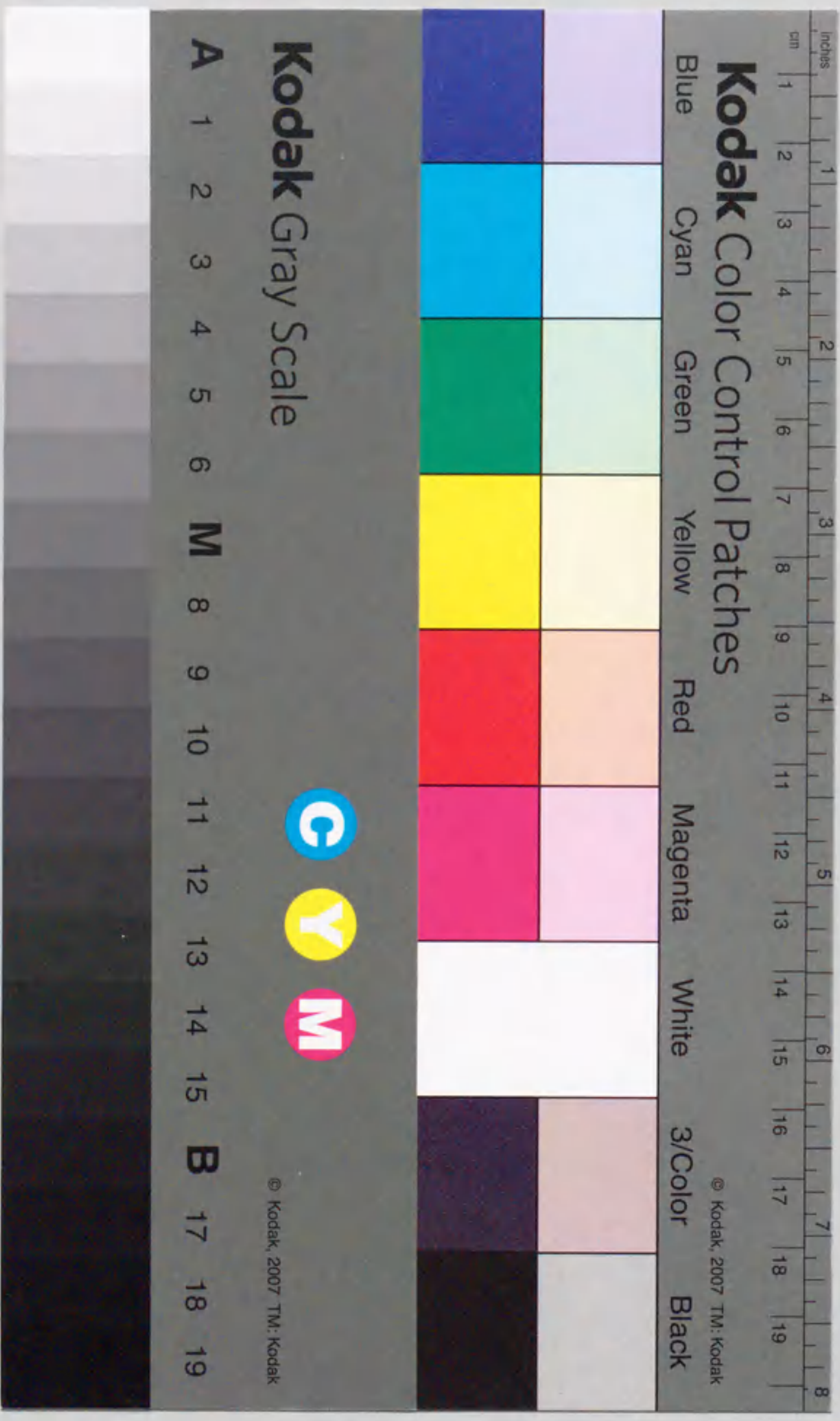


報告番号 乙第 5795 号

離散的最適化手法を用いた  
耐震壁の配置計画に関する研究

高田 豊文



①

離散的最適化手法を用いた  
耐震壁の配置計画に関する研究

高田 豊文

## 序

建物の安全性と経済性に直接関与する構造計画・構造設計は、建築計画的、施工的制約なども受けるため総合的な評価と判断が必要となるが、その大部分を設計者の洞察力や試行錯誤に依存しているのが現状である。また、同じ材料を用いても、その設計方法や施工方法により安全性や機能性などが大きく変化する。そのため構造設計を、必要な条件を満足した上で材料費や施工費などを最小にする最適化問題として取り扱い、各種最適化手法を適用して数理的に設計解を得ようとする最適構造設計の考え方が登場した。建築構造分野でも古くから最適設計手法に関する研究が数多く行われているが、最近の最適化技術や計算機環境を積極的に取り入れていくという意味では、機械・航空・土木などの他分野に比べて大きく遅れているのが現状である。一方、近年のコンピュータ性能の急速な向上や各種最適化手法の発展にともない、大規模な建造物の設計や性能型構造設計に対する数理的手法の応用も期待されている。このような状況をふまえ、本論文では、多層 RC 建物の構造計画を対象として、最適化手法を応用した合理的な設計解の探索方法を提示する。

