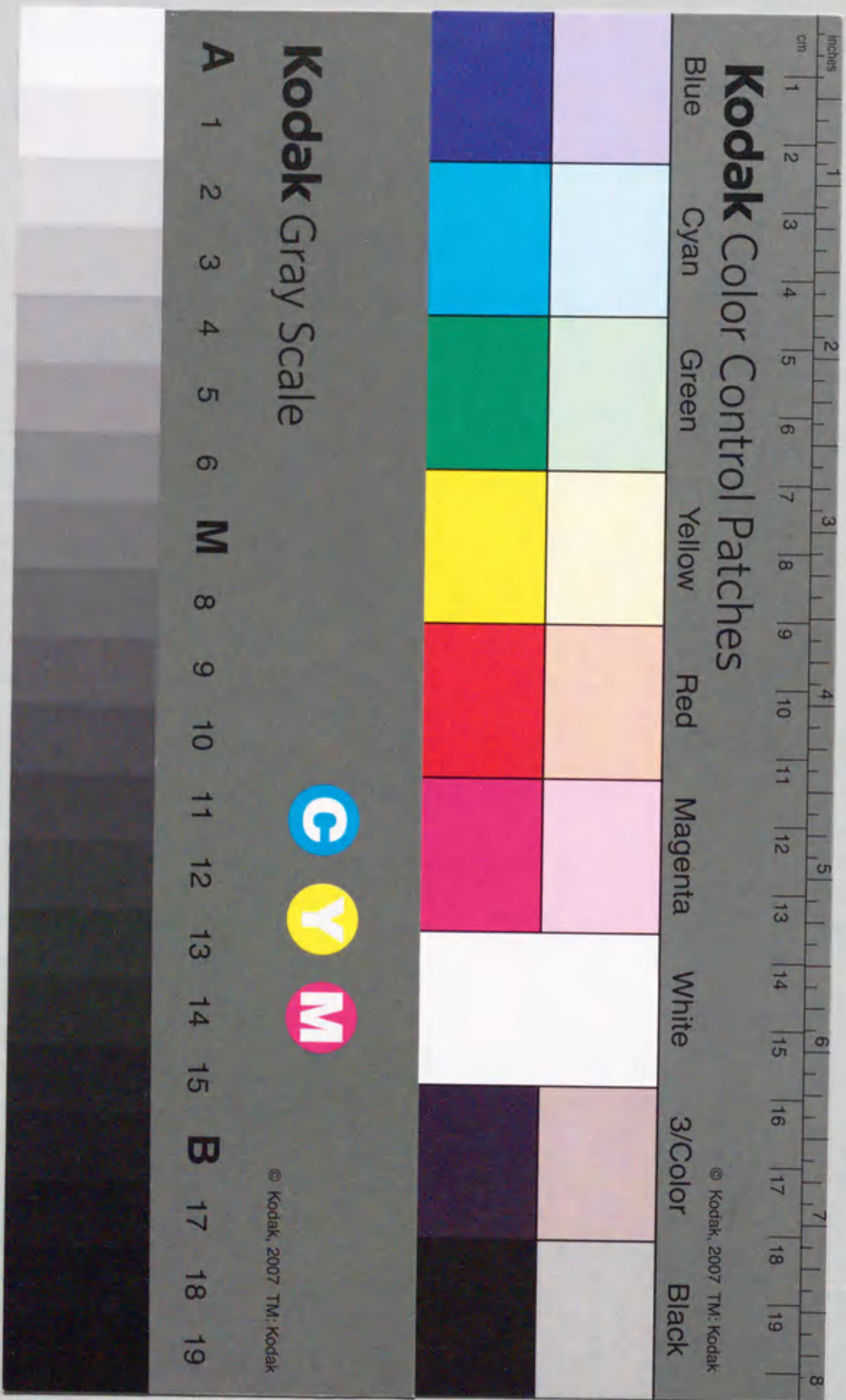


報告番号 乙第、4792 号

空間高次モードによる
大型炉心ディカップリング現象の解析

橋本憲吾



①

空間高次モードによる
大型炉心ディカップリング現象の解析

橋 本 憲 吾

目 次

第1章 序論	1
1.1 本研究の背景	1
1.2 本研究の概要と本論文の構成	8
1.3 本研究の経過	9
第2章 高速中性子炉におけるディカップリング効果の定式化	12
2.1 摂動に対する中性子束分布変動の定式化	12
2.1.1 λ モード固有値問題	12
2.1.2 高次摂動方程式の導出	14
2.1.3 1次摂動近似による中性子束変動量の導出	16
2.1.4 中性子束分布変動と空間モード	19
2.2 大型高速炉心における出力分布歪み実験の解析	22
2.2.1 実験の目的	22
2.2.2 実験体系	22
2.2.3 実験データ解析結果	26
2.3 他のディカップリング効果の定式化	40
2.3.1 制御棒干渉効果の定式化	40
2.3.2 反応度測定における検出器位置依存性の定式化	46
第3章 空間高次モードの数値解析	53
3.1 解くべき固有値問題の種類	53
3.2 数値計算法の開発	54
3.2.1 多次元体系における高次モード計算の問題点	54
3.2.2 ホテリング法の適用	56

3.2.3	初期分布の設定法	60
3.2.4	収束速度の加速	63
3.3	大型高速炉心の高次モード計算	70
3.3.1	計算体系	70
3.3.2	計算条件	75
3.3.3	大型均質高速炉心の固有関数計算結果	75
3.3.4	高次固有関数・固有値間隔に対する 内部ブランケット配置の影響	85
3.3.5	固有値間隔に対する炉心サイズの影響	90
3.3.6	固有値間隔に対する制御棒挿入の影響	91
3.3.7	λ モード固有値間隔と ω_p モード固有値との関係	93
3.3.8	固有値間隔とAveryの結合係数、 名古屋モデルの結合係数との関係	98
3.3.9	固有値計算の計算精度	103
第4章	空間高次モード固有値間隔の測定	105
4.1	炉雑音解析による固有値間隔決定法の開発	105
4.1.1	従来の測定法の問題点	105
4.1.2	検出器間コヒーレンス関数の定式化	108
4.1.3	大型高速炉心における 検出器間コヒーレンス関数の理論解析	112
4.1.4	固有値間隔測定のための検出器配置法と データ解析手法	119
4.2	大型高速炉心における固有値間隔測定への適用	123
4.2.1	測定条件	123
4.2.2	データ解析結果	126
4.2.3	動特性パラメータの検出器位置依存性の除去	132

第5章	熱中性子動力炉に対する適用	141
5.1	チェルノブイリ炉緊急停止用制御棒の 正の反応度価値効果への適用	141
5.1.1	チェルノブイリ4号機の事故過程	142
5.1.2	計算条件と炉心モデル	144
5.1.3	スクラム反応度の計算	148
5.1.4	空間モードの観点からの解釈	153
5.2	沸騰水型軽水炉の出力分布振動への適用	157
5.2.1	空間高次モードに対する動特性方程式の導出	158
5.2.2	1次モード平均チャンネルモデル	161
5.2.3	フィードバックモデル	165
5.2.4	固有値問題化	168
5.2.5	解析結果	169
5.2.6	大型沸騰水型軽水炉の固有値間隔計算例	175
5.3	原子力船むつ炉の制御棒干渉効果への適用	182
第6章	結論	191
	謝辞	194
APPENDIX-A	検出器コヒーレンス関数測定値からの 非相関ノイズ成分の除去法	196
APPENDIX-B	チャンネル流量とボイド率の変動成分を 表現する式の導出	199
	記号表	202
	引用文献	203
	発表論文リスト	210

第1章 序論

1.1 本研究の背景

一般に、高速炉では拡散距離^(脚注)が熱中性子炉に比べて長いため、局所的な外乱が加わってもその影響は炉心全体に広がり、中性子束の空間分布は変化しないと考えられてきた。この見方によれば大型軽水炉で採用されている炉内核計装による出力分布の監視は高速炉では不要で、炉外に設置した核計装によって制御棒誤作動・冷却材流路閉塞などの局所的な異常状態の監視や反応度計測が可能の筈である。また、高速炉のプラント動特性を解析評価する場合にも、炉心の核的モデルとして中性子束の空間分布不変を仮定した1点炉近似が採用されてきた。確かにこれら核計装法・動特性モデルの妥当性は、中小型高速炉である実験炉・原型炉の特性実験やモックアップ臨界実験においては確認されている。

しかし、この様な扱いは高速炉といえども実証炉のような大型炉心に対しては適用できないことが明らかになってきた。例えば、フランスの実証炉スーパーフェニックス炉では、外乱に対する出力分布の大局的変動が中小型炉の場合より予想以上に大きくなった。その結果として、制御棒挿入パターンによって全く異なった中性子束分布を生じるといった現象が顕著になってきた。その例を図1.1に示す。この図は4種類の制御棒挿入パターンに対する中性子束の径方向分布

(Sztarkら⁽¹⁾による計算結果)である。全制御棒引き抜き時、外側リング制御棒

(脚注) 拡散距離 L は、

$$L^2 \equiv D / \Sigma_a, \quad D: \text{拡散係数}, \Sigma_a: \text{吸収断面積}$$

により定義され、核分裂により放出された中性子が吸収されるまでに移動する距離の目安となる。熱中性子炉系に比べて高速炉系の拡散距離は長くなる。例えば、高速プルトニウム炉心、沸騰水型軽水炉の拡散距離は、それぞれ $22\text{cm}^{(2)}$ 、 $2.2\text{cm}^{(3)}$ 程度の値となる。

(15本)挿入時、内側リング制御棒(6本)挿入時の分布は全く異なっており、空間分布を不変とする核的モデルや核計装法の限界を示している。また、外側リング制御棒の1本の誤引き抜きを想定した場合は、中性子束上昇は引き抜き制御棒近傍に限られ、その影響は炉心全体に伝播しにくいことを示している。そこで大型炉心における制御棒誤作動や冷却材流路閉塞などの局所的な異常状態の場合には、炉外核計装のみの監視では不十分となる可能性がある。この中性子束分布の強い制御棒挿入パターン依存性は、制御棒干渉効果も増大させる。スーパーフェニックス炉(120万KWe)の場合、同一の制御棒でありながらその反応度値は他の制御棒挿入パターンに応じて著しく変動し、最大の場合と最小の場合で10倍も異なる値をとることが報告されている⁽¹⁾。これに対して、より小型の(原型炉)フェニックス炉(25万KWe)の場合、この干渉効果による制御棒値の変動幅は小さく約25%程度であった。大型炉心では、制御棒干渉効果が中小型炉に比べ大幅に増大することを示しており、この現象が反応度制御の観点から大きな障害となる可能性がある。

更に、日米共同研究JUPITER計画⁽⁴⁾として、アメリカ・アルゴンヌ国立研究所(ANL)のZPPR(Zero Power Plutonium Reactor)装置を用いて行われた大型高速炉心の臨界実験においても、外乱に対する中性子束分布変動の敏感性が観測された。臨界実験手法上、従来は精度的に充分許容されていたわずかな炉心組成の非対称性あるいは些細な摂動が、核分裂反応率や制御棒値の分布に実験誤差を超えた有意な非対称性をもたらした。この様な微小な外乱の核特性への影響は、それ以前に実施された中小型炉心の臨界実験では見られなかったものである。また、スーパーフェニックス炉の場合と同様に、強い制御棒干渉効果も観察

された。図1.2に、リング状の内部ブランケットを有する大型炉心ZPPR-13C体系における測定例⁽⁵⁾を示す。最内側の第1リングの制御棒反応度値は他のリング制御棒の挿入の有無に強く依存している。

これらスーパーフェニックス炉と同様の現象に加えて、JUPITER実験では反応度^(脚注)測定値の検出器位置依存性が観測された。図1.3は、リング状の内部ブランケットを有する大型炉心ZPPR-13Aについての落下法による制御棒値測定結果⁽⁶⁾である。落下制御棒の反応度値は見掛け上中性子検出器位置に強く依存し、最大50%以上変動している。この事実から予想すると、実際の大型高速炉において、炉外検出器のみの測定では反応度が精度良く求まらないであろう。つまり検出器配置の検討に加えて、見掛け上の検出器位置依存性を除去するデータ解析法の開発が重要である。

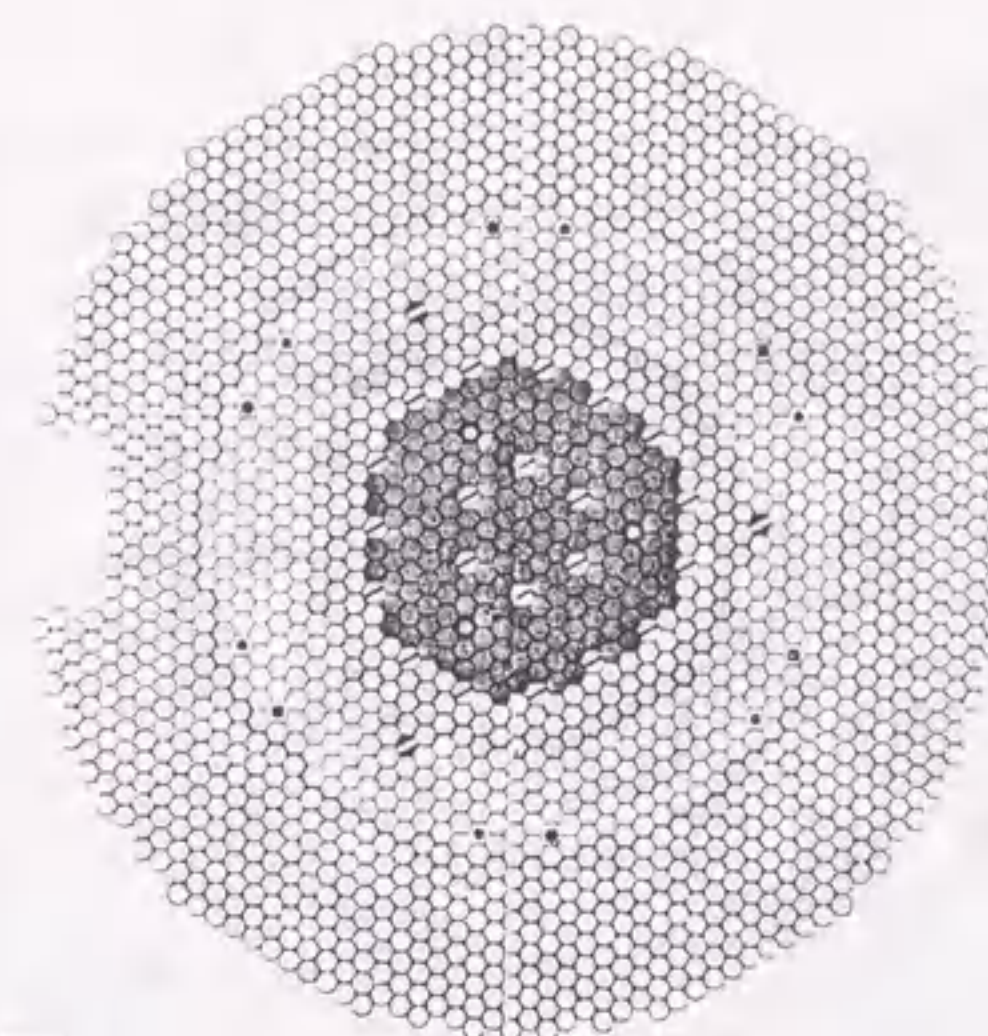
また、臨界実験解析において、核データも含めた解析誤差が敏感に核特性計算値に影響し、その結果、核特性のC/E(計算/実験)値に顕著な径方向依存性が現れた。図1.4には、ZPPR-13Aの実験解析によって得られた²³⁹Pu核分裂反応率のC/E値の径方向分布⁽⁷⁾を一例として示す。C/E値は径方向に20%程度も変動しているが、このような依存性も本論文で主張するモードの立場によれば解釈できる。一般に、中小型炉の設計において用いられる制御棒値等の核特性計算値に対する補正因子(バイアスファクター)は、臨界実験解析によって得られたC/E値を考慮して決められてきた。しかし、上記のようなC/E値の径方向依存性は、



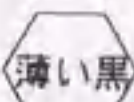
(脚注) 何らかの摂動が加わった時、炉心がどれだけ臨界から離れているかを示す定量的尺度で、 k :中性子増倍率として $\rho = (k-1)/k$ で表す。これは本来検出器位置に依存すべきでない量である。

大型炉心においてもはや空間的に一様な補正因子を採用できないことを示唆している。

上記の大型炉特有の現象は、炉心の大型化による空間的な核的結合度低下（ディカップリング）が原因であるというのが著者の立場である。事実これで説明できる場合が多く、これら現象は核的ディカップリング現象と呼ばれて来た。この現象を、空間的な結合度の観点から定性的に解釈すると次のようになる。小型炉心に外乱が加わった場合、その影響は一様に炉心全体に伝播するので、中性子束空間分布は変化せず1点炉近似は成立する。つまり、小型炉心ではディカップリング現象は現れない。他方、大型炉心に外乱が加わった場合には、その影響は外乱近傍では強く遠方になるに従って弱くなるので、中性子束変化の度合いも外乱近傍と遠方では大きく異なる。この結果、中性子束空間分布が大きく変化する。このような体系に制御棒を挿入した場合、大局的空間分布が著しく変動し他の制御棒の反応度価値を変化させるので、制御棒干渉効果も強くなる。また、実験解析においては、核データも含めた解析手法誤差が外乱として作用し、計算結果を真の分布から大きくずらし、その結果としてC/E値も強い空間依存性をもつようになる。

核的ディカップリング現象は、上述のように反応度計測・制御、出力分布制御を困難にし、安全保護系の異常検出能力を低下させる可能性があるため、これら現象を弱める方向で設計や炉心管理が行われることが望ましい。そのためには、設計や炉心管理においてこれらディカップリング現象を総合的に定量評価できる指標を見いだすことが必要であり、更に、この指標を計算あるいは実験によって決定する方法を明示しなければならない。以上、大型高速炉開発上の要請が本研究に着手する直接の動機である。



-  主制御棒（内側リング6本、外側リング15本）
-  内側炉心燃料集合体（193体）
-  外側炉心燃料集合体（171体）

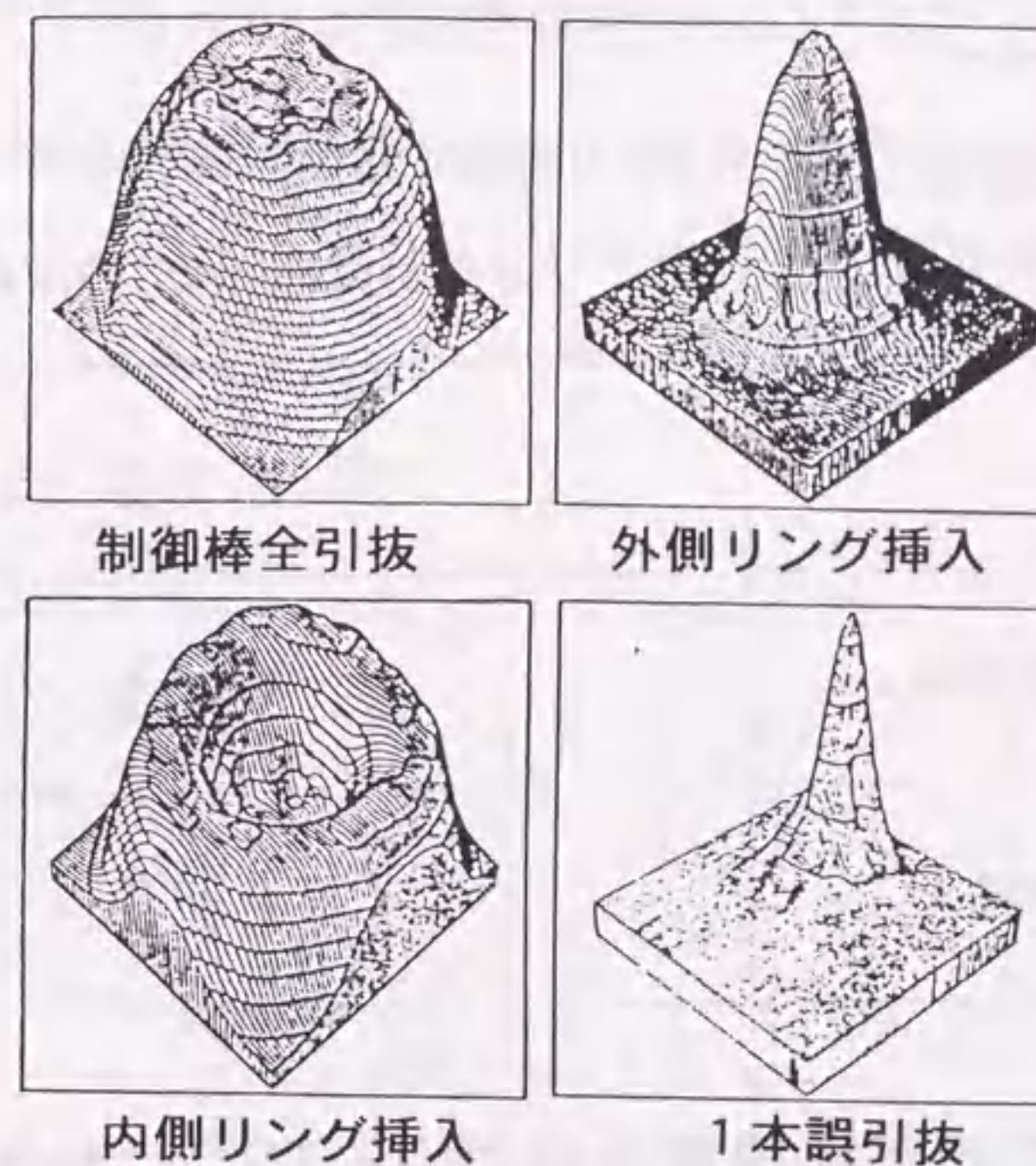
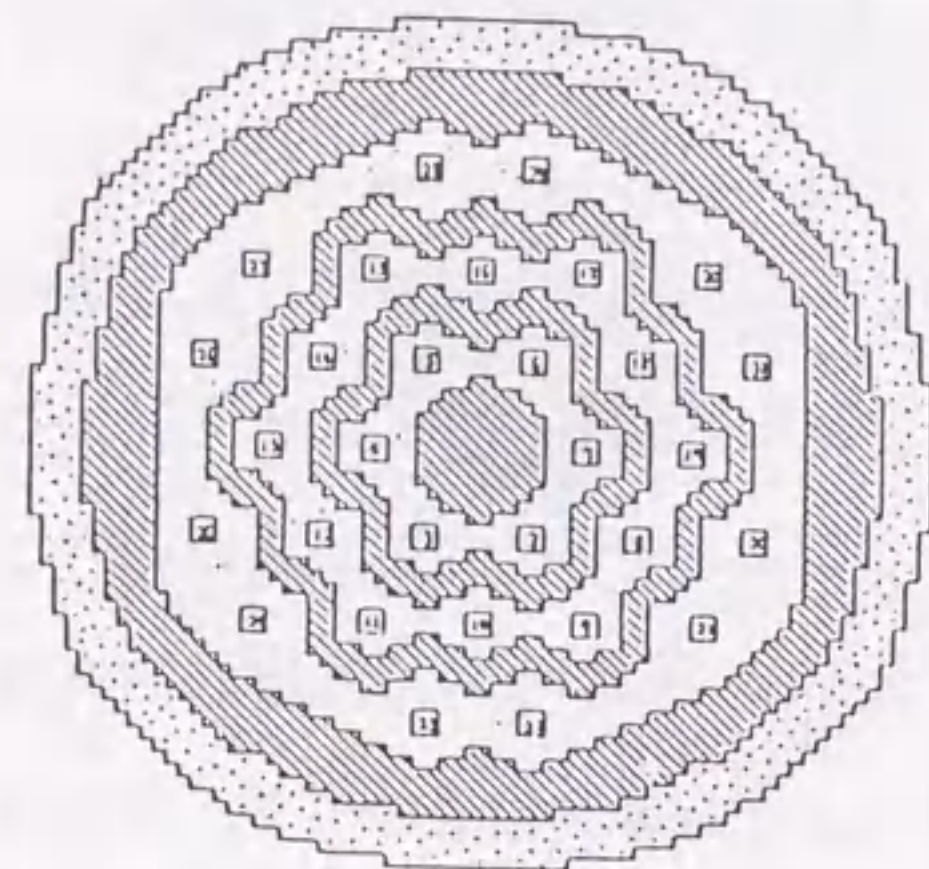


図1.1 制御棒挿入による中性子束分布の変動
[Sztarkら⁽¹⁾によるスーパーフェニックス炉の計算結果]



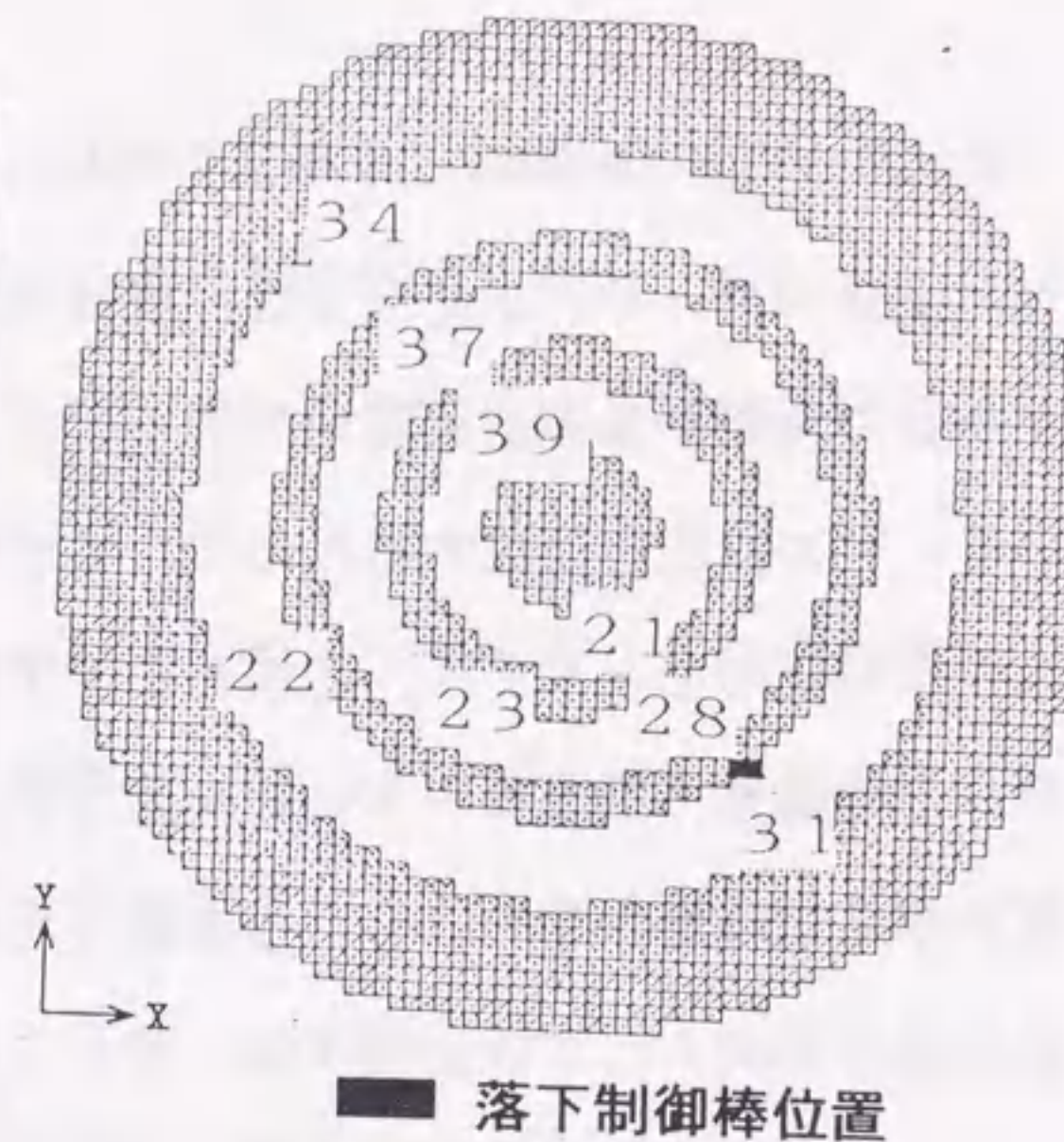
ZPPR-13Cにおける制御棒バンク配置

No. 制御棒
 [内側から第1リング(6本)、第2リング(12本)、第3リング(12本)]
 ブランケット 反射体

他の制御棒挿入状況	第1リング制御棒(6本)の反応度価値
挿入無し	1.61 \$
第2リング6本挿入	3.54 \$
第3リング6本挿入	7.73 \$

図1.2 大型高速臨界集合体ZPPR-13Cにおける制御棒干渉効果測定例 (5)

検出器位置	反応度 (\$)
#21	-0.415
#22	-0.369
#23	-0.397
#28	-0.473
#31	-0.532
#34	-0.347
#37	-0.350
#39	-0.361
平均値	-0.402



ZPPR-13A検出器配置

図1.3 大型高速臨界集合体ZPPR-13Aにおける落下制御棒反応度価値の検出器位置依存性 (6)

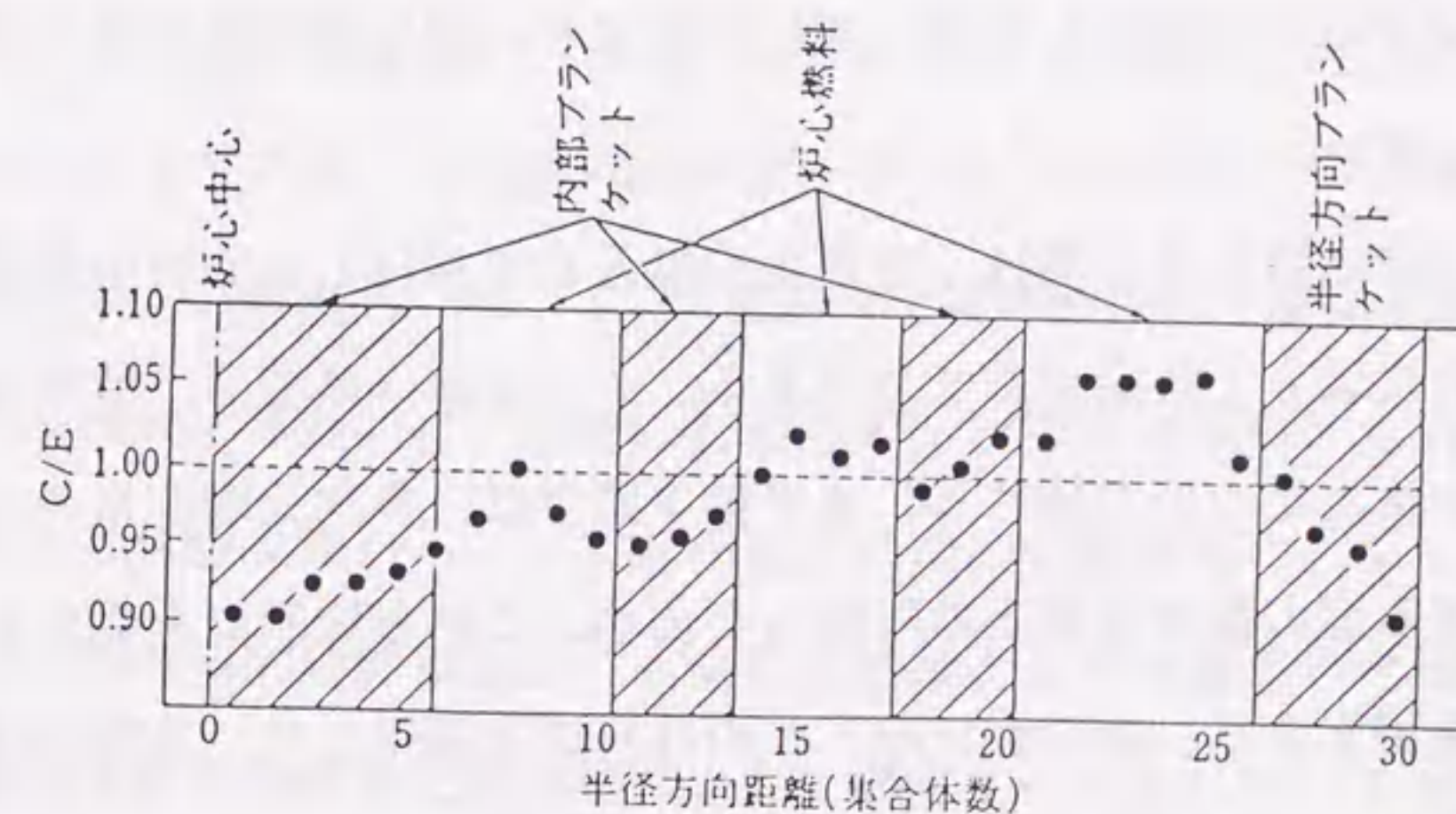


図1.4 大型高速臨界集合体ZPPR-13Aにおける²³⁹Pu核分裂反応率C/E値径方向分布 (7)

1.2 本研究の概要と本論文の構成

上述のごとく、本研究では、設計や炉心管理において大型高速炉のディカップリング現象を系統的に定量評価できる指標を見いだすことを第1の目的としている。この目的を達成するために、まず第2章の第1節で、外乱に対する中性子束分布の変動をとりあげ、これを中性子増倍系の空間モードの観点から定式化する。この結果、空間モードの高次固有値と基本固有値との差（すなわち固有値間隔）が定量評価のために有効な指標であることが導かれる。この定式化では、摂動次数や空間モードの展開次数に対して近似を課している。これら近似の妥当性を確認するためには、理論により予測された中性子束分布変動と固有値間隔との関係を実験的に確認すればよい。そこで第2節では、ZPPRにおける出力分布歪み実験データの解析を行い、理論より導かれた出力（中性子束）分布変動と固有値間隔との関係が実験的にも成立することを示す。第3節では、制御棒干渉効果、反応度測定結果の（見かけ上の）検出器位置依存性等のディカップリング効果も、空間高次モードの観点から統一的に解釈でき、固有値間隔により定量評価できることを示す。

本研究における第2の目標は、定量化指標として採用した固有値間隔を数値計算および実験によって決定することである。そこで第3章では、数値計算による固有値間隔の決定について述べる。まず第1節では、多次元増倍系の空間高次モードを計算する際の数値計算上の問題点を述べ、これら問題点を克服するための改良計算法を提案する。第2節では、この計算法を適用して、JUPITER計画で採用された大型炉心の空間モードを求め、固有値間隔に対する炉心サイズ、制御棒挿入パターンおよび内部ブランケット配置の影響を検討する。

第4章の第1節では、実験的に固有値間隔を決定するための炉雑音解析法を

提案する。第2節では、この解析法によって、JUPITER計画の大型炉心の固有値間隔を求め、第3章で得た数値計算結果との比較を行う。更に、従来の炉雑音解析において現れた検出器位置依存性も、高次モードを考慮する本解析法によって消去できることを第3節に示す。

第5章では、本論文で提案する理論が高速中性子炉だけでなく熱中性子動力炉に対しても適用しうることを示す。適用例として、チェルノブイリ炉の緊急停止用制御棒の効果喪失、沸騰水型炉の出力分布振動、および原子力船むつ炉の制御棒干渉効果を扱う。

最後に、本研究の主要な結論と今後の研究課題を第6章にまとめる。

図表、および式の番号は各章毎に通番としたが、引用文献は全章を通して通番とした。

1.3 本研究の経過

ここで研究の経過について触れておく。1985年、著者を研究実施者とする名古屋大学のグループは、大型高速炉のディカップリング効果の研究に着手した。当時、既に東芝の川島ら⁽⁸⁾は、1.1節で述べた制御棒価値や反応率分布測定値の非対称性を解釈するために、ZPPR-13炉心の1次固有値間隔の算出を行っていた。彼らとの情報交換から、研究計画設定のための数多くのヒントを得た。ただし、彼らの固有値間隔計算法は、本来計算結果として求まるべき第1高次モード固有関数の零点を先験的に境界条件として課すものであった。そこで著者は、彼らの計算法の妥当性の確認と2次以上の高次数モードを求めるために、まず、数値解析により固有値間隔を求める作業から研究を開始した。大型高速炉を記述す

る中性子拡散方程式の演算子は、空間およびエネルギーについて離散化すると大規模な非対称行列となる。この行列の高次固有値・固有関数を求めるための計算手法の開発を行い、先に述べたJUPITER計画の大型炉心に適用した。

次に、ディカップリング現象を空間モードの観点から定式化する作業に取り組んだ。まず、大型原子炉の動特性について、主に中性子束分布の不安定性の観点から文献調査を行ったところ、本研究で扱う高速炉のディカップリング現象に類似のテーマとしては、キセノン (Xe) 効果による出力分布不安定性に関する研究が1960年代に熱中性子炉の大型化に伴い行われていることが明らかになった。望月・武田の論文⁽⁹⁾、Staceyの著書⁽¹⁰⁾がその代表といえる。彼らは、キセノン効果に起因する出力分布不安定性を評価する指標として、原子炉方程式の空間基本モードと高次モードのバックリング (Buckling) 間隔を導入している。この評価法は、原子炉方程式を理論の出発点としているため、その適用対象が単純な幾何形状を有する均質体系に限られ、実際の炉心の複雑な幾何形状や燃料配置を考慮できない。しかし、キセノン効果による出力分布の不安定性という複雑な現象が、空間モードの固有値差という単純な積分パラメータによって整理しうることを示した点、非常に示唆に富んでおり、本研究の観点を早期に試みた先駆的な論文である。彼らの研究から、当研究における高速炉のディカップリング現象の定量化について多くのヒントを得た。

量子力学における摂動理論を適用してディカップリング現象を定式化したところ、すべてのディカップリング現象の度合いが、 λ (静的) モード固有値問題の基本モードと高次モードの固有値間隔に支配されることが明らかになり、本研究では定量評価のための指標としてこの固有値間隔を採用することにした。

λ モード固有値問題は外部源なしの中性子拡散方程式を変形して増倍率についての固有値問題とするものであり、基本モード固有値・固有関数は臨界計算における実効増倍率・中性子束分布に対応する。この固有値間隔は実際の炉心の複雑な幾何形状や燃料配置にも適応して考慮でき、望月ら⁽⁹⁾の導入したバックリング間隔のより一般的な表現となっている。

この定式化の作業に取り組んでいた1988年に、大型炉心のディカップリング効果を実験的に把握することを目的とした日米共同核的空間結合度特性実験

(JUPITER-Io) が前述のJUPITER計画の最終のシリーズとして実施されることとなった。著者らはこの共同実験において炉雑音法による固有値間隔測定と出力分布歪み測定を提案し、そのデータ解析を担当した。炉雑音データから決定した固有値間隔は数値計算結果と一致し、また出力歪みも理論予測通りで、実験法・データ解析法の妥当性を確認することができた。炉雑音データ解析については、著者らの作業と同時進行して、動燃の三田ら⁽¹¹⁾もほぼ同じ手法で行っている。ただし、著者らはデータ解析において考慮すべき高次モードの数を理論解析により決定し、これら高次固有関数の空間分布を考慮することにより最適な検出器配置を見出した点が異なる。上記のZPPRの解析と並行して、固有値間隔測定手法の開発のための基礎実験を京大炉臨界集合体(KUCA)および近畿大炉(UTR-KINKI)において実施した。

以上の実験解析は1992年に終了し、この時点で当初の目的は達成されたが、さらに本研究で開発した理論を熱中性子動力炉に対しても適用した。1992年以降、チェルノブイリ炉の緊急停止用制御棒の効果喪失、沸騰水型炉の出力分布振動、原子力船むつ炉の制御棒干渉効果等に対する適用を検討した。これら適用例は第5章として本論文に含められている。

第2章 高速中性子炉におけるディカップリング効果の定式化

本章では、既に述べた大型高速炉のディカップリング効果を空間モードの観点から定式化し、定量評価のための指標を見いだす。第1節で、外乱に対する中性子束分布変動の定式化を詳述する。第2節では、ZPPR出力分布歪み実験のデータ解析を行い、第1節で見いだした指標の有効性を確認する。さらに、制御棒干渉効果および測定反応度の見掛け上の検出器位置依存性に対する定式化を、第3節に与える。

2.1 摂動に対する中性子束分布変動の定式化

この定式化には、高次摂動理論を用いる。原子炉物理学の分野で通常用いられる高次摂動論では、中性子束に対する摂動量は陽に与えられず、実効増倍率のみが摂動後の中性子束を用いた積分操作によって陽に与えられる。摂動後の中性子束を数値的に求める場合には繰り返し計算が行われる⁽¹²⁾。これに対して本研究では、量子力学の分野で用いられる摂動論⁽¹³⁾の手法を適用する。量子力学の摂動論では、エネルギー準位や波動関数の変化が、摂動を受ける前の状態に対して定義されたシュレディンガー方程式の固有値・固有関数によって陽(Explicit)に表現される。従って、この手法を中性子束分布の摂動問題へ適用すると、摂動を受けた中性子束は中性子拡散方程式をもとに定義された固有値問題の空間モード高次固有値(増倍率)と固有関数(中性子束)によって表現される。これが本節の方針である。

2.1.1 λモード固有値問題

摂動論を適用する中性子拡散方程式固有値問題は、次の方程式で与えられ

る。これをλ(静的)モード固有値問題と呼ぶ。

$$\left[-\mathbf{D}(\mathbf{r}, E)\nabla^2 + \Sigma_a(\mathbf{r}, E) + \int_0^\infty dE' \Sigma_s(\mathbf{r}, E \rightarrow E') \right] \psi_n(\mathbf{r}, E) - \int_0^\infty dE' \Sigma_s(\mathbf{r}, E' \rightarrow E) \psi_n(\mathbf{r}, E') = \frac{1}{\lambda_n} \chi(E) \int_0^\infty dE' v \Sigma_f(\mathbf{r}, E') \psi_n(\mathbf{r}, E') \quad (2-1)$$

但し、λ_nは第n次固有値、ψ_nは第n次固有関数であり^(脚注)、他のパラメータは炉物理定数で通常の表記法に従っている(記号表は巻末に付けた)。基本モード(n=0)に対するλモード固有値方程式は、臨界計算において解かれる方程式に対応する。つまり、基本モード固有値は中性子実効増倍率K_{eff}に、基本モード固有関数はλ₀=1の場合中性子束分布Φに対応する。図2.1(下図)に示すように、固有値λ_nは一般的に離散スペクトルになり、次数nが高くなるに従って小さな値となる。固有関数は、基本モードでは体系内に零点を持たず、実際の中性子束が負の値をとり得ない事実と対応する。次数nと共に零点の数は増加し高波数形状となる。以後の記述を簡単にするために、(2-1)式を次式のように消滅演算子Lと生成演算子Mを用いて表現する。

$$L\psi_n(\mathbf{r}, E) = \frac{1}{\lambda_n} M\psi_n(\mathbf{r}, E), \quad n = 0, 1, \dots \quad (2-2)$$

