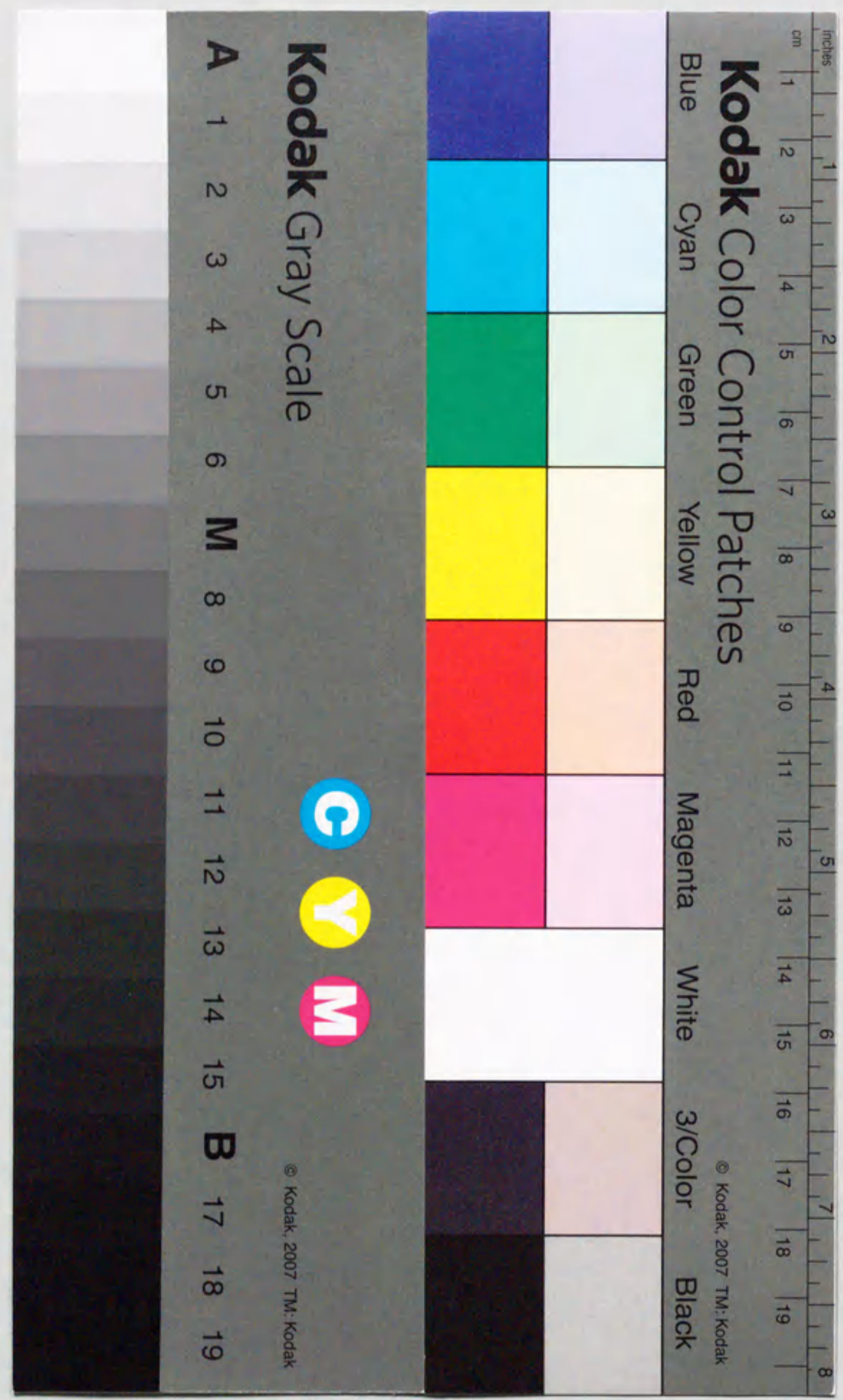


報告番号 中環 4200 号

蓄冷材の熱特性と蓄冷器内の熱輸送に関する基礎研究

琵琶哲志



蓄冷材の熱特性と蓄冷器内の熱輸送に 関する基礎研究

琵琶哲志

目次

第1章	序	1
1.1	蓄冷式冷凍機および蓄冷材研究の歴史的経緯	
1.2	本研究の目的	
第2章	熱力学的な視点からの蓄冷式冷凍機	11
2.1	種々の蓄冷式冷凍機	
2.2	蓄冷器中の熱力学量の流れ	
第3章	冷凍出力と蓄冷材の体積比熱, 粒径の相関	24
3.1	序	
3.2	実験方法	
3.3	GM冷凍機の原理	
3.4	実験結果および考察	
3.4.1	エネルギーバランス	
3.4.2	鉛と銅の比較	
3.4.3	鉛の球状粉の粒径依存性	
3.4.4	熱損失	
3.5	結論	
Appendix	2段型蓄冷式冷凍機における熱力学量の流れ	
第4章	熱音響理論に基づく冷凍出力の解析	57
4.1	序	
4.2	実験装置	
4.3	熱音響理論	
4.3.1	エントロピー-変位線図	
4.3.2	ガス要素によるエネルギー流	
4.4	実験結果	
4.5	熱音響理論に基づく解析	

4. 6 冷凍出力の周波数依存性

4. 7 結論

Appendix

A 4. 1 熱音響理論による熱流の導出

A 4. 1. 1 1次元系のエントロピー流の定式化

A 4. 1. 2 3次元系のエントロピー流の定式化

A 4. 2 種々の蓄冷材に対する因子 F_s と $F_s\beta T_m$ 第5章 総括
謝辞

98

第1章 序

1. 1 蓄冷式冷凍機および蓄冷材の歴史的経緯

小型冷凍機の主流は作動流体としてヘリウムガスを用いる蓄冷式冷凍機である。蓄冷式冷凍機の歴史は古く、1800年代にまでさかのぼることが出来る。1817年にStirlingによって初めて、蓄冷器を有するスターリングエンジンが開発された。Kirkがこのスターリングエンジンの備えていた2つのピストンの位相関係を逆転させてスターリング冷凍機を発明した^[1]のは1861年のことである。1918年にはVuilleumierがスターリング冷凍機の圧縮ピストンを熱圧縮機で置き換えたヴィルミエ冷凍機^[2]で特許を取得した。1940年代にはフィリップス社によるスターリング冷凍機の本格的な開発が開始され、1953年に市販されるようになった。GiffordとMcMahonによってギフォードマクマホン（GM）冷凍機が開発された^[3]のは1960年である。また1963年には同じくギフォードによってパルス管冷凍機^[4]が開発された。こうした背景を受けて、1960年代にはアメリカで冷凍機の開発研究が非常に活発になった。これらの冷凍機的主要用途は軍事用の赤外線センサーであって、液体窒素温度程度(77K)での出力が重視されていた。

1970年代に入ると、超伝導現象を利用したSQUID素子の冷却や、超伝導ケーブルによる電力輸送を目的として冷凍機開発が行われるようになった。現在では、蓄冷式冷凍機は医療用のMRIや、第2新幹線における超伝導磁気浮上列車の冷媒である液体ヘリウムを維持するために用いられ、さらには、液体ヘリウムを蓄冷式冷凍機によって置き換えた、液体ヘリウムを全く必要としないタイプの超伝導マグネットが開発され、市販されるようになってきた。

このように、蓄冷式冷凍機は冷却の対象となる被冷却機器の開発研究と歩みをそろえるようにして、発展してきた。冷凍機がターゲットとする冷凍温度は液体窒素温度よりさらに低温に進み、現在では液体ヘリウム温度の維持と管理にその重要性が移ってきた。言い換えれば、液体ヘリウム温度(4.2K)付近でより効率が高い小型軽量の冷凍機を開発することが、蓄冷式冷凍機の分野における最大の課題となっている。

10K以下の温度領域において、蓄冷式冷凍機の性能を大きく左右するのが蓄冷材の特性である。蓄冷材は蓄冷器内部に流入する高温のヘリウムガスを予冷する働きを担っているため、ヘリウムガスと短

第1章

いサイクルで十分に熱交換を行えるだけ熱伝導率が高く、しかもヘリウムガスよりも十分に大きな体積比熱を有することが必要条件である。

このため、液体窒素温度付近を冷凍温度とする場合には銅が蓄冷材として用いられてきた。銅はfcc構造を持ち、また格子定数が 3.61\AA と短いので図1-1に示すように体積当たりの比熱が比較的大きいためである。この温度領域では、ヘリウムガスはほぼ理想気体と見なせ、その体積比熱は12気圧、77Kの下では、 $0.04\text{J/K}\cdot\text{cm}^3$ に過ぎない^[5]。同じ温度での銅の比熱は $2\text{J/K}\cdot\text{cm}^3$ 程度であるので蓄冷材に対して必要な条件を十分に満たしていることが分る。

ところが、図1-1から分かるように20Kを下回るような低温では、ヘリウムガスの理想気体からのずれが徐々に顕著になり、その体積比熱は温度の低下と共に急激に増加する。圧力が12気圧の場合、9Kで

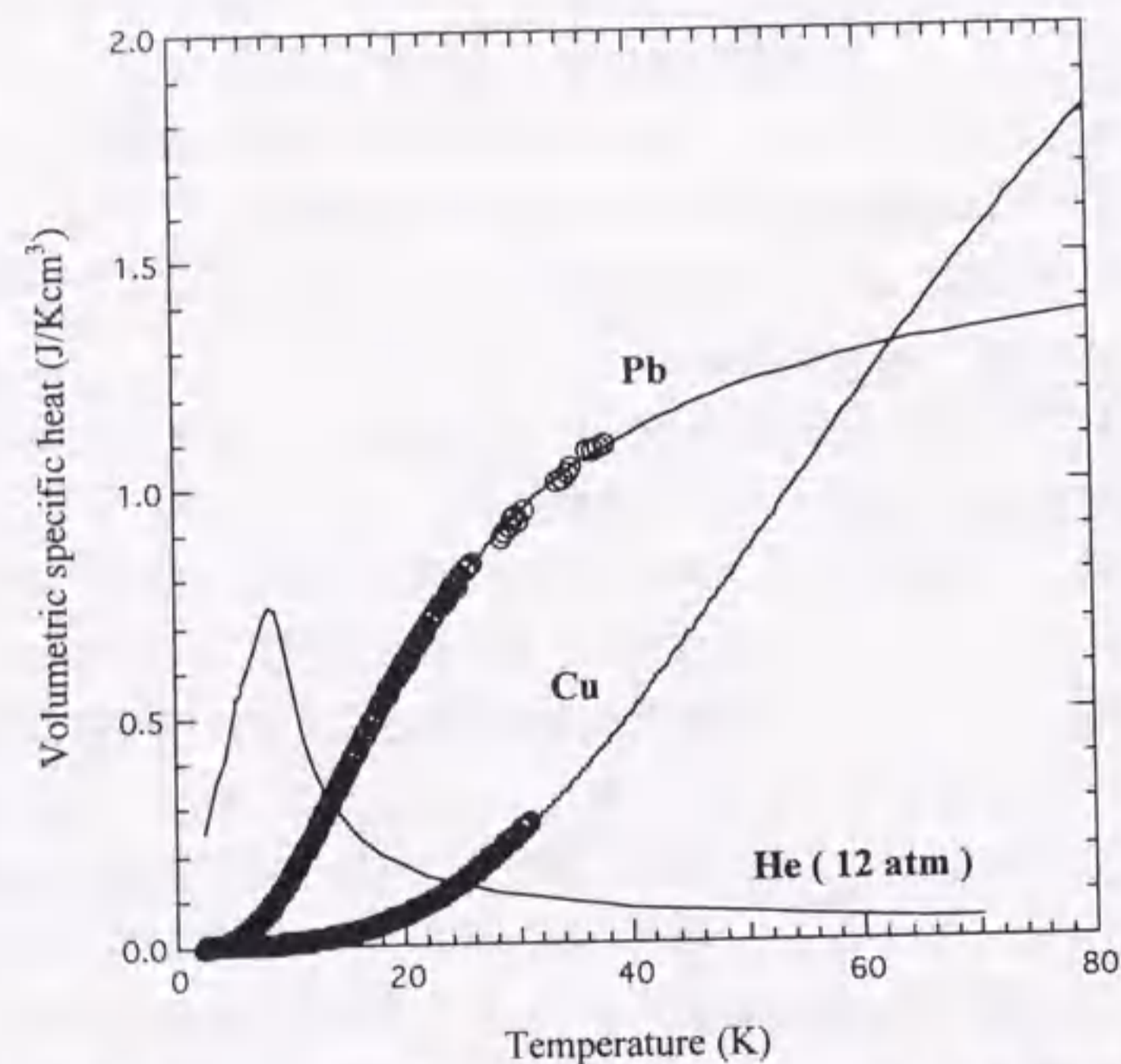


図1-1 自作した断熱法による比熱測定装置によって測定したPbおよびCuの体積比熱の温度依存性。曲線はPbとCuのデバイ温度をそれぞれ、95Kと315Kとしてデバイの式に代入して求めた理論曲線である。比較の為に、12気圧の下でのヘリウムガスの体積比熱^[5]を合わせて示した。

約 $0.7\text{J/K}\cdot\text{cm}^3$ に達する。一方、銅の比熱の大部分を格子比熱が占めるが、そのデバイ温度は300K程度と高いため、20K程度の低温域では格子比熱が極めて小さくなり、蓄冷材として機能出来なくなる。この温度域で蓄冷材として長い間使用されてきたのは鉛であった。鉛はデバイ温度が約100Kと低いため、図1-1に示すように格子比熱が低温まで大きな値を示す。その結果、低温で他の金属に比べて大きな体積比熱を示す。ところが、10K以下になると、その鉛の体積比熱ですらヘリウムガスの体積比熱に比べて著しく小さくなる。蓄冷材である鉛の比熱特性がネックとなって、冷凍機の到達温度は10-15Kに制限されていた。

GM冷凍機が開発された当初から、蓄冷材の比熱の大小が冷凍能力を左右することは指摘されていた^[6]。図1-2から1-6に鉛に代わる蓄冷材である磁性材料の中で、代表的な磁性蓄冷材の体積比熱を従来の低温用の蓄冷材である鉛の体積比熱と共に示した。どの蓄冷材も10K以下で鉛を上回る体積比熱を有していることが分かる。

これらの磁性体が磁気転移温度で示す磁気比熱を利用して、低温で高い体積比熱を持つ材料として蓄冷材に応用することを目指した研究は1970年代から始まった。1971年、Daniels^[7]はEuSを磁性蓄冷材として提案した。また1975年、Buschowら^[8]は鉛に代わる蓄冷材として $\text{Gd}_x\text{Er}_{1-x}\text{Rh}$ 合金を開発している。 $\text{Gd}_x\text{Er}_{1-x}\text{Rh}$ 合金は3-20Kの温度域で巨大な磁気比熱を呈するが、堅くて脆いうえにRhの価格が高価であるため実用化されなかった。磁性蓄冷材が広く活用されるようになってきたのは、1988年ごろ^[9]である。Hashimotoら^[10]のグループはEr-Ni系蓄冷材料を報告した。彼らは、①磁気転移温度が3-15Kにあること、②全角運動量が出るだけ大きいこと、③希土類元素の濃度が高いこと、④デバイ温度が低いこと、を蓄冷材の候補となりうる磁性体の基本的な選択条件にかかげ、1990年に金属間化合物 Er_3Ni を磁性蓄冷材として開発した^[11]。 Er_3Ni は磁気比熱のピークを7Kに持ちながら、その直上の温度領域でショットキー型比熱を示すことが大きな特徴であり、7-15Kの温度領域においてその体積比熱が $0.4\text{J/K}\cdot\text{cm}^3$ 程度を保持する。一方で、彼らは鋭いピークの磁気比熱を有するErNi金属間化合物を開発^[12]し、磁気転移温度の異なる磁性蓄冷材料を順に積み上げた積層型蓄冷器^[13]を

提案している。

我々の研究グループは、1993年頃より磁性蓄冷材の研究を開始し、Er-Ru系合金を開発した^[14]。この系で混相合金や、さらにはこの合金のアモルファス化を試みることで広い温度範囲で高い体積比熱を得ることが出来た。例えば、Er₇₅Ru₂₅組成の試料は、Er₃Ru化合物とEr₅Ru₂化合物から成る混相試料であり、7.5Kと12.5Kに比熱のピークを持ち、Er₃Niに匹敵する体積比熱を有することを明らかにした。

さらに、1996年にはEr-Ag系合金を磁性蓄冷材として提案し^[15]、続いて翌年には(Pr,Nd)Ag系合金を開発した。Er-Ag系合金においてはEr金属とAg金属の組成比を変化させることで単相試料および混相試料を作製し、単一で大きなピークの磁気比熱を示す金属間化合物の組成の単相試料と、比較的広い温度範囲で高い体積比熱を示す混相試料を得ることができた。これらEr-Ag系合金がおおよそ15Kに磁気比熱のピークを示すのに対して、(Pr_{1-x}Nd_x)Ag (0≤x≤1)系合金^[16]はPrとNdの比率を変化させることで、磁気比熱のピークが出現する温度を10Kから22Kの間で変化させることが可能な合金系である。また10K以下のより低温において磁気比熱のピークを示す材料として、REGa₂ (RE=Dy, Ho, Er)系およびDy_{1-x}Ho_xGa₂ (0≤x≤1)系金属間化合物^[17]が開発された。また、我々の研究グループではこれらの材料開発の過程で、Hashimotoらの掲げた磁性蓄冷材の選択の指針に加えて、⑤希土類金属イオンの4f準位の基底状態の縮退度が高くなるべく高いこと、に特に注目して材料開発を行うことが重要であることを指摘している^[15]。

1. 2 本研究の目的

これまで多くの磁性蓄冷材が開発されたが^[18-20]、現在もより高性能な蓄冷材を開発するべく、多くの研究機関において研究が続けられている。今や、鉛に代わる磁性蓄冷材を使用することで、蓄冷式冷凍機的能力が向上し、しかも到達温度が低下するのは明白である。しかしながら、磁性蓄冷材の開発研究の進捗状況に比較すると、蓄冷材が蓄冷器中で果たす役割は十分に理解されているとはいえない状況である。

確かに、蓄冷式冷凍機の冷凍出力を異なる磁性蓄冷材を用いて測定した実験結果については多くの研究報告がある^[21-23]。また、蓄冷器を等圧流に対する単なる熱交換器と見なして数値計算により蓄冷器の能力を調べた報告も存在する^[24-26]。ところが、蓄冷材の比熱が冷凍出力とどのような相関を持つか、未だに明らかではない。このような状況の中で、蓄冷器は等圧流の熱交換器であり冷凍に対しては消極的な役割を担っているにすぎないとする見方とは全く異なった、蓄冷器中での圧力変動こそが蓄冷式冷凍機の冷凍機構の本質であるとする見方が提示されるようになってきた^[29-31]。

蓄冷式冷凍機の根幹に関わるこのような議論は、パルス管冷凍機の急激な発展によってもたらされたと言っても過言ではない。パルス管冷凍機は低温部に可動部を持たない。これは低温部でのディスプレイサーやピストン等による膨張仕事がゼロであることを意味する。パルス管冷凍機は現在ではGM冷凍機やスターリング冷凍機と遜色ない能力を示すに至っている^[32]が、この事実は、低温部での膨張仕事こそが冷凍の本質であるとしてきた従来の熱力学的な議論を見直す必要があることを強く示唆している。

こうした現状を踏まえて、本研究の目的を蓄冷式冷凍機における蓄冷器の動作原理を明らかにすることに設定した。本研究では蓄冷式冷凍機としてGM冷凍機を用いたので、比較的low周波数で運転される場合の蓄冷器について、その内部でのヘリウムガスの流動状態、ヘリウムガスと蓄冷材との熱交換過程と実際の冷凍出力との相関を明らかにすることを目的に、次のような点について研究を遂行することにした。

- I. 蓄冷器の能力を表すエンタルピー流量を測定すること。
- II. エンタルピー流量と蓄冷材の熱容量、球状粉直径との相関を調べること。
- III. 蓄冷器内部の熱輸送を熱音響理論^[33]に基づいて理解を試みること。

蓄冷器の能力が冷凍能力に大きく関わっていることは周知の事実であるにも関わらず、その本質に迫るような実験的研究はほとんど行われていない。本研究の成果はGM冷凍機だけでなく、蓄冷器を利用するすべての熱機関にとって有益であると考えている。

以降, 第2章において, 現在一般に用いられている蓄冷式冷凍機の概略を示し, 熱力学的な観点から蓄冷式冷凍機を議論する. ここでは, 蓄冷器の特性が, エンタルピー流量, エントロピー流量という熱力学量の流れで特徴付けられることを示す.

第3章では, 蓄冷材の体積比熱と粒径が蓄冷器の熱損失を表すエンタルピー流量の大きさにどのように関連しているかに関して実験した結果を示す. さらに, 蓄冷器中の温度分布と, エンタルピー流量の間に強い関係があることを示す.

第4章では, 蓄冷材として鉛に加えて磁性蓄冷材を用いて, 冷凍出力を測定した結果を示す. 測定した冷凍出力の温度依存性は, 熱音響理論に基づいて理解できることを示し, 蓄冷器中の熱輸送の原理を物理的に明白にする.

第5章では, 本研究で得られた結果を総括する.

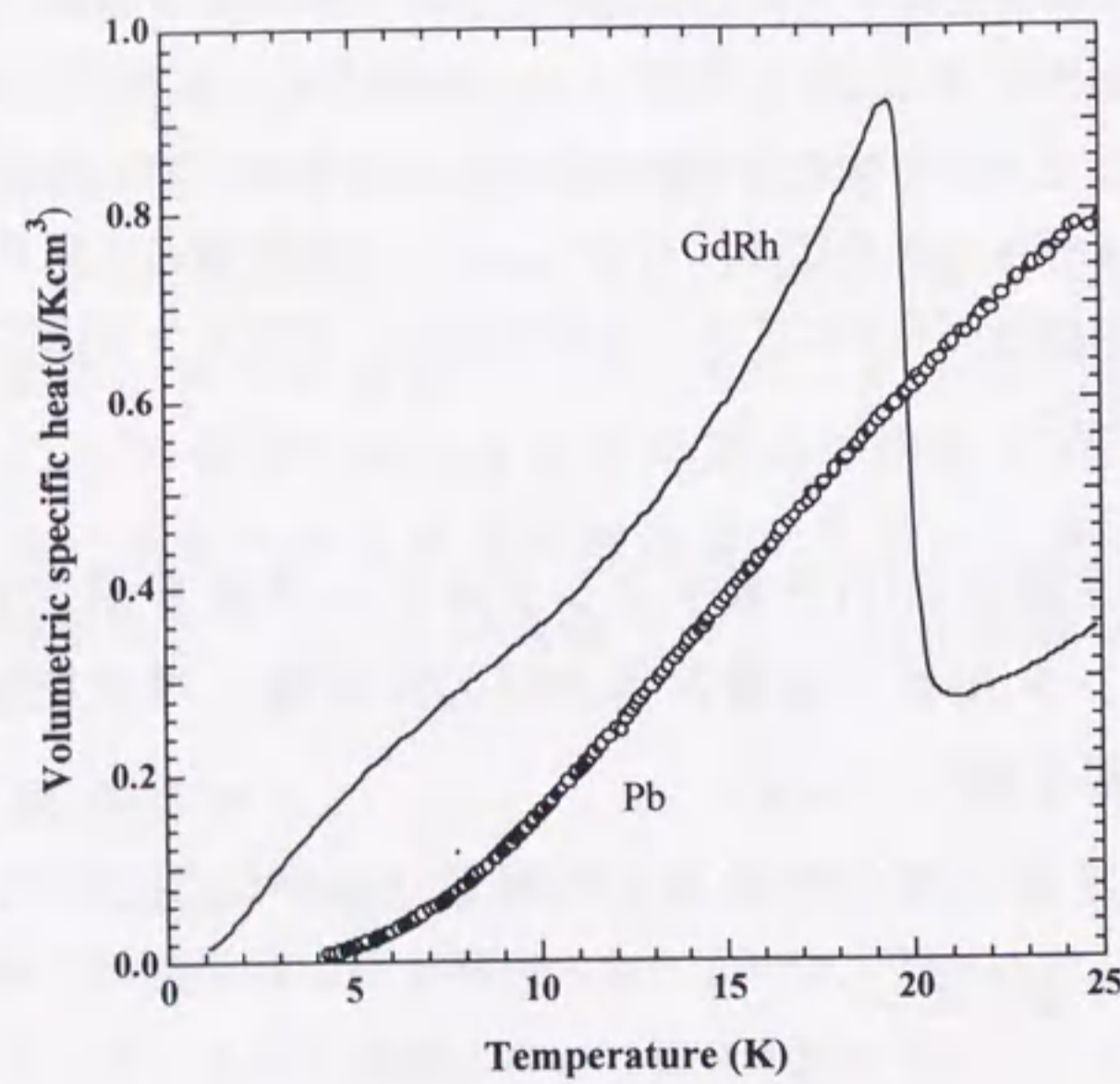


図1-2 GdRh^[8]とPbの体積比熱の温度依存性

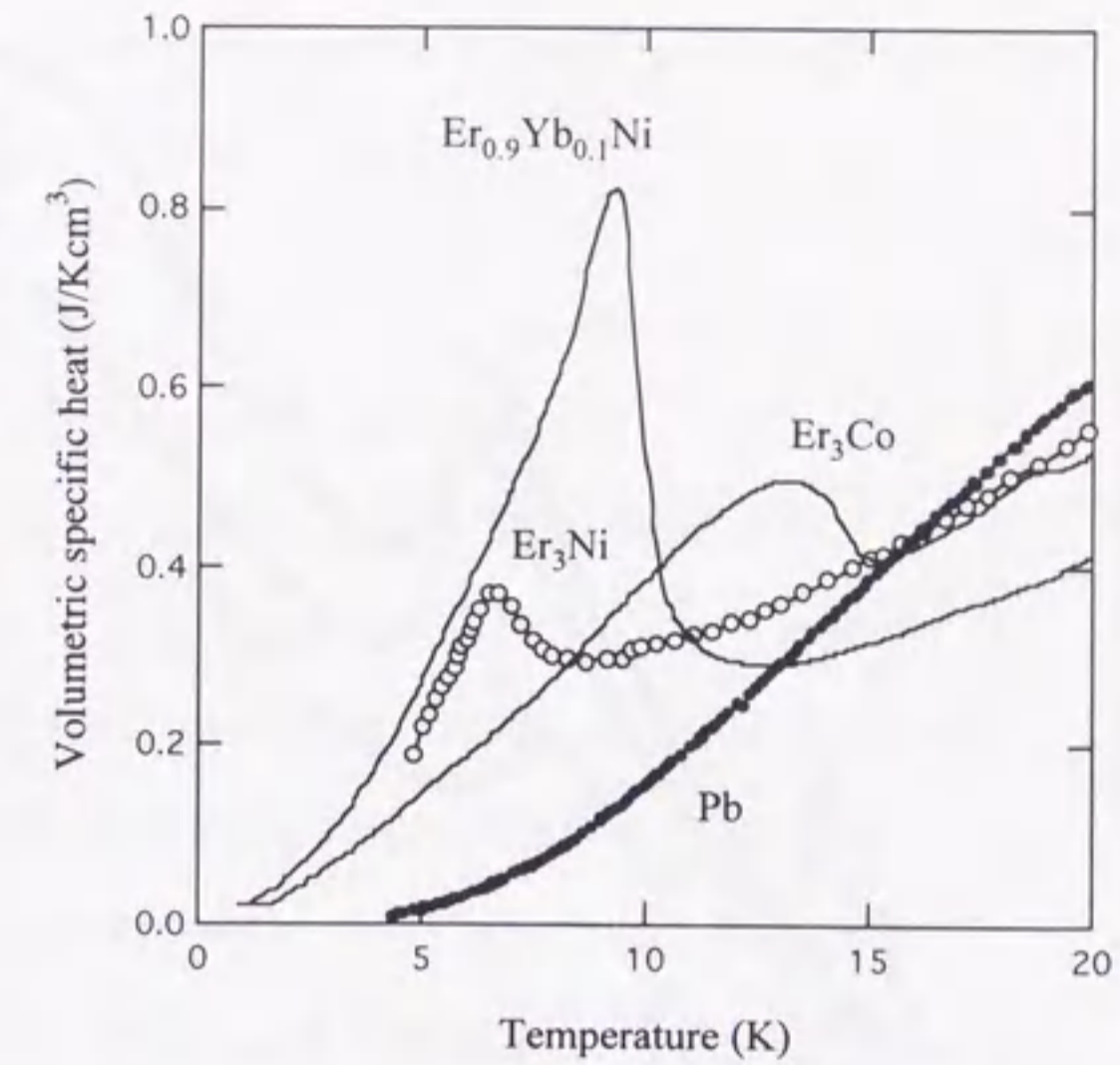


図1-3 Pb, Er₃Ni^[11], Er_{0.9}Yb_{0.1}Ni^[12]およびEr₃Co^[21]の体積比熱の温度依存性

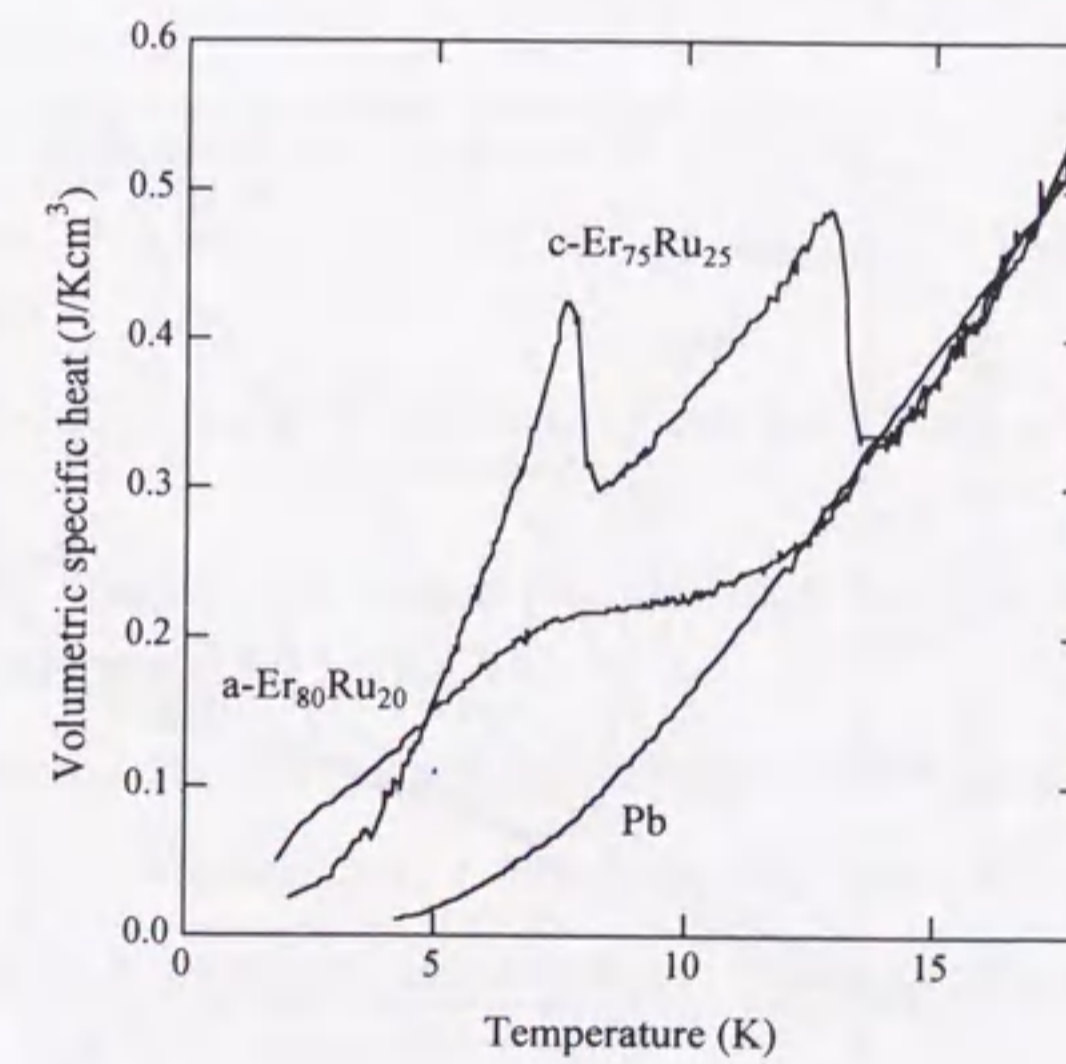


図1-4 Pb, Er₇₅Ru₂₅^[14]およびアモルファス相Er₈₀Ru₂₀^[14]の体積比熱の温度依存性

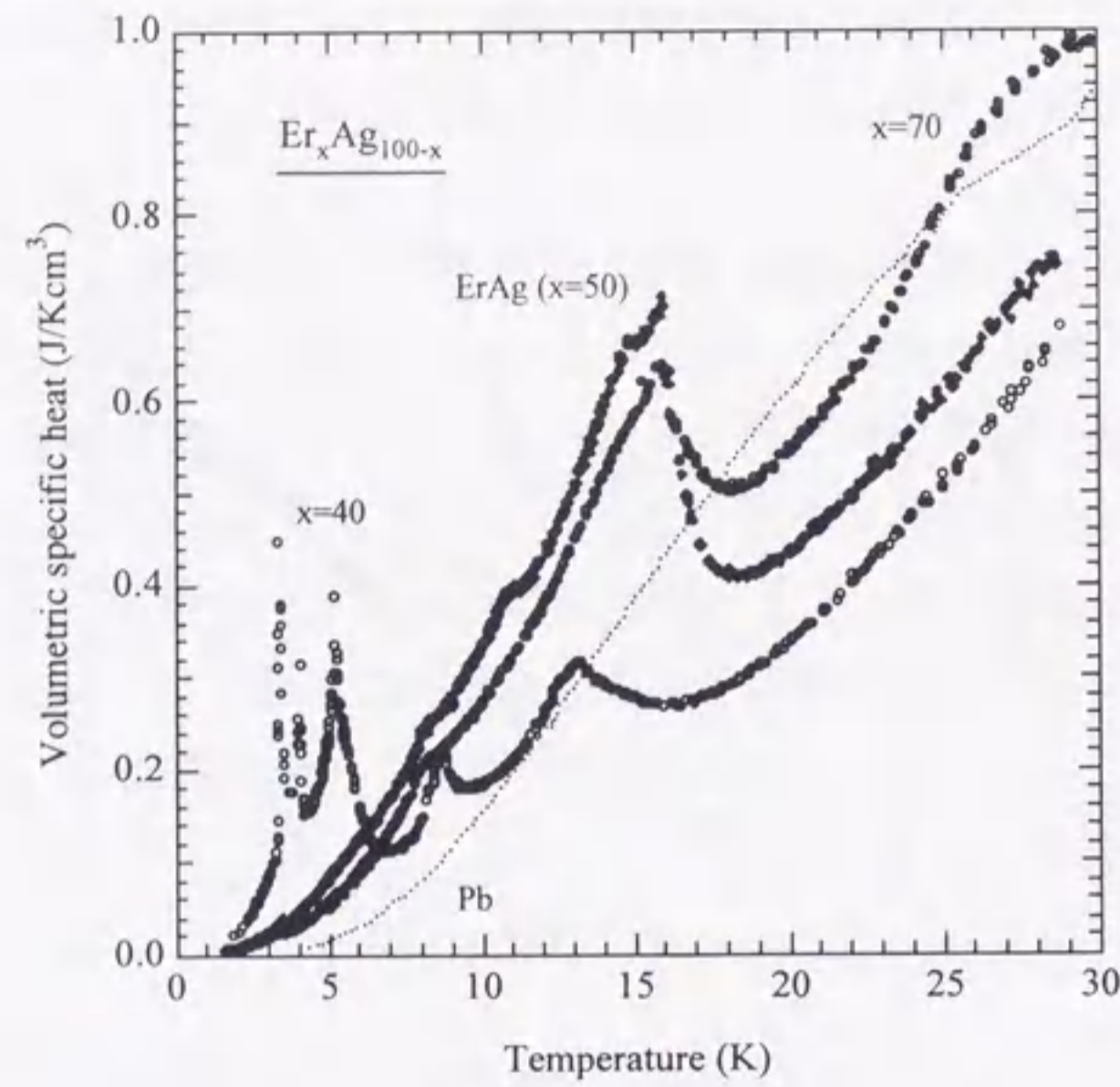


図1-5 Pb, Er_xAg_{100-x} (x=40, 50, 70)^[15]の体積比熱の温度依存性

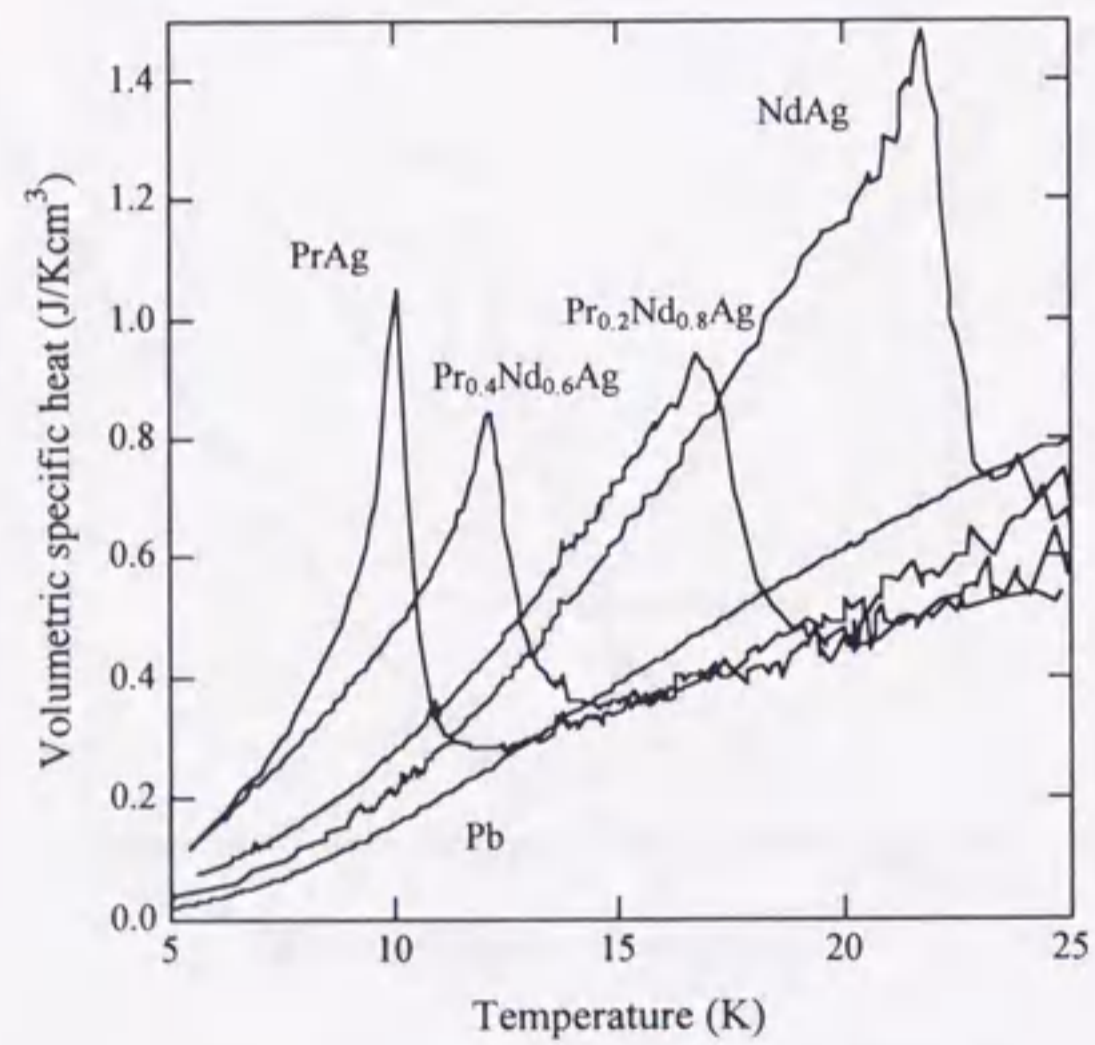


図1-6 Pb及びPr_xNd_{1-x}Ag (x=1, 0.4, 0.2, 0)^[16]の体積比熱の温度依存性

参考文献

- [1] A. Kirk : Proc. Inst. Civil Eng. **37** (1874) 244
- [2] R. Vuilleumier : U. S. Patent No. 2,567,454 September 11
- [3] W. E. Gifford and H. O. McMahon : Adv. Cryog. Eng. **5** (1960)
- [4] W. E. Gifford and R. C. Longworth : ASME paper no. 63-WA-290
- [5] R.D. McCarty : Natl. Bur. Stand. Tech. Note **631** (1972)
- [6] W.E.Gifford and H.O.McMahon : Adv. Cryog. Eng. Vol.5 (1960)
- [7] A. Daniels and F. K. du Pre : Adv. Cryog. Eng. **16** (1971) 178
- [8] K.H.J. Buschow, J.F. Olijhoek and A.R. Miedema : Cryogenics **15** (1975) 261
- [9] M. Nagao et al : Adv. Cryog. Eng. **35** (1990) 1251
- [10] R. Li, M. Ogawa and T. Hashimoto : Cryogenics **30** (1990) 521
- [11] M. Sahashi, Y. Tokai, Y. Kuriyama, H. Nakagome, R. Li, M. Ogawa and T. Hashimoto : Adv. Cryo. Eng. **35** (1990) 1175
- [12] T. Hashimoto, M. Ogawa and R. Li : Cryogenics **30** (1990)192
- [13] G. Ke, H. Makuuchi, T. Hashimoto, A. Onishi, R. Li, T. Satoh and Y. Kanazawa : Adv. Cryog. Eng. **40** (1994) 639
- [14] U.Mizutani, Y.Hoshino, Y.Hanaue, T.Takeshita, A.Fujita and K.Fukamichi : Mat.Sci.Eng. **B23** (1994) 66
- [15] T. Biwa, W. Yagi, U. Mizutani : Jpn. J. Appl. Phys. **35** (1996) Part 1 No. 4A 2244, T. Biwa, W. Yagi and U. Mizutani : 低温工学 **31** (1996) 190
- [16] W. Yagi, H. Iwata and U. Mizutani : Jpn. J. Appl. Phys. **36** (1997) 5638
- [17] W. Yagi, H. Iwata and U. Mizutani : Jpn. J. Appl. Phys. **37** (1998) 4787
- [18] K. A. Gshneider, Jr., V. K. Pecharsky and M. Gailloux : Cryocoolers 8 edited by R.G. Ross, Jr., Plenum Press, New York (1995) p.685
- [19] Y. Lomg, T. Hashiguchi, K. Matsumoto, M. Okamura, R. Li, A. Onishi, T. Satoh and Y. Kanazawa : Jpn. J. Appl. Phys. **34** (1995) L1003
- [20] A Takahashi, M. Sahashi, Y. Tokai and T. Hashimoto : 低温工学 **31** (1996) No.4

- [21] M. Nagao, T. Inaguchi, H. Yoshimura, T. Matsumoto, S. Nakagawa, K. Moritsu and T. Watanabe : Adv. Cryog. Eng. **39** (1994) 1327
- [22] T. Kuriyama, R. Hakamada, H. Nakagome, Y. Tokai, M. Sahashi, R. Li, O. Yoshida, K. Matsumoto and T. Hashimoto : Adv. Cryog. Eng. **35** (1990) 1261
- [23] T. Inaguchi, M. Nagao and H. Yoshimura : Adv. Cryog. Eng. **35** (1990) 1271
- [24] P. Rios and J.L. Smith, Jr. : Adv. Cryo. Eng. **13** (1968) 566
- [25] R.K. Sahoo and S. Sarangi : Cryogenics **25** (1985) 583
- [26] D.E. Daney and R. Radebaugh : Cryogenics September (1984) 499
- [27] K. Matsumoto and M. Shiino : Cryogenics **29** (1989) 888
- [28] H. Seshake, T. Eda, K. Matsumoto, T. Hashimoto, T. Kuriyama and H. Nakagome : Adv. Cryo. Eng. **37B** (1992) 995
- [29] P. Kittel, A. Kashani, J.M. Lee and P.R. Roach : Cryogenics **36** (1996) 849
- [30] P.C.T. de Boer : Cryogenics **35** (1995) 849
- [31] J.H. Xiao : Cryogenics : **35** (1995) 15
- [32] Y. Matsubara, and Gao, J.L. : Cryogenics **34** (1994) 259
- [33] A. Tominaga : Cryogenics **35** (1995) 427