多層建物は、コアを含んだ基準階の連続として設計されるのが一般的である。コアは階段やエレベータ・設備機器関係室といったサービス機能を有するだけでなく、耐震壁によって囲むことにより構造的な機能も付加されることになる。コアを含んだ平面形のパターンには中央コア・片側コア・両側コアなどが挙げられるが、オフィスビルなどでは広い空間を確保するために、コア部を偏在させて設計される場合が少なくない。また、敷地の形状や意匠設計上の制約から、不整形な平面形状を有する多層建物もしばしば建設される。このような建物に風や地震力などの水平力が作用すると、重心位置と剛性中心（剛心）の位置との不一致が原因となり、ねじり応力が発生して並進変位に捩れ変位が付加され、局所的、特に平面の隅角部に過大な変位応答が生じる。そのため設計にあたっては、ねじれ変位やねじれ応答ができる限り小さくなるように、水平剛性配分を適切に行うことが望まれる。しかし、柱・梁材の配置、寸法は鉛直荷重によって規定されることが多いので、これらの断面設計だけで架構全体の力学特性を適正化するには限界があり、筋かいや耐震壁などの水平力抵抗要素を付加して設計を行うのが合理的である。一方、経済的側面から壁量をできるだけ少なくすることも望まれる。

耐震壁の配置計画は、多数の離散的な候補位置に適切な枚数の壁を配置して、架構の空間的な強度・剛性分布を適正化するという複雑な問題であり、数理的には離散的最適化問題（組合せ最適化問題とも呼ばれる）に分類される。この種の問題は、設計対象の規模が大きくなると可能な組合せ数が指数関数的に増加するため、合理的な設計解を得るには設計者の経験や思考だけでなく、計算機の支援も不可欠となる。本論文では、計算機の機能と最適化技術を活用して、耐震壁の3次元的配置設計解を組織的に求める方法を提案している。

本論文は序に続いて7つの章から構成され、その内容から2部に分けられている。

第1部は第1章から第4章で構成されており、ここでは耐震壁の配置計画問題に対する最適化手法

の基礎部分の確立を目指す。第1章では、建築分野における最適設計法に関する既往の研究を概観し、本研究との関連性について述べている。第2章では、耐震壁の3次元配置問題を、建設コストに与える壁量の最小化を目標とした最適化問題（最小重量設計問題）として定式化している。第1部では最適化手法の確立に主眼を置いているため、制約条件には、数理的取り扱いが比較的簡便な、現行のRC耐震設計法に準拠した指標を用いている。また、本設計問題は比較的大規模なシステム最適化問題であるので、平面的な壁配置の最適化問題と平面壁配置の積層である高さ方向最適化問題に分けて定式化を行っている。第3章では、第2章で設定したそれぞれの壁配置問題に対する離散的最適化手法の応用を検討し、汎用性・計算効率の観点から、分枝限定法が有効であることを明らかにしている。特に、平面の最適壁配置問題には各種離散的最適化手法を適用し、設計例題を用いて計算効率や解の精度について比較・考察を行っている。第4章では、前章で示した解探索手法の効率化を図るため、本設計問題の特性を考慮した探索規則を提案する。また、ここで提案した最適化手法を数例の設計例題に適用し、探索効率および最適壁配置の力学特性に関する考察を行っている。

前述したように、第1部では最適化手法の確立に主眼を置いているため、数理的取り扱いが簡便な耐震評価指標や大胆な解析仮定を導入している。そこで第2部では、既往の研究成果も反映させて設計精度の向上を目指す。第2部は第5章から第7章で構成されており、各章の内容は以下のように要約される。第5章では、RC建物の耐震設計・構造解析に関する既往の研究を概観し、現行設計法の問題点や提案されている新しい耐震評価指標について述べている。第6章では、第1部で設定した各制約条件を見直して最適壁配置問題の再設定を行っている。また、第1部では連層耐震壁の配置計画を対象としているが、ここでは非連層配置も許容した壁配置計画の問題設定と、これに対応した解析手法の提案を行っている。第7章では、第1部で示した最適化手法を基礎として、実用時間内で解探索を行えるよう、問題構造を利用した効率のよい解探索手法を提案している。さらに数例の設計例を用いて、本手法の探索効率や壁配置計画の方針について論じている。

## 目次

序	i
<b>第1部 耐震壁の配置計画に対する最適化手法の開発</b>	<b>1</b>
<b>第1章 構造最適化手法に関する既往の研究</b>	<b>3</b>
<b>第2章 最適壁配置計画の問題設定と定式化</b>	<b>7</b>
2.1 はじめに	7
2.2 制約条件の設定と数理的表現	7
2.2.1 強度制約条件	8
2.2.2 水平剛性制約条件	8
2.2.3 偏心率制約条件	9
2.2.4 耐震壁基礎浮き上がり制約条件	10
2.2.5 壁配置位置制約条件	11
2.3 最適壁配置計画問題の数理的表現	11
2.3.1 ねじれ応答最小化条件の導入	12
2.3.2 壁枚数が指定された平面の最適壁配置問題	13
2.3.3 高さ方向最適化問題	15
2.4 まとめ	15
<b>第3章 離散的最適化手法の適用</b>	<b>17</b>
3.1 はじめに	17
3.2 動的計画法の適用	17
3.2.1 動的計画法による定式化と解法	18
3.2.2 動的計画法の適用可能性と問題点	19
3.3 分枝限定法（混合0-1計画法）を利用した解法	19
3.3.1 混合0-1計画問題による緩和問題	19
3.3.2 分枝操作と限定操作	24
3.3.3 本手法の問題点	26
3.4 分枝限定法（間接列挙法）の適用	26
3.4.1 分枝操作	27