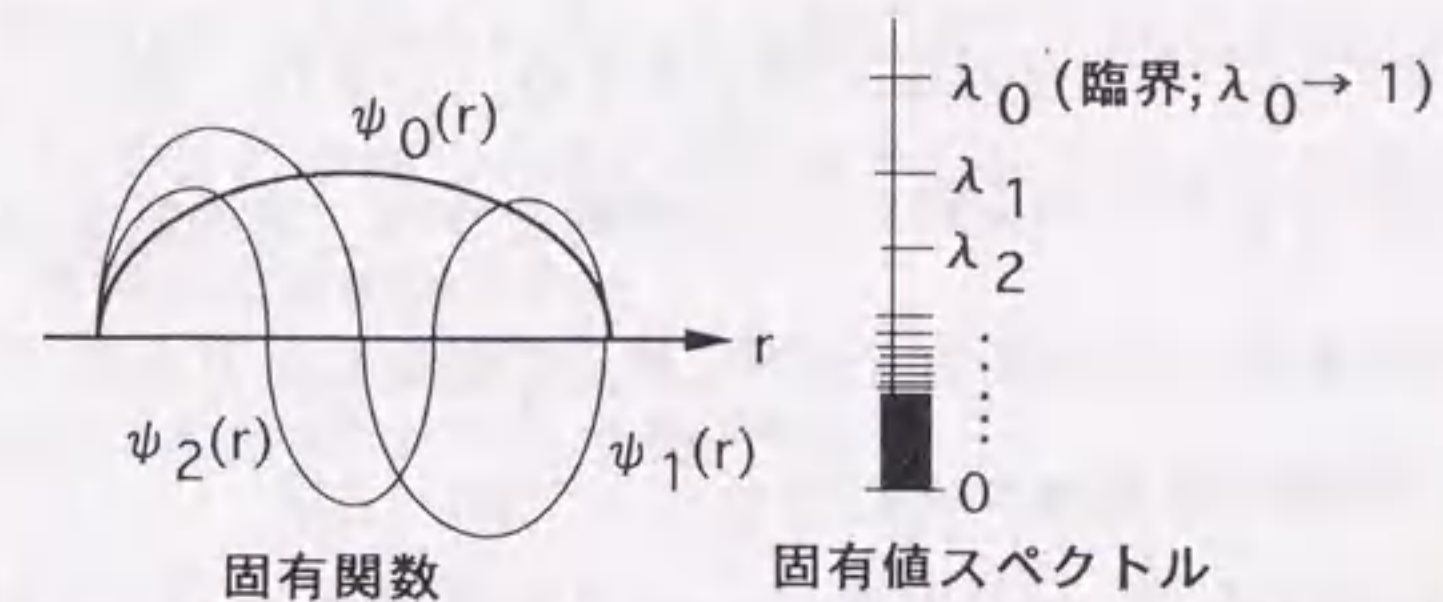


図2.1 λモード固有値・固有関数のモード次数依存性

(脚注)本論文では、第n次固有値、第n次固有関数を、それぞれ第n次モード固有値、第n次モード固有関数と呼ぶ場合がある。

但し、

$$L\psi_n(r,E) \equiv \left[-D(r,E)\nabla^2 + \Sigma_a(r,E) + \int_0^\infty dE'\Sigma_s(r,E \rightarrow E') \right] \psi_n(r,E) - \int_0^\infty dE'\Sigma_s(r,E' \rightarrow E)\psi_n(r,E'),$$

$$M\psi_n(r,E) \equiv \chi(E) \int_0^\infty dE'\nu\Sigma_f(r,E')\psi_n(r,E'),$$

である。以後の議論の準備として、 λ モード随伴固有値問題も定義しておく。

$$L^+\psi_n^+(r,E) = \frac{1}{\lambda_n} M^+\psi_n^+(r,E), \quad n = 0, 1, \dots \quad (2-3)$$

但し、 L^+, M^+ はそれぞれ演算子 L と M の随伴演算子であり、

$$L^+\psi_n^+(r,E) \equiv \left[-D(r,E)\nabla^2 + \Sigma_a(r,E) + \int_0^\infty dE'\Sigma_s(r,E \rightarrow E') \right] \psi_n^+(r,E) - \int_0^\infty dE'\Sigma_s(r,E' \rightarrow E)\psi_n^+(r,E'),$$

$$M^+\psi_n^+(r,E) \equiv \nu\Sigma_f(r,E) \int_0^\infty dE'\chi(E')\psi_n^+(r,E'),$$

である。 ψ_n^+ は第 n 次随伴固有関数である。 λ モード固有関数・随伴固有関数は、次式に示す直交性を有する。

$$\int_0^\infty dE \int_{\text{全炉心}} dV \psi_m^+ M \psi_n = 0, \quad m \neq n \text{ の場合} \quad (2-4)$$

2.1.2 高次摂動方程式の導出

今、図 2.2 に示すような摂動問題を考える。つまり、外乱により消滅及び生成演算子がそれぞれ $\delta L(r,E), \delta M(r,E)$ だけ摂動をうけ、その結果非摂動系の中性子束 Φ 、実効増倍率 $k_{\text{eff}} (= \lambda_0)$ がそれぞれ Φ', k'_{eff} に変化したとする。これら摂動前後の中性子束、実効増倍率は次式に従う。

$$\text{非摂動系} \quad L(r,E)\Phi(r,E) = \frac{1}{k_{\text{eff}}} M(r,E)\Phi(r,E) \quad (2-5)$$

$$\text{摂動系} \quad [L(r,E) + \delta L(r,E)]\Phi'(r,E) = \frac{1}{k'_{\text{eff}}} [M(r,E) + \delta M(r,E)]\Phi'(r,E) \quad (2-6)$$

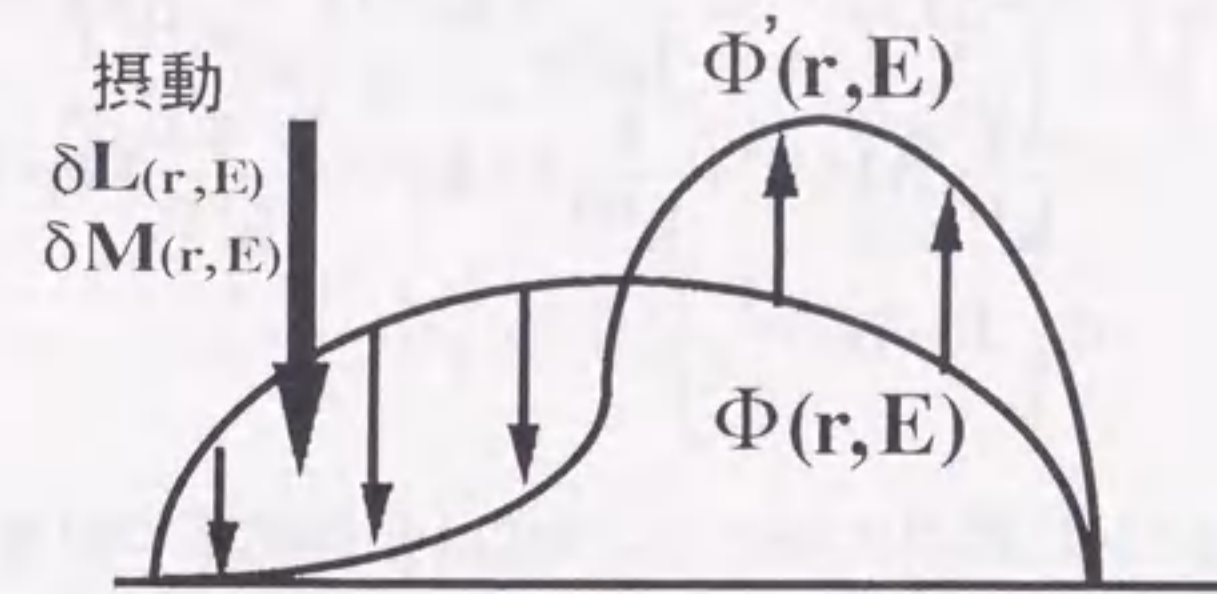


図 2.2 中性子束分布摂動問題の概念図

ここで、摂動系の中性子束と実効増倍率を摂動の程度を表すパラメータ ε ($0 \leq \varepsilon \leq 1$) のべき級数として表す。

$$\Phi' = \varphi^{(0)} + \varepsilon\varphi^{(1)} + \varepsilon^2\varphi^{(2)} + \dots, \quad (2-7-1)$$

$$\frac{1}{k'_{\text{eff}}} = \frac{1}{k^{(0)}} + \frac{\varepsilon}{k^{(1)}} + \frac{\varepsilon^2}{k^{(2)}} + \dots, \quad (2-7-2)$$

(2-6)式中の $\delta L, \delta M$ をそれぞれ $\varepsilon \delta L, \varepsilon \delta M$ で置き換えた式に、(2-7)式を代入すれば次の式が得られる。

$$\begin{aligned} & (L + \varepsilon \delta L)(\varphi^{(0)} + \varepsilon\varphi^{(1)} + \varepsilon^2\varphi^{(2)} + \dots) \\ &= \left(\frac{1}{k^{(0)}} + \frac{\varepsilon}{k^{(1)}} + \frac{\varepsilon^2}{k^{(2)}} + \dots \right) (M + \varepsilon \delta M)(\varphi^{(0)} + \varepsilon\varphi^{(1)} + \varepsilon^2\varphi^{(2)} + \dots) \end{aligned} \quad (2-8)$$

上式は、 ε の連続的にとり得るいろいろな値に対して成立すると考えられる。従って、両辺における ε の同じべきの係数を等しいとおくと、次々に高次の摂動を表す次の一連の方程式が得られる。

$$\varepsilon^0 \text{ の係数より} \quad L\varphi^{(0)} = \frac{1}{k^{(0)}} M\varphi^{(0)}, \quad (2-9-1)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon^1 \text{ の係数より} \quad L\varphi^{(1)} + \delta L\varphi^{(0)} &= \frac{1}{k^{(0)}} M\varphi^{(1)} + \frac{1}{k^{(0)}} \delta M\varphi^{(0)} \\ &+ \frac{1}{k^{(1)}} M\varphi^{(0)}, \end{aligned} \quad (2-9-2)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon^2 \text{の係数より } L\varphi^{(2)} + \delta L\varphi^{(1)} &= \frac{1}{k^{(0)}} M\varphi^{(2)} + \frac{1}{k^{(0)}} \delta M\varphi^{(1)} \\ &+ \frac{1}{k^{(1)}} M\varphi^{(1)} + \frac{1}{k^{(1)}} \delta M\varphi^{(0)} + \frac{1}{k^{(2)}} M\varphi^{(0)}, \\ &\vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \end{aligned} \quad (2-9-3)$$

(2-9-1)式と(2-5),(2-2)式の比較から、 $\varphi^{(0)}$ は非摂動系の中性子束 Φ の任意の定数倍、あるいは非摂動系の任意の次数の固有関数を取りうる事が分かる。この $\varphi^{(0)}$ を次式のように選んでおくと、(2-7-1)式の右辺第2項以降の項は摂動による中性子束変動を表現するようになる。

$$\varphi^{(0)} = \Phi \quad (2-10-1)$$

このように $\varphi^{(0)}$ を選んだ場合 $k^{(0)}$ は次式により与えられ、摂動による実効増倍率変化は(2-7-2)式の右辺第2項以降の項によって表現される。

$$k^{(0)} = k_{\text{eff}} \quad (2-10-2)$$

2.1.3 1次摂動近似による中性子束変動量の導出

(2-7-1)式に含まれる1次摂動項 $\varphi^{(1)}$ を、次のように非摂動系の λ モード固有関数列 ψ_n で展開する。

$$\varphi^{(1)} = \sum_{n=0}^{\infty} a_n^{(1)} \psi_n \quad (2-11)$$

上式を、1次の摂動方程式(2-9-2)式に代入して整理すると、

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n^{(1)} \frac{1}{\lambda_n} M\psi_n + \delta L\Phi = \frac{1}{\lambda_0} M \sum_{n=0}^{\infty} a_n^{(1)} \psi_n + \frac{1}{\lambda_0} \delta M\Phi + \frac{1}{k^{(1)}} M\Phi \quad (2-12)$$

が得られる。上式の両辺に非摂動系の第 m 次随伴固有関数 ψ_m^+ を掛け、全空間で積分し、固有関数の直交条件(2-4)式を用いて整理すると下式が得られる。

$$\begin{aligned} a_n^{(1)} \left(\frac{1}{\lambda_m} - \frac{1}{\lambda_0} \right) \int_0^{\infty} dE \int dV \psi_m^+ M \psi_m - \delta_{m,0} \frac{1}{k^{(1)}} \int_0^{\infty} dE \int dV \psi_m^+ M \Phi \\ = \int_0^{\infty} dE \int dV \psi_m^+ \left(\frac{1}{\lambda_0} \delta M - \delta L \right) \Phi \end{aligned} \quad (2-13)$$

上式(2-13)において、 $m=0$ とおくと、

$$\frac{1}{k^{(1)}} = \frac{\int_0^{\infty} dE \int dV \psi_0^+ \left(\delta L - \frac{1}{\lambda_0} \delta M \right) \Phi}{\int_0^{\infty} dE \int dV \psi_0^+ M \Phi} \quad (2-14)$$

が得られる。上式は、制御棒価値や反応度係数などの計算に従来用いられてきた摂動反応度の表現⁽¹⁴⁾と一致する。これに対して $m \neq 0$ の場合は、固有関数展開

(2-11)式における展開係数が求まる。つまり、

$$a_m^{(1)} = \frac{\int_0^{\infty} dE \int dV \psi_m^+ \left(\frac{1}{\lambda_0} \delta M - \delta L \right) \Phi}{\left(\frac{1}{\lambda_m} - \frac{1}{\lambda_0} \right) \int_0^{\infty} dE \int dV \psi_m^+ M \psi_m} \quad (2-15)$$

となる。(2-7-1)式の ε のべき級数を1次で打ち切り(1次摂動近似)、 $\varepsilon=1$ とする。つまり摂動による変動量のうち、摂動の大きさに対して線型に変化する成分のみに注目する。この式に(2-11),(2-15)式を代入すると、中性子束変動量 $\delta\Phi (= \Phi' - \Phi)$ に対する表現が得られる。

$$\delta\Phi = \varphi^{(1)} = a_0^{(1)} \psi_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n^{(1)} \psi_n \quad (2-11')$$

$$= \mathbf{a}_0^{(1)} \psi_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\int_0^{\infty} dE \int dV \psi_n^+ \left(\frac{1}{\lambda_0} \delta \mathbf{M} - \delta \mathbf{L} \right) \Phi}{\left(\frac{1}{\lambda_n} - \frac{1}{\lambda_0} \right) \int_0^{\infty} dE \int dV \psi_n^+ \mathbf{M} \psi_n} \psi_n \quad (2-16)$$

(2-16)式中の $\mathbf{a}_0^{(1)}$ は、中性子束に対する規格化条件によって決まる量である。例えば、摂動前後の炉出力保存を規格化条件として課すと、

$$\int_0^{\infty} dE \int dV \Sigma_f \Phi \doteq \int_0^{\infty} dE \int dV \Sigma_f \Phi' \quad (2-17)$$

より

$$\int_0^{\infty} dE \int dV \Sigma_f \delta \Phi = 0 \quad (2-18)$$

が成り立つ。上式に(2-11')式を代入すると、定数 $\mathbf{a}_0^{(1)}$ を決定するための式が得られる。

$$\mathbf{a}_0^{(1)} = - \frac{\sum_{n=1}^{\infty} \mathbf{a}_n^{(1)} \int_0^{\infty} dE \int dV \Sigma_f \psi_n}{\int_0^{\infty} dE \int dV \Sigma_f \psi_0} \quad (2-19)$$

但し、上式分子の固有関数展開が、図2.3に示したような空間的に対称な形状を有する固有関数のみの展開で打ち切ることができる場合には、

$$\sum_{n=1}^N \int_0^{\infty} dE \int dV \Sigma_f \psi_n = 0, \quad N = \text{打ち切り次数} \quad (2-20)$$

となるので、 $\mathbf{a}_0^{(1)}$ は

$$\mathbf{a}_0^{(1)} \doteq 0 \quad (2-21)$$

となる。

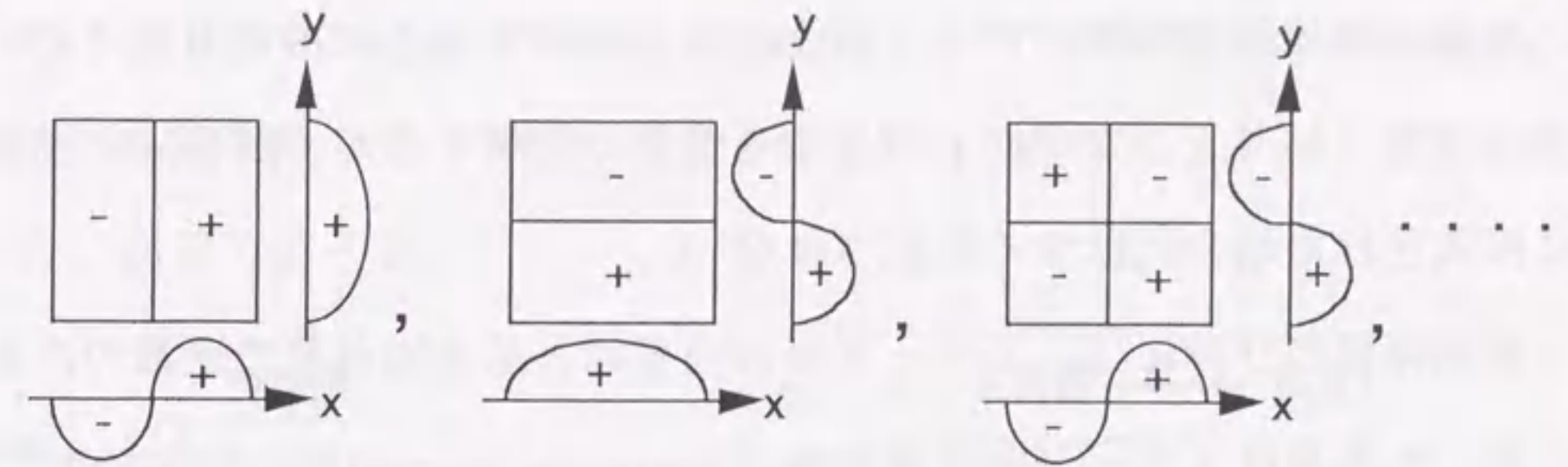


図2.3 零点に対して絶対値が対称で符号が反転する固有関数

動力炉の運転では、通常全出力あるいは平均出力を一定とするように制御されるので、炉出力一定の規格化条件は最も現実的と考えられる。また、摂動の投入は図2.3に示したような空間モードを支配的に励起することが2.2節で確認される。このような条件が満たされた場合の中性子束変動量に対する表現は、(2-16)式に(2-21)式を代入することにより得られる。

$$\delta \Phi = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\int_0^{\infty} dE \int dV \psi_n^+ \left(\frac{1}{\lambda_0} \delta \mathbf{M} - \delta \mathbf{L} \right) \Phi}{\left(\frac{1}{\lambda_n} - \frac{1}{\lambda_0} \right) \int_0^{\infty} dE \int dV \psi_n^+ \mathbf{M} \psi_n} \psi_n \quad (2-22)$$

2.1.4 中性子束分布変動と空間モード

ここでは、(2-16)式あるいは(2-22)式を通して、中性子束変動を解釈する。まず、(2-22)式で高次モードの励起度を表す展開係数の分子には、摂動量 δL 、 δM 、中性子束 Φ に加えて高次随伴固有関数 ψ_n^+ が含まれている。中性子束が平坦化された体系に特定の摂動が加わった場合を考えると、摂動投入位置の高次随伴

固有関数値によってその高次モードの励起度は決まることを表している。つまり、摂動が随伴固有関数のピーク位置に投入された場合には最も強くそのモードが励起され、結果として中性子束分布も著しく変動するが、随伴固有関数の零点上に投入された場合には全く励起されない。

展開係数の分母には、 λ モード高次固有値と基本固有値の逆数の差が含まれている。この量は λ モード固有値間隔(Eigenvalue Separation)と呼ばれ^(脚注1)、序論において触れたように、かつて望月・武田⁽¹⁵⁾、Stacey⁽¹⁶⁾により大型熱中性子炉のキセノン(Xe)振動の指標として導入されたものである。この固有値間隔が展開係数の分母に含まれているので、ある高次モードの励起度はそのモードの固有値間隔に逆比例し、間隔が狭い程中性子束分布は外乱に対して敏感に変動する。固有値間隔は、この様に外乱に対する空間分布変動の感度を表し、しかも、設計や炉心管理において調整可能な炉心幾何形状・燃料配置等により決まる積分的パラメータである。これが本研究で定量化指標としてこの λ モード固有値間隔に着目した理由である。

$$\lambda\text{モード } n\text{次固有値間隔} : (\text{E.S.})_n \equiv 1/\lambda_n - 1/\lambda_0, n=1,2,\dots \quad (2-23)^{\text{(脚注2)}}$$

後述(本章3節)するように、制御棒干渉効果等の他のデカップリング特性もこの固有値間隔によって整理できる。図2.4に示すように、モード次数が高

(脚注1) 本来、固有値間隔という言葉からは

$$1/\lambda_0 - 1/\lambda_1, 1/\lambda_1 - 1/\lambda_2, 1/\lambda_2 - 1/\lambda_3, \dots$$

など、相次ぐ固有値の間隔を想像するが、この論文ではすべて基本固有値からの間隔を指すこととする。

(脚注2) 以後、本論文では、 λ モード n 次固有値間隔を単に n 次モード固有値間隔と呼ぶ。

くなるに従って基本モードとの固有値間隔は広くなる。(2-22)式によると空間分布変動へのモードの寄与は固有値間隔に反比例するので、定量的評価の際には間隔が比較的狭い低次数のモードにのみ考慮すれば良い。具体的なモード次数の決定については、次節で述べる。

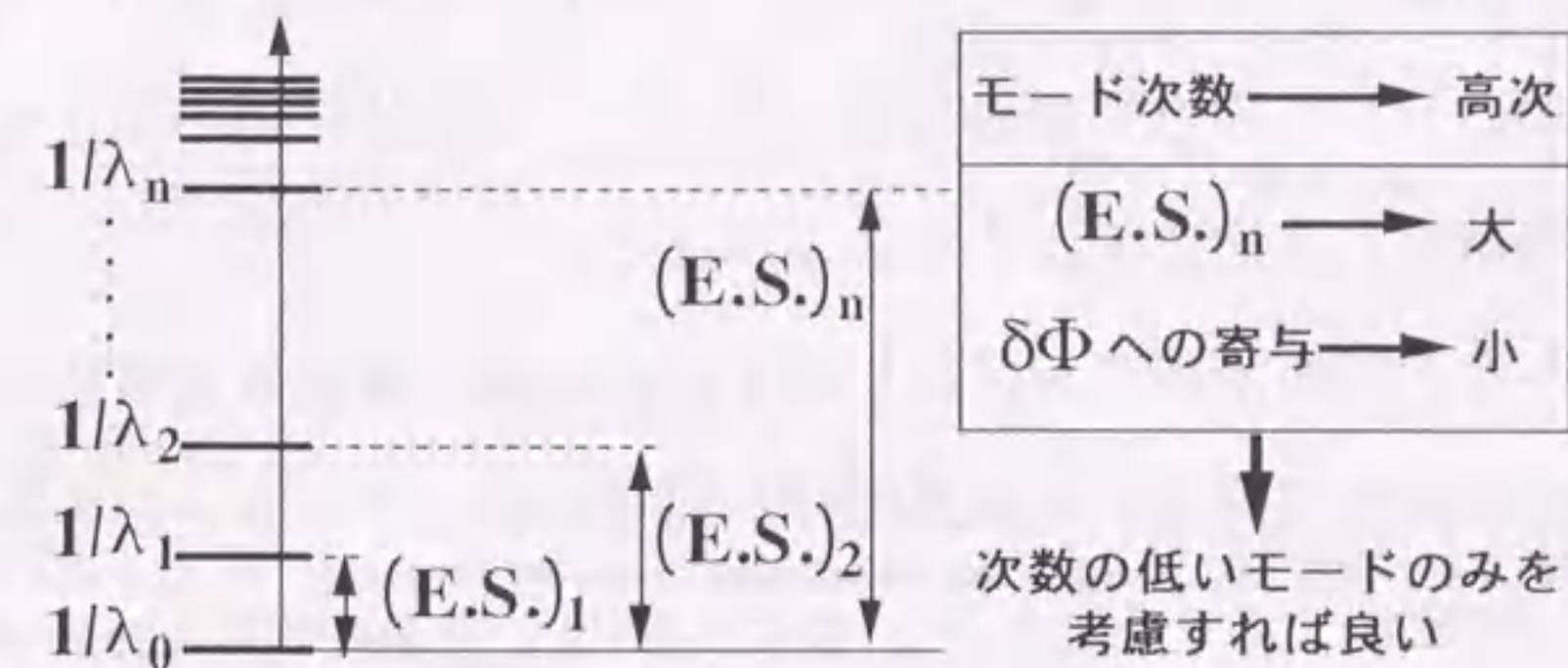


図2.4 固有値間隔($1/\lambda_n - 1/\lambda_0$)のモード次数 n への依存性(概念図)

基本モードとの固有値間隔が非常に狭いモードは、随伴固有関数のピーク近傍に摂動が加わった場合には選択的に励起される。この場合、中性子束変化はそのモードの固有関数のピーク位置で最大となり、零点上では全く変化しない。

以上の議論より、中性子束(出力)分布変動を抑制するためには、本研究の観点からは設計や炉心管理において次のような手順で検討を行うことが望ましい。まず、 λ モード固有値間隔が(他の設計パラメータを悪化させない範囲で)できるだけ大きくなるように燃料配置、炉心幾何形状を設定する。次に、外乱投入の原因となりやすい制御棒や特殊燃料集合体等は、低次数の随伴固有関数のピーク近傍を避けて配置する。最後に、中性子束分布変動(歪み)を監視するための核計装は、励起されると予想される空間高次モードが測定できるようにその固有関数の零点からできるだけ離れた位置に配置する。

2.2 大型高速炉心における出力分布歪み実験の解析

2.2.1 実験の目的

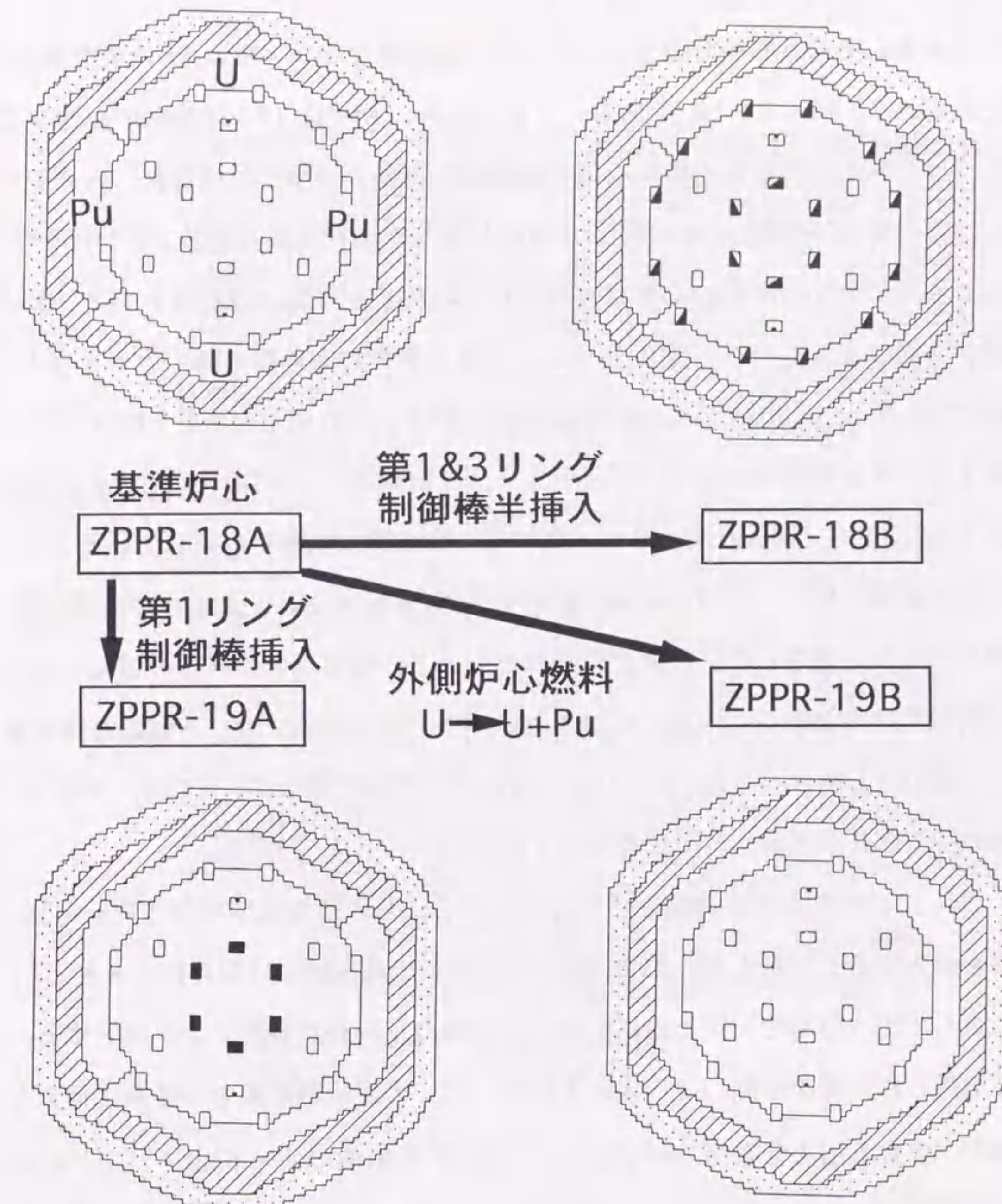
前節の定式化を通して、 λ モード固有値間隔が中性子束分布変動の予測のために有効であることが明らかになった。しかし、定式化において1次摂動近似を用いているので、この近似の妥当性を確認し、定量的評価の際に含めるべき固有値間隔の次数を具体的に決定する必要がある。

この試みを、当時米国アルゴンヌ研究所の大型高速臨界実験装置ZPPRにおいて進行中の日米共同高速炉実験計画(JUPITER)の中で中性子束分布歪み(Flux Tilt)実験として実施することにした。特に当時はこのJUPITER計画の中で大型高速炉心のディカップリング特性把握を目的とした特性実験(JUPITER-Io)が準備段階にあったので、これにまさに適合する試みとしてこの実験を提案した。測定は米国アルゴンヌ研究所側に依頼し、著者を研究実施者とする名古屋大学のグループは実験計画の立案とデータ解析を担当した。実験では、4体の炉心が組み、各炉心の炉心配置は固有値間隔に相違が現れるように決められた。データ解析においては、摂動によって生じる出力分布変動(歪み)量を求め、各炉心の歪み量が固有値間隔によって整理できるかどうか、またその整理の際に何次の空間高次モードまで考慮すればよいかを検討した。

2.2.2 実験体系

実験は、図2.5に示すようなZPPR-18A, -18B, -19A, -19Bと名づけられた4通りの高速臨界集合体装荷パターンについて行われた。各炉心は、電気出力100万KWe相当の大型高速炉心を模擬している。炉心体積はいずれも8500リッ

■ 大型炉制御棒半挿入模擬



■ 大型炉制御棒挿入模擬

□ 炉心燃料部 ▨ ブランケット ◻ 反射体

図2.5 ZPPR出力分布歪み実験体系

トルであり、そのうち核分裂性プルトニウム(Pu)及びウラニウム(U)の装荷重量はそれぞれ2.5トン、1.1トンである。4炉心の内、ZPPR-18Aは基準炉心として位置付けられる。炉心は内側炉心部と外側炉心部の2領域に分けられ、内側炉心部には富化度(核分裂性核種の割合)10%のPu燃料が装荷されている。ZPPR所有Pu量の不足のため、外側炉心部は富化度15%のPu燃料領域と濃縮度17%のU燃料領域から構成されている。図2.5中の□は、制御棒引き抜き後のナトリウム領域(CRP: Control Rod Position)を模擬している。これに対して、ZPPR-18Bは第1リング制御棒(最内の6本)と第3リング制御棒(内外炉心部境界上の12本)半挿入を、ZPPR-19Aは第1リング制御棒の完全挿入状態を模擬している。これら制御棒集合体は、燃料の代わりにドロワ(燃料をおさめる引き出し、鞘箱)に制御材を入れ大型炉心の制御棒を模擬したもので、臨界集合体自体の運転のための制御棒とは異なる点に注意して頂きたい。以上の3炉心では、外側炉心部においてPu燃料とU燃料が分割(セクタ)装荷されていたのに対して、ZPPR-19BではPu燃料とU燃料が混合されて装荷されている。

これら4体系は1/4対称性を有している。これら体系に臨界集合体運転用制御棒を挿入することにより、出力(中性子束)分布を意識的に非対称に歪ませる。この歪んだ出力分布を、炉心内に配置した64個の核分裂計数管により測定する。前節で得られた理論予測(2-22)式によれば、同一の運転制御棒を4体系に挿入した場合、生じる出力分布歪み $\delta\Phi$ の各モード成分(摂動前のモード)はそれぞれの体系の摂動前の固有値間隔に依存するはずである。つまり、出力分布歪み量の各モード成分と固有値間隔の間に反比例関係が実験的に見いだされたならば、前節の理論表現が実験によって再現されたことになり、その導出に用いた近似の妥当性も確認される。図2.6に、特に歪みを与えるために使用した臨界集合体運転

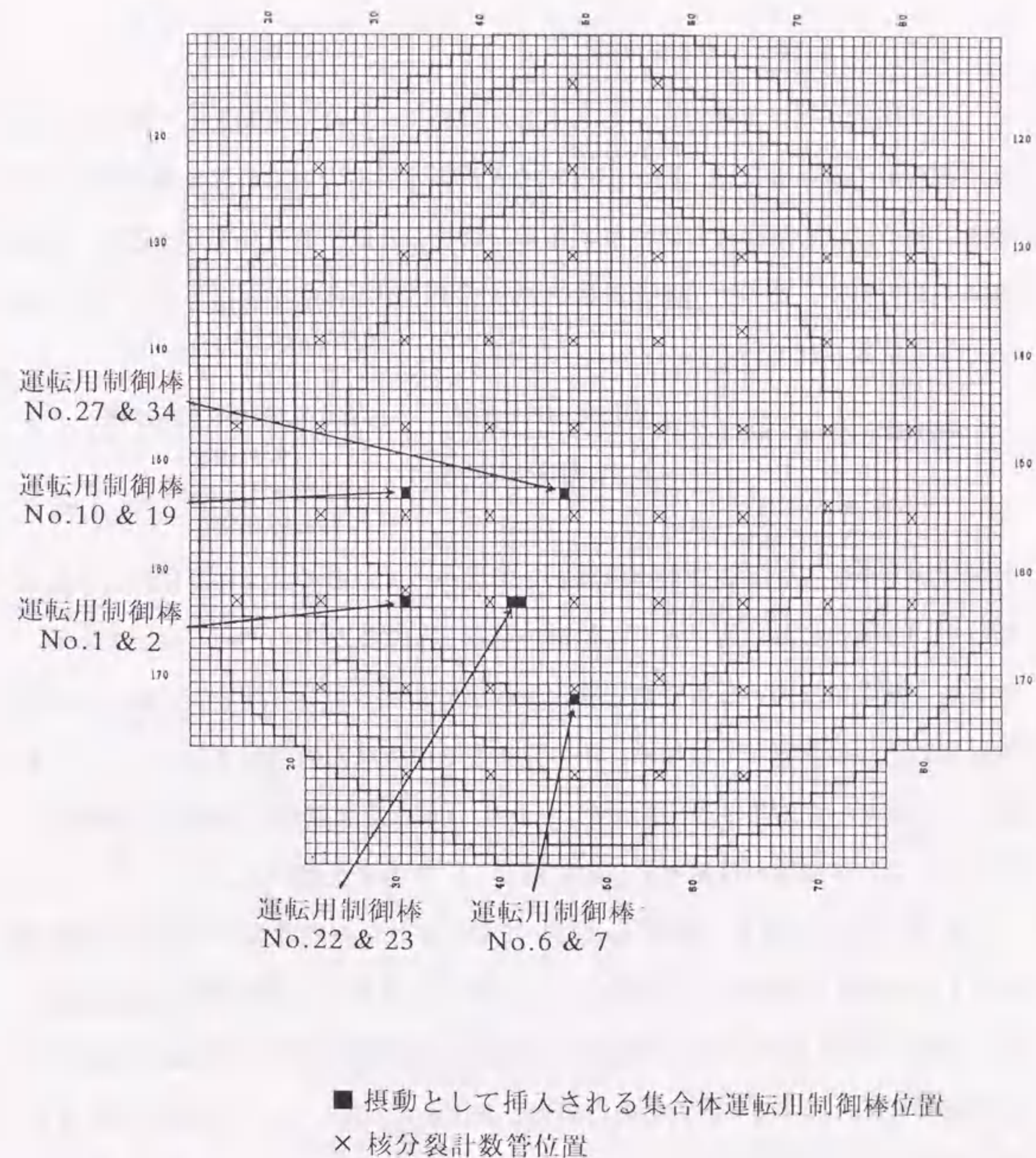


図2.6 摂動として挿入される集合体運転用制御棒位置
および出力分布測定用核分裂計数管配置

用制御棒の位置と出力分布測定用の核分裂計数管の配置を示す。

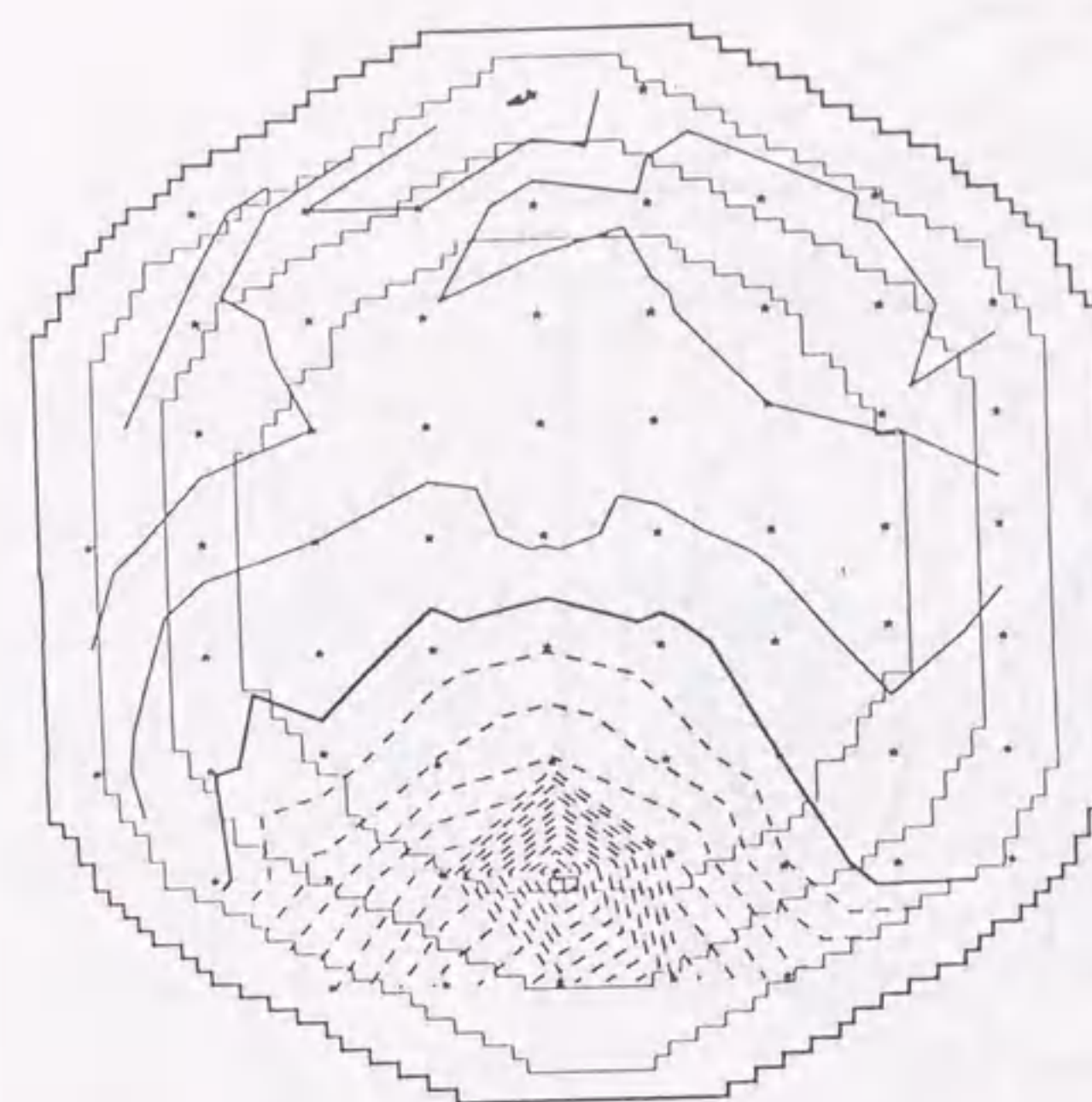
2.2.3 実験データ解析結果

米国アルゴンヌ研究所から入手した実験データは、摂動として挿入した運転用制御棒の反応度価値、および摂動投入前後の64本の核分裂計数管の規格化計数率である。この規格化計数率は、ある計数管の計数率値を全ての計数管の計数率値の和で割り、この比にその計数管が分担する炉心体積率を重みとして乗じた値として定義されている。

$$(\text{計数管}m\text{の規格化計数率}) \equiv \frac{(\text{計数管}m\text{の計数率})}{\sum_{k=1}^{64} (\text{計数管}k\text{の計数率})} \times \frac{(\text{計数管}m\text{が分担する炉心体積})}{(\text{全炉心体積})}, \quad m = 1, 2, \dots, 64 \quad (2-24)$$

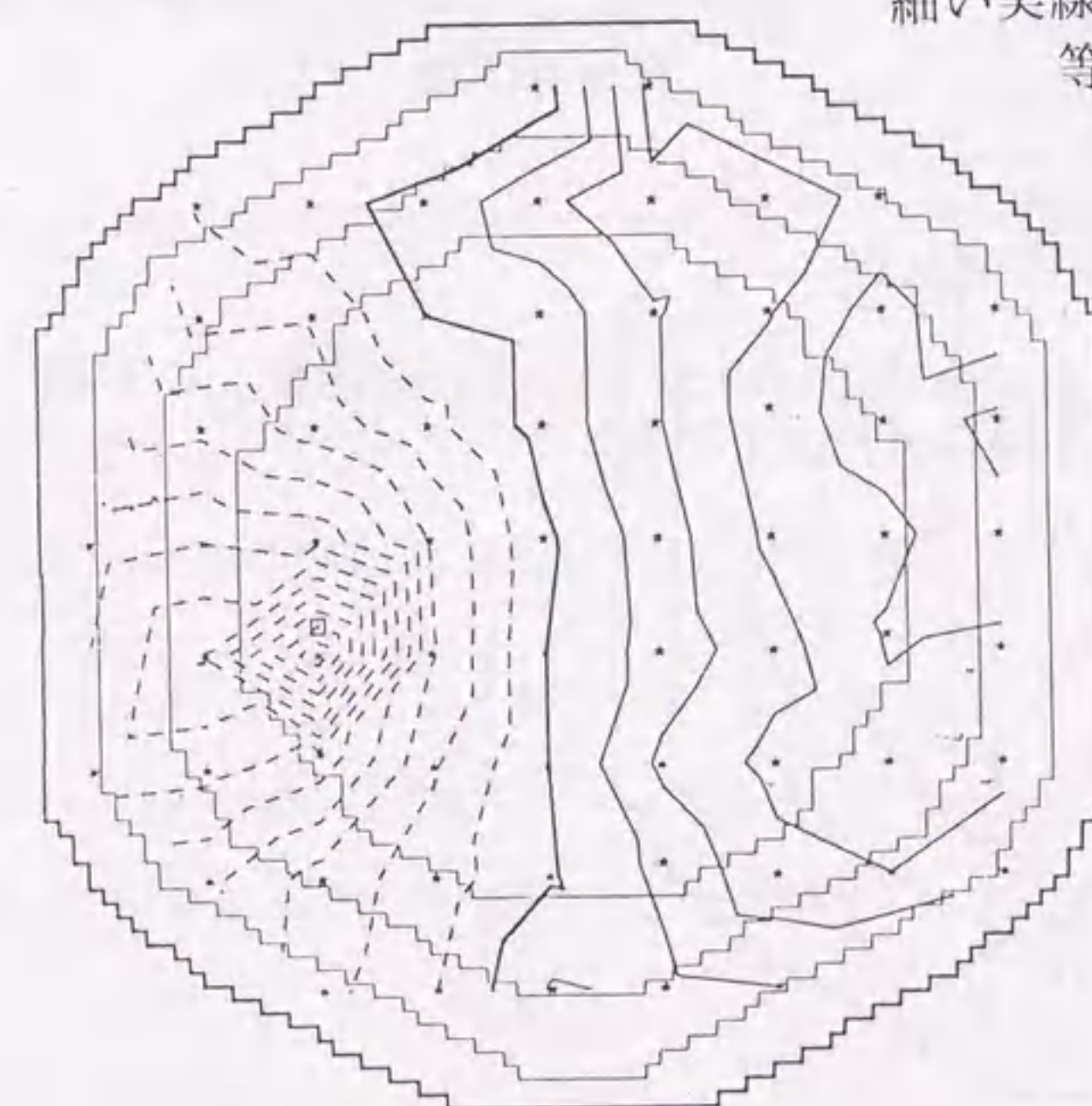
計数管が分担する炉心体積率が重みとして掛かっているのは、和分法により数値積分を行う場合に離散化メッシュ体積が重みとして掛かるのと同じ理由である。つまり、ある領域内の計数管の規格化計数率の和は、単なる計数管位置での局所的な相対出力の算術和ではなく、出力分布をその領域内の空間で積分した値に対応する。本データ解析では、出力(中性子束)分布を空間積分する操作が必要となるので、この体積重みは我々の目的に適合し、そのまま用いた。