第2章 熱力学的な視点からの蓄冷式冷凍機

種々の蓄冷式冷凍機の構成、および熱力学については、井上^[1]により要領よくまとめられている。その議論に基づき、ここではまず、現在、研究が盛んになされている代表的な蓄冷式冷凍機であるスターリング冷凍機、GM冷凍機そしてパルス管冷凍機について、その構成の概略を示す。次に熱力学的な観点から、蓄冷式冷凍機について述べる。孤立した系に対する熱力学は馴染み深い、冷凍機のように低温部で熱を汲み上げて、高温部で放出するような典型的な流れ系での熱力学は取り上げられることが少ない。ここでは、蓄冷器内部に生じているエントロピーの流れについて考察し、さらに理想的な蓄冷器と現実の蓄冷器の場合について、その内部に生じるエネルギー、仕事、熱の流れについて述べる。

2.1 種々の蓄冷式冷凍機

スターリング冷凍機

スターリング冷凍機の概略図を図2-1(a)に示す。スターリング冷凍機は室温側に圧縮ピストンおよびシリンダー、放熱器として働く熱交換器を備え、低温部にも同様に、膨張ピストンとシリンダー、また吸熱器として動作する熱交換器を備えている。膨張ピストンをディスプレイサーに置き換えたタイプもある。室温部と低温部をつなぐ位置に蓄冷器が位置していて、作動流体は蓄冷器中を往復動しながら、膨張と圧縮をくり返している。図2-1(b)に示すように、圧縮ピストンと膨張ピストンはほぼ90°の位相差をもってそれぞれ振動運動を行っている。このため、作動流体は圧縮ピストンによって圧縮された後、低温部に変位し、低温部で膨張した後、室温部へ戻るというサイクルを行っている。

GM冷凍機

GM冷凍機は本研究で使用する冷凍機である。室温部に圧縮機があり、本体と高圧配管、低圧配管によって結ばれている。圧縮機には放熱器が備えられていて、通常は冷却水で冷却されている。本体はディスプレイサーと、ディスプレイサーの動きに連動したバルブ、および吸熱器から成る。ディスプレイサーの駆動方法には2種類あって、図2-2(a)に示すようなクランク機構を用いてモーターで

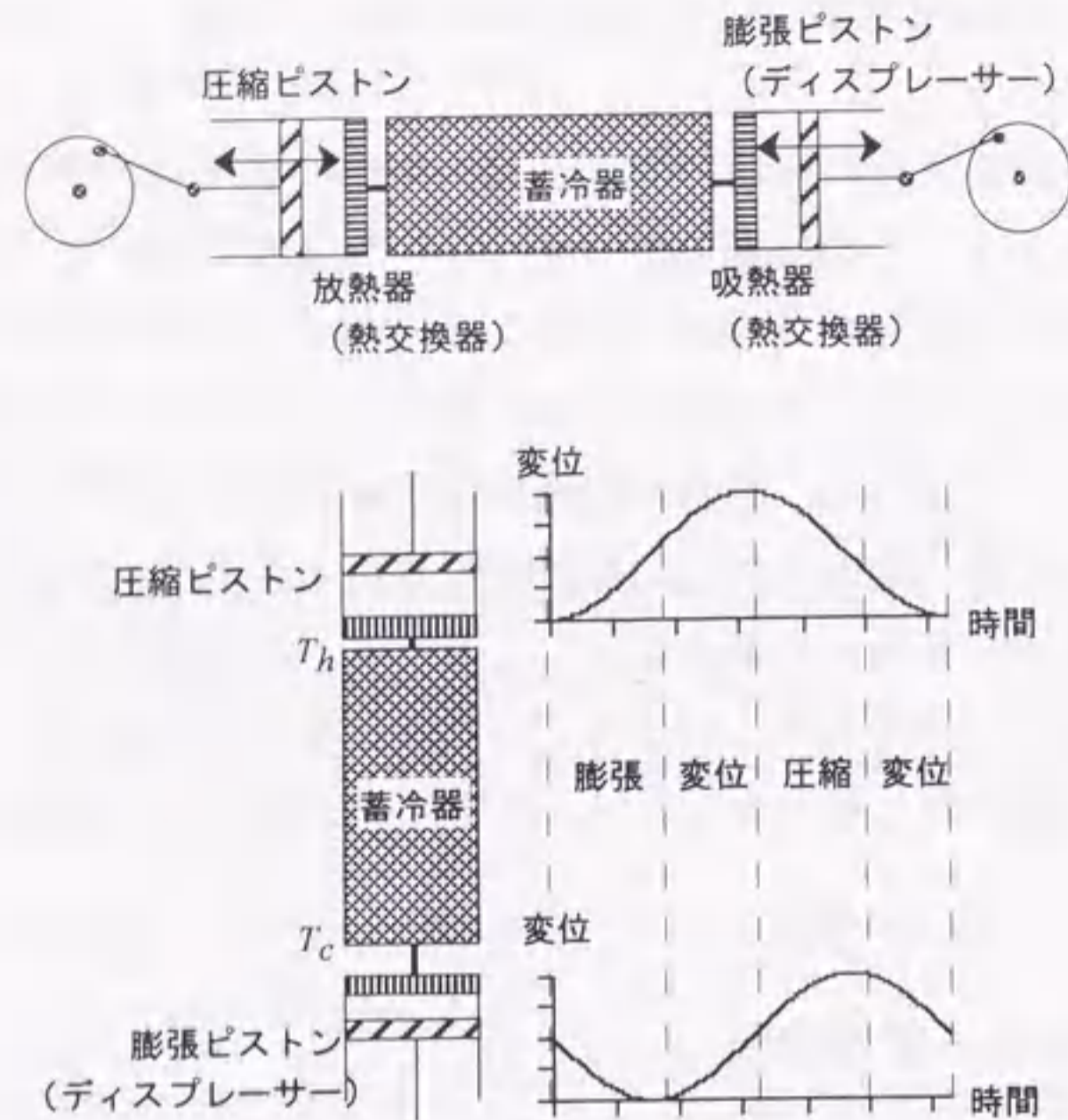


図2-1 (a)スターリング冷凍機の概略図及び(b)膨張、圧縮ピストンの変位の様子。

駆動するタイプと、気体の圧力差を用いて駆動するタイプがある。GM冷凍機はスターリング冷凍機とは異なって、圧縮ピストンを持たず、独立した圧縮機を備えていることが特徴である。また、多段化が容易であること、比較的ゆっくりとした運転周期に由来する高い耐久性を備えていることから、現在、最も広く普及している蓄冷式冷凍機である。

図2-2(b)にGM冷凍機の低温部でガスがディスプレーサーに対して行う仕事を、膨張空間の体積 V と圧力 p の関係、すなわち p - V 線図に示す。この図を使うと、GM冷凍機のサイクルは以下ようになる。ディスプレーサーが最下点（膨張空間体積が最小）にあるときに、高圧側のガスバルブを開ける。この高圧バルブを開けたまま、ディスプレーサーを上方に変位させる。最上点（膨張空間体積が最大）に達したときに、高圧のガスバルブを閉じて、低圧ガスのバルブを開ける。次に、低圧バルブを開けたまま、ディスプレーサーを最下点に変位させて、低圧側のガスバルブを閉じる。これでサイクルが完了する。

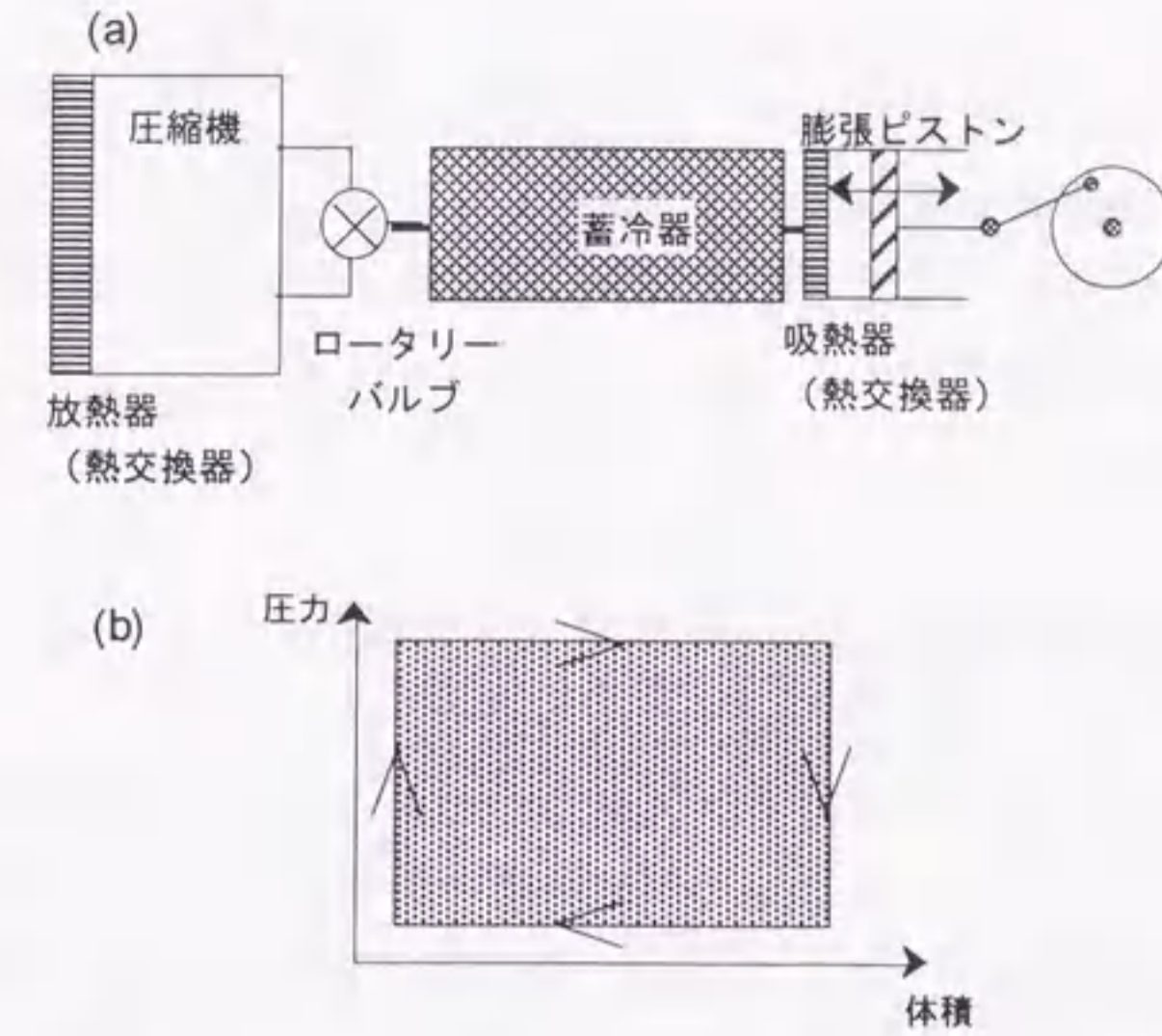


図2-2 (a) GM冷凍機の概略図及び(b)p-V線図。矢印の向きはサイクルの進行する順を示す。

パルス管冷凍機

パルス管冷凍機には、第1世代と呼ばれるGiffordが開発したベーシック型^[2]、第2世代のオリフィス型^[3]、第3世代に分類されるダブルインレット型^[4]、ダブルピストン型^[5]、4バルブ型^[6]がある。スターリング冷凍機やGM冷凍機では低温部に p - V 仕事を行うためのピストンやディスプレーサーの存在が必須であったが、パルス管冷凍機は低温部に可動部を持たないという際立った特徴がある。この特徴に由来して、パルス管冷凍機はGM冷凍機よりもさらに単純な構造をしており、また、低振動であることから、現在、高効率化へ向けて盛んに研究されている蓄冷式冷凍機である。

第2世代であるオリフィス型パルス管冷凍機の概略図を図2-3に示す。オリフィス型パルス管冷凍機の構造はスターリング冷凍機の膨張ピストンがパルス管部

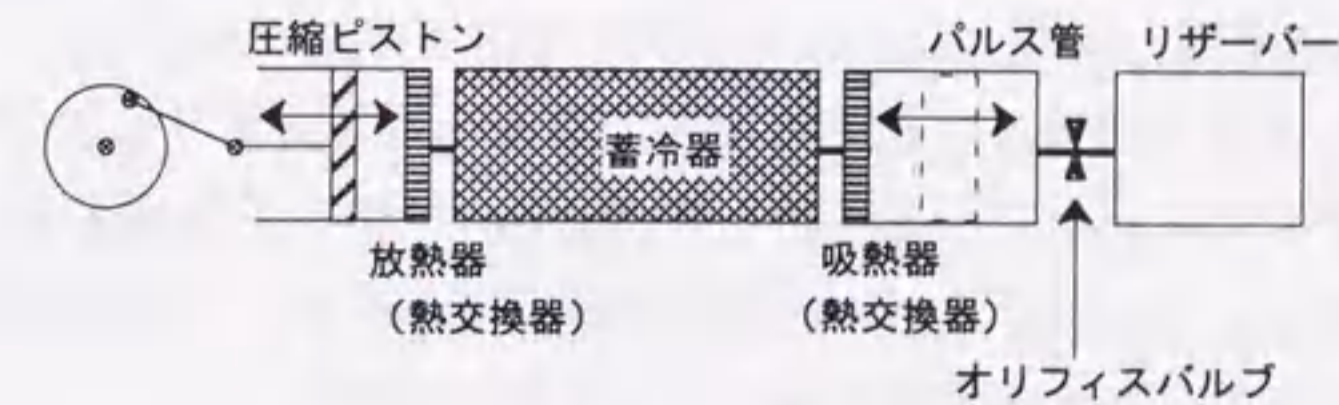


図2-3 オリフィスパルス管冷凍機の概略図

とオリフィス弁, リザーバーに置き換えられていると考えればよい. オリフィス弁が存在するために, 低温部のガスは圧力変動にすこし遅れて変位する. パルス管中に作動流体でできた圧縮性の仮想的ピストンが, スターリング冷凍機の膨張ピストンと同じように, 高温部のピストン⁷⁾とほぼ90°の位相差で変位することが冷凍の原理であると考えられている.

2. 2 熱力学的視点から眺めた蓄冷式冷凍機

蓄冷式冷凍機には, 上述のようにスターリング, GM, パルス管冷凍機があり, しかもこれらのバリエーション⁸⁾が開発されている. このような蓄冷式冷凍機に共通する構成要素として, 圧縮部, 蓄冷器, 膨張部, 位相調節機構がある. それぞれの配置は図2-4のように示すことができる.

圧縮部は蓄冷器の高温側に位置している. 圧縮部には圧縮ピストンや圧縮機があって, 冷凍機内部の作動流体に対して仕事 I_h を行っている. 既に見たように, 投入仕事はピストンやディスプレイサーなどの周期的な運動によって作り出されている. よって, 瞬間的な仕事を考えるのではなく, 1周期を単位に考えることにする. この圧縮部には必ず放熱器が附随していて, 水冷や空冷などの方法で熱 Q_h を冷凍機の外に放出している. 熱に対しても同様に1周期の間に放出された正味の熱量を考える.

蓄冷器の低温側には膨張部があって, 膨張ピストンやディスプレイサー, あるいはガスでできた仮想的なピストンがその中にある. 位相調節機構によって, 適切に作動流体の圧力変動と往復動(位置変動)の位相差を調節すれば, 冷凍機の膨張部では作動流体が膨張仕事 I_c を行うことができる. また, 膨張部には熱交換器である吸熱器があって, 熱 Q_c を冷凍機内部に吸い込んでいる.

膨張仕事の大きさを左右するのが位相調節機構である. スターリング冷凍機では圧縮ピストンと膨張ピストンの位相差を調節する為のクランク機構がある. GM冷凍機では高圧, 低圧ガスバルブの開閉のタイミングとディスプレイサーの振動運動を決定する機構が位相調節機構である. 膨張空間で描かれるp-V線図がなるべく大きくなるように圧力変動と体積変動の位相差を調節することが重要である. このため, オリフィスパルス管冷凍機では, オリフィス弁の開度に依存して, その冷凍出力が大きく変化することが知られている.

定常的に動作している冷凍機では, 温度が T_h の室温部で投入仕事 I_h を行うこ

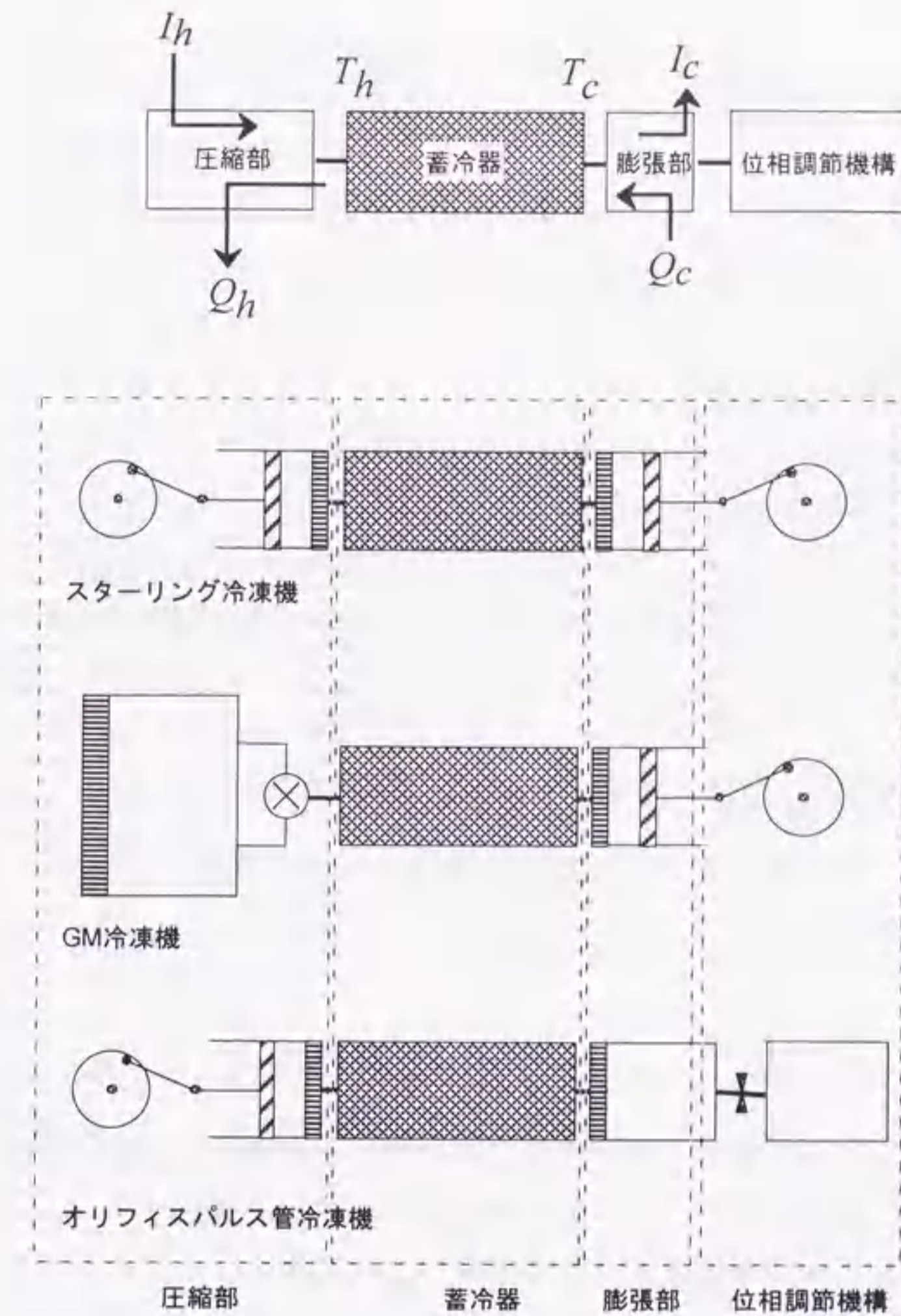


図2-4 蓄冷式冷凍機の構成の概略.

とで, 定常的に温度 T_c の低温部から Q_c だけの熱量を冷凍機内部に吸い上げている. この熱の流入に伴って, Q_c/T_c だけのエントロピーが, 定常的に冷凍機内部に吸収されているはずである. 定常的に動作するどんな熱機関も無尽蔵にエントロピーを貯え続けることは出来ず, 外部にエントロピーを放出する必要がある. 蓄冷式冷凍機の場合, 低温部で冷凍機内部に定常的に吸収されたエントロピーは, 室温部にある放熱器から冷凍機の外に運び出される. 定常的に放出されるエントロピー量は図2-4に示した蓄冷式冷凍機では Q_h/T_h である.

蓄冷式冷凍機において, 低温部で吸収したエントロピー Q_c/T_c を室温部にあ

る圧縮部にまで輸送する機能を担っているのが蓄冷器である。つまり、蓄冷器中では低温部から室温部へ向けてエントロピーの流れ S が生じている。蓄冷器の低温端ではエントロピー流量は Q_c/T_c であり、蓄冷器高温端でのエントロピー流量は Q_h/T_h である。このエントロピーの流れに伴って熱の流れ Q も生じているはずである。低温部の吸熱器で吸収された熱 Q_c は蓄冷器中を通過した後、室温部にある放熱器によって冷凍機の外部に放出されている。蓄冷器高温端から放熱器へ向かう熱流の大きさは Q_h である。

蓄冷器中にエントロピー流と熱流が存在するのと同じように、蓄冷器中にはその内部を流れる作動流体によって運ばれる仕事の流れ I も生じている。仕事の流れは熱の流れとは逆で、室温部の圧縮機から低温部の膨張部へ向かって流れる。圧縮機から投入された仕事 I_h はその大きさが蓄冷器の高温端に流れ込み、蓄冷器低温端から I_c の大きさとなって流れ出す。これが膨張部における膨張仕事である。

蓄冷器を流れる全エネルギー流は熱の流れ Q と仕事の流れ I の和で表すことができる。蓄冷器中を流れる流体の全エネルギー流はエンタルピー流 H を意味する。つまり、

$$H = I + Q \quad (2-1)$$

である。蓄冷器は通常、真空槽内に断熱的に設置されていて、周囲からのエネルギーの流れ込みはない。従って、熱力学第一法則を適用すると、蓄冷器中を流れるエンタルピー流の大きさは蓄冷器中では一定値となることがわかる。

理想的な蓄冷器の場合にこれらのエネルギーの流れを図にすると、図2-5(a)のようになる。蓄冷器高温端から低温端へ向けて軸をとったので、低温端へ向けて流れる仕事流は正、高温端へ向けて流れる熱流は負となる。理想的な蓄冷器では蓄冷器中のエントロピーの移動は可逆的に行われるはずなので、膨張部から圧縮部へ向かうエントロピー流 S の大きさは変化しない。すなわち、

$$\frac{Q_c}{T_c} = \frac{Q_h}{T_h} \quad (2-2)$$

である。(2-2)式を変形すると、

$$Q_h = \frac{T_h}{T_c} Q_c \quad (2-3)$$

となるので、低温部で吸収された熱流 Q_c は、低温部と室温部の温度比 T_h/T_c だけ増幅されて、室温部の放熱器に流れ込むことがわかる。

ここで、理想的な蓄冷器を以下のように定義しておく。蓄冷材の熱容量が作動流体であるヘリウムガスに比して十分に大きく、またヘリウムガスの流路が十分に狭くて、作動流体と蓄冷材との熱交換が100%行われるような蓄冷器である。このような理想的な蓄冷器におけるエンタルピー流 H を考える。蓄冷器中のある断面を通過する作動流体の質量流量を m とし、流体の質量当たりのエンタルピーを h 、流路の断面積を A として、蓄冷器中の流速が遅いとして運動エネルギーを無視すると、蓄冷器のある流路断面を通過するエンタルピー流は $A \cdot m \cdot h$ と表すことができる。理想気体ではエンタルピーは温度のみの関数である。理想的な蓄冷器では、図2-5(b)に示すように蓄冷器中のどの断面でも温度は一定で時間変化しない。このため、 h もまた時間変化しない。定常的な動作を行っている蓄冷器の場合には、質量流量 m は1周期積分すると0になる。結局、1周期の間の正味のエンタルピー流量 H は

$$H = \oint A \cdot m \cdot h \, dt = Ah \oint m \, dt = 0 \quad (2-4)$$

となる。つまり、理想的な蓄冷器の断面を通過するエンタルピー流 H は0である。(2-1)式の関係から、任意の断面において、

$$I + Q = 0 \quad (2-5)$$

であることが結論される。低温端と高温端に(2-4)式を適用すると、

$$I_c + Q_c = 0 \quad (2-6)$$

$$I_h + Q_h = 0 \quad (2-7)$$

となって、低温部での吸熱量は膨張仕事と大きさが等しいことがわかる。また両者が異符号であることは、流れの向きが逆であることを表している。また同様に、高温端では放熱量と投入仕事の大きさが等しく、向きも逆であることが分る。

次に、現実の蓄冷器を考える。現実の蓄冷器では、蓄冷材は熱浴と見なせる

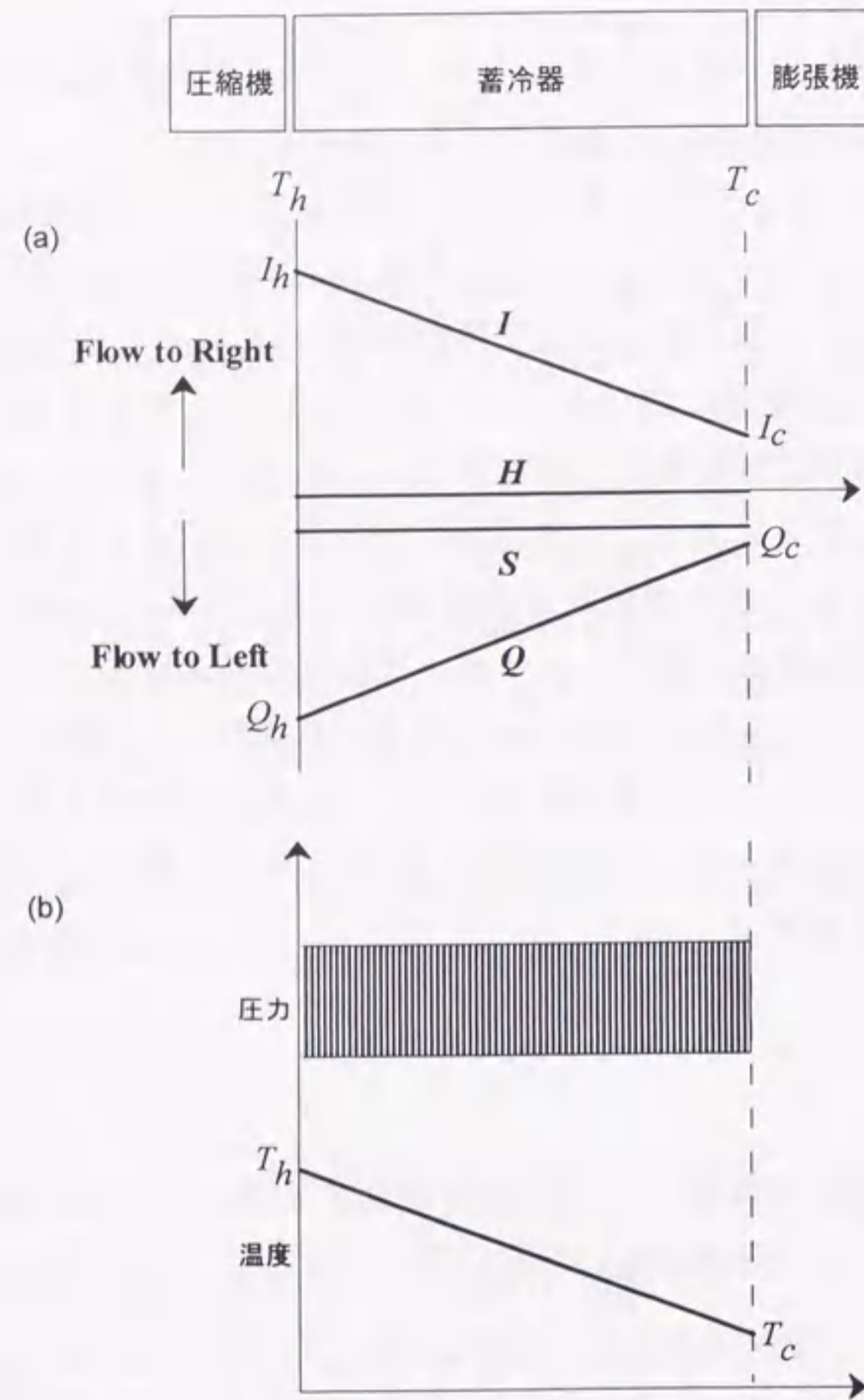


図2-5 理想的な蓄冷器内部における(a)エネルギーの流れと(b)温度及び圧力の分布. 各断面において圧力はある振幅を持って振動しているのに対して温度は位置のみの関数であり, 各断面において温度は時間変化しない.

程の熱容量を有していない. 通常, 蓄冷式冷凍機では, 作動流体は加圧された状態で高温側から低温側へ蓄冷器中を流れ, 減圧された状態で低温側から高温側へ向けて流れるように位相調節機構によって制御されているが, 蓄冷材の熱容量の不足のために, 作動流体の温度変動を抑えることができず, 図2-6(b)のように, 蓄冷器中には有限の温度振幅が生じるはずである. この場合には断面で観測される流体のエンタルピー h は温度変化と共に時間変化し, 低温端へ向けて流れる時の方が高温端へ向けて流れるときよりも作動流体の温度が高く, エンタルピーは大きくなる. その結果, 1周期の間の正味のエンタルピー流 H は0とならず, 正の値をとる.

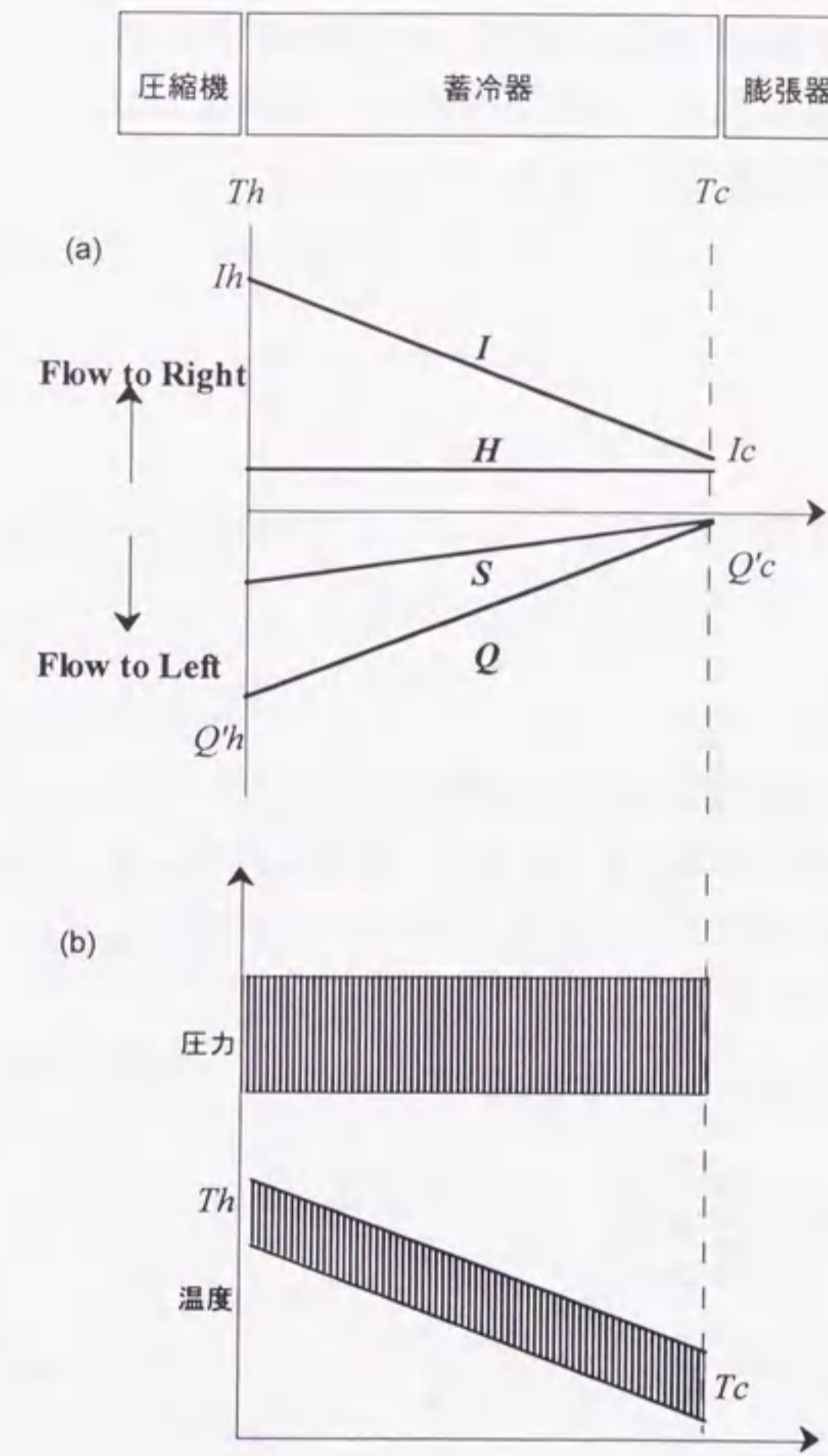


図2-6 熱損失が生じている場合の(a)エネルギーの流れと(b)温度及び圧力の分布.

先に述べたように, 蓄冷器は真空チャンバー内に断熱的に設置されているので, 外界とのエネルギーのやり取りはない. 従って, 蓄冷器中ではエンタルピー流の増減はなく, 一定値を保つ. このことから, 蓄冷器中の任意の断面において, 仕事 I , 熱 Q , エンタルピー H の各流れの流量間に次式が成り立つ.

$$H = I + Q \geq 0 \tag{2-8}$$

この結果, 膨張部で吸収する熱量の大きさは膨張仕事に比較して H だけ減少する. この様子を図2-6(a)に示した. 室温にある圧縮部から冷凍機内部の作動流

体に与える仕事と低温部にある膨張部で作動流体が外へ向けて行う仕事を先の理想的な場合とそれぞれ同じであるとする、有限なエンタルピー流のために、(2-3)式から蓄冷器低温端で

$$\dot{Q}_c = H - I_c \quad (2-9)$$

となる。

また、蓄冷器高温端で

$$\dot{Q}_h = H - I_h \quad (2-10)$$

である。このように蓄冷器の非理想性によって有限なエンタルピー流が生じている場合には、蓄冷器低温端のエンタルピー流量に比較して、高温端でのエンタルピー流量の絶対値は増大することが、次式のように(2-6)、(2-7)式を使って変形することで容易にわかる。

$$\begin{aligned} \frac{\dot{Q}_h}{T_h} - \frac{\dot{Q}_c}{T_c} &= \frac{H - I_h}{T_h} - \frac{H - I_c}{T_c} \\ &= H \left(\frac{1}{T_h} - \frac{1}{T_c} \right) - \frac{I_h}{T_h} + \frac{I_c}{T_c} \\ &= H \left(\frac{1}{T_h} - \frac{1}{T_c} \right) < 0 \end{aligned} \quad (2-11)$$

エンタルピー流量の増大のメカニズムには有限なエンタルピー流を伴わない場合もある。蓄冷器中の流路の狭さが原因となって、ヘリウムガスの粘性によって仕事の損失が生じる場合である。これは蓄冷器の圧力損失と呼ばれている。流路抵抗によって生じた摩擦に起因する不可逆性がエンタルピー増大の原因となる。圧力損失が生じている場合には、図2-7(a)に示すように、低温部に向かう程、圧力変動の振幅は小さくなるはずである。

室温部での仕事および熱を理想的な蓄冷器の場合に用いた値と同じく、それぞれ I_h 、 Q_h とおき、圧力損失のみがある場合に、膨張部での仕事 I_c と熱 Q_c がどのようなになるかを調べる。 I_h と Q_h の間に(2-7)式が成り立つので、エンタルピー流量は0である。従って、膨張部では

$$\dot{I}_c + \dot{Q}_c = 0 \quad (2-12)$$

が成り立つ。さらに、エンタルピー流量の増分を $S^p (< 0)$ とおくと、低温端でのエンタルピー流量 \dot{Q}_c/T_c と、高温端での値 \dot{Q}_h/T_h の間に

$$\frac{\dot{Q}_h}{T_h} = \frac{\dot{Q}_c}{T_c} + S^p \quad (2-13)$$

が成り立つ。これを变形して、

$$\dot{Q}_c = \frac{T_c}{T_h} \dot{Q}_h - T_c \cdot S^p \quad (2-14)$$

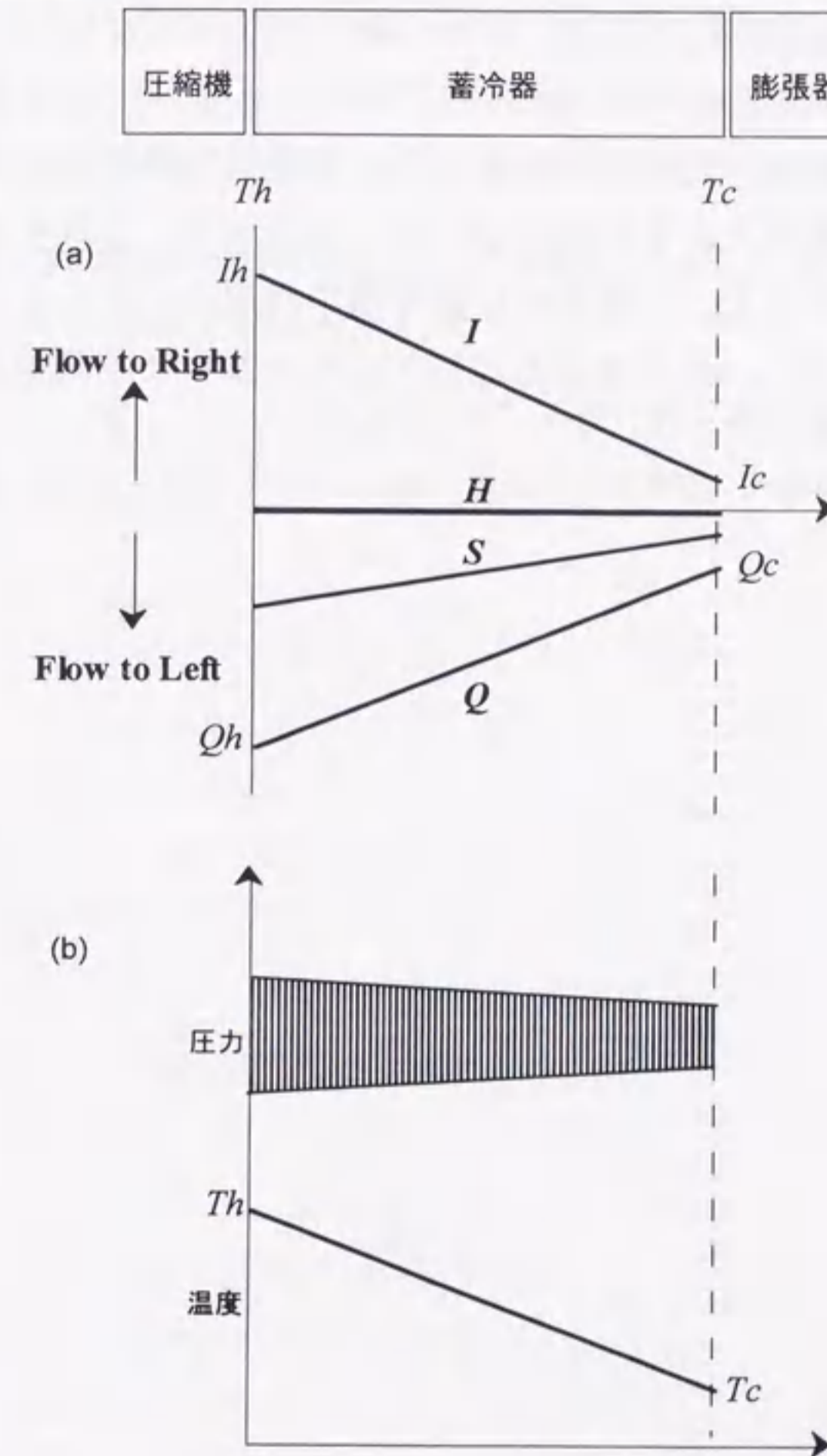


図2-7 圧力損失が生じている場合の(a)エネルギーの流れと(b)温度及び圧力の分布。

を得るが、 $-T_c \cdot S^p$ は正の値をとることと、(2-3)式が成り立つことを用いると、

$$\dot{Q}_c'' > \dot{Q}_c \quad (2-15)$$

$$\dot{I}_c'' < \dot{I}_c \quad (2-16)$$

である。蓄冷器中で圧力損失が生じることで、低温部での仕事は減少し、このために吸熱量も小さくなることがわかる。この様子を図2-7に示した。

このように、蓄冷器の非理想性には熱に関する熱損失と粘性に関する圧力損失の2つがある。GM冷凍機のように低温部にディスプレイサーを有する蓄冷式冷凍機では、そこでの圧力変動を測定することで膨張仕事の大きさを評価することができる。膨張仕事の大きさが既知ならば、冷凍出力、つまり低温部の吸熱量は熱損失だけで決定される。本研究では蓄冷器の熱損失に注目して、蓄冷材の熱特性や幾何学的な形状と、蓄冷器中のエンタルピー流量と熱流量がどのような関係にあるか、を調べる。

参考文献

- [1] 井上龍夫：第6回低温工学サマーセミナーテキスト(1994)
- [2] W.E. Gifford and G.H. Kyanka : Adv. Cryo. Eng. **12** (1967) 619
- [3] E.I. Mikulin, A. Tarasov, and P. Shkrebyonock : Adv. Cryo. Eng. **29** (1984) 629
- [4] S. Zhu, P. Wu and Z. Chen : Cryogenics **30** Sept. Supplement (1990) 257
- [5] Y. Ishizaki and E. Ishizaki : Proc. 7th International Cryocooler Conf. (1993) 140
- [6] Y. Matsubara, K. Tanida, J.L. Gao, Y. Hiresaki and M. Kanako : Proc. 4th Joint Sino-Japanese Seminar on Cryocoolers and Concerned Topics, Beijing (1993) 54
- [7] パルス管冷凍機の構成は非常に柔軟で、GM冷凍機と同様に冷凍機本体とは独立した圧縮機で運転されるパルス管冷凍機も存在する。
- [8] GM, スターリング, パルス管冷凍機の他に開発された蓄冷式冷凍機には, ヴィルミエ (Vuilleumier) 冷凍機, Higa-Cycle冷凍機, ソルベイ (Solvay) 冷凍機がある。

第3章 冷凍出力と蓄冷材の体積比熱、粒径の関係

3.1 序

ここ10年の間にギフォードマクマホン (Gifford-McMahon以下, GMと略す) 冷凍機の性能は著しく向上した。その能力は液体ヘリウム温度において, 1 W級の冷凍能力を示す^[1]までになった。この成果は優秀な磁性蓄冷材の開発に負うところが大きい。橋本らはErとNiをベースとした種々の組成の金属間化合物を磁性蓄冷材として開発^[2-3]し, 実際にGM冷凍機に搭載してその到達温度を低下させることに成功した。また, 彼等は異なる磁気転移温度を有する磁性蓄冷材を蓄冷器の温度勾配に沿って積層する^[4]ことで, 単一の磁性蓄冷材を使用するよりもさらに冷凍機の能力が向上することを示した。さらに優秀な材料を開発するために, 著者も独自にEr-Ag合金を磁性蓄冷材として開発した^[5-6]。Er-Ag合金は15-20Kに磁気転移温度を有していることと, デバイ温度が約140Kと比較的低いことから, 従来の蓄冷材である鉛に比較して低温で大きな体積比熱を示す。またこの合金系は体積比熱が大きいだけでなく, 熱伝導率が高いことが特徴である。実際, これらの合金を蓄冷材としたGM冷凍機は, 鉛を蓄冷材とした場合よりも到達温度が低く, また低温での冷凍能力も勝っていることが示された^[7]。