3.4.2	限定操作	28
3.4.3	探索戦略	32
3.4.4	間接列挙法を適用した最適壁配置計画の例	32
3.5	遺伝的アルゴリズムの適用	35
3.5.1	コード化および評価方法	35
3.5.2	遺伝的操作	36
3.5.3	GAを適用した最適壁配置計画の例	37
3.5.4	GAによる最適化の問題点	39
3.6	分枝限定法による高さ方向の最適化	39
3.6.1	最適化手法	39
3.6.2	分枝限定法による高さ方向最適化の例	40
3.7	まとめ	43
<b>第4章</b>	<b>分枝限定法による効率的な最適壁配置探索手法</b>	<b>45</b>
4.1	はじめに	45
4.2	優越テストによる限定操作	45
4.3	対称性を利用した探索領域の縮小方法	47
4.3.1	離散的最適化問題と対称性	47
4.3.2	対称性を利用した高さ方向最適化手法	48
4.3.3	全ての最適壁配置の探索	50
4.4	上層における許容解存否のテスト	51
4.5	設計例への適用	52
4.5.1	各限定操作の効果	52
4.5.2	平面形状が及ぼす探索効率と最適解への影響	53
4.5.3	平面規模が及ぼす探索効率と最適解への影響	57
4.5.4	建物層数が及ぼす探索効率と最適解への影響	62
4.5.5	設計結果から明らかとなった本設計問題における問題点	63
4.6	まとめ	66
<b>第II部</b>	<b>実用的壁配置計画のための精度向上と最適化手法の改良</b>	<b>67</b>
<b>第5章</b>	<b>有壁RC架構の力学挙動に関する既往の研究</b>	<b>69</b>
<b>第6章</b>	<b>設計精度を向上させた最適壁配置問題の設定</b>	<b>73</b>
6.1	はじめに	73
6.2	保有水平耐力制約条件	73
6.3	層間変位制約条件	75
6.3.1	層間変位一様化制約条件の設定	75
6.3.2	連層・非連層耐震壁に対応した水平剛性評価法	76

6.4	動的偏心率制約条件	80
6.5	基礎浮き上がり制約条件	84
6.6	壁配置位置制約条件	84
6.6.1	連層壁配置のみを許容した壁配置制約条件	84
6.6.2	非連層配置を許容した壁配置制約条件	84
6.7	最適壁配置問題の設定	85
6.8	まとめ	86
<b>第7章</b>	<b>分枝限定法による解法</b>	<b>87</b>
7.1	はじめに	87
7.2	平面壁配置問題の解探索手法	87
7.2.1	分枝変数の選択基準	88
7.2.2	限定操作	89
7.3	高さ方向最適化問題に対する最適化手法	89
7.3.1	下界値テスト	90
7.3.2	上層における解存否のテスト	90
7.3.3	平面配置壁枚数の限定	90
7.3.4	探索領域の分割	91
7.3.5	下界値テストの強化	91
7.4	設計例と設計結果に対する考察	92
7.4.1	連層耐震壁の最適配置に関する考察	92
7.4.2	非連層耐震壁を許容した最適壁配置に対する考察	97
7.5	まとめ	103
<b>結</b>		<b>105</b>
<b>謝辞</b>		<b>107</b>
<b>参考文献</b>		<b>109</b>
<b>付録A</b>	<b>本論文に関連する発表論文</b>	<b>117</b>
<b>付録B</b>	<b>離散的最適化問題に対する各種解法</b>	<b>121</b>
B.1	離散的最適化問題の分類	121
B.2	動的計画法	121
B.2.1	多段決定過程	122
B.2.2	最適性の原理	122
B.2.3	動的計画法の利点と欠点	124
B.3	分枝限定法	124
B.3.1	一般的な分枝限定法	124
B.3.2	線形計画法を用いた分枝限定法	126

B.3.3	間接列挙法 . . . . .	128
B.4	遺伝的アルゴリズム . . . . .	131
B.4.1	選択 . . . . .	132
B.4.2	交叉 . . . . .	133
B.4.3	突然変異 . . . . .	133
B.4.4	遺伝パラメータに関する経験則 . . . . .	134
B.4.5	遺伝的アルゴリズムの問題点 . . . . .	134
索引		137

## 第1部

# 耐震壁の配置計画に対する最適化手法の開発

## 第1章

# 構造最適化手法に関する既往の研究

現実の構造設計では、まず部材断面や部材配置を仮定し、設計条件に適合するようにこれらを試行錯誤的に変更する方法が一般的である。条件を満たさない場合の仮定断面などの変更作業は、設計者の専門的知識を基に試行錯誤的に行われているため、設計結果としての建物の性能は設計者の能力に大きく左右される。このような設計行為を1つの最適化過程とみなし、各種の最適化手法を適用しようとする最適構造設計の研究はこれまで数多く行われてきた。最適化手法は、問題に対するアプローチの方法によって、最適性規準に基づく方法、数理計画法、確率計画法などに分類される。本章では、この3種類の最適化手法を構造設計問題に適用した既往の研究について概観し、さらに本研究との関連性について述べる。なお、確率計画法は数理計画法の一種とみなされる場合もあるが、ここではあえてこの2つを分けて取扱う。

■**最適性規準に基づく方法** 最適性規準に基づく方法を構造設計に応用した例として、鋼構造骨組の最小重量設計問題を扱った中村ら<sup>1), 2), 3)</sup>の研究が挙げられる。これらの研究では、最適設計された建物に共通の力学的特性の把握あるいは設計指針の提案などを目標に、最適値を与える閉形解の理論的導出を前提としている。そのため、非常に単純化されたモデルを対象としており、制約条件の数も制限されている。

■**数理計画法** 数理計画法は線形計画法 (Linear Programming; LP 法)、非線形計画法、離散的最適化手法など、最適化問題を理論的に解く方法の総称である。構造設計問題への応用は1950年代のPrager<sup>4)</sup>の論文以来、非常に多くの研究が報告されている。当時は制約条件・目的関数がともに線形式である問題を扱っていたが、コンピュータ性能の向上や各種最適化手法の発展により、近年では非線形最適化問題として定式化された構造設計問題に非線形計画法を適用するのが主流である。