図2.7に、ZPPR-18A炉心において測定された摂動前後の規格化計数率値の比を0.01間隔で等高線として描いた。同図(a)に描かれた等高線は運転用制御棒No.6 & 7の挿入前後の出力分布比を、(b)はこれとほぼ90度回転対称の位置にある同制御棒No.10 & 19挿入前後の出力分布比を表している。この比が1より大きい場合、つまり制御棒挿入により出力分布が相対的に盛り上がる場合は実線で描き、逆に比が1より小さく出力分布が相対的に落ち込む場合には点線で描い



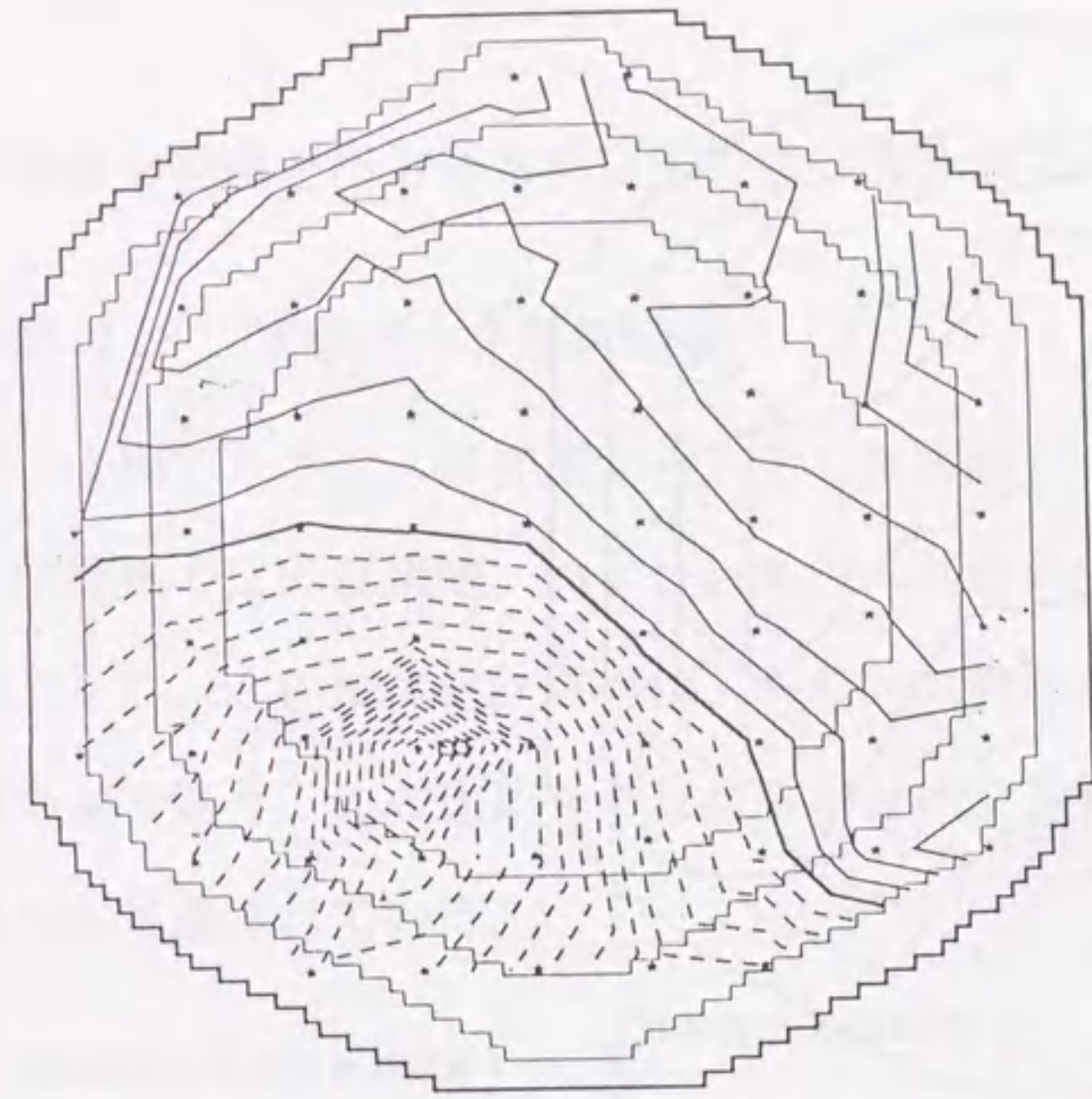
(a) 運転用制御棒No.6 & 7 挿入の場合

点線・・・規格化計数率比 < 1.0
 太い実線・・・規格化計数率比 = 1.0
 細い実線・・・規格化計数率比 > 1.0
 等高線間隔・・・0.01

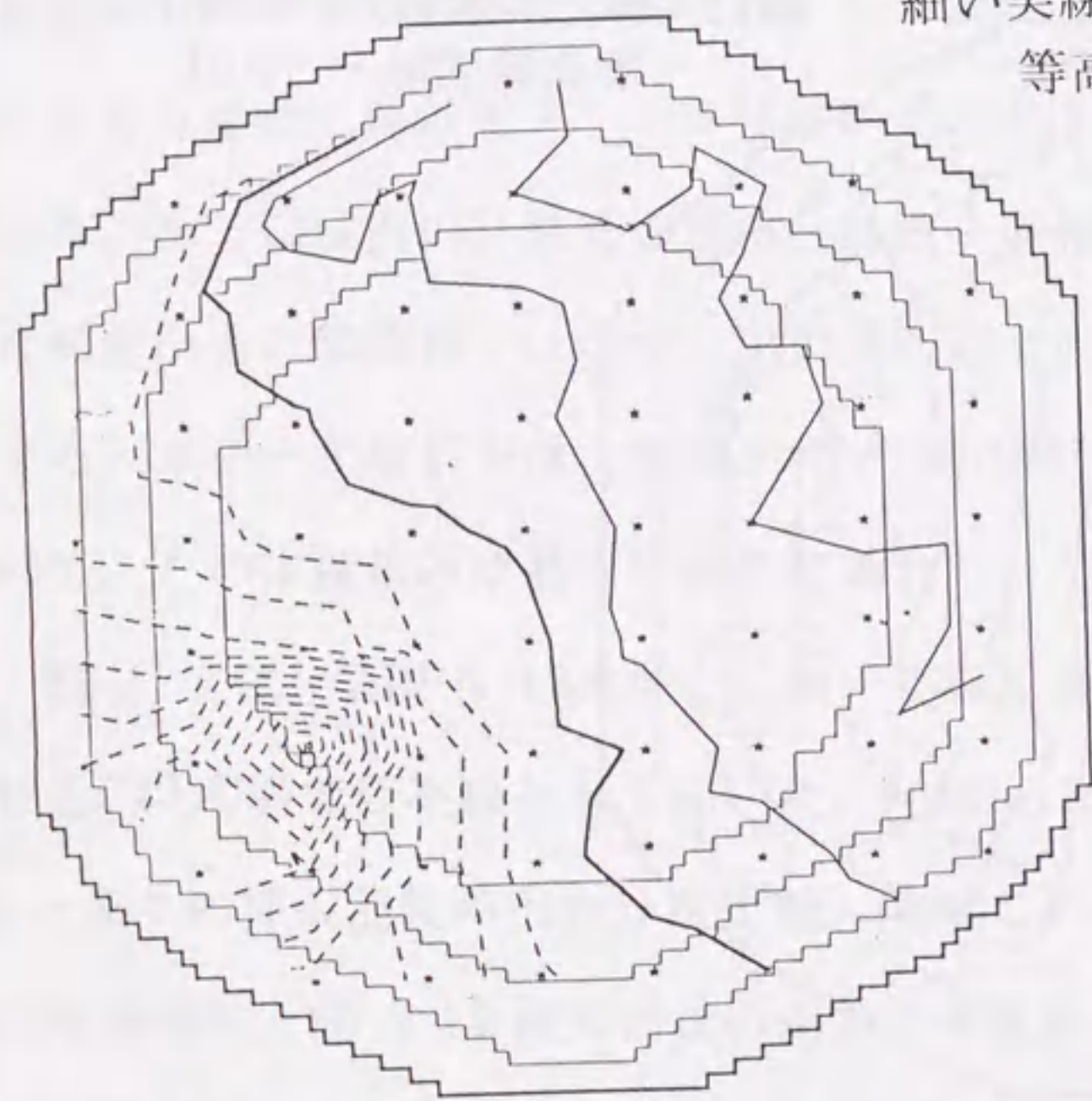


(b) 運転用制御棒No.10 & 19 挿入の場合

図2.7 ZPPR-18A炉心における摂動前後の規格化計数率比分布
 (次ページに続く)

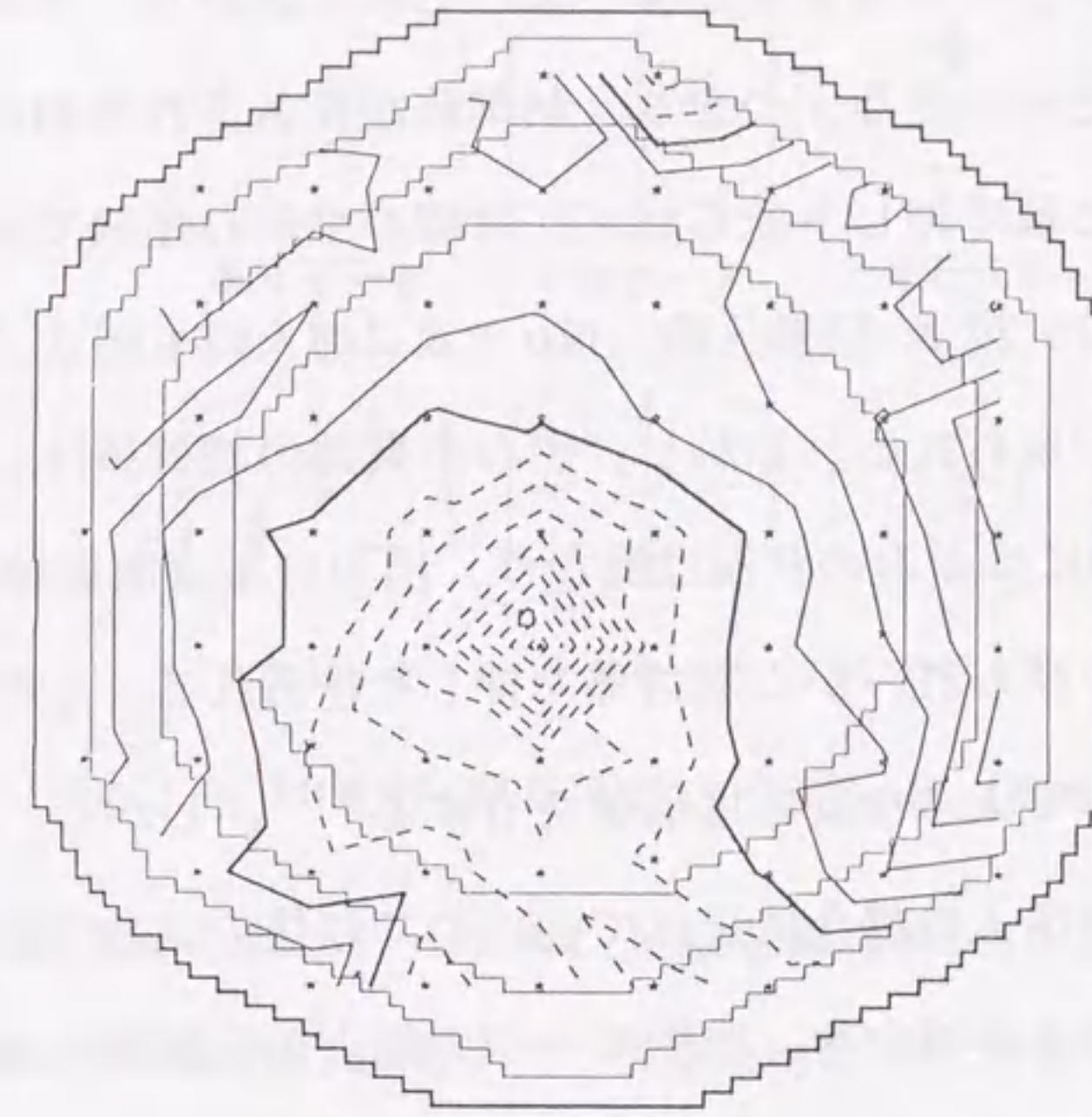


(c) 運転用制御棒No.22 & 23 挿入の場合
 点線・・・規格化計数率比<1.0
 太い実線・・・規格化計数率比=1.0
 細い実線・・・規格化計数率比>1.0
 等高線間隔・・・0.01



(d) 運転用制御棒No.1 & 2 挿入の場合

図2.7 ZPPR-18A炉心における摂動前後の規格化計数率比分布
 (次ページに続く)



(e) 運転用制御棒No.27 & 34 挿入の場合
 点線・・・規格化計数率比<1.0
 太い実線・・・規格化計数率比=1.0
 細い実線・・・規格化計数率比>1.0
 等高線間隔・・・0.01

図2.7 ZPPR-18A炉心における摂動前後の規格化計数率比分布
 (次ページからの続き)

た。太い実線は、比が1の地点を示している。これら図から、大まかな出力歪みの様子を把握することができる。つまり、制御棒が挿入された側の半炉心領域では出力分布は相対的に強く押し下げられ、反対側の半炉心領域では逆に押し上げられている。制御棒No.22 & 23挿入時、No.1 & 2挿入時も図2.7(c)(d)に示したように同様の傾向が見られる。しかし、炉心中央部の制御棒No.27 & 34を挿入した場合(図2.7(e))には歪みの状況は異なり、出力分布は制御棒近傍の炉心中央部で相対的に押し下げられ、炉心周辺部で押し上げられる。この制御棒は炉心周辺部の制御棒に比べて大きな反応度値を有する^{脚注1}。しかし、その歪みの度合いは周辺部の制御棒挿入の場合に比べて弱いので以後の議論では省略する。

これら出力分布歪みの傾向を、空間モードの観点から解釈してみる。第3章で述べる数値計算結果によると、ZPPR実験炉心の固有関数及び随伴固有関数は固有値の大きい順(モード次数順)に並べると概略図2.8のようになる^{脚注2}。まず、運転制御棒No.10 & 19挿入の場合、この制御棒位置は1次随伴固有関数のピーク近傍であるので1次モードは強く励起されるが、2次および3次モードについては制御棒位置が2次及び3次随伴固有関数の零点に近いのでこれらモードはほとんど励起されない。4次以降のモードは固有値間隔が大きいので、ほとん

(脚注1) 例えば、ZPPR-18A体系における制御棒No.27 & 34の反応度値は34.3 ρ であるのに対して、炉心周辺部の制御棒No.6&7, および No.10&19の反応度値はそれぞれ10.9 ρ , 19.4 ρ と小さい。

(脚注2) ZPPR-19B炉心については、1次と2次の固有関数形状が逆転するので注意する必要がある。この準位逆転の原因は、ZPPR-19Bの外側炉心部燃料装荷法の特異性によるものと考えられる。

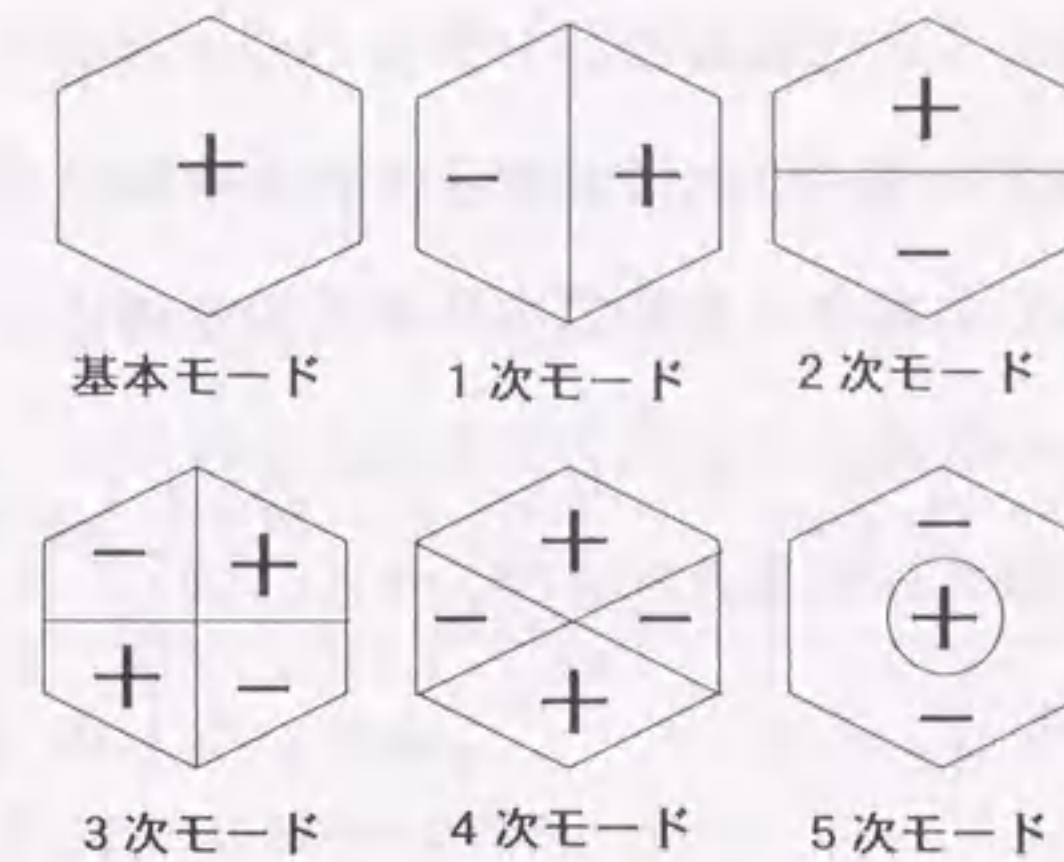


図2.8 (随伴)固有関数の空間分布(概略図)

ど励起されないと考えられる。つまり、運転制御棒No.10 & 19挿入時は1次モードのみが選択的に励起されるので、図2.7(b)に示したように制御棒挿入側左半炉心で出力分布が相対的に押し下げられ、反対側右半炉心で逆に押し上げられたものと考えられることができる。

同様に、運転制御棒No.6 & 7挿入の場合は2次モードが選択的に励起された結果、図2.7(a)に示したように制御棒挿入側である下部半炉心で出力分布が相対的に押し下げられ、上部半炉心では逆に押し上げられたものと考えられる。これに対して、運転制御棒No.22 & 23の挿入あるいはNo.1 & 2の挿入の場合は、これら制御棒位置が1次及び2次随伴固有関数の零点から離れているので、これら1次及び2次両モードが同時に励起される。出力分布歪みは両モードの固有関数の線形結合により表されるので、図2.7(c)(d)に示したように制御棒位置近傍の炉心左下部では出力分布が相対的に押し下げられ、右上部では逆に押し上げられたものと考えられる。

以上の議論から、出力分布歪みを評価する際には高々1次と2次の空間モー

ドを考慮すれば良いということになる。しかしこの予想は、規格化計数率比分布（つまり出力分布の相対的な変化）に対する定性的な解釈から得られたものである。定量的評価において考慮すべき空間モード次数を決めるためには、定量的な議論が必要である。そのためには、出力分布歪みを定量化する必要がある。

本解析では、次式で定義される歪み度を導入する。

$$\begin{aligned} \text{左右歪み度} & \equiv \frac{(\text{右半炉心の炉出力}) - (\text{左半炉心の炉出力})}{(\text{全炉心出力})} \\ \text{上下歪み度} & \equiv \frac{(\text{上半炉心の炉出力}) - (\text{下半炉心の炉出力})}{(\text{全炉心出力})} \end{aligned} \quad (2-25)$$

左右歪み度は摂動により生じる左右半炉心領域間の非対称性の度合いを表し、上下歪み度は上下半炉心領域間の非対称性の度合いを表す。これらの定義は炉出力の領域別積分という積分量で定義されている点、注意すべきである。そこで、これら歪み度は次式によって、先に導入した体積重み付きの規格化計数率測定データから求める。

$$\begin{aligned} \text{左右歪み度} & = \frac{\sum_{m \in \text{右半炉心部に配置の計数管}} (\text{規格化計数率})_m - \sum_{n \in \text{左半炉心部に配置の計数管}} (\text{規格化計数率})_n}{\sum_{k \in \text{全計数管}} (\text{規格化計数率})_k} \\ \text{上下歪み度} & = \frac{\sum_{m \in \text{上半炉心部に配置の計数管}} (\text{規格化計数率})_m - \sum_{n \in \text{下半炉心部に配置の計数管}} (\text{規格化計数率})_n}{\sum_{k \in \text{全計数管}} (\text{規格化計数率})_k} \end{aligned} \quad (2-26)$$

次に、実験から得られるこれら歪み度を空間モードの観点から定式化する。制御棒挿入により1次及び2次モードが励起され3次以上のモードの寄与は無視できると仮定すると、中性子束分布の変動成分 $\delta\Phi$ は(2-22)式より、

$$\delta\Phi \doteq \frac{\int_0^\infty dE \int dV \psi_1^+ \left(\frac{1}{\lambda_0} \delta M - \delta L \right) \Phi}{(\text{E.S.})_1 \int_0^\infty dE \int dV \psi_1^+ M \psi_1} \psi_1 + \frac{\int_0^\infty dE \int dV \psi_2^+ \left(\frac{1}{\lambda_0} \delta M - \delta L \right) \Phi}{(\text{E.S.})_2 \int_0^\infty dE \int dV \psi_2^+ M \psi_2} \psi_2, \quad (2-27)$$

但し, $(\text{E.S.})_n = 1 / \lambda_n - 1 / \lambda_0, n = 1, 2$

となる。(2-25), (2-27)式より左右歪み度は、下式のように表される。

$$\begin{aligned} \text{左右歪み度} & = \frac{\left| \int_0^\infty dE \int_{\text{右半炉心}} dV (\Phi + \delta\Phi) - \int_0^\infty dE \int_{\text{左半炉心}} dV (\Phi + \delta\Phi) \right|}{\int_0^\infty dE \int_{\text{全炉心}} dV (\Phi + \delta\Phi)} \\ & \doteq \frac{\int_0^\infty dE \int dV \psi_1^+ \left(\frac{1}{\lambda_0} \delta M - \delta L \right) \Phi}{(\text{E.S.})_1 \int_0^\infty dE \int dV \psi_1^+ M \psi_1} \times \frac{\int_0^\infty dE \int_{\text{全炉心}} dV |\psi_1|}{\int_0^\infty dE \int_{\text{全炉心}} dV \Phi} \end{aligned} \quad (2-28)$$

同様に、上下歪み度も下式のように表される。

$$\begin{aligned} \text{上下歪み度} & = \frac{\left| \int_0^\infty dE \int_{\text{上半炉心}} dV (\Phi + \delta\Phi) - \int_0^\infty dE \int_{\text{下半炉心}} dV (\Phi + \delta\Phi) \right|}{\int_0^\infty dE \int_{\text{全炉心}} dV (\Phi + \delta\Phi)} \\ & \doteq \frac{\int_0^\infty dE \int dV \psi_2^+ \left(\frac{1}{\lambda_0} \delta M - \delta L \right) \Phi}{(\text{E.S.})_2 \int_0^\infty dE \int dV \psi_2^+ M \psi_2} \times \frac{\int_0^\infty dE \int_{\text{全炉心}} dV |\psi_2|}{\int_0^\infty dE \int_{\text{全炉心}} dV \Phi} \end{aligned} \quad (2-29)$$

本実験体系のように、炉心配置に大規模な変更を伴わずその一部のみが変更された体系間の固有関数、随伴固有関数は、数値計算結果によると固有値間隔が違っていてもほぼ同じ分布になる。(2-28),(2-29)式は、この様な固有関数、随伴固有関数の空間分布がほぼ同じ体系に特定の摂動が加わった場合、左右歪み度は1次モード固有値間隔に、上下歪み度は2次モード固有値間隔にそれぞれ反比例することを示している。

次に、各制御棒挿入ケースについて、実験データから算出した歪み度を固有値間隔で整理し、両者の間に上記反比例関係が成立するかどうか検討する。(2-28)(2-29)式は1次と2次モードのみを考慮して導かれているので、この反比例関係が成り立った場合、出力分布歪みを定量的評価する際には1次と2次空間モードのみを考慮すれば良いということになる。

(1) 運転制御棒No.10 & 19 挿入の場合

先に述べたように、これは歪み度が1次モードだけでなく1次モード、2次モードの和の効果として表現される場合である。運転制御棒No.10 & 19を挿入した場合の左右歪み度と1次モード固有値間隔との関係を図2.9に、上下歪み度と2次モード固有値間隔との関係を図2.10に示す。横軸の固有値間隔は、第3章でのべる数値計算によって求めた値を用いている。ただし、ZPPR-19B炉心だけは1次と2次の固有関数形状が、他の炉心の2次と1次の固有関数のものに対応しており順序が逆転している。従って、図2.9及び図2.10中のZPPR-19Bの固有値間隔としてはそれぞれ2次および1次のモードの間隔値をプロットしている。また、図中の実線は最小2乗法による線形関数フィッティング結果である。以後の図も同様である。

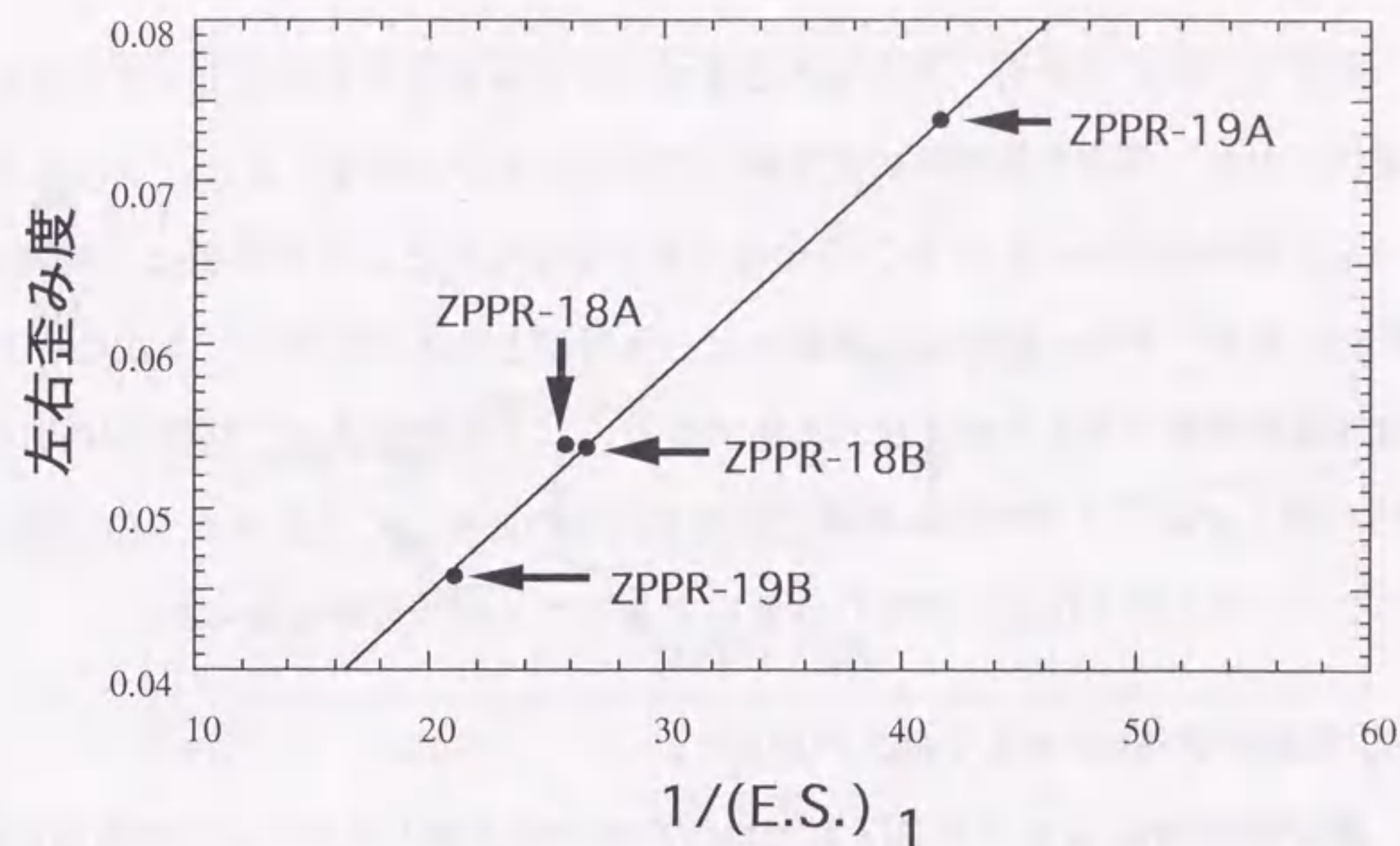


図2.9 左右歪み度と1次モード固有値間隔との関係
(運転制御棒No.10 & 19 挿入の場合)

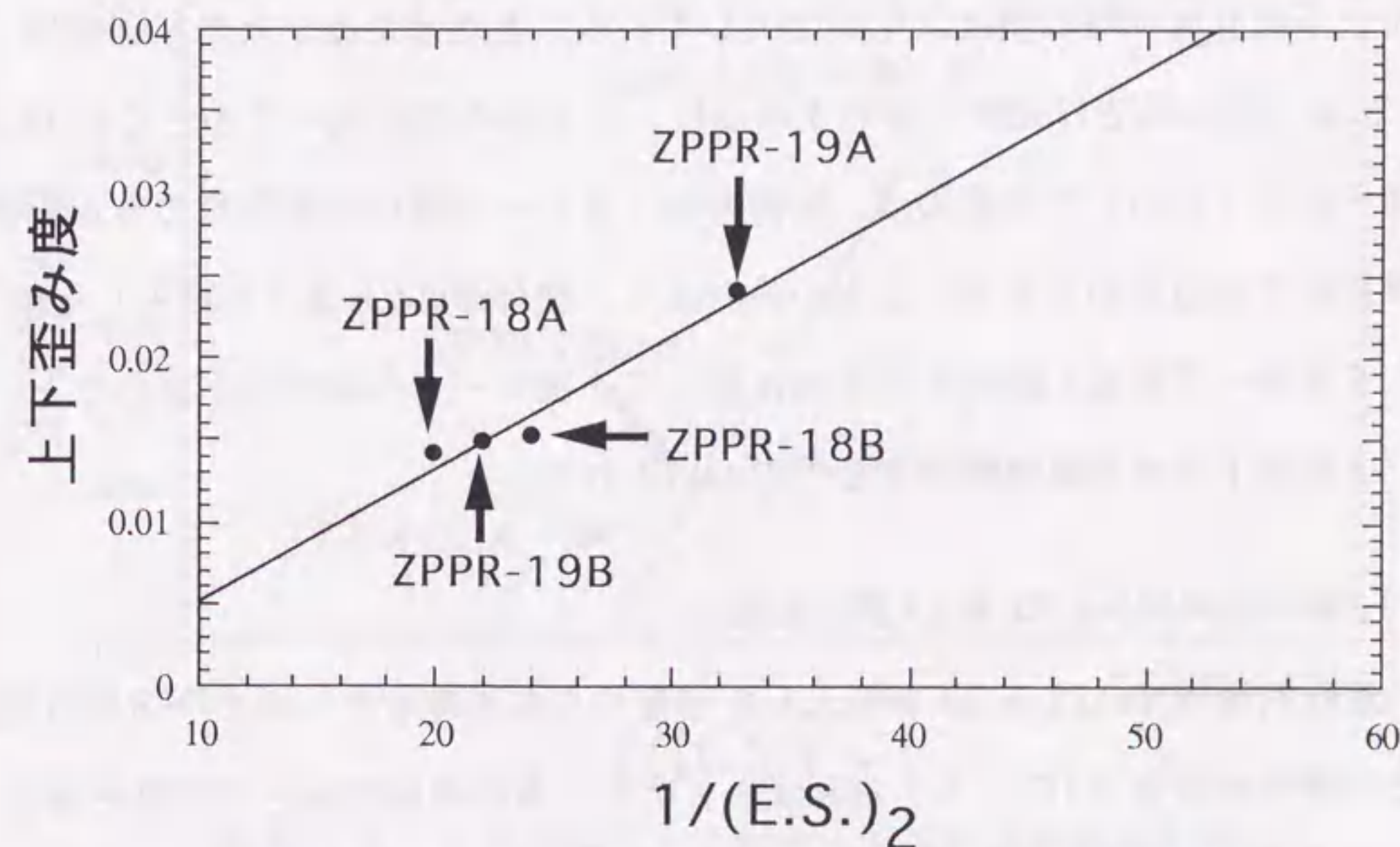


図2.10 上下歪み度と2次モード固有値間隔との関係
(運転制御棒No.10 & 19 挿入の場合)

図2.9, 図2.10から、左右歪み度及び上下歪み度は大変精度よくそれぞれ1次及び2次モード固有値間隔に反比例していることが分かる。また、上下歪み度は、左右歪み度に比べて小さく1/3程度の値となっている。この原因は、制御棒位置が1次モードでは随伴固有関数のピーク近傍となるのに対し、2次モードでは随伴固有関数の零点近傍となるためである。以上の検討より、制御棒No.10 & 19の挿入では、1次モードが強く励起されるのに対して2次モードの励起は弱いこと、および3次以上の寄与は無視できることが明らかになった。

(2) 運転制御棒No.6 & 7 挿入の場合

運転制御棒No.6 & 7 を挿入した場合の左右歪み度と1次モード固有値間隔との関係を図2.11に、上下歪み度と2次モード固有値間隔との関係を図2.12に示す。この場合も両図から、左右歪み度及び上下歪み度はそれぞれ1次及び2次モード固有値間隔に精度よく反比例していることが分かる。ただし制御棒No.10 & 19挿入時とは逆に、左右歪み度は、上下歪み度に比べて小さく1/5以下の値となっている。この原因は、制御棒が1次モード随伴固有関数の零点近傍に配置されているためである。以上の検討より、制御棒No.6 & 7を挿入した場合、2次モードが強く励起されるのに対して1次モードの励起は小さいこと、および3次以上の寄与は無視できることが示された。

(3) 運転制御棒No.22 & 23 挿入の場合

運転制御棒No.22 & 23 を挿入した場合の左右歪み度と1次モード固有値間隔との関係を図2.13に、上下歪み度と2次モード固有値間隔との関係を図2.14に示す。この場合も、左右歪み度及び上下歪み度はそれぞれ1次及び2次モ

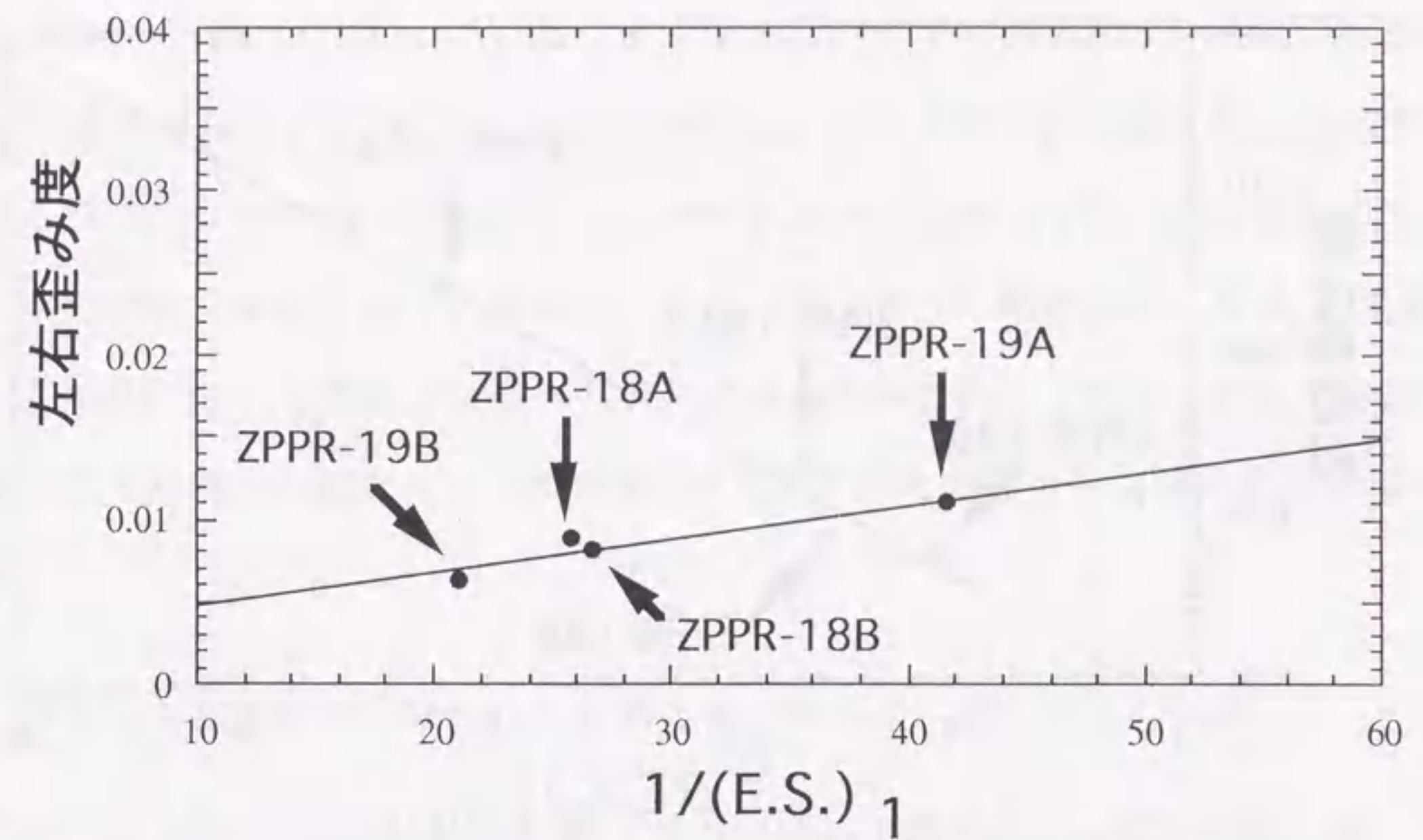


図2.11 左右歪み度と1次モード固有値間隔との関係 (運転制御棒No.6 & 7 挿入の場合)

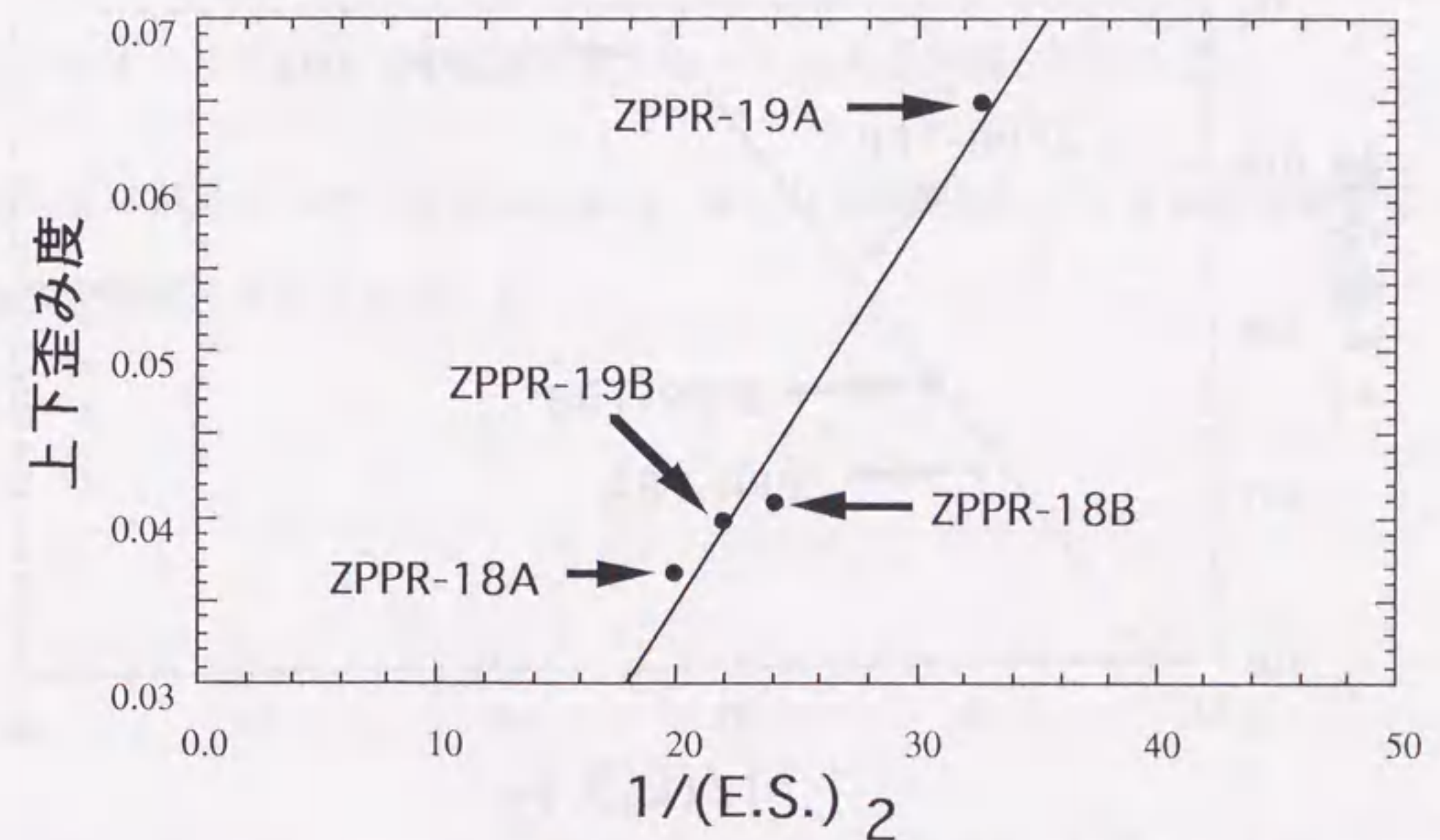


図2.12 上下歪み度と2次モード固有値間隔との関係 (運転制御棒No.6 & 7 挿入の場合)