このように, GM冷凍機の出力を向上させるためには, 大きな体積比熱を有する磁性蓄冷材が必須であることは広く知られるようになった。しかしながら, 蓄冷材の比熱の大きさがヘリウムガスとの熱交換に及ぼす効果, また冷凍出力にどのように反映されるかなど, 蓄冷器内部でのヘリウムガスと蓄冷材の熱交換に対する理解はその性能の向上に比べて進んでいない。蓄冷器に対する解析が進んでいない最大の理由は, 蓄冷器損失を評価した例がないことに起因すると考えられる。

これまで, GM冷凍機の性能は膨張空間でのエネルギーバランスを評価することで解析されてきた^[8-10]。理想的なGM冷凍機の冷凍出力は膨張空間での膨張仕事と等しいはずである。ところが, 蓄冷器損失, シャトルロス^[11], 伝熱損失, 放射損失による損失熱量が存在するために, 実際の冷凍機出力は膨張仕事よりもこれらの損失熱量分だけ小さくなる。原理的には, 冷凍出力, 膨張仕事と蓄冷器損失以外の損失を定量的に評価することができれば, 蓄冷器損失を議論することが出来る。ところが, これらの損失熱量について, 信頼できる程のデータは得られていない^[12]。その結果, 冷凍出力の評価からは蓄冷器の性能を浮き彫りにする

ことは出来ないままである。また先に述べたように, 蓄冷器損失そのものを評価した例もこれまでにない。

こうした状況を踏まえて我々は, 蓄冷器損失, すなわち蓄冷器から膨張空間に流れ込むエンタルピー流量を評価することが蓄冷器の理解への第一歩であると考えた。また得られたエンタルピー流量と蓄冷材の熱特性および幾何学的因子との相関を明らかにするために, 蓄冷器の内部の温度変化を測定することを計画した。この目的を達成するために, 市販のGM冷凍機に改良を施して, 第2段膨張空間の内部, および第2段蓄冷器内部の温度の時間的, 空間的变化を測定可能にした^[13]。また蓄冷器として, 直径が0.2, 0.5, 1.0mmの鉛の球状粉と直径が0.2mmの銅の球状粉を充填した蓄冷器を用意して, それぞれの蓄冷器について, 温度と圧力を同時測定することで, 蓄冷器から膨張空間に流れ込むエンタルピー流量を算出した。算出したエンタルピー流量の温度依存性と蓄冷器中の温度勾配の観測から, 蓄冷材の持つ熱特性と幾何学的特性がヘリウムガスとの熱交換過程にどのような影響を与えるかについて考察した^[14]。

3.2 GM冷凍機および実験方法

本実験では, 市販されている2.8kW出力のアイシン精機株式会社製GA-08A型GM冷凍機を改良して実験を行った。図3-1(a)にその概略図を示す。使用した冷凍機は2段型冷凍機である。高温側シリンダーを第1段シリンダー, 低温側シリンダーを第2段シリンダーと呼ぶ。また, 蓄冷器, 膨張空間, 冷凍ステージについても同様に, 高温側を第1段, 低温側を第2段と呼んで区別する。第1, 2段シリンダーの内径はそれぞれ, 55mmと26mmである。材質はSUS304製で, 熱伝導による損失をできるだけ少なくするために, 肉厚は0.5mmと薄くした。第2段シリンダーの外周には電気ヒーターを巻き付けて, 任意の熱入力を加えられるようにしてある。ある熱入力の下で冷凍機が定常的に運転しているとき, その熱入力をその動作温度での冷凍出力と呼ぶ。ディスプレイサーのストロークは24mmである。ディスプレイサーと圧力バルブの開閉の位相関係は製造元であるアイシン精機に問い合わせた。第2段ディスプレイサーと第1, 2段蓄冷器容器はベークライトでできている。第1段の蓄冷器はディスプレイサーと一体になっていて, 内部には蓄冷材として180meshの銅の網を多数積層している。

本研究では, 図3-1(a)に示すように, 第2段蓄冷器を第2段ディスプレイサーと分離した。すなわち, 冷凍機の運転中も第2段蓄冷器は空間的に運動しな

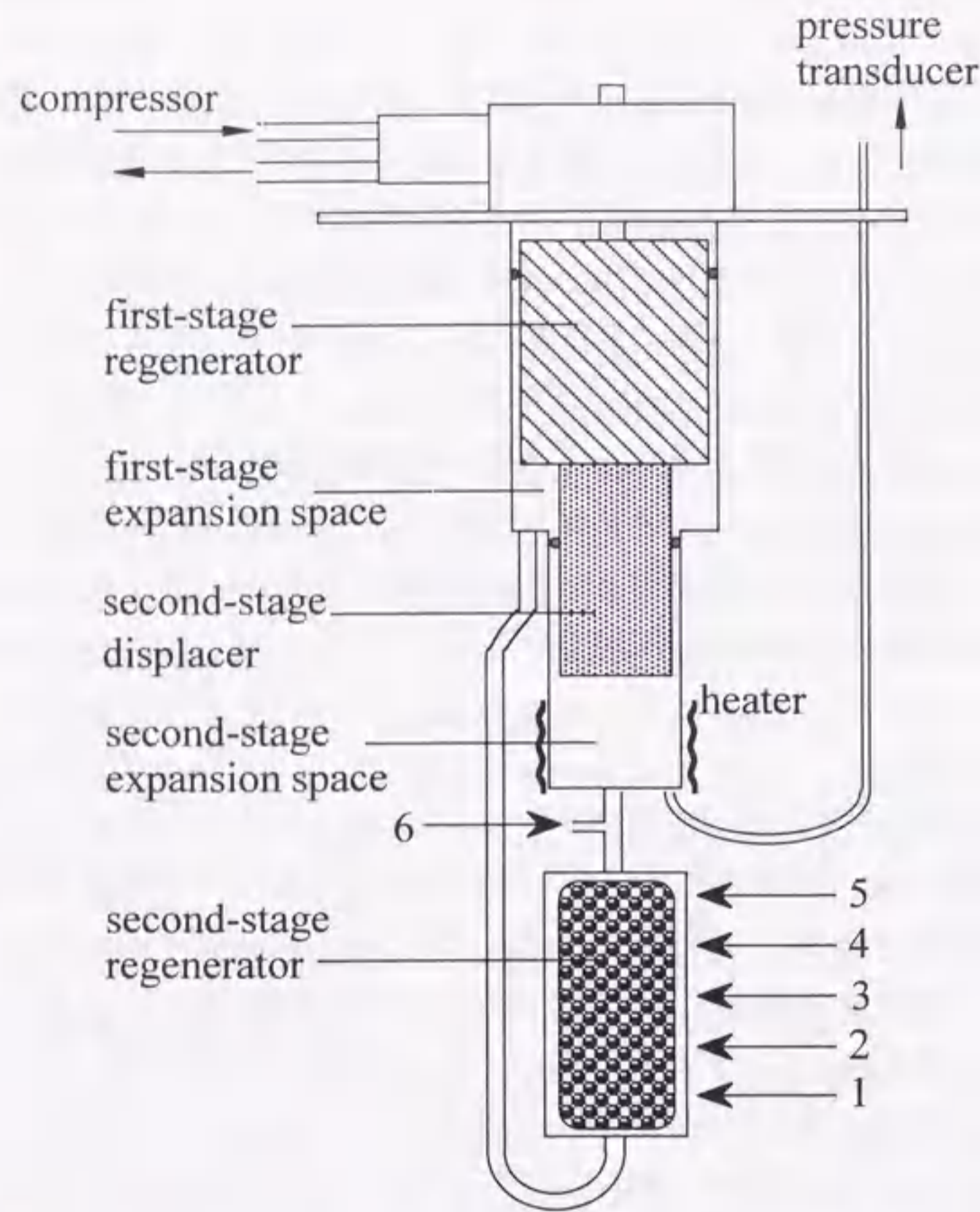


図3-1(a) 実験で使用した2段階GM冷凍機の概略図。図中、1から6までの数字は熱電対によって温度測定を行った場所を表す。

いような改良を施した。この改良により、蓄冷器内部に多数の熱電対を挿入し、温度分布を測定することが可能になった。この様子を図3-1(b)に示す。使用した温度計は直径0.25mmのAu(Fe)-Chromel熱電対(岩谷ガス株式会社製)である。熱電対の先端はその熱容量がなるべく小さくなるように、注意深く溶接した。溶接した熱電対の先端を内径が0.6mmの銅製の筒から0.5mmほど突き出るように絶縁ワニスで接着した。さらに、この銅製の筒におさめた熱電対を蓄冷器の側面に

開けた穴から内部に挿入し、熱電対の先端が蓄冷器の中心にくるように再び絶縁ワニスで銅製の筒とベークライト製の蓄冷器容器と接着した。

温度は図3-1(a)中に示されているように、“1”から“5”までの数字で示した位置と、“6”と示されている第2段階蓄冷器と第2段階膨張空間を結ぶパイプ内部において測定した。本実験では位置“6”の平均温度を冷凍機の動作温度と呼ぶことにする。熱電対の他端は銅線とハンダ付けし、蒸留水の氷水につけたガラス管に挿入して冷接点とした。熱電対の出力はデジタルボルトメータ(Keithley, Multimeter 2000)によって測定した。測定した熱起電力はデジタルボルトメータからパーソナルコンピュータ(NEC, PC-9801VX)に転送して温度に換算した。製造元の保証する熱電対の校正誤差は0.1Kであるが、念のため、液体窒素温度で新たに校正し直して、温度計測に使用した。

第2段階蓄冷器用の蓄冷材として、直径が0.2, 0.5, 1.0mmの鉛の球状粉と直径が0.2mmの銅の球状粉を使用した。第2段階蓄冷器の内径は18mmで、深さは95mmである。この蓄冷器の内容積は24ccであるが、蓄冷材は21cc分充填した。残りは蓄冷材がもれるのを防ぐため、それぞれ直径が18mmのフェルトと180meshの銅製の網を蓄冷器の両側共に充填した。どの蓄冷材の場合も充填率はほぼ60%であった。

第2段階膨張空間内部の圧力変動を観測するために、第2段階シリンダーの底に内径3mmのSUS304製の管を溶接し、他方を室温部まで延長した。室温部において、この管に圧カトランスデューサー(Toyoda Kouki, PMS-3M-5M)を取り付け、刻々の圧力変動 $P(t)$ を測定した。圧カトランスデューサーの出力電圧を直流アンプ(Toyoda Kouki, AA4500)で増幅し、トランジエントコンバーター(Riken Densi, TCDC 12-4000)で測定した後、パーソナルコンピュータに転送し、圧力に換算した。冷凍機運転中の平均圧力は約12atmで圧力変動の振幅は約7atmである。温度と圧力測定の同時性は事前に確認した。

時刻 t での第2段階蓄冷器と第2段階膨張空間を結ぶパイプ内部のヘリウムガ

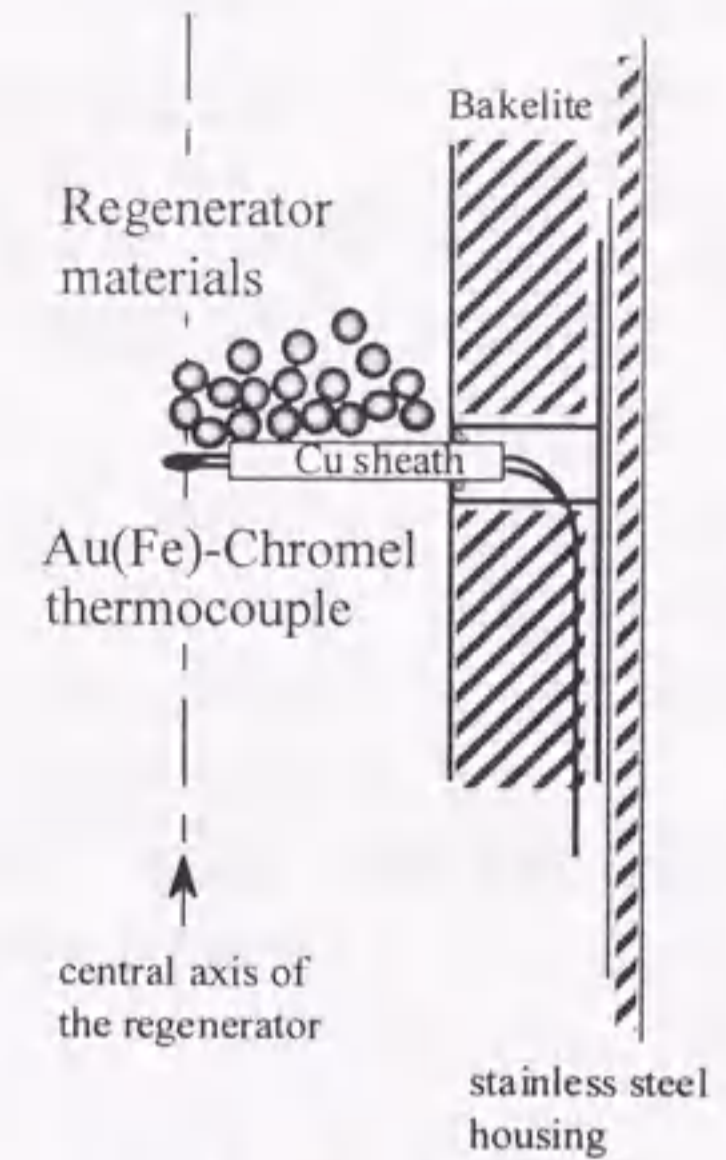


図3-1(b) 蓄冷器中に挿入された熱電対の様子。

スの質量当たりのエンタルピー $h(t)$ 、および密度 $\rho(t)$ は“6”の位置で測定された温度と圧力を用いて、文献[15]を参照して内挿法により決定した。“6”の位置を通過するガスの質量流量 \dot{m} は、そこを通過するガスの流れが1次元的であると仮定して、連続の方程式を用いて次式により求めた。

$$\dot{m} = \frac{\rho(t+\Delta t) \cdot V(t+\Delta t) - \rho(t) \cdot V(t)}{\Delta t} \quad (3-1)$$

ここで、 $V(t)$ は膨張空間の体積、 Δt は測定の時間間隔で、およそ17msである。冷凍機の運転周期 τ はおよそ1.2秒なので、1周期当たりの測定点の数は70点ほどである。

3.3 GM冷凍機の原理

この節では、定常的に動作しているGM冷凍機の第2段膨張空間でのエネルギーバランスを考える。図3-2(a)には模式的に、第2段膨張空間、熱入力や損失熱量を吸収するための熱交換器、第2段蓄冷器の低温部分、第2段ディスプレイーサーと第2段シリンダーのそれぞれ低温部分が示してある。膨張空間と熱交換器を合わせて一つの系と考えると、全系が同一の温度であるとする。圧力変動とディスプレイーサーの往復運動により、膨張空間では図3-2(b)に示すような有限の膨張仕事をヘリウムガスはディスプレイーサーに対して行っている。時間変化する圧力とディスプレイーサーの変位に伴って、ヘリウムガスは系に入出力するが、図3-

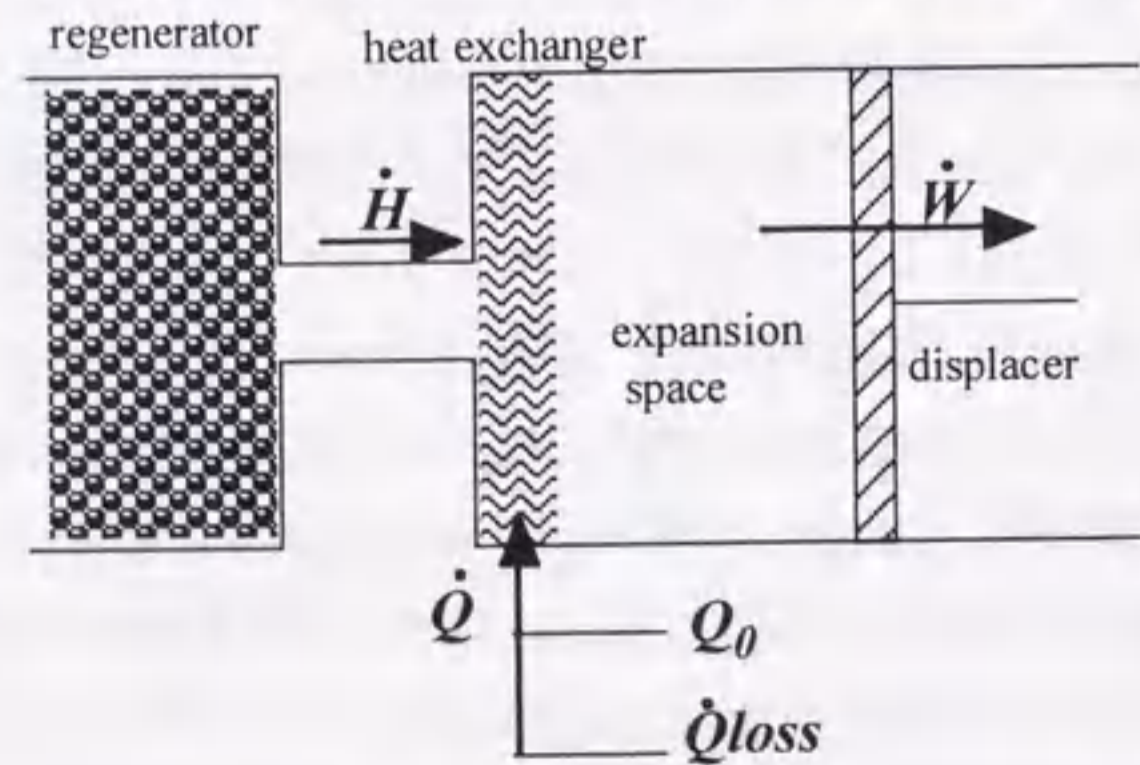


図3-2(a) GM冷凍機の低温部でのエネルギーバランスを表す模式図。

2(b)に示したような圧力変動とディスプレイーサーの往復運動の場合には、高压のガスが蓄冷器から系内に流入し、低压のガスが系から蓄冷器へ流出している。

こうしたヘリウムガスの往復運動に伴ってエネルギーもまた、系内に流入している。ヘリウムガスの流速が遅いと思なして、その運動エネルギーを無視する^[16]と、ガスの運ぶエンタルピーの流れを全エネルギー流と考えればよい。ガスの往復運動が周期的であるために、エンタルピーもまた周期的な流れとなって系内に入出力している。第2段膨張空間内部でガスはディスプレイーサーに対して仕事をするので、熱を熱交換器から吸い込むことができる。これらの熱力学的な量はヘリウムガスの運動の周期 τ に合わせて周期的な変動をしている。単位時間当たりに流れ込むエンタルピー量、吸い上げる熱量、行う仕事量を \dot{H} 、 \dot{Q} 、 \dot{W} とし、またすでに系内にあるガスの内部エネルギーの変化量を \dot{U} とすると、これらの間には熱力学第1法則が成り立っている。

$$\dot{H} + \dot{Q} = \dot{U} + \dot{W} \quad (3-2)$$

ただし、ここではすべての量が正となるようにそれぞれの符号を決める。(3-2)式を1周期に渡って、時間積分する。定常的に動作している冷凍機では、系内の内部エネルギーもまた周期的に変動するが、その1周期にわたる正味の変化量は0である。従って、(3-2)式は

$$\langle \dot{H} \rangle = \langle \dot{W} \rangle - \langle \dot{Q} \rangle \quad (3-3)$$

となる。ここで改めて熱力学量を $\langle \rangle$ で囲むことにより、一周期に渡る時間平均を表すことにする。すなわち、

$$\langle \dot{W} \rangle = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} p(t) \frac{dV(t)}{dt} dt \quad (3-4)$$

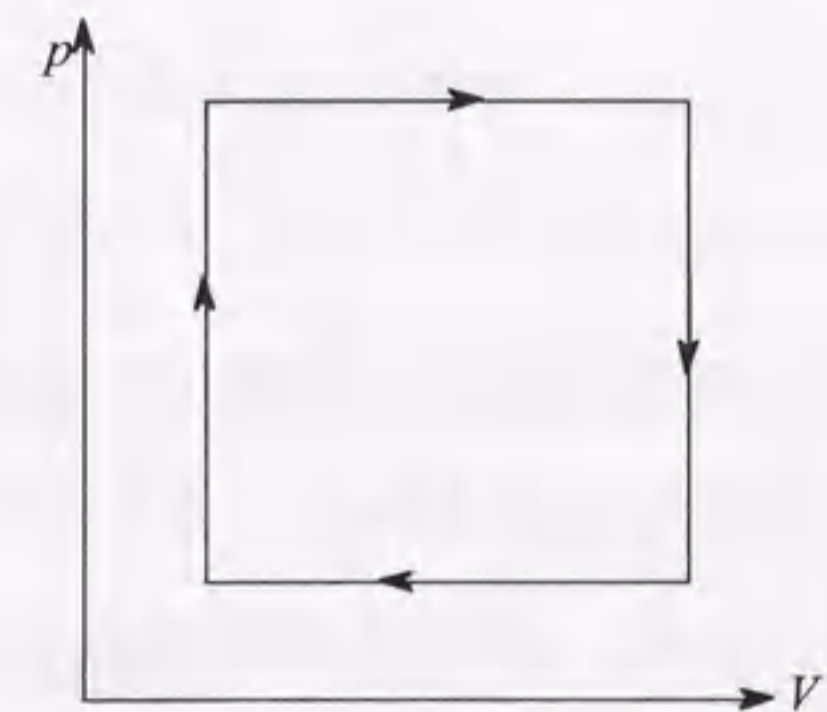


図3-2(b) GM冷凍機に対する模式的なp-V線図。描かれる図形は時計方向に回転しており、ヘリウムガスがディスプレイーサーに対して仕事を行うことを表している。

であり、また、

$$\langle \dot{H} \rangle = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \dot{H} dt = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \dot{m}(t) h(t) dt \quad (3-5)$$

である。 $\langle \dot{W} \rangle$ は図3-2(b)に示したようなp-V線図の面積(膨張仕事)を周期でわった量、 $\langle \dot{H} \rangle$ は1周期の間に系に流れ込む正味のエンタルピー流量(以下ではエンタルピー流量と呼ぶ。)である。

理想的な蓄冷器の場合には、蓄冷器から膨張空間に流れ込むエンタルピー流量 $\langle \dot{H} \rangle$ は0となるので、(3-3)式からただちに、ガスが1周期の間に吸い込む正味の熱量(以降では単にガスの吸い込む熱量と呼ぶ) $\langle \dot{Q} \rangle$ は膨張仕事 $\langle \dot{W} \rangle$ と等しくなることがわかる。実際の蓄冷器の場合には、有限のエンタルピー流量 $\langle \dot{H} \rangle$ が存在するので、その分だけ $\langle \dot{Q} \rangle$ は $\langle \dot{W} \rangle$ よりも小さくなる。つまり $\langle \dot{H} \rangle$ が小さい程、よい蓄冷器である。このことから、 $\langle \dot{H} \rangle$ は蓄冷器の能力を表す量であることが分り、この意味で $\langle \dot{H} \rangle$ を蓄冷器損失と呼ぶ。

さらに、本章第1節で述べたように、シャトルロス、伝熱損失、放射損失による損失が存在するが、これらを合わせて、 $\langle \dot{Q}_{loss} \rangle$ と呼ぶ。 $\langle \dot{Q}_{loss} \rangle$ が存在しないような理想的な冷凍機では冷凍出力 \dot{Q}_0 (冷凍出力は通常、電気ヒーターなどの定常的な熱負荷として与えられるので、時間平均を表す $\langle \rangle$ は省略した。)は $\langle \dot{Q} \rangle$ と等しくなるが、実際の冷凍機では必ず $\langle \dot{Q}_{loss} \rangle$ が存在し、その分だけ、冷凍出力 \dot{Q}_0 は $\langle \dot{Q} \rangle$ よりも減少する。すなわち、

$$\dot{Q}_0 = \langle \dot{Q} \rangle - \langle \dot{Q}_{loss} \rangle \quad (3-6)$$

が成り立つ。(3-3)式と(3-6)式を用いて整理すると、

$$\dot{Q}_0 = \langle \dot{W} \rangle - [\langle \dot{H} \rangle + \langle \dot{Q}_{loss} \rangle] \quad (3-7)$$

となる。したがって、現実の冷凍機の冷凍出力 \dot{Q}_0 は、蓄冷器損失 $\langle \dot{H} \rangle$ とその他の損失熱量である $\langle \dot{Q}_{loss} \rangle$ の和の分だけ、 $\langle \dot{W} \rangle$ よりも減少するので、これらの量を如何に小さく押さえるかが、冷凍機の性能向上に直結する。本実験においては $\langle \dot{H} \rangle$ と $\langle \dot{Q}_{loss} \rangle$ をそれぞれ、蓄冷器損失、与えられた冷凍機に固有の損失と見なし、それぞれが独立に振る舞うと仮定して以降の実験を行った。すなわち、 $\langle \dot{Q}_{loss} \rangle$ は蓄冷材によらず、今回用意した個々の蓄冷材が充填された蓄冷器の能力は $\langle \dot{H} \rangle$ によって決定されるとの前提に立って、蓄冷材の材質や体積比熱の温度依存性、および、球状粉直径と冷凍出力の相関を調べた。

3.4 実験結果および考察

3.4.1 エネルギーバランス

最初に、直径が0.2mmの鉛の球状粉を蓄冷材とした場合の結果について述べる。膨張仕事 $\langle \dot{W} \rangle$ は(3-4)式に測定した圧力と膨張空間の体積を代入して求めた。対応する第2段膨張空間におけるp-V線図を図3-3に示した。熱入力の下と共に、1周期中の最大圧力が徐々に減少し、また最低圧力が徐々に増加する結果、p-V線図に描かれる面積が減少する様子が分る。これは膨張仕事の低下を示

している。図3-4に $\langle \dot{W} \rangle$ とヒーターによる熱入力である冷凍出力 \dot{Q}_0 を冷凍機動作温度 T_c の関数として示した。図3-3, 図3-4から分るように, 動作温度 T_c が低下するにつれ, 膨張仕事 $\langle \dot{W} \rangle$ は徐々に減少する。これは温度の低下によりシリンダー内のヘリウムガスの密度が増加し, そのため, 圧縮機内にあるヘリウムガス量が減少した結果, 最大圧力と最低圧力の差が小さくなるためであると考えられる。一方, 冷凍出力 \dot{Q}_0 が T_c の低下と共に急激に減少する様子も図3-4から分る。また40Kという高温でも冷凍出力 \dot{Q}_0 は $\langle \dot{W} \rangle$ よりも4Wほど小さな値を示し, \dot{Q}_0 は $\langle \dot{W} \rangle$ と一致しなかった。

ヘリウムガスの単位質量当たりのエンタルピー $h(t)$ を測定した温度と圧力の関数として, 内挿法により文献[15]を参照して求めた。求めた $h(t)$ と, (3-1)

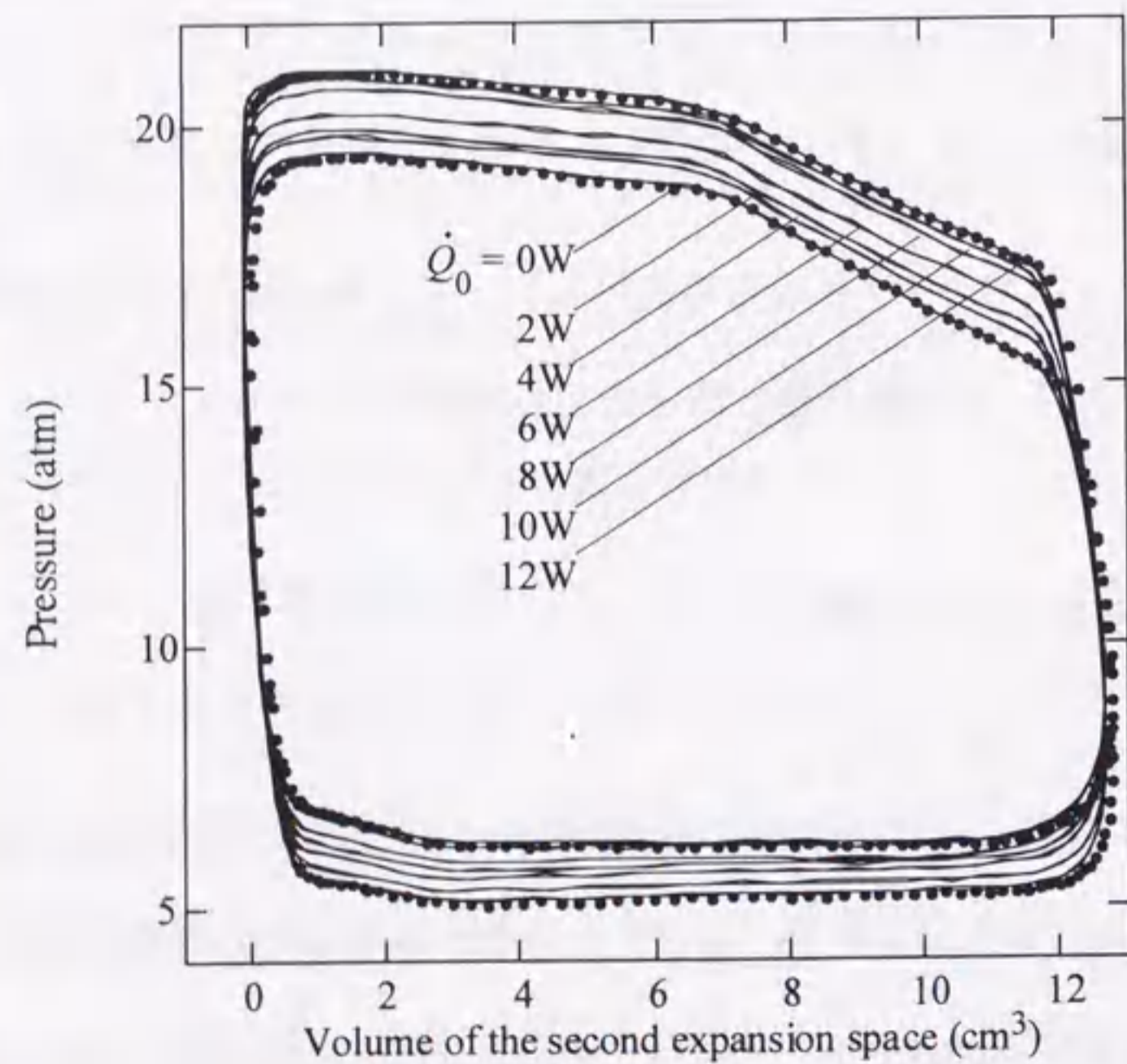


図3-3 直径が0.2mmの鉛の球状粉の場合に測定されたp-V線図。
 $Q_0=0W$ は最低到達温度である11.6Kのデータである。 Q_0 の増加と共に動作温度は増加する。

式に従って算出した質量流量 \dot{m} を(3-5)式に代入して, 蓄冷器から膨張空間に流れ込むエンタルピー流量 $\langle \dot{H} \rangle$ を算出した。 $\langle \dot{W} \rangle$ と $\langle \dot{H} \rangle$ の差 $\langle \dot{W} \rangle - \langle \dot{H} \rangle$ を計算し, 動作温度の関数として図3-4に合わせて示した。 $\langle \dot{H} \rangle$ に相当する量は図3-4に灰色で示した。(3-3)式から分るように, $\langle \dot{W} \rangle - \langle \dot{H} \rangle$ はヘリウムガスの吸い込む熱量 $\langle \dot{Q} \rangle$ に相当する。40Kほどの比較的高温では, 膨張仕事 $\langle \dot{W} \rangle$ に匹敵するような

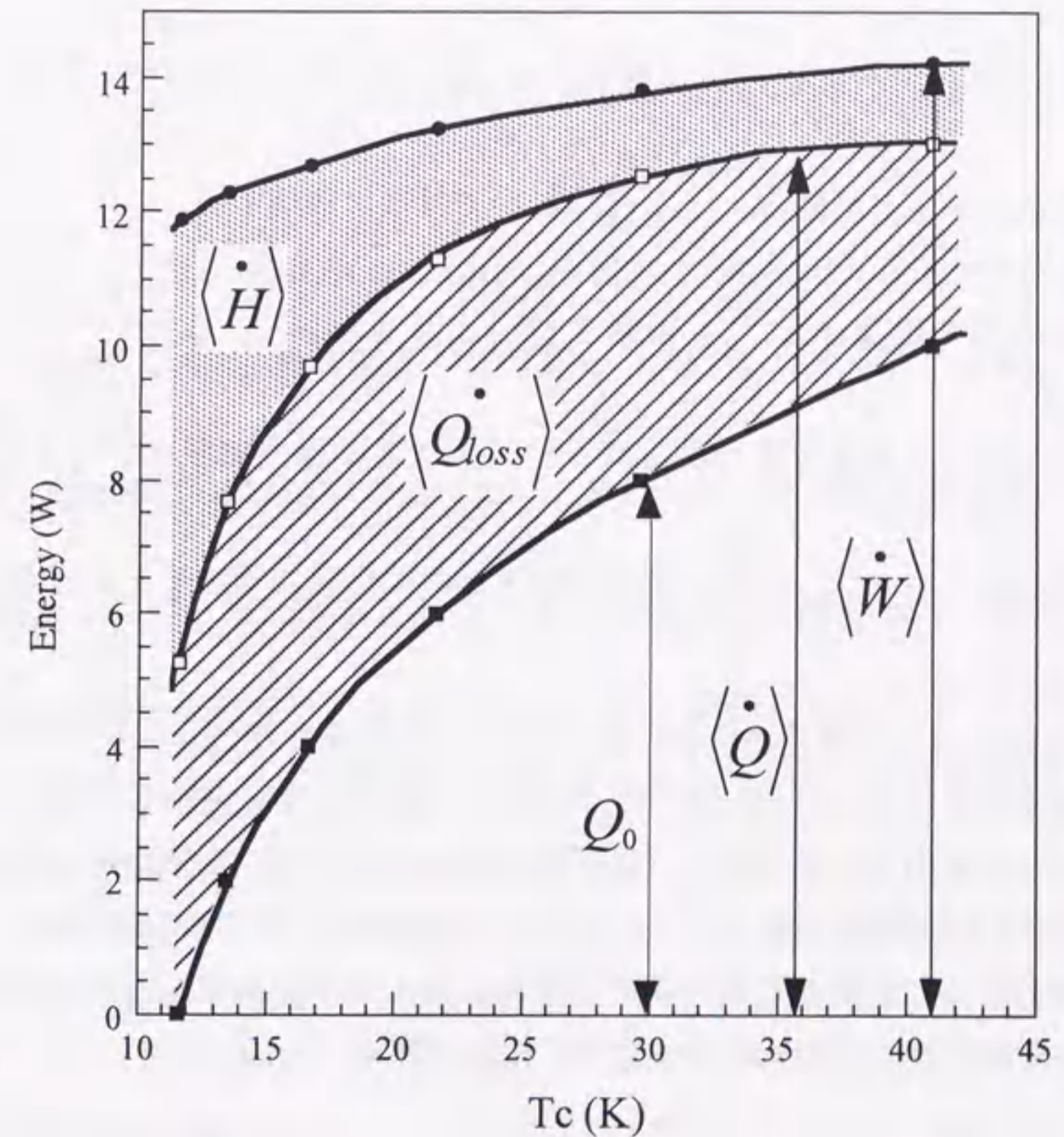


図3-4 GM冷凍機の低温端でのエネルギーバランスの温度依存性。冷凍出力 \dot{Q}_0 の温度依存性がエンタルピー流量 $\langle \dot{H} \rangle$ に大きく依存していることが分る。

大きさの熱量 $\langle \dot{Q} \rangle$ をヘリウムガスが吸い込んでいることが分る。しかし、最低到達温度では $\langle \dot{W} \rangle$ のおよそ半分以下の熱量しか吸い込むことができない。これは蓄冷器損失であるエンタルピー流量 $\langle \dot{H} \rangle$ が動作温度の低下と共に急激に増加することが原因である。

先の節で述べたように、実際の冷凍機には固有の熱損失 $\langle \dot{Q}_{loss} \rangle$ が存在する。 $\langle \dot{Q}_{loss} \rangle$ は(3-6)式から、差 $\langle \dot{Q} \rangle - \dot{Q}_0$ で与えられる。図3-4に斜線をつけた領域で $\langle \dot{Q}_{loss} \rangle$ を示した。 $\langle \dot{Q}_{loss} \rangle$ の温度依存性は $\langle \dot{H} \rangle$ に比べて穏やかであり、4から5Wの値を示すことが分る。 $\langle \dot{Q}_{loss} \rangle$ については後に議論する。

これらの結果から、 \dot{Q}_0 が常に $\langle \dot{W} \rangle$ よりも小さく、また $\langle \dot{W} \rangle$ が有限であるにもかかわらず到達温度である11.9Kで0になるのは、有限な $\langle \dot{H} \rangle$ と $\langle \dot{Q}_{loss} \rangle$ が存在すること、および、 $\langle \dot{H} \rangle$ が温度の低下と共に急激に増加することが原因であることが分かった。

同様の実験を直径が0.5mmと1.0mmの鉛の球状粉、また0.2mmの銅の球状粉を蓄冷材とした場合についても行った。図3-5に今回使用した蓄冷材について測定した冷凍出力をまとめた。同じ直径の鉛と銅では、全測定温度範囲で鉛の方が蓄冷材として優秀であることが分る。また直径について比較すると、0.2mmの球状粉がもっとも優秀であることが分かった。以下の節ではこれらの冷凍出力の違いについて蓄冷器内部の温度分布を用いて議論する。

3. 4. 2 鉛と銅の比較

図3-6に直径が0.2mmの鉛と銅をそれぞれ充填した蓄冷器を使用した場合

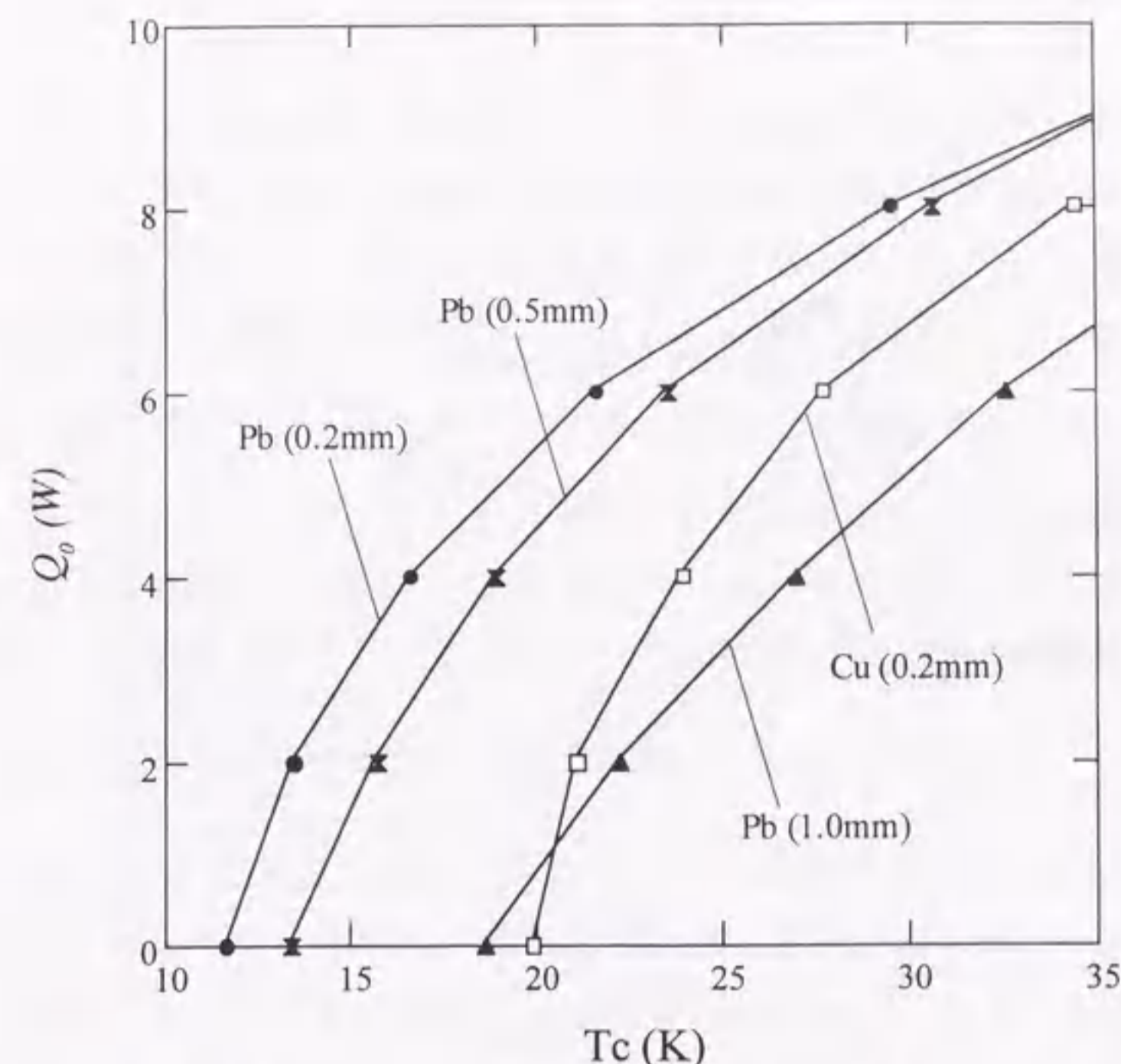


図3-5 今回使用した蓄冷材について測定された冷凍出力の温度依存性。

のGM冷凍機について、動作温度 T_c の関数として、エンタルピー流量 $\langle \dot{H} \rangle$ を膨張仕事 $\langle \dot{W} \rangle$ で規格化した量 H_r をパーセントで示した。理想的な蓄冷器の場合には動作温度によらず、 H_r は0%となる。また、 $\langle \dot{Q}_{loss} \rangle$ の存在しない蓄冷式冷凍機がその到達温度で動作しているときには、 H_r は100%になる。

直径が0.2mmの鉛を充填した蓄冷器の場合、30K以上の高温で H_r は10%程度と比較的低い値を保持している。ところが、 T_c の減少に伴って H_r は急激に増加し、到達温度では56%に達する。これに対して、銅を蓄冷材とした蓄冷器では H_r は鉛の場合よりも高い温度から急激に増加することが分る。図3-5に示すように、0.2mmの銅を蓄冷材とした場合には、同じ直径の鉛よりも冷凍出力が低く、しかも到達温度が高いのは、この H_r の違いに起因していると結論できる。この蓄冷器損失を表す H_r の温度依存性が蓄冷器の内部に充填された蓄冷材の種類、およびその体積比熱の温度依存性とどのように関連しているかを調べるのが本