Kavlieら<sup>5)</sup>は格子梁や不均等ラーメンの最適設計を、今井ら<sup>6), 7), 8), 9)</sup>は多層RC骨組の最適設計を、それぞれ重量最小化を目標とした非線形計画問題として定式化し、最急降下法を用いた内部ペナルティ関数法 (逐次制約なし最適化法, Sequential Unconstrained Minimization Technique; SUMT) を適用している。特に今井らは規模の大きな設計対象建物に対応できるよう、骨組全体を層ごとに分割して最適化を行い、最終的にこれらを合成して骨組全体の最適解としている。

藤谷ら<sup>10)</sup>は、有壁RC骨組の最適設計を対象として、柱・梁および既設耐震壁の断面設計によって建物全体の最適化 (コスト最小化) を行っており、最適化手法には逐次線形計画法 (Sequential Linear Programming Method; SLP 法) が用いられている。同じくSLP法を用いたものには、チューブ構

造高層骨組の最小重量設計問題およびトポロジー最適化問題を扱った藤井ら<sup>11), 12), 13)</sup>の研究や、弾性・塑性条件下での鋼構造骨組の最小重量設計を対象とした澤田ら<sup>14)</sup>の研究がある。

内村ら<sup>15), 16)</sup>の研究では、鋼構造骨組全体の水平変形と個々の部材の変形との関係を陽表現し、最小重量設計問題にニュートン法や最急降下法、それらのハイブリッドを適用している。陳ら<sup>17)</sup>も最急降下法により非線形最適化を用い、重量と多種の荷重パターン時の変位との同時最小化を目標にしたテンション構造の最適設計を行っている。また大森ら<sup>18), 19)</sup>は、シェルあるいはラチスドームにおける曲げモーメント総和の最小化問題を逐次2次計画法(Sequential Quadratic Programming Method; SQP法)によって解いている。

建築骨組あるいはトラスを1つのネットワークとみなし、ネットワークの最適化問題にしばしば利用される動的計画法(Dynamic Programming; DP)を適用した例も見られる。Palmer<sup>20)</sup>は下界定理に基づく最小重量塑性設計に対してDPを適用しており、連続梁や4層1スパン剛接骨組の最適設計を行っている。しかしこの方法は、計算効率上、高次不静定の構造物には適しておらず、対象とする建物は小規模なものに限られる。

上記に示した数理計画法による構造最適化の研究では設計変数を連続量として扱っているが、現実の設計では、規格材などのある限られた離散的集合から部材を選択しなければならないことが多い。連続値の最適化問題(以降、連続的最適化問題と記述)から得られた最適設計解の断面を丸め、離散的な設計解を求める方法も提示されているが、その解は真の離散的最適解となっている保証はない。場合によってはいくつかの制約条件を犯す可能性もある。このような問題点を解決するため、離散変数を導入した最適構造設計が行われている。

この種の最も初期の論文はToakley<sup>21)</sup>やReinschmidt<sup>22)</sup>の研究である。これらの研究ではトラスや骨組の最小重量塑性設計を対象とし、部材断面をある離散化された規格材群から選択するという設計問題が扱われている。両研究とも、ある規格材を選択するときには“1”を、選択しないときには“0”をとる0-1変数(boolean変数)を導入して、対象とする設計問題を離散的最適化問題として定式化している。ToakleyはGomoryの第1アルゴリズム(切除平面法)を、ReinschmidtはGeoffrionのアルゴリズム(間接列挙法)をそれぞれ用いているが、目的関数・制約条件がともに設計変数に関する線形式で表現されており、いずれの手法も非線形関数を含む複雑な問題には対応していない。

非線形関数を含む離散的構造最適化問題を扱ったものにはLiebmanら<sup>23)</sup>やAmirら<sup>24)</sup>の研究がある。いずれもRC梁や鋼構造骨組の最小重量設計問題を対象としており、内部ペナルティ関数を用いた非線形の制約なし離散的最適化問題に定式化し、最急降下法を離散系に拡張した整数勾配法(Integer Gradient Direction Method; IGD法)を適用している。

非線形計画法を利用して連続値の最適解(以降、連続最適解と記述)を求め、その近傍を離散的に調べることによって離散的最適解を探索する手法も提案されている。Choiら<sup>25)</sup>はRC骨組の最小重量設計を対象として、曲げ応力(モーメント)制約条件のみを考慮した連続的最適化問題を解き、得られた連続最適解の近傍を総列挙法によって探索している。総列挙法は効率のよい手法ではないが、この研究では、一度に探索すべき骨組重量の範囲を設けて探索領域を分割し、重量の小さい部分から逐次探索を行っている。一方Cellaら<sup>26)</sup>は、分枝限定法を利用した対角列挙法(Diagonal Enumeration Method)を提案して近傍探索に適用している。同じく近傍探索に分枝限定法を適用した例としては、Hagerら<sup>27)</sup>やTsengら<sup>28)</sup>の研究がある。いずれも鋼構造骨組の最小重量設計を対

象としているが、HagerはLP法を利用した分枝限定法を、TsengはSQP法を利用した分枝限定法をそれぞれ適用している。近傍探索は、連続最適解に近い範囲のみを探索する場合は計算量が少ないものの、真の離散的最適解が得られている保証はなく、逆に広い範囲を探索すると計算負荷が膨大となる。Tsengら<sup>28)</sup>は、このような近傍の程度と探索効率・解の精度について考察を行っている。

連続最適解を求め、その近傍を離散的手法で探索するといった段階的な最適化ではなく、離散的最適化手法を直接適用した研究も見られる。Salajegheh<sup>29)</sup>はシェルあるいはプレート構造の最小重量設計にSLP法を利用した分枝限定法を、Bremickerら<sup>30)</sup>はトラスの最小重量設計にSQP法を利用した分枝限定法を、それぞれ応用した手法を提案している。特にBremickerらは解の精度と計算量について、SLP利用の分枝限定法とSQP利用の分枝限定法とを比較している。また同文献<sup>30)</sup>では、これらの手法があまり規模の大きい(設計変数の多い)問題には不向きであり、設計変数の個数が20~30程度以下の問題が、実用的時間内で計算できる限界であることを指摘している。Thanedarら<sup>31)</sup>は、離散的最適化問題の解法に対する3つのアプローチについて概説し、その内の2種類の方法(いずれも分枝限定法を利用した解法)を変断面片持梁の最小重量設計に適用している。