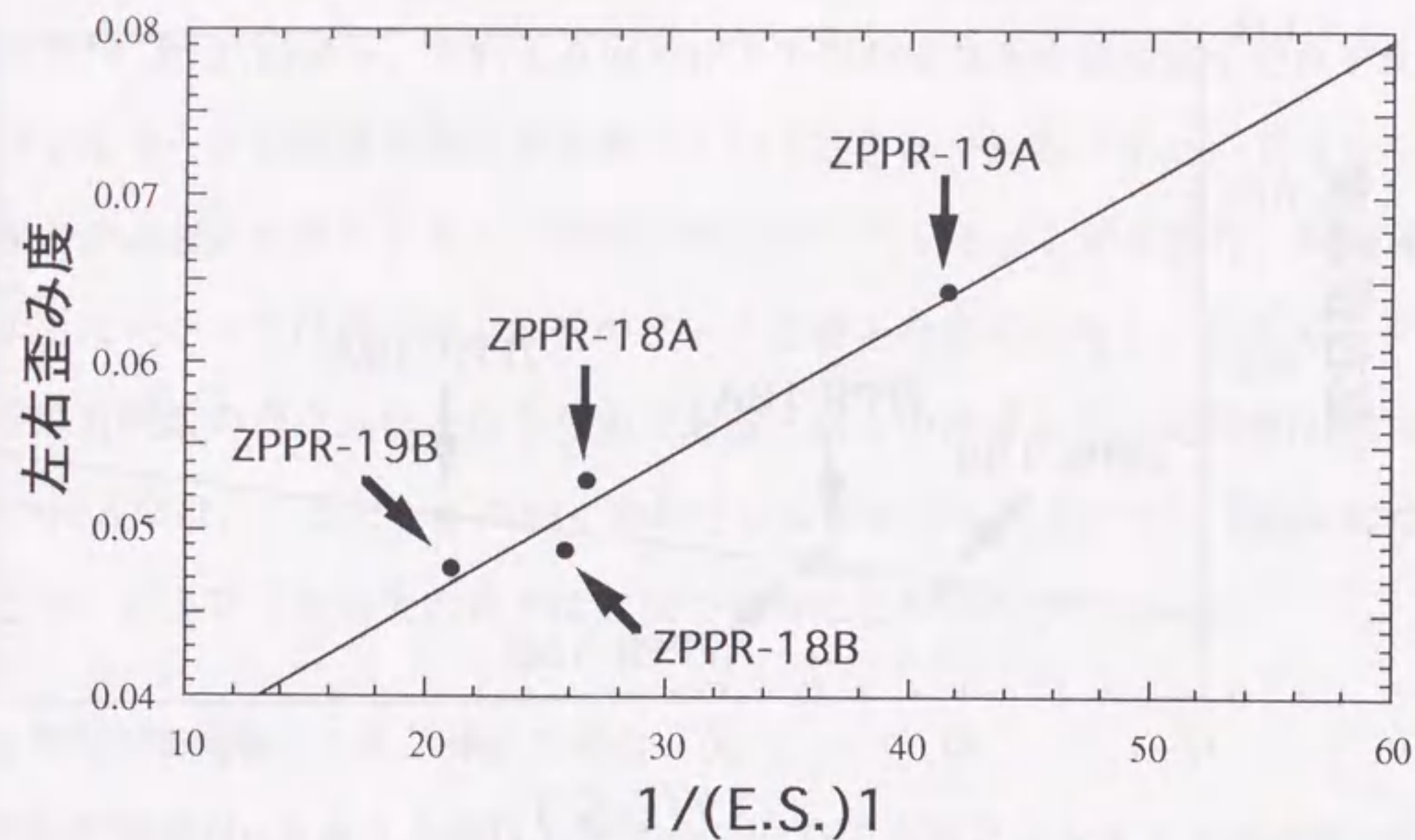


図 2.13 左右歪み度と1次モード固有値間隔との関係
(運転制御棒No.22 & 23 挿入の場合)

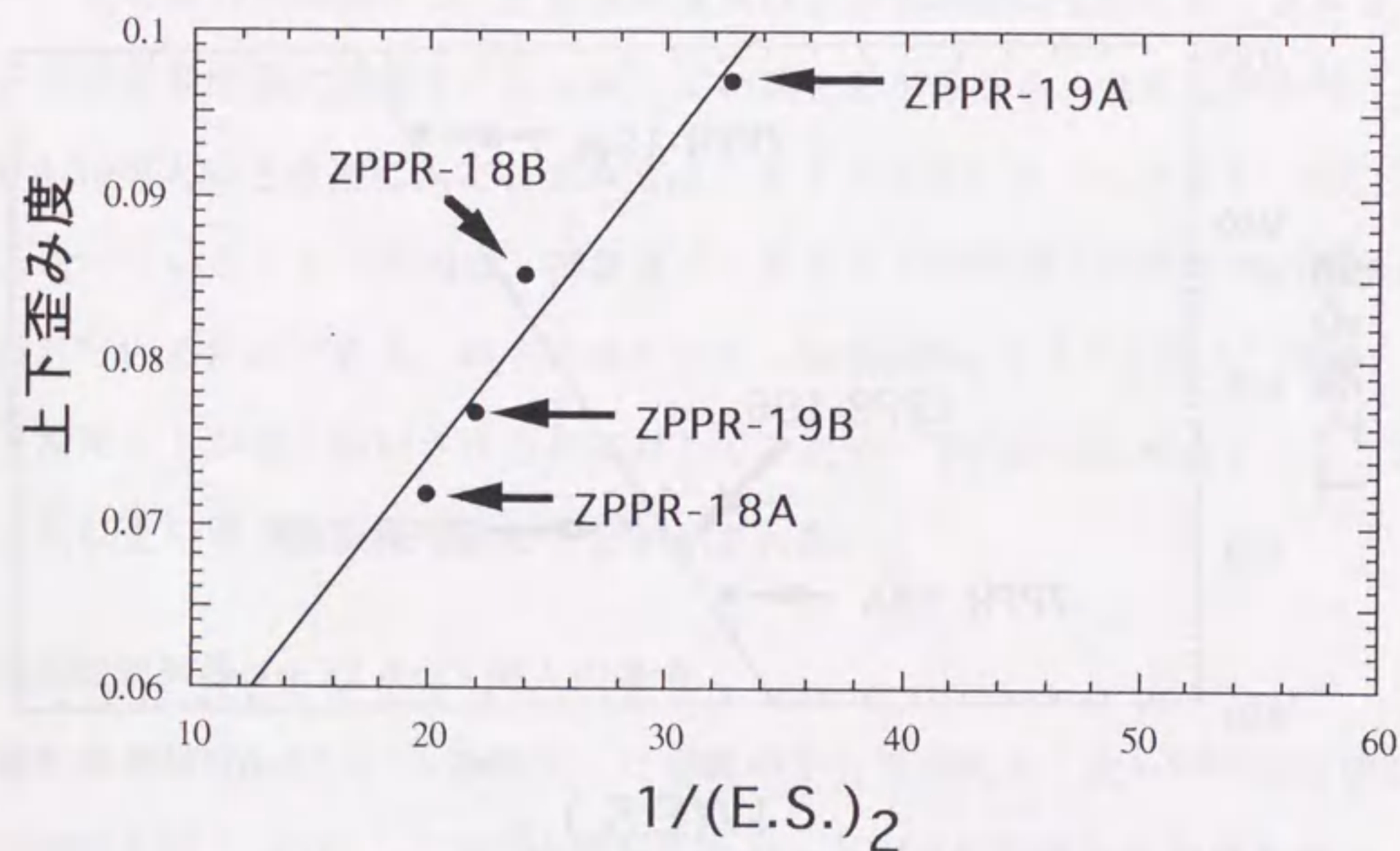


図 2.14 上下歪み度と2次モード固有値間隔との関係
(運転制御棒No.22 & 23 挿入の場合)

ード固有値間隔に反比例していることが分かる。ただし制御棒No.10 & 19あるいはNo.6 & 7 挿入時とは異なり、左右歪み度と上下歪み度は同程度の値となっている。これは、制御棒No.22 & 23 が1次モード及び2次モード随伴固有関数の零点から十分離れて配置されているためである。すなわち、制御棒No.22 & 23 を挿入した場合には、1次と2次モードが共に強く励起され、3次以上の寄与は無視できることが明らかになった。制御棒No.1 & 2 挿入の場合も同様の結果が得られた。

以上の実験解析から得られた結果をまとめると、次のようになる。

- 1) 外乱の投入による出力(中性子束)分布歪みは、1次および2次空間高次モードの励起によって生じる。3次以上の高次モードの寄与は無視しうる程小さい。従って、大型高速炉における出力(中性子束)分布の摂動に対する感度を定量的に評価する場合には、1次及び2次モード固有値間隔が指標となる。
- 2) 定式化の際仮定した1次摂動近似は、ZPPR実験で使用した運転制御棒の挿入程度の摂動に対しては成り立つ。

2.3 他のディカップリング効果の定式化

本節では、中性子束分布変動に続いて制御棒干渉効果および反応度測定結果の検出器位置依存性を定式化し、これらディカップリング効果も固有値間隔により評価しうることを示す。

2.3.1 制御棒干渉効果の定式化

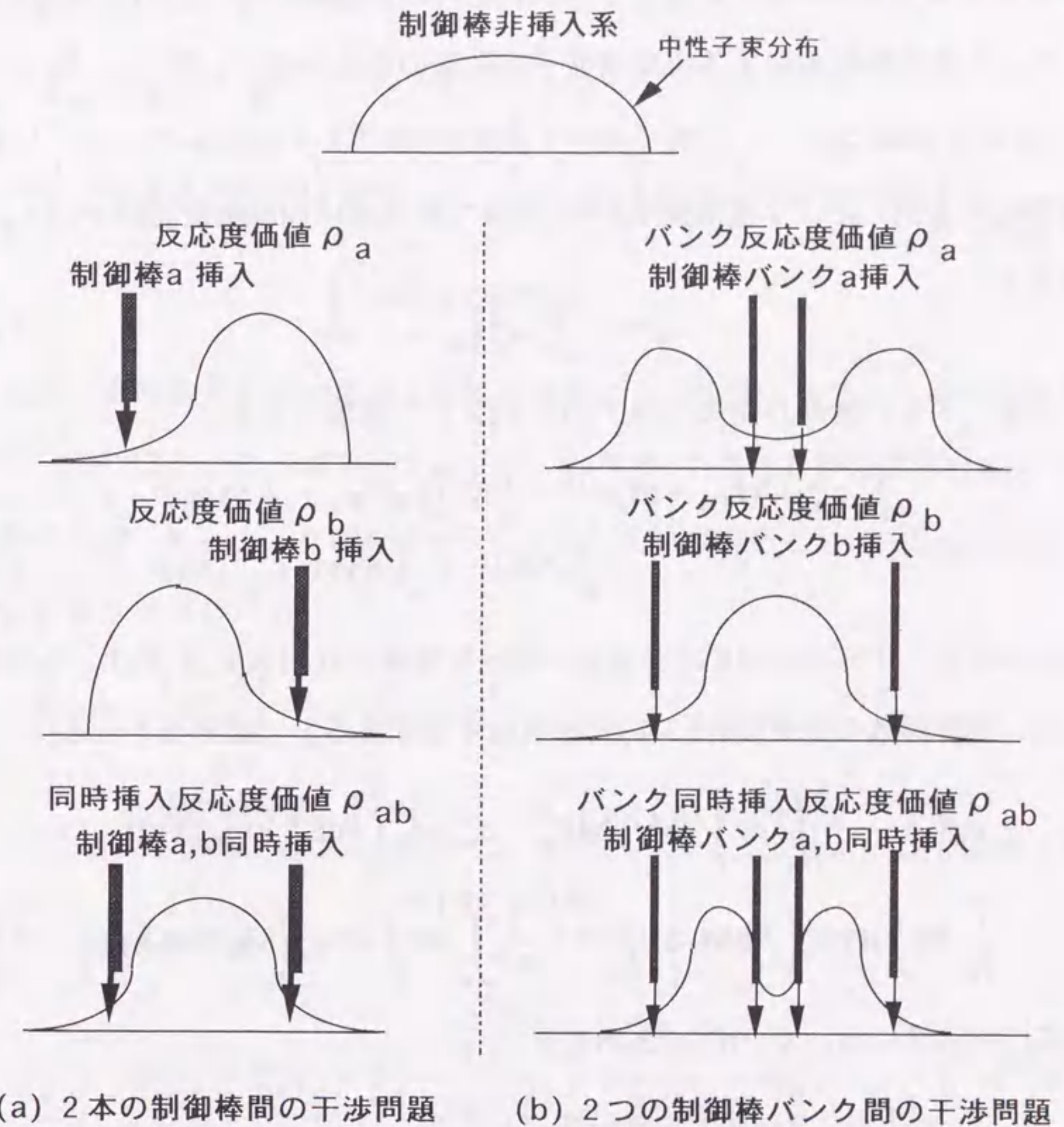
図 2.15 に示すような制御棒干渉問題を考える。2本の制御棒 a および b がそれぞれ単独で挿入される場合の反応度値を ρ_a , ρ_b 、また同時に挿入される場合の反応度値を ρ_{ab} とする(同図-(a))。制御棒挿入による中性子束分布変動が無視できる場合には、 ρ_a と ρ_b の和は ρ_{ab} に一致する。これに対して、図 2.15 のように中性子束分布が変動する場合には、両者に差異が現れる。このように、ある制御棒の挿入が他の制御棒の反応度値を変化させる効果を制御棒干渉効果と呼ぶ。下式により定義される制御棒間の干渉反応度は、この干渉効果の度合いを表す。本研究では、この干渉反応度の定式化を行う。

$$\text{制御棒間干渉反応度} : \rho_{int} \equiv \rho_{ab} - (\rho_a + \rho_b) \quad (2-30)$$

制御棒干渉問題として、同図-(b) に示したような制御棒バンク^(脚注)間の干渉を考えてもよい。この場合も以後の扱いは同じになる。

定式化の方針としては、(2-30)式の右辺の各反応度値項を2.1節で展開した摂動理論を用いて表現することを目指す。ただし、1次摂動近似による反応度

(脚注) 動力炉の制御棒は幾つかのグループに割り付けられ、制御棒操作はグループ単位で行われる。この制御棒グループを制御棒バンクと呼ぶ。



$$\text{制御棒(バンク)間干渉反応度} : \rho_{int} \equiv \rho_{ab} - (\rho_a + \rho_b)$$

図 2.15 制御棒(バンク)間干渉問題の概念図

表現(2-14)式は、制御棒挿入による中性子束分布変動を考慮できない。従って、少なくとも2次摂動まで考慮して定式化を行う必要がある。この定式化の準備として、2次摂動近似による実効増倍率変動量の導出を以下で行う。

(2-11)式において、中性子束の1次摂動項 $\varphi^{(1)}$ を非摂動系の λ モード固有関数列 ψ_n で展開した。2次摂動項 $\varphi^{(2)}$ に対しても同様の固有関数展開を行う。

つまり、

$$\varphi^{(2)} = \sum_{n=0}^{\infty} a_n^{(2)} \psi_n \quad (2-31)$$

上式を、2次の摂動方程式(2-9-3)式に代入して整理すると、

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} a_n^{(2)} \frac{1}{\lambda_n} \mathbf{M} \psi_n + \delta \mathbf{L} \varphi^{(1)} &= \frac{1}{\lambda_0} \mathbf{M} \sum_{n=0}^{\infty} a_n^{(2)} \psi_n + \frac{1}{\lambda_0} \delta \mathbf{M} \varphi^{(1)} \\ &+ \frac{1}{\mathbf{k}^{(1)}} \mathbf{M} \varphi^{(1)} + \frac{1}{\mathbf{k}^{(1)}} \delta \mathbf{M} \Phi + \frac{1}{\mathbf{k}^{(2)}} \mathbf{M} \Phi \end{aligned} \quad (2-32)$$

が得られる。上式の両辺に非摂動系の第 m 次随伴固有関数 ψ_m^+ を掛け、全空間で積分し、固有関数の直交条件(2-4)式を用いて整理すると下式が得られる。

$$\begin{aligned} a_n^{(2)} \left(\frac{1}{\lambda_m} - \frac{1}{\lambda_0} \right) \int_0^{\infty} dE \int dV \psi_m^+ \mathbf{M} \psi_n - \delta_{m,0} \frac{1}{\mathbf{k}^{(2)}} \int_0^{\infty} dE \int dV \psi_m^+ \mathbf{M} \Phi \\ = \int_0^{\infty} dE \int dV \psi_m^+ \left(\frac{1}{\lambda_0} \delta \mathbf{M} - \delta \mathbf{L} \right) \varphi^{(1)} + \frac{1}{\mathbf{k}^{(1)}} \int_0^{\infty} dE \int dV \psi_m^+ \left(\mathbf{M} \varphi^{(1)} + \delta \mathbf{M} \Phi \right) \end{aligned} \quad (2-33)$$

上式(2-33)式において、 $m=0$ とおくと、

$$\frac{1}{\mathbf{k}^{(2)}} = \frac{\int_0^{\infty} dE \int dV \psi_0^+ \left(\delta \mathbf{L} - \frac{1}{\lambda_0} \delta \mathbf{M} \right) \varphi^{(1)} - \frac{1}{\mathbf{k}^{(1)}} \int_0^{\infty} dE \int dV \psi_0^+ \left(\mathbf{M} \varphi^{(1)} + \delta \mathbf{M} \Phi \right)}{\int_0^{\infty} dE \int dV \psi_0^+ \mathbf{M} \Phi} \quad (2-34)$$

が得られる。但し、中性子束および増倍率の1次摂動項 $\varphi^{(1)}$, $\mathbf{k}^{(1)}$ は、それぞれ(2-16), (2-14)式により与えられる。

(2-7-2)式の ε のべき級数を2次で打ち切り(2次摂動近似)、 $\varepsilon=1$ とおいた式に(2-14), (2-34)式を代入すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{\mathbf{k}'_{\text{eff}}} - \frac{1}{\mathbf{k}_{\text{eff}}} &\doteq \frac{1}{\mathbf{k}^{(1)}} + \frac{1}{\mathbf{k}^{(2)}} \\ &= \frac{\int_0^{\infty} dE \int dV \psi_0^+ \left(\delta \mathbf{L} - \frac{1}{\lambda_0} \delta \mathbf{M} \right) \left(\Phi + \varphi^{(1)} \right) - \frac{1}{\mathbf{k}^{(1)}} \int_0^{\infty} dE \int dV \psi_0^+ \left(\mathbf{M} \varphi^{(1)} + \delta \mathbf{M} \Phi \right)}{\int_0^{\infty} dE \int dV \psi_0^+ \mathbf{M} \Phi} \end{aligned} \quad (2-35)$$

上式は、実効増倍率変動量の2次摂動近似による表現である。この摂動表現を用いて(2-30)式右辺の各項を表す。まず、制御棒 a が単独で挿入された場合の反応度値 ρ_a は、 \mathbf{k}_{eff} , \mathbf{k}'_{eff} を制御棒 a 挿入前後の実効増倍率とし(2-35)式を用いると次式のように表される。

$$\begin{aligned} \rho_a &= - \frac{\mathbf{k}'_{\text{eff}} - \mathbf{k}_{\text{eff}}}{\mathbf{k}'_{\text{eff}}} \doteq \frac{1}{\mathbf{k}'_{\text{eff}}} - \frac{1}{\mathbf{k}_{\text{eff}}} \\ &= \frac{\int_0^{\infty} dE \int dV \psi_0^+ \delta \mathbf{L}_a \left(\Phi + \delta \Phi_a \right) - \delta \lambda_a \int_0^{\infty} dE \int dV \psi_0^+ \mathbf{M} \delta \Phi_a}{\int_0^{\infty} dE \int dV \psi_0^+ \mathbf{M} \Phi} \end{aligned} \quad (2-36-1)$$

ただし、

$$\delta \Phi_a = C_a \psi_0 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\int_0^{\infty} dE \int dV \psi_n^+ \delta \mathbf{L}_a \Phi}{(\text{E.S.})_n \int_0^{\infty} dE \int dV \psi_n^+ \mathbf{M} \psi_n} \psi_n, \quad (2-37-1)$$

$$\delta \lambda_a = \int_0^{\infty} dE \int dV \psi_0^+ \delta \mathbf{L}_a \Phi / \int_0^{\infty} dE \int dV \psi_0^+ \mathbf{M} \Phi, \quad (2-38-1)$$

$\delta \mathbf{L}_a$ = 制御棒 a 挿入による消滅演算子の摂動,

C_a = 中性子束の規格化によって決まる定数

Φ = 制御棒非挿入系の中性子束分布

(2-36-1)~(2-38-1)式を導く際に、制御棒挿入により生成演算子Mは摂動を受けないものとした。同様の手続きにより、単独挿入時の制御棒bの反応度値 ρ_b 、及び同時挿入時の制御棒abの反応度値 ρ_{ab} は、それぞれ以下のように表される。

$$\rho_b = \frac{\int_0^\infty dE \int dV \psi_0^+ \delta L_b (\Phi + \delta \Phi_b) - \delta \lambda_b \int_0^\infty dE \int dV \psi_0^+ M \delta \Phi_b}{\int_0^\infty dE \int dV \psi_0^+ M \Phi}, \quad (2-36-2)$$

$$\rho_{ab} = \frac{\int_0^\infty dE \int dV \psi_0^+ \delta L_{ab} (\Phi + \delta \Phi_{ab}) - \delta \lambda_{ab} \int_0^\infty dE \int dV \psi_0^+ M \delta \Phi_{ab}}{\int_0^\infty dE \int dV \psi_0^+ M \Phi}, \quad (2-36-3)$$

ただし、

$$\delta \Phi_b = C_b \psi_0 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\int_0^\infty dE \int dV \psi_n^+ \delta L_b \Phi}{(\mathbf{E.S.})_n \int_0^\infty dE \int dV \psi_n^+ M \psi_n} \psi_n, \quad (2-37-2)$$

$$\delta \Phi_{ab} = \delta \Phi_a + \delta \Phi_b, \quad (2-37-3)$$

$$\delta \lambda_b = \int_0^\infty dE \int dV \psi_0^+ \delta L_b \Phi / \int_0^\infty dE \int dV \psi_0^+ M \Phi, \quad (2-38-2)$$

$$\delta \lambda_{ab} = \delta \lambda_a + \delta \lambda_b, \quad (2-38-3)$$

$$\delta L_{ab} = \delta L_a + \delta L_b, \quad (2-39)$$

δL_b = 制御棒b挿入による消滅演算子の摂動,

C_b = 中性子束の規格化によって決まる定数

上式を導く際に、制御棒挿入により生成演算子は摂動を受けないものとした。

(2-36-1)~(2-36-3)式を(2-30)式に代入し、(2-37)~(2-39)式および λ モード固有関数の直交条件(2-4)式を用いて整理すると、制御棒間干渉反応度に対する空間モード表現が得られる。

$\rho_{int} =$

$$-\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\int_0^\infty dE \int dV \psi_n^+ \delta L_b \psi_0 \times \int_0^\infty dE \int dV \psi_0^+ \delta L_a \psi_n + \int_0^\infty dE \int dV \psi_n^+ \delta L_a \psi_0 \times \int_0^\infty dE \int dV \psi_0^+ \delta L_b \psi_n}{(\mathbf{E.S.})_n \times \int_0^\infty dE \int dV \psi_n^+ M \psi_n \times \int_0^\infty dE \int dV \psi_0^+ M \psi_0} \quad (2-40)$$

上式の分母には固有値間隔が含まれているので、制御棒干渉効果も固有値間隔が狭く(小さく)なるに従って顕著になると考えられる。前節での検討結果から、図2.14(a)に示したような2本の制御棒間の干渉問題では、高々1次と2次モードの固有値間隔に支配される事が予想される。これに対して、同図(b)に示した制御棒バンク間の干渉問題では、制御棒が対称に挿入されるので1次~4次の方位角方向モードは励起されない。従って定量評価する場合には、動径方向高調波である5次モードの固有値間隔を見積もる必要がある。

(2-40)式の分子は、干渉効果の制御棒パターン依存性を示している。つまり、固有値間隔の狭いモードの固有関数・随伴固有関数のピーク近傍に配置された制御棒は、他の制御棒との干渉効果が強くなる。逆に、これら関数の零点に配置された制御棒の干渉効果は消える。

以上の議論から、制御棒干渉効果を弱めるためには、できるだけ固有値間隔が大きくなるように炉心を設計する。次に、炉心に制御棒を配置する場合、次数の低いモードの固有関数・随伴固有関数のピーク近傍を避けて設置することが望ましい。以上の点は、2.1.3節で述べた中性子束変動を抑制するための手続きと同一である。

第5章(5.3節)において、原子力船むつ炉の制御棒干渉効果の解釈を(2-40)式に基づいて行い、熱中性子炉である同炉への適用性を検討する。

2.3.2 反応度測定における検出器位置依存性の定式化

反応度測定実験として、図2.16に示すような制御棒落下実験を考える。時刻 $t=0$ で瞬時に落下させた制御棒の反応度値を、位置 $r = r_D$ に設置した中性子検出器により測定する。ただし、落下前の体系は臨界とする。

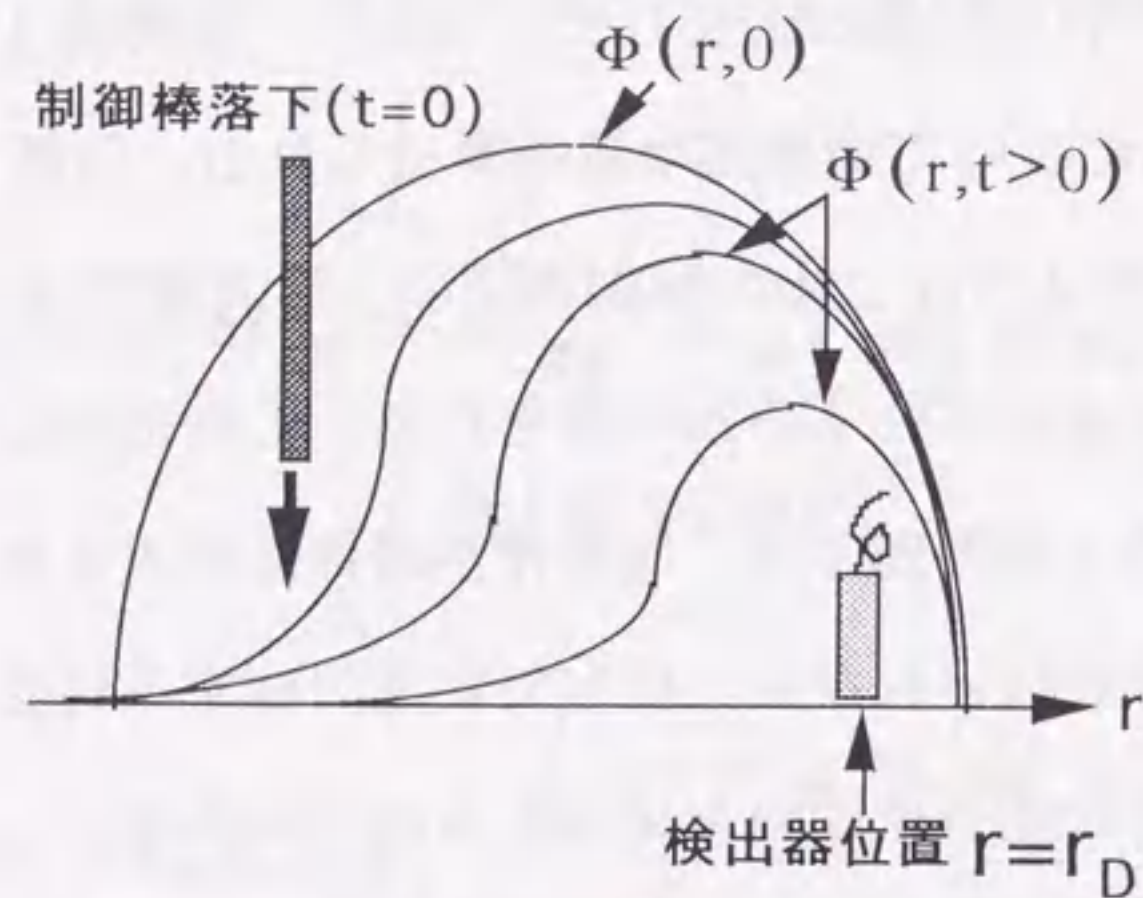


図2.16 制御棒落下実験の概念図

Hoganの積分法⁽¹⁷⁾によるデータ解析法を用いれば、制御棒反応度値 ρ は次式により求めることができる。

$$\rho = \sum_{k=1}^6 \frac{\beta_k}{\lambda_k} \times \left(\frac{\text{落下前の計数率}}{\text{落下後の計数総和}} \right), \quad (2-41)$$

λ_k : 第 k 群遅発先行核の崩壊定数, β_k : 第 k 群遅発中性子割合

上式を検出器設置位置の中性子束 $\Phi(r_D, t)$ を用いて表すと次式のようにになる。

$$\rho = \sum_{k=1}^6 \frac{\beta_k}{\lambda_k} \Sigma_D \Phi(r_D, 0) / \int_0^{\infty} \Sigma_D \Phi(r_D, t) dt, \quad (2-42)$$

Σ_D : 検出器の中性子検出断面積

中性子束の空間分布が制御棒落下後も不変である場合には、反応度値測定値 ρ

は検出器位置 r_D に依存しない。この空間分布不変の仮定は、小型炉心では良い近似として成り立つが、大型炉心では制御棒挿入により空間分布は著しく歪みこの仮定は破綻する。(2-42)式から明らかなように、この結果、反応度値測定値 ρ は検出器位置 r_D に依存する。制御棒反応度値は体系固有の量であるので、この検出器位置依存性は見掛け上の依存性である。この見掛け上の反応度値を検出器位置に依存した形式で $\rho_{\text{見掛け上}}(r_D)$ と書くと、(2-42)式は、

$$\rho_{\text{見掛け上}}(r_D) = \sum_{k=1}^6 \frac{\beta_k}{\lambda_k} \Sigma_D \Phi(r_D, 0) / \int_0^{\infty} \Sigma_D \Phi(r_D, t) dt, \quad (2-43)$$

となる。本研究では、この見掛け上の反応度値 $\rho_{\text{見掛け上}}(r_D)$ の定式化を行う。

制御棒落下後($t>0$)の中性子束 $\Phi(r, t)$ は、空間依存動特性方程式(2-44)に従う。

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \Phi(r, t)}{\partial t} = -(\mathbf{L} + \delta \mathbf{L}) \Phi(r, t) + (\mathbf{1} - \beta) \mathbf{M} \Phi(r, t) + \sum_{k=1}^6 \lambda_k \beta_k \mathbf{M} \int_0^{\infty} \Phi(r, t - t') e^{-\lambda_k t'} dt', \quad (2-44)$$

$\delta \mathbf{L}$: 制御棒挿入による消滅演算子摂動, v : 中性子平均速度, $\beta = \sum_{k=1}^6 \beta_k$

上式は煩雑さを避けるため中性子エネルギー1群を仮定した表現となっているが、多群近似を用いても以後同様の議論を行うことができる。また、遅発中性子項は積分形で表現している⁽¹⁸⁾。(2-44)式をラプラス変換すると、

$$\frac{s}{v} \tilde{\Phi}(r, s) - \frac{1}{v} \Phi(r, 0) = -(\mathbf{L} + \delta \mathbf{L}) \tilde{\Phi}(r, s) + \mathbf{M} \tilde{\Phi}(r, s) - \sum_{k=1}^6 \lambda_k \mathbf{M} \frac{s}{s + \lambda_k} \tilde{\Phi}(r, s) + \sum_{k=1}^6 \beta_k \mathbf{M} \frac{1}{s + \lambda_k} \Phi(r, 0), \quad (2-45)$$

$$\text{ただし、} \quad \tilde{\Phi}(r, s) \equiv \int_0^{\infty} e^{st} \Phi(r, t) dt, \quad (2-46)$$

となる。上式において、 $s \rightarrow 0$ とすると

$$-\frac{1}{v}\Phi(\mathbf{r},0) = -(\mathbf{L}+\delta\mathbf{L})\Phi(\mathbf{r},0) + \mathbf{M}\Phi(\mathbf{r},0) + \sum_{k=1}^6 \frac{\beta_k}{\lambda_k} \mathbf{M}\Phi(\mathbf{r},0) \quad (2-47)$$

$$\text{ただし、} \quad \Phi(\mathbf{r},0) \equiv \int_0^\infty \Phi(\mathbf{r},t) dt \quad (2-48)$$

となる。ここで、制御棒落下後の中性子束を落下前の体系の固有関数列 $\psi_n(\mathbf{r})$ で展開する。つまり、

$$\Phi(\mathbf{r},t) = \sum_{n=0}^{\infty} \phi_n(t) \psi_n(\mathbf{r}) \quad (2-49)$$

ただし、 $\phi_n(t)$ は時間依存の展開係数である。展開モードとしては、一般的に動的(ω)モード固有値問題の固有関数列、あるいはその近似モードである Inhour モード⁽¹⁹⁾の固有関数列を採用すべきである。しかし、これら動的モードと前述した λ (静的)モードの固有関数の差異、つまり動的わい曲(Kinetic Distortion)⁽²⁰⁾が無視できるとすると、(2-49)式は λ モード固有関数列で展開できる。次章で述べるように高速炉系ではこの近似は成立するので、ここでは展開モードとして制御棒落下前の体系の λ モード固有関数列を採用する。この固有関数列は次式を満足する。

$$\mathbf{L}\psi_n = \frac{1}{\lambda_n} \mathbf{M}\psi_n, \quad \lambda_n: \text{第}n\text{次固有値} \quad (2-50)$$

また動的わい曲が無いとすると、この固有関数は下式のような動的及び静的モードの両直交条件を満たす。

$$\int \psi_m^+ \mathbf{M}\psi_n d\mathbf{r} = 0, \text{ 及び } \int \psi_m^+ \frac{1}{v} \psi_n d\mathbf{r} = 0, \quad m \neq n \text{ の場合} \quad (2-51)$$

ただし、上直交条件はエネルギー一群を仮定した表現となっている。制御棒落下前の中性子束分布は、臨界運転されているので、基本モードのみで表現される。つまり、

$$\Phi(\mathbf{r},0) = \phi_0(0) \psi_0(\mathbf{r}) \quad (2-52)$$

(2-49), (2-52)式を(2-47), (2-48)式に代入後、両辺に m 次($m \neq 0$)随伴固有関数を掛けて全空間で積分し、(2-50), (2-51)式を用いて整理すると次式が得られる。

$$0 = \left(1 - \frac{1}{\lambda_m}\right) \tilde{\phi}_m(0) \int \psi_m^+ \mathbf{M}\psi_m d\mathbf{r} - \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{\phi}_n(0) \int \psi_m^+ \delta\mathbf{L}\psi_n d\mathbf{r}, \quad (2-53)$$

$$\text{ただし、} \quad \tilde{\phi}_n(0) \equiv \int_0^\infty \phi_n(t) dt \quad (2-54)$$

ここで、以後の議論では煩雑な表現を避けるため、制御棒の落下によって基本モードと第 m ($m \neq 0$) 次モードのみが励起される場合を考える。すると(2-53)式は下式のようなになる。

$$(\text{E.S.})_m \tilde{\phi}_m(0) \int \psi_m^+ \mathbf{M}\psi_m d\mathbf{r} = -\tilde{\phi}_0(0) \int \psi_m^+ \delta\mathbf{L}\psi_0 d\mathbf{r} - \tilde{\phi}_m(0) \int \psi_m^+ \delta\mathbf{L}\psi_m d\mathbf{r} \quad (2-55)$$

(2-55)式を整理すると、以下の関係が得られる。

$$\frac{\tilde{\phi}_m(0)}{\tilde{\phi}_0(0)} = - \frac{\int \psi_m^+ \delta\mathbf{L}\psi_0 d\mathbf{r} / \int \psi_m^+ \mathbf{M}\psi_m d\mathbf{r}}{(\text{E.S.})_m + \int \psi_m^+ \delta\mathbf{L}\psi_m d\mathbf{r} / \int \psi_m^+ \mathbf{M}\psi_m d\mathbf{r}} \quad (2-56)$$

上式は、基本モードと m 次モードの成分をそれぞれ $t=0$ から $t=\infty$ まで積分したものの比を表している。

上と同様に制御棒落下により基本モードと第 m 次モードが励起されたと仮定し、(2-43)式に(2-49), (2-52), (2-56)式を代入し整理すると、見掛け上の制御棒反応度値 $\rho_{見掛け上}(\mathbf{r}_D)$ は次式のように表される。

$$\rho_{\text{見掛け上}}(\mathbf{r}_D) \doteq \frac{\sum_{k=1}^6 \beta_k \phi_0(\mathbf{0}) \psi_0(\mathbf{r}_D)}{\lambda_k \tilde{\phi}_0(\mathbf{0}) \psi_0(\mathbf{r}_D) + \tilde{\phi}_m(\mathbf{0}) \psi_m(\mathbf{r}_D)}$$

$$= \sum_{k=1}^6 \frac{\beta_k \phi_0(\mathbf{0})}{\lambda_k \tilde{\phi}_0(\mathbf{0})} \mathbf{1} - \frac{\int \psi_m^+ \delta L \psi_0 \mathbf{dr} / \int \psi_m^+ \mathbf{M} \psi_m \mathbf{dr}}{(\mathbf{E.S.})_m + \int \psi_m^+ \delta L \psi_m \mathbf{dr} / \int \psi_m^+ \mathbf{M} \psi_m \mathbf{dr}} \frac{\psi_m(\mathbf{r}_D)}{\psi_0(\mathbf{r}_D)} \quad (2-57)$$

ここで、次式(2-58)のような近似を行う。大型高速炉における数値解析結果によれば、下式左辺の固有値間隔は1次モードの場合でも3% $\Delta k/k$ 程度であるのに対して、制御棒1本落下の場合の右辺の値は高々0.3% $\Delta k/k$ 程度なので、この近似は妥当であると考えられる。

$$(\mathbf{E.S.})_m \gg \left| \int \psi_m^+ \delta L \psi_m \mathbf{dr} / \int \psi_m^+ \mathbf{M} \psi_m \mathbf{dr} \right| \quad (2-58)$$

(2-57)式に(2-58)式の関係を用いると、最終的な空間モード表現が得られる。

$$\rho_{\text{見掛け上}}(\mathbf{r}_D) \doteq \sum_{k=1}^6 \frac{\beta_k \phi_0(\mathbf{0})}{\lambda_k \tilde{\phi}_0(\mathbf{0})} \mathbf{1} - \frac{\int \psi_m^+ \delta L \psi_0 \mathbf{dr} / \int \psi_m^+ \mathbf{M} \psi_m \mathbf{dr}}{(\mathbf{E.S.})_m} \frac{\psi_m(\mathbf{r}_D)}{\psi_0(\mathbf{r}_D)} \quad (2-59)$$

上式の分母の第2項は、反応度値に対する検出器位置依存項である。この検出器位置依存項は、励起される高次モードの固有値間隔が小さく(狭く)なる程、大きくなる。従って、固有値間隔が小さい体系程、測定反応度の検出器位置

依存性は顕著となる。また、落下制御棒の位置(つまり δL 投入位置)が高次(m次)随伴固有関数の零点上にある場合、または検出器位置(つまり \mathbf{r}_D)が高次(m次)固有関数の零点上にある場合には、この検出器位置依存項は零となるので、反応度値の検出器位置依存性は消滅する。逆に、これら位置が高次(随伴)固有関数のピーク上にある場合、検出器位置依存性は最大となることを表している。

炉心固有の(真の)反応度を決定するためには、次のような2通りの測定法が考えられる。第1に、空間積分法が考えられる。つまり、

$$\int \frac{\psi_m(\mathbf{r}_D)}{\psi_0(\mathbf{r}_D)} \mathbf{dr}_D \approx 0, \quad (2-60)$$

が成り立つ場合、下式の空間積分操作により検出器位置依存性を生む高次モード項を消去し、真の値を決定することができる。

$$\frac{1}{\rho_{\text{真の値}}} = \int \frac{1}{\rho_{\text{見掛け上}}(\mathbf{r}_D)} \mathbf{dr}_D / \int \mathbf{dr}_D \quad (2-61)$$

この方法は、パルス中性子実験において検出器位置依存性を除去するために用いられる空間積分法⁽²¹⁾と同じ原理に基づいている。しかし、大型高速炉では、中性子検出器は炉外にのみ設置されるので、この空間積分法は採用できない。第2の方法としては、 $\psi_m(\mathbf{r}_{D1}) = -\psi_m(\mathbf{r}_{D2})$ の関係が成り立つ対称位置 \mathbf{r}_{D1} , \mathbf{r}_{D2} に検出器を設置する方法である。この場合、真の反応度は次式によって評価できる。

$$1/\rho_{\text{真の値}} = \left\{ 1/\rho_{\text{見掛け上}}(\mathbf{r}_{D1}) + 1/\rho_{\text{見掛け上}}(\mathbf{r}_{D2}) \right\} / 2 \quad (2-62)$$

ただし、上式ではある単一の高次モードが励起される場合を考えている。しか

し、前節の出力歪み実験解析において、1次と2次の2つの空間高次モードの考慮の重要性が指摘されている。反応度測定においても、これら1次と2次モードを考慮する場合には、図2.17に示すような最低4本の検出器の配置が必要となる。この場合、真の反応度は、この4本の検出器から得られた見掛け上の反応度測定値から次式によって算出できる。

$$\frac{\mathbf{1}}{\rho_{\text{真の値}}} = \left\{ \frac{\mathbf{1}}{\rho_{\text{見掛け上}}(\mathbf{r}_{D1})} + \frac{\mathbf{1}}{\rho_{\text{見掛け上}}(\mathbf{r}_{D2})} + \frac{\mathbf{1}}{\rho_{\text{見掛け上}}(\mathbf{r}_{D3})} + \frac{\mathbf{1}}{\rho_{\text{見掛け上}}(\mathbf{r}_{D4})} \right\} / 4 \quad (2-63)$$

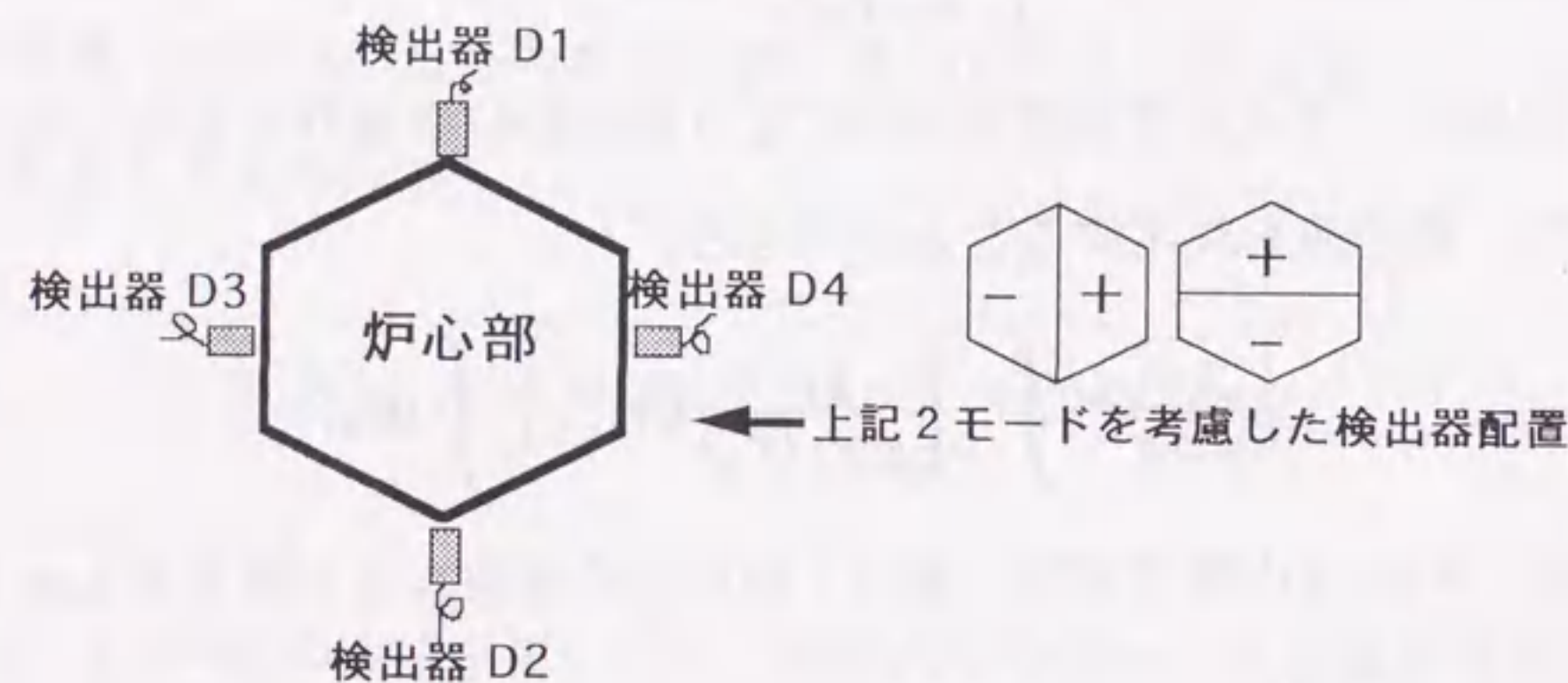


図2.17 空間高次モードを考慮した反応度測定用検出器配置

第3章 空間高次モードの数値解析

まず本章で解くべき固有値問題の種類を第1節に示す。第2節では、これら固有値問題を多次元多群体系において解く際の数値計算上の問題点を述べ、これら問題点を克服するために適用した計算法を提示する。第3節では、この計算法を適用して実在の大型高速炉心の空間高次モードを求め、前章でディカップリング効果の定量評価指標として採用した固有値間隔に対して、炉心サイズ、制御棒挿入パターンおよびブランケット配置が及ぼす影響を検討する。

