解析手法の研究 (直接法)

(Yeh (1986)に加筆)

文献	適用条件	数値解析法	対象とする 水理パラメータ	事前情報, 制約条件	最適化手法	備考
Nelson (1960,1961)	2次元, 3次元, 被圧/不圧, 定常流	差分法	K, T	なし		
Nelson (1968)	2次元, 3次元, 被圧/不圧, 定常流		K, T	透水係数の 境界条件		
Kleinecke (1971)	2次元, 被圧非定常流		T, S	なし	線形計画法	
Emsellem and de Marsily (1971)	2次元, 定常, 非定常		T, S, Q	パラメータの 平滑	流速誤差の 最小化	領域の数を徐々に増加 させる。
Frind and Pinder (1973)	2次元, 被圧定常流	有限要素法	T	全流域と交わる 線に沿った透水 係数が既知	マトリクス法	$T(x, y)$ 有限要素法に よって表される。
Neuman (1973)	2次元, 被圧定常流 異方性	有限要素法	T_x, T_y	パラメータの 上限, 下限値	線形計画法	不安定性を制御するた め制約条件を加えた。

※K: 透水係数, T: 透水量係数, S: 貯留係数, Q: 注入量/揚水量

表A.1b: 逆解析手法の研究 (直接法) (続き)

(Yeh (1986)に加筆)

文献	適用条件	数値解析法	対象とする 水理パラメータ	事前情報, 制約条件	最適化手法	備考
Sagar et al. (1975)	2次元, 非定常流 等方性/異方性		T_x, T_y S, Q	なし	代数方程式 による方法	逆問題を小次元の代数 方程式に変換する。
Hefez et al. (1975)	2次元, 被圧非定常流	差分法	T, S, Q	なし	線形計画法, 2次計画法	5種類の最適化規範を 比較
Nuthrown (1975)	2次元, 被圧非定常流	差分法	T, S	T の局所的变化 に限定		
Navarro (1977)	2次元, 被圧非定常流	差分法	T, S	初期推定値	制約条件付き 2次目的関数の 最小化	
Yeh et al. (1983)	2次元, 被圧非定常流	差分法	T	なし	一般化した マトリクス法	不安定性をパラメータ の次数を低下させるこ とで制御。 最適なパラメータ次数 を決定。

※K: 透水係数, T: 透水量係数, S: 貯留係数, Q: 注入量/揚水量

表A.2a: 逆解析手法の研究 (間接法)

(Yeh (1986)に加筆)

文献	適用条件	数値解析法	対象とする 水理パラメータ	事前情報, 制約条件	最適化手法	備考
Jacquard and Jain (1965)	2次元, 被圧非定常流	差分法	T, S	なし	Gauss-Newton法	油田の貯留層を対象。
Jahns (1966)	2次元, 被圧非定常流	差分法	T, S	なし	Gauss-Newton法	油田の貯留層を対象。 パラメータの統計量は 与えた。
Vermuri and Karpus (1969)	2次元, 不圧非定常流	差分法	K, S	なし	最急降下法との 結合による 最大原理	
Yeh and Tauxe (1971)	1次元, 不圧非定常流	差分法	D	なし	準線形化手法	
Thomas et al. (1972)	2次元, 非定常流	差分法	K, ϕ	パラメータの 上限値と下限値	Gauss-Newton法 スナップサイズは2 次補間法で決定	パラメータにボックス 型の制約条件を加える。 油田の貯留層を対象。
Marino and Yeh (1973)	1次元, 帯水層	差分法	$K, S, K/B$	なし	準線形化手法	放射流

※K: 透水係数, T: 透水量係数, S: 貯留係数, Q: 注入量/揚水量

表A.2b : 逆解析手法の研究 (間接法) (続き)

(Yeh (1986)に加筆)

文献	適用条件	数値解析法	対象とする 水理パラメータ	事前情報, 制約条件	最適化手法	備考
Chen et al. (1974)	2次元, 非定常流	差分法	K, ϕ	なし	最急降下法と 共役勾配法	パラメータは位置の連続関数と考えた。勾配は最適制御理論により与えた。
Chavent et al. (1975)	2次元, 非定常流	差分法	K, ϕ	パラメータの 上限値と下限値	最急降下法	油田の貯留層を対象。勾配は最適制御理論により与えた。
Yeh (1975a)	1次元, 不圧非定常流	差分法	D	なし	準線形化手法, 最大原理, 勾配法, 影響係数, 線形計画	5種類の手法の比較。
Yeh (1975b)	1次元, 被圧非定常流	差分法	D	上限値と下限値, 線形制約	2次計画	放射流
Distefano and Rath (1975)	2次元, 被圧非定常流	有限要素法	T	構造制約	準線形化手法	透水量係数関数を有限要素法で表した。
Gavalas et al. (1976)	1次元	差分法	K, ϕ	パラメータの 平均値と共分散 マトリクス	共役勾配法, Gauss-Newton法, Marquardt法	透水量係数関数を有限要素法で表した。

※K: 透水係数, T: 透水量係数, S: 貯留係数, Q: 注水量/揚水量

表A.2c : 逆解析手法の研究 (間接法) (続き)

(Yeh (1986)に加筆)