■確率計画法 1990年代以前の構造設計問題は、連続変数からなる連続的最適化問題、あるいは実際は離散値でも連続量と仮定できるような問題を中心に研究され、各種最適化手法の応用が試みられてきた。一方、離散変数をもつ構造設計問題を扱った研究は非常に少なく、またそのほとんどが上記のような部材選定問題を対象としている。耐震要素の配置を決定する部材配置問題を扱ったものは、制振装置の最適配置問題に分枝限定法を適用したPadulaら<sup>32)</sup>の研究、鉄骨ブレースの配置問題を扱った内村ら<sup>33)</sup>の研究などごくわずかである。構造計画問題以外でも、施設配置問題を割当問題として扱い分枝限定法を適用した大澤ら<sup>34), 35)</sup>の研究が見られる程度である。

しかし1980年代の終わり頃、遺伝的アルゴリズム(Genetic Algorithm; GA)に代表される確率計画法の離散的最適化問題に対する有効性が報告されて以来、離散的最適化問題を対象とした研究は急増する。Jekins<sup>36), 37)</sup>は斜張橋ケーブルやトラス構造物を、Hajela<sup>38)</sup>やRajeevら<sup>39)</sup>はトラスや骨組構造物を設計対象として、離散的な断面積リストから部材を選定する部材選定問題にGAを適用している。特にRajeevらの研究では、160部材という比較的大規模なトラス構造物の設計も行っている。同じくトラス構造物の最適設計を扱ったものとして大崎<sup>40)</sup>の研究があり、ここでは不連続なコスト関数を目的関数として設定している。また、岡田ら<sup>41)</sup>は損傷確率を制約条件にした最適信頼性設計にGAを適用している。これら1990年代前半の研究では主に単純GAが用いられ、人口サイズや突然変異率などの遺伝的パラメータが、探索効率・解の精度に及ぼす影響について考察が行われている。

その後、安定的に良好な解を獲得するため、対象とする問題の特性を考慮した改良型のGAが数多く提案される。Griersonら<sup>42)</sup>は感度係数を用いたGAを骨組構造物の最小重量設計に適用している。杉本ら<sup>43)</sup>や浅野ら<sup>44)</sup>は、探索途中で制約条件を犯す個体(設計解)を適正化させる成長(生長)オペレータを導入し、GAによってトラス・骨組構造やラチスドームの最小重量設計を行っている。GAとタブー探索との組合せた手法<sup>45)</sup>など、ハイブリッドGAを適用した研究も見られる。

また、トラス構造物を対象として、形状(節点位置)・部材サイズ・トポロジーの同時最適化問題<sup>46), 47)</sup>、施工経路問題<sup>48), 49)</sup>、形態創出<sup>50)</sup>など、これまであまり扱われなかった新しい問題にもGAが適用されている。GA以外の確率計画法としては、Newral NetworkやSimulated Annealingなどを離散的構造設計に適用した研究が報告されている<sup>51), 52)</sup>。



最適構造設計手法の計算過程は最適化部分と構造解析部分とに大別されるが、特にGAは、非常に単純な計算の繰り返しで解探索を行うため最適化手法のプログラミングが容易となる。さらに、評価関数の算定すなわち構造解析には既存のFEM解析プログラムなどが流用できる。このような利便性が、わずか10年余りの間に確率計画法（特にGA）を適用した研究が非常に膨大に行われている一因であると考えられる。

その反面、確率計画法の問題点もいくつか指摘されている。上記のGAを適用したほとんど全ての研究では、ペナルティ関数を用いて制約条件付き最適化問題を制約条件なし最適化問題に変換しているが、例えば等式制約条件など非常に厳しい条件が設定されている場合、生成される個体のほとんどが制約条件を犯し、次世代で適応度の高い個体が生成されないことがしばしば起こる<sup>53)</sup>。また、確率的探索手法の性質上、真の最適解が必ず得られるという保証はない。このような問題点から、茨木<sup>54)</sup>は確率的手法に対する過度の期待を戒めている。

■本研究の位置づけ 本研究は、多層RC建物の最適設計を扱ったものであるが、同様の研究には、前述したように今井ら<sup>6), 7), 8), 9)</sup>、藤谷ら<sup>10)</sup>の研究がある。しかし、これらはいずれも柱・梁あるいは既設耐震壁の断面設計によって建物全体の最適化を図っている。特に、不整形な平面形状をもつ多層建物では、柱・梁の断面設計だけで架構全体の力学特性を適正化するには限界があり、筋かいや耐震壁などの水平力抵抗要素を付加した混合構造として設計されるのが一般的である。耐震壁の配置計画は、多数の離散的な候補位置に適切な枚数の壁を配置して、架構の空間的な強度・剛性分布を適正化するという複雑な問題であり、設計者の経験や思考に依存するところが大きい。藤井ら<sup>12)</sup>、内村ら<sup>33)</sup>の研究では、耐震要素の立面的な配置方針を示しているが、耐震要素の立体的な配置を扱った研究は見当たらない。本研究では、耐震壁の配置計画問題を離散的最適化問題として取扱い、離散的最適化手法を適用した最適設計手法を提案する。