3.1 解くべき固有値問題の種類

本章では、既述の λ (静的)モード固有値問題及び λ モード随伴固有値問題に加えて、 ω_p (動的即発)モード固有値問題及び ω_p モード随伴固有値問題を解く。これら固有値問題はそれぞれ次のように定義される。

$$\lambda \text{モード固有値問題} \quad \mathbf{L}\psi_n(\mathbf{r}, E) = \frac{\mathbf{1}}{\lambda_n} \mathbf{M}\psi_n(\mathbf{r}, E) \quad (3-1-1)$$

$$\lambda \text{モード随伴固有値問題} \quad \mathbf{L}^+\psi_n^+(\mathbf{r}, E) = \frac{\mathbf{1}}{\lambda_n} \mathbf{M}^+\psi_n^+(\mathbf{r}, E) \quad (3-1-2)$$

$$\omega_p \text{モード固有値問題} \quad [\mathbf{L} - (1 - \beta)\mathbf{M}]\varphi_n(\mathbf{r}, E) = \frac{\omega_n}{v(E)} \varphi_n(\mathbf{r}, E) \quad (3-2-1)$$

$$\omega_p \text{モード随伴固有値問題} \quad [\mathbf{L}^+ - (1 - \beta)\mathbf{M}^+]\varphi_n^+(\mathbf{r}, E) = \frac{\omega_n}{v(E)} \varphi_n^+(\mathbf{r}, E) \quad (3-2-2)$$

ただし、

λ_n : λ モード固有値	ω_n : ω_p モード固有値
ψ_n : λ モード固有関数	φ_n : ω_p モード固有関数
ψ_n^+ : λ モード随伴固有関数	φ_n^+ : ω_p モード随伴固有関数
v : 中性子速度	β : 実効遅発中性子割合

であり、演算子 \mathbf{L}, \mathbf{M} , 随伴演算子 $\mathbf{L}^+, \mathbf{M}^+$ は2.1.1節の定義に従う。

ω_p (動的即発)モード固有値問題(3-2-1)式及び随伴固有値問題(3-2-2)式の空

間モードは、パルス中性子実験や原子炉雑音測定などの動特性実験解析で考慮され、固有値は各空間モードの時間的な減衰定数を表す。本研究においても、第4章の雑音測定においてこの空間モードを考慮したデータ処理を行う。

3.2 数値計算法の開発

3.2.1 多次元体系における高次モード計算の問題点

空間高次モードを数値計算によって求める場合、固有値問題(3-1),(3-2)式は空間については差分近似⁽²²⁾により、中性子エネルギーについては多群近似により離散化される。多次元増倍系においては、必然的に空間座標に対する離散点(空間メッシュ)数が増大する。ところが、高速炉核設計において許容される計算精度を保証するためには、エネルギー群数は最低でも7群とする必要がある。このため、多次元多群体系の高次モードを求めるためには、非常に大きなサイズの行列の固有値計算を行うこととなる。例えば、本研究で扱う2次元大型高速炉体系において、空間メッシュを70×70点、エネルギー群数を7群とした場合、解くべき行列のサイズは35000(行)×35000(列)[容量で約5Gバイト]となる。しかも、演算子L,Mに含まれる炉物理定数 $\Sigma_s(r, E \rightarrow E')$, $\chi(E) \nu \Sigma_f(r, E')$ はエネルギーEとE'を交換した場合等しくないため、離散化によって得られる演算子行列はエネルギー群について非対称となる。

現在、科学技術計算の分野においては、QR法⁽²³⁾が非対称行列の固有値計算の標準解法となっており、このQR法に基づく数学ライブラリーは各大学の大型計算機センターに整備されている。しかし、このQR法は行列の全固有値を求め、しかも n モード固有値問題のような粗行列問題に対しても計算容量が削減で

きないので、多次元多群体系の固有値問題の解法として採用することは計算時間・容量の両面から不可能となる。

これに対して炉物理の分野では、固有値計算法として主にべき乗法(Power Method)が用いられてきた。このべき乗法は、臨界計算において基本モードを求める算法として古くから使われてきたが、1960年代後半にはこの修正により高次モードを得る算法がWachspress⁽²⁴⁾, Saitoら⁽²⁵⁾によって考案され1次元問題に適用された。近年、Palmiotti⁽²⁶⁾はこれら方法に比べ精度と安定性に優れた解法を用いて、1次元高速炉系の空間高次モードを非常に高い次数まで求めている。この解法は直交化法(Orthogonalization technique)と呼ばれ、本研究で扱う固有値問題のような粗行列問題に対して適用すると計算容量は著しく低減され、求める高次モードの次数が少数に限られる場合には比較的短時間で計算が実行できる。多次元多群体系への適用の観点から、これら性質は前述したQR法に比べて有利であると考えられる。しかし、べき乗法の修正法であるWachspress, Saitoらの解法やPalmiottiの手法は、近接固有値や重複(縮退)固有値が現れる場合には、収束が極端に悪化し解がほとんど求まらなくなり解法自体が破綻する。特に多次元問題では幾何形状によっては近接固有値や重複固有値が現れる場合が多いので、上記の欠点を克服しない限りこれら方法の適用は絶望的である。更に、初期分布の設定によっては、求めるべき空間モードが得られない(見落とす)場合も頻繁に起こる。これは計算結果に対する信頼性を低下させる。

本研究では、高次モード計算法としてホテリング法⁽²⁷⁾を採用した。この解法はPalmiottiらが採用した直交化法と基本的には同一の算法であり、多次元多群

大型高速炉体系への適用を可能にするためには上記の問題点を克服する必要がある。本研究では、 δ 関数状の初期分布を設定することにより、求めるべき空間モードを見落とす危険性を排除した。近接固有値や重複固有値が存在する場合の収束の悪化や解法の破綻は、島崎法⁽²⁸⁾と原点移動法⁽²⁹⁾を併用することにより克服した。以上の2点が、多次元問題への適用を可能にするために本研究において新たに考慮した点である。3.2.2節では、高次モード計算法として採用したホテルリング法について説明を行い、初期分布の設定における問題点と収束の加速の必要性について述べる。以下、3.2.3, 3.2.4節では、採用した初期分布の設定法、および収束の加速法について述べる。

3.2.2 ホテルリング法の適用

計算法については、先に述べた λ モード、 ω_p モード双方に共通なので、 λ モード固有値問題を対象に述べる。

高次モードの計算に先立って、まず基本モードが求められる。この計算には、臨界計算で用いられている通常のべき乗法を使用する。つまり初期分布 $\phi^{(0)}$ 、 $\lambda^{(0)}$ から出発し、固有関数および固有値の暫定値 $\phi^{(k)}$ 、 $\lambda^{(k)}$ が収束するまで(3-3)、(3-4)式の演算を繰り返し実行する。最終的に収束した値は、基本モードの固有関数・固有値であることが保証される。

$$L\phi^{(k)} = M\phi^{(k-1)} / \lambda^{(k-1)}, \quad (3-3)$$

$$\lambda^{(k)} = ((M\phi^{(k)})) / \{((M\phi^{(k-1)})) / \lambda^{(k-1)}\}, \quad (3-4)$$

$k = 1, 2, 3, \dots$

ただし、(3-4)式中の $(())$ は空間とエネルギーについての積分を表す。通常、臨界計算では(3-3)式のべき乗演算の繰り返しを外部(源)反復、(3-3)式から $\phi^{(k)}$ を求めるための繰り返し計算を内部反復と呼んでいる。

さて、ホテルリング法⁽²⁷⁾とは、基本モードから第N次モードまでが既に得られていた場合に次の第(N+1)次モードを求める方法である。すなわち、(3-3)式の代わりに次式の演算を繰り返し実行すると、その収束値が第(N+1)次モードの固有関数、固有値となる。

$$L\phi^{(k)} = M\phi^{(k-1)} / \lambda^{(k-1)} - \sum_{n=0}^N M\psi_n((\psi_n^+ M\phi^{(k-1)})) / ((\psi_n^+ M\psi_n)) / \lambda^{(k-1)}, \quad (3-5)$$

ψ_n^+ : 随伴固有関数, $N = 0, 1, 2, \dots$

随伴問題を扱う場合、(3-3)~(3-5)式の代わりに次式を用いる。

$$L^+\phi^{(k)} = M^+\phi^{(k-1)} / \lambda^{(k-1)}, \quad (3-6)$$

$$\lambda^{(k)} = ((M^+\phi^{(k)})) / ((M^+\phi^{(k-1)})) / \lambda^{(k-1)}, \quad (3-7)$$

$$L^+\phi^{(k)} = M^+\phi^{(k-1)} / \lambda^{(k-1)} - \sum_{n=0}^N M^+\psi_n^+((\psi_n M^+\phi^{(k-1)})) / ((\psi_n^+ M\psi_n)) / \lambda^{(k-1)} \quad (3-8)$$

L^+, M^+ : 演算子L, Mの随伴演算子

計算の流れとしては、まず(3-3)、(3-4)式あるいは(3-6)、(3-7)式の収束計算により基本モードの固有値、固有関数、随伴固有関数を求める。次にこれらの結果を用いて(3-5)式あるいは(3-8)式の収束計算を行うことにより、第1次モードの固有値、固有関数、随伴固有関数を求める。以上の基本モードと1次モードの結果を用いて更に第2次モードを求める。この計算を繰り返すことにより、第3次以上の高次モードも順次解いて行く。この流れを、図3.1に示す。

λモード固有値問題 $L\psi_n = \frac{1}{\lambda_n} M\psi_n, \lambda_0 > \lambda_1 > \lambda_2 > \dots$

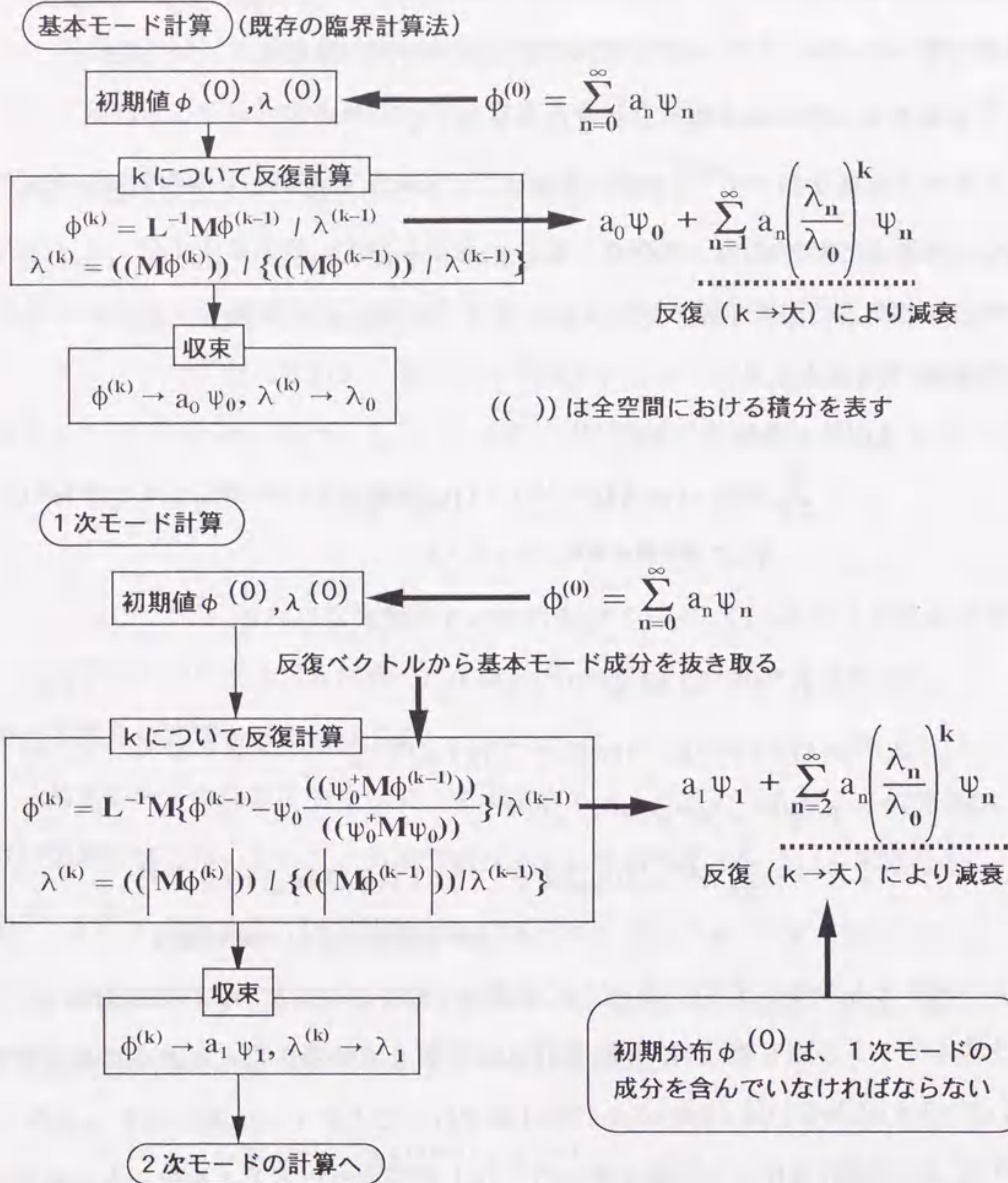


図 3.1 高次モード計算の流れ

さて、このホテリング法に対する工夫をここで述べる。第N次モードを(3-5)式に基づいて計算する場合を考えると、反復計算過程の固有関数の暫定値 $\phi^{(k)}$ は次のように表される。

$$\phi^{(k)} = (\lambda_N)^k / (\lambda^{(0)} \lambda^{(1)} \dots \lambda^{(k-1)}) \times \left\{ a_N \psi_N + \sum_{n=N+1}^{\infty} a_n \left(\frac{\lambda_n}{\lambda_N}\right)^k \psi_n \right\}, \quad (3-9)$$

ただし、係数 a_n は次式のように初期分布 $\phi^{(0)}$ を空間モードで展開した時の第n次モード展開係数である。

$$\phi^{(0)}(\mathbf{r}) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \psi_n(\mathbf{r}) \quad (3-10)$$

(3-9)式から、求めるべき空間モード(ここではN次モード)の成分が初期分布 $\phi^{(0)}$ に含まれ a_N が非零値でなければならない。現実的な収束を得るためには、この a_N は充分大きな値であることが望ましい。従って、初期分布 $\phi^{(0)}$ は、求めようとする空間モード成分を予め充分含むように設定しなければならない。

更に(3-9)式から、収束速度は固有値の分布の疎密の度合いに強く支配されることがわかる。 (λ_n / λ_N) が1より小さな値をとるほど、つまり固有値の間隔が大きいほど、第N次モードへの収束が速まる。これに対して、固有値が近接 $(\lambda_N \approx \lambda_{N+1})$ して存在する場合を考えると、収束誤差に含まれる第(N+1)次モード成分の減衰が非常に遅くなり、その結果として収束性が悪化する。大型高速炉心の固有値は非常に密に分布しているので、この収束を加速しない限り実際の計算には適用できない。以下では、これら初期分布設定法および加速法について述べる。

3.2.3 初期分布の設定法

基本モードのみを求める臨界計算では、中性子束の初期分布(Initial Guess)として一様分布(フラットフラックス)が通常採用される。しかし、この分布は高次モード計算用の初期分布としてはむしろ不適切である。図3.2に示したように、一様分布は空間的に対称な固有関数を有する高次モードの成分しか含まない。従って、空間的に反対称な固有関数を有する高次モードの計算は不可能となる。第2章の議論によれば、ディカップリング効果の評価上重要となるのはむしろ空間的に反対称な固有関数を有する方位角方向高調波(高次モード)である。しかも、一様分布の場合、基本モードの次の対称モード(図3.2中では2次モード)は展開係数にして基本モードの1/3程度となるので、動径方向高調波のように空間的に対称なモードの計算においてもこの初期分布は不利である。このようにあるモードの展開係数を大きくするような先見的な初期分布の採用は、他のモードの計算において収束性を悪化させるばかりでなく、求めるべき次数のモードを見落としてしまう危険性を生む。

高次モード計算のための初期分布は、全ての高次モード成分を均等に含み、しかも設定が容易でなければならない。これら観点から検討した結果、図3.3に示すようなデルタ関数状の初期分布を採用することにした。デルタ関数は全ての波数の三角関数を均等に含むので、全ての高次モード成分もほぼ均等に含むものと期待される。この初期分布の設定は、ある差分メッシュに十分値の大きな正値を、他の全メッシュには零値を設定することにより行った。二次元体系におけるこの正值設定メッシュ位置は、図3.3に示すように、方位角および動径方向モードを効率よく励起するように選んだ。

$\phi^{(0)} \rightarrow \text{Const}$ (フラットフラックス)

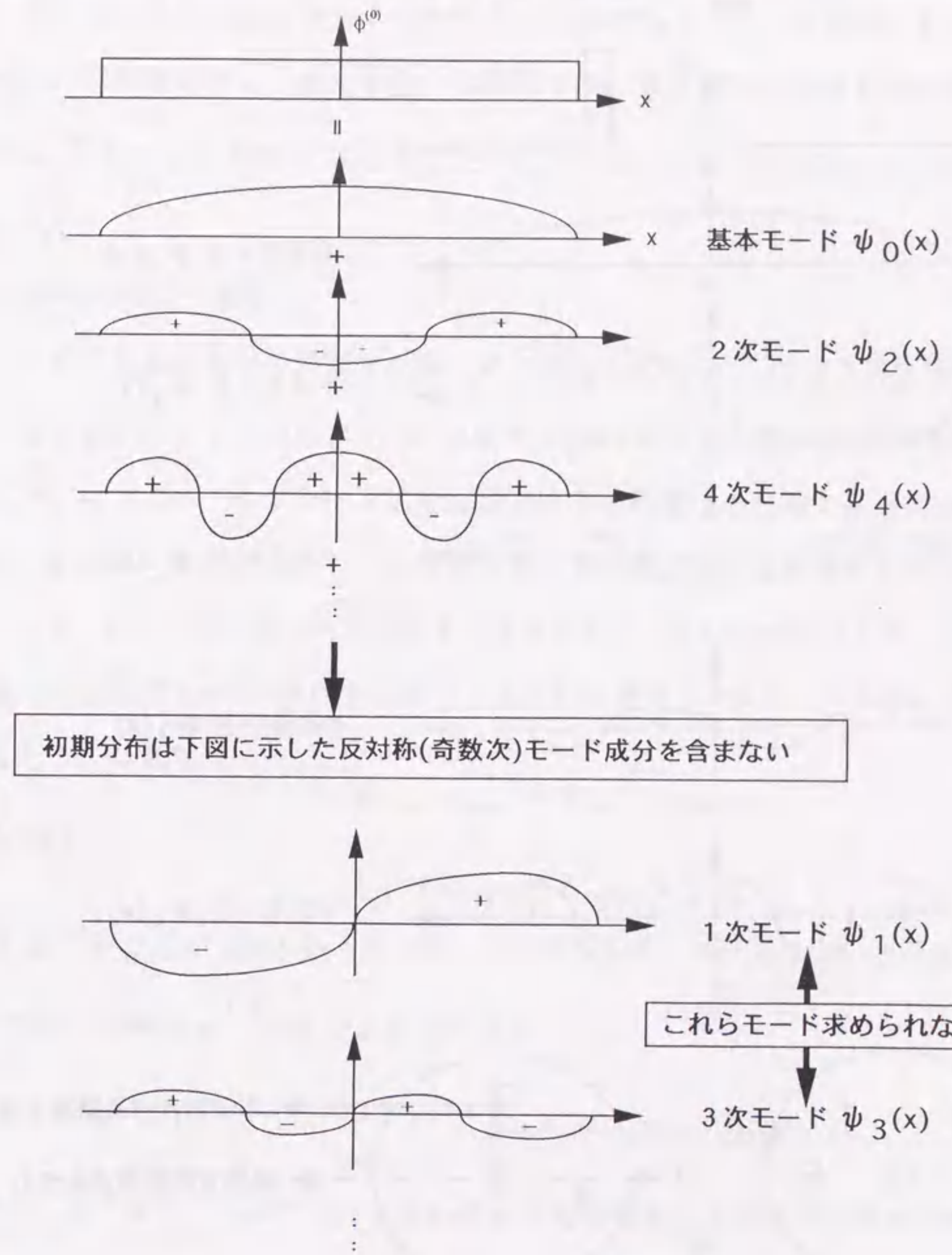


図3.2 初期分布としてフラットフラックスを採用した場合の問題点

$\phi^{(0)}$ → デルタ関数状フラックス → 高次モード成分を均等に含む初期分布

$$\delta(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \psi_n(\mathbf{r}), \quad a_0 \doteq a_1 \doteq a_2 \doteq \dots$$

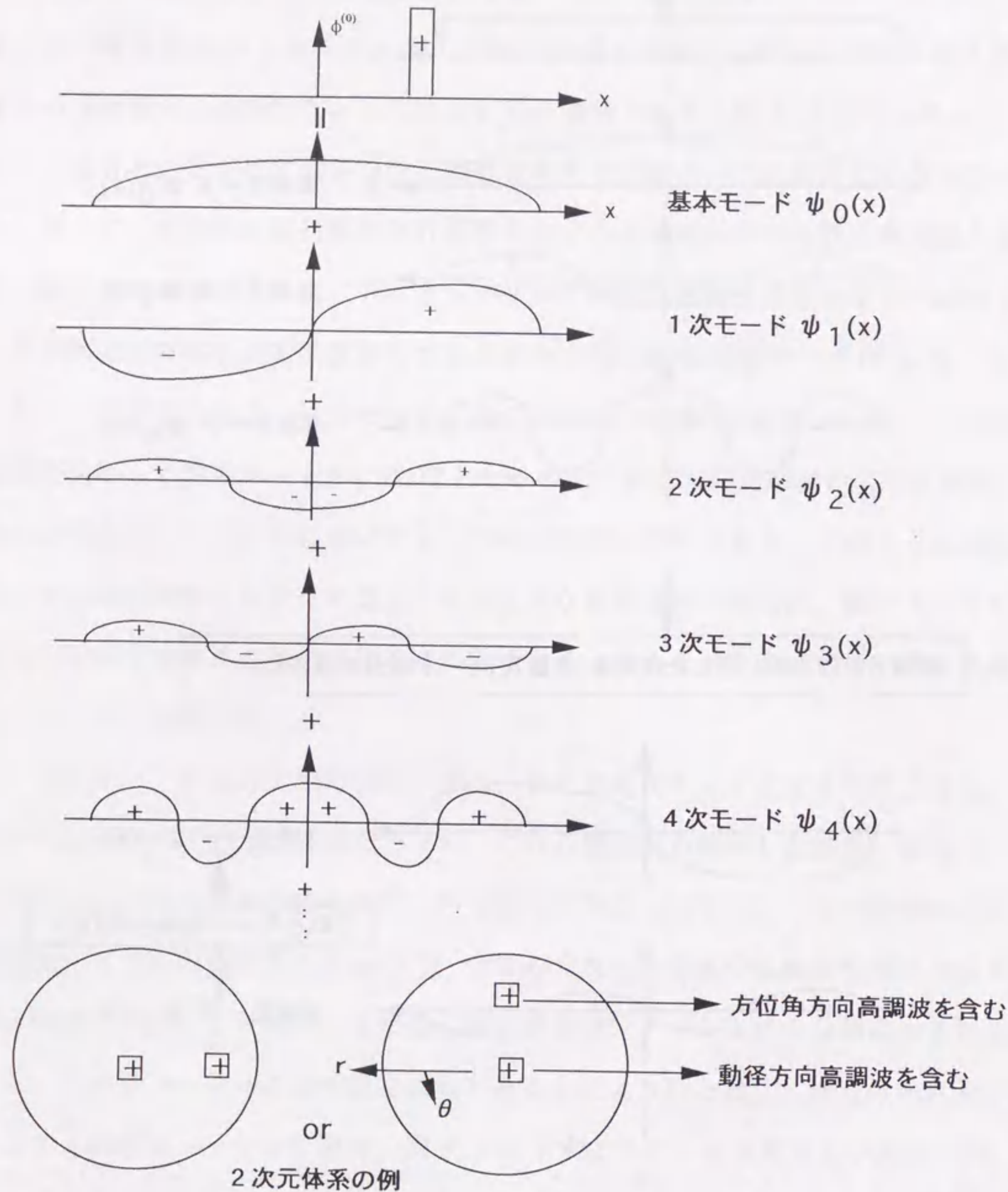


図 3.3 デルタ関数状初期分布の採用

3.2.4 収束速度の加速

固有値が非常に密に分布する大型炉心の高次モードをべき乗法によって求める場合、収束性が著しく悪化する。本研究では、収束速度を加速するために島崎の解法⁽²⁸⁾と原点移動法⁽²⁹⁾を併用した。以下では、これら加速法の適用について述べる。

(1) 島崎の解法の適用

近接・重複固有値の問題を克服する方法として島崎⁽²⁸⁾は改良算法を提案し、原子炉プラントの状態量(圧力, 温度等)に関する状態方程式固有値問題に適用した。以下では、まず中性子拡散方程式固有値問題への島崎の解法の適用法を示す。その後、計算例を通して空間高次モード計算に対する有効性を検討する。

いま、(3-5)式に基づいて求めようとするモードの固有値が λ_N で、それに近接して固有値 λ_{N+1} が存在する場合、あるいは重複して λ_{N+1} が存在する場合を考える。つまり、

$$\lambda_N \gtrsim \lambda_{N+1} > \lambda_{N+2} > \dots \quad (3-11)$$

あるいは、

$$\lambda_N = \lambda_{N+1} > \lambda_{N+2} > \dots \quad (3-12)$$

(3-5)式の演算が充分繰り返されると、 $(N+2)$ 次モード以降の成分は消滅し、

固有関数の暫定値 $\phi^{(k)}$ は次のように表される。

$$\phi^{(k)} \doteq \mathbf{1} / \left(\lambda^{(0)} \lambda^{(1)} \dots \lambda^{(k-1)} \right) \left(a_N \lambda_N^k \psi_N + a_{N+1} \lambda_{N+1}^k \psi_{N+1} \right) \quad (3-13)$$

ただし、 $\lambda^{(0)}, \lambda^{(1)}, \dots, \lambda^{(k-1)}$ は、(3-4)式により算出される第 N 次固有値の暫定値である。ここで、 λ_N, λ_{N+1} が、仮に下式の根であるとする。

$$\lambda^2 - b\lambda - c = 0 \quad (3-14)$$

すると(3-13), (3-14)式から次のような関係式が得られる。

$$\phi^{(k+2)} = \frac{b}{\lambda^{(k+1)}} \phi^{(k+1)} + \frac{c}{\lambda^{(k+1)} \lambda^{(k)}} \phi^{(k)} \quad (3-15)$$

中性子エネルギー, 空間座標を離散化した場合, 固有関数の暫定値 $\phi^{(k)}, \phi^{(k+1)}$, $\phi^{(k+2)}$ は次元が(エネルギー群数) \times (空間メッシュ数)の列ベクトルとなる。従って, (3-15)式より b, c に対する方程式も(エネルギー群数) \times (空間メッシュ数)組できる。 b, c の決定に際して, 全ての空間メッシュ, エネルギー群の固有関数暫定値を用いる最小2乗推定法を採用する。(3-15)式を,

$$\begin{pmatrix} \frac{\phi^{(k+1)}}{\lambda^{(k+1)}} & \frac{\phi^{(k)}}{\lambda^{(k+1)} \lambda^{(k)}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b \\ c \end{pmatrix} = \phi^{(k+2)} \quad (3-16)$$

と表示し, この両辺に $\begin{pmatrix} \frac{\phi^{(k+1)}}{\lambda^{(k+1)}} & \frac{\phi^{(k)}}{\lambda^{(k+1)} \lambda^{(k)}} \end{pmatrix}^T$ を左から掛ける。つまり,

$$\begin{pmatrix} \frac{\phi^{(k+1)}}{\lambda^{(k+1)}} & \frac{\phi^{(k)}}{\lambda^{(k+1)} \lambda^{(k)}} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \frac{\phi^{(k+1)}}{\lambda^{(k+1)}} & \frac{\phi^{(k)}}{\lambda^{(k+1)} \lambda^{(k)}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\phi^{(k+1)}}{\lambda^{(k+1)}} & \frac{\phi^{(k)}}{\lambda^{(k+1)} \lambda^{(k)}} \end{pmatrix}^T \phi^{(k+2)} \quad (3-17)$$

となる。上式を b, c について解くと下式が得られる。

$$b = \lambda^{(k+1)} \left\{ \left(\phi^{(k)T} \phi^{(k)} \right) \left(\phi^{(k+1)T} \phi^{(k+2)} \right) - \left(\phi^{(k)T} \phi^{(k+1)} \right) \left(\phi^{(k)T} \phi^{(k+1)} \right) \right\} / \text{Det} \quad (3-18-1)$$

$$c = \lambda^{(k+1)} \lambda^{(k)} \left\{ \left(\phi^{(k)T} \phi^{(k+2)} \right) \left(\phi^{(k+1)T} \phi^{(k+1)} \right) - \left(\phi^{(k)T} \phi^{(k+1)} \right) \left(\phi^{(k+1)T} \phi^{(k+2)} \right) \right\} / \text{Det} \quad (3-18-2)$$

ただし,

$$\text{Det} \equiv \left(\phi^{(k)T} \phi^{(k)} \right) \left(\phi^{(k+1)T} \phi^{(k+1)} \right) - \left(\phi^{(k)T} \phi^{(k+1)} \right)^2 \quad (3-18-3)$$

(3-5)式の繰り返し計算の過程で固有値, 固有関数の変化が小さくなった(収束が遅くなった)場合, (3-18-1)~(3-18-3)式に基づいて b, c の値を推定する。定数 b, c が推定されれば, 固有値 λ_N, λ_{N+1} は(3-14)式の解として求まる。(3-14)式の判別式

$$q = b^2 + 4c \quad (3-19)$$

が正の場合は実数の近接固有値が存在し, ゼロの場合は重複固有値が存在する。その固有値 λ_N, λ_{N+1} と(3-13)式からいずれの場合も固有関数 ψ_N, ψ_{N+1} を決定することができる。判別式 q が負の場合は, 複素数の固有値が存在することとなるが, 本章で扱う固有値問題では複素固有値は現れない。

島崎法適用の有効性を検討するために, 一例として図3.4に京大臨界集合体KUCA-C35の第3次モード計算における固有値の収束状況を示す。横軸はべき乗演算の回数を, 縦軸には固有値暫定値の相対変化量をとっている。この計算例の場合, 3次と4次の固有値は0.3706, 0.3671と非常に近接している。このため加速法を用いない計算では収束が遅くなっている。これに対して, 島崎法を適用すると, 反復回数15回目で上記算法がプログラムにより起動され, その結果急速に収束へ向かう。また, この島崎法は重複固有値問題に対しても有効に働くことを確認できた。

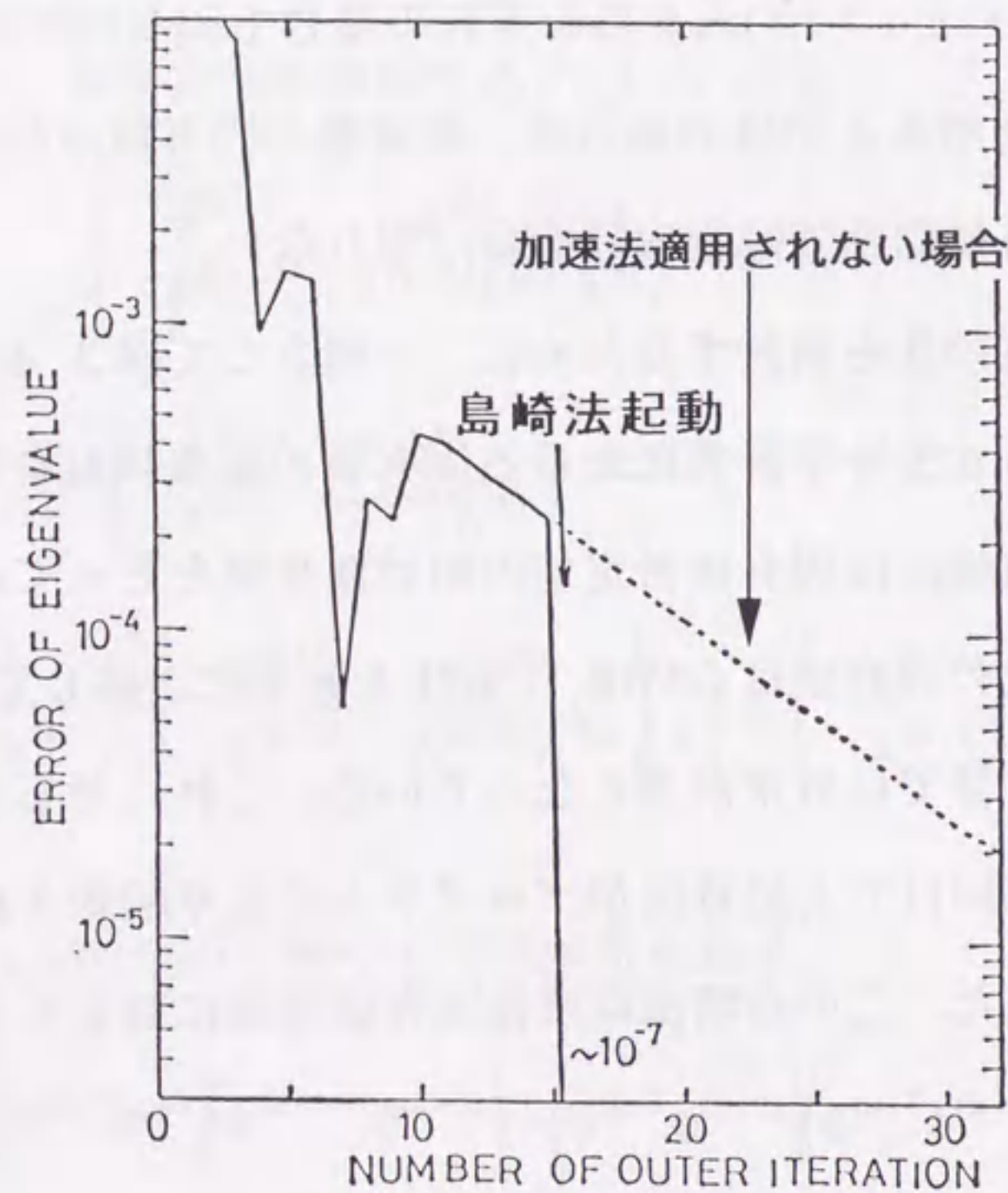


図 3.4 KUCA-C35の3次モード計算における収束状況

(2)原点移動法(Wieland Method)の適用

前出の島崎の算法は、固有関数暫定値 $\phi^{(k)}$ が固有値が近接する2つのモード成分によって占められ、それらモードより高次側のモードが消滅している場合に限って適用できる。しかし、次節で示すように大型高速炉心の固有値は非常に密に分布しているため、高次側のこれらモードを消滅させるために必要な繰り返し演算回数は膨大となる可能性がある。この問題を克服するために、原点移動法(Wieland Method, Fractional Iteration)⁽²⁹⁾と呼ばれる手法を採用した。つまり、まずこの原点移動法により収束を加速し、島崎の算法を適用しうる状況をできるだけ早く達成する。達成された時点で島崎法を起動し近接・重複固有値を分離することとした。

(3-9)式に示したように、第N次モードの計算における収束速度の指標として、次のような固有値比をとることができる。

$$\text{収束速度指標} = \lambda_n / \lambda_N, n=N+1, N+2, \dots \quad (3-20)$$

原点移動法は、この収束速度指標を見掛け上小さくすることにより収束を加速する方法である。このために、 λ モード固有値問題(3-1-1)式を次のように変形する。

$$\begin{aligned} \mathbf{L}\psi_n &= \frac{\mathbf{1}}{\lambda_n} \mathbf{M}\psi_n & \text{収束速度指標} \\ & \downarrow & \frac{\lambda_m}{\lambda_N}, m=N+1, N+2, \dots \\ \left(\mathbf{L} - \frac{\mathbf{M}}{\lambda_e} \right) \psi_n &= \left(\frac{\mathbf{1}}{\lambda_n} - \frac{\mathbf{1}}{\lambda_e} \right) \mathbf{M}\psi_n & \downarrow \\ & & \frac{\mathbf{1}/\lambda_N - \mathbf{1}/\lambda_e}{\mathbf{1}/\lambda_m - \mathbf{1}/\lambda_e} \end{aligned} \quad (3-21)$$

従って、任意パラメータ λ_e を次のように設定すれば速度指標が小さくなり、その結果として収束は加速される。

$$\left| \frac{1/\lambda_N - 1/\lambda_e}{1/\lambda_m - 1/\lambda_e} \right| < \frac{\lambda_m}{\lambda_N}, m = N+1, N+2, \dots \quad (3-22)$$

しかし、上式を満たす λ_e の選び方が問題となる。 λ_N の計算段階では λ_m は未知である。試行錯誤的な選び方も考えられるが、かえって収束が遅くなったり、あるいは求めるべきモードを見落としてしまう危険性がある。そこで本研究では、 λ_e として既算出の低次モード固有値を採用した。つまり、第N次モード計算における λ_e として λ_{N-1} を設定する。この方法により λ_e を設定した場合、(3-22)式は必ず満たされるので、収束は確実に速くなる。

上記加速法の効果を、大型高速炉ZPPR-9について具体的に評価してみる。ZPPR-9炉心の固有値は、 $\lambda_0=0.9941$, $\lambda_1=\lambda_2=0.9439$, $\lambda_3=0.8730$, $\lambda_4=0.8709$, $\lambda_5=0.8201$ となる(次節参照)。今、第1次モードを求める場合の収束速度を検討する。加速法を適用しない時の収束速度指標(3-20)は、次のような値となる。

$$\lambda_2/\lambda_1=1.0, \lambda_3/\lambda_1=0.9249, \lambda_4/\lambda_1=0.9227, \lambda_5/\lambda_1=0.8688$$

となる。また、これら値を用いて1次固有関数暫定値 $\phi^{(k)}$ を表すと、

$$\phi^{(k)} \doteq a_1\psi_1 + a_2\psi_2 + a_3\psi_3(0.9249)^k + a_4\psi_4(0.9227)^k + a_5\psi_5(0.8688)^k \quad (3-23)$$

となる。べき乗計算を繰り返しても、誤差成分である3~5次モードはほとんど減衰しないことは明らかである。実際の数値計算でも、収束は非常に遅く初期分布に依存した未収束解しか得られなかった。

次に、原点移動法を適用した場合を検討してみる。この場合の収束速度指標(3-21)は、次のような値となる。

$$\frac{1/\lambda_1 - 1/\lambda_e}{1/\lambda_2 - 1/\lambda_e} = 1.0, \frac{1/\lambda_1 - 1/\lambda_e}{1/\lambda_3 - 1/\lambda_e} = 0.5394, \frac{1/\lambda_1 - 1/\lambda_e}{1/\lambda_4 - 1/\lambda_e} = 0.5289, \frac{1/\lambda_1 - 1/\lambda_e}{1/\lambda_5 - 1/\lambda_e} = 0.3526$$

これら値を用いて1次固有関数暫定値を表すと次のようになる。

$$\phi^{(k)} \doteq a_1\psi_1 + a_2\psi_2 + a_3\psi_3(0.5394)^k + a_4\psi_4(0.5289)^k + a_5\psi_5(0.3526)^k \quad (3-24)$$

上式は、べき乗計算を10回($k=10$)程度繰り返せば誤差成分である3次以上のモードは1/100以下に減衰することを示している。ただし、2次モード成分は、固有値が1次固有値と重複しているので分離できない。このような重複固有値問題や著しい近接固有値問題は、前述した島崎の算法で分離・算出する。

3.3 大型高速炉心の高次モード計算

3.3.1 計算体系

高次モード計算の対象とする大型高速炉体系は、日米共同大型臨界実験計画 (JUPITER計画) フェイズ-I の大型均質炉心 ZPPR-9⁽³⁰⁾⁽³¹⁾、フェイズ-II の大型径方向非均質炉心 ZPPR-13⁽³⁰⁾⁽³¹⁾ の 6 炉心、およびフェイズ-Io の ZPPR-18、-19 の 4 炉心である。これら体系の炉心配置を図 3.5.1 ~ 3.5.3 に示す。加えて、炉心サイズの効果および中性子エネルギースペクトルの差異の効果を検討するために、小型高速炉心 ZPR III-31、-2A、および小型熱中性子炉心 KUCA-C35、-C45⁽³²⁾⁽³³⁾ の高次モード計算も行う。これら炉心の特徴を以下で述べる。

○高速臨界集合体 ZPPR-9 [図 3.5.1-(b)]

出力 65 万 KWe クラスの 2 領域均質炉心で、内側および外側炉心燃料の Pu 富化度(核分裂性核種割合)はそれぞれ 10%、15% となっている。炉心体積は約 4600 リットル、核分裂性 Pu 重量は約 2 トンである。

○高速臨界集合体 ZPPR-13 の 6 炉心 [図 3.5.1-(c) ~ 図 3.5.2-(h)]

中央ブランケットと 2 層のリング状ブランケットにより燃料部が 3 層に分割された非均質炉心である。これら炉心は出力 65 万 KWe クラスの大型炉を模擬しており、燃料部の Pu 富化度は 21%、炉心体積は約 4000 リットル、核分裂性 Pu 重量は約 2.5 トンである。

○高速臨界集合体 ZPPR-18、-19 の 4 炉心 [図 3.5.3-(i) ~ (l)]