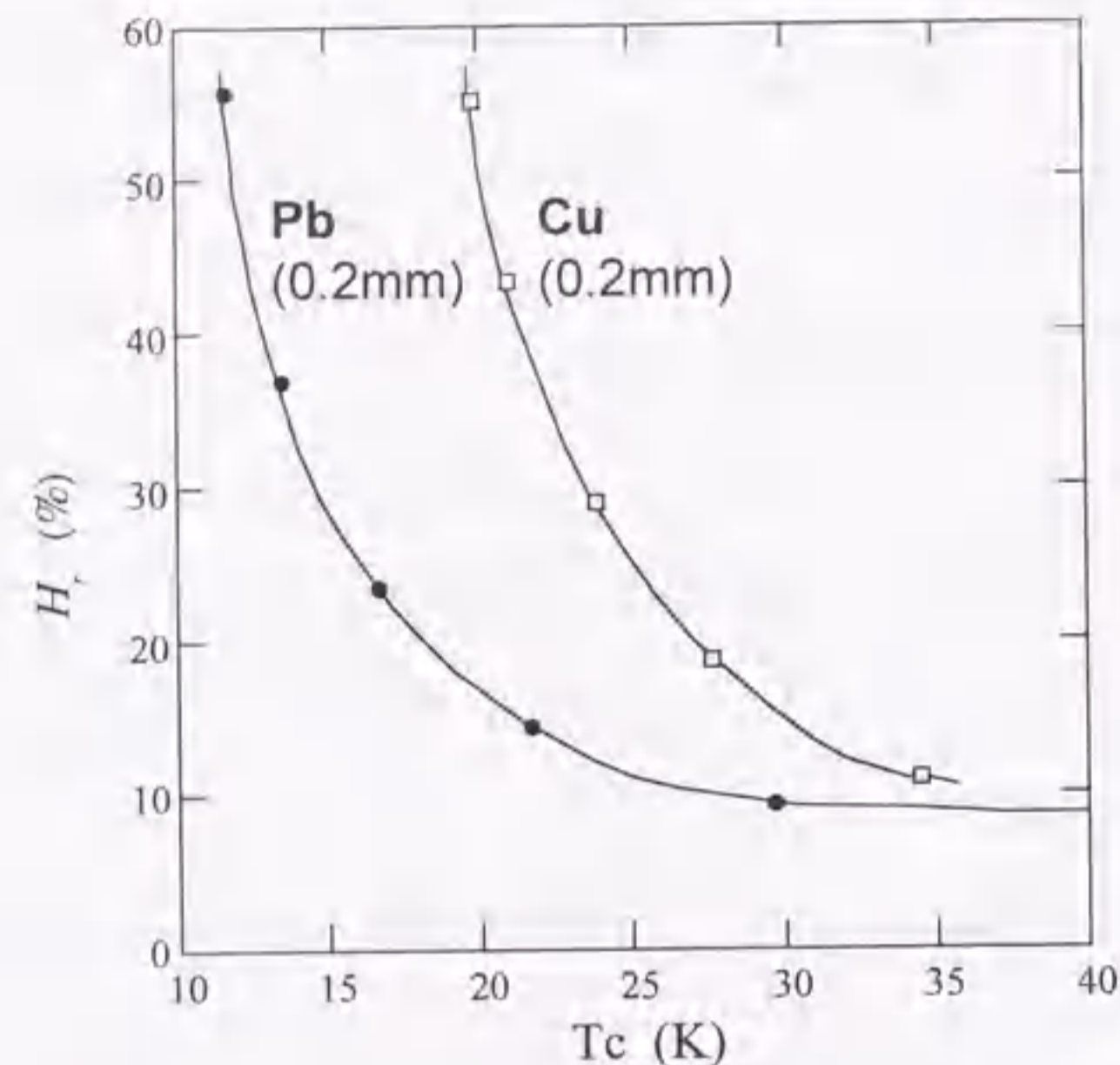


図3-6 直径が0.2mmの鉛と銅をそれぞれ充填した蓄冷器について算出された H_r の温度依存性

実験の目的である。この点について考察するために、蓄冷器内部の温度変動に注目する。

実験結果を示す前に、単純なモデルについて考える。簡単のため、蓄冷材の空隙によって作られるヘリウムガスの流路は十分に狭く、流路断面でのヘリウムガスの温度は一様であるとし、蓄冷材とヘリウムガスの体積比熱はそれぞれ温度依存性がないとする。図3-7(a)に理想的な蓄冷器に生じる温度分布を示す。図では右側を低温部、左側を高温部とした。理想的な蓄冷器では、内部の蓄冷材の比熱は十分に大きい。この時、蓄冷器はその内部を通過するヘリウムガスに対して温度勾配を持った熱浴として機能するので、高温側から流入するヘリウムガスおよび低温側から流入するヘリウムガスと熱接触しても、ある断面の蓄冷材の温度は変化しない。また、圧力変動による膨張・圧縮の際のガスの温度変動に対しても蓄冷材の温度は全く変化することがない。従って、蓄冷器内部の温度は負の勾配を持った1本の直線で表すことができる。

次に、蓄冷材とヘリウムガスの体積比熱の比 C_m/C_g が1よりやや大きい場合を考える。この場合、蓄冷材はもはやヘリウムガスに対して完全な熱浴とはなり得ないので、高温・低温のガスの流れとの熱接触、また圧力変動によるガス

の膨張・圧縮によってある断面の蓄冷材の温度も多少変動する。従って、図3-7(b)に示したように、ある平均値を中心とした温度変動が蓄冷器内部の各点で生じることになる。つまり、ある断面にある蓄冷材の温度は、2本の線によって挟まれた温度領域を1周期の間に往復する。次に、図3-7(c)のように蓄冷材とヘリウムガスの体積比熱の比 C_m/C_g が1より十分に小さい場合を考える。このとき、ヘリウムガスは蓄冷材と熱交換が出来ず、断熱的に蓄冷器中を往復運動するので、もはや低温部で熱を吸い込むことができない。よって蓄冷器内部の温度分布は勾配のない2本の直線で描くことができる。この直線の温度差は断熱膨張・圧縮の際の圧力変動によるヘリウムガスの温度変動 $\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_s dp$ に対応する。

実際の蓄冷器では、内部にあるヘリウムガスと蓄冷材の体積比熱はどちらも温度依存性を示す。本実験の温度範囲では、図3-7(d)に示したように、温度の低下と共にヘリウムガスの比熱 C_g は増加するのに対し、蓄冷材の比熱 C_m は減少する。従って、蓄冷器内部の各断面の温度に応じて、蓄冷材とヘリウムガスの体積比熱の大小関係が変化することになる。この比熱の大小関係に基づいて蓄冷器を高温部、中間部、低温部の3つの部分にわけて考える。高温部では C_m が C_g を上回っているので、図3-7(a)や(b)のような温度分布になる。また低温部では図3-7(c)のように軸方向の温度勾配は消失する。中間部では C_m と C_g が同程度であるために、ヘリウムガスが低温側から高温側へ流れるときと、逆に高温側から低温側へ流れるときで、蓄冷材とヘリウムガスの体積比熱の大小関係が逆転する。そのため、蓄冷器中間部での温度分布は低温側へ非対称に膨らむようになり、高温部、低温部に比較して温度振幅はより大きくなることが予想される。

熱負荷が0Wの下で、直径が0.2mmの鉛の球状粉を蓄冷材とした蓄冷器の内部に生じる温度分布を場所と時間の関数として図3-8に示す。図中、1から5までの数字は、図3-1(a)に示した場所に対応している。図から分るように、各点での温度は時間と共に周期的に変動している。その結果、蓄冷器内に生じる軸方向の温度勾配もまた周期的に変動していることが分る。先の議論を適用するために、この3次元グラフを温度一場所の平面に射影して、図3-9(a)に示した。

図3-9(a)には、直径が0.2mmの鉛の球状粉を蓄冷材とした場合について、蓄冷器内部に生じる温度変動の1周期の間の最高温度と最低温度を示した。熱負荷が0Wの場合だけでなく、今回測定したすべての熱負荷の場合の結果も合わせ

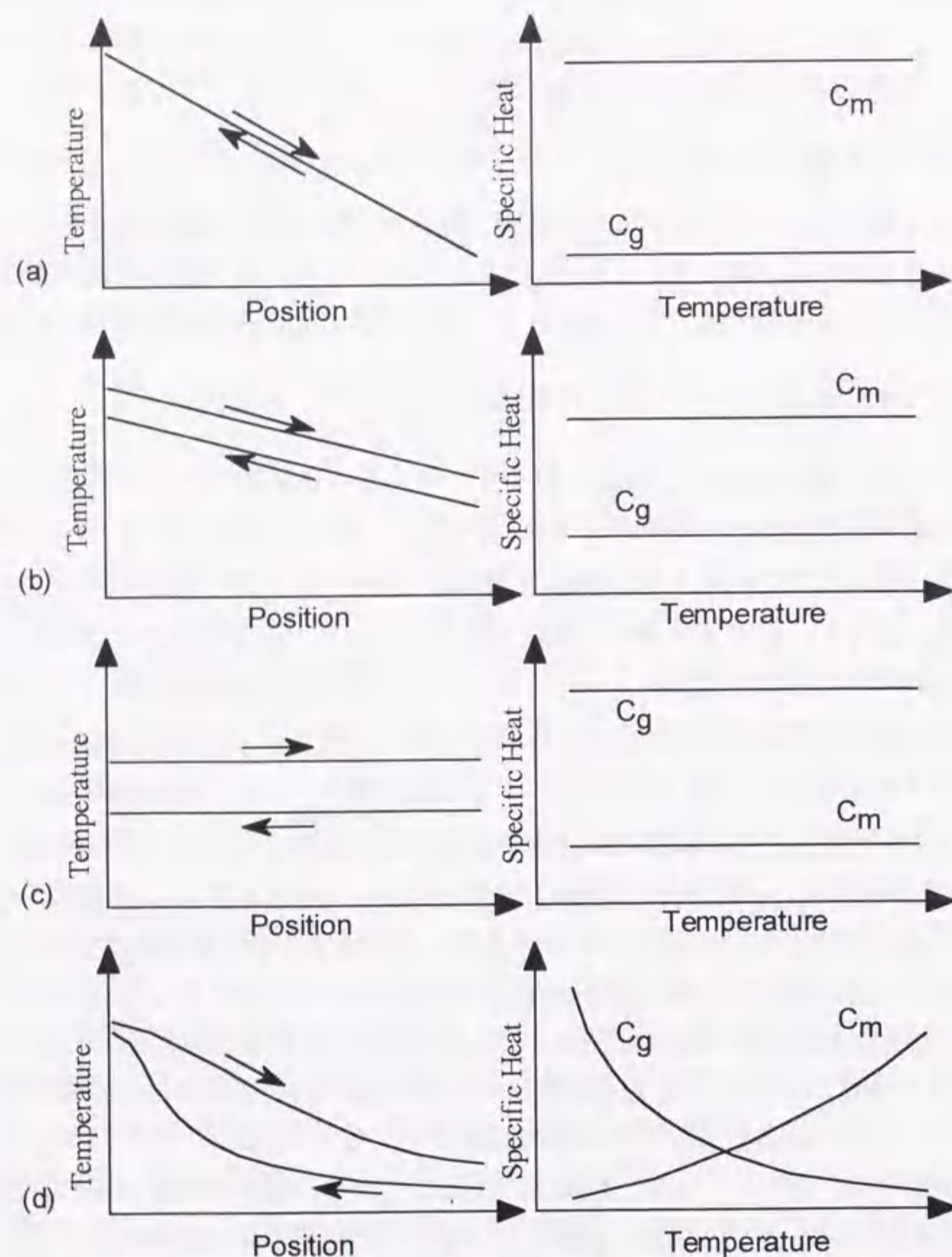


図3-7 (a) 理想的な蓄冷器に生じる温度分布, (b) 蓄冷材の体積比熱がヘリウムガスの体積比熱よりもやや大きい場合の蓄冷器に生じる温度分布, (c) 蓄冷材の体積比熱がヘリウムガスの体積比熱よりも十分に小さい場合の蓄冷器に生じる温度分布, (d) 蓄冷材とヘリウムガスの体積比熱がそれぞれ温度依存性を示す場合に期待される蓄冷器中の温度分布. それぞれの図の右側には対応する蓄冷材とヘリウムガスの体積比熱の関係を示した.

て示してある. 図3-6において H_r が15%になる温度は20Kであるが, この温度を点線で図3-9(a)に合わせて示した. 図3-6からわかるように, この点線以下の動作温度 T_c では H_r が急激に増加するので, この点線は蓄冷器の能力の急激な低下を示す指標線となっている. 従って, この点線を直径が0.2mmの鉛の球状粉の場合の指標線と呼ぶことにする.

図3-9(a)最上図から分るように, 10Wの熱負荷の下で動作している時, 蓄冷器低温端の温度は約40Kであり, このとき蓄冷器内部の温度変動は非常に小さい. これは蓄冷器がほぼ理想的に動作していることを示しており, また図3-6に示された小さな H_r の値ともコンシステントである. しかしながら, 熱負荷を減少させて動作温度 T_c が減少すると, 特に位置“2”と“3”での温度振幅が非常に大きくなることが分る. また断面での最低温度が指標線で示した温度を下回るような領域では, その最低温度領域で温度勾配がほとんど失われることが分る. 特に, 熱負荷がゼロの状態では位置“2”から“5”までの間の領域において, 各断面の最低温度はほぼ一定となっている. これは, 第2段膨張空間から第1段膨張空間へ低温のヘリウムガスが変位する際, 蓄冷材がヘリウムガスに対して熱浴となり得な

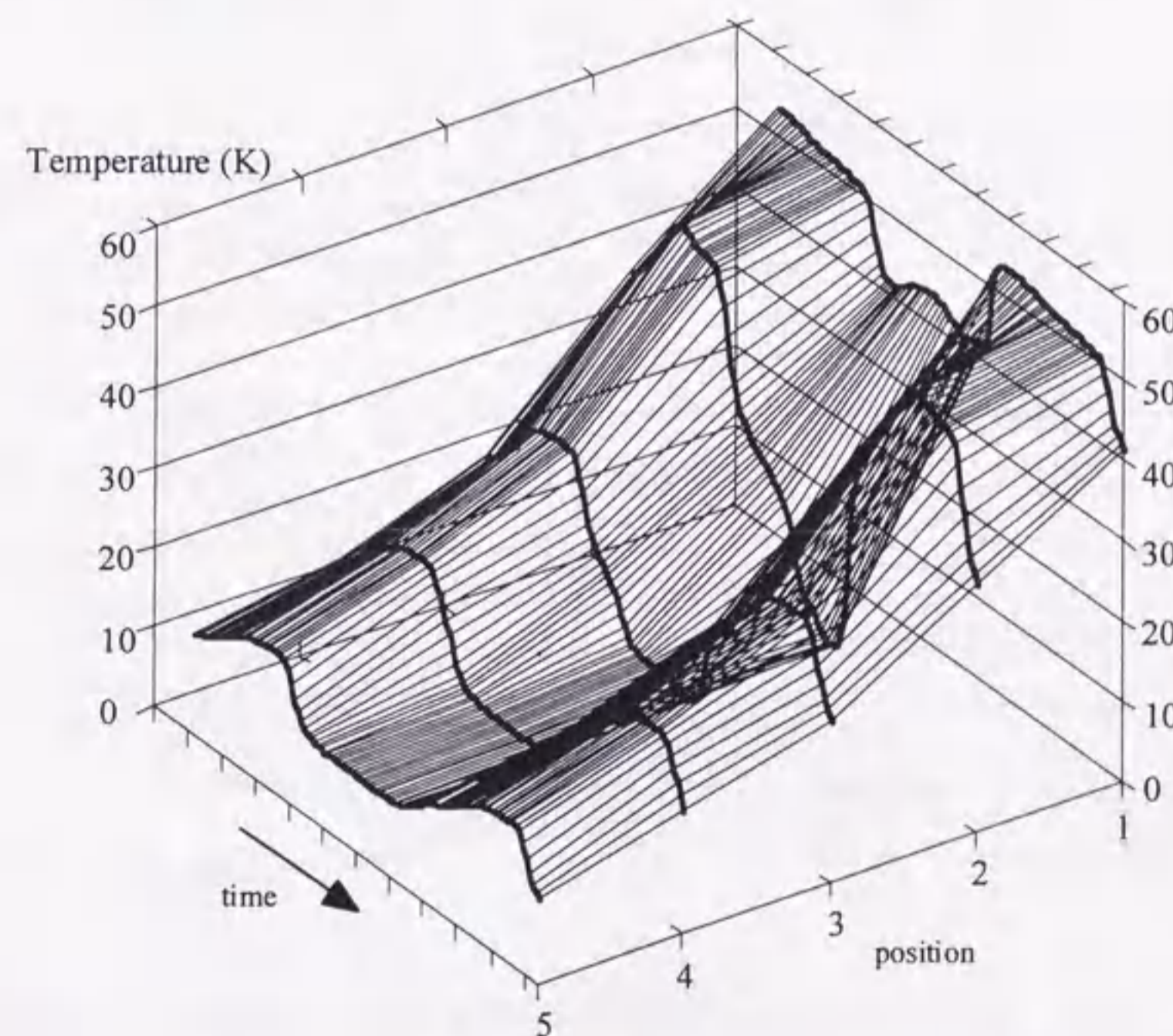


図3-8 熱負荷が0Wの下で, 直径が0.2mmの鉛の球状粉を蓄冷材とした場合に蓄冷器の内部に生じる温度分布の場所及び時間依存性

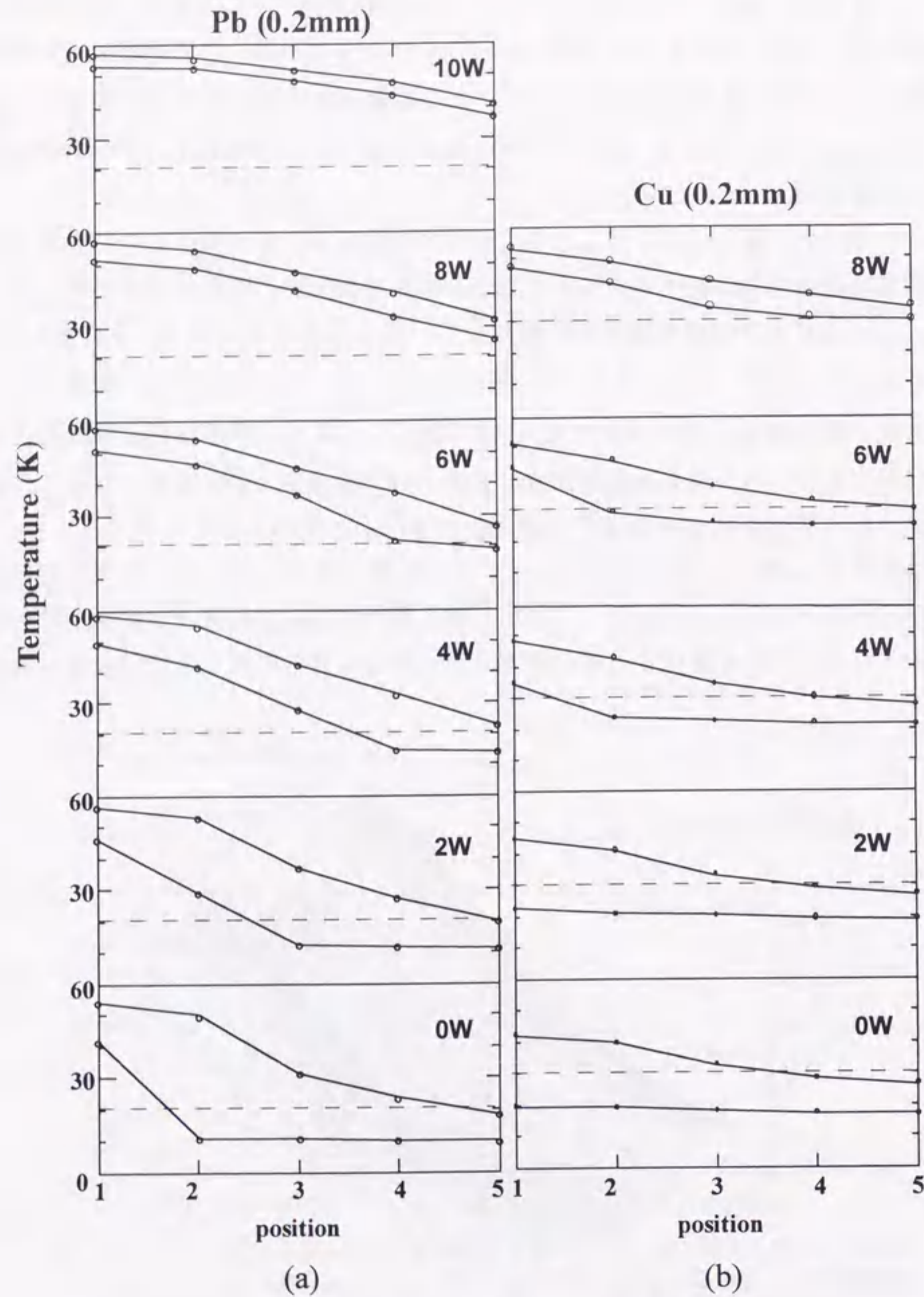


図3-9 直径が0.2mmの鉛(a)と銅(b)の球状粉を蓄冷材とした時の、温度一場所の平面に射影された蓄冷器内部の温度振幅。点線は H_I が15%になる温度を示している。

いためにヘリウムガスの温度を増加させることが出来ず、逆にヘリウムガスによって蓄冷材が冷却されることを示している。

同じ直径の銅を蓄冷材とした場合の蓄冷器中の温度分布および H_I の指標線を図3-9(b)に合わせて示す。この場合には H_I の指標線はおよそ30Kに描くことができる。図3-9(a)に示した鉛の場合と同様に、熱負荷が大きくて、動作温度が高い場合には蓄冷器中の温度振幅は比較的小さい。また、指標線で示された温度に比べて、1周期中の最低温度が下回るような領域では温度勾配が形成されないことも鉛の場合と同様である。ところが銅を蓄冷材とした場合には、熱負荷の減少により低温端温度が減少するのに合わせて、高温端の温度もまた低下し始めることが分かった。この特徴的な現象については3.4.3節で触れる。

図3-10に、今回使用した蓄冷材である鉛と銅、また作業流体であるヘリウムガスの体積比熱の温度依存性を示す。鉛と銅の比熱は本研究に先立って自作した断熱法による比熱測定装置で測定し、ヘリウムガスの体積比熱は文献値^[15]

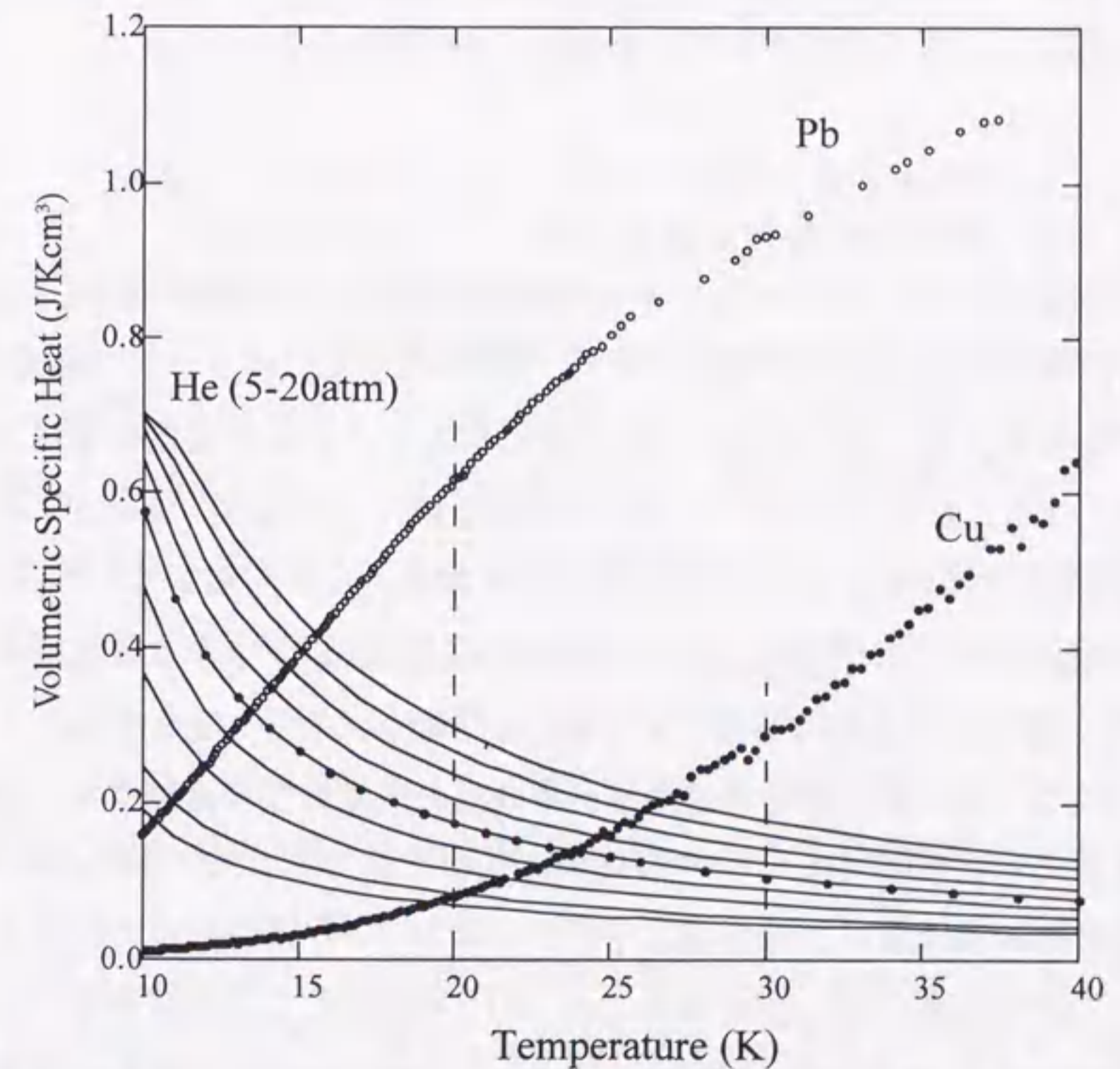


図3-10 鉛、銅および、5-20気圧の下でのヘリウムガスの体積比熱の温度依存性。マーカーを付して示した曲線は12気圧の下でのヘリウムガスの体積比熱を表す。

を参照した。ヘリウムガスの体積比熱のうち、冷凍機動作中の平均圧力にほぼ等しい12気圧におけるヘリウムガスの体積比熱はマーカーを付して示した。図3-7(d)に示したように、蓄冷材である鉛と銅の体積比熱は高温ではヘリウムガスの体積比熱を大きく上回るが、温度の低下と共に急激に減少し、低温では蓄冷材とヘリウムガスの体積比熱の大小関係が逆転することが分る。図3-10には、0.2mm径の鉛と銅に対する H_r の指標線となる温度も合わせて図示した。それぞれ、鉛に対しては20K、銅に対しては30Kである。この20K、および30Kという温度は、それぞれの蓄冷材の体積比熱 C_m が平均圧力におけるヘリウムガスの体積比熱 C_g のほぼ3倍となる温度に対応していることが分る。つまり、 C_m が C_g の3倍以上あるような温度域では、ヘリウムガスは蓄冷材と十分に熱交換できるので、蓄冷器中の温度振幅は比較的小さく、また H_r を15%以内に抑えられる。ところが逆に、 C_m が C_g の3倍以下となるような温度域では、ヘリウムガスの温度変動を蓄冷材がもはや抑えることができなくなり、蓄冷器の低温部ではヘリウムガスは断熱的に運動し、 H_r の増大が避けられないことがわかった。

3. 4. 3 鉛の球状粉の粒径依存性

図3-11に0.2、0.5mmと1.0mmの直径の鉛の球状粉を蓄冷材とした場合について、 H_r の動作温度依存性を示した。図3-5に示したように、ある温度で比較すると粒径が大きい程、冷凍出力は小さくなるが、これは直径の増加と共に H_r が大きくなることが原因である。 H_r が15%を超える温度は、直径が0.2、0.5mmの鉛球状粉に対してはそれぞれ20Kと25Kである。これに対して1.0mmの鉛の球状粉の場合には T_c が40Kという比較的高温でも既に15%を超えている。また、 H_r の粒径依存性は T_c が低下する程、より顕著になることが分る。

ここでもまた、各蓄冷器について内部の温度分布を議論する。図3-12(a)、(b)にそれぞれ、0.5mmと1.0mmの鉛の球状粉を蓄冷材とした場合の蓄冷器内部の温度変動の最低温度と最高温度を示す。また H_r の指標線も合わせて示した。但し、1.0mmの鉛の球状粉の場合、 H_r が15%を超える温度は明確ではないが、比較のために H_r の指標線は40Kに引いた。0.5mmの鉛の球状粉の温度分布は、先に見た0.2mmの球状粉の温度分布とほぼ変わらないことが分る。これは H_r の

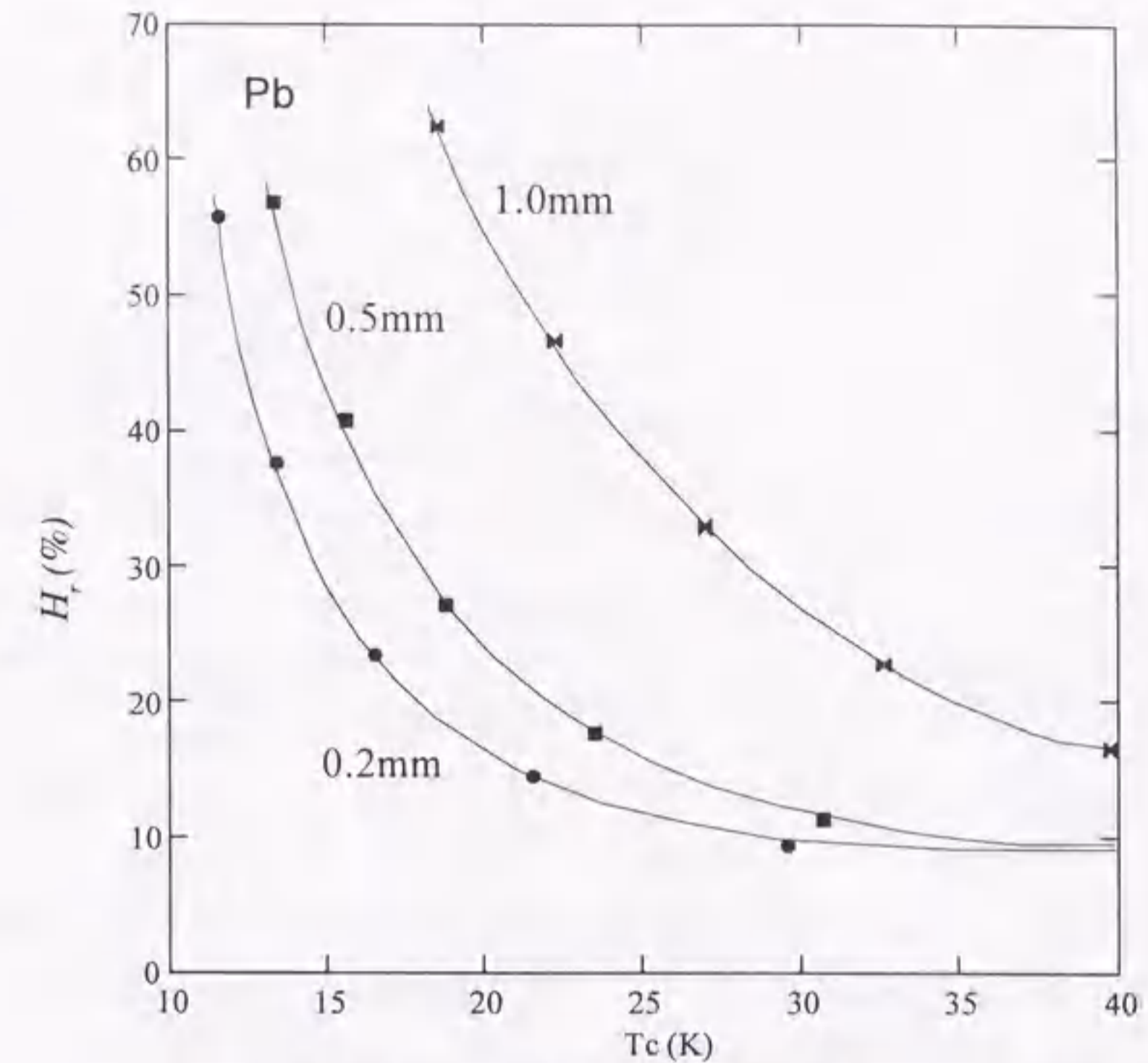


図3-11 直径が0.2、0.5mmと1.0mmの鉛の球状粉を蓄冷材とした場合の H_r の動作温度依存性

振る舞いが両者で良く似ていることを反映している。

ところが、1.0mmの球状粉を蓄冷材とした場合の蓄冷器内の温度分布は直径が0.2と0.5mmの場合とは大きく異なっている。8Wの熱負荷時には、蓄冷材の温度はどの場所においても25K以上にある。体積比熱の観点からは、この温度は $C_m/C_g > 3$ を十分に満たすような温度領域であり、それに対応して蓄冷器全体の温度振幅は小さいが、高温部と低温部との温度差が0.2、0.5mmの球状粉の場合に比べて小さい。また、熱負荷を0Wにした最低到達温度での振る舞いに注目すると、これまでの特徴であった“最低温度を結ぶ線に勾配が生じない”という現象がもはや観測されない。また蓄冷器に生じている温度振幅も全体にやや小さい。

こうした振る舞いは球状粉の空隙によって決定されるヘリウムガスの流路の大きさに起因していると考えられる。ヘリウムガスはディスプレイサーの運動と圧力変動によって蓄冷器中を往復運動する際に、周囲にある蓄冷材と熱交換を行う。この熱交換が良好であることが良い蓄冷器の条件である。これを満足す

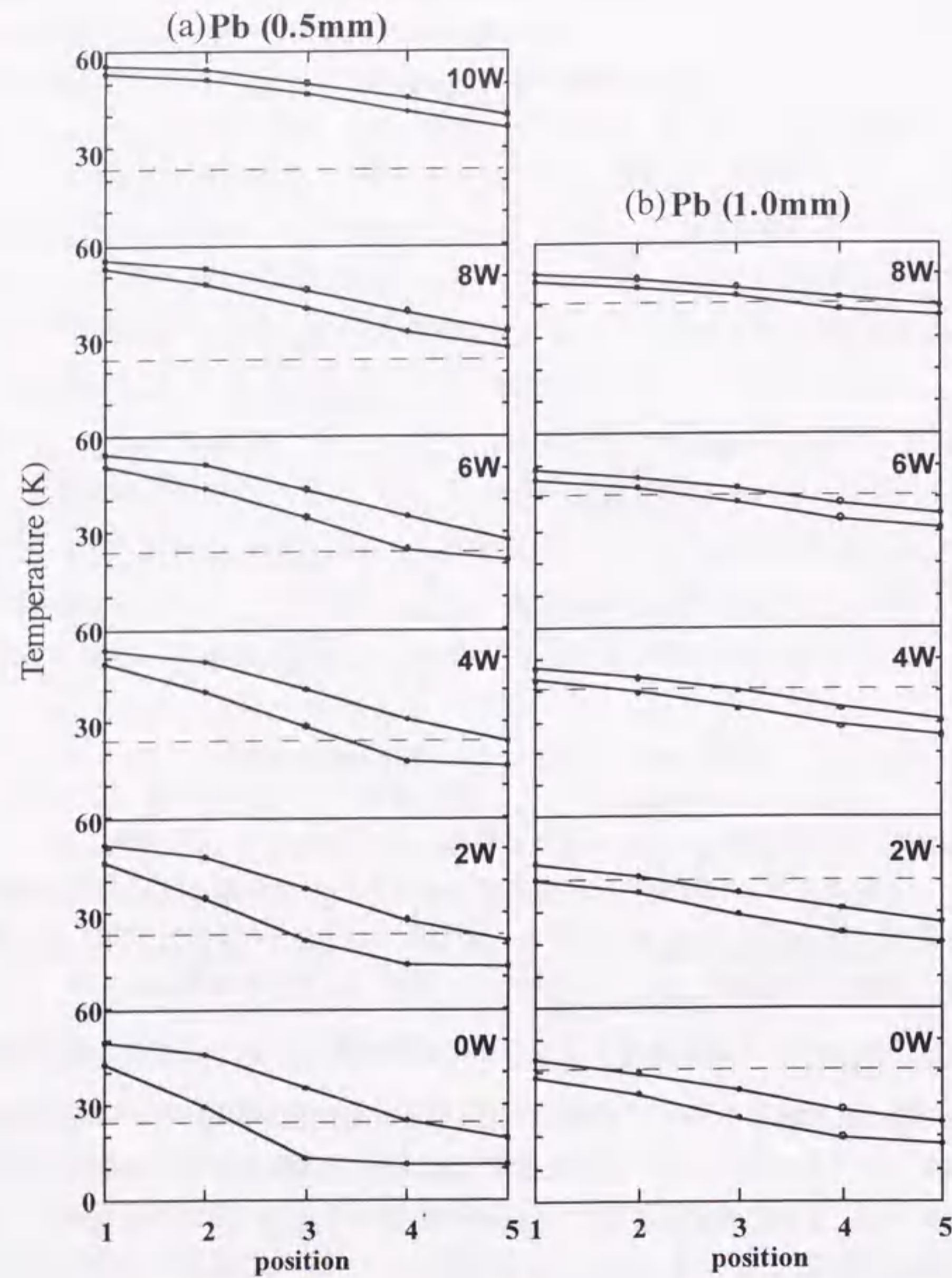


図3-12 (a)直径が0.5mmと(b)1.0mmの鉛の球状粉を蓄冷材とした場合の蓄冷器内部の温度振幅

るために、まず体積比熱に関して、 $c_m/c_g > 3$ という条件が必要であることを3.4.2節で述べた。しかし、1.0mmの球状粉の場合にはヘリウムガスの流路の断面積が問題となっていると考えられる。つまり、流路があまりにも広すぎると、ヘリウムガスの有限の熱拡散率のために、蓄冷材との熱交換に参加するヘリウムガスは蓄冷材のごく近傍に存在するガスのみとなり、大部分のガスは蓄冷材との比熱の大小関係とは無関係に断熱的に流れると予想される。従って、25K以上の温度領域で $c_m/c_g > 3$ を満たすような鉛の球状粉を充填した蓄冷器であっても、直径が0.2mm程度でなければ、その体積比熱を有効に活かすことができず、 H_r が増大したと理解出来るだろう。逆に蓄冷器の低温端で、 $c_m/c_g < 3$ となるような温度域が生じても、ヘリウムガスと蓄冷材の間で熱交換が十分に行われないので、低温のヘリウムガスが流れ出る時に蓄冷材が冷却される効率が下がり、蓄冷器中の最低温度を結ぶ線には勾配が残ったと理解される。

1.0mmの球状粉の場合の温度分布についてはさらに、蓄冷器高温端である位置“1”の1周期の平均温度 T_h が0.2、0.5mmの鉛の球状粉の場合と比較して明らかに低い、という特徴がある。図3-13に本実験で使用したすべての蓄冷材の場合について、第2段蓄冷器高温端の平均温度 T_h を動作温度 T_c に対して図示した。どの蓄冷材の場合についても、熱負荷の増大に伴う T_c の上昇と共に、 T_h もまた増加する傾向にある。また、0.2、0.5mmの鉛の球状粉の場合に比較すると、1.0mmの鉛の球状粉と0.2mmの銅の球状粉の場合の T_h は明らかに低く、しかもその差は T_c の低下と共により顕著になる。すなわち、第2段蓄冷器の性能が高いほど、 T_h は高くなる事が分かる。

この振る舞いを理解するために、第1段膨張空間でのエネルギーバランスについて考察する。2段式蓄冷式冷凍機の内部の熱力学的量の流れについては付録(Appendix)にまとめた。これを参照すると、図3-14に示すように、 T_h は、第1段膨張空間での膨張仕事 $\langle \dot{W}_1 \rangle$ 、第1段蓄冷器から第1段膨張空間に流れ込むエンタルピー流量 $\langle \dot{H}_1 \rangle$ 、また第1段膨張空間から第2段膨張空間へと流れ出す

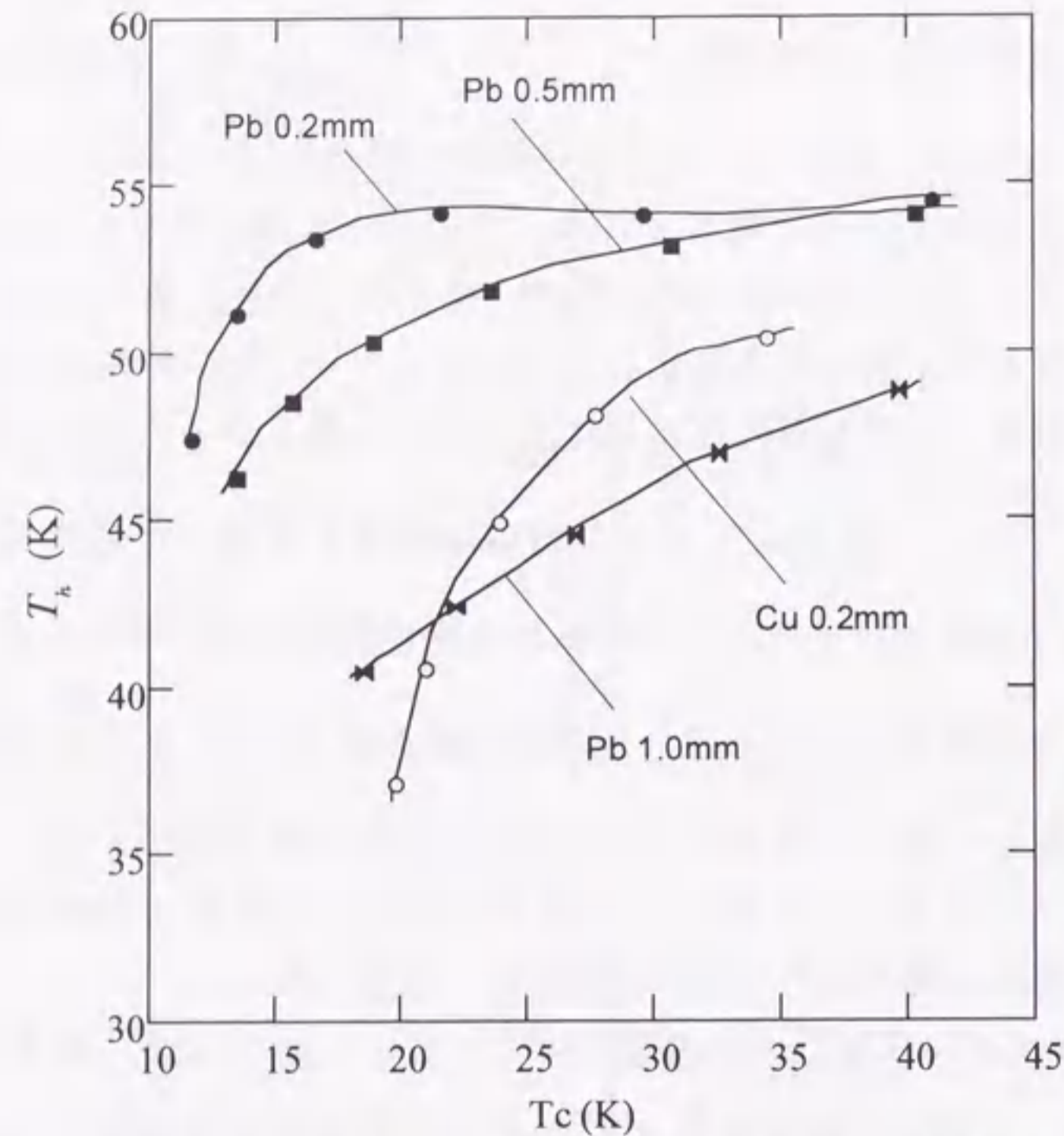


図3-13 本実験で使用了蓄冷材に対する第2段蓄冷器高温端の平均温度の動作温度依存性。

エンタルピー流量 $\langle \dot{H} \rangle$ ，そして第1段膨張空間においてヘリウムガスが吸い込む熱量 $\langle \dot{Q} \rangle$ という4つの量が熱力学第一法則：

$$\langle \dot{W}_1 \rangle = \left\{ \langle \dot{H}_1 \rangle - \langle \dot{H} \rangle \right\} + \langle \dot{Q}_1 \rangle \quad (3-8)$$

を満足する温度として決定される。ここで、 $\left\{ \langle \dot{H}_1 \rangle - \langle \dot{H} \rangle \right\}$ は第1段膨張空間に正味流れ込むエンタルピー流量を表している。また、 $\langle \dot{Q}_1 \rangle$ は第1段膨張空間での冷凍出力 \dot{Q}_{10} と第1段膨張空間における熱損失 $\langle \dot{Q}_1^{loss} \rangle$ を用いて、

$$\langle \dot{Q}_1 \rangle = \dot{Q}_{10} + \langle \dot{Q}_1^{loss} \rangle \quad (3-9)$$

と表すことが出来る。ただし本実験では第1段での冷凍出力 \dot{Q}_{10} は常に0Wである。(3-9)式の関係(3-8)式に代入して変形すると、

$$\langle \dot{H}_1 \rangle - \langle \dot{H} \rangle = \langle \dot{W}_1 \rangle - \langle \dot{Q}_1^{loss} \rangle \quad (3-10)$$

という関係が得られる。

(3-10)式の右辺に含まれる項、 $\langle \dot{W}_1 \rangle$ と $\langle \dot{Q}_1^{loss} \rangle$ は本実験で観測された T_h の範囲内ではほぼ温度変化しないと十分に仮定できる。従って、第1段蓄冷器、および第2段蓄冷器を流れるエンタルピー流量の差 $\langle \dot{H}_1 \rangle - \langle \dot{H} \rangle$ は、動作温度に依存しないと見なすことが出来る。

第2段蓄冷器の性能が高いときには、 $\langle \dot{H} \rangle$ は小さな値に抑えられることを既に見た。これを考慮すると、 $\langle \dot{H} \rangle$ が小さいほど、 $\langle \dot{H}_1 \rangle$ もまた小さな値を取らなければならないことが分る。第2段蓄冷器の場合と同じく、第1段の平均温度 T_h が低いほど、第1段蓄冷器の能力は低くなり、 $\langle \dot{H}_1 \rangle$ が増加することが予想される。そのため、冷凍機の動作温度が低下して、 $\langle \dot{H} \rangle$ が増加すると、エネルギーバランスを表す(3-10)式から明らかのように、 T_h が低下する状況が生じると理解することが出来る。また、直径が1.0mmの球状粉や銅を蓄冷材とした場合に、他のより優秀な蓄冷材の場合と比較して、 T_h が低い値を示した原因も、 $\langle \dot{H}_1 \rangle - \langle \dot{H} \rangle$ が一定値に保つように冷凍機全体でバランスをとるためと理解することが出来る。

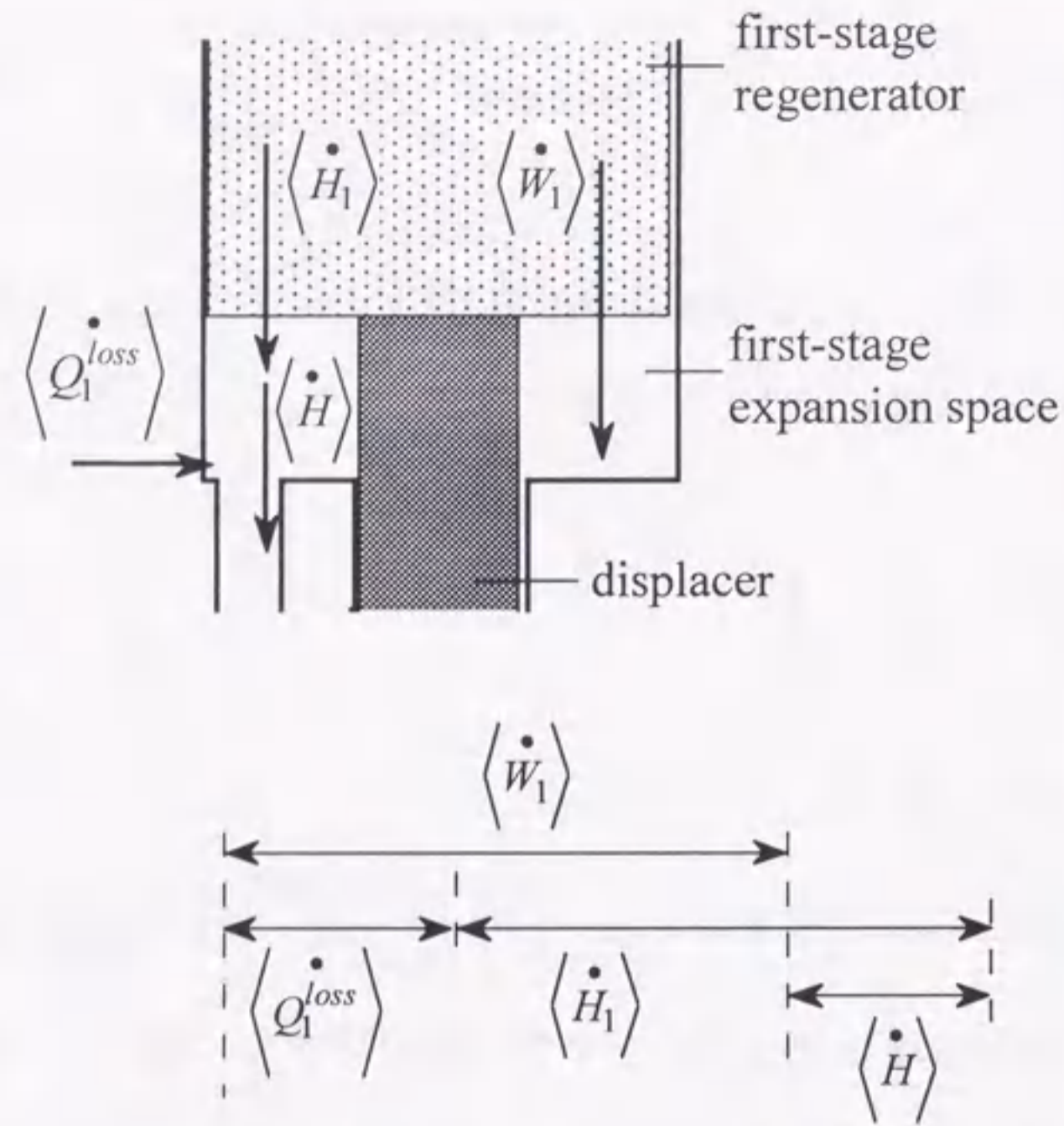


図3-14 第1段膨張空間でのエネルギーバランス.