## 第2章

# 最適壁配置計画の問題設定と定式化

### 2.1 はじめに

現実の構造設計では、まず部材断面や部材配置を仮定し、設計条件に適合するようにこれらを試行錯誤的に変更する方法が一般的である。しかし、この結果得られた設計解が最良であるという保証はなく、またその建物性能は設計者の能力に大きく左右される。このような構造設計問題を最適化問題に帰着させ、各種最適化手法を適用して数理的に設計解（最適解）を求めようとするのが最適構造設計である。最適化問題として定式化する際、制約条件や目的関数は設計目標に応じて適切に選択される必要がある。

不整形な平面形状や、コア耐震壁が偏在している多層建物では、柱・梁の断面設計だけで架構全体の力学特性を適正化するのは限界があり、筋かいや耐震壁などの水平抵抗要素を適切に配置したブレース・耐震壁つきラーメン構造として設計するのが合理的である。耐震壁の配置計画は、多数の離散的な候補位置に適切な枚数の壁を配置して、架構の空間的な強度・剛性分布を適正化するという複雑な問題であるため、設計者の経験や思考に依存するところが大きい。本研究は構造計画段階における耐震壁の3次元的最適配置計画を対象としており、この設計問題を数理的に解くため、本章では条件付き最適化問題として定式化を行う。具体的には、現行のRC耐震設計法（以降、現行設計法）のルート2-1に準拠した制約条件を設定し、建設コストに関与する壁量の最小化を目標として耐震壁の最適配置問題を構成する。

### 2.2 制約条件の設定と数理的表現

耐震設計において満足すべき構造的条件には、「地震時水平力に対する十分な強度の確保」、「平面・立面的にバランスのよい水平剛性配分」などが挙げられる。RC造有壁架構の設計を対象とした現行設計法ルート2-1では、保有水平耐力（強度）、剛性率および偏心率などに希求水準を設定し、地震時の安全性確保を図っている。これらの指標が比較的簡便で数理的に取扱いやすいことから、本章では、現行設計法ルート2-1に基づき、強度・水平剛性・偏心率の各制約条件を設定する。さらに、耐震壁の上下方向の連続性を考慮した壁配置条件と、耐震壁脚部での基礎浮き上がりを防止するための制約条件を付加する。すなわち、設定する制約条件は以下のようにまとめられる。

1. 強度制約条件
2. 水平剛性制約条件
3. 偏心率制約条件
4. 基礎浮き上がり制約条件
5. 壁配置制約条件

なお、設計対象建物の力学解析では以下のことを仮定する。

- 柱・耐震要素のねじれ剛性は、架構全体のねじれ剛性に比べて十分小さい。
- 設計対象建物は全層にわたって等階高、同一平面形状とし、各層の重量も同一と仮定する。

以降で、各制約条件の具体的表現について述べる。さらに、最適化問題として取り扱うために、耐震壁を配置するときには1、配置しないときには0をとる2値変数  $L_{ij}$  ( $i$  は層番号,  $j$  は平面位置) を用いて、各制約条件を数理的に記述する。なお、本章を含む第1部では連層耐震壁の配置計画のみを対象としており、非連層配置を許容した壁配置計画については第2部で述べる。

### 2.2.1 強度制約条件

現行設計法ルート2-1では、我が国における過去のRC建築物の震害調査結果に基づき、建物が保有すべき強度の条件を設けている。具体的には、各層で満足すべき強度制約条件を、耐震壁と柱の断面積を用いた次の単純化した式で与えている。

$$250A_{wi} + 70A_{ci} \geq 0.75A_iW_i \quad (2.1)$$

ここに、添字  $i$  は層番号,  $A_{wi}, A_{ci}$  は耐震壁および柱の断面積和 ( $m^2$ ),  $A_i$  は地震層せん断力係数の分布係数,  $W_i$  は第  $i$  層より上の建物重量 (ton) を表す。(2.1)式は検討方向それぞれで規定され、また各層独立に適用される。

耐震壁の配置候補位置が各層で  $N$  カ所あるとすると、(2.1)式は0-1変数  $L_{ij}$  を用いて次式のよう数理表現される。

$$25 \sum_{j=1}^N a_{wij} L_{ij} + 7A_{ci} \geq 0.75A_iW_i; \quad i = 1, \dots, M \quad (2.2)$$

ここに、 $a_{wij}$  は  $j$ -耐震壁の断面積,  $M$  は建物層数を表す。

### 2.2.2 水平剛性制約条件

1次設計用地震力に対して各層の層間変形角は許容値以下にしなければならない。さらに耐震設計ルート2-1では、特定層への変形の集中を回避するため剛性率の規定を設けている。剛性率の算定には層間変形角の調和平均を用いており、数理的な取扱いがやや煩雑となるため、ここでは各層の層間変位がほぼ一樣になるような水平剛性分布の制約条件を設定する。すなわち、設計対象建物が全層等

階高であることを考慮して、次式の水平剛性制約条件を設定する。

$$K_i \geq C_0 A_i W_i / \delta_a \quad (2.3)$$

$$(1 - \varepsilon_k) k_{ti} \leq K_i / K_1 \leq (1 + \varepsilon_k) k_{ti} \quad (2.4)$$

ここに、 $K_i$  は第  $i$  層の水平剛性,  $\delta_a$  は許容層間変位,  $C_0$  は1次設計用ベースシエア係数,  $k_{ti}$  は目標水平剛性分布係数,  $\varepsilon_k$  は水平剛性分布の許容偏差を表す。これらの条件式は、強度制約条件と同様に、各検討方向ごとに規定される。