出力 100 万 KWe クラスの 2 領域均質炉心である。ただし、Pu 燃料所有量の制限から、外側炉心の一部にウラニウム燃料が装荷されている。この U 燃

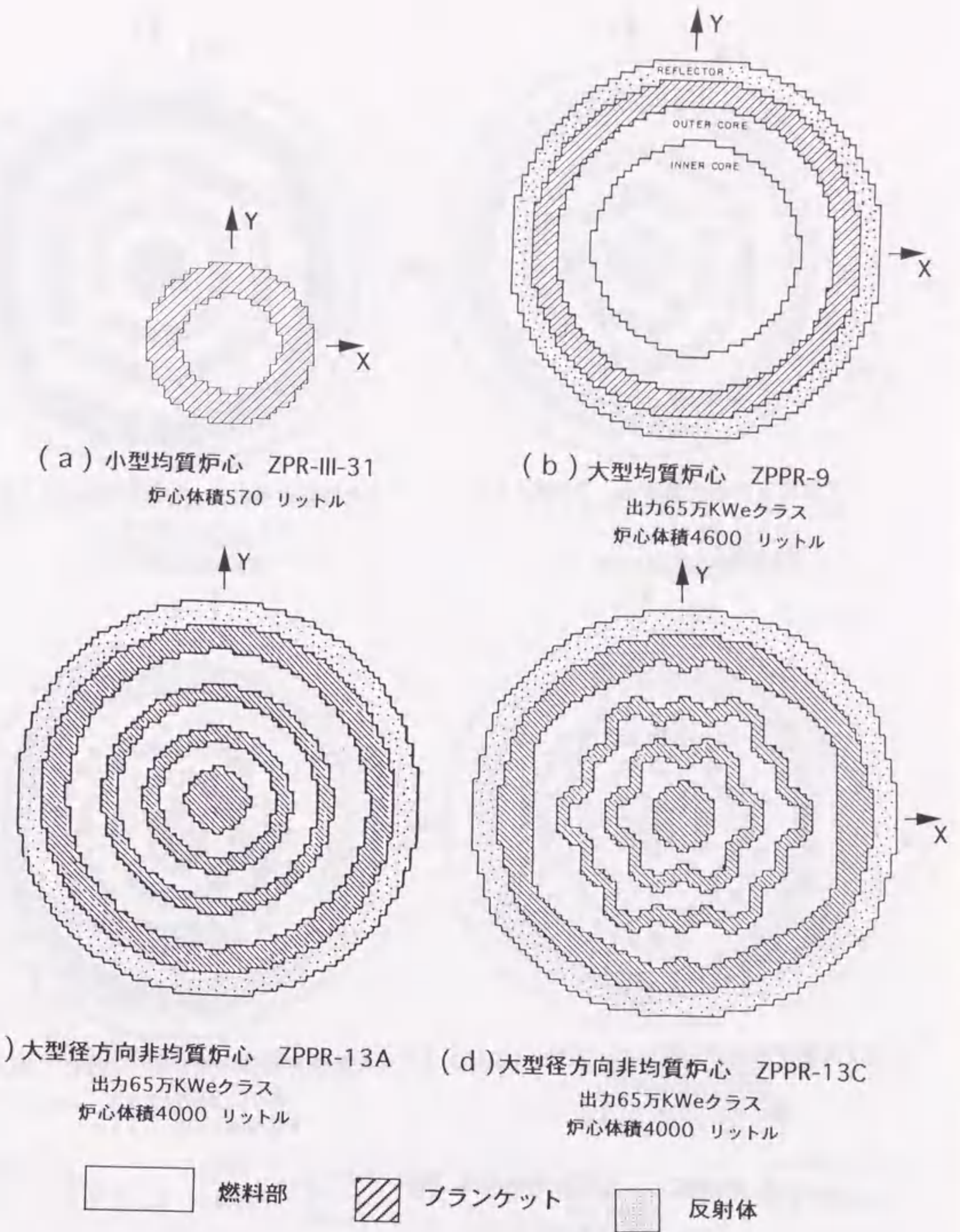
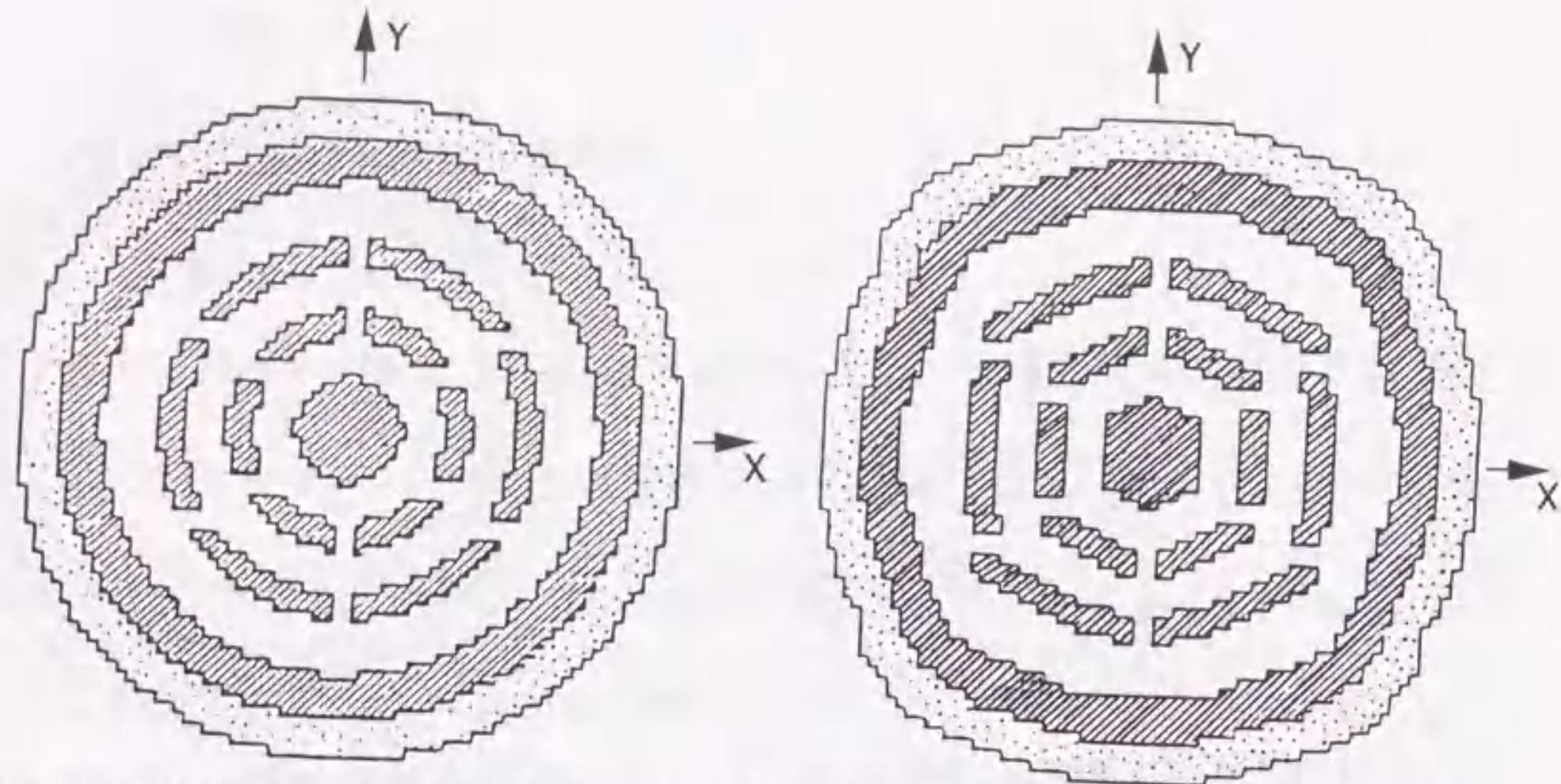
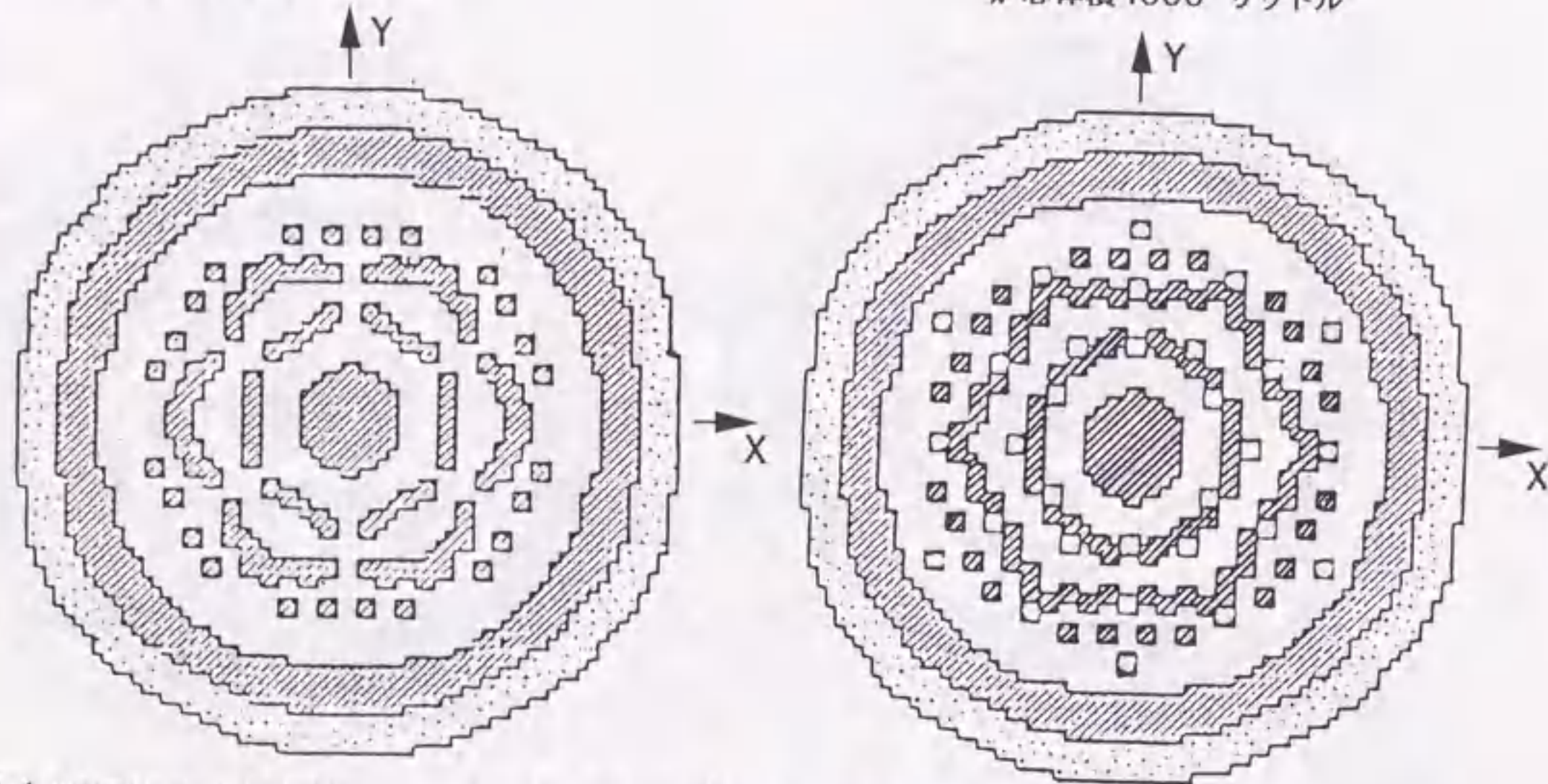


図 3.5.1 空間高次モード計算体系



(e) 大型径方向非均質炉心 ZPPR-13B/1 (f) 大型径方向非均質炉心 ZPPR-13B/2
出力65万KWeクラス 炉心体積4000 リットル
出力65万KWeクラス 炉心体積4000 リットル



(g) 大型径方向非均質炉心 ZPPR-13B/3 (h) 大型径方向非均質炉心 ZPPR-13B/4
出力65万KWeクラス 炉心体積4000 リットル
出力65万KWeクラス 炉心体積4000 リットル

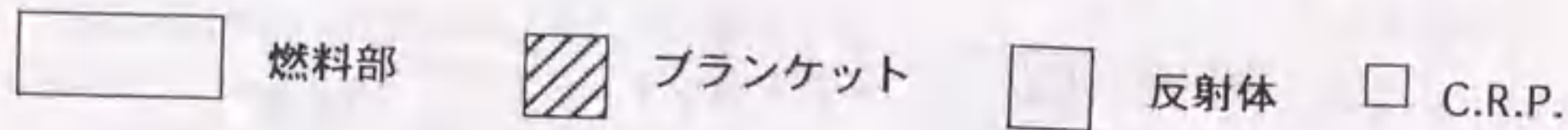
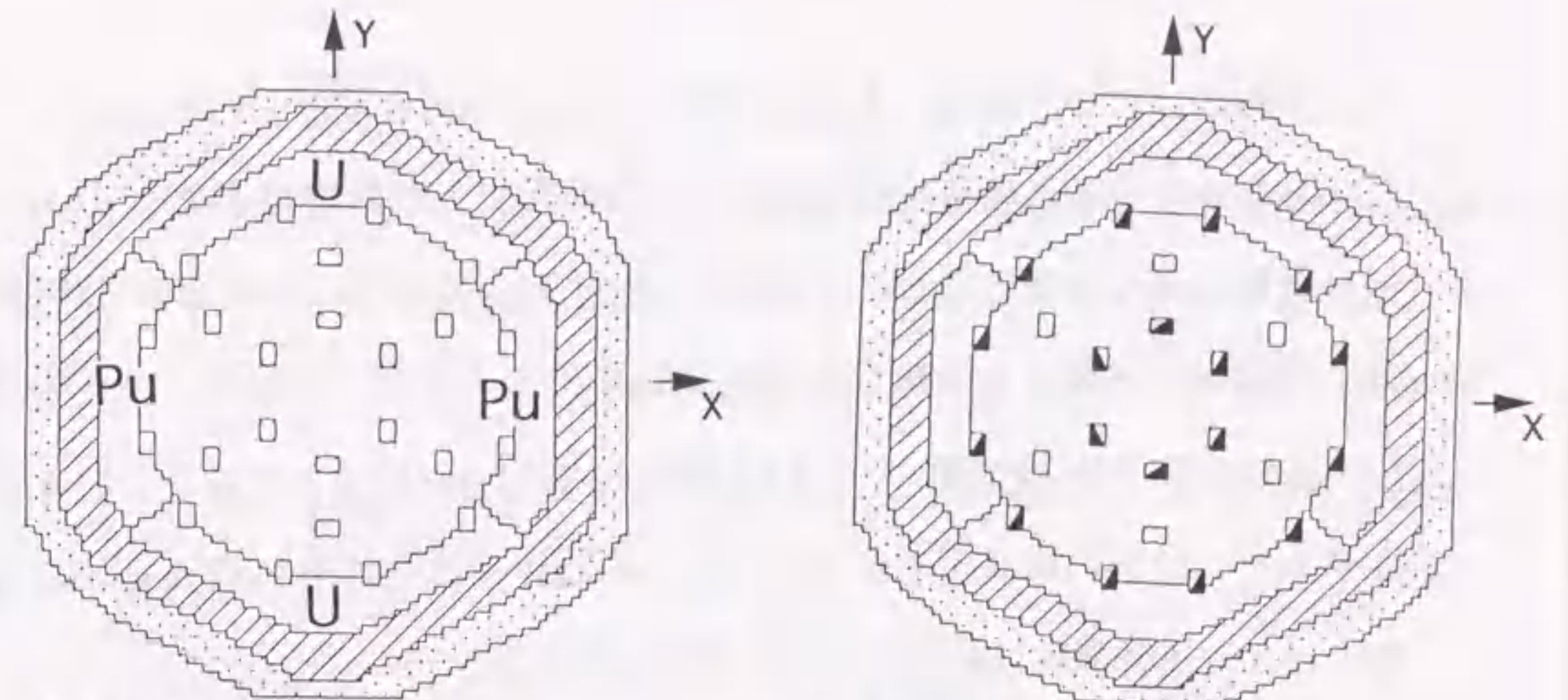
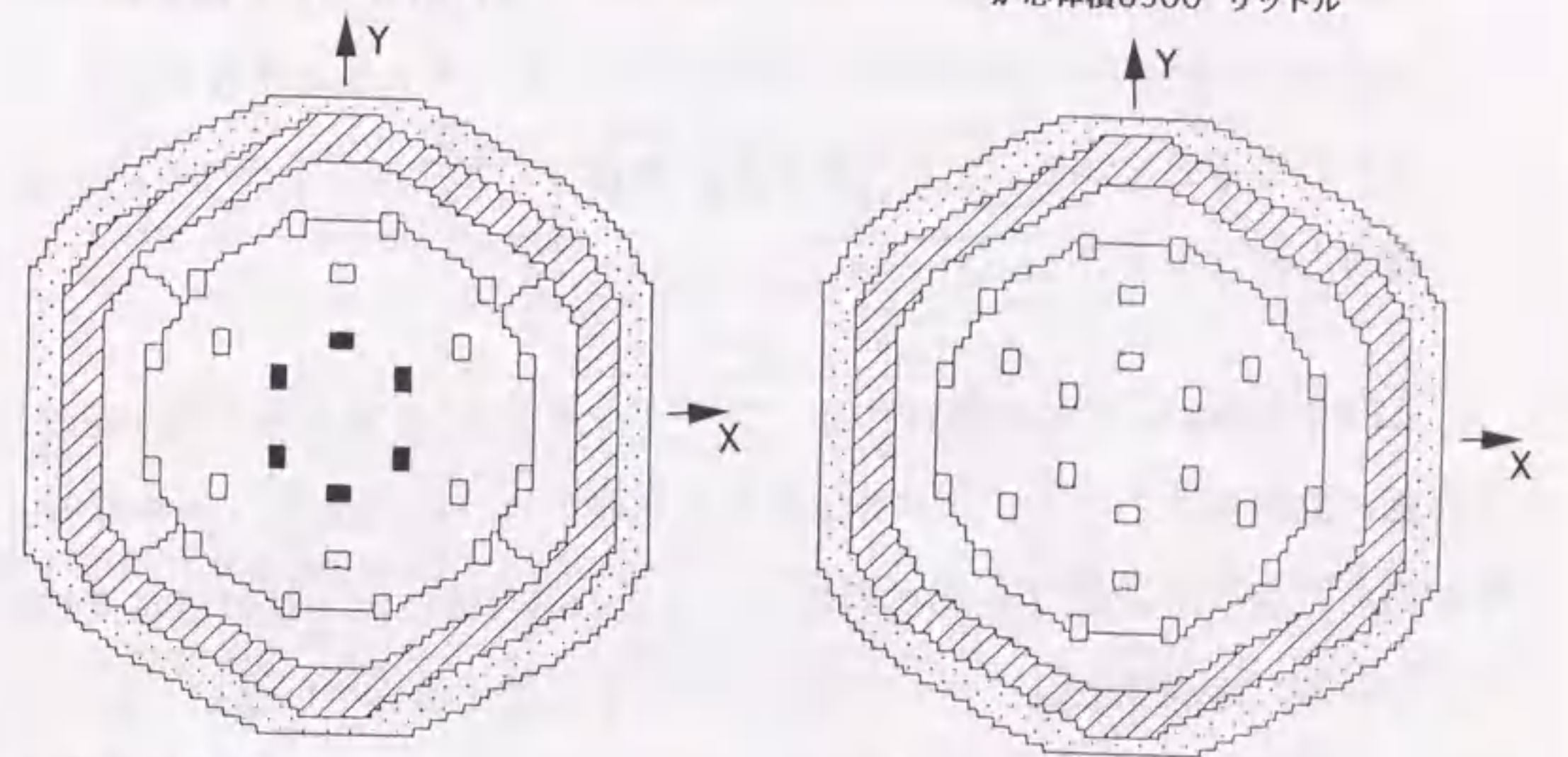


図 3.5.2 空間高次モード計算体系



(i) 大型均質炉心 ZPPR-18A (j) 大型均質炉心 ZPPR-18B
出力100万KWeクラス 炉心体積8500 リットル
出力100万KWeクラス 炉心体積8500 リットル



(k) 大型均質炉心 ZPPR-19A (l) 大型均質炉心 ZPPR-19B
出力100万KWeクラス 炉心体積8500 リットル
出力100万KWeクラス 炉心体積8500 リットル

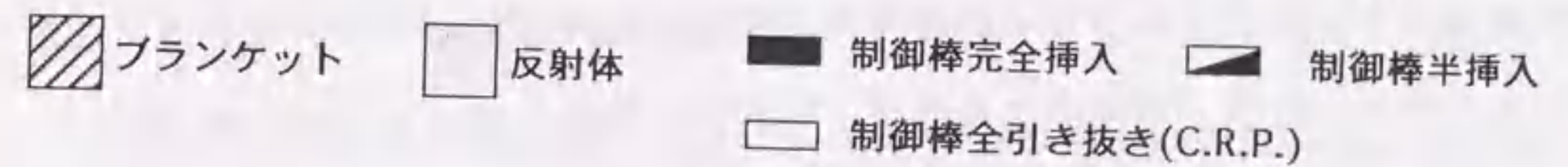


図 3.5.3 空間高次モード計算体系

料の濃縮度は17%、内側および外側炉心燃料のPu富化度はそれぞれ10%、15%となっている。体積は約8500リットルと非常に大型の炉心となっている。核分裂性Pu及びU重量はそれぞれ約2.5トン、1.1トンである。これら集合体は、2章の出力歪み実験を実施した炉心である。

○高速臨界集合体ZPR III -31, -2A [図3.5.1-(a)]

ウラン燃料の均質小型炉心である。炉心体積はそれぞれ570リットル、56リットル、核分裂性U重量は480Kg, 140Kgである。

○KUCA-C35, C45炉心

軽水減速軽水反射体熱中性子炉心であり、水素/核分裂性U原子数密度比(H/U比)はそれぞれ212及び315とエネルギースペクトルに差異が現れるように設定されている。それぞれの炉心体積は、59.2リットル、59.3リットルとほぼ等しくなっている。

ZPPRの各炉心の燃料集合体は、シングルカラム、ダブルカラムと呼ばれる2種類の燃料体からなる。前者の燃料体は燃料ドロワー(燃料板・ナトリウム板等を納める引き出し)に1枚の燃料板が、後者の燃料体には2枚の燃料板が納められている。本計算では、この燃料体の区別を正確に扱っているが、図3.5.1～図3.5.3では図が複雑になるのを避けるため省略している。図3.5.1-(c)をみるとZPPR-13Aの体系は90度回転対称となっているが、このダブル・シングルカラム燃料体の非対称配置により実際の体系は90度回転対称になっていない点に注意して頂きたい。なお、以後の議論では、便宜上体系図の横方向をX方向、縦方向をY方向と呼び、それぞれの方向の中心軸をX軸、Y軸にとる。

3.3.2 計算条件

高速炉体系の計算では、エネルギー群数を7群、座標系を2次元X-Y直交座標系にとった。空間メッシュは、燃料ドロワー1体につき1メッシュとする。計算に用いた7群定数、バックリングおよび核分裂スペクトルは、動力炉・核燃料開発事業団所有の高速炉解析システム⁽³⁴⁾を使用して作成した。表3.1に7群エネルギー構造を示す。

表3.1 7群エネルギー構造

エネルギー群	エネルギー範囲
1	3.6788MeV ~ 10.0MeV
2	1.3534MeV ~ 3.6788MeV
3	86.517KeV ~ 1.3534MeV
4	9.1188KeV ~ 86.517KeV
5	961.12eV ~ 9.1188KeV
6	101.30eV ~ 961.12eV
7	0.00001eV ~ 101.30eV

熱中性子炉集合体KUCA-C35, C45の計算は、エネルギー群数を2群、座標系は2次元X-Y直交座標系にとった。2群定数・空間メッシュ分割については引用文献⁽³³⁾に従った。

3.3.3 大型均質高速炉心の固有関数計算結果

具体的な炉心の計算例を示す前に、比較の対象となる均質円筒系の固有関数を整理しておく。いま、半径Rの円筒形の均質原子炉を考える。この原子炉の円

形断面内の中性子束分布は、2次元円筒座標系(r, θ)を用いると、次のような原子炉方程式により記述される。

$$\nabla^2 \Phi(r, \theta) + B^2 \Phi(r, \theta) = 0 \quad (3-25)$$

$$\text{境界条件: } \Phi(r, \theta) \Big|_{r=R} = 0$$

上式を解くと、次のような周知な固有関数列 Φ_{mn} が得られる。

$$\Phi_{mn}(r, \theta) = \left\{ A \cos(m\theta) + C \sin(m\theta) \right\} J_m(X_{m,n} r/R), \quad (3-26)$$

$$B_{m,n}^2 = \left(X_{m,n}/R \right)^2$$

$J_m(r)$: m 次のベッセル関数,

ただし、

$X_{m,n}$: m 次のベッセル関数の n 番目の零点,

A, C : 任意定数

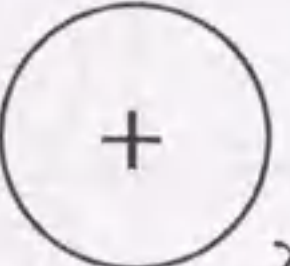
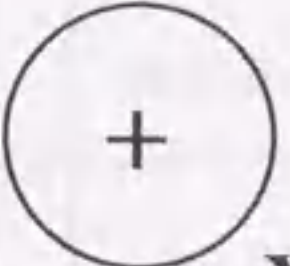
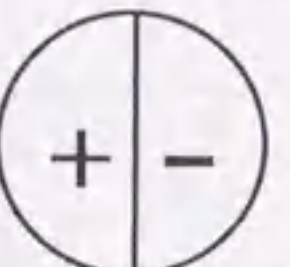

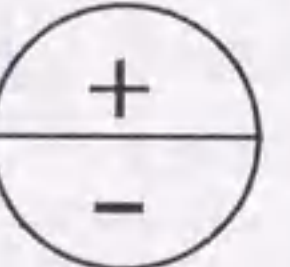
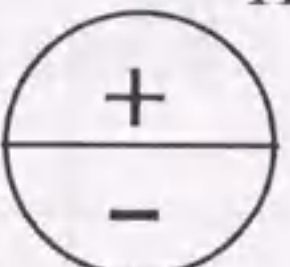
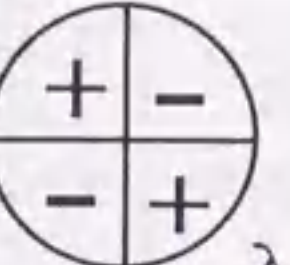
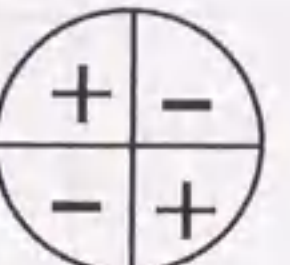
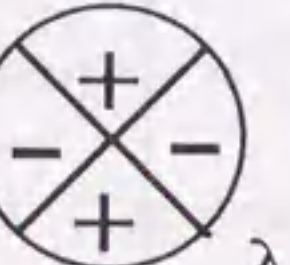
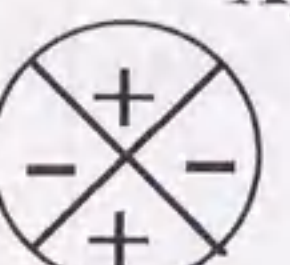
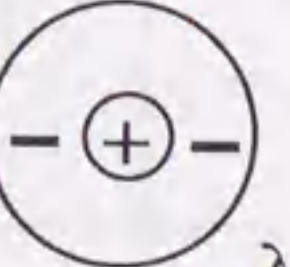
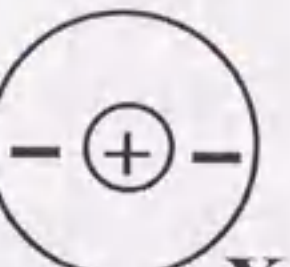
(3-26)式を図示したものが表3.2である。この表中の $m=0$ に属するモードのうちで、 $n=1$ は空間基本モードであり、 $n=2$ 以降のモードは同心円状の零点を持つ高次モードで動径モードと呼ばれている。これに対して $m=1$ 以降では、固有関数は方位角 θ について周期的な分布をとり原点を通る直線状の零点が加わる。これらモードを方位角モードと呼んでいる。以後の検討において、大型高速炉集合体の計算例をこの均質系の結果と比較する。

大型高速炉体系の計算結果の一例として、大型均質炉心 ZPPR-9 の λ モード固有関数計算結果を図3.6に示す。ただし、これらの図は、固有関数絶対値が相対的に最も大きくなる第3エネルギー群の分布である。表3.3には、ZPPR-9 炉心と均質円筒炉心の固有関数零点分布概形を比較して示す。ただし、均質円筒炉心のモード次数はバックリングの小さい順に基本モードから高次側へとった。

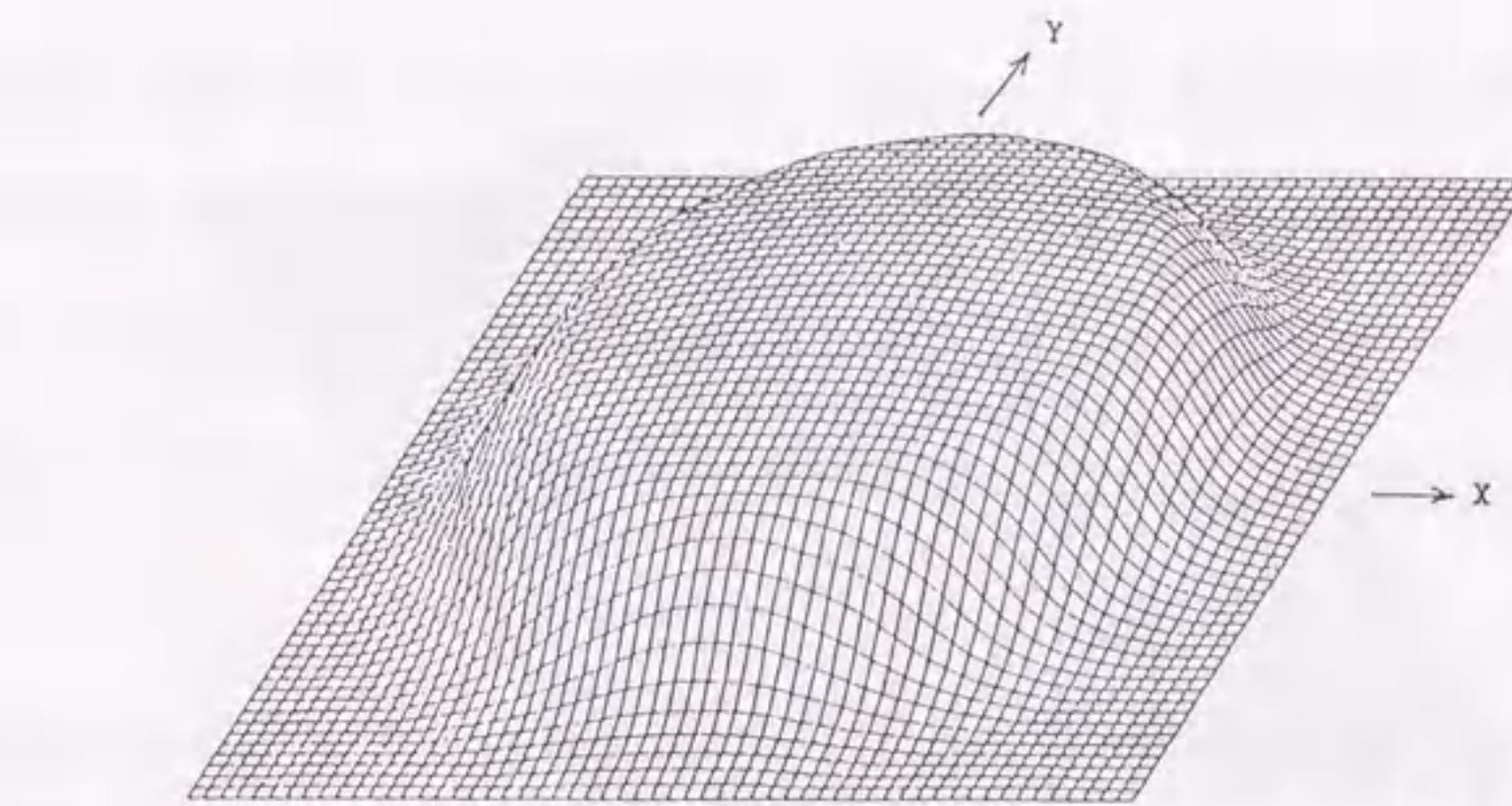
表3.2 均質円筒炉心の固有関数

m	n	$X_{m,n}$	Eigenfunction	Zero
0	1	2.405	$A J_0(X_{0,1} r/R)$	
	2	5.520	$A J_0(X_{0,2} r/R)$	
	3	8.654	$A J_0(X_{0,3} r/R)$	
1	1	3.832	$(A \cos \theta + B \sin \theta) \cdot J_1(X_{1,1} r/R)$	
	2	7.016	$(A \cos \theta + B \sin \theta) \cdot J_1(X_{1,2} r/R)$	
	3	10.173	$(A \cos \theta + B \sin \theta) \cdot J_1(X_{1,3} r/R)$	
2	1	5.136	$(A \cos 2\theta + B \sin 2\theta) \cdot J_2(X_{2,1} r/R)$	
	2	8.417	$(A \cos 2\theta + B \sin 2\theta) \cdot J_2(X_{2,2} r/R)$	
3	1	6.380	$(A \cos 3\theta + B \sin 3\theta) \cdot J_3(X_{3,1} r/R)$	
	2	9.688	$(A \cos 3\theta + B \sin 3\theta) \cdot J_3(X_{3,2} r/R)$	
4	1	7.588	$(A \cos 4\theta + B \sin 4\theta) \cdot J_4(X_{4,1} r/R)$	
	2	10.900	$(A \cos 4\theta + B \sin 4\theta) \cdot J_4(X_{4,2} r/R)$	
5	1	8.771	$(A \cos 5\theta + B \sin 5\theta) \cdot J_5(X_{5,1} r/R)$	
	2	12.100	$(A \cos 5\theta + B \sin 5\theta) \cdot J_5(X_{5,2} r/R)$	

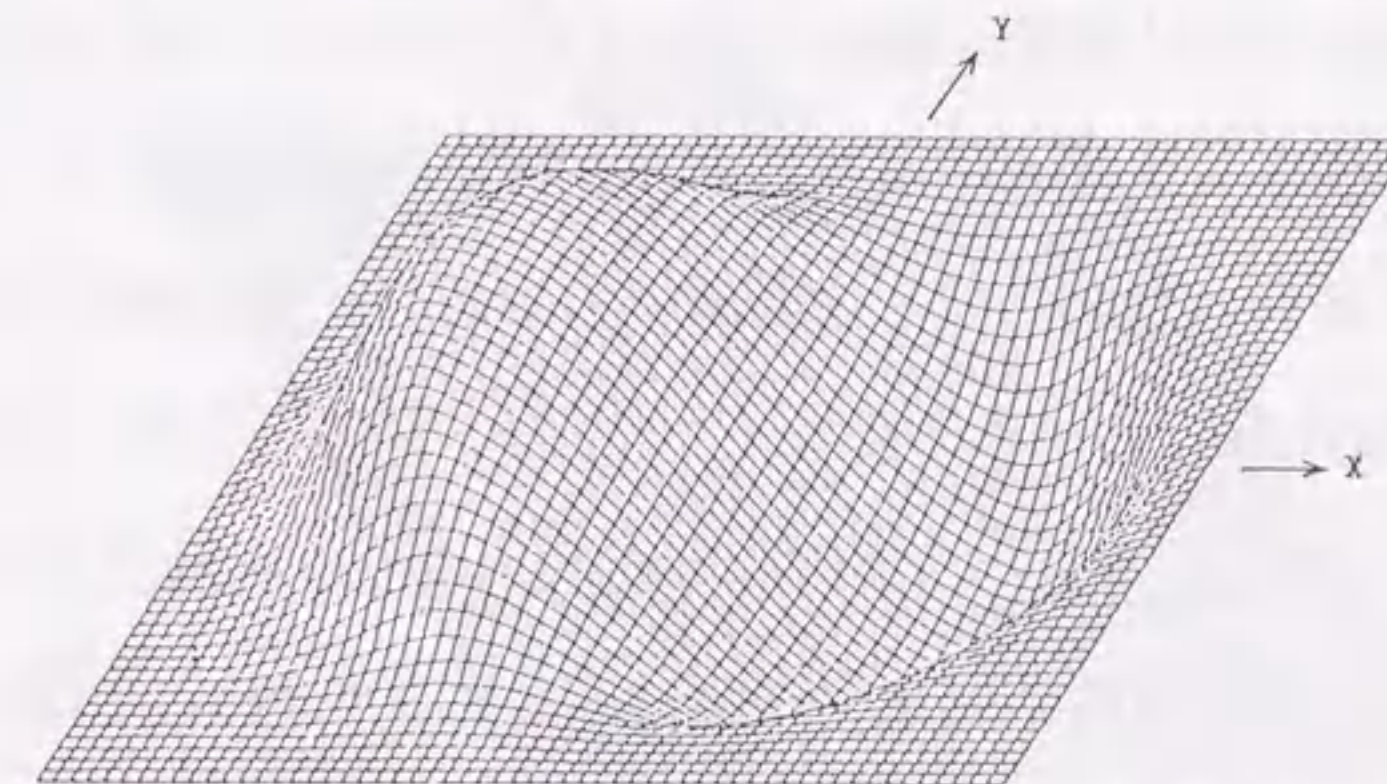
表3.3 ZPPR-9炉心と均質円筒炉心の固有関数零点分布の比較

モード次数	高速臨界集合体 ZPPR-9	均質円筒炉心 (表3.2より抜粋)
基本モード	 $\lambda_0 = 0.9941$	 $X_{0,1} = 2.405$
1次モード	 $\lambda_1 = \lambda_2 = 0.9439$	 $X_{1,1} = 3.832$
2次モード	 $\lambda_3 = 0.8734$	 $X_{2,1} = 5.136$
3次モード	 $\lambda_4 = 0.8711$	 $X_{0,2} = 5.520$
4次モード	 $\lambda_5 = 0.8204$	
5次モード		

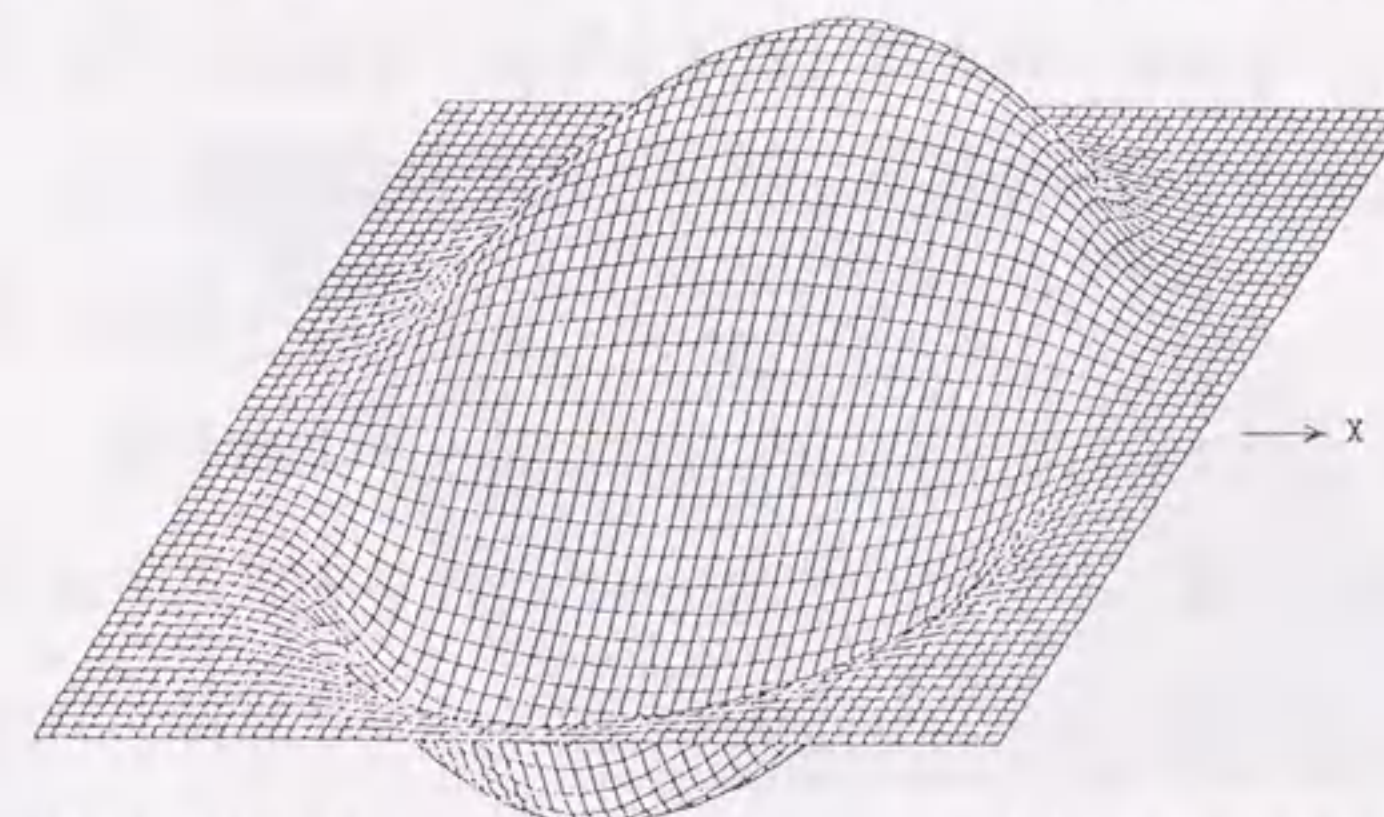
バックリング: $B_{m,n}^2 = (X_{m,n}/R)^2$



(a) ZPPR-9 基本モード固有関数 固有値 $\lambda_0=0.9941$

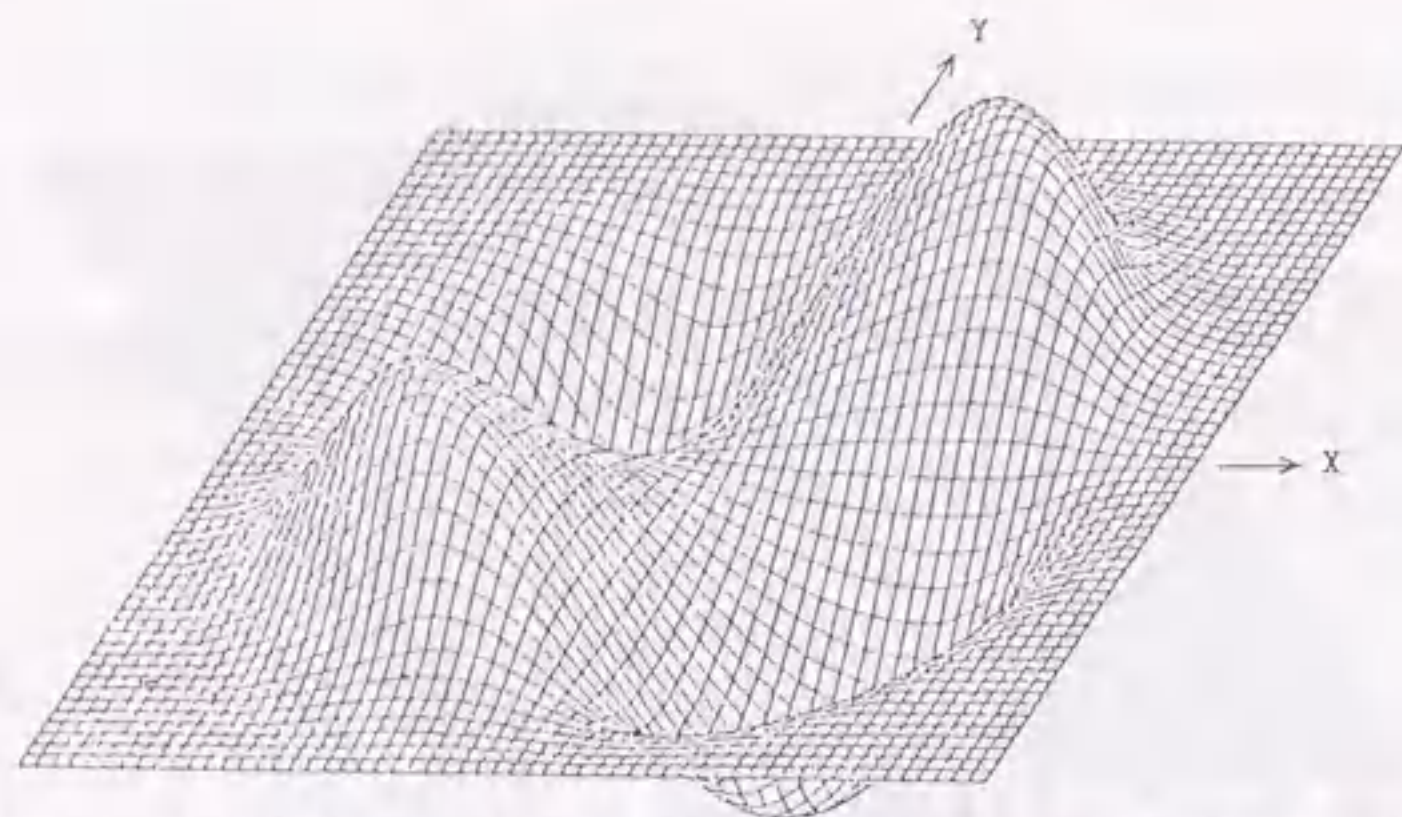


(b) ZPPR-9 第1高次モード固有関数 固有値間隔(E.S.)₁=5.35% $\Delta k/k$

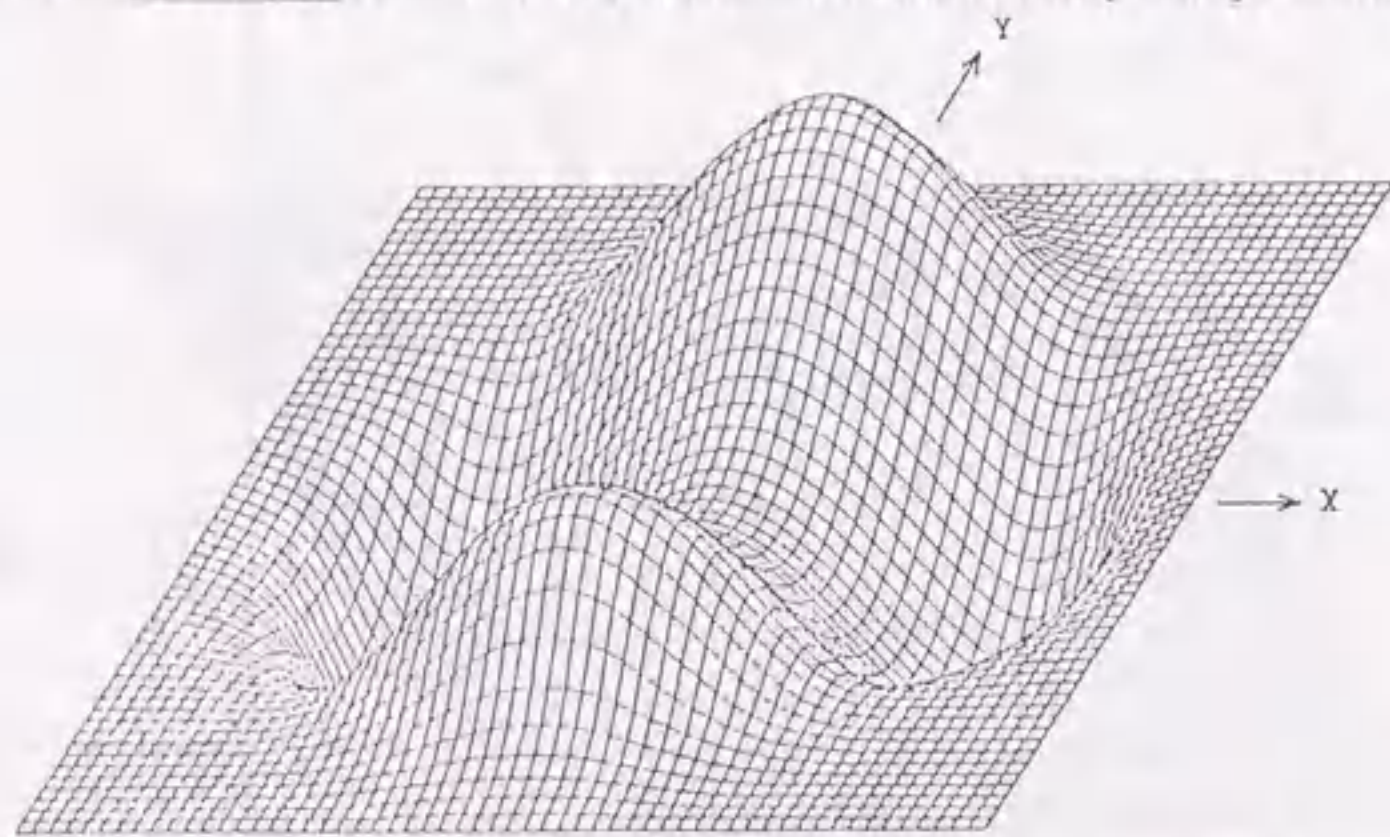


(c) ZPPR-9 第2高次モード固有関数 固有値間隔(E.S.)₂=5.35% $\Delta k/k$

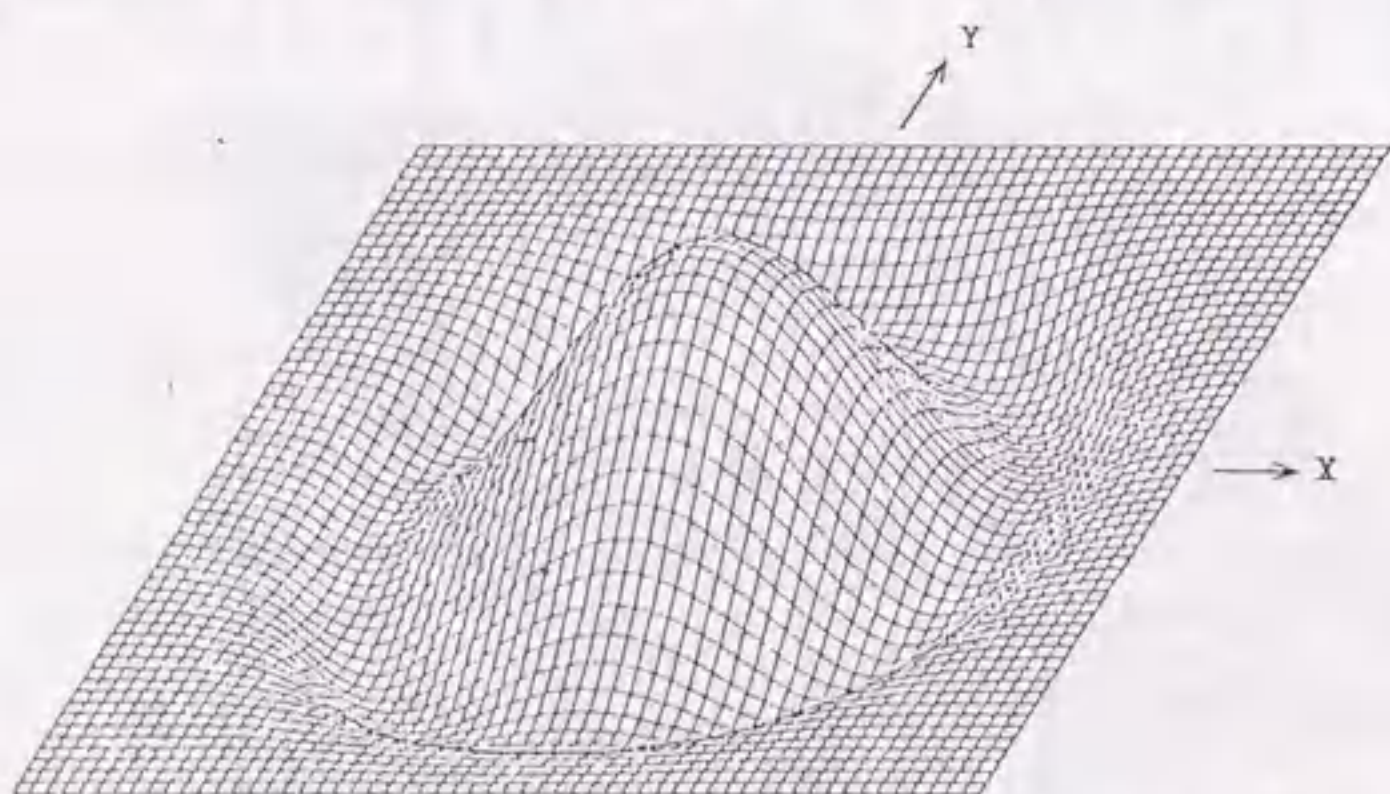
図3.6.1 大型均質高速炉心ZPPR-9の固有関数計算結果(第3エネルギー群)