3.4.4 熱損失 $\langle \dot{Q}_{loss} \rangle$

蓄冷器損失以外の熱損失 $\langle \dot{Q}_{loss} \rangle$ は(3-6)式から分るように、 $\langle \dot{Q} \rangle$ と \dot{Q}_0 の差で与えられる。こうして求めた $\langle \dot{Q}_{loss} \rangle$ を図3-15に冷凍機動作温度 T_c に対して図示した。 $\langle \dot{Q}_{loss} \rangle$ は蓄冷材の種類によらずほぼ同一の曲線で整理されることが分る。これは $\langle \dot{Q}_{loss} \rangle$ がまさに蓄冷器損失とは独立の損失熱量であることを示している。本実験で得られた $\langle \dot{Q}_{loss} \rangle$ の値は \dot{Q}_0 に匹敵する程の大きな値となった。この点については、温度測定のために多数、挿入した熱電対を通して流入する熱

が原因であると考えている。優秀な冷凍機を製作するためには $\langle \dot{Q}_{loss} \rangle$ を出来るだけ低減することが重要である。

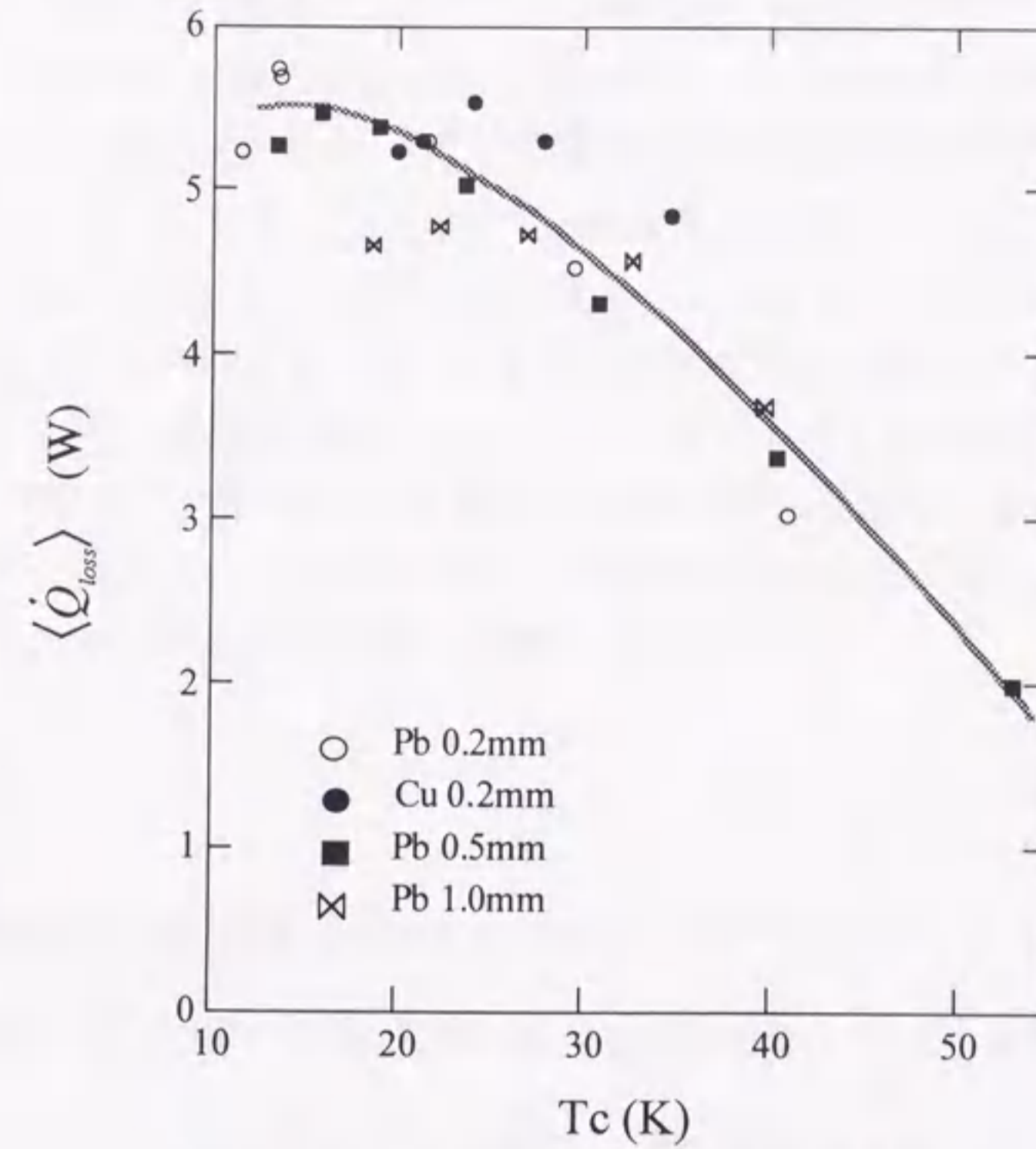


図3-15 蓄冷器損失以外の熱損失の動作温度依存性.

3.5 まとめ

直径が0.2, 0.5および1.0mmの鉛の球状粉, また0.2mmの銅の球状粉を蓄冷材とした蓄冷器の性能をエンタルピー流量を算出することで実験的に評価した。蓄冷材の種類によらず、エンタルピー流量は動作温度の低下とともに増大する。鉛と銅をそれぞれ蓄冷材とした場合の比較から、蓄冷材の体積比熱がヘリウムガスの体積比熱の3倍以下となる低温では、エンタルピー流量が顕著に増大することが分かった。また、蓄冷材とヘリウムガスの体積比熱の大小関係を考慮することで、観測された蓄冷器内の温度分布の特徴を理解することができた。球状粉の粒径の増大に伴って、エンタルピー流量が増大することを観測した。これは、エンタルピー流量は蓄冷材の体積比熱だけでなく、その幾何学的因子にも依存す

ることを示している。また、第1段膨張空間でのエネルギーバランスを考慮することで、第2段蓄冷器の能力と第1段の動作温度の相関を説明した。さらに蓄冷器損失以外の熱損失 $\langle \dot{Q}_{loss} \rangle$ を実験的に算出し、冷凍機の性能を上げるため $\langle \dot{Q}_{loss} \rangle$ を出来るだけ低減することが必要なことを示した。

Appendix 2 段型蓄冷式冷凍機中の熱力学量の流れ

第2章で述べたように、蓄冷式冷凍機中には熱の流れ、仕事の流れ、また両者の和として与えられるエンタルピーの流れが生じている。ここではその議論を2段型蓄冷式冷凍機に拡張する。2段型蓄冷式冷凍機の第1段蓄冷器、膨張部（熱交換器と膨張空間を表す）、および第2段蓄冷器と膨張部の構成を模式的に図A3-1の上部に示す。通常、市販されているような2段式GM冷凍機を例にとれば、第1段蓄冷器の高温端温度はほぼ室温にあり、その低温端の温度はおよそ30-50Kである。そして蓄冷材としては、メッシュ状に加工した銅あるいは銅合金が良く用いられている。第2段蓄冷器についてはこれまで述べてきた通りである。

まず初めに、第1段および第2段蓄冷器が共に理想的な場合の熱力学量の流れについて述べる。この場合、第2段蓄冷器を流れる熱の流れ Q 、仕事の流れ W とエンタルピーの流れ H については既に述べた通り、

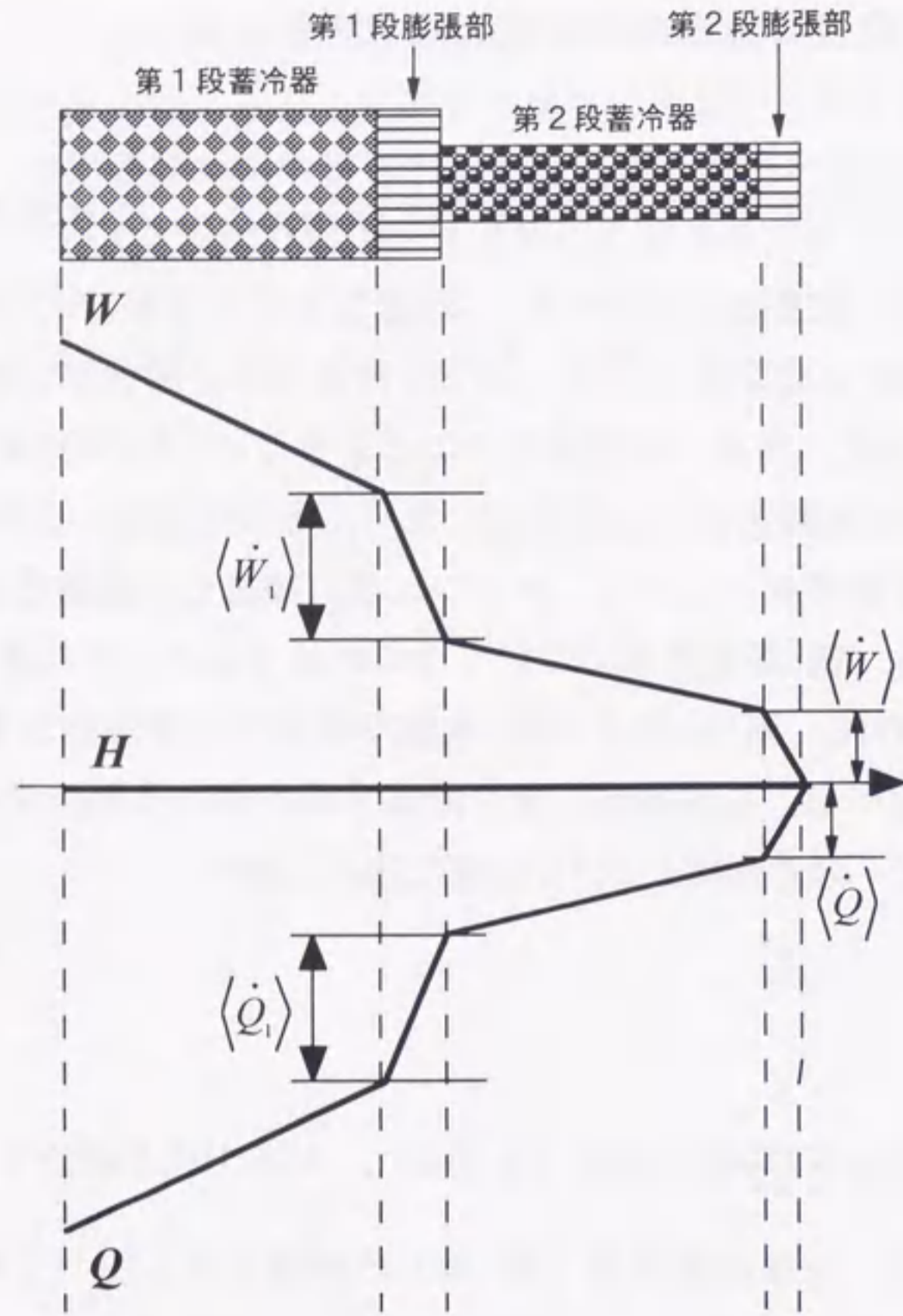
$$H = W + Q = 0 \quad (\text{A3-1})$$

である。理想的な第1段蓄冷器中でも同様に、(A3-1)式が成立する筈である。第1段の膨張部では、仕事の流れが「第1段での膨張仕事」($\langle \dot{W}_1 \rangle$ と表す) に消費されるために、その分だけ減少する。同時に、熱の流れはその分だけ外部から吸収されるために増加する。これが第1段での吸熱量の収支である。簡単に分るように、理想的な場合には第1段での吸熱量 $\langle \dot{Q}_1 \rangle$ はそこでの膨張仕事 $\langle \dot{W}_1 \rangle$ に等しくなるはずである。この様子を図A3-1下図に示した。

次に第1段、第2段の蓄冷器を流れるエンタルピー流量が有限であるような現実の場合を考える。図A3-2には、第1段、および第2段での吸熱量がともに0となっている場合の熱、仕事、エンタルピーの流れを図示した。この場合、第2段蓄冷器低温端では、

$$\langle \dot{H} \rangle = \langle \dot{W} \rangle \quad (\text{A3-2})$$

の関係が成り立ち、また第1段の膨張部では、

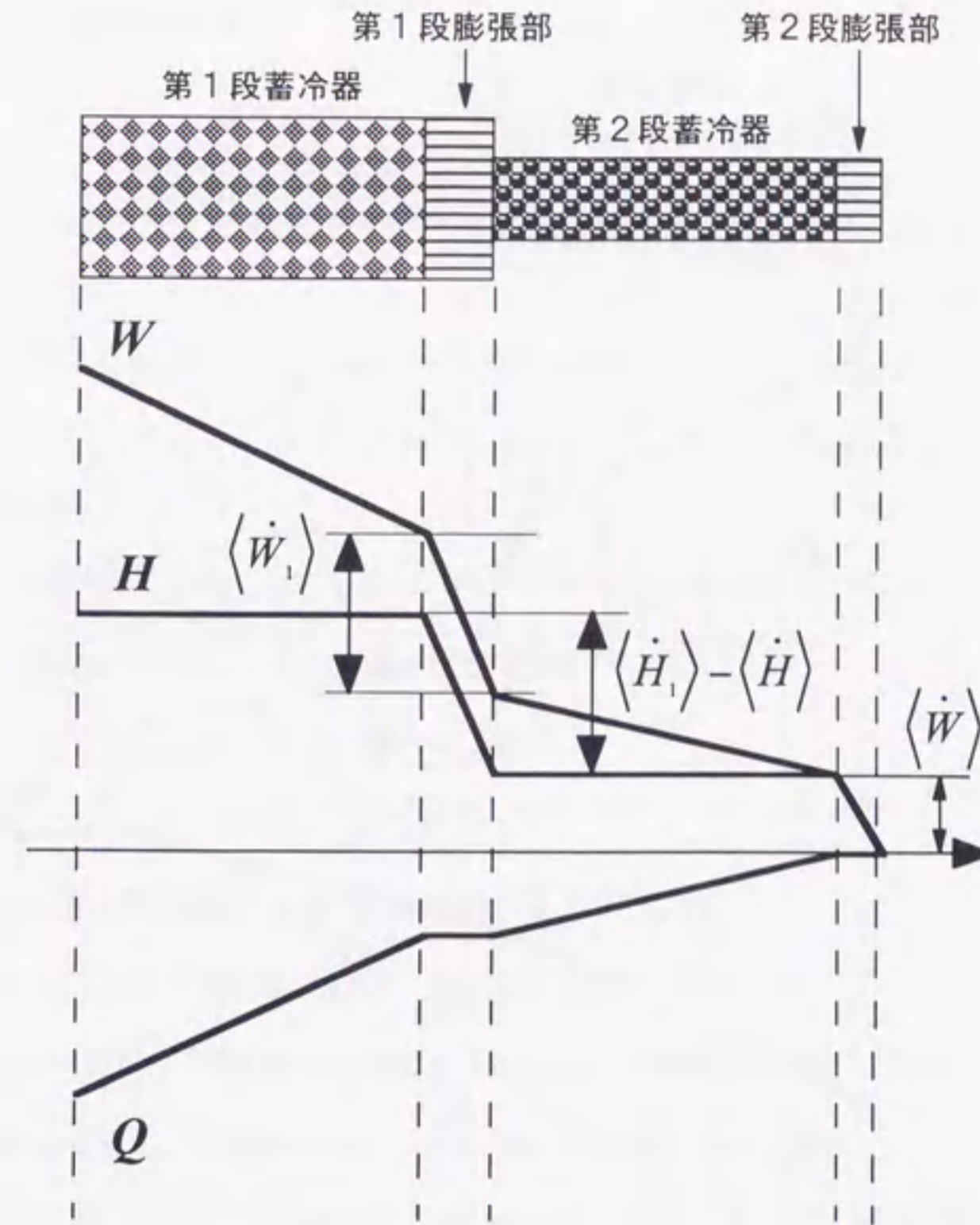


図A3-1 理想的な蓄冷器を有する2段階蓄冷式冷凍機の熱力学量の流れ。

$$\langle \dot{H}_1 \rangle - \langle \dot{H} \rangle = \langle \dot{W}_1 \rangle \quad (A3-3)$$

の関係が成り立つ。

最後に本実験で生じている熱の流れを図A3-3に示した。第2段膨張部で吸い込む熱量 $\langle \dot{Q} \rangle$ は冷凍出力 \dot{Q}_0 と冷凍機に固有の損失熱量 \dot{Q}_{loss} の和であり、また第1段膨張部で外部から吸い込む熱量 $\langle \dot{Q}_1 \rangle$ は冷凍出力と冷凍機に固有の損失熱

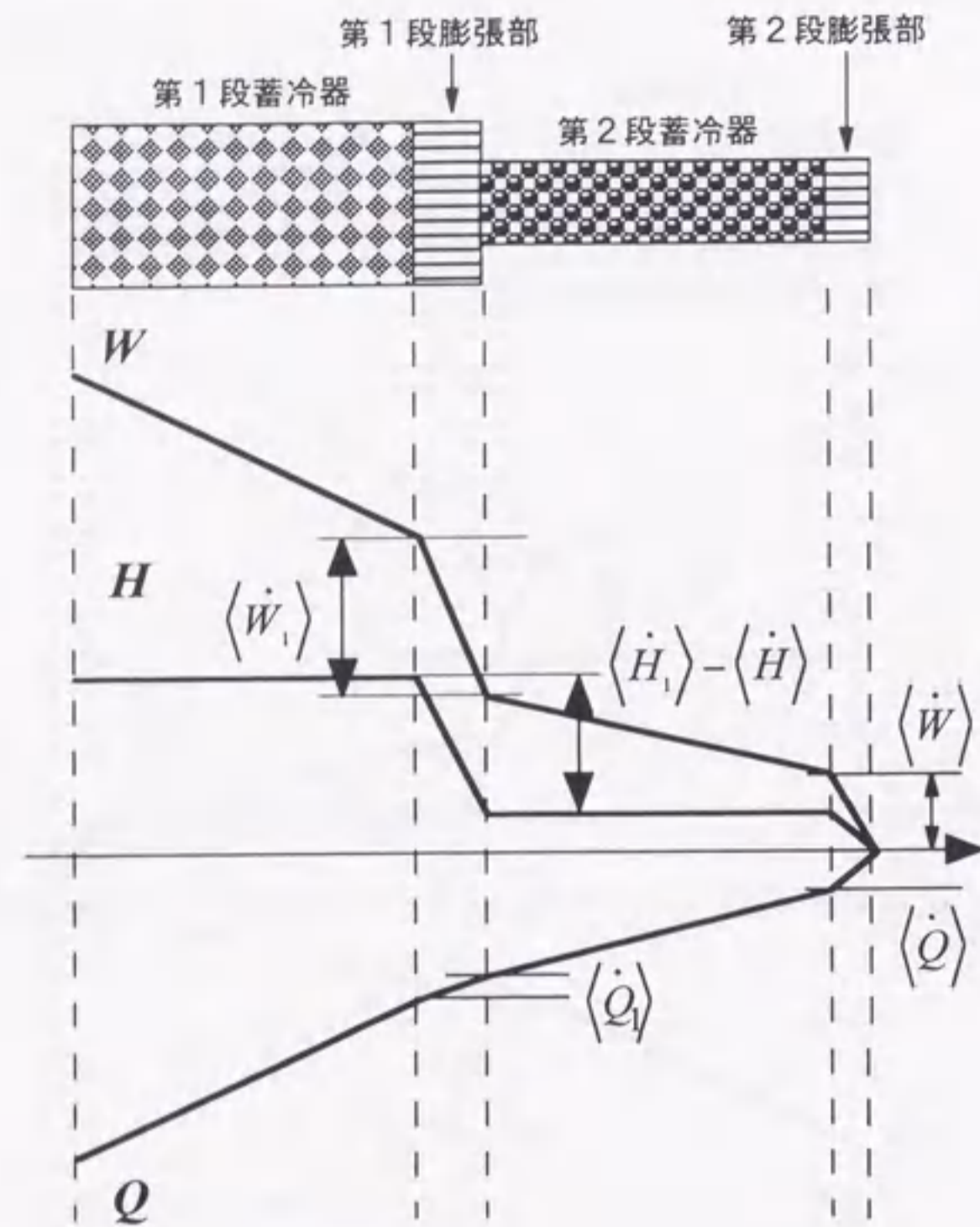


図A3-2 現実の蓄冷器を有する2段階蓄冷式冷凍機において、第1段、第2段共に冷凍出力がゼロであるときの熱力学量の流れ。

量 $\langle \dot{Q}_1^{loss} \rangle$ であるが、本実験では第1段の冷凍出力は常に0である。結局、第2段に対して、ガスが吸い込む熱量 $\langle \dot{Q} \rangle$ は

$$\langle \dot{Q} \rangle = \dot{Q}_0 + \dot{Q}_{loss} \quad (A3-4)$$

で与えられ、また、第1段ステージで吸い込まれる熱量 $\langle \dot{Q}_1 \rangle$ は



図A3-3 本実験において生じていると予想されるエネルギーの流れ。$\langle \dot{Q}_1 \rangle$は第1段での冷凍機に固有な損失熱量に等しい。

$$\langle \dot{Q}_1 \rangle = \langle \dot{Q}_1^{loss} \rangle \tag{A3-5}$$

で与えられる。第1段に対してエネルギーバランスを考えると、

$$\langle \dot{W}_1 \rangle = \left\{ \langle \dot{H}_1 \rangle - \langle \dot{H} \rangle \right\} + \langle \dot{Q}_1 \rangle \tag{A3-6}$$

が得られることは図から明らかである。

参考文献

[1] T.Kuriyama, M. Takahashi, H.Nakagome, T.Hashimoto, H.Nitta and M.Yabuki : Adv.Cryo.Eng. **39** (1994) 1335
 [2] R.Li, M.Ogawa, T.Hashimoto: Cryogenics **30** (1990) 521
 [3] M.Sahashi, Y.Tokai, Y.Kuriyama, H.Nakagome, R. Li, M. Ogawa and T.Hashimoto: Adv.Cryo.Eng. **35** (1990) 1175
 [4] T.Hashimoto, M.Yabuki, T.Eda, T.Kuriyama and H.Nakagome: Adv.Cryo.Eng. **40** (1994) 655
 [5] T.Biwa, W.Yagi, and U.Mizutani: Jpn.J.Appl.Phys. **35** (1996) 2244
 [6] T. Biwa and U. Mizutani : 低温工学 **31** (1996) 190
 [7] 琵琶哲志 : 名古屋大学 平成6年度 修士論文
 [8] R.A.Ackermann and W.E.Gifford: Adv.Cryo.Eng. **16** (1971) 221
 [9] M.Thirumaleswar and S.V.Subramanyam: Cryogenics **26** (1986) 189
 [10] M.Thirumaleswar and S.V.Subramanyam: Cryogenics **26** (1986) 547
 [11] F.J. Zimmerman and R.C. Longthworth : Adv.Cryo.Eng **16** (1970) 342
 [12] T. Inada, S. Nishio, M. Takahashi and H. Nakagome : 低温工学 **30** (1995) 36
 [13] T.Biwa, Y.Hoshino, H.Ikuta, Y.Ohashi, T.Inoue and U.Mizutani: Proc. JSJS5 Cryocooler and its applications (1997)
 [14] T.Biwa, H.Ikuta, U.Mizutani: Jpn.J.Appl.Phys **37** No.10 (1998)
 [15] R.D.McCarty: Natl.Bur.Stand.Tech.Note **631** (1972)
 [16] 単位時間に膨張空間に流れ込む流体の質量 \dot{m} は、膨張空間断面積 A 、密度 ρ 、流体の速度 u を用いて $A\rho u$ で表すことができる。従って、単位時間当たり流れ込む、運動エネルギーは

$$\frac{1}{2} A\rho u \cdot u^2$$

である。流体の速度 u として、ディスプレイサーの最大速度 $\omega \cdot \xi_0$ (ここで、 ω は角振動数、 ξ_0 はディスプレイサーの振幅である。) を用いて、 $u = \frac{2\pi}{12} \cdot 1.2 [cm/sec.]$ とする。温度10K、圧力12気圧ではヘリウムガスの密度はおよそ $75 [mg/cm^3]$ であり、ディスプレイサーの断面積

は、 $\pi(1.3)^2 [cm^2]$ なので、これらの値を代入すると運動エネルギーはおよそ、 $5 \times 10^{-5} [W]$ 程度になる。この値は本実験で議論するエンタルピー流量に比較して十分、小さな値である。

[17] 質量流量 \dot{m} の符号に応じて、(3-5)式の被積分関数は符号を変える。正の場合はガスの流れ込みと共にエンタルピーが系に流入することを表し、負の場合には系からエンタルピーが流れ出すことを意味する。理想的な蓄冷器の場合、流れ込むエンタルピーと流れ出すエンタルピーはちょうどつり合って、1周期に渡る積分の結果はゼロになる。ただし、一般には蓄冷器の能力不足から、流れ込むエンタルピー流量の方が大きくなり、正の値を取る。

第4章 熱音響理論に基づく冷凍出力の解析

4.1 序

伝統的に、GM冷凍機やスターリング冷凍機などの蓄冷式冷凍機の冷凍の原理は、低温端にあるディスプレイサーやピストンに対して内部の作動流体が行う膨張仕事の本質であるとされてきた。外部に対して仕事を行うことで、冷凍機は外部から熱を吸収することができると思われてきたのである。このような見方に立った時、蓄冷式冷凍機における蓄冷器の役割は、室温部と低温部の間をつなぐ単なる対向流型の熱交換器であり、蓄冷器の両端から半周期ごとに流れ込んでくる高温と低温のヘリウムガスが蓄冷器を通過するまでの間に、その温度を吐出側の温度にどこまで近付けるかによって蓄冷器の優劣が議論されていた。そのため、蓄冷器の能力を評価するために行われてきた数値計算では、蓄冷器内部でのヘリウムガスの圧力変動は無視され、蓄冷器から膨張空間へ流れ込むヘリウムガスの温度のみがパラメータとして用いられてきた^[1-3]。

ところが、低温端にピストンやディスプレイサーを持たないにもかかわらず、スターリング式冷凍機や、GM冷凍機と同等の冷凍出力を発揮する蓄冷式冷凍機が、近年、注目を集めるようになった^[4]。これが、オリフィス型やダブルインレット型のパルス管冷凍機である。ここにたって、ピストンやディスプレイサーに対して行われる膨張仕事こそが冷凍の本質であるという見方は修正を受けるようになってきた。代わりに、これら蓄冷式冷凍機に必須な構成要素である蓄冷器内部でのヘリウムガスと蓄冷材の局所的な熱交換こそ重要であると考えられるようになってきた。

第3章において、蓄冷材である鉛と銅の体積比熱がヘリウムガスの体積比熱の3倍以下にまで低下する低温では、蓄冷器から膨張空間に流れ込むエンタルピー流量が急増し、その結果、ヘリウムガスが吸収する熱量の減少が顕著になることを示した。同時に、この吸熱量の変化に伴って、蓄冷器中のヘリウムガスの運動がそれまでの等温的な運動から断熱的な運動に移行することを、蓄冷器中の温度分布の測定から明らかにした。

理論的にも、蓄冷式冷凍機のタイプによらず、ヘリウムガスの蓄冷器機中の振る舞いに着目することで、これらの冷凍機における熱輸送の機構を、包括的に理解する試みがなされるようになってきた^[5-6]。富永は、熱音響理論^[7]に基づいて、蓄冷器中のヘリウムガスが周囲に存在する蓄冷材と熱交換することで生じる

熱の流れに対して詳細な議論を行っている。本章では、鉛と磁性蓄冷材である Er_3Ni 、 NdAg を蓄冷材として使用したGM冷凍機について、その冷凍出力を熱音響理論に基づいて評価した。特に、得られたGM冷凍機の冷凍出力が、蓄冷材とヘリウムガスの体積比熱の比にどのように関連しているか、に注目して解析を行い、与えられた冷凍機にどのような比熱特性の蓄冷材を搭載すると最高の冷凍特性が得られるかに関する指針を得ることを目的とした。

4.2 実験装置

第3章で用いたGM冷凍機では、蓄冷器の温度分布を測定するために蓄冷器をディスプレイサーと分離した特殊な構成を採用したため、冷凍機に固有と見なされる損失熱量が10-30Kの温度範囲で4-6Wと比較的大きくなった。本章の実験に先立って、GM冷凍機の構成を見直し、通常の2段階GM冷凍機の構成に戻すと共に、新たに改良を施すことで、その損失熱量を出来るだけ小さくすることに努めた。直径が0.2mmの鉛の球状粉を蓄冷材として用いた場合、前章で用いた冷凍機では到達温度が11.6Kに限られていたが、今回施した改良の結果、約9Kの到達温度を達成することが出来た。

本実験において使用したGM冷凍機の概略図を図4-1に示す。主な変更点は、分離していた蓄冷器をディスプレイサーと一体にした点である。第2段階膨張空間および第1段階膨張空間に金鉄-クロメル熱電対を挿入して、内部の温度を測定した。熱起電力の測定方法、および測定装置は第2章と同じである。また、第1段階冷凍ステージに熱輻射を防ぐための銅製のシールド（肉厚1.0mm）を取り付け、第2段階冷凍ステージに対する放射熱の低減に努めた。さらに、ヒーター線と電源をつなぐリード線の径を細くし、使用した熱電対の本数を減らすことで、熱伝導による損失熱量の低下に努めた。

第2段階シリンダーの低温端の外周に巻きつけたヒーターによって熱負荷を与えて、冷凍機の温度が定常状態になった時、その負荷熱量を、その温度での冷凍出力とした。第2段階膨張空間における膨張仕事は測定した圧力変動とディスプレイサーの変位から求めた。使用した測定機器は前章と同一である。冷凍出力の運転周波数依存性は、周期が0.7、1.0、1.2秒の場合について測定した。用意した蓄冷材は、 Pb 、 Er_3Ni 、 NdAg の3種類である。それぞれ球状粉で、直径は150-210 μm にそろえた。平均の直径は約170 μm である。蓄冷器中には体積にして

22 cm^3 充填したが、3種類の球状蓄冷材いずれも充填率は60%程度であった。

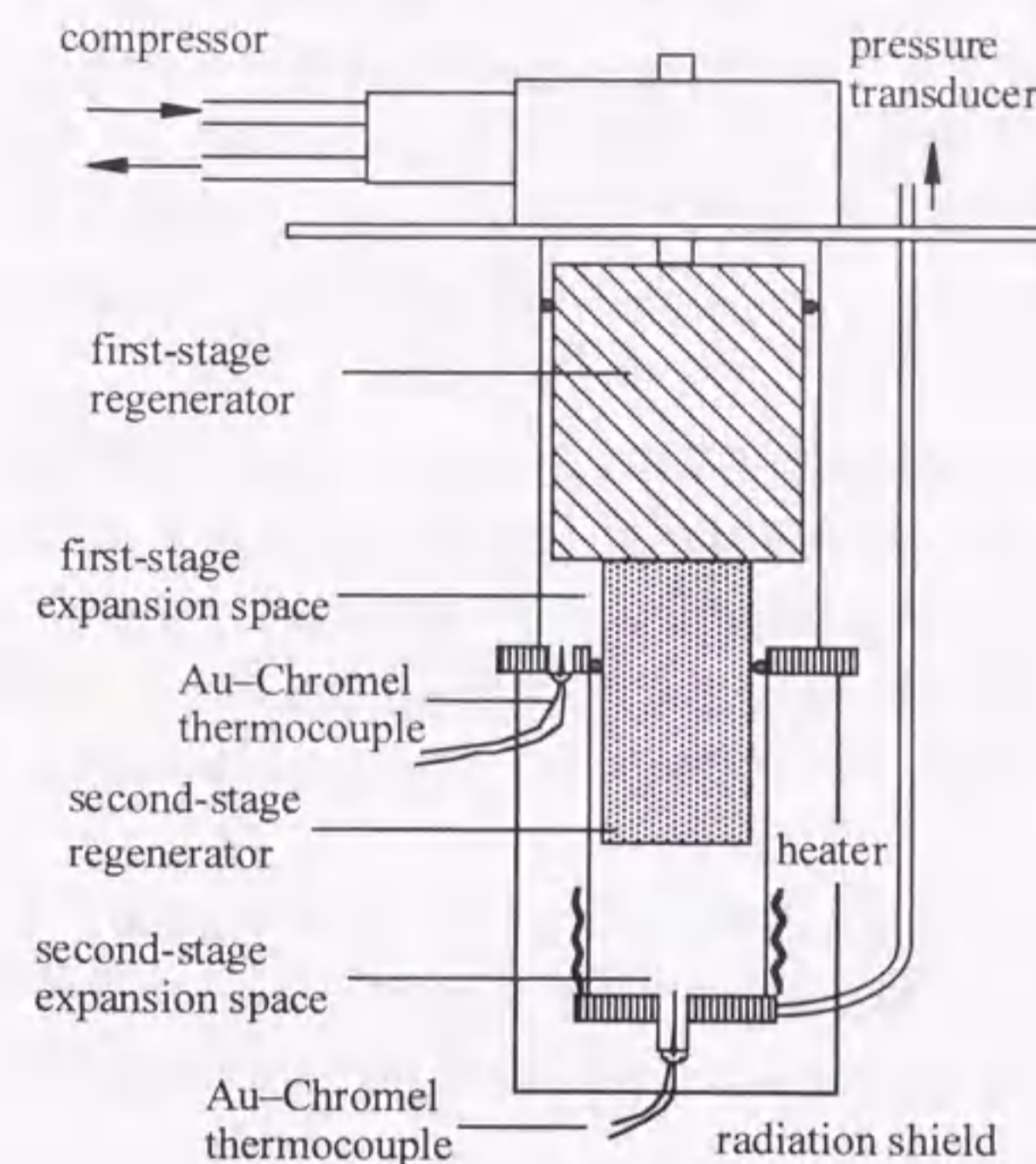


図4-1 本実験において使用したGM冷凍機の概略図。

4.3 熱音響理論

冷凍機は低温部で熱を吸収し、室温部でそれを放出する機関である。温度勾配に逆らって、熱を低温部から室温部にまで吸い上げる機構には、蓄冷器中での蓄冷材とヘリウムガスの熱交換が重要な役割を果たしている。この節およびAppendixでは蓄冷器中のヘリウムガス要素と蓄冷材との準局所的な熱交換に注目して構築された熱音響理論を紹介する。

4.3.1 エントロピー—変位線図

まず初めに、ヘリウムガスは蓄冷器の軸に平行に低温側へ向けて取ったx軸

に沿って1次元的に流れると仮定し、さらに非粘性流体として扱う。これは、蓄冷材の空隙によって作られたヘリウムガスの流路が十分に狭くて、流路断面での温度が均一であること、また流路断面において流速も一様であることを意味する。この4.3.1節では、単位質量を有するヘリウムガス要素に対して、温度-変位($T-x$)、圧力-変位($p-x$)、エントロピー-変位($S-x$)線図を書き表し、低温部から高温部へと温度勾配に逆らってエントロピーが蓄冷器中をどのように輸送されるかについて考察する。

図4-2にGM冷凍機の膨張空間における圧力-膨張空間体積($p-V$)線図を示す。図から分るように、GM冷凍機では、高圧および、低圧ガスバルブの開閉タイミングとディスプレイサーの変動によって、時間と共に、圧縮(1→2)、膨張空間の体積が大きくなる方向へのディスプレイサーの変位(2→3)、膨張(3→4)、先とは逆向きのディスプレイサーの変位(4→1)、という動作が周期的に繰り返されている。

このような圧力変動とディスプレイサーの動きに連動して、ヘリウムガスに対する熱力学的な量である温度(T)、圧力(p)やエントロピー(S)も周期的な変動をする。位置 x にあるヘリウムガス要素に対する任意の熱力学量 X の時間変化は、

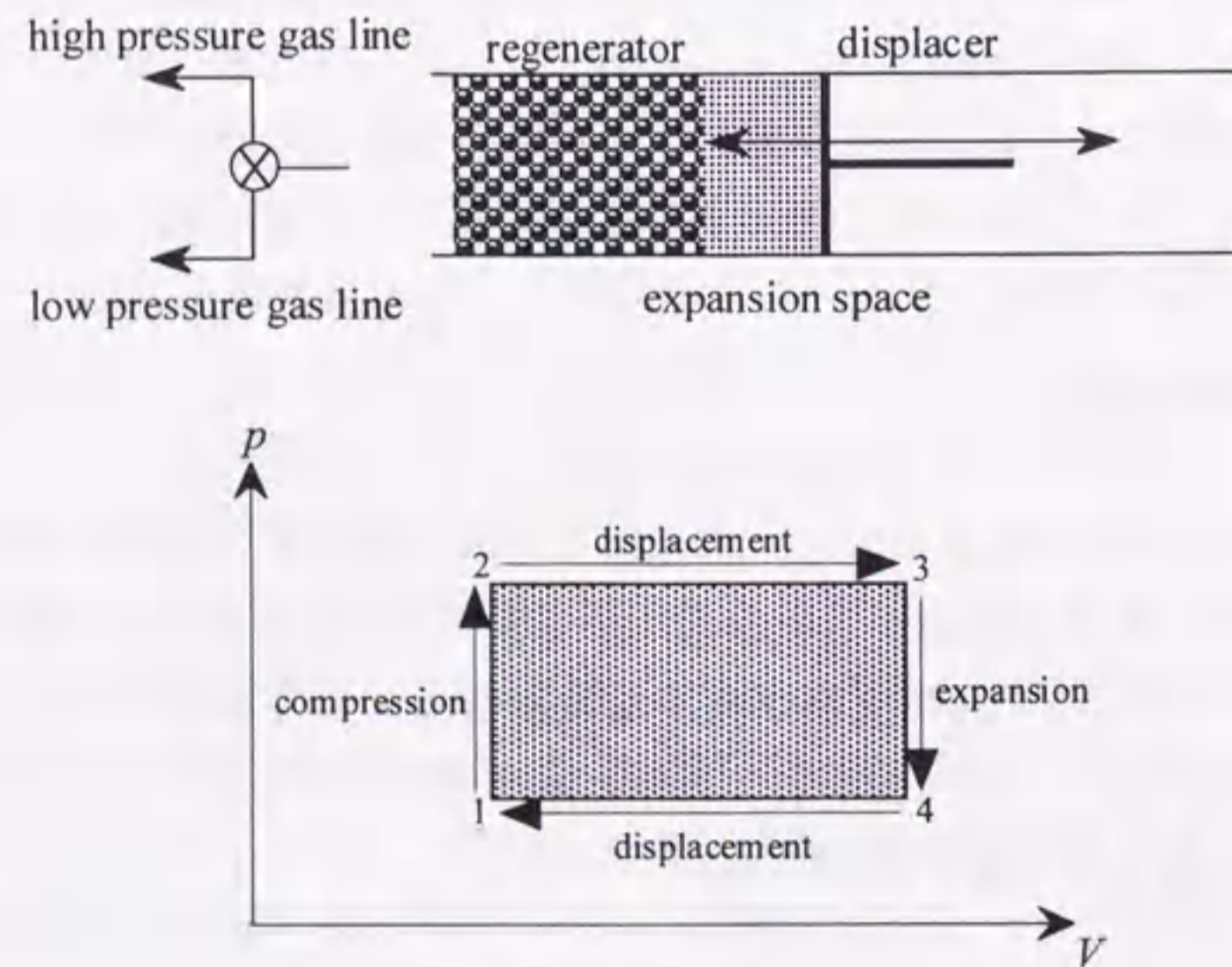


図4-2 GM冷凍機における $p-V$ 線図の概略図

$$\frac{dX}{dt} = \frac{\partial X}{\partial t} + u \cdot \nabla X \quad (4-1)$$

と表すことができる。ここで、 u は想定しているガス要素の速度であり、また ∇X は熱力学量 X を静止している観測者が観測したときの空間的な勾配である。(4-1)式の各項の意味する物理量を図4-3に示した。