(2.4)式は、 $A_i$  分布に基づく静的外力が作用したときに、層間変位応答がほぼ一樣となるような水平剛性分布を与える条件である。また、目標水平剛性分布係数  $k_{ti}$  は次式で表される。

$$k_{ti} = A_i W_i / W \quad (2.5)$$

ここに、 $W$  は建物の全重量を表す。

これらの制約条件式を変数  $L_{ij}$  を用いて数理的に表現すると次式のようにになる。なお、計算を簡略化するため、各層の水平剛性は柱および耐震壁の水平剛性の和として略算し、連スパン壁配置による水平剛性の増大は考慮しない。

$$\sum_{j=1}^N k_{wij} L_{ij} + K_{ci} \geq C_0 A_i W_i / \delta_a; \quad i = 1, \dots, M \quad (2.6)$$

$$(1 - \varepsilon_k) k_{ti} \leq \left( \sum_{j=1}^N k_{wij} L_{ij} + K_{ci} \right) / \left( \sum_{j=1}^N k_{w1j} L_{1j} + K_{c1} \right) \leq (1 + \varepsilon_k) k_{ti}; \quad i \geq 2 \quad (2.7)$$

ここに、 $k_{wij}$  は  $j$ -耐震壁の水平剛性,  $K_{ci}$  は第  $i$  層柱の水平剛性之和を表す。耐震壁および柱の水平剛性はD値法<sup>75)</sup>によって算出する。特に耐震壁は境界梁付き連層耐震壁として扱い、せん断・曲げ・回転変形から等価せん断剛性として水平剛性を求める。

### 2.2.3 偏心率制約条件

現行設計法では、偏心率によって建物のねじれ変位成分の抑制を図っており、本章でも制約条件として次式を設定する。

$$e_y / r_{ex} \leq R_a \quad (2.8)$$

$$e_x / r_{ey} \leq R_a \quad (2.9)$$

ここに、 $e_x, e_y$  はそれぞれ  $x, y$  方向の偏心距離,  $r_{ex}, r_{ey}$  は弾力半径,  $R_a$  は許容偏心率を表す。

偏心率制約条件式は設計変数  $L_{ij}$  についての非線形関数であり、数理表現が複雑になるため、本章では便宜上次式のように表現する。

$$R_{eki}(L_{i1}, \dots, L_{iN}) \leq R_a; \quad k = x, y, \quad i = 1, \dots, M \quad (2.10)$$

ここに、 $R_{eki}(\cdot)$  は偏心率を求める関数である。

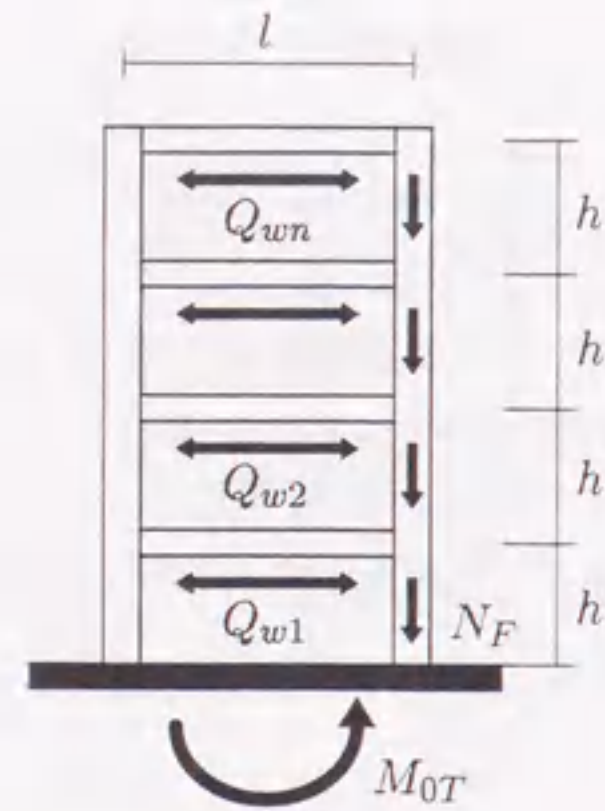


図 2.1 耐震壁脚部の基礎浮き上がり

### 2.2.4 耐震壁基礎浮き上がり制約条件

水平力載荷時の転倒モーメントにより耐震壁脚部が浮き上がる場合、この耐震壁は期待した剛性を発揮できない。本設計ではこのような事態を回避するため、基礎浮き上がりに対する制約を設ける。

図 2.1 に示す等階高の独立連層耐震壁について考える。建物自重による耐震壁脚部の基礎面軸圧縮力  $N_F$  は、基礎の重量も考慮すると次式で表される。

$$N_F = (1 + \alpha_F)W \frac{A_{fcj}}{A_f} \quad (2.11)$$

ここに、 $\alpha_F$  は基礎重量比、 $A_{fcj}$ 、 $A_f$  はそれぞれ  $j$ -耐震壁側柱の負担床面積（2本の柱の小さいほう）、全床面積を表す。

一方、転倒モーメント  $M_{0T}$  による基礎の引抜力  $N_{Ft}$  は次式で表される。

$$N_{Ft} = \frac{M_{0T}}{l} = - \sum_{i=1}^n Q_{wi} \frac{h}{l} = - \frac{h}{l} Q_1 \sum_{i=1}^n \frac{Q_{wi}}{Q_1} \quad (2.12)$$

ここに、 $n$  は連層耐震壁の層数、 $Q_{wi}$  は耐震壁に働くせん断力、 $Q_1$  はベースシェアを表す。

1次設計用外力の下で層間変位応答がほぼ一様であると仮定すると、(2.12)式は次式ようになる。

$$N_{Ft} = - \frac{h}{l} C_0 W \sum_{i=1}^n \frac{k_{wi}}{K_1} \quad (2.13)$$

したがって、1次設計用水平力による基礎浮き上がりの防止のためには次式を満たす必要がある。

$$(1 + \alpha_F) \frac{A_{fcj}}{A_f} - \frac{h}{l} \frac{C_0}{K_1} \sum_{i=1}^n k_{wi} \geq 0 \quad (2.14)$$