(d) ZPPR-9 第3高次モード固有関数 固有値間隔(E.S.)₃=13.9%Δk/k



(e) ZPPR-9 第4高次モード固有関数 固有値間隔(E.S.)₄=14.2%Δk/k



(f) ZPPR-9 第5高次モード固有関数 固有値間隔(E.S.)₅=21.3%Δk/k

図3.6.2 大型均質高速炉心ZPPR-9の固有関数計算結果(第3エネルギー群)

図3.7.1に、ZPPR-9炉心の基本及び1次モード固有関数[図3.6.1-(a),(b)]のX軸上の空間分布を示す。この図から、基本モード固有関数(中性子束分布)は、空間的に非常に平坦化されていることがわかる。これは2領域炉心の採用によるもので、外側炉心部燃料のPu富化度が内側炉心燃料より高く設定されているためである。

第1高次モードとして、Y軸を零点とするX方向の高調波[図3.6.1-(b)]が現れる。第2高次モードとしては、X軸を零点とするY方向の高調波[図3.6.1-(c)]が現れる。表3.3から、これらモードの固有関数は均質円筒炉心の固有関数($m=1, n=1$)と同一パターンの零点分布を有することがわかる。しかし、図3.7.1を見ると、1次固有関数の空間分布は1次のベッセル関数の分布とは異なり、炉心周辺部で鋭く盛り上がる(下がる)。これは、基本モード固有関数である中性子束(出力)分布を平坦化するために外側炉心部に高富化度の燃料が装荷されているためである。図3.7.2には、基本及び1次モード随伴固有関数のX軸上の空間分布を示す。固有関数の分布と同様に、基本モード随伴固有関数は平坦化され、1次随伴固有関数は炉心周辺部で盛り上がる。第2章の議論から、これら高次モードの固有関数・随伴固有関数値が大きい炉心周辺部に外乱が投入された場合、中性子束分布が強く変動することが予想される。

この第1・第2高次モードは固有値(0.9439)が重複している。これはZPPR-9炉心が90度回転対称性を有するためである。従って、本来1次・2次の次数の区別はできないが、便宜上このように呼ぶことにする。重複モードの固有関数・随伴固有関数の空間分布は一意的には決まらない。例えば、重複モード($\lambda_1 = \lambda_2$)の固有関数 ψ_1, ψ_2 , 随伴固有関数 ψ_1^+, ψ_2^+ の線形結合を次式のように作ったとする。

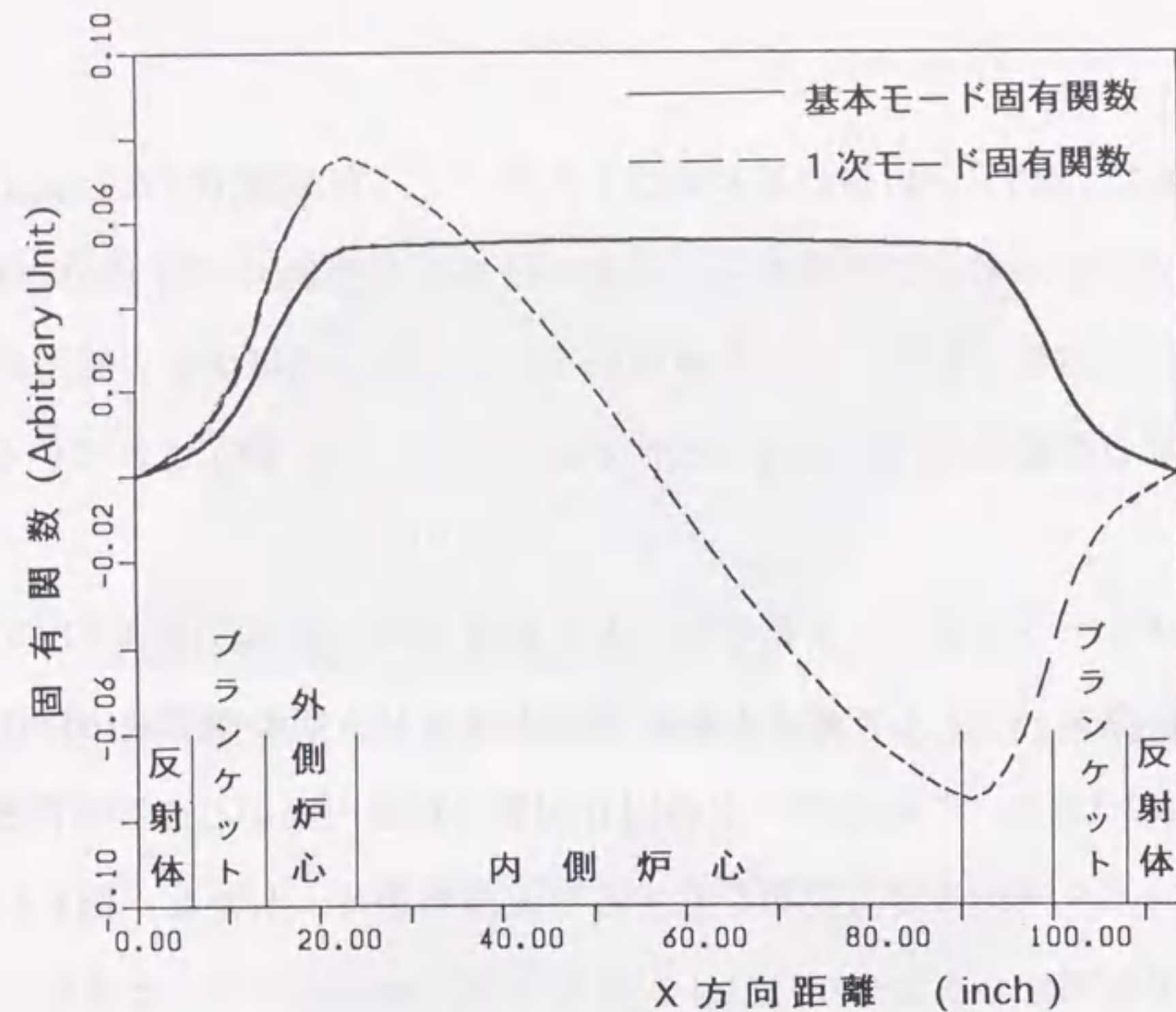


図 3.7.1 ZPPR-9炉心固有関数の X 軸上分布(第3エネルギー群)

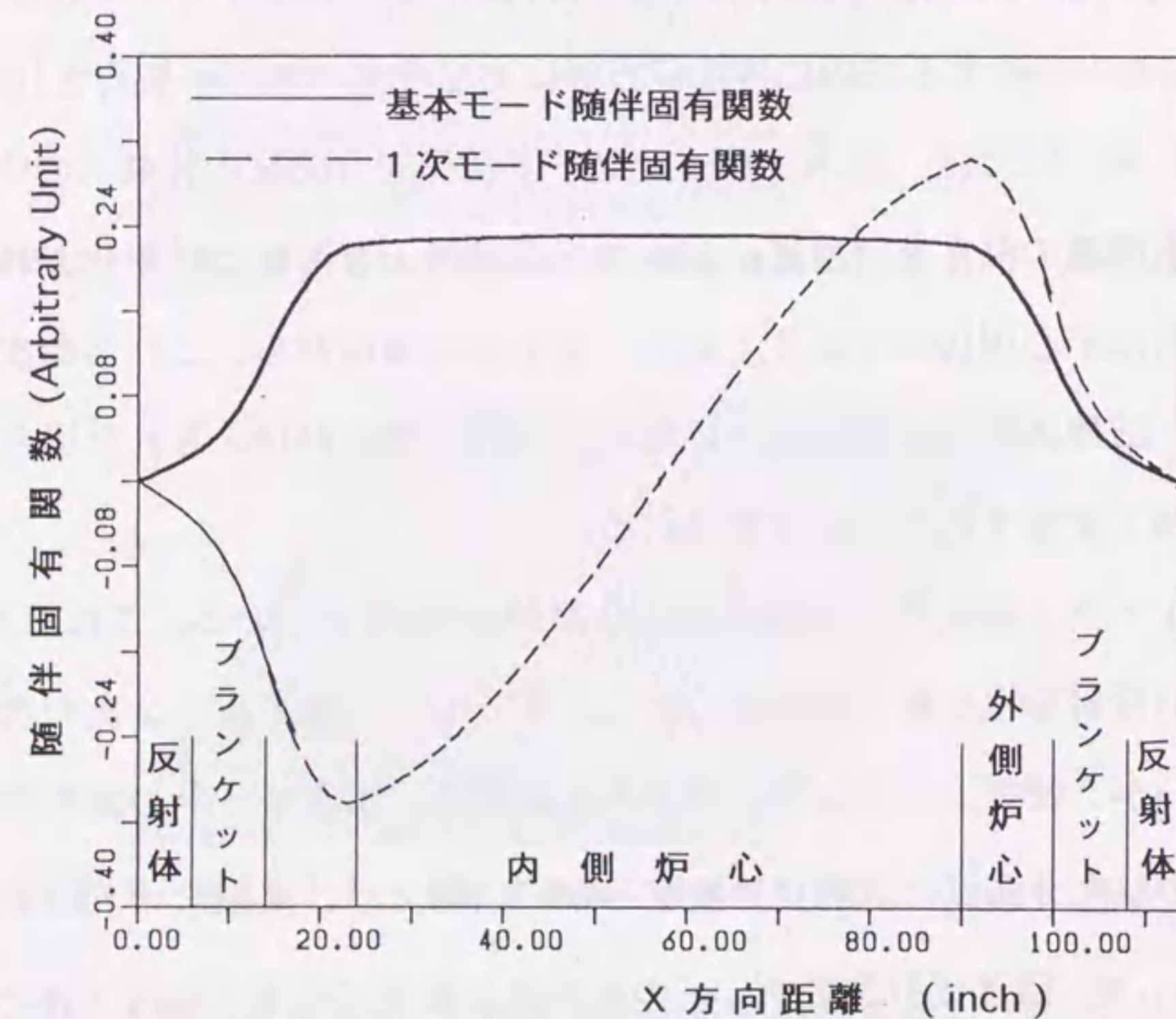


図 3.7.2 ZPPR-9炉心随伴固有関数の X 軸上分布(第3エネルギー群)

$$g_1(\mathbf{r}, E) = A_1 \psi_1(\mathbf{r}, E) + B_1 \psi_2(\mathbf{r}, E), \quad (3-27-1)$$

$$g_2(\mathbf{r}, E) = A_2 \psi_1(\mathbf{r}, E) + B_2 \psi_2(\mathbf{r}, E), \quad (3-27-2)$$

$$g_1^+(\mathbf{r}, E) = A_1^+ \psi_1^+(\mathbf{r}, E) + B_1^+ \psi_2^+(\mathbf{r}, E), \quad (3-27-3)$$

$$g_2^+(\mathbf{r}, E) = A_2^+ \psi_1^+(\mathbf{r}, E) + B_2^+ \psi_2^+(\mathbf{r}, E), \quad (3-27-4)$$

ただし、係数 $A_1, A_2, B_1, B_2, A_1^+, A_2^+, B_1^+, B_2^+$ は任意定数である。この関数 g_1, g_2 は λ モード固有値方程式(2-2)式を満足し、 g_1^+, g_2^+ は随伴固有値方程式(2-3)式を満足する。つまり、

$$\mathbf{L}(\mathbf{r}, E) g_n(\mathbf{r}, E) = \frac{1}{\lambda_n} \mathbf{M}(\mathbf{r}, E) g_n(\mathbf{r}, E), \quad (3-28-1)$$

$$\mathbf{L}^+(\mathbf{r}, E) g_n^+(\mathbf{r}, E) = \frac{1}{\lambda_n} \mathbf{M}^+(\mathbf{r}, E) g_n^+(\mathbf{r}, E), \quad n=1, 2. \quad (3-28-2)$$

しかも、次式(3-29-1), (3-29-2)を満足するように(3-27-1)~(3-27-4)式中の係数を選ぶと、関数対 (g_1, g_1^+) と (g_2, g_2^+) は正規直交化されるので g_1, g_2 は固有関数となり g_1^+, g_2^+ は随伴固有関数となる。この係数の選び方は無数に存在するので、固有関数 g_1, g_2 、随伴固有関数 g_1^+, g_2^+ は一意的には決まらない。したがって、1次・2次モードの零点は X 軸・Y 軸上とは限らず、初期分布の設定によってはこれら座標軸に対して斜めに現れることもある。

$$\begin{aligned} \text{直交条件: } & \int_0^\infty dE \int d\mathbf{r} g_1^+(\mathbf{r}, E) \mathbf{M}(\mathbf{r}, E) g_2(\mathbf{r}, E) = 0, \\ & \int_0^\infty dE \int d\mathbf{r} g_2^+(\mathbf{r}, E) \mathbf{M}(\mathbf{r}, E) g_1(\mathbf{r}, E) = 0. \end{aligned} \quad (3-29-1)$$

$$\begin{aligned} \text{正規化条件: } & \int_0^\infty dE \int d\mathbf{r} g_1^2(\mathbf{r}, E) = 1, \quad \int_0^\infty dE \int d\mathbf{r} g_2^2(\mathbf{r}, E) = 1, \\ & \int_0^\infty dE \int d\mathbf{r} g_1^{+2}(\mathbf{r}, E) = 1, \quad \int_0^\infty dE \int d\mathbf{r} g_2^{+2}(\mathbf{r}, E) = 1. \end{aligned} \quad (3-29-2)$$

第3次・4次モードとして、それぞれ十型、X型の零点を持つモードが現れる[図3.6.2-(d),(e)]。これらのモードは、均質円筒炉心の $m=2, n=1$ のモードに対応している[表3.3]。ZPPR-9炉心は45度回転対称性を有さないため、これら3次・4次モードの固有値は重複しない。

第5次モードの固有関数は円状の零点を持つ[図3.6.2-(f)]。このモードは、均質円筒炉心の $m=0, n=2$ のモードに対応している[表3.3]。

これら第3次～5次モードの固有値間隔に比べて第1次・2次固有値間隔は $1/4 \sim 1/3$ 程度の小さな値になっている。第2章(2.1節)の定式化によると摂動によりあるモードが励起される度合いは固有値間隔に反比例するので、この体系に摂動が加わった場合には1次・2次モードが卓越して励起されることが予想される。このことは、第2章で実験的に確認した3次以上のモード無視の妥当性を裏付ける結果となっている。

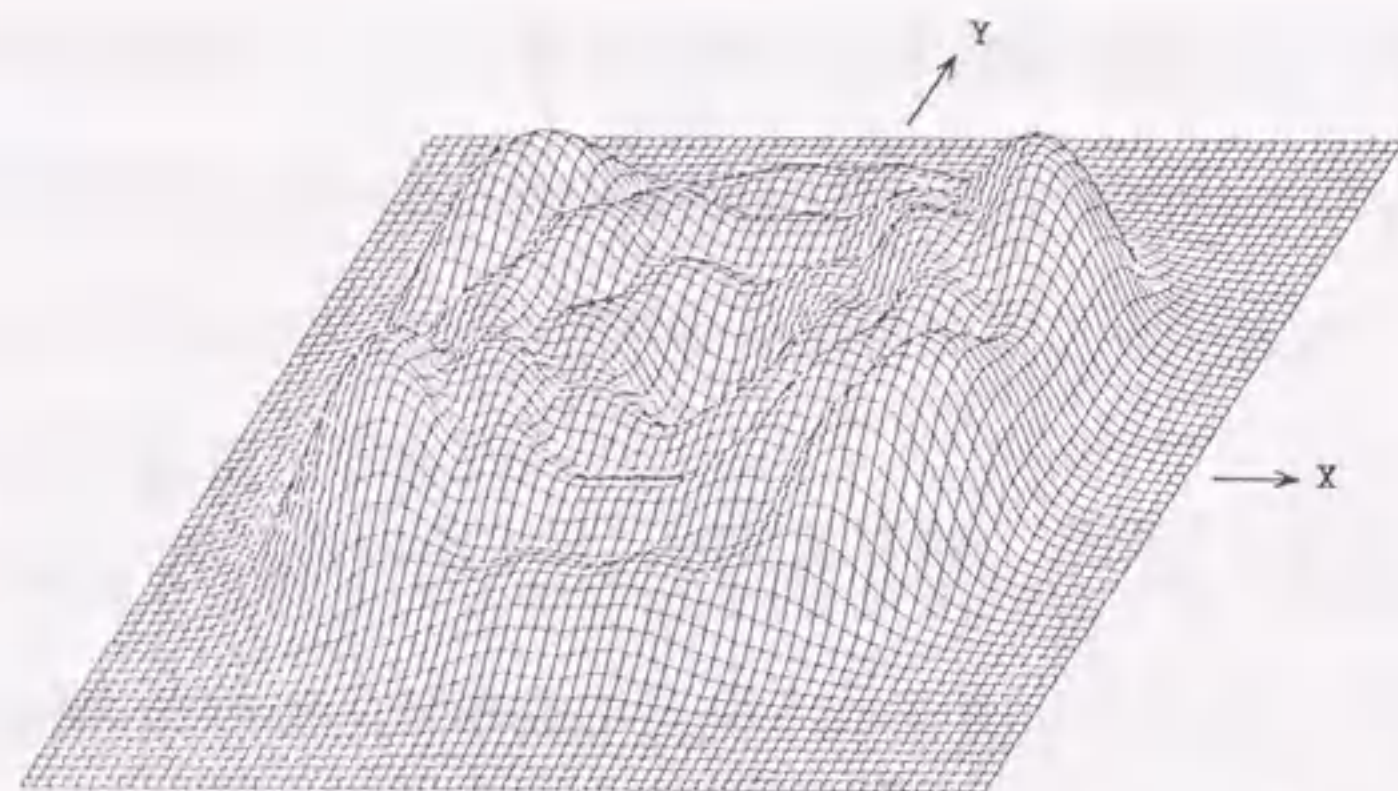
以上のように、大型均質高速炉心ZPPR-9の λ モード固有関数の空間分布は、均質円筒炉心に共通した空間形状を持つ。しかも、これらモードの次数は、均質円筒炉心の固有関数をバックリングの小さい順に並べた時の順位と一致する。図3.6ではエネルギー第3群の結果のみを示したが、他の群の固有関数の空間分布についても同様の結果が得られ、 λ モード固有関数零点がエネルギー群に依存しないことが確認できた。また、他の大型高速炉心ZPPR-18,-19、小型高速炉心ZPR III-31,-2A、および小型熱中性子炉心KUCA-C35,-C45についても同様の結果が得られた。ただし、内部ブランケットを有する非均質炉心ZPPR-13Cでは異なる結果が得られた。3.2.4節では λ モード固有関数に対する内部ブランケットの影響を検討する。更に、(3-2-1)式により定義される ω_p モード固有値問題で

は、以上の λ モード固有関数と全く異なったパターンの固有関数が現れる場合がある。この ω_p モードと λ モード固有関数の差異についての検討を3.2.7節で行う。

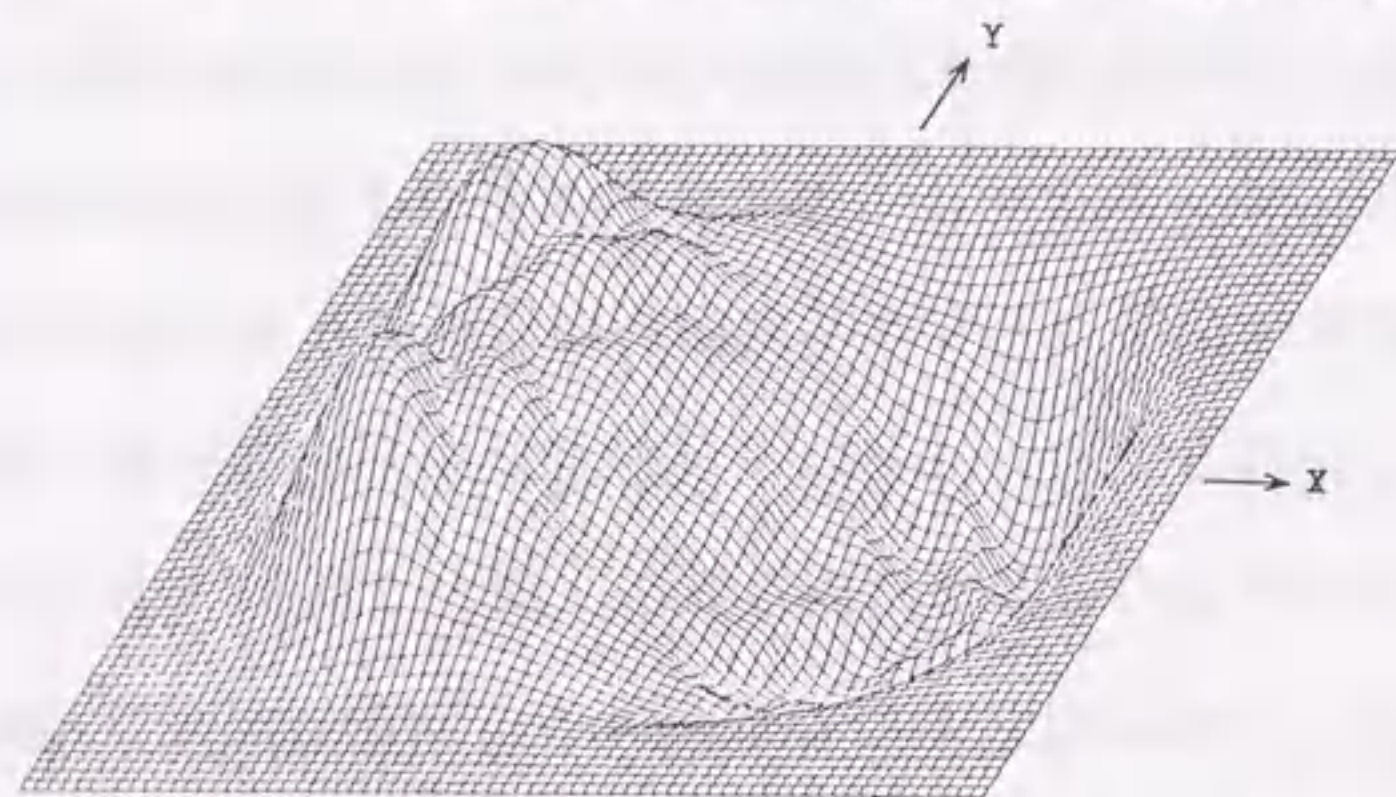
3.3.4 高次固有関数・固有値間隔に対する内部ブランケット配置の影響

内部ブランケットを有する大型非均質高速炉心の計算結果の一例として、図3.8.1, 3.8.2にZPPR-13C集合体の固有関数を示す。また表3.4では、これら固有関数の零点と固有値間隔を均質炉心ZPPR-9のものと比較して示す。非均質炉心ZPPR-13Cの第1次モードとしてY軸を零点とするX方向高調波が、第2次モードとしてX軸を零点とするY方向高調波があらわれる。これらモードの固有関数零点は、均質円筒炉心($m=1, n=1$)および大型均質炉心ZPPR-9と同じである。しかし、均質炉心の場合とは異なり、1次と2次モードの固有値間隔に大きな差異が現れる。これはZPPR-13Cにおける特殊な燃料配置[図3.5.1-(d)参照]が原因であると考えられる。つまり、ZPPR-13Cの径方向ブランケットと最外周リングブランケットの間に4カ所の大きな燃料領域が存在する。これら燃料領域間のX方向距離はY方向距離に比べて長いため、X方向の空間結合度が相対的に弱くなる。このX方向とY方向の核的非対称性が、1次と2次固有値間隔に大きな差異が現れた原因と考える。

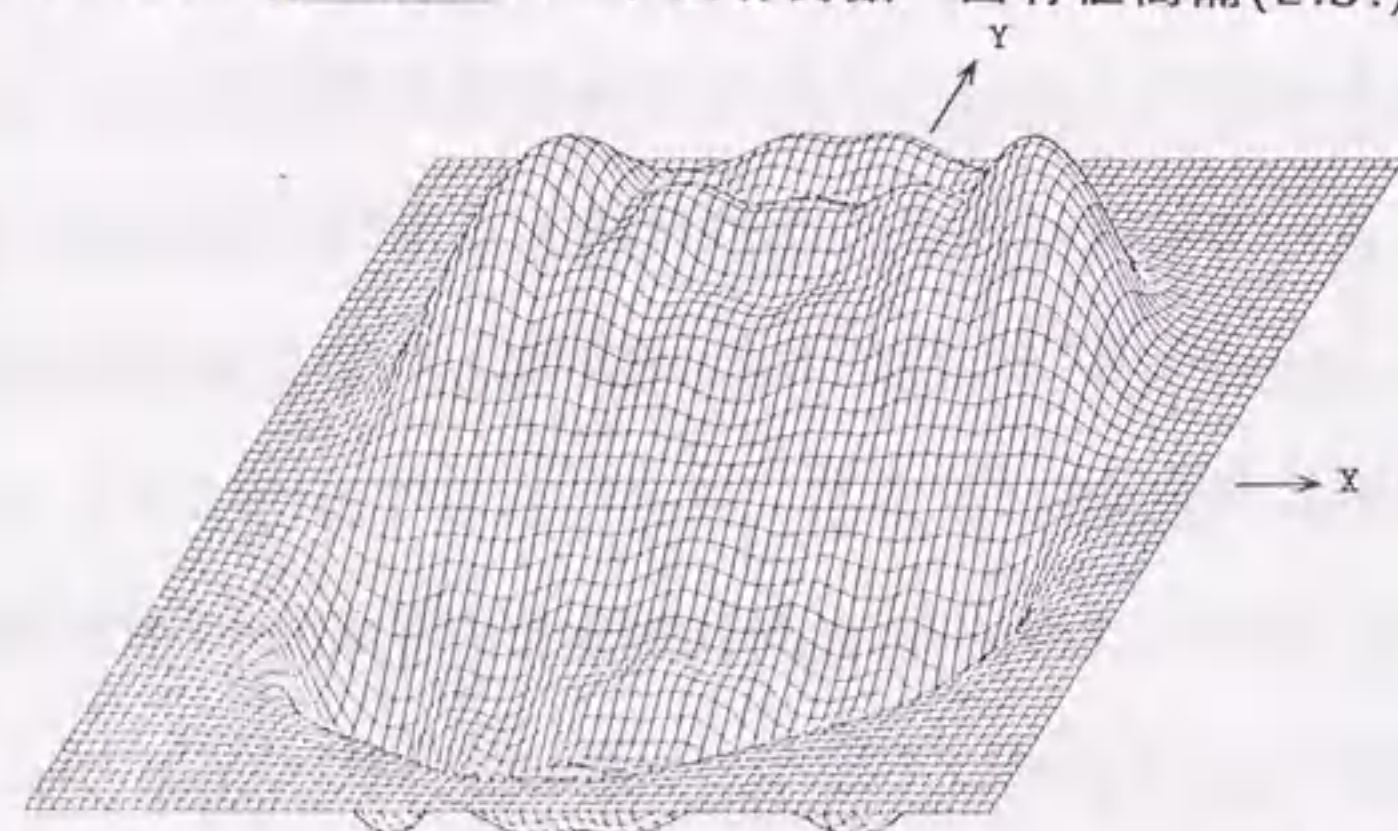
第3次モードとしては、十型の固有関数零点を有するモードが現れる。このモードは均質炉心($m=2, n=1$)と同じである。しかし、4次・5次モードとして、均質円筒炉心や均質高速炉心では見られないパターンの固有関数を持つモードが現れる。これもZPPR-13Cにおける特殊な燃料配置[図3.5.1-(d)参照]が原因であ



(a) ZPPR-13C 基本モード固有関数 固有値 $\lambda_0=0.9972$

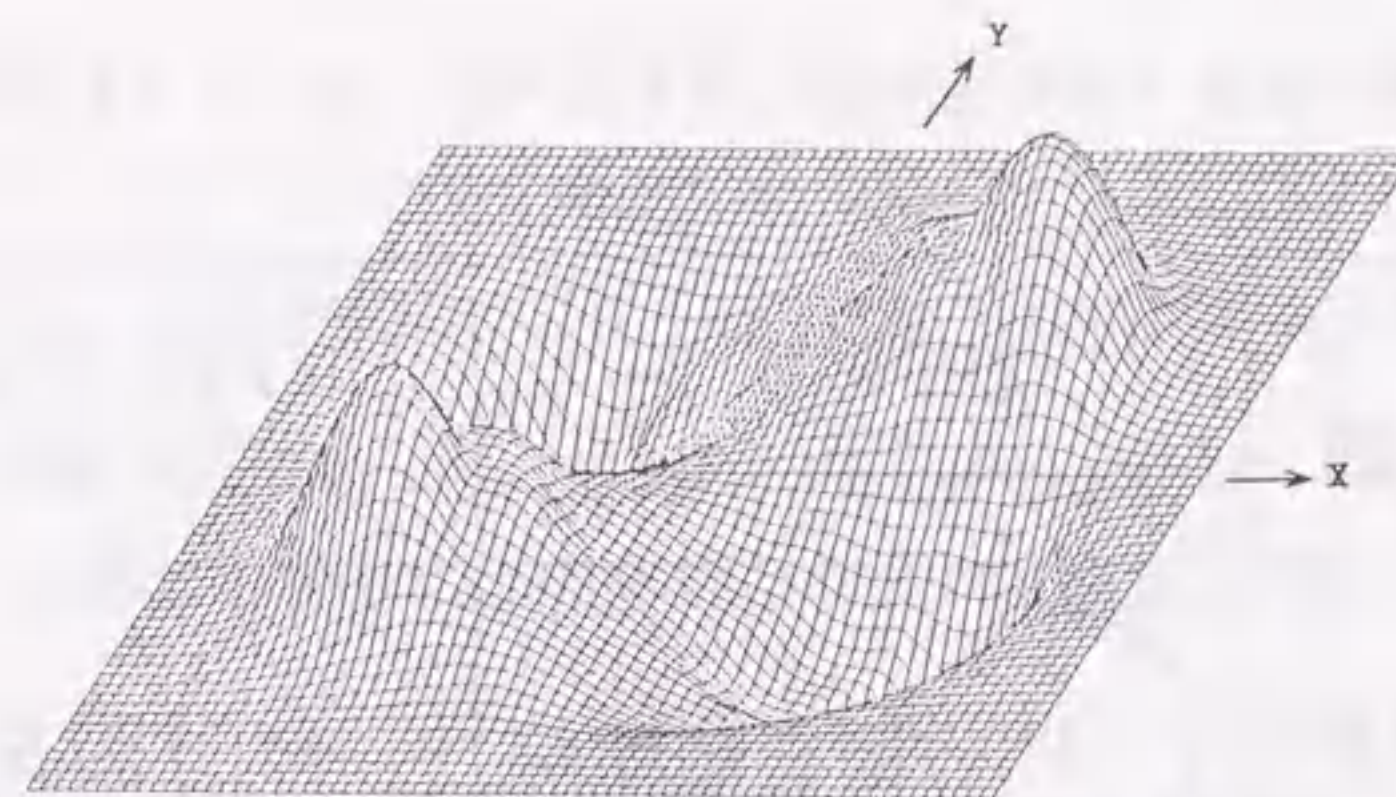


(b) ZPPR-13C 第1高次モード固有関数 固有値間隔(E.S.)₁=1.49% $\Delta k/k$

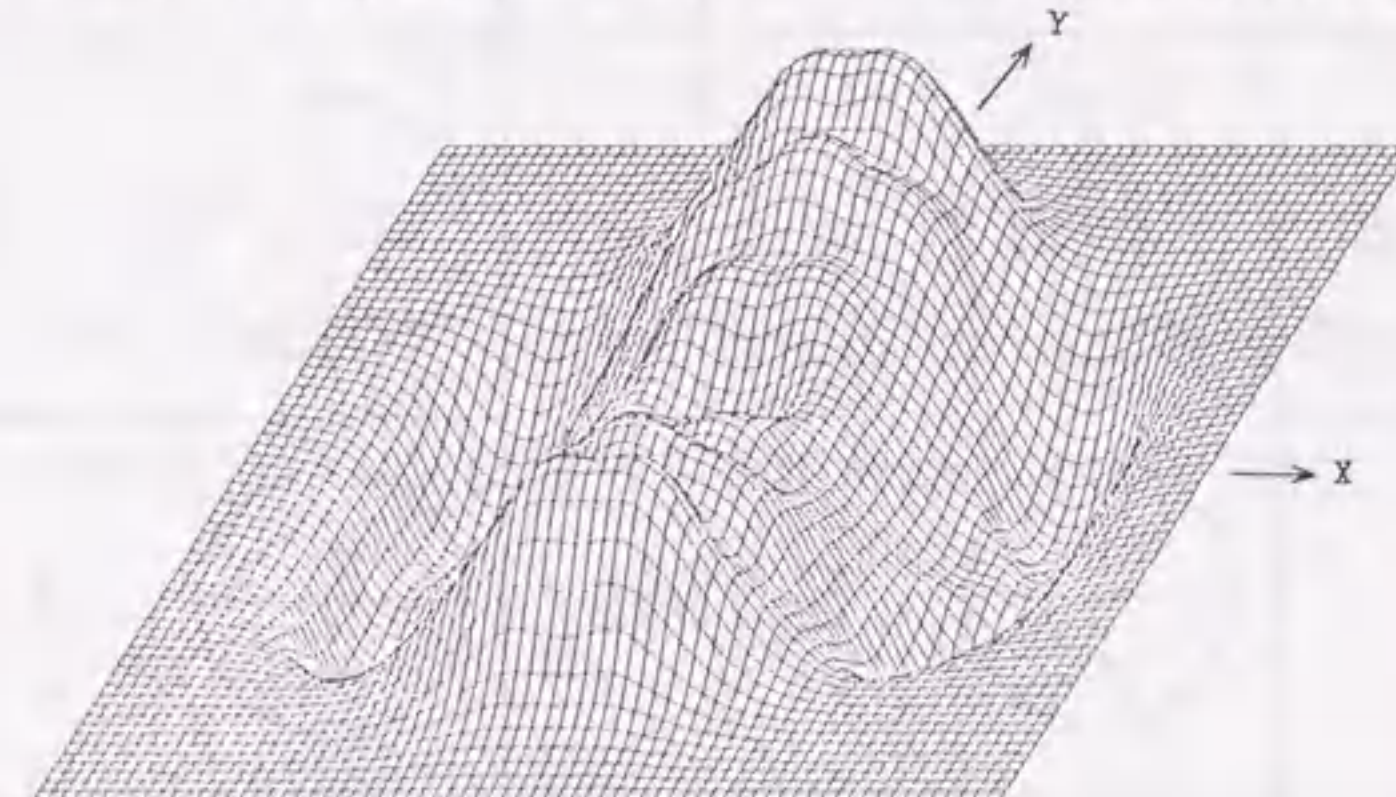


(c) ZPPR-13C 第2高次モード固有関数 固有値間隔(E.S.)₂=4.20% $\Delta k/k$

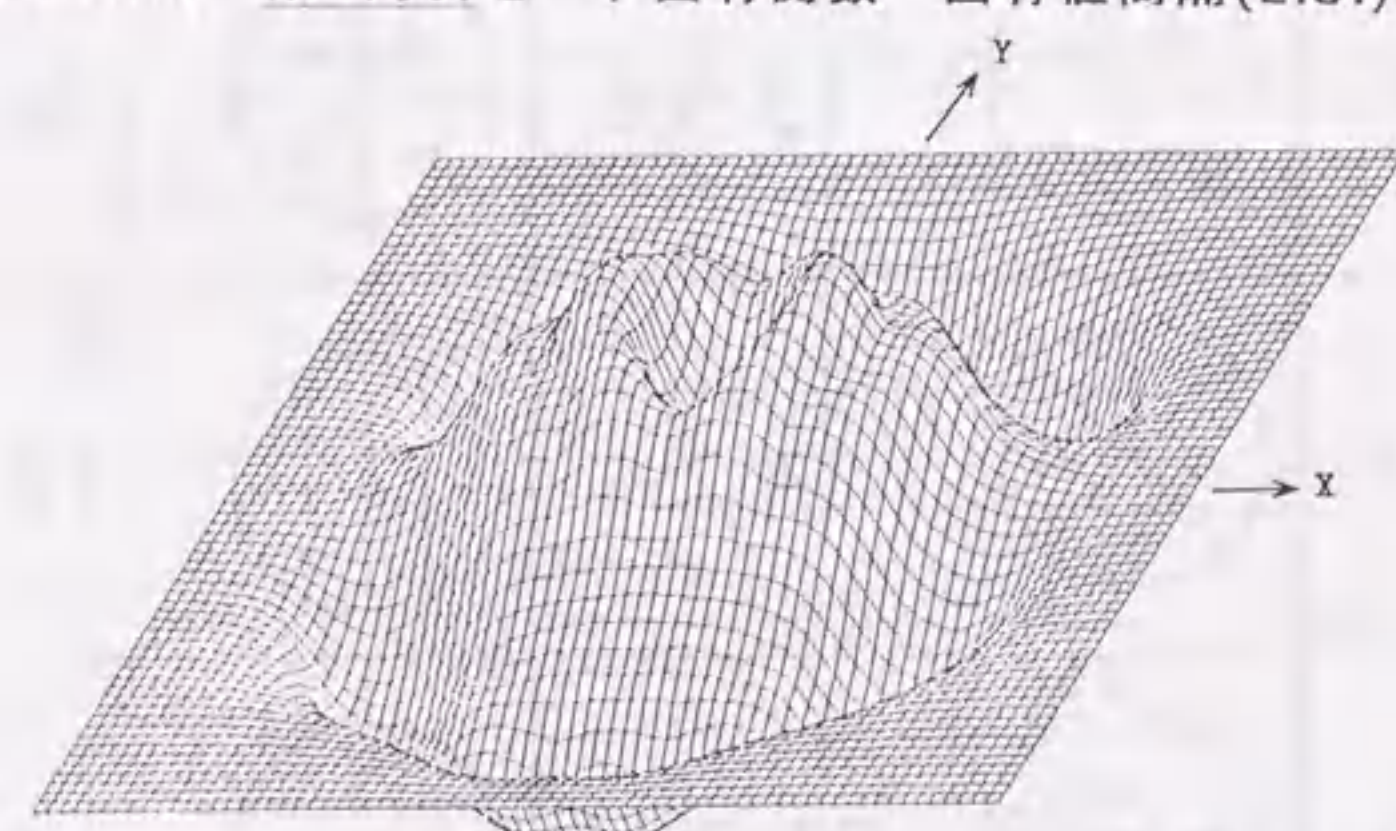
図3.8.1 大型非均質高速炉心ZPPR-13Cの固有関数計算結果
(第3エネルギー群)