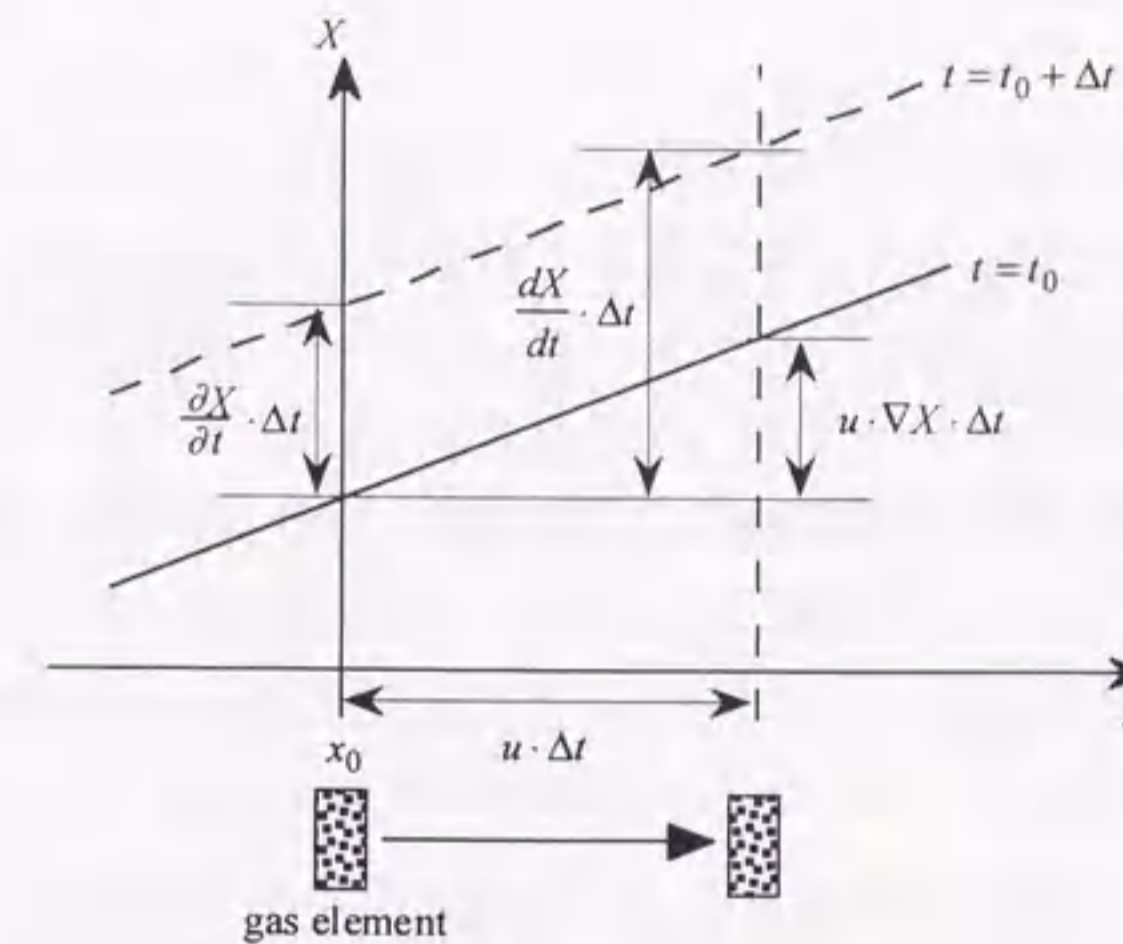


図4-3 時刻 t_0 において、位置 x_0 にあった流体要素が微小時間 Δt の間に $u \cdot \Delta t$ だけ変位するときの、流体要素の物理量 X の変化量。

蓄冷器として、比熱が無限に大きな蓄冷材が内部に充填された理想的な蓄冷器を考える。この場合、蓄冷材はヘリウムガスに対して熱浴として機能することができるので、蓄冷材の温度は時間変化せず、またガス要素は常に蓄冷材と同じ温度にあり、熱平衡の状態を保ちながら運動する。こうした等温的な条件下では、蓄冷器中に生じている温度勾配は時間変化しないので、ヘリウムガスの温度変化率は(4-1)式によって、 $u \cdot \nabla T$ と表すことができる。これはまさに、ガス要素の温度変化が $\frac{dT}{dt}$ 温度勾配の生じている蓄冷器中を運動することに起因することを示している。上にも述べたように、このような理想的な蓄冷器では、蓄冷材の比熱が無限に大きいため、内部の温度勾配は時間変化しない。このため、ガス

要素のT-x線図は図4-4(a)に示すように、負の勾配を持った1本の線で表すことができる。

ヘリウムガスのエントロピーの変化量(dS)は温度(T)と圧力(p)の変化量がそれぞれ小さいと仮定すると、高次の項を無視することで次式によって表すことができる。

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p dT + \left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T dp \quad (4-2)$$

ガス要素の温度はガスが蓄冷器中を変位することによって変化するが、(4-2)式の第1項によって、その温度変化を通して、エントロピーもまた変位と共に変化することがわかる。(4-2)式の温度変化に対する係数 $\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p$ は、熱力学的な関係式に

よって、 $\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p = \frac{C_p}{T}$ である。ここで、 C_p はガスの質量当たりの等圧比熱である。

この関係から $\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p$ は常に正であるので、温度変化のみを考慮したS-x線図は図4-4(b)に示すように、T-x線図と同じく、1本の線で描くことができる。図4-4(a)、(b)中の下向きの矢印は、圧縮によるガス要素の変位(1→2)、またディスプレー

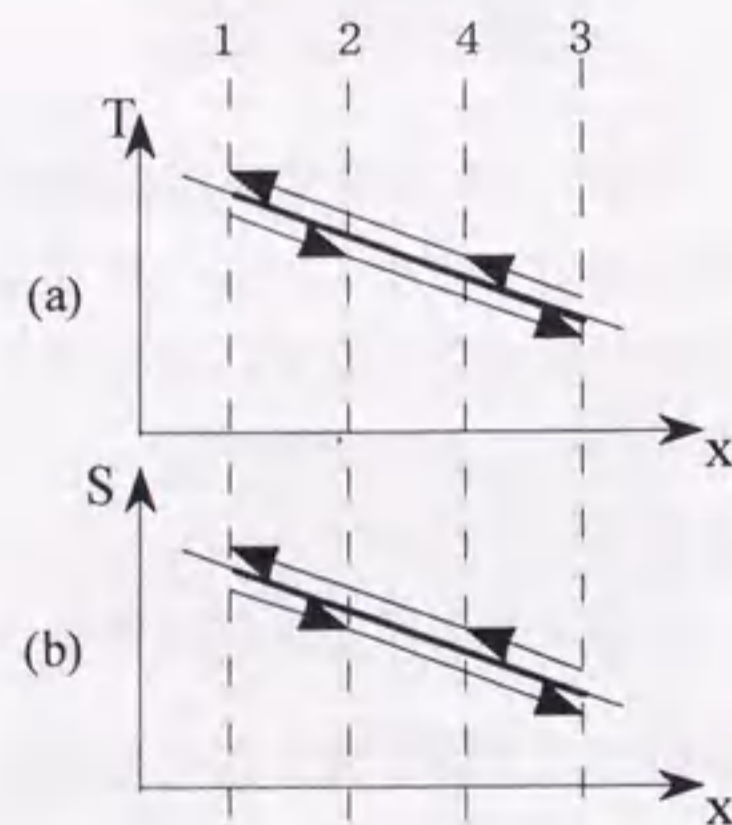


図4-4 (a)理想的な蓄冷器中を往復運動するガス要素のT-x線図、および(b)温度変化のみを考慮したS-x線図

サーが変位することに起因したガス要素の低温側への変位(2→3)に対応して、温度、およびエントロピーが減少することを示している。また、上向きの矢印は、膨張によるガス要素の変位(3→4)、ディスプレーサーの変位に連動したガス要素の高温側への変位(4→1)に対応して、温度およびエントロピーが増大することを示している。ガス要素は蓄冷材との間でエントロピーを交換しているため、蓄冷器中の温度勾配に沿って往復運動する間、低温側への移動の際にはガス要素はエントロピーを蓄冷材に明け渡し、高温側へ変位する際には放出した分だけ、取り戻していることになる。

次に(4-2)式の第2項に注目して、圧力変化に起因するエントロピー変化を考える。今はヘリウムガスを非粘性流体と仮定しているため蓄冷器全体に渡って ∇P は常に0になる。その結果、ガス要素の圧力変化率は(4-1)式の第1項だけで表すことができる。図4-2に示すように、膨張部でのp-V線図によって囲まれる面積が有限で、しかも、時計方向に回転するのであれば、図4-5(a)に示すように、ガス要素に対するp-x線図もまた、有限な面積を囲むことになる。ガス要素の圧力が位置の関数としてこのように与えられる時、(4-2)式の第2項によってエントロピーもまた、S-x線図上に有限な面積を囲むような軌跡を描く。ただし、(4-2)式の圧力変化に対する係数 $\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T$ が、熱力学的な関係式、 $\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$ によって明らかのように、負であるので、p-x線図とは逆にS-x線図は反時計方向に回

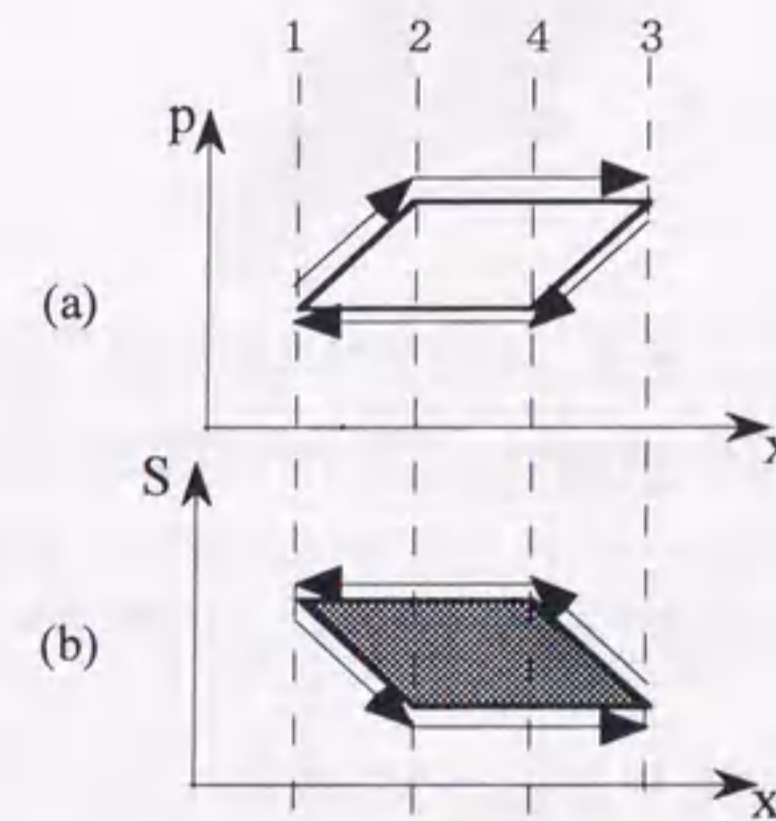


図4-5 (a)ガス要素のp-x線図、および(b)圧力変化のみを考慮したS-x線図

転する。先の温度変化によるS-x線図とは異なって、圧力変化によるS-x線図ではヒステリシスが生じていることから、蓄冷材からエントロピーを吸い上げる場所と、蓄冷材に放出する場所が一致しないことが分る。つまり、ガス要素は、図中、右側で吸収したエントロピーを輸送して、左側で放出しているのである。ガス要素は周期的に運動しているの、そのエントロピーもまた1周期の後には元の値に戻るが、蓄冷材とのエントロピー交換を通して、右側から左側へエントロピーを輸送しているのである。

図4-4(b)と図4-5(b)を合わせると、温度変化と圧力変化によるガス要素の全エントロピー変化に対するS-x線図を描くことができる。図4-6に示すように、これは温度勾配に比例した傾きをもったループによって表すことができる。このS-x線図から、低温部で汲み上げたエントロピーを温度勾配に逆らって輸送し、高温側で放出している様子が一目瞭然にわかる。蓄冷器中に存在するガス要素のそれぞれによって、こうしたエントロピーの輸送が行われるので、蓄冷器全体として、低温側から高温側へ向けて流れるエントロピー流が生じるのである。圧力変動を考慮することが蓄冷器内部のエントロピー輸送の議論に本質的な役割を演じることを強調しておく。これが理想的な蓄冷器におけるエントロピー流の原理である。

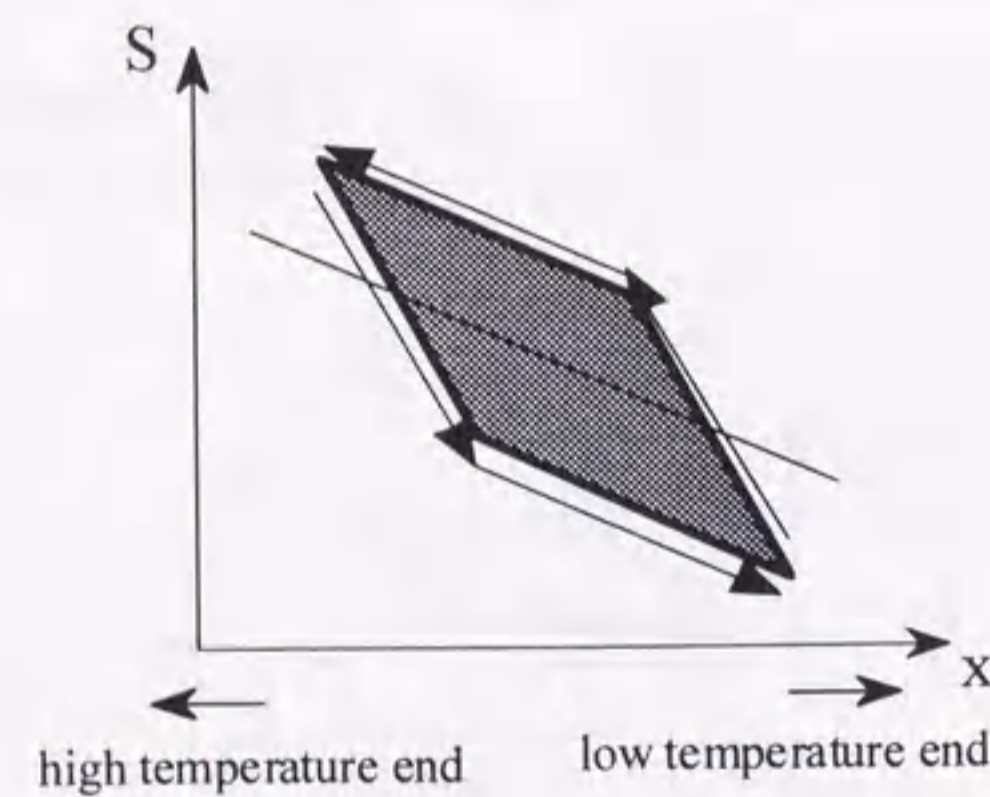


図4-6 等温的に蓄冷器中を往復運動するガス要素に対するS-x線図

逆に、蓄冷材の比熱が0であるような場合には、ガス要素は蓄冷材とエントロピー交換ができず、断熱的に蓄冷器中を運動する。この場合、ガス要素のエントロピーは時間変化しない。その結果、図4-7に示すように、S-x線図は傾きが0の1本の線で描かれる。容易に分るように、この場合にはエントロピーは全

く輸送されない。

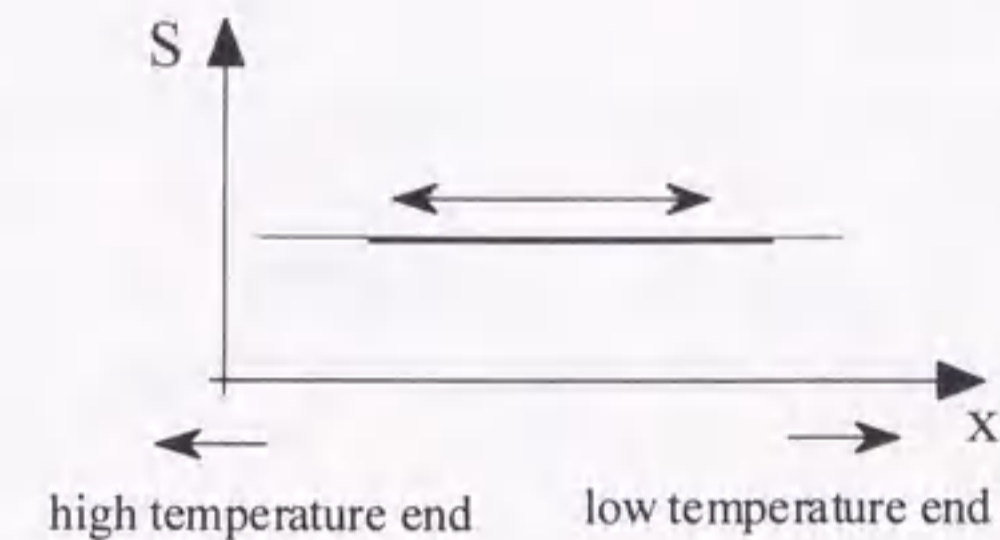


図4-7 断熱的に蓄冷器中を往復運動するガス要素に対するS-x線図

4. 3. 2 ガス要素によるエネルギー流

蓄冷器中のように、ガス要素の運動エネルギーが無視できるような低速の流れでは、ガス要素の運ぶエネルギー流は、エンタルピーのみを考慮することによって表すことができる。往復運動している単位質量のガス要素によって運ばれるエンタルピー流量は、次式によって定義される。

$$\langle H \cdot u \rangle_t = \frac{\omega}{2\pi} \oint H d\xi \quad (4-3)$$

ここで、 ω は角振動数、 ξ は流体要素の変位を表し、 H は流体要素のエンタルピーの平均値からのずれを表している。以降では、振動するすべての物理量について、時間的な平均値とそこからのずれにわけて考える。前者に対しては添字mをつけて区別する。また $\langle \rangle_t$ はブラケット内の量の1周期に渡る時間平均を表わす。

ヘリウムガスのエンタルピーの平均値からのずれ H を、エントロピー、圧力に関する平均値からのずれ S および P で展開すると、

$$H = T_m S + \frac{1}{\rho_m} p \quad (4-4)$$

となる。ここで、 T_m 、 ρ_m はガス要素の平均温度と平均の密度である。(4-4)式を(4-3)式に代入すると、

$$\langle H \cdot u \rangle_t = T_m \langle S \cdot u \rangle_t + \frac{\langle p \cdot u \rangle}{\rho_m} \quad (4-5)$$

を得る。(4-5)式の各項に流体の密度 ρ_m を掛けると単位面積を通過する熱力学的流束が得られる。

$$\rho_m \langle H \cdot u \rangle_t = \rho_m T_m \langle S \cdot u \rangle_t + \langle p \cdot u \rangle_t \quad (4-6)$$

左辺の第1項は熱流束を表し、第2項は仕事流束を表している。第1項に含まれる因子 $\langle S \cdot u \rangle_t = \frac{\omega}{2\pi} \oint S d\xi$ は振動する流体によるエントロピー流を表している。このエントロピー流は4.3.1節で導入したS-x線図によって囲まれる領域の面積に $\frac{\omega}{2\pi}$ を掛けたものに等しい。エントロピー流に平均温度 T_m と平均密度 ρ_m を掛けた量が振動する流体によって運ばれる熱流束である。(4-6)式中の熱流束の蓄冷器低温端での値を算出することで、本実験で得られた冷凍出力を蓄冷材の体積比熱と関連づけて解析する。(4-6)式の熱流束の詳しい導出はAppendixに示した。

4.4 実験結果

図4-8に本実験で蓄冷材として使用したPb, Er₃NiとNdAgの体積比熱の温度依存性を示す。本実験で使用したGM冷凍機では、圧力は6~20気圧の間で変化するので、比較のために、作動流体であるヘリウムガスの6~20気圧の圧力下での体積比熱の温度依存性^⑧を合わせて示した。図4-8から分るように、ヘリウムガスの体積比熱は温度の低下と共に増加し、5から10Kの間でピークを示す。一方、磁性蓄冷材が開発されるまでの間、実質唯一の低温用蓄冷材であった鉛の比熱が

温度の低下と共に単調に減少するのに対して、磁性蓄冷材であるEr₃NiとNdAgの体積比熱はそれぞれ磁気転移温度である7Kと22Kにピークを示している。Er₃Niではそのピーク値は0.4J/Kcm³に満たないが、磁気転移温度の高温側での比熱の落ち込みが小さいために、温度の低下に対してなだらかな減少関数となっている。Er₃Niとは対照的に、NdAg^⑨の比熱は非常に大きなピークを示す。ピークの最大値は約1.5J/Kcm³で、同じ温度のPbの約2.5倍の値をとる。ところがこのピークは非常に急峻なため、NdAgの比熱は約12K以下ではEr₃Niよりも小さくなり、また

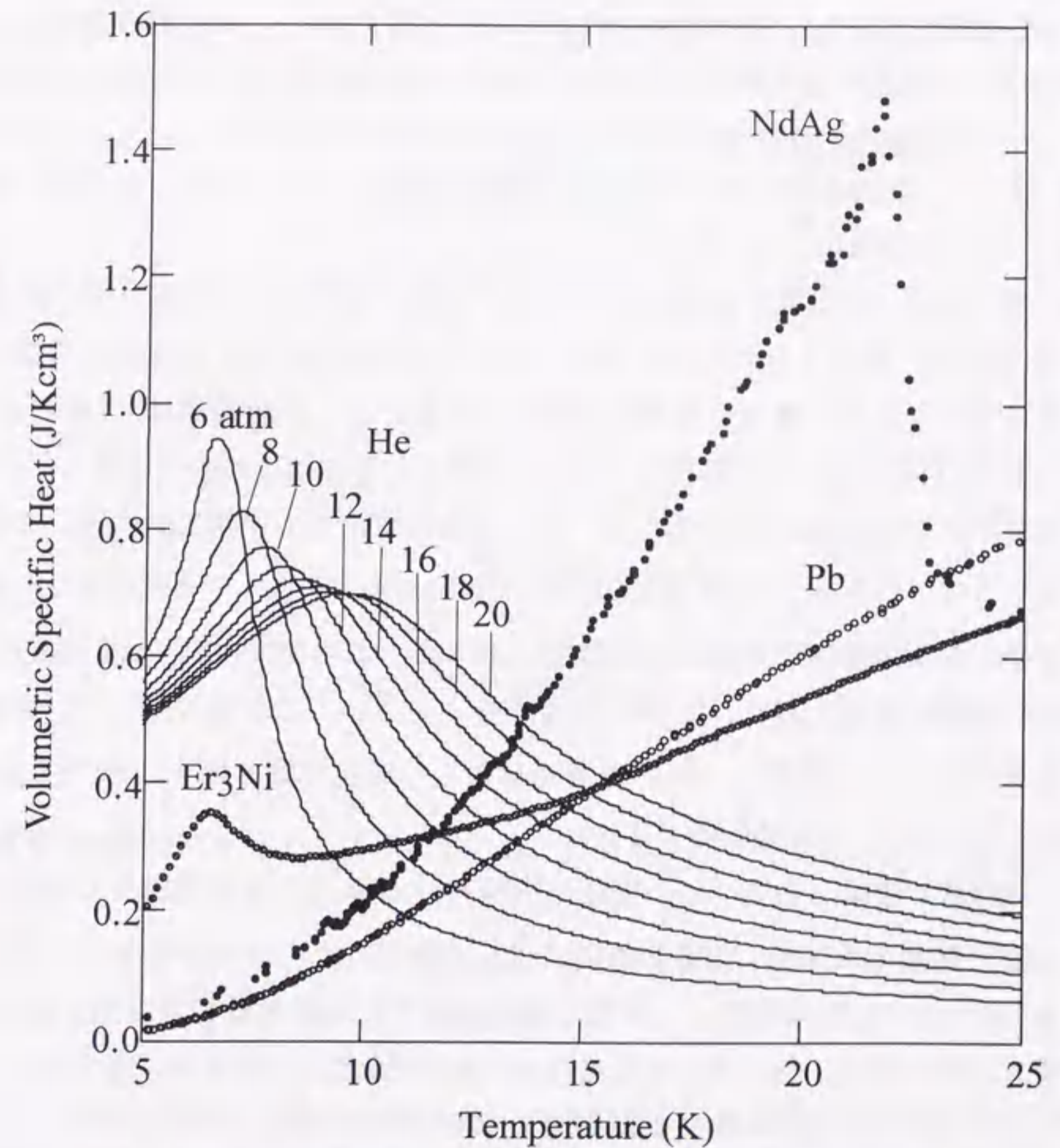


図4-8 本実験で使用した蓄冷材、Pb, NdAg, Er₃Niと6-20気圧の下でのヘリウムガスの体積比熱。

23K以上ではPb, Er₃Niと同程度の値にまで減少している。

GM冷凍機が開発された当時から、蓄冷材の比熱が冷凍能力を大きく左右することが指摘されていた^[10]。鉛が第2段蓄冷器用の蓄冷材として長く用いられてきたのはこのためである。鉛はデバイ温度が約100Kと低いために、その比熱のほとんどを占める格子比熱が低温に至るまで大きな値を示し、低温でも他の金属に比べて大きな体積比熱を示す。ところが10K程度になると、作動流体であるヘリウムガスの体積比熱に比べてその比熱は著しく小さくなる。こうした鉛の欠点を補うため、10K程度の低温でも高い体積比熱を保持する可能性のある材料として磁性体が注目された^[11-15]。磁性体は磁気転移に伴って比熱にピークを示すので、低温で磁気転移温度を有する磁性体の探索が行われてきた。本実験で使用しているEr₃Niは代表的な磁性蓄冷材である。現在では鉛の代わりに磁性蓄冷材を用いることで冷凍能力の向上が達成されていることは周知の事実となっている。ところが磁性蓄冷材の体積比熱と冷凍能力の詳細な関係については明らかになっていない。我々の興味はここにある。

図4-9に、本実験で用意した蓄冷材を使用した場合のGM冷凍機の冷凍出力 Q_0 および、測定された圧力変動とディスプレイの変位の様子から算出した単位時間当たりの膨張仕事 W の温度依存性を示す。運転周期は1.2秒である。図4-9に示すように、どの蓄冷材の場合にも膨張仕事はほぼ同一であることから、蓄冷材ごとの冷凍出力 Q_0 の違いは、それぞれの蓄冷材の体積比熱の違いを反映しているはずである。約18Kでは Q_0 はどの材料を蓄冷材としてもほぼ等しい値を示すが、温度の低下と共に Q_0 は急激に減少する。この減少の割合はPbを使用した場合に最も大きく、Er₃Niの場合が最も小さい。これを反映して、到達温度も蓄冷材ごとに異なり、Er₃Niを蓄冷材とした場合が最も低く、約6Kであり、NdAgで約8.2K、Pbで約8.8Kであった。

第3章で議論したように、膨張仕事 W と Q_0 の差は、蓄冷器損失であるエンタルピー流量と冷凍機に固有な熱損失 Q_{loss} の和である。参考のために、図4-10に第3章で使用した冷凍機と、今回の実験使用した冷凍機の冷凍出力を示した。両者を比較すると、図に示した温度域では約4W程度、冷凍出力が向上したことが分る。使用した蓄冷材、また膨張仕事は同じなので、改良を施したことで、 Q_{loss} を1~2W程度にまで低下させることができたと考えられる。従って、 Q_0 の温度依存性は蓄冷器中を往復動するヘリウムガスによって吸収される

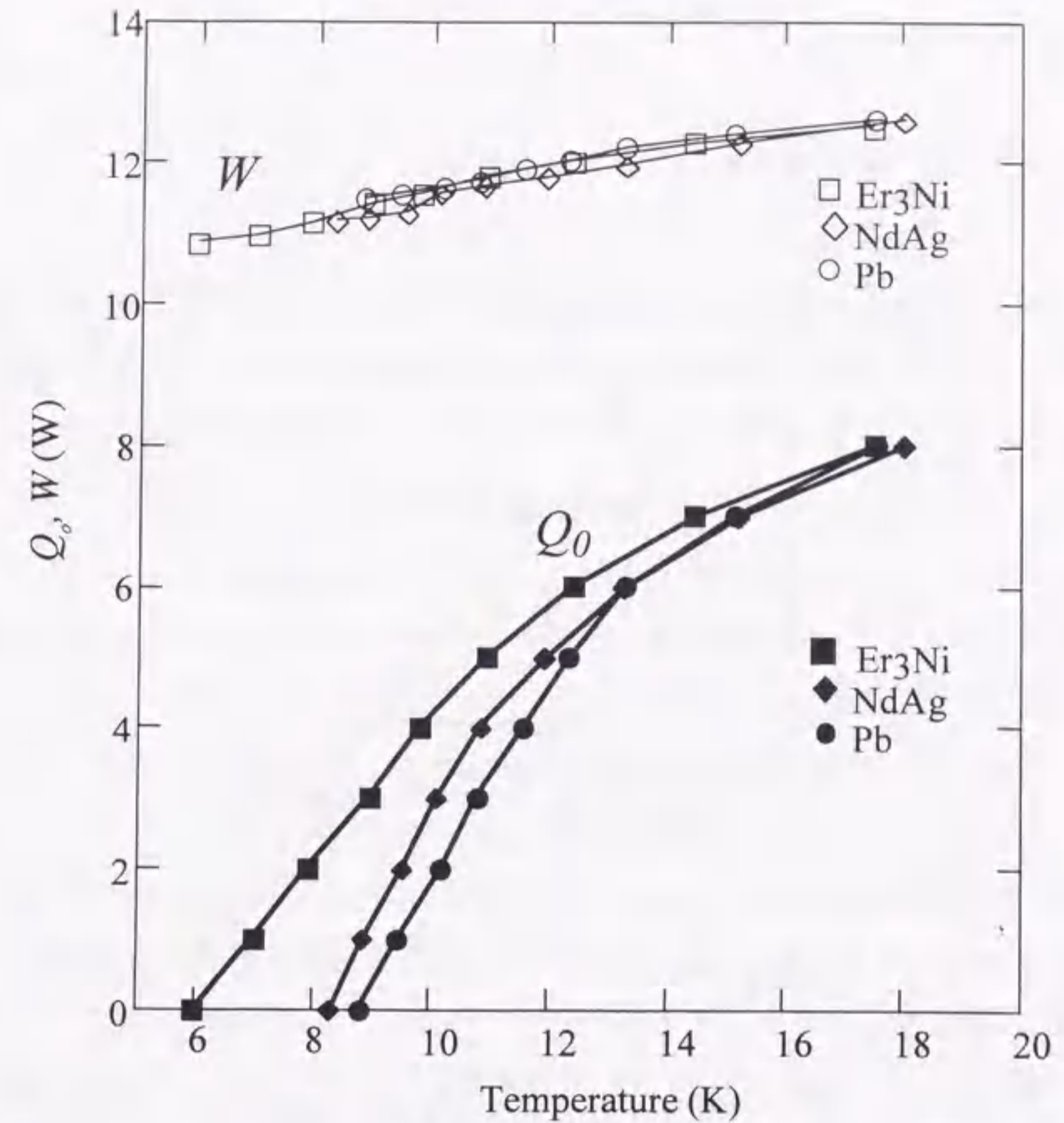


図4-9 Pb, NdAg, Er₃Niを蓄冷材とした場合の冷凍出力 Q_0 および膨張仕事 W の動作温度依存性

熱量 Q の温度依存性をよく反映していると思なすことができる。

4.5 熱音響理論に基づく解析

ヘリウムガスが非粘性流体であり、また蓄冷材の熱拡散率が十分に大きいと仮定すると、Appendixで詳細な導出を行った熱音響理論によって、蓄冷器内で圧力変動を受けながら振動運動するヘリウムガスによって運ばれる熱流 Q は、次のような3つの熱流の和で表すことができる。

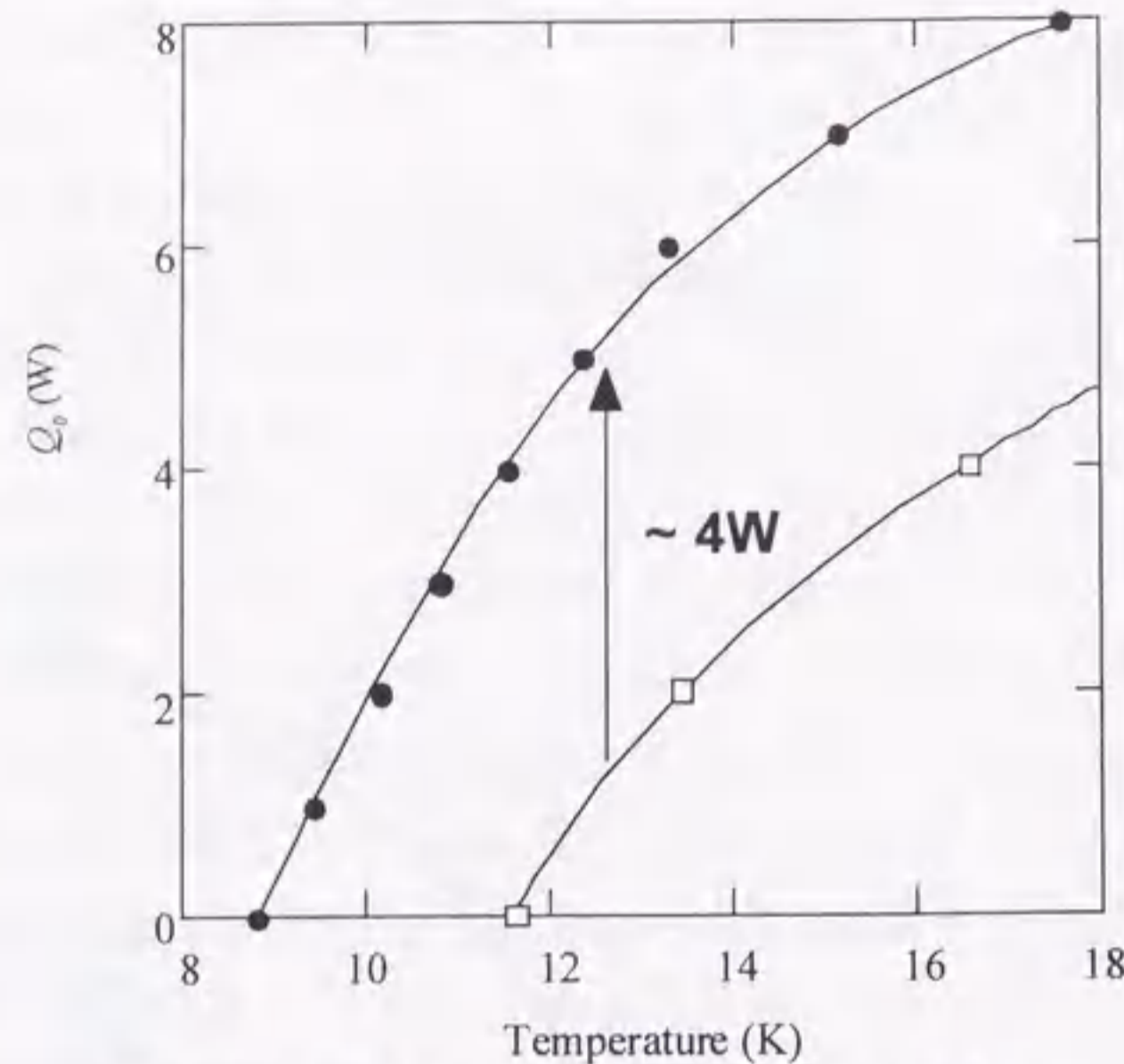


図4-10 第3章で用いたGM冷凍機 (□) と第4章で用いたGM冷凍機 (●) により得られる冷凍出力の比較. 熱損失が4W程度, 低減できた.

$$Q = Q_p^{in-phase} + Q_p^{out-of-phase} + Q_\xi^{out-of-phase} \quad (4-7)$$

ここで, $Q_p^{in-phase}$ と $Q_p^{out-of-phase}$ はそれぞれ圧力変動に起因する, 同位相と90°遅れのエントロピー成分による熱流で, (A4-21)式と(A4-22)式に導出した. また, $Q_\xi^{out-of-phase}$ は温度勾配の中をガスが変位することに起因した90°遅れのエントロピー成分による熱流成分であり, (A4-24)式に示されている. 冷凍出力 Q_0 と冷凍機損失の和 Q_{loss} がガスによって吸い上げられる熱量 Q の蓄冷器低温端での値である. 以降では(4-7)式を蓄冷器低温端に適用して議論を進める.

Appendixで示したように, 上記3つの熱流束は次の様に表すことができる.

$$Q_p^{in-phase} = -F_s \cdot \beta T_m \cdot \chi' \cdot A \langle p \cdot u \rangle_t \quad (4-8a)$$

$$Q_p^{out-of-phase} = -F_s \cdot \beta T_m \cdot \chi'' \cdot \omega A \langle p \cdot \xi \rangle_t \quad (4-8b)$$

$$Q_\xi^{out-of-phase} = F_s \cdot \rho_m C_p \cdot \chi'' \cdot \nabla T_m \cdot \omega A \langle \xi \cdot \xi \rangle_t \quad (4-8c)$$

ここで, F_s は(A4-20)式によって定義される無次元数, β はヘリウムガスの体積膨張率, T_m はヘリウムガスの平均温度, $\rho_m C_p$ はヘリウムガスの体積比熱, ∇T_m は蓄冷器内の温度勾配である. 蓄冷器低温端での熱流を考えるので, T_m は冷凍機の動作温度とみなせる. また, ω は冷凍機の角振動数である.

これらの因子の他に, $Q_p^{in-phase}$ は無次元数である χ' を含み, また, $Q_p^{out-of-phase}$ と $Q_\xi^{out-of-phase}$ は同じく無次元数である χ'' を含んでいる. χ' および χ'' はそれぞれ, 流路断面内で平均したときのガス要素のエントロピー変動の実数成分と虚数成分の割り合いを示している. 蓄冷器内のヘリウムガスの流路を円管で近似した場合, χ' および χ'' は図A4-3に示すような緩和時間 τ を用いた無次元量 $\omega\tau$ の関数として与えられる. 円管の場合には緩和時間 τ は円管の半径 r_0 とヘリウムガスの熱拡散率 α を用いて, $r_0^2/2\alpha$ で与えられる. 本実験においては蓄冷材として, 直径が170 μm の球状粉を用いたので, 球状粉の直径の4分の1に当る40 μm が流路半径 r_0 の目安と考えて良いだろう. 一方, ヘリウムガスの熱拡散率 α は温度と圧力に依存して変化するが, 6-20気圧の下ではおよそ6-10Kの温度範囲において, $4 \times 10^{-4} \text{cm}^2/\text{sec}$ 程度の極小値を示す^[6]. 周期が1.2秒の場合, ω は $\frac{2\pi}{1.2}$ となるから, $\omega\tau$ はおよそ0.1程度の大きさとなる. 図A-3からわかるように, このとき, χ' はほとんど1と見なせるのに対して, χ'' は0.05程度の小さな値を取る.

この議論から明らかなように, (4-7)式に示された3つの熱流成分のうち, χ' を含む $Q_p^{in-phase}$ の寄与が最大で, それに比べて χ'' を含む $Q_p^{out-of-phase}$ と $Q_\xi^{out-of-phase}$ の寄与は小さくなる. 従って, 冷凍出力の温度依存性を理解するためには, 第一に $Q_p^{in-phase}$ に注目する必要がある.