文献	適用条件	数値解析法	対象とする 水理パラメータ	事前情報, 制約条件	最適化手法	備考
Yoon and Yeh (1976)	2次元, 被圧非定常流	有限要素法	K	パラメータの 上限値と下限値	Rosenの勾配射影を 用いたGauss- Newton法	透水係数の関数を有限要素法で表した。
Yeh and Yoon (1976)	2次元, 不圧非定常流	差分法	T	パラメータの 上限値と下限値	Rosenの勾配射影を 用いたGauss- Newton法	
Cooley (1977)	2次元, 定常流	有限要素法	K, Q, 流速	なし	修正Gauss- Newton法	モデルとパラメータの統計量を与えた。
Shah et al. (1978)	1次元,		ϕ, k	パラメータの 平均値と共分散 マトリクス	Gauss-Newton法	油田の貯留層を対象。パラメータの共分散マトリクスを与えた。
Neuman and Yakowitz (1979)	2次元, 定常流	有限要素法	T	目的関数に パラメータの事前 推定を付加	Newton-Raphson法	パラメータの共分散マトリクスを与えた。
Neuman (1980)	2次元, 定常流	有限要素法	T	目的関数に パラメータの事前 推定を付加	共役勾配法	変分理論を用いた。透水量係数の対数値を使用。

※K: 透水係数, T: 透水量係数, S: 貯留係数, Q: 注水量/揚水量

表A.2d : 逆解析手法の研究 (間接法) (続き)

(Yeh (1986)に加筆)

文献	適用条件	数値解析法	対象とする 水理パラメータ	事前情報, 制約条件	最適化手法	備考
Yeh and Yoon (1981)	2次元, 被圧非定常流	差分法	T	パラメータの 上限値と下限値	Rosenの勾配射影を 用いたGauss- Newton法	透水量係数を表すのに 有限要素法を使用。 パラメータの最適次数 を決定し、不確定性も 考えた。
Cooley (1982)	2次元, 定常流	有限要素法	K, Q, 流速	目的関数にパラメ ータの事前推定を 付加 (信頼性のある場合 とない場合)	修正 Gauss- Newton法	2種類の事前情報を解 析に取り入れた。
Kitanidis and Yomvovris (1983)	定常流		K	透水係数と 地下水位の点観測	最大尤度法と クリッキング	パラメータは確率場と した。
Sadeghipour and Yeh (1984)	2次元, 被圧非定常流	有限要素法	K	なし	Rosenの勾配射影を 用いたGauss- Newton法	一般化した最小二乗法 を使用。 誤差共分散を考えた。
Hoeksema and Kitanidis (1984)	2次元, 定常流	差分法	T	透水係数と 地下水位の点観測	複合クリッキング (cokriging)	パラメータは確率場と した。

※K: 透水係数, T: 透水量係数, S: 貯留係数, Q: 注入量/揚水量

表A.2e : 逆解析手法の研究 (間接法) (続き)

(Yeh (1986)に加筆)

文献	適用条件	数値解析法	対象とする 水理パラメータ	事前情報, 制約条件	最適化手法	備考
上田, 神野, 平野 (1984)	2次元, 不圧非定常流	有限要素法	T	システム雑音と 観測雑音の平均と 分散を与えた。	カルマン フィルター	透水量係数の空間分布 推定において自己回帰 式を使用。
Sun and Yeh (1985)	2次元, 被圧非定常流	有限要素法	T	なし	Gauss-Newton法	パラメータ構造の逆解 析。
Dagan (1985)	2次元, 定常流	理論解	T	透水係数と 地下水位の点観測	正規分布を仮定し た平均値	パラメータは確率場と した。
Hoeksema and Kitanidis (1985)	2次元, 定常流	差分法	T	透水係数と 地下水位の点観測		正規分布を仮定した平 均値とクリッキングに よる推定値を比較。
藤間, 中田 (1986)	2次元, 非定常流	Tyson and Weber の解放	K, S	揚水試験結果を与 える。	線形化手法	観測点で推定した水理 パラメータからその空 間分布を推定。
大西, 井尻 (1986)	準3次元, 定常流	有限要素法	K	なし	修正Marquardt法	モデル最適化の基準と してAICを利用。 観測節点の数と位置の 影響を検討。

※K: 透水係数, T: 透水量係数, S: 貯留係数, Q: 注入量/揚水量

表A.2f: 逆解析手法の研究 (間接法) (続き)

(Yeh (1986)に加筆)

文献	適用条件	数値解析法	対象とする 水理パラメータ	事前情報, 制約条件	最適化手法	備考
青木, 嘉門 (1987)	2次元, 非定常流	有限要素法	T, S	定常解析から得ら れる解を初期条件	Gauss-Newton法	感度行列を用いて観測 値の選択方法を検討。
本城, 森嶋 (1988)	2次元, 非定常流	有限要素法	T, S, Q	水理パラメータの 平均値と共分散を 与えた。	共役勾配法 (Fletcher-Reeves法と Davidson-Fletcher- Powell法)	確率有限要素法による 予測を実施。 観測井の数や位置、観 測頻度、観測ノイズの 影響を事前情報の有無 で考察。

※K: 透水係数, T: 透水量係数, S: 貯留係数, Q: 注入量/揚水量