(d) ZPPR-13C 第3高次モード固有関数 固有値間隔(E.S.)₃=6.31% $\Delta k/k$



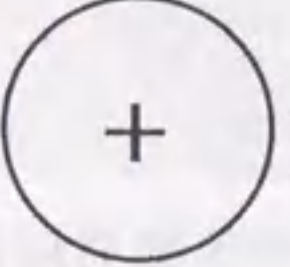

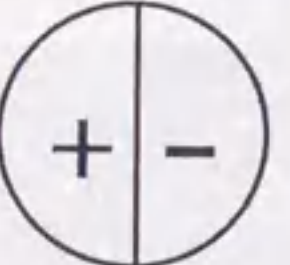
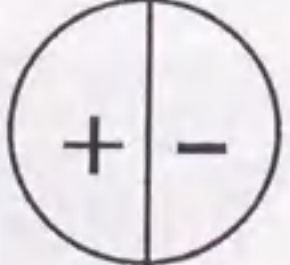
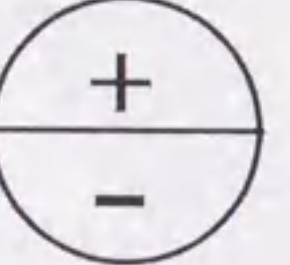
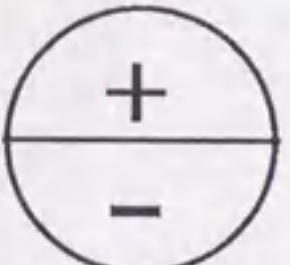
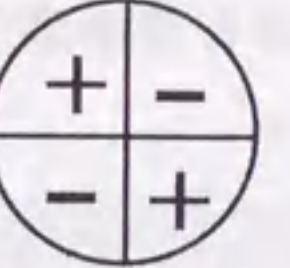
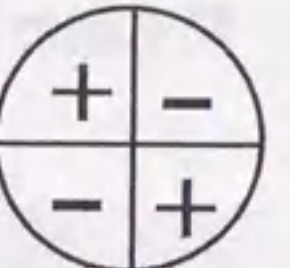
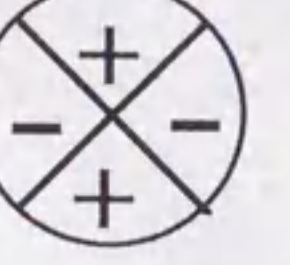
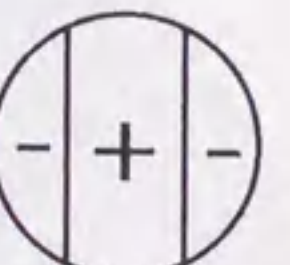
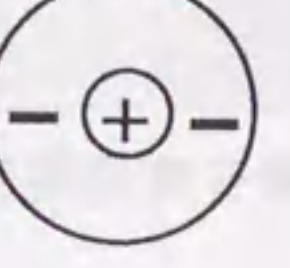
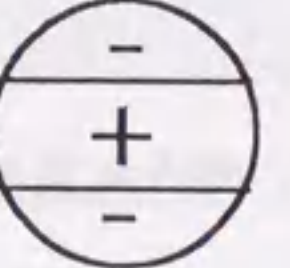
(e) ZPPR-13C 第4高次モード固有関数 固有値間隔(E.S.)₄=12.2% $\Delta k/k$



(f) ZPPR-13C 第5高次モード固有関数 固有値間隔(E.S.)₅=18.4% $\Delta k/k$

図3.8.2 大型非均質高速炉心ZPPR-13Cの固有関数計算結果
(第3エネルギー群)

表 3.4 固有関数・固有値間隔に対する内部ブランケット配置の影響

モード次数	ZPPR-9 内部ブランケット無し	ZPPR-13C 内部ブランケット有り
基本モード	 固有値間隔	 固有値間隔
1次モード	 5.35%	 1.49%
2次モード	 5.35%	 4.19%
3次モード	 13.9%	 6.31%
4次モード	 14.2%	 12.2%
5次モード	 21.3%	 18.4%

ると考えられる。

表 3.5 に、65万KWeクラス高速炉集合体の1次および2次固有値間隔を示す。この表より、内部ブランケットの配置は固有値間隔を小さくすることがわかる。しかも、固有値間隔はブランケットの配置法に依存し、ZPPR-13Cのようなスノーフレイク(雪の結晶)状の配置は固有値間隔を著しく減少させる。

このように内部ブランケットが配置された炉心では、固有値間隔が減少し、そのλモード固有関数は次数が高くなると均質炉系の固有関数とは全く異なったパターンが現れ零点すら一致しなくなる。以上の結果から、ディカップリング効果を抑える観点からは、内部ブランケットの採用は望ましくない。また、炉雑音解析・パルス中性子実験等の動特性理論解析を固有関数展開法により行う場合、ブランケットや燃料の非均質配置を正確に考慮して固有関数を求める必要性が指摘される。

表 3.5 65万KWeクラス高速炉集合体の固有値間隔[単位 % Δk/k]

内部ブランケットの有無	集合体ID	1次固有値間隔	2次固有値間隔
無し	ZPPR-9	5.350	5.350
	ZPPR-13A	2.752	3.084
有り	ZPPR-13B/1	3.309	3.369
	ZPPR-13B/2	3.089	3.097
	ZPPR-13B/3	3.082	3.628
	ZPPR-13B/4	3.001	3.542
	ZPPR-13C	1.492	4.197

3.3.5 固有値間隔に対する炉心サイズの影響

表3.6に、均質炉心(ブランケット無)の1次固有値間隔計算結果を、炉心等価半径R, 拡散距離と半径の二乗比 L^2/R^2 とともに示す。ただし、熱中性子炉については、減速距離を考慮するために拡散距離の二乗値として移動面積をとった。この表から、炉心のサイズ(半径)の増大に従って固有値間隔が狭くなる傾向が見られる。この傾向は、臨界方程式⁽³⁵⁾から得られる(3-30)式により解釈できる。つまり、拡散距離と無限増倍率が一定の場合、1次モードと基本モードの固有値間隔は炉心半径Rの二乗に反比例する。高速炉系の1次固有値間隔と炉心半径は、ほぼこの反比例関係を満たしている。ただし、ZPPR-18Aと-19B炉心のように、炉心半径が同じであっても燃料配置が異なる場合には固有値間隔に差異が現れる。

$$\begin{aligned}
 (E.S.)_1 &= 1/\lambda_1 - 1/\lambda_0 \\
 &= (1 + B_1^2 L^2)/k_\infty - (1 + B_0^2 L^2)/k_\infty \\
 &= (B_1^2 - B_0^2)L^2/k_\infty \\
 &= (3.832^2 - 2.405^2)L^2/R^2/k_\infty,
 \end{aligned}
 \tag{3-30}$$

R: 炉心半径, L: 拡散距離, k_∞ : 無限増倍率,
 B_0^2, B_1^2 : 基本及び1次モードの幾何学的バックリング

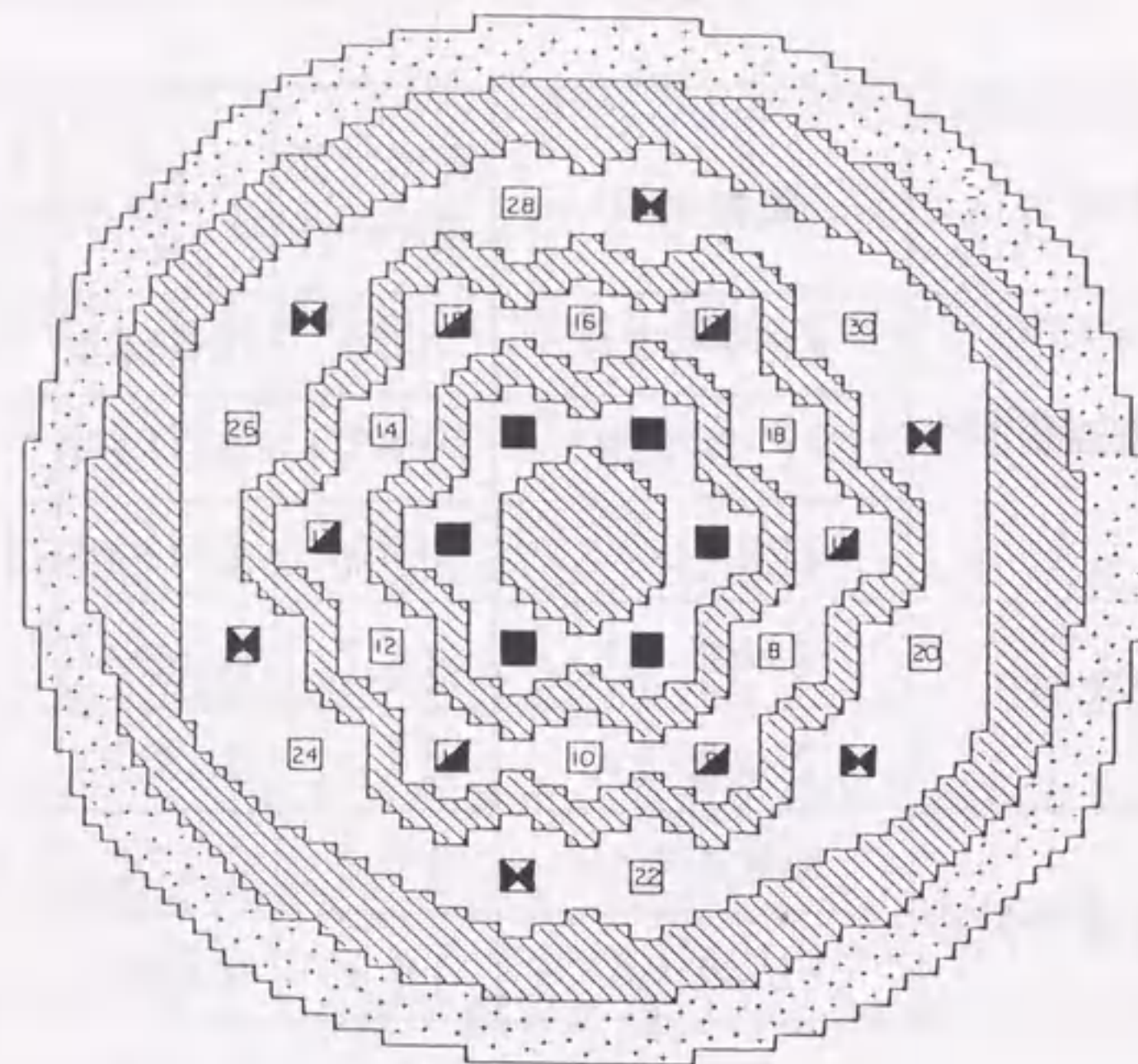
しかし、小型高速炉心ZPRⅢ-2Aと小型熱中性子炉心KUCA-C35,-C45炉心の半径が大きく異なるにもかかわらず、これら炉心の1次固有値間隔の間には大きな差異は見られない。これは熱中性子炉であるKUCA-C35,-C45の移動面積⁽³⁶⁾が $67\text{cm}^2, 57\text{cm}^2$ であるのに対して、中性子エネルギースペクトルの違いを反映して高速炉系の拡散距離の二乗は $300\sim 450\text{cm}^2$ と大きな値をとるためである。つまり、表3.6中のこれら炉心の L^2/R^2 値には大きな差異は現れない。

表3.6 均質炉心(ブランケット無)の固有値間隔

炉型	集合体 ID	等価半径 R (cm)	$\frac{L^2}{R^2}$	1次固有値間隔 (% $\Delta k/k$)
大型高速炉心	ZPPR-18A	163	0.0150	3.90
	ZPPR-19B	163	0.0150	4.35
	ZPPR-9	120	0.0278	5.35
小型高速炉心	ZPRⅢ-31	46.7	0.127	32.4
	ZPRⅢ-2A	37.2	0.200	52.6
小型熱中性子炉心	KUCA-C45	18.2	0.172	50.9
	KUCA-C35	18.1	0.204	61.7

3.3.6 固有値間隔に対する制御棒挿入の影響

固有値間隔に対する制御棒挿入の効果の一例として、図3.9にZPPR-13C炉心における挿入パターン依存性を示す。制御棒挿入パターンとしては、図に示すような未挿入、第1リング制御棒6本、第2リング制御棒の内の6本、および第3リング制御棒の内の6本挿入の4パターンを考えた。1次固有値間隔は、制御棒の挿入により著しく変化することがわかる。しかも、その変化は、挿入パターンに強く依存し、第1・第2リング制御棒挿入により固有値間隔はそれぞれ1/2, 1/3程度に減少するのに対して、最外周の第3リング制御棒の挿入により逆に2倍程度の値に増加する。第1・第2リング制御棒挿入は、径方向ブランケットと最外周リングブランケットに挟まれた大きな燃料領域の間の核的結合を左右に分断するように働く。従って、左右(X)方向の空間結合度が低下する結果とし



- BLANKET
- REFLECTOR
- CONTROL ROD POSITION.
- 挿入される6本の第1リング制御棒
- 挿入される6本の第2リング制御棒
- 挿入される6本の第3リング制御棒

大型高速炉集合体 ZPPR-13C 制御棒配置

挿入制御棒リング	未挿入	第1リングのみ挿入	第2リングのみ挿入	第3リングのみ挿入
1次固有値間隔 (% $\Delta k/k$)	1.492	0.665	0.425	2.875

図3.9 ZPPR-13Cにおける固有値間隔の制御棒挿入パターン依存性

て、1次モード固有値間隔が減少する。これに対して、最外周の第3リング制御棒の挿入は、実効的な炉心サイズを小さくするように働くので、空間結合度が強まり固有値間隔は増大する。

表3.7には、JUPITER-Io計画で採用された炉心の内、ZPPR-18Aと-19A集合体の固有値間隔を示す。ZPPR-18Aは制御棒が完全に引き抜かれた体系であり、これに対してZPPR-19Aは最内の第1リング制御棒6本が挿入された体系である。よって、両体系の固有値間隔の差は、この6本の制御棒の挿入効果を表している。この表からも制御棒挿入効果の大きさが観察される。制御棒挿入による固有値間隔の減少は、1次モードでは約1.5%、2次モードでは約2% $\Delta k/k$ にも及んでいる。このように制御棒挿入による固有値間隔の顕著な減少は、運転管理上重要である。制御棒パターンと固有値間隔との関係を把握することにより、デカップリング効果を強める(固有値間隔を減少させる)ような制御棒挿入パターンを避けることが望まれる。

表3.7 JUPITER-Io炉心における固有値間隔の制御棒挿入効果

集合体 ID	制御棒挿入パターン	固有値間隔 (% $\Delta k/k$)	
		1次モード	2次モード
ZPPR-18A	全制御棒完全引き抜き	3.90	5.12
ZPPR-19A	第1リング6本挿入	2.35	3.10

3.3.7 λ モード固有値間隔と ω_p モード固有値との関係

3.1節で述べたように、原子炉雑音解析・パルス中性子実験等の動特性実験において直接得られる固有値は ω_p モード固有値である。ここでは、デカッ

プリング効果の定量化指標として着目した λ モード固有値間隔と、実験的に得られる ω_p モード固有値との関係を検討する。

まず、 λ モード固有値間隔と ω_p モード固有値との関係式を導く。遅発中性子を考慮した第 n 次空間モードの動的固有値(時間的な減衰定数)は、逆時間方程式(Inhour Equation)⁽³⁷⁾(3-31)式を満足する。

$$\left(\frac{\rho}{\Lambda}\right)_n = -\omega_n - \sum_{k=1}^6 \left(\frac{\beta_k}{\Lambda}\right)_n \frac{\omega_n}{\lambda_k - \omega_n}, \quad (3-31)$$

ただし、

$$\left(\frac{\rho}{\Lambda}\right)_n: \text{第 } n \text{ 次モードの反応度と中性子生成時間の比,}$$

$$\left(\frac{\beta_k}{\Lambda}\right)_n: \text{第 } n \text{ 次モードの遅発(k群)中性子割合と中性子生成時間の比,}$$

$$\omega_n: \text{第 } n \text{ 次モードの固有値, } \lambda_k: \text{遅発k群先行核崩壊定数}$$

即発中性子モードの固有値は、以下の関係を満たす。

$$|\omega_n| \gg \lambda_k \quad (3-32)$$

(3-31)式に(3-32)式の関係を用いると、即発中性子モードつまり ω_p モード固有値問題(3-2-1)式の固有値は次のように表現される。

$$\omega_n = \left(\frac{\beta}{\Lambda}\right)_n - \left(\frac{\rho}{\Lambda}\right)_n, \quad (3-33)$$

上式中の遅発中性子割合と中性子生成時間は空間モード次数に依存しないと仮定し、これら値を β, Λ で表す。さらに、 λ モード固有関数と ω_p モード固有関数の差異を無視し、 n 次モードの反応度を下式により表現する。

$$\rho_n \doteq \rho - (\mathbf{E.S.})_n \quad (3-34)$$

ただし、上式中の ρ は基本モードの反応度を表す。これら近似を(3-33)式に対し

て用いると、 λ モード固有値間隔と ω_p モード固有値との関係式が得られる。

$$\omega_n \doteq \frac{\beta - \rho + (\mathbf{E.S.})_n}{\Lambda}$$

あるいは、

$$(\mathbf{E.S.})_n \doteq (\beta - \rho) \frac{\omega_n - \omega_0}{\omega_n} \quad (3-35)$$

以下では、(3-35)式の成立性を大型高速炉集合体において検討する。(3-35)式の右辺を決定するためには、 ω_p モード固有値問題(3-2-1)式を解き固有値 ω_0, ω_n を求めなければならない。表3.8に、大型高速炉心ZPPR-9, ZPPR-13Cの ω_p モード固有値の計算結果を示す。この表において、ZPPR-13Cの高次固有値はZPPR-9の高次固有値に比べ小さな値となっている。特に、ZPPR-13Cの1次固有値は小さな値となる。全体的な傾向としては、 λ モード固有値間隔が小さなモード程、小さな ω_p モード固有値を持つ(表3.4参照)。

表3.8 大型高速炉心の ω_p モード固有値計算結果

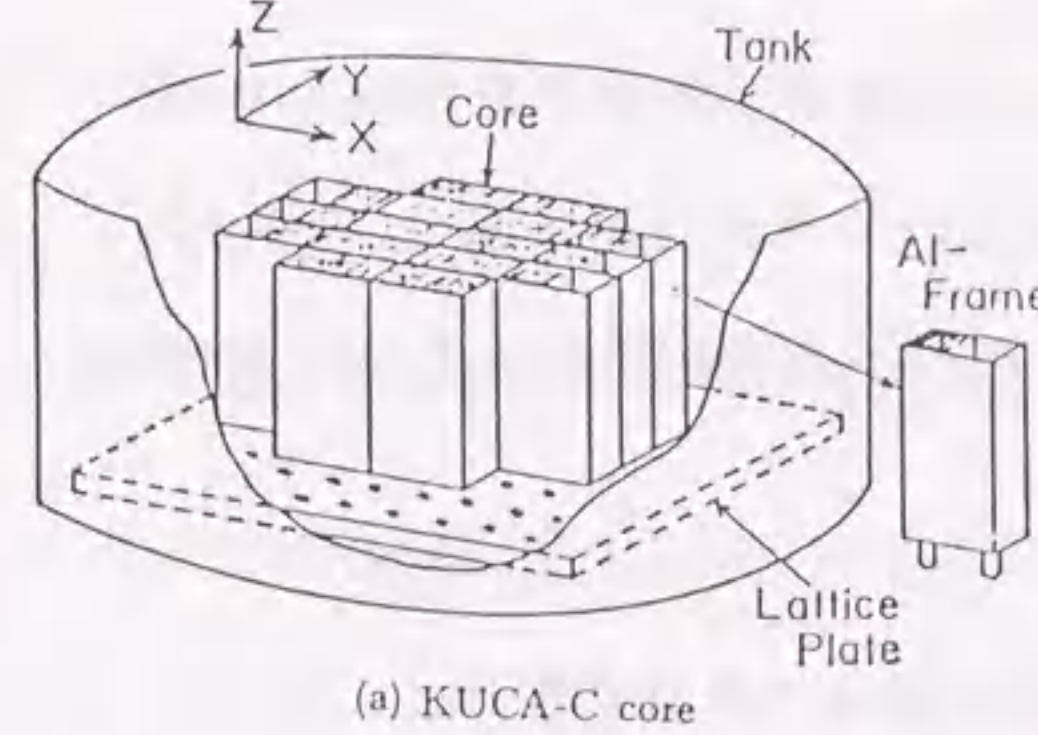
モード次数	ω_p モード固有値 [rad/s]	
	ZPPR-9	ZPPR-13C
基本モード	8.330×10^3	7.343×10^3
第1高次モード	1.410×10^5	4.270×10^4
第2高次モード	1.410×10^5	1.066×10^5
第3高次モード	3.461×10^5	1.573×10^5
第4高次モード	3.533×10^5	2.991×10^5
第5高次モード	5.150×10^5	4.489×10^5

これら炉心の ω_p モード固有関数と λ モード固有関数の零点分布は完全に一

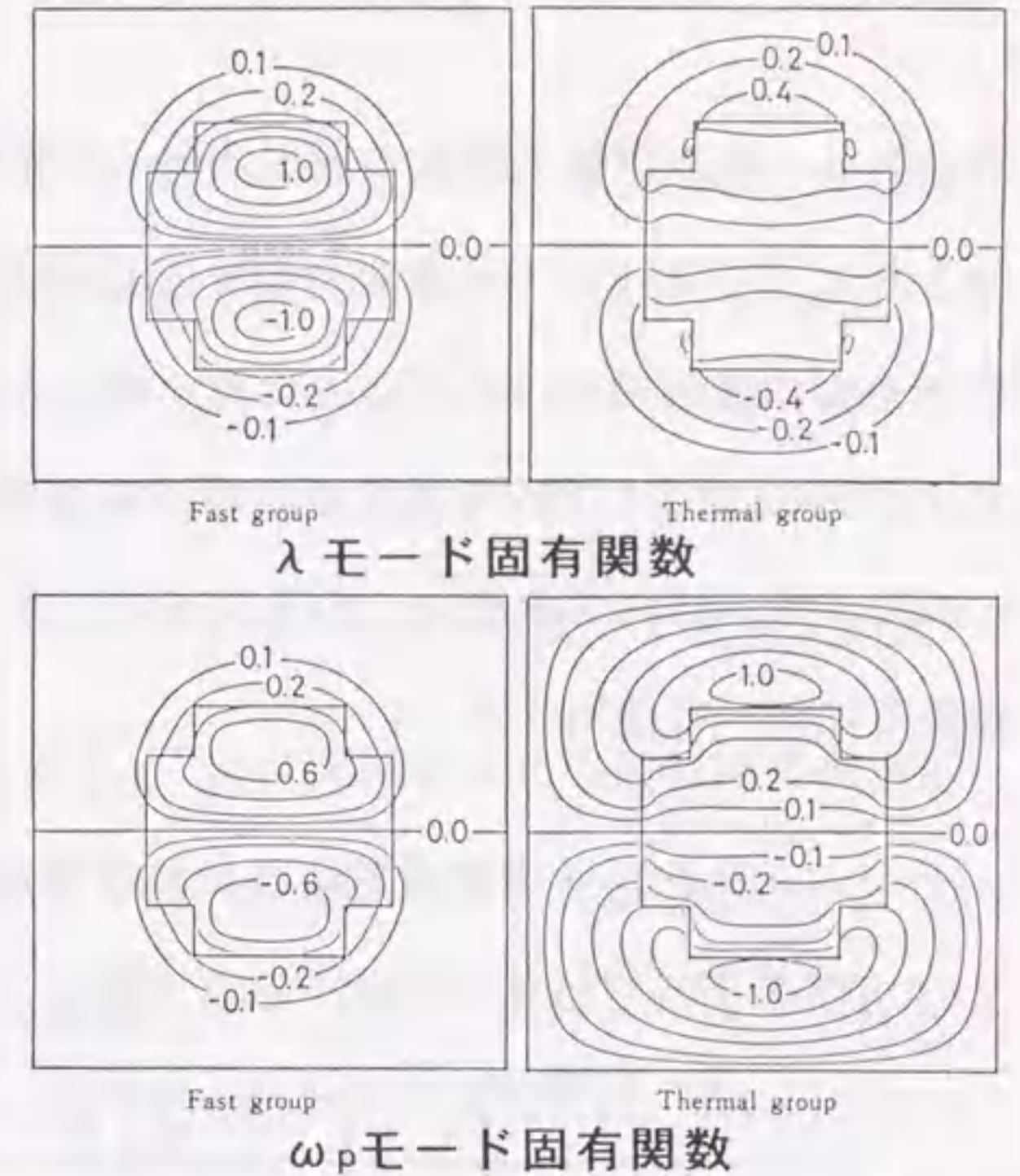
致し、規格化された固有関数の値の差も1%以下と有意な差異は見られなかった。これに対して、熱中性子炉系では、 λ モード固有関数と ω_p モード固有関数に著しい差異が現れることがある。この両モード間の固有関数の違いは動的歪曲(Kinetic Distortion)⁽³⁸⁾と呼ばれている。熱中性子炉系における動的歪曲の一例として、図3.10に軽水減速軽水反射炉心KUCA-C35の ω_p モードおよび λ モード固有関数の計算結果を示す。

図3.10(b)に示すように、1次モードですでに ω_p モードと λ モードとの間に差異が生まれ始めている。つまり、 ω_p モード固有関数は軽水反射体領域で熱群が大きく盛り上がる。さらに5次以上の高次モードになると零点すら一致しなくなる(図中(c)参照)。このように動的歪曲は熱中性子炉系では顕著に現れるのに対して、本高速炉系では全く観測されなかった。この原因を考えてみる。 ω_p モード固有値問題(3-2-1)式では、 (ω_n/v) なる項が現れる。これは λ モード固有値問題(3-1-1)式では見られない項である。熱中性子炉系の場合、吸収の少ない反射体領域では熱群(v が小)に対して(熱群吸収断面積)《 $|\omega_n/v|$ となり、見掛け上、負の吸収領域となるので固有関数が盛り上がる。モード次数が高くなるほど、固有値 ω_n が大きくなるので、この傾向が強くなり遂には零点さえも異なる全く別の分布に至る。これに対して高速炉系では、軽水反射体のような低吸収領域が存在せず、しかも中性子エネルギーは高い(v が大)ので、(吸収断面積)《 $|\omega_n/v|$ となる。従って、一般的に高速炉系では動的歪曲は無視できるものと考えられる。

(3-35)式は、この動的歪曲の無視を近似として課して導かれている。上の



(a) KUCA-C炉心配置



(b) 第1高次モードの動的歪曲

Order of Harmonics	Lambda Mode		Omega-Prompt Mode		Order of Harmonics	Lambda Mode		Omega-Prompt Mode	
	Fast	Thermal	Fast	Thermal		Fast	Thermal	Fast	Thermal
Fundamental					5 TH				
Eigenvalue	0.9913		153.1		Eigenvalue	0.3126		6516	
1ST					6 TH				
Eigenvalue	0.6151		4745		Eigenvalue	0.2258		6817	
2ND					7 TH				
Eigenvalue	0.6058		4804		Eigenvalue	0.2238		6833	
3RD					8 TH				
Eigenvalue	0.3706		5992		Eigenvalue	0.1753		7579	
4TH					9 TH				
Eigenvalue	0.3671		6360		Eigenvalue	0.1695		7649	

(c) ω_p モードおよび λ モード固有関数の零点

図3.10 KUCA-C35炉心における ω_p モードおよび λ モード固有関数

議論から、高速炉系ではこの近似関係式が精度良く成立することが予想される。表3.9には、 λ モード固有値計算から直接求めた固有値間隔と、表3.8中の ω_p モード固有値を(3-35)式右辺に代入することにより決定した値とを比較して示す。ZPPR-9およびZPPR-13C両炉心とも両者の値の一致は良好であり、(3-35)式の成立性が確認できる。この近似式は、第4章の炉雑音測定による固有値間隔の決定において使用する。

表3.9 大型高速炉心における近似式(3-35)の成立性

モード次数 (n)	ZPPR-9		ZPPR-13C	
	(E.S.) _n	$(\beta - \rho) \frac{\omega_n - \omega_0}{\omega_0}$	(E.S.) _n	$(\beta - \rho) \frac{\omega_n - \omega_0}{\omega_0}$
第1高次モード(n=1)	5.35	5.48	1.49	1.59
第2高次モード(n=2)	5.35	5.48	4.19	4.45
第3高次モード(n=3)	13.95	13.94	6.31	6.73
第4高次モード(n=4)	14.23	14.24	12.22	13.09
第5高次モード(n=5)	21.34	20.91	18.47	19.81

[単位 % $\Delta k/k$]

3.3.8 固有値間隔とAveryの結合係数、名古屋モデル結合係数との関係

λ モード固有値間隔は、キセノン効果による出力分布不安定性を定量評価するための指標として導入された当初から、炉心の空間的な結合度合いを表す積分量として認識されていた。この認識に基づいて、空間結合度指標として固有値間隔を測定対象とした実験が、2分割型原子炉においてRydinら⁽³⁹⁾、Ebertら⁽⁴⁰⁾により行われている。しかし、測定体系は2分割炉に限られ、しかもこれら実験例

は少数にとどまっている。2分割炉では、結合係数と呼ばれる空間結合度指標を測定対象とした実験がむしろ主流である。この結合係数は、ノード法に基づく結合理論において導入された量であり、定義の異なる様々な結合係数が提案されている。これら結合係数と λ モード固有値間隔は、2分割炉のようなある特定の条件下では相互に結び付けられる量である。例えば、川合⁽⁴¹⁾は、2分割炉における1次固有値間隔とBaldwin型の結合係数⁽⁴²⁾との間に成り立つ近似関係式を示している。しかし、2分割炉以外の体系では、結合係数と固有値間隔との相互関係は明確でない。そこで、ここでは、大型高速単一炉心における結合係数と固有値間隔との関係を数値的に検討する。検討する結合係数としては、Averyの結合係数⁽⁴³⁾と名古屋モデルの結合係数⁽⁴⁴⁾をとりあげる。まずこれら結合係数の定義を述べた後、大型高速炉心に対する計算結果について議論する。

(1) Averyの結合係数

Averyの結合係数は、次のような手続きにより求める(図3.11参照)。まず、全炉心系の基本モードの固有関数(中性子束分布) Φ 、随伴固有関数 Φ^+ を計算する。次に、炉心を、部分炉心1と部分炉心2に分割する。この部分炉心2の核分裂源 $[M\Phi]_2$ を源とする中性子源問題を解き、(部分)中性子束 ϕ_2 を得る。ただし、この中性子源問題は、部分炉心1内の核分裂断面積を零として解く。Averyの結合係数は、このようにして求めた部分中性子束を用いて次式により定義される。

$$k_{12} \equiv \int_{\text{部分炉心1}} \Phi^+ M \phi_2 dV / \int_{\text{部分炉心1}} \Phi^+ M \Phi dV \quad (3-36)$$

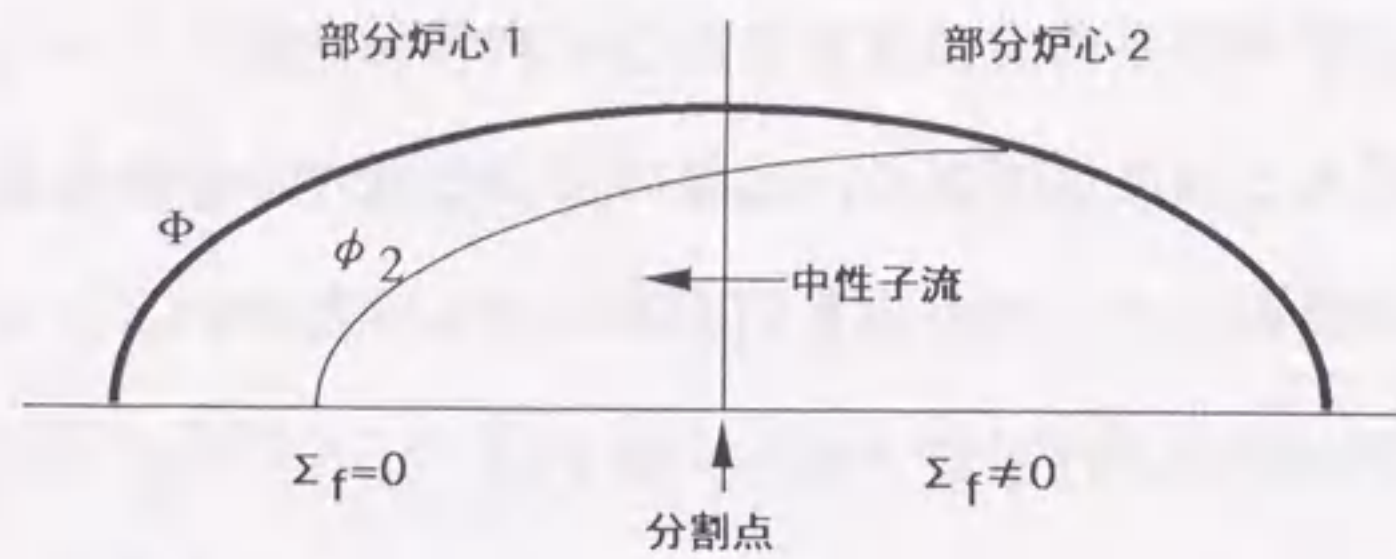


図 3.11 Averyの結合係数の算出手続き(概念図)

(3-36)式の分子は部分炉心2で生まれた中性子が部分炉心1で生成するインポートランスを表し、分母は炉心1で生成される全インポートランスを表す。従って、Averyの結合係数 k_{12} は、部分炉心2で生まれた中性子が部分炉心1に流入することによる反応度効果を表現しており、分割された炉心間の空間結合度を反応度単位で表していると考えられる。

表 3.10に、大型高速炉心におけるAveryの結合係数計算結果を、固有値間隔と比較して示す。ただし、1次および2次モード固有関数の零点で炉心分割して求めた値を示している。Averyの結合係数は、固有値間隔の1.4倍～2倍程度の値をとっている。しかし、その倍率は炉心によって微妙に異なり、両者の間に明確な関係は見出せない。

固有値間隔・Averyの結合係数を値の小さい順に並べた場合、ともに ZPPR-13C < (ZPPR-13B, ZPPR-13A) < (ZPPR-18A, ZPPR-19B) < ZPPR-9 の序列になる。しかし、ZPPR-13B, ZPPR-13A炉心間およびZPPR-18A, ZPPR-19B間の序列は、固有値間隔とAveryの結合係数とでは入れ替わる。

表 3.10 固有値間隔とAveryの結合係数との関係

集合体 ID	固有値間隔 (% $\Delta k/k$)		Averyの結合係数 (% $\Delta k/k$)	
	1次モード	2次モード	1次モード零点により分割	2次モード零点により分割
ZPPR-18A	3.90	5.12	7.43	7.89
ZPPR-19B	4.32	4.74	7.43	7.73
ZPPR-9	5.35	5.35	7.97	7.97
ZPPR-13A	2.75	3.08	5.25	5.76
ZPPR-13B/1	3.31	3.37	4.73	6.32
ZPPR-13B/2	3.09	3.10	5.14	6.04
ZPPR-13B/3	3.08	3.63	5.33	6.80
ZPPR-13B/4	3.00	3.54	4.98	5.93
ZPPR-13C	1.49	4.20	2.32	5.98

(2) 名古屋モデルの結合係数

名古屋モデルの結合係数は、次式により定義される。

$$\Delta_{1 \leftrightarrow 2} = \frac{4 J_-(x=\text{分割点}) J_-^+(x=\text{分割点})}{\int_{\text{部分炉心1}} \Phi^+ M \Phi dV} \quad (3-37)$$

上式中の J_- は分割点上を部分炉心2から炉心1へ向かって流れる部分中性子流を、 J_-^+ は分割点上を部分炉心2から炉心1へ向かって流れる随伴部分中性子流を表す。(3-37)式の分子の $J_- J_-^+$ は、分割点上を部分炉心2から炉心1へ向かって流れる中性子流のインポートランスを表している。この中性子流の中性子は炉

心2で生成し、しかも炉心1で次の核分裂を起こすと近似すると、 $J_+ J_-^+$ は(3-36)式の分子と一致する。従って、

$$\Delta_{1-2} \doteq 4 k_{12} \quad (3-38)$$

の関係が得られる。

表3.1.1に、ZPPR-13の5炉心について求めた名古屋モデルの結合係数を示す。この表からAveryの結合係数のほぼ4倍の値となっており、近似関係式(3-38)は大型高速炉系で成立することが確認される。ただし、固有値間隔との関係は、川合⁽⁴¹⁾が2分割炉において示した近似関係式：

$$\Delta_{1-2} \doteq (\mathbf{E.S.})_1 / 2 \quad (3-39)$$

を全く満たさない。大型高速炉のような単一炉体系では、2分割炉において導かれた関係式が完全に破綻する。

表3.1.1 名古屋モデル結合係数計算結果単位 [% $\Delta k/k$]

集合体 ID	名古屋モデル結合係数	
	1次モード零点 により分割	2次モード零点 により分割
ZPPR-13A	22.5	24.6
ZPPR-13B/1	20.7	27.5
ZPPR-13B/2	22.6	26.6
ZPPR-13B/3	23.3	29.6
ZPPR-13C	10.2	25.9

$$\Delta_{1-2} = \frac{4 J_+ J_-^+}{\text{炉心1で生成されるインポートランス}}$$

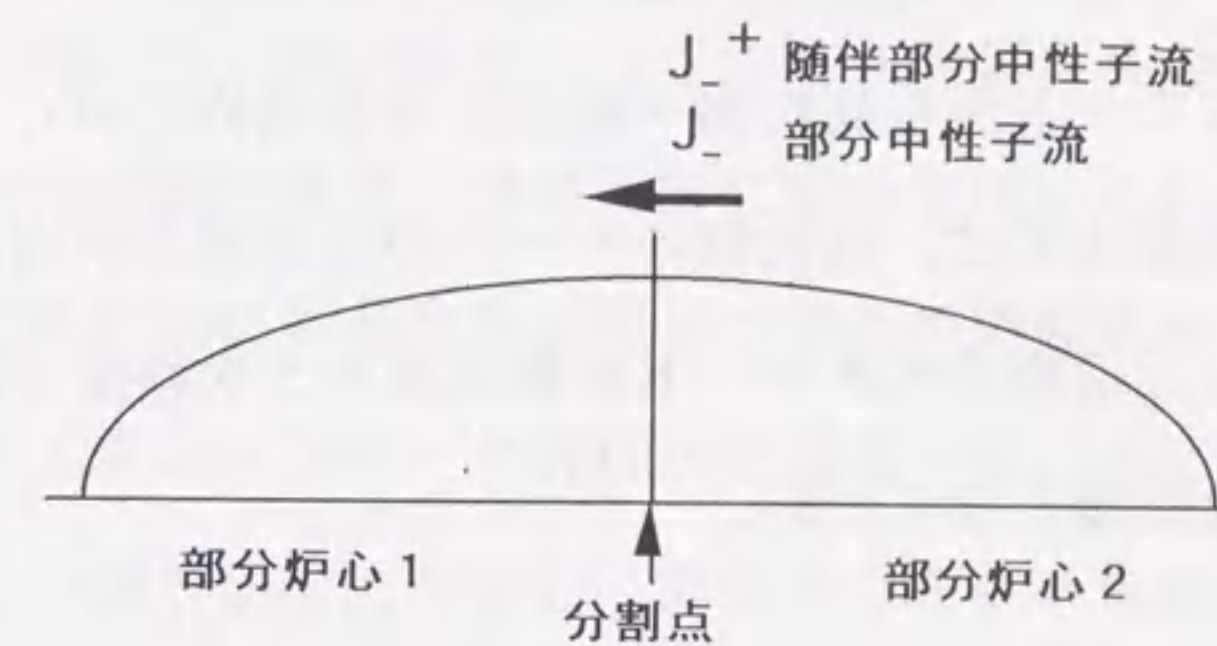


図3.1.2 名古屋モデルの結合係数の算出手続き

3.3.9 固有値計算の計算精度

最後に、固有値計算の計算精度を検討する。固有関数の直交性を通して、計算精度の評価を試みる。無限の精度が保証される場合、固有関数計算結果は次の直交性を厳密に満たす。

$$\int_0^\infty dE \int dV \psi_m^+ M \psi_n = 0, \quad m \neq n \text{ 場合} \quad (3-40)$$

しかし、数値計算上の誤差が存在するため、上式の小対角項は零にならない。従って、この小対角項の値を検討することにより、数値計算上の精度を評価することができる。一例として、(3-40)式左辺を、大型高速炉心ZPPR-13Cの計算結果を用いて算出した。この結果を表3.12に示す。

小対角項はモード次数が高次になるに従って大きくなり、1次モードでは 10^{-6} のオーダーであるのに対して、5次モードでは 10^{-4} のオーダーとなる。固有関数および固有値の収束判定は、(3-41)式に従って行った。この数値計算誤差 $10^{-6} \sim$

10^{-4} は、収束判定因子と同程度である。従って、判定因子により期待された計算精度が得られているものと考えられる。また、高次になるに従って計算精度が低下するのは、基本モードから高次側へ順に計算を進めていくべき乗法の算法に起因している。べき乗法では、低次側のモードの計算誤差が高次側に堆積する可能性がある。しかし、求めるべきモード次数は高々5次程度であるので、この誤差の堆積性は深刻な問題とならない。

表3.12 ZPPR-13Cの固有関数の直交性 (対角項=1に規格化)

m \ n	0	1	2	3	4	5
0	1.0	5.9E-6	1.7E-5	8.2E-8	1.4E-4	2.0E-4
1	1.4E-6	1.0	5.5E-7	1.5E-4	8.7E-6	1.6E-6
2	2.5E-5	6.3E-7	1.0	5.2E-6	1.9E-4	2.5E-4
3	1.0E-7	2.8E-5	8.9E-7	1.0	6.7E-5	1.2E-7
4	7.4E-4	4.4E-5	5.4E-5	4.8E-5	1.0	3.9E-4
5	1.7E-4	2.6E-7	7.0E-5	2.3E-7	3.8E-4	1.0

収束判定

$$\frac{|\phi^{(k)} - \phi^{(k-1)}|}{|\phi^{(k)}|} < 10^{-5} \quad \frac{|\lambda^{(k)} - \lambda^{(k-1)}|}{\lambda^{(k)}} < 10^{-5} \quad (3-41)$$

第4章 空間高次モード固有値間隔の測定

本章では、大型高速炉心の空間高次モード固有値間隔を実験的に決定する。測定法としては、動特性実験や原子炉異常診断において用いられて来た炉雑音法を採用する。まず、この目的に炉雑音法を用いる場合の問題点を述べ、それを克服するための測定法の工夫およびデータ解析法を提案する。次に、これら手法を適用して大型高速炉心の固有値間隔を求め、第3章の数値計算結果との比較を行う。さらに、従来の1点炉モデルに基づく解析によって動特性パラメータを決定する場合に結果が見掛け上検出器位置に依存する難点も、このデータ解析法の適用により除去しうることを示す。

4.1 炉雑音解析による固有値間隔決定法の開発

4.1.1 従来の測定手法の問題点

炉雑音法による固有値間隔の測定例としては、Rydinら⁽³⁹⁾、Ebertら⁽⁴⁰⁾の研究がある。ただし、測定体系は2分割型原子炉に限られている。彼らの測定手法を単一炉心である大型高速炉心に適用しようとする、種々の問題が発生する。第1の問題点としては、理論計算への依存度が強くなる点である。一例として、Ebertらの実験法について考えてみる。彼らは、2分割炉集合体SHA(Solid Homogeneous Assembly)の1次固有値間隔を、2検出器間コヒーレンス関数[(4-4)式参照]の測定により決定している。図4.1に示すように、分割炉心双方の対称な位置 x_A, x_B に配置された検出器A,B間のコヒーレンス関数が測定され、低周波数領域の平坦部の値が求められる。