(4-8a)式で表される $Q_p^{in-phase}$ に含まれる仕事流 $A \langle p \cdot u \rangle_t$ は蓄冷器低温端では, 第2段膨張空間での膨張仕事 W を意味している. (4-8a)式の各因子はどれも正なので, $Q_p^{in-phase}$ は常に膨張仕事 W と異符号になる. これは $Q_p^{in-phase}$ が常に冷凍に寄

与する熱流であり、その大きさが膨張仕事 W の大きさに比例することを示している。膨張仕事 W の温度依存性は図4-9に示したように、温度に対してゆるやかな増加関数となっている。

次に、(4-8a)式に現われた F_s 、および、 βT_m についてその温度依存性を調べる。Appendixにおいて、式(A4-20)で定義される F_s は、流路に対して1次元モデルが成り立たない場合には改めて、

$$F_s = \frac{1}{1 + \chi' \frac{C_p}{C_{reg}}} \quad (4-9)$$

と書くことが出来る。ここで、 C_p は単位質量あたりのヘリウムガス要素の比熱で、 C_{reg} はそのガス要素と熱接触している蓄冷材の比熱である。(4-9)式から明らかのように、 $\frac{C_p}{C_{reg}}$ をパラメータとして、 F_s は0から1までの値をとる。蓄冷材の比熱が無限大であるような等温的な極限では F_s は1となり、逆に、蓄冷材の比熱が0であるような断熱的な極限では F_s は0となる。本実験でのGM冷凍機の運転中の平均圧力にほぼ等しい12気圧でのヘリウムガスの比熱を代表的な値とし、また、蓄冷材の充填率が60%であったことを考慮すると F_s は温度の関数として次式で与えられる。

$$F_s = \frac{1}{1 + \frac{0.4 \cdot \rho_m C_p}{0.6 \cdot C_{reg}^V}} \quad (4-10)$$

ここで、 C_{reg}^V は蓄冷材の体積比熱である。

(4-10)式を用いてPb、 Er_3Ni とNdAgに対して算出した F_s を図4-11に示す。ただし、ヘリウムガスの体積比熱 $\rho_m C_p$ は12気圧での値とした。図4-8に示した体積比熱と比較すると、15K以上の温度域ではNdAgの体積比熱がPb、 Er_3Ni に比べて著しく突出していたが、 F_s で比較するとNdAgの優位性は抑えられ、Pb、 Er_3Ni と同程度の値しか持ち得なくなる。これは、ヘリウムガスの比熱が温度の

増加と共に減少するためであり、15K以上の温度域においては今回用意した蓄冷材はどれも、ヘリウムガスに対して十分な体積比熱を有していると言える。すなわち、NdAg程の大きな体積比熱はこの温度域ではあまり意味がないことになる。一方、低温ではヘリウムガスの比熱が相対的に大きくなるために、蓄冷材の体積比熱の影響が F_s に顕著に反映される。 Er_3Ni に対して求められた F_s は低温でも0.4程度の値を保持しており、このような低温での比熱異常が、冷凍能力の向上に効果的であることを示している。これに対して、NdAgは15K以下ではその比熱が急激に減少するため、鉛同様にその F_s は10K以下で急激に小さくなる。

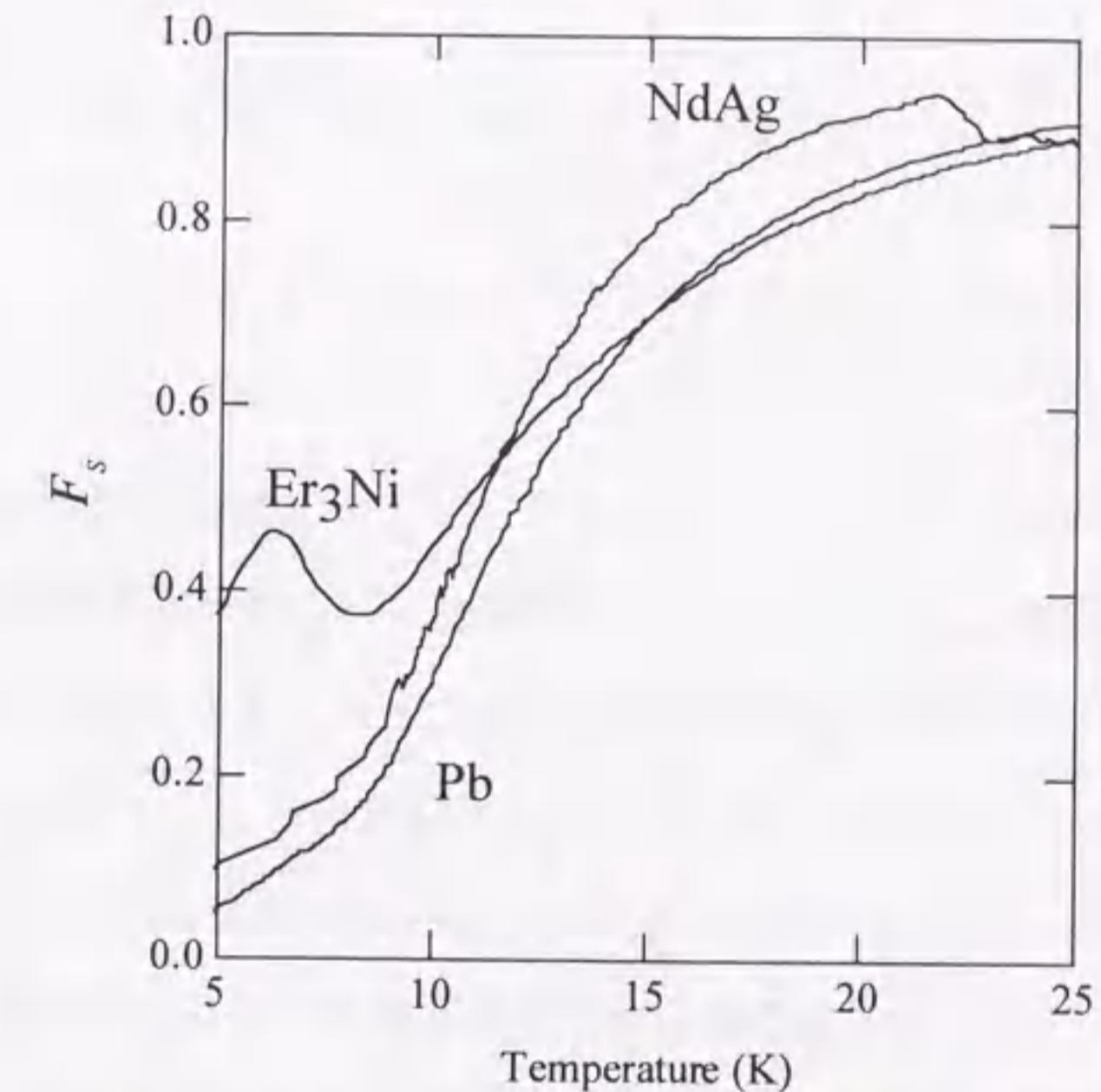


図4-11 Pb, NdAgおよび Er_3Ni に対して計算された因子 F_s の温度依存性

(4-8a)式に含まれている因子 βT_m も冷凍能力に密接に関係する。12気圧でのヘリウムガスの体積膨張率 β を用いて求めた βT_m の温度依存性を図4-12に示す。 βT_m は理想気体では、温度によらず1である。12気圧でのヘリウムガスの場合、 βT_m は高温ではほぼ1となるが、温度の低下と共に、理想気体からのずれが顕著になり、10K以下では急激に減少する。これは蓄冷材の体積比熱の値によらず、冷凍能力が10K以下では急激に減少することを示している。

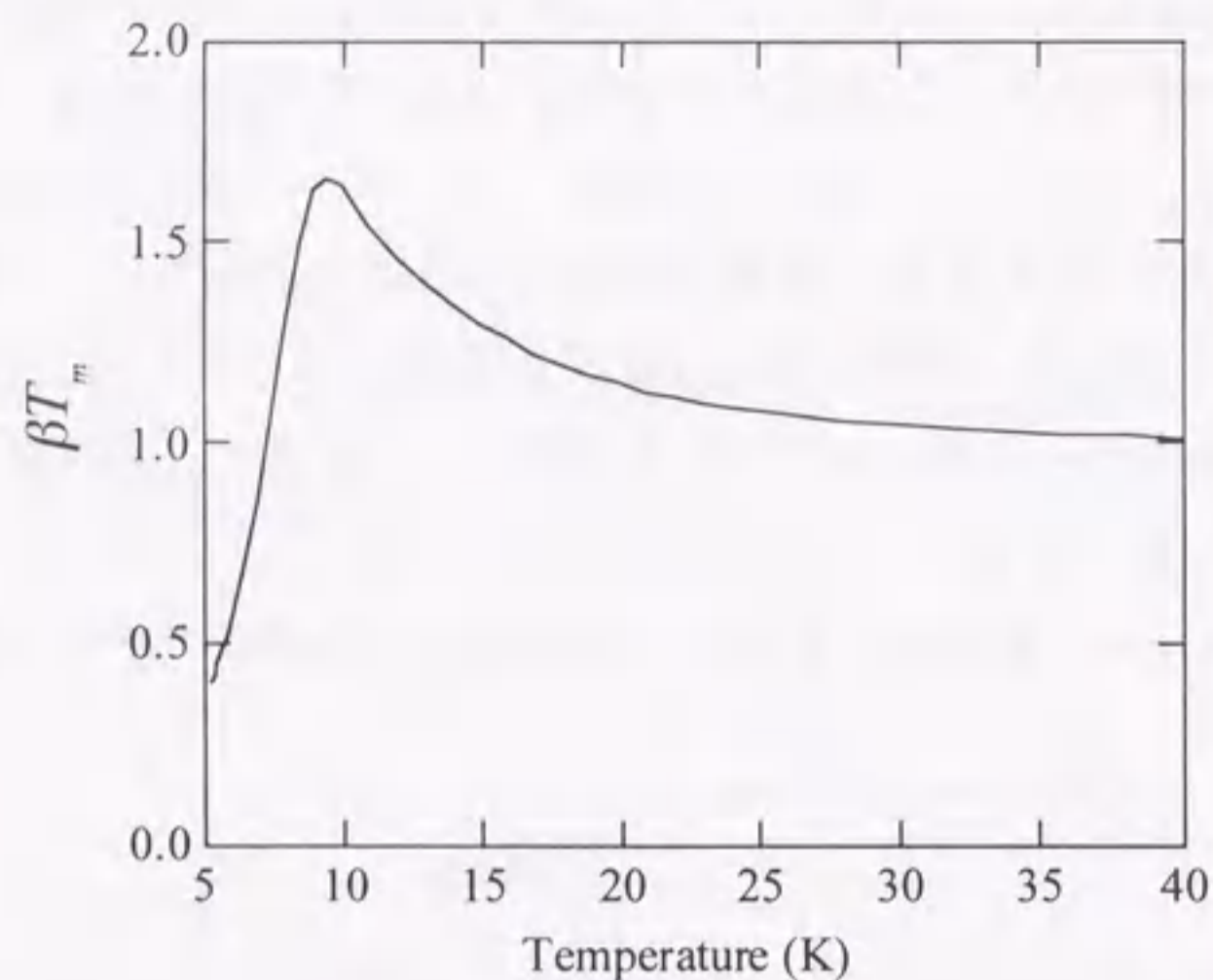


図4-12 12気圧のヘリウムガスに対して計算された因子 βT_m の温度依存性

これで(4-8a)式に含まれている因子 F_s と βT_m の温度依存性が明らかになった。 χ' を1と仮定し、 $A(p \cdot u)_i$ として図4-9に示した膨張仕事 W の値を(4-8a)式に代入すると、 $Q_p^{in-phase}$ の温度依存性を算出することができる。図4-9に示した冷凍出力 Q_0 と合わせて、図4-13に $Q_p^{in-phase}$ を3つの蓄冷材について算出した結果を示す。ただし、 F_s と βT_m は、動作温度と平均圧力の関数として算出した値を用いた。この図から $Q_p^{in-phase}$ はそれぞれの蓄冷材に対する冷凍出力 Q_0 の温度依存性をよく再現することが分る。しかし、両者の間には3~5W程度の開きがある。

$Q_p^{in-phase} - Q_0$ は正であるので、これは損失熱量となっている。容易に分るように、この損失熱量は冷凍機に固有な損失熱量 Q_{loss} と圧力変動、および位置変動に対する位相遅れのエントロピー成分による熱流である $Q_p^{out-of-phase}$ と $Q_{\xi}^{out-of-phase}$ の和で表されるはずである。図4-14(a)に $Q_p^{in-phase} - Q_0$ を図示した。 Q_{loss} は熱伝導による熱損失や、シャトルロス、放射熱の和であるが、前述したように、今回使用したGM冷凍機では、測定温度範囲内においては温度によらず2W程度の寄与しかないと見積もられるので、図示された $Q_p^{in-phase} - Q_0$ は $Q_p^{out-of-phase}$ と $Q_{\xi}^{out-of-phase}$ の温度依存性をもっぱら反映していると考えられる。

(4-8b)式と(4-8c)式から得られる $Q_p^{out-of-phase}$ と $Q_{\xi}^{out-of-phase}$ の和を、

$$Q_p^{out-of-phase} + Q_{\xi}^{out-of-phase} = |\chi''| \cdot Q'' \quad (4-11)$$

と変形する。ここで、 $|\chi''|$ は χ'' の絶対値を表し、また、

$$Q'' = \frac{\chi''}{|\chi''|} \left\{ -F_s \cdot \beta T_m \cdot \omega \cdot A \cdot \langle p \cdot \xi \rangle_t + F_s \cdot \rho_m C_p \cdot \nabla T_m \cdot \omega \cdot A \cdot \langle \xi \cdot \xi \rangle_t \right\} \quad (4-12)$$

である。 F_s 、 βT_m と $\rho_m C_p$ は $Q_p^{in-phase}$ の場合と同じく、動作温度と平均圧力を用

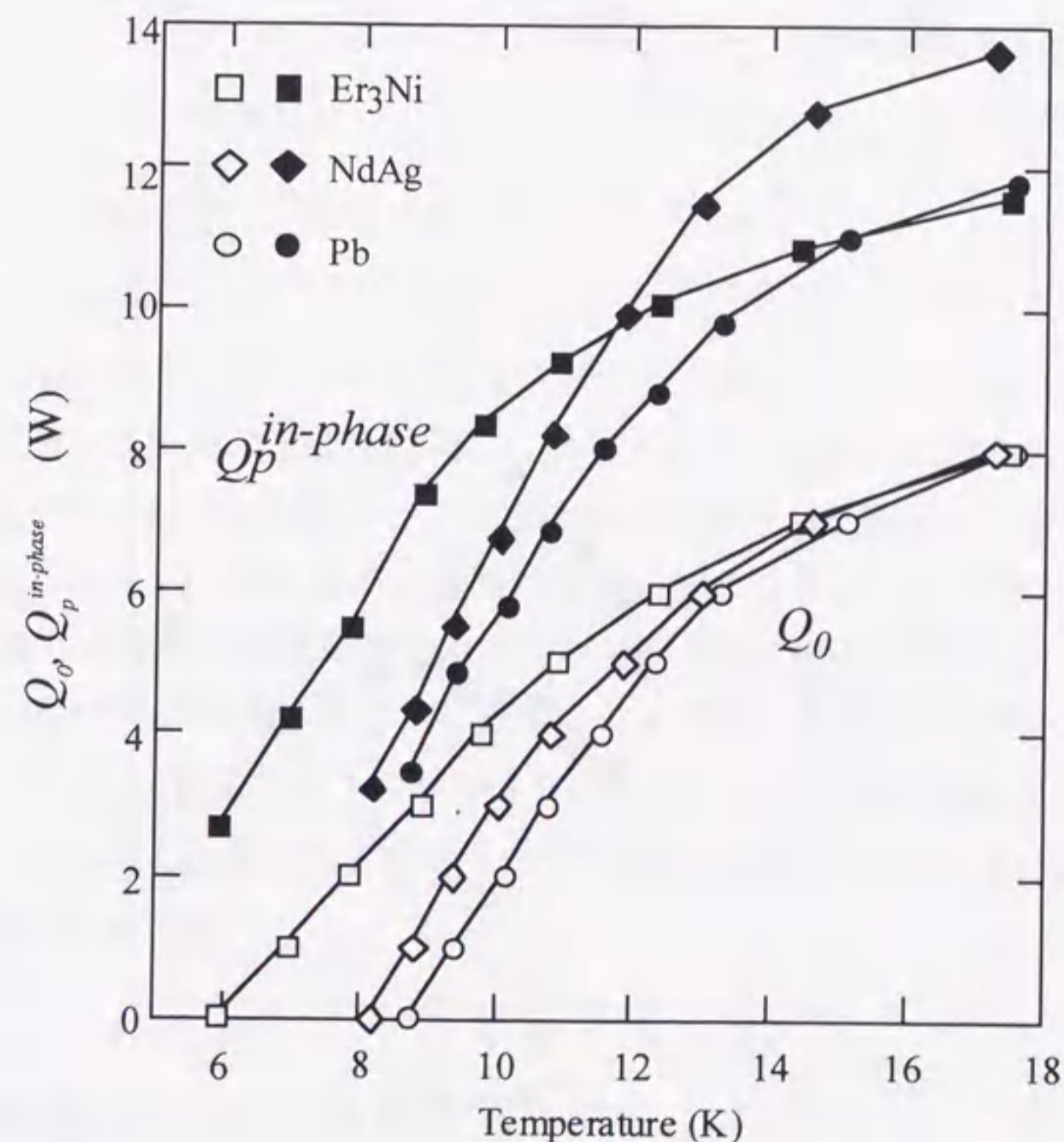


図4-13 Pb, Er₃NiおよびNdAgを蓄冷材とした場合の冷凍出力 Q_0 および $Q_p^{in-phase}$

いて算出した。 $A \cdot \langle p \cdot \xi \rangle_t$ と $A \cdot \langle \xi \cdot \xi \rangle_t$ を測定した圧力変動と、ディスプレイサーの変位から算出した。また、簡単のために、測定した第1段膨張空間の平均温度と第2段膨張空間内の平均温度の差を蓄冷器の長さで割った、平均的な蓄冷器内部の温度勾配を ∇T_m として用いた。計算によって求めた Q'' をそれぞれの蓄冷材に対して、動作温度の関数として図4-14(b)に示した。

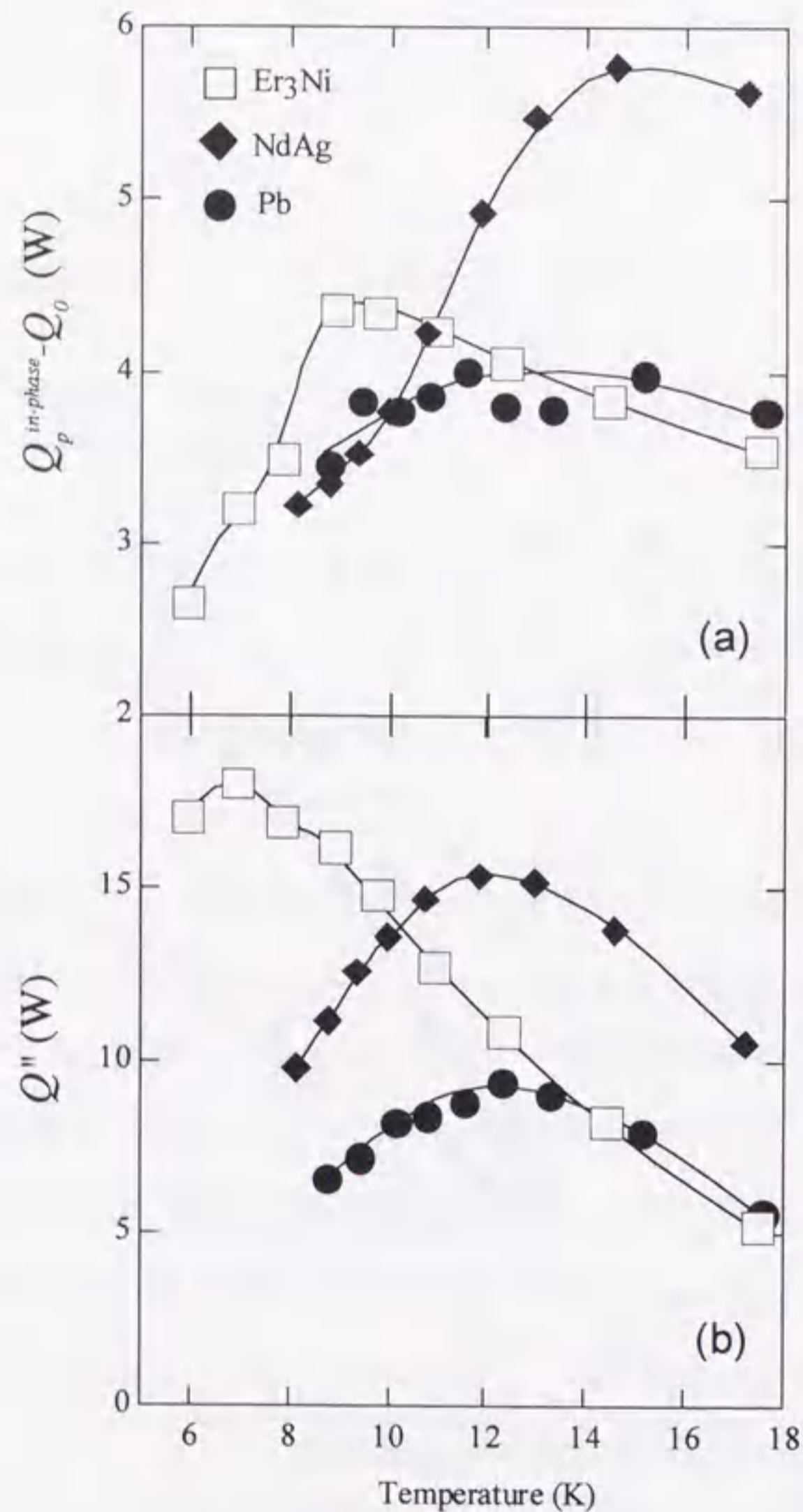


図4-14 Pb, Er₃Ni, NdAgを蓄冷材とした場合の(a) $Q_p^{in-phase} - Q_0$ および、(b)計算された Q'' の温度依存性

本実験で使用したGM冷凍機のパルプタイミングの場合、因子 $\langle p \cdot \xi \rangle_t$ は負となるので、 $Q_p^{out-of-phase}$ は負の量となり冷凍に寄与する一方、因子 $\langle \xi \cdot \xi \rangle_t$ はパルプタイミングによらず常に正の量であるので、 $Q_\xi^{out-of-phase}$ は正となり損失熱量となる。しかも $Q_\xi^{out-of-phase}$ は $Q_p^{out-of-phase}$ の2から5倍ほど大きいことが分かった。従って、(4-12)式は全体として損失熱量として働く。またヘリウムガスの体積比熱 $\rho_m C_p$ を因子として含んでいるために、(4-12)式の波カッコの第2項である $\frac{\chi''}{|\chi'|} \cdot F_S \cdot \rho_m C_p \cdot \nabla T_m \cdot \omega \cdot A \cdot \langle \xi \cdot \xi \rangle_t$ は低温でピークを示す。ただし、蓄冷材の種類によって F_S の温度依存性が異なるために、ピークの出現位置は蓄冷材の体積比熱の温度依存性を反映する。図4-14(b)に示した Q'' がピークを示すのはこの事情による。確かに、図示された Q'' はそれぞれの蓄冷材に対する $Q_p^{in-phase} - Q_0$ のピーク構造をよく再現している。また、 Q'' はおよそ10Wと見積もられるが、一方 $Q_p^{in-phase} - Q_0$ は4W程度なので、 Q_{loss} を2Wであるとする、 $|\chi''|$ を0.2程度にとれば、 $Q_p^{in-phase} - Q_0$ と(4-11)式はほぼよい一致を得る。

しかしながら、 $Q_p^{in-phase} - Q_0$ は算出した Q'' に比較して、10K程度の温度域を境にして、低温側では縮小され、高温側では逆に拡大されているように見える。この違いは蓄冷器両端の温度差を ∇T_m に対して用いたことが原因であると考えている。前章で明らかにしたように、低温で蓄冷材の体積比熱がヘリウムガスと比較して小さくなると、蓄冷器低温端では温度勾配が小さくなる。それに対して、比較的高温では蓄冷器低温端での温度勾配は高温端の温度勾配よりも大きくなる。同じことが今回の蓄冷器でも起きていると考えられるので、図4-14(b)に示した Q'' に対して、低温では1より小さな因子を掛け合わせ、高温では1よりも大きな因子をかける必要があるだろう。 ∇T_m をより詳しく決定することは今後の重要な課題である。

4. 6 冷凍出力の周波数依存性

ここでは、これまでの熱音響理論に基づく解析をさらに進めて、冷凍出力

の周波数依存性について議論する。図4-15に示すように、冷凍機の運転周期を1.2, 1.0, 0.7 sec.と短くするにつれ、単位時間当たりの膨張仕事は増加する。(4-8a)式によれば、この膨張仕事の増加に伴って、ヘリウムガスの吸い込む熱量も増加するはずである。確かに、14K以上の高温では蓄冷材の種類によらず冷凍出力は増加することが図4-15から分る。ところが、それぞれの蓄冷材に対する最低温度付近の低温では、膨張仕事を増加させても冷凍出力はほとんど変化しない。 $Q_p^{in-phase}$ をこれまでと同じく各運転周期に対して算出し図4-15に合わせて示した。図から分るように、計算された $Q_p^{in-phase}$ はこの冷凍出力の振る舞いをよく反映する。つまり、到達温度付近で膨張仕事の増加が反映されないのは、 $Q_p^{in-phase}$ に含まれる $F_S \cdot \beta T_m$ が非常に小さくなるためであると解釈できる。

低温用の蓄冷材として鉛を用いていた従来のGM冷凍機の到達温度が高々10K程度に制限されていた理由は、 $F_S \cdot \beta T_m$ の急激な減少に起因することは上の議論から明らかである。Pb, Er_3Ni とNdAgのいずれの場合にも、 $F_S \cdot \beta T_m$ の値は到達温度でほぼ0.25程度となる。逆に言うと、任意の蓄冷材に対して、 $F_S \cdot \beta T_m$ がこの値を取る温度がその蓄冷材を用いた時の到達温度である。したがって、蓄冷材の粒径が170 μm で、膨張仕事が12W、冷凍機損失熱量 Q_{loss} が2W程度の冷凍機を用いた場合、任意の蓄冷材を用いたときの到達温度は、蓄冷材の体積比熱のみを用いて容易に予測することができる。

4. 7 種々の蓄冷材に対する到達温度の予測

図4-16(a)に、八木らにより開発された磁性化合物PrAg, $Pr_{0.4}Nd_{0.6}Ag$ および $Pr_{0.2}Nd_{0.8}Ag$ ^[9]の体積比熱の温度依存性を示す。これらを170 μm の粒径を持つ球状蓄冷材として本研究で使用したGM冷凍機に搭載したと仮定する。これらの蓄冷材に対して計算した $Q_p^{in-phase}$ の温度依存性を図4-16(b)に示す。ただし、これまでと条件を同じくするために、12気圧のヘリウムガスに対して、 $F_S \cdot \beta T_m$ を計算し、充填率は60%、 χ' は1、膨張仕事としては図4-9に示した値を用いた。図4-16(b)には $F_S \cdot \beta T_m = 0.25$ の直線を合わせて示した。この直線とそれぞれの材料に対する $Q_p^{in-phase}$ の交点が、今回使用したGM冷凍機にそれぞれの材料を蓄冷材として用いたときの到達温度と見なすことが出来よう。つまり、蓄冷材の体積比熱の温度

依存性のみから冷凍機の到達温度を見積もることが出来る。図4-16(b)から明らかのように、PrAg, $Pr_{0.4}Nd_{0.6}Ag$, $Pr_{0.2}Nd_{0.8}Ag$ の場合にはそれぞれ、7, 7, 7.5Kの到達温度が得られると考えている。

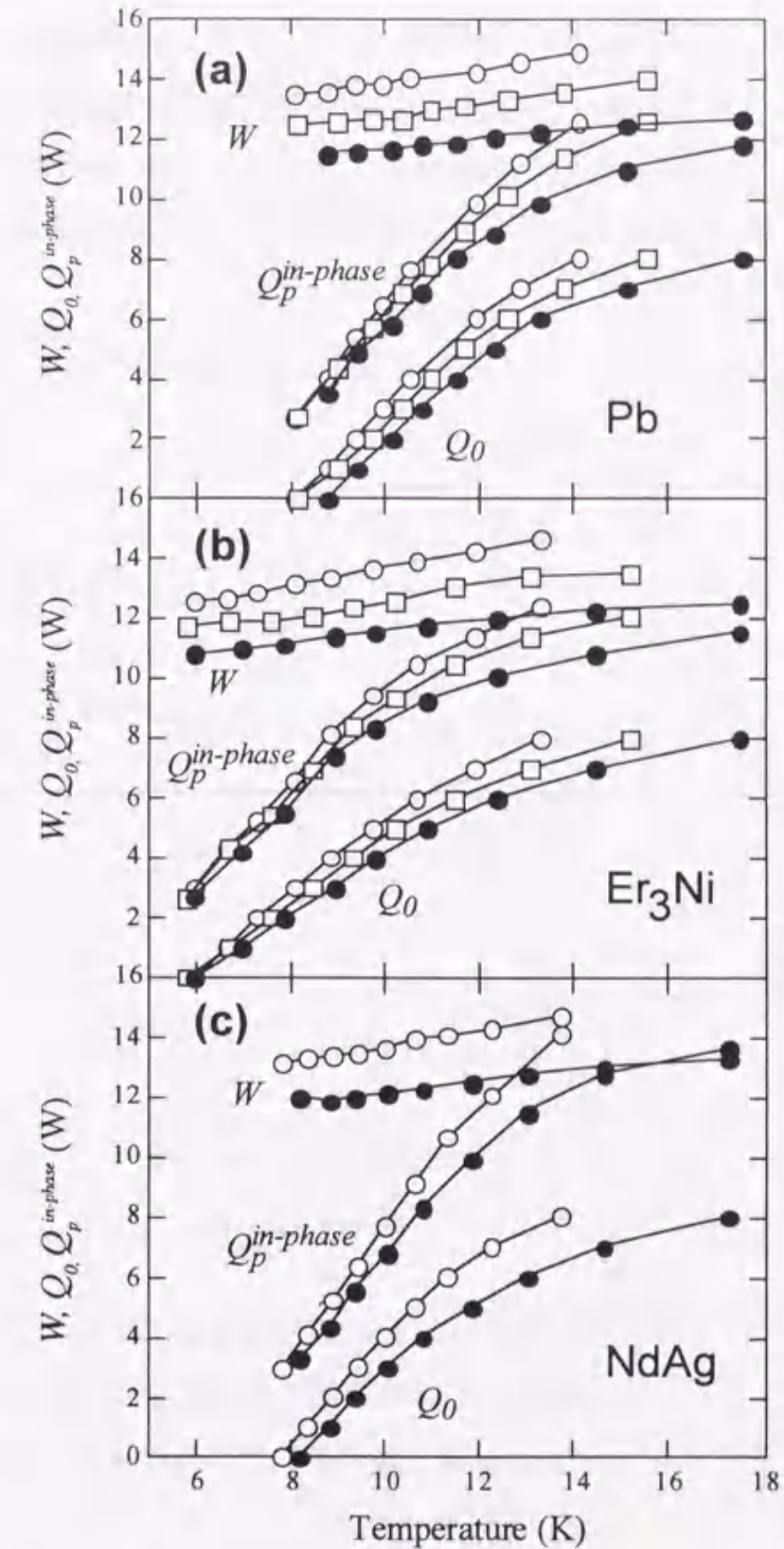


図4-15 異なる運転周期0.7 (●), 1.0 (□), 1.2 (○) (sec.)の場合に測定された冷凍出力 Q_0 および膨張仕事 W , 計算された $Q_p^{in-phase}$ を使用した蓄冷材は(a)Pb, (b) Er_3Ni および(c)NdAgである。

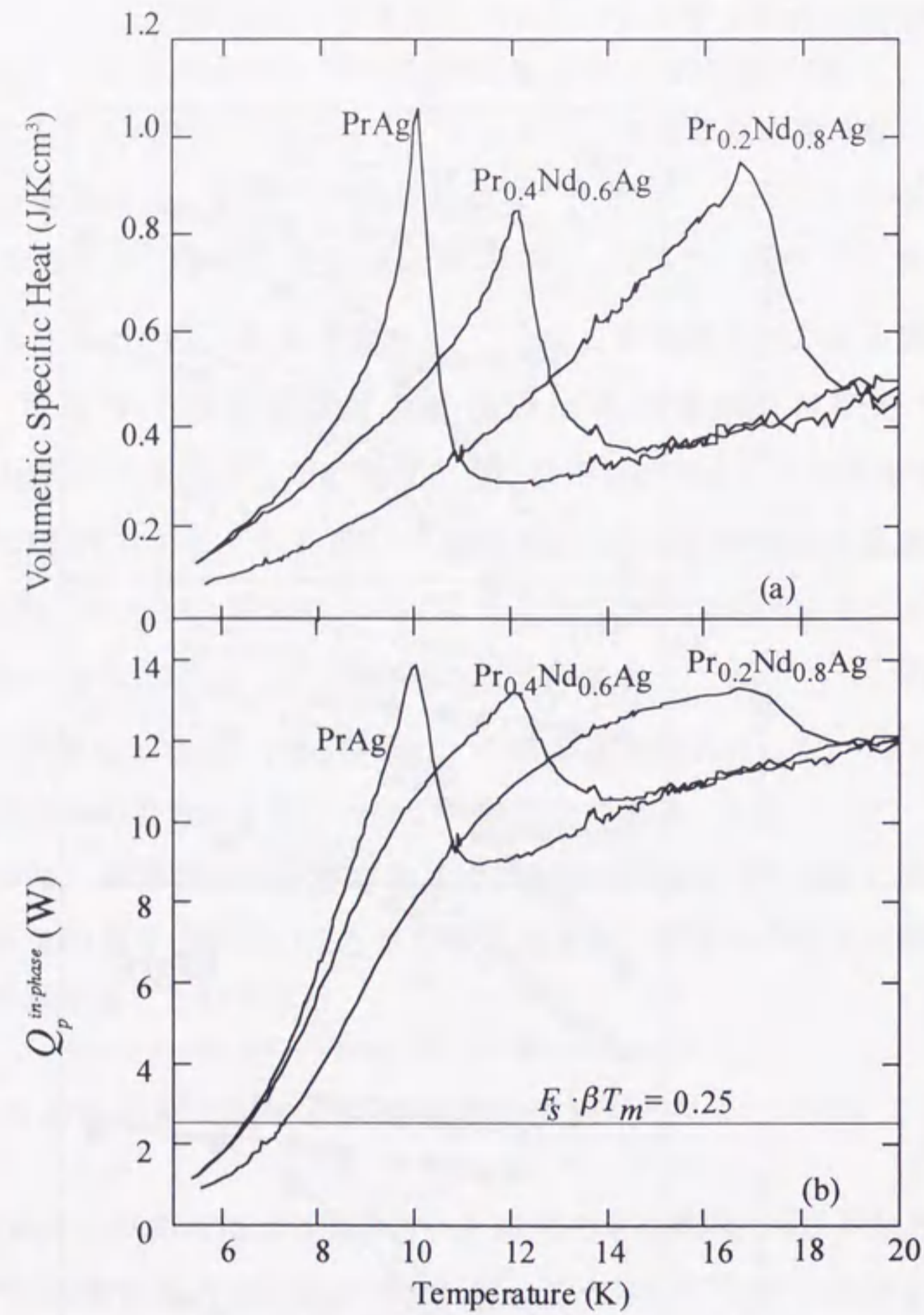


図4-16 (a)PrAg, Pr_{0.4}Nd_{0.6}Agおよび Pr_{0.2}Nd_{0.8}Agの体積比熱の温度依存性, および(b) それぞれの体積比熱の温度依存性を考慮して計算した $Q_p^{in-phase}$ の温度依存性

4.8 まとめ

蓄冷材として, Pb, Er₃NiとNdAgの球状粉を用いた場合のGM冷凍機の冷凍出力を測定し, 熱音響理論に基づいて解析した. その結果から, $F_s \cdot \beta T_m$ が冷凍出力および到達温度を大きく左右する因子であることを指摘することができた.

蓄冷式冷凍機の冷凍出力を決定する指導原理を明らかにし, さらに任意の蓄冷材に対してその体積比熱の温度依存性から到達温度を予測することができた.

Appendix

A 4. 1 熱音響理論による熱流の導出

A 4. 1. 1 1次元系のエントロピー流の定式化

蓄冷器中のヘリウムガス要素は、周囲にある蓄冷材とエントロピーを放出、吸収しながら運動している。蓄冷器は真空容器中に設置されているので、ヘリウムガスの吐き出したエントロピーは残らず蓄冷材によって吸収されるはずである。従って、単位質量のヘリウムガス要素のエントロピー変化量 $\left(\frac{dS}{dt}\right)_{gas}$ と、そのガス要素に接している蓄冷材のエントロピー変化量は互いにつり合っている必要がある。蓄冷材の熱拡散率が十分に大きいと仮定して、蓄冷材内部の温度分布を無視すると、 $\left(\frac{dS}{dt}\right)_{gas}$ に対して

$$\left(\frac{dS}{dt}\right)_{gas} + \frac{C_{reg}}{T_m} \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (A4-1)$$

が成り立つ。ここで、 C_{reg} は想定しているガス要素と熱接触している蓄冷材の比熱、また、 T_m は蓄冷材の時間的平均温度、 $\frac{\partial T}{\partial t}$ は蓄冷材の温度の時間変化率である。蓄冷材の温度がヘリウムガスの温度に等しいと仮定すると、(A4-1)式は次のように変形される。

$$\begin{aligned} \left(\frac{dS}{dt}\right)_{gas} &= -\frac{C_{reg}}{T_m} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial S}\right)_p \frac{\partial S}{\partial t} + \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_S \frac{\partial p}{\partial t} \right] \\ &= -\frac{C_{reg}}{T_m} \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial S}\right)_p \left[\frac{\partial S}{\partial t} - \left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T \frac{\partial p}{\partial t} \right] \end{aligned}$$

$$= -\frac{C_{reg}}{C_p} \left[\frac{\partial S}{\partial t} - \left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T \frac{\partial p}{\partial t} \right], \quad (A4-2)$$

ここで、 $C_p = T_m \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p$ はヘリウムガスの比熱である。式(A4-1)を本文中の(4-1)式に、 $X=S$ として代入し、整理すると、

$$dS = F_s \left[d\xi \cdot \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p \nabla T + \left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T dp \right] \quad (A4-3)$$

を得る。ここで、 $\varepsilon = \frac{C_p}{C_{reg}}$ とすると $F_s = \frac{1}{1+\varepsilon}$ である。理想的な蓄冷器では、 ε は十分に小さいので、 F_s は1となる。また逆に、蓄冷材の比熱が0と見なせるような場合には、 F_s は0となるので、蓄冷器中のガス要素のエントロピー変動は0になる。前者が等温的なガス要素のエントロピー変動を、また後者が断熱的なエントロピー変動 ($dS=0$) を与える。

前者が等温的なガス要素のエントロピー変動を表すことは、次のように変形することで示すことができる。(4-2)式に等温的な場合のガス要素の温度変化 $d\xi \cdot \nabla T$ を代入すると、

$$dS = d\xi \cdot \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p \cdot \nabla T + \left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T dp \quad (A4-4)$$

となる。(A4-4)式は等温的な場合のガス要素に対するエントロピー変動を表す。(A4-3)式と(A4-4)式を比較すると分かるように、 F_s が0と1の間の値を取るとは、ガス要素のエントロピー変動は、一般の場合には等温的な場合と断熱的な場合のエントロピー変動の線形和で与えられることを示している。

これで、本文中(4-6)式に代入するべき、流体要素のエントロピー変動を蓄冷材とガス要素の比熱の比を含む因子 F_s 、流体要素の温度変化 $\xi \cdot \nabla T$ 、および、圧力変動 dp を用いて表すことができた。(4-6)式では変動量を表す d を省略して書

き表すと約束したので、熱流を表す $\rho_m T_m \langle S \cdot u \rangle_t$ に含まれるエントロピー S に (A4-3) 式の dS を代入すると、

$$A \rho_m T_m \langle S \cdot u \rangle_t = A \rho_m T_m F_s \left[\left(\frac{\partial S}{\partial p} \right)_T \langle p \cdot u \rangle_t + \langle \xi \cdot u \rangle_t \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_p \nabla T_m \right] \quad (\text{A4-5})$$

を得る。ただし、(A4-5) 式は流路断面積である A を掛けてあるので、蓄冷器のある断面を通過する熱量を表している。第2項に含まれる $\langle \xi \cdot u \rangle_t$ は、変位 ξ が周期的に変動していることから、次式のように変形されるので、恒等的にゼロとなる。

$$\langle \xi \cdot u \rangle_t = \frac{\omega}{2\pi} \oint \xi d\xi = 0 \quad (\text{A4-6})$$

(A4-6) 式は、本文中で議論したように圧力変動を無視して、蓄冷器内の温度勾配のみを考慮して描いた S - x 線図の面積が0となることに対応している。結局、1次元流れでの熱流は圧力変動によってのみ生じることが確かめられ、その熱流 Q_p は、次式で与えられる。

$$A \rho_m T_m \langle S \cdot u \rangle_t = Q_p = \rho_m T_m F_s \left(\frac{\partial S}{\partial p} \right)_T A \langle p \cdot u \rangle_t \quad (\text{A4-7})$$

ここで、熱力学的な関係式、 $\left(\frac{\partial S}{\partial p} \right)_T = - \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$ および、体積膨張率 $\beta = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$ を用いると、 Q_p は、

$$Q_p = -F_s \cdot \beta T_m \cdot A \langle p \cdot u \rangle_t \quad (\text{A4-8})$$

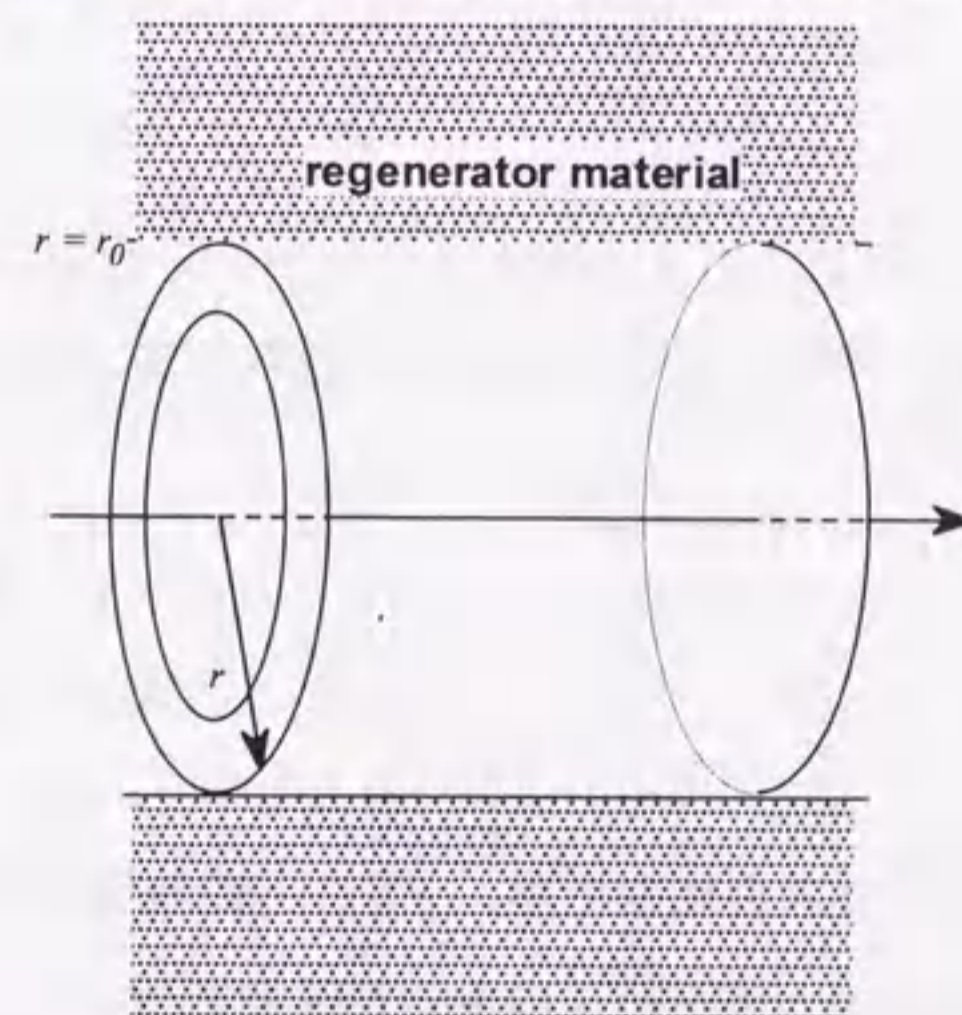
となる。 Q_p に含まれる因子は全て正であるので、 Q_p は仕事流 $A \langle p \cdot u \rangle_t$ と異符号になる。これは膨張仕事为正であるような場合に、低温部から高温部へ温度勾配に逆らって熱が流れることを示している。理想気体の場合には、状態方程式と体

積膨張率の定義式から、 βT_m は1となる^[6]ことが容易に確かめられる。さらに、理想的な蓄冷器の場合には、 F_s が1となることを用いると、圧力変動に起因する熱流 Q_p は、仕事流と大きさが等しくなることが分る。蓄冷器低温端にこの関係を適用すると、膨張仕事が100%吸熱量変換されるという結果を得る。逆に、蓄冷器中のガスの運動が断熱的な場合には、 F_s が0となるので、熱流もまた0になり、冷凍能力は0となる。

A4.1.2 3次元系のエントロピー流

ここでは蓄冷材の空隙によって作られる蓄冷器中のガス要素の流路がもはや十分に狭いとは見なせず、従って、1次元モデルが成り立たない場合のエントロピー流を考える。流路断面でのガス要素のエントロピー変動は、蓄冷材に接しているような領域では、これまで議論してきたことが成り立つが、蓄冷材から十分に離れた領域では、周囲の蓄冷材の影響を受けず、断熱的になるはずである。

簡単のために、図A4-1に示すように、ヘリウムガスの流路を半径が r_0 の円管で近似する。また、円管の軸方向に x 軸をとり、動径方向の原点をこの x 軸上にとる。ガス要素は先の1次元モデルに引き続き、 x 軸に沿って運動すると仮定する。さらに、ガス要素の位置と圧力の変動はそれぞれの時間平均値のまわりに角



図A4-1 蓄冷器中のヘリウムガスに対する流路のモデル。半径 r_0 の円管で近似した。 $r > r_0$ には蓄冷材が存在する。

振動数 ω で単振動すると仮定する。すなわち、

$$\xi = \xi_0 \exp(i\omega t) \tag{A4-9}$$

また、

$$p = p_0 \exp\{i(\omega t + \theta)\} \tag{A4-10}$$

である。ここで、 ξ_0 および、 p_0 は変位と圧力の振幅、 θ は両者の間の位相差である。ガス要素の流速は次式で与えられる。

$$u = \frac{d\xi}{dt} = i\omega\xi \tag{A4-11}$$

(A4-3)式から分るように、ガス要素のエントロピー変動は位置と圧力に関する線形結合で表されているので、その時間変化は(A4-11)式と同様に、次式で与えられる。

$$\frac{dS}{dt} = i\omega S \tag{A4-12}$$

上で強調したように、ガス要素のエントロピー変動は、流路である円管の断面においてもはや一様ではなく、次式の拡散方程式に従って、断面内に分布する。

$$\frac{dS}{dt} = \alpha \nabla_{\perp}^2 S \tag{A4-13}$$

ここで、 α はヘリウムガスの熱拡散率、 ∇_{\perp}^2 は円筒座標におけるラプラシアンを表す。半径 r_0 の位置にあるガスのエントロピー変動は、そこで接している蓄冷材と熱平衡を保つことができる。したがって、任意の位置でのエントロピーは、 $r=r_0$ で(A4-3)式が成り立つという境界条件の下で(A4-13)式を解くことで求

めることができる。ここで、 $S(r) = f_{\alpha} S(r_0)$ となるような無次元量 $f_{\alpha}(r)$ を導入する。これを(A4-13)式に代入すると、 $f_{\alpha}(r)$ に関する微分方程式として、

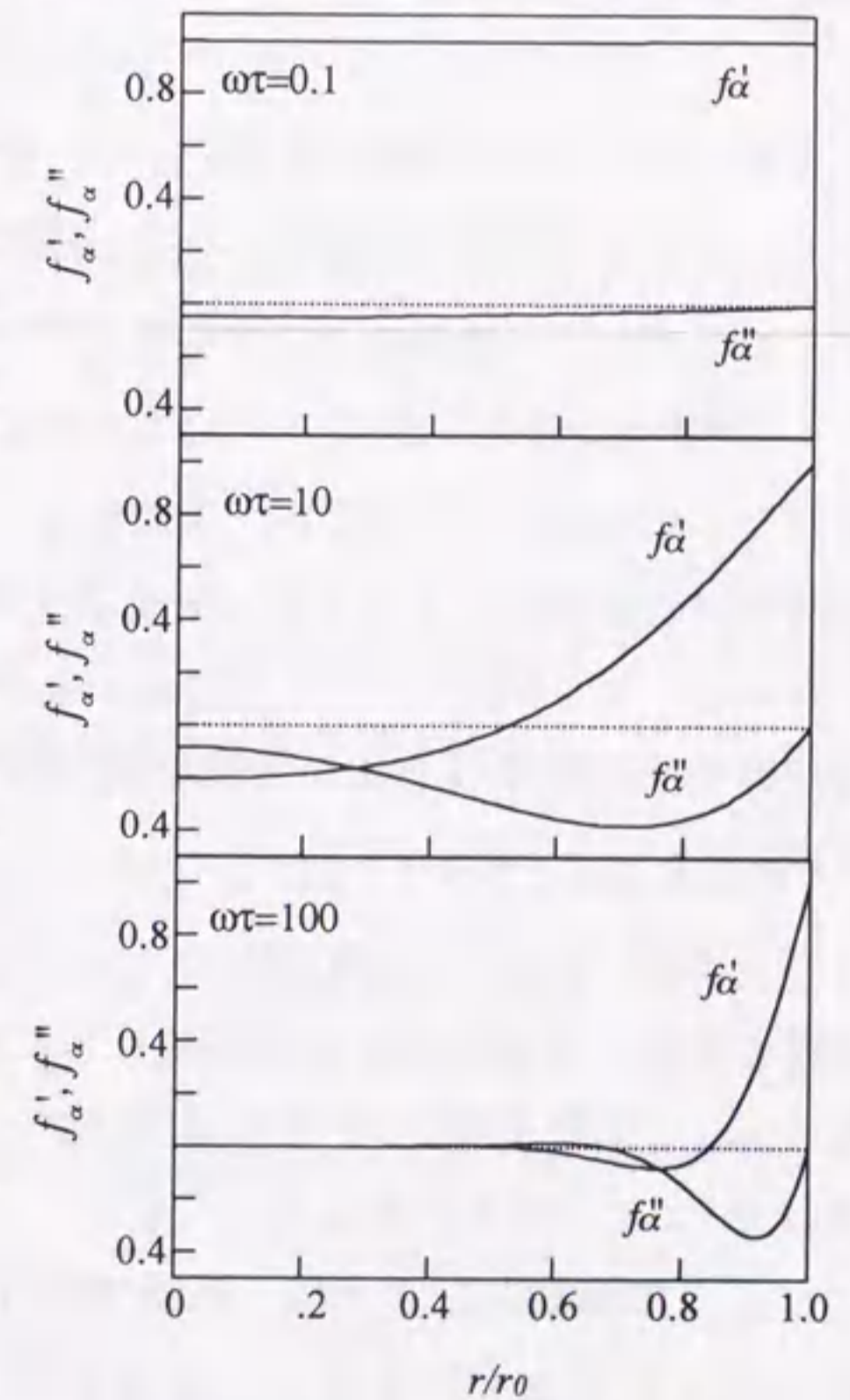
$$\nabla_{\perp}^2 f_{\alpha}(r) = \frac{i\omega f_{\alpha}(r)}{\alpha} \tag{A4-14}$$

を得る。ただし、境界条件は $f_{\alpha}(r_0) = 1$ となる。円管に対してはこの微分方程式は解くことが出来て、解として

$$f_{\alpha}(r) = \frac{J_0(\sqrt{-2i\omega\tau}r/r_0)}{J_0(\sqrt{-2i\omega\tau})} \tag{A4-15}$$

を得る。ここで、 $J_0(x)$ は0次のベッセル関数で、 τ は緩和時間を表し、 $\tau = r_0^2 / 2\alpha$ で定義される。

(A4-15)式から分るように、 $f_{\alpha}(r)$ は複素成分を有しているので、実部と虚部に分けて、 $f_{\alpha}(r) = f_{\alpha}' + if_{\alpha}''$ と表す。代表的な $\omega\tau$ の値に対して、それぞれを r/r_0 の関数として図A4-2に示した。 $\frac{r}{r_0} = 1$ は蓄冷材との境界を表すので、ここでは常に、 $f_{\alpha}' = 1$ で、 $f_{\alpha}'' = 0$ である。 r/r_0 が小さい程、すなわち、円管の中心に向かう程、実部 f_{α}' が小さくなるのが分る。また、 $\omega\tau$ が大きくなると f_{α}' の減少はより顕著になり、 $\omega\tau = 100$ では、 $r/r_0 < 0.5$ を満たす範囲でエントロピー変動はほぼ消失し、断熱的となる。



図A4-2 f_{α}' および f_{α}'' の r/r_0 依存性

位置xにあるガス要素のエントロピー変動を知るために、流路断面でエントロピー分布を面積分し、断面積で除する。

$$\langle S \rangle_r = \frac{1}{\pi r_o^2} \int_0^{r_o} f_a(r) \cdot S(r_o) \cdot 2\pi r dr \quad (A4-16)$$

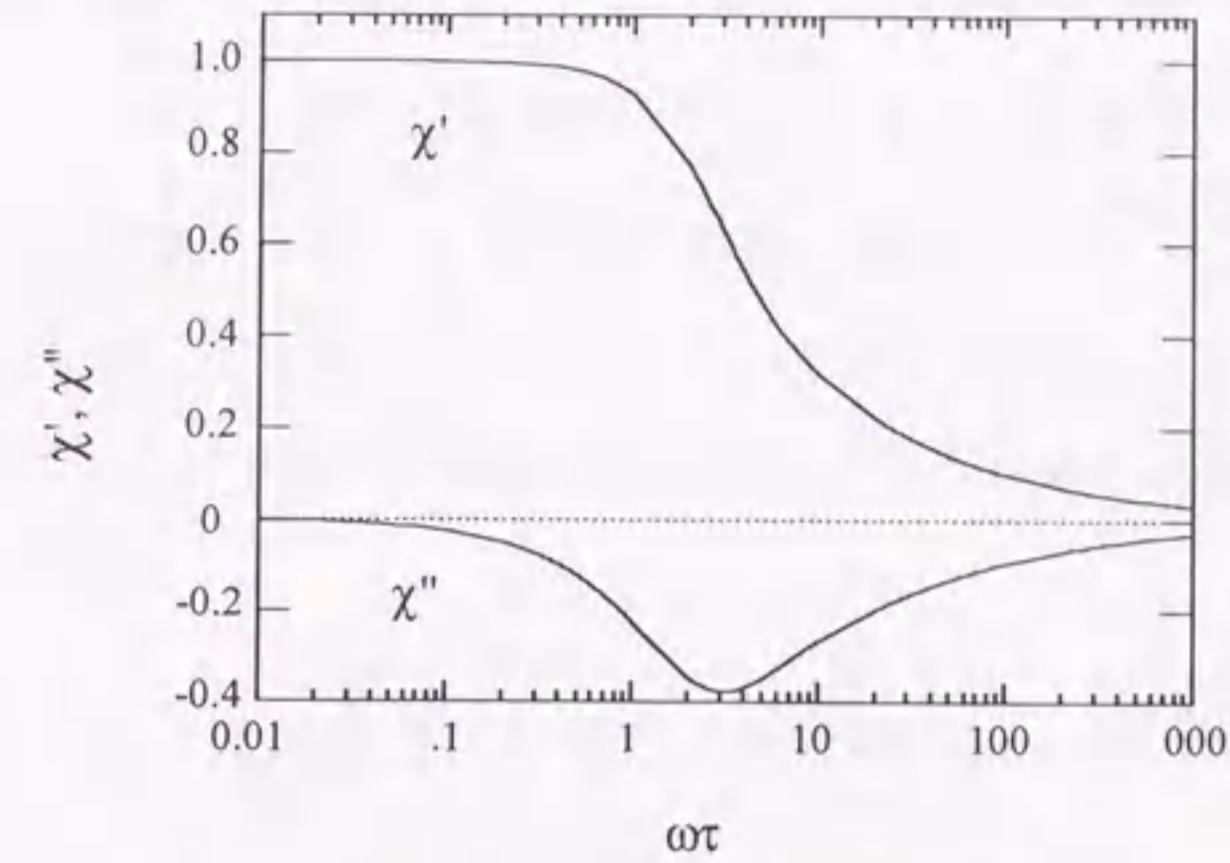
これは断面内のエントロピー変動の分布を一様に平均化し、位置xにある流体をひとまとめにして、エントロピー変動が $\langle S \rangle_r$ で与えられるようなガス要素を考えることに相当する。このような $\langle S \rangle_r$ を導入することにより、3次元系の熱流を求める問題は、先の1次元系での議論に帰着させることができる。(A4-16)式もまた複素数なので、これを、

$$\langle S \rangle_r = (\chi' + i\chi'')S(r_o) \quad (A4-17)$$

と表す。(A4-17)式の実数部 $\chi'S(r_o)$ は、蓄冷材に接している部分と同位相で変動するエントロピー成分を表し、虚数部 $\chi''S(r_o)$ はそれと90°だけ位相がずれて振動するエントロピー成分の大きさを表している。

図A4-3に示すように、 $\omega\tau$ が0.1程度よりも小さい場合には、 $\chi' \approx 1$ であり、また $\chi'' \approx 0$ である。このとき、流路断面において流体のエントロピーは常に周囲の蓄冷材と速やかにエントロピー交換を行うことができる。逆に $\omega\tau$ が1000程度になると、 $\chi' \approx 0$ かつ $\chi'' \approx 0$ となる。このとき、流路断面内の流体の大部分は周囲に存在する蓄冷材とまるで熱交換できず、断熱的に運動する。 $\omega\tau$ が0.4から100程度までは $-\chi'' \geq 0.1$ となる。 $\omega\tau = 3.16$ で $|\chi''|$ は最大値0.38をとり、この時、エントロピー変動の位相の遅れがもっとも顕著になる。流体要素のエントロピーが圧力変動と環境温度の変化におくれて追従することで、流体要素のS-x線図も変化し、熱流束の大きさもこれまで議論してきたような1次元的な場合($\chi' \approx 1$, $\chi'' \approx 0$)とは異なってくる。

ここで議論したように、断面でのガス要素のエントロピー変動は流路断面で平均化した値 $\langle S \rangle_r$ を用いる必要がある。このため、(A4-7)式に示した熱流 $A \cdot \rho_m T_m \langle S \cdot u \rangle_t$ はエントロピー変動にこの $\langle S \rangle_r$ を用いた次式で計算しなければ



図A4-3 χ' および χ'' の $\omega\tau$ 依存性

ならない。

$$A \cdot \rho_m T_m \langle \langle S \rangle_r \cdot u \rangle_t = A \cdot \rho_m T_m \cdot \langle \{ (\chi' + i\chi'')S(r_o) \} \cdot u \rangle_t \quad (A4-18)$$

(A4-18)式に(A4-3)式を代入して、圧力変動に関する項だけを書き下すと、

$$Q_p = A \rho_m T_m \left(\frac{\partial S}{\partial p} \right)_T F_S \langle (\chi' + i\chi'') p \cdot u \rangle_t \quad (A4-19)$$

が得られる。ただし、ここで用いた F_S は、(A4-1)式のガス要素のエントロピー変動に対して断面内で平均化した値 $\langle S \rangle_r$ を用いる必要があることから、

$$F_S = \frac{1}{1 + \chi' \epsilon} \quad (A4-20)$$

である。(A4-19)式の実数部分は1次元モデルでの熱流の χ' 倍である。

$$Q_p^{in-phase} = A \rho_m T_m \left(\frac{\partial S}{\partial p} \right)_T \chi' F_S \langle p \cdot u \rangle_t$$

$$=-F_s \cdot \beta T_m \cdot \chi' \cdot A \langle p \cdot u \rangle_t, \quad (\text{A4-21})$$

(A4-19)式の虚数部分は,

$$Q_p^{\text{out-of-phase}} = A \rho_m T_m \left(\frac{\partial S}{\partial p} \right)_T \chi'' F_s \langle ip \cdot u \rangle_t,$$

$$=-F_s \cdot \beta T_m \cdot \chi'' \cdot \omega A \langle p \cdot \xi \rangle_t, \quad (\text{A4-22})$$

である。ただし、 $\langle ip \cdot u \rangle_t = \omega \langle p \cdot \xi \rangle_t$ なる関係⁽¹⁷⁾を用いて変形した。

次に、(A4-18)式に(A4-3)式を代入して、変位に関する項だけを書き記すと、

$$Q_\xi = A \rho_m T_m \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_p F_s \nabla T_m \{ (\chi' + i\chi'') \xi \cdot u \}_t, \quad (\text{A4-23})$$

が得られる。既に(A4-6)式で述べたように、第1項に含まれる因子 $\langle \xi \cdot u \rangle_t$ は常に0であるので、第2項だけが有限な値を持つ。

$$Q_\xi^{\text{out-of-phase}} = \rho_m T_m \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_p \chi'' F_s \nabla T_m A \langle i\xi \cdot u \rangle_t,$$

$$= F_s \cdot \rho_m C_p \cdot \chi'' \cdot \nabla T_m \cdot \omega A \langle \xi \cdot \xi \rangle_t, \quad (\text{A4-24})$$

ただし、ここで $\langle i\xi \cdot u \rangle_t = \omega \langle \xi \cdot \xi \rangle_t$ ⁽¹⁷⁾と、 $C_p = T_m \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_p$ を用いた。

これまでの議論で明らかのように、断面積が有限な流路をヘリウムガスが圧力変動を受けながら温度勾配の中を往復運動するとき、熱流が生じる。この熱流はその成因によって3つの要素に分解できる。すなわち、圧力変動に起因する同位相のエントロピー変動による $Q_p^{\text{in-phase}}$ 、それと90°だけ位相がずれて振動する

エントロピー変動による $Q_p^{\text{out-of-phase}}$ 、さらに、変位に起因し、位相が90°ずれて振動するエントロピー変動による $Q_\xi^{\text{out-of-phase}}$ である。冷凍機においては、 $Q_p^{\text{in-phase}}$ は常に冷凍に寄与するもっとも主要な熱流である。 $Q_\xi^{\text{out-of-phase}}$ は温度勾配に比例し、しかも常に冷凍機にとって損失となる熱流である。 $Q_p^{\text{out-of-phase}}$ は $\langle p \cdot \xi \rangle_t$ の符号に依存し、負の場合には冷凍に寄与し、正の場合には損失熱量となる。

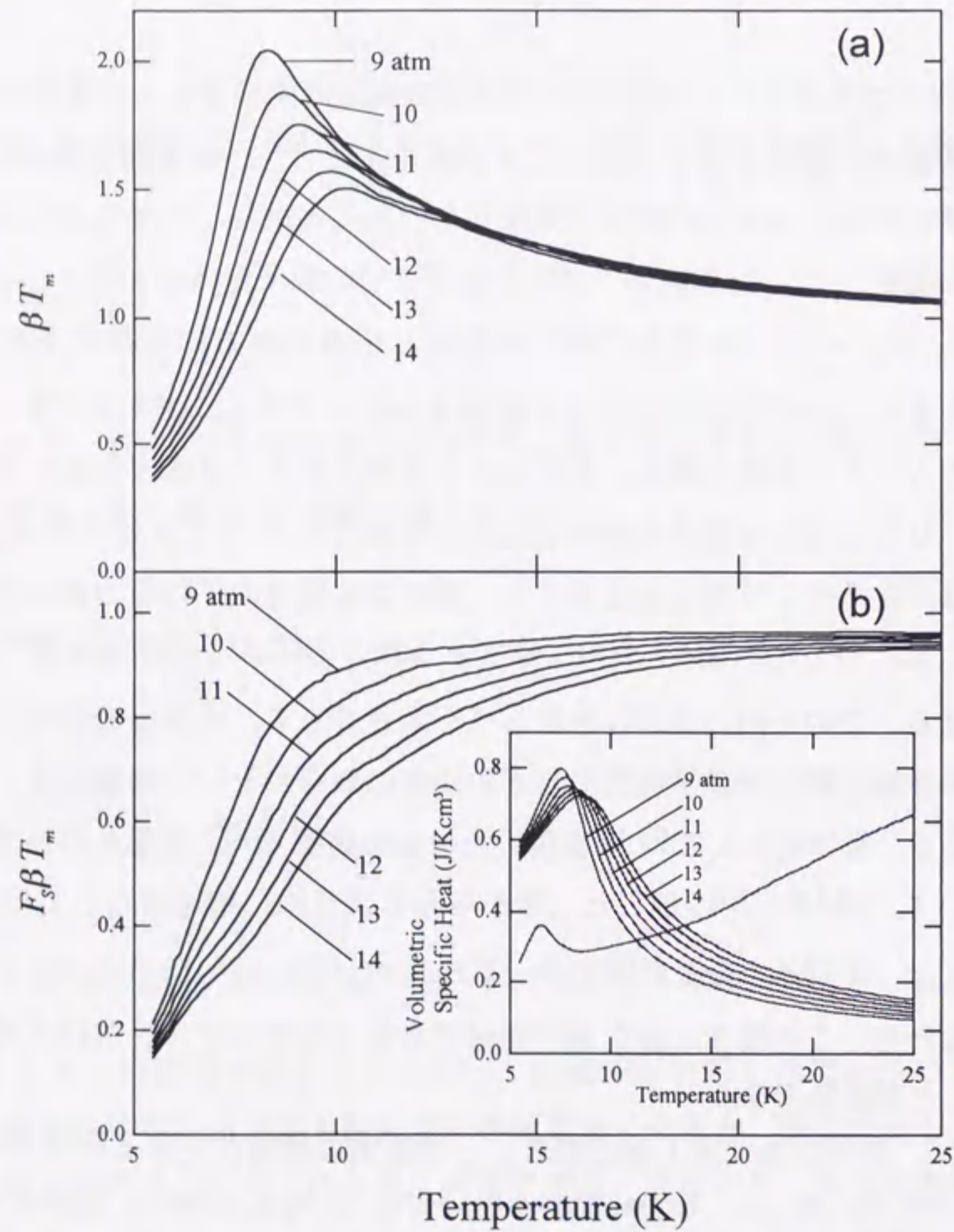
A 4. 2 βT_m の圧力依存性と種々の材料の F_s および $F_s \beta T_m$

本研究では $F_s \beta T_m$ という因子が、GM冷凍機の冷凍出力および最低到達温度を決定する非常に重要な因子であることを明らかにした。本実験で使用したGM冷凍機の動作中の平均圧力がほぼ12気圧であったことから、ヘリウムガスの圧力を12気圧に固定して、 F_s および $F_s \beta T_m$ という2つの因子を算出した。

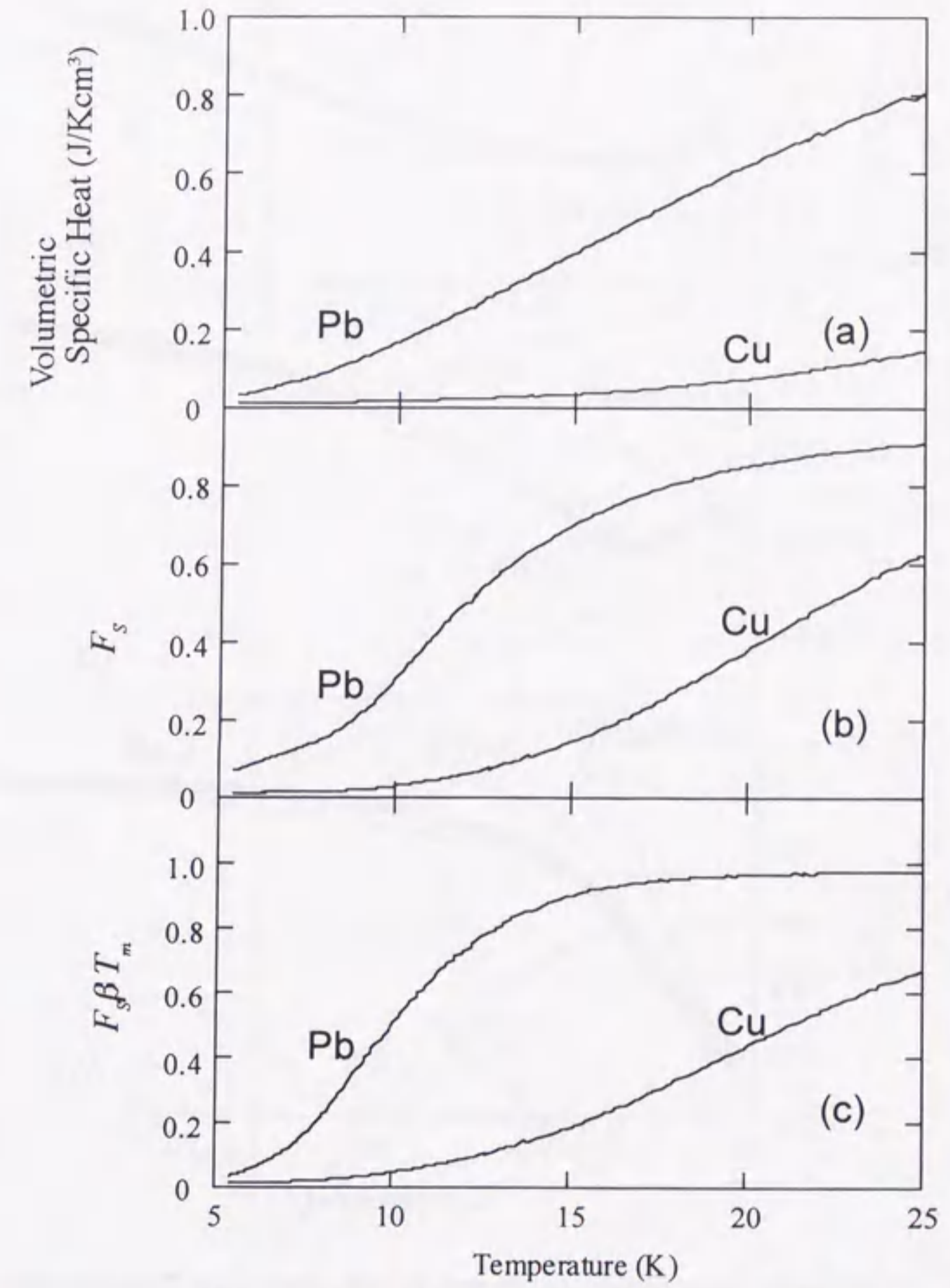
一般には、ヘリウムガスの物性は温度と圧力の両方に依存するので、因子 $F_s \beta T_m$ もまた、温度と圧力の両方に依存するはずである。図4-8に示したように、ヘリウムガスの体積比熱は、圧力に応じて極大値および極大を示す温度が変化する。ヘリウムガスと蓄冷材の体積比熱比を含む因子 F_s を大きくするために、高温域では、なるべく平均圧力を低くし、逆に低温域では平均圧力を上げる必要がある。これに対して、図A4-4(a)に示すように、因子 βT_m は圧力が低い程、大きな値を取る。このため、 $F_s \beta T_m$ をなるべく大きくして、冷凍出力の増大を目指す場合、冷凍機の動作中の平均圧力をどの程度に取るかという問題はよく吟味する必要がある。蓄冷材としてEr₃Niを用いた場合の因子 $F_s \beta T_m$ を種々の平均圧力の場合について、図A4-4(b)に示した。図から分るように、蓄冷材としてEr₃Niを用いた場合には、5-25Kの温度範囲では、平均圧力が低い程、因子 $F_s \beta T_m$ は大きくなる。すなわち、この場合には全温度領域でなるべく平均圧力を下げて冷凍機を運転することが重要である。

最後に、参考の為に第1章で紹介した代表的な蓄冷材であるPb及びCu(図A4-5)、Er_{0.9}Yb_{0.1}Ni、Er₃Co、Er₃Ni(図A4-6)、PrAg、ErAg及びNdAg(図A4-7)について、その体積比熱の温度依存性から、 F_s および $F_s \beta T_m$ の2つの因子を算出し

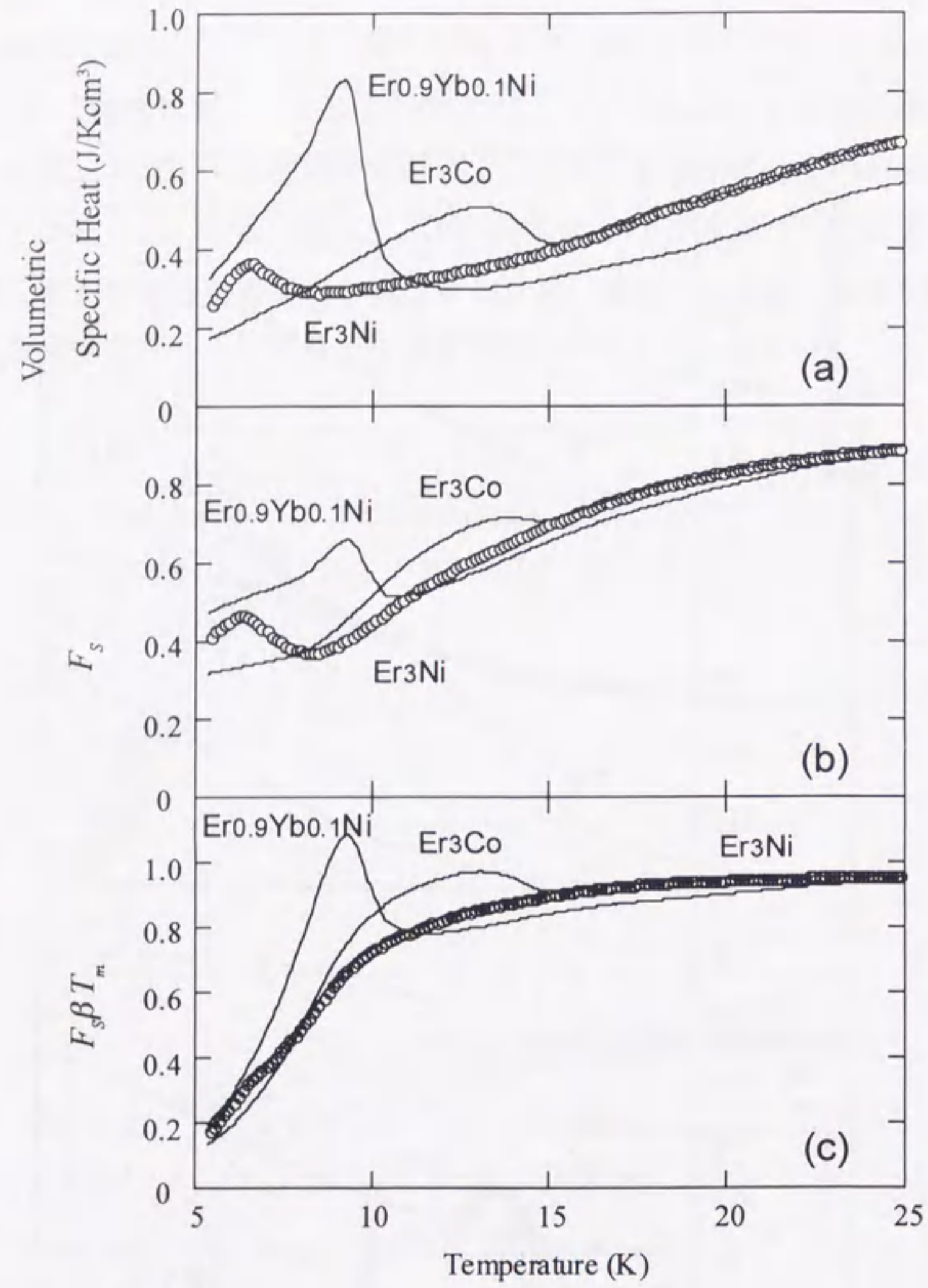
た結果を示す。算出にあたっては χ' を1, 蓄冷材の充填率を60%, ヘリウムガスの平均圧力を12気圧とした。 F_s は本質的に1以下の値しか取れないために, $F_s\beta T_m$ の最大値は βT_m である。図4-12および, 図A4-4(b)から分かるように, 5.4Kで βT_m は0.5程度である。従って5.4Kでは, ヘリウムガスを作動流体に用いた冷凍機の冷凍出力はどんな蓄冷材を用いようとも, 膨張仕事の値の半分程度にまで低下していることになる。従って, 10K以下でも F_s がなるべく1に近くなるような体積比熱を有する蓄冷材料を開発すること, 及び, 冷凍機に固有な損失熱量を少しでも減少させることが優秀な冷凍機開発のポイントとなる。



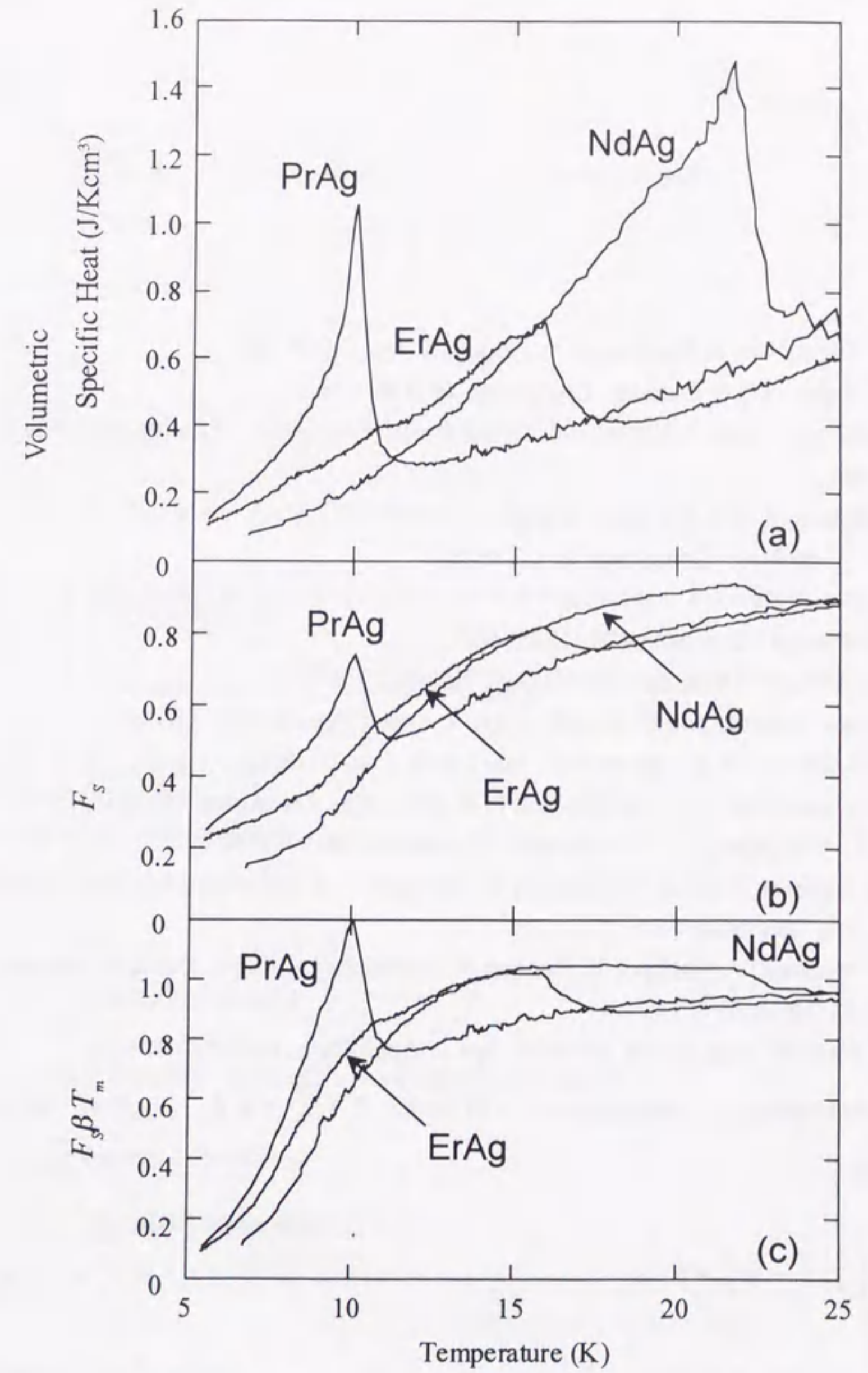
図A-4 (a)9-11気圧の場合の βT_m , 及び(b)種々の圧力の下で算出されたE r3N ilに対する $F_s\beta T_m$ の温度依存性



図A4-5 Pb及びCuに対する(a)体積比熱, (b) F_s および(c) $F_s\beta T_m$ の温度依存性



図A4-6 Er_{0.9}Yb_{0.1}Ni, Er₃Co及びEr₃Niに対する体積比熱(a), F_s (b)および $F_s\beta T_m$ (c)の温度依存性



図A4-7 PrAg, ErAg, NdAgに対する体積比熱(a), F_s (b)および $F_s\beta T_m$ (c)の温度依存性

参考文献

- [1] D.E. Daney, and R.Radebaugh : Cryogenics Sep. (1984) 499
 [2] R.K. Sahoo and S. Sarangi : Cryogenics **25** (1985) 583
 [3] H.Seshake, T.Eda, K.Matsumoto, T.Hashimoto, T.Kuriyama, H.Nakagome : Adv.Cryog. Eng **37** Part B 995
 [4] Y. Matsubara, and J. L. Gao : Cryogenics (1994) **34** 259
 [5] P. C. T. de Boer : Cryogenics **35** (1995) 547
 [6] P. Kittel, A. Kashani, J.M Lee and P.R. Roach : Cryogenics **36** (1996) 849
 [7] A. Tominaga : Cryogenics **35** (1995) 427
 [8] R. D. McCarty : Natl. Bur. Stand. Tech. Note 631 (1972)
 [9] W. Yagi, H. Iwata and U. Mizutani : Jpn. J. Appl. Phys. **36** (1997) 5638
 [10] W.E.Gifford and H.O.McMahon : Adv.Cryog. Eng. **5** (1960)
 [11] K. H. Buschow, J. F. Olijhoek, and A. R. Miedema : Cryogenics **15** (1975) 261
 [12] R. Li, M.Ogawa, and T. Hashimoto : Cryogenics **30** (1990) 521
 [13] M. Sahashi, T.Tokai, Y.Kuriyama, H. Nakagame, R. Li, M. Ogawa, and T. Hahimoto : Adv. Cryog. Eng. **35** (1990) 1175
 [14] U. Mizutani, Y. Hoshino, Y. Hanaue, T. Takeshita, A. Fujita, and K. Fukamichi : Mater. Sci. Eng. B **23** (1994) 66
 [15] T. Biwa, W. Yagi, and U. Mizutani : Jpn. J. Appl. Phys. **35** (1996) 2244
 [16] 1molの理想気体の状態方程式 $pV = RT$ から, $V = \frac{RT}{p}$ である. これから, 理想気体の体積膨張率 β は

$$\beta = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = \frac{1}{V} \frac{R}{p} = \frac{1}{T}$$

であることがわかる. 従って, 理想気体の場合, $\beta T = 1$ という関係を常に満たすことが分る.

[17] ξ , u と p がそれぞれ,

$$\xi = \xi_0 \cos(\omega t)$$

$$u = -u_0 \sin(\omega t)$$

$$p = p_0 \cos(\omega t + \theta)$$

で与えられるとする. ただし, $u_0 = \omega \xi_0$ である. この時, $i\xi$ と ip はそれぞれ,

$$i\xi = \xi_0 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = -\xi_0 \sin(\omega t)$$

$$ip = p_0 \cos\left(\omega t + \theta + \frac{\pi}{2}\right) = -p_0 \sin(\omega t + \theta)$$

と表すことが出来る. これを用いると,

$$\begin{aligned} \langle i\xi \cdot u \rangle_t &= \xi_0 \cdot u_0 \cdot \frac{\omega}{2\pi} \oint \sin(\omega t) \sin(\omega t) dt \\ &= \xi_0 \cdot u_0 \cdot \frac{\omega}{2\pi} \left\{ \left[\frac{1}{\omega} \cos(\omega t) \sin(\omega t) \right]_0^{2\pi/\omega} + \oint \cos(\omega t) \cos(\omega t) dt \right\} \\ &= \xi_0 \cdot u_0 \cdot \frac{\omega}{2\pi} \oint \cos(\omega t) \cos(\omega t) dt \\ &= \xi_0 \cdot \omega \xi_0 \cdot \frac{\omega}{2\pi} \oint \cos(\omega t) \cos(\omega t) dt \\ &= \omega \langle \xi \cdot \xi \rangle_t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle ip \cdot u \rangle_t &= p_0 \cdot u_0 \cdot \frac{\omega}{2\pi} \oint \sin(\omega t + \theta) \sin(\omega t) dt \\ &= p_0 \cdot u_0 \cdot \frac{\omega}{2\pi} \left\{ \left[\frac{1}{\omega} \cos(\omega t + \theta) \sin(\omega t) \right]_0^{2\pi/\omega} + \oint \cos(\omega t + \theta) \cos(\omega t) dt \right\} \\ &= p_0 \cdot u_0 \cdot \frac{\omega}{2\pi} \oint \cos(\omega t + \theta) \cos(\omega t) dt \\ &= p_0 \cdot \omega \xi_0 \cdot \frac{\omega}{2\pi} \oint \cos(\omega t + \theta) \cos(\omega t) dt \\ &= \omega \langle p \cdot \xi \rangle_t \end{aligned}$$

という関係を得る.

第5章 総括

蓄冷式冷凍機は、医療(MRI, SQUID)、運輸(磁気浮上列車)、真空(クライオポンプ)などの分野において広く活用されていることから分るように、工業的には十分に確立した技術である。ところがその物理的な理解は十分であったとは言いがたい。本研究は、蓄冷式冷凍機の主要な構成体である蓄冷器に注目して、その内部で行われる蓄冷材とヘリウムガスの熱交換の様子を明らかにすることを目的として行った。本章では、各章で述べた内容および結果について総括し、本研究をまとめる。

第1章では、蓄冷式冷凍機の開発の歴史的経緯を述べ、蓄冷式冷凍機の高出力化のきっかけとなった磁性蓄冷材について紹介し、蓄冷材の体積比熱が冷凍出力を大きく左右する事実を紹介した。また代表的な磁性蓄冷材の体積比熱の温度依存性を示し、蓄冷器が冷凍特性に果たす役割とその機構について、まだ解決されていない問題点を挙げ、本研究の目的を明らかにした。

第2章では、現在、実用化されているスターリング冷凍機、GM冷凍機およびパルス管冷凍機について、その構成の概略を示し、熱力学的な観点から蓄冷器を流れる熱力学量について議論した。その中で、低温部で吸収されたエントロピーが蓄冷器内部を高温部へ流れていることを示し、また蓄冷器の損失を表すエントルピー流量を導入した。

第3章では、蓄冷器中の温度分布が測定でき、また蓄冷器から膨張空間へ向かうエントルピー流量を評価できるように改良したGM冷凍機の仕様について述べた。このGM冷凍機を用いて、0.2、0.5および1.0mmの鉛の球状粉、また0.2mmの銅の球状粉を蓄冷材とした蓄冷器の性能をエントルピー流量を算出することで実験的に評価した。蓄冷材の種類によらず、エントルピー流量は動作温度の低下とともに増大することを示した。鉛と銅をそれぞれ蓄冷材とした場合の比較から、蓄冷材の体積比熱がヘリウムガスの体積比熱の3倍以下となる低温では、エントルピー流量が顕著に増大することを明らかにした。また、蓄冷材とヘリウムガスの体積比熱の大小関係を考慮することで、観測された蓄冷器内の温度分布を解析することに成功した。さらに、エントルピー流量は蓄冷材の体積比熱の減少によるだけでなく、球状粉の粒径の増大によっても増大することを示した。また、第1段膨張空間でのエネルギーバランスを考慮することで、第2段蓄冷器の能力と第1段の動作温度が密接に関係していることを明らかにした。そして、蓄

冷器損失以外の冷凍機に固有な熱損失 $\langle \dot{Q}_{loss} \rangle$ を実験的に算出することに成功した。

第4章では、第3章で用いたGM冷凍機を見直して、冷凍機に固有な熱損失を出来るだけ低減したGM冷凍機を構築し、Pb, Er₃NiとNdAgの球状粉を蓄冷材とした場合の冷凍出力を評価した。その結果から、蓄冷材とヘリウムガスの局所的な熱交換を通じて蓄冷器内を低温部から高温部へ輸送されるエントロピーを、熱音響理論に基づいて定量的に評価した。さらに、測定した冷凍出力の温度依存性を熱音響理論に基づいて解析し、蓄冷材とヘリウムガスの体積比熱の比を含むパラメーター F_S とヘリウムガスの体積膨張率と温度の積である βT_m を掛けた $F_S \beta T_m$ が冷凍出力および到達温度を大きく左右する因子であることを指摘した。そして与えられた冷凍機に搭載する蓄冷材の比熱の温度依存性を知れば、到達最低温度が評価できることを示し、蓄冷式冷凍機の冷凍特性を評価する原理を確立した。

このように本研究では、蓄冷器内部の蓄冷材とヘリウムガスの熱交換に注目して、GM冷凍機の冷凍出力を熱音響理論に基づいて解析することに成功し、蓄冷材の比熱特性から到達温度を定量的に評価する方法を確立した。現在、蓄冷式冷凍機の冷凍能力は液体ヘリウム温度で2W程度にまで達しているが、蓄冷材の選択や運転条件はこれまで経験則に基づいて行われてきた。本研究の成果が今後の蓄冷式冷凍機の発展の一助となることを願って本論文を締めくくりたい。

謝辞

本研究を遂行するにあたり、さらに本論文をまとめるにあたって、終始一貫して御指導いただきました名古屋大学工学部教授 水谷宇一郎博士に心から感謝し、厚く御礼申し上げます。

本論文作成時に、貴重な御助言を頂きました名古屋大学工学部教授 石橋善弘博士ならびに名古屋大学工学部助教授 生田博志博士に深く感謝の意を表します。

名古屋大学工学部技官 星野善樹氏には、低温実験と高圧ガスの取り扱いに関する知識を必要とした本研究を遂行するにあたって、常に適切な御助言御協力を頂き、また私事に至るまでお世話になりました。慎んでここに感謝の意を表します。

名古屋大学大学院工学研究科助手 竹内恒博博士には研究面から私事に至ることまでさまざまなことでお世話になりました。ここに深く感謝いたします。

アイシン精機株式会社 八木渉氏、井上龍夫氏ならびに大橋義正氏には長年に渡って本研究に御協力頂きました。深く感謝いたします。

名古屋大学工学部水谷研の先輩、同輩、後輩の皆様の御協力、御助言に厚く御礼申し上げます。

最後に長い学生生活の間、常に心の支えとなってくれた多くの友人と両親に感謝します。