別の表現では、

$$\sum_{i=1}^n k_{wi} \leq (1 + \alpha_F) \frac{l}{h} \frac{A_{fcj}}{A_f} \frac{K_1}{C_0} \quad (2.15)$$

全ての連層耐震壁が (2.15) 式を満足しなければならないので、基礎浮き上がり制約条件の数理的表現は次式ようになる。

$$\sum_{i=1}^M k_{wij} L_{ij} \leq (1 + \alpha_F) \frac{l}{h} \frac{A_{fcj}}{A_f} \frac{1}{C_0} \sum_{l=1}^N k_{wl} L_{1l}; \quad j = 1, \dots, N \quad (2.16)$$

### 2.2.5 壁配置位置制約条件

耐震壁を配置する際、全ての場所で配置・非配置が任意に決定できるわけではない。例えばエレベータや階段などのコア部分は、安全性・施工性などの観点から少なからず耐震壁が配置されるし、建物のファサードや入り口には意匠的にも扁平な耐震壁を配置することは一般的に避けられる。このように、耐震壁の配置は、構造的制約だけでなく、次のような建築計画的・施工的制約も受ける。

- 強制配置位置：階段室のコア、エレベータピットのコアなど。
- 配置不可能位置：意匠上などの理由により、壁を配置してはならない場所。
- 配置候補位置：壁の配置が設計者の自由となる場所。

本章では、建築計画などの要求から強制配置壁、壁配置不可位置などが既に設定されているものとする。さらに、耐震壁の上下方向の連続性を考慮して、連層配置条件も付加する。これらの制約条件は次式のように数理表現される。

$$L_{ij} = 1; \quad j \in \text{強制配置位置}, i = 1, \dots, M \quad (2.17)$$

$$L_{ij} = 0; \quad j \in \text{非配置位置}, i = 1, \dots, M \quad (2.18)$$

$$L_{ij} \leq L_{i-1,j}; \quad j = 1, \dots, N, i = 2, \dots, M \quad (2.19)$$

配置候補位置だけに設計変数  $L_{ij}$  を割り当てれば、これらの式中で連層配置条件 (2.19) 式だけが有効な制約条件となる。

## 2.3 最適壁配置計画問題の数理的表現

本設計問題では、多層立体架構を対象として、力学的に良好な構造システムを経済的に実現することを目的としている。ここでは本設計問題を、建設コストに関与する壁量を全体的に最小化するような3次元の壁配置設計解を探索する問題として定式化する。設計対象建物が全層にわたり等階高であることを考慮すると、壁量の最小化は壁断面積の総和の最小化と等価である。したがって、 $M$  層立

体建物に対する壁配置計画問題は、最適化問題として次式のように定式化される。

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N a_{wij} L_{ij} \rightarrow \min \\ \text{subject to} & \\ & 250 \sum_{j=1}^N a_{wij} L_{ij} + 70 A_{ci} \geq 0.75 A_i W_i; \quad i = 1, \dots, M \\ & \sum_{j=1}^N k_{wij} L_{ij} + K_{ci} \geq C_0 A_i W_i / \delta_a; \quad i = 1, \dots, M \\ & (1 - \varepsilon_k) k_{ti} \leq \left( \sum_{j=1}^N k_{wij} L_{ij} + K_{ci} \right) / \left( \sum_{j=1}^N k_{w1j} L_{1j} + K_{c1} \right) \leq (1 + \varepsilon_k) k_{ti}; \quad i \geq 2 \quad (2.20) \\ & R_{eki}(L_{i1}, \dots, L_{iN}) \leq R_a; \quad k = x, y, \quad i = 1, \dots, M \\ & \sum_{i=1}^M k_{wij} L_{ij} \leq (1 + \alpha_F) \frac{l}{h} \frac{A_{fcj}}{A_f} \frac{1}{C_0} \sum_{l=1}^N k_{w1l} L_{1l}; \quad j = 1, \dots, N \\ & L_{ij} \leq L_{i-1,j}; \quad j = 1, \dots, N, \quad i \geq 2 \\ & L_{ij} \in \{0, 1\}; \quad j = 1, \dots, N, \quad i = 1, \dots, M \end{aligned}$$

あるいは単純に記述して、

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^M A_i(L_i) \rightarrow \min \\ \text{subject to} & \\ & g_k(L_1, \dots, L_M) \in C_k; \quad k = 1, 2, \dots \quad (2.21) \\ & L_i = \{L_{i1}, \dots, L_{iN}\}^T; \quad i = 1, \dots, M \\ & L_{ij} \in \{0, 1\}; \quad j = 1, \dots, N, \quad i = 1, \dots, M \end{aligned}$$

ここに、 $L_i$  は第  $i$  層の壁配置ベクトル、 $A_i(L_i)$  は壁配置  $L_i$  の壁断面積関数、 $g_k(\cdot)$  は  $k$ -制約条件関数、 $C_k$  はその許容領域、添え字 T は転置を表す。

### 2.3.1 ねじれ応答最小化条件の導入

本章では、さらに良好な構造システムを実現するために、各層のねじれ変位成分を最小化する。

図 2.2 に示すように 2 軸偏心構造物に水平力  $Q_x, Q_y$  が作用するとき、座標  $(X_j, Y_j)$  にある  $j$ -耐震要素の  $x, y$  方向層間変位はそれぞれ次式で表される。

$$x_j = \left\{ \frac{1}{K_x} + (Y_S - Y_j) \frac{Y_S}{K_\theta} \right\} Q_x - \left\{ (Y_S - Y_j) \frac{X_S}{K_\theta} \right\} Q_y \quad (2.22)$$

$$y_j = \left\{ \frac{1}{K_y} + (X_S - X_j) \frac{X_S}{K_\theta} \right\} Q_y - \left\{ (X_S - X_j) \frac{Y_S}{K_\theta} \right\} Q_x \quad (2.23)$$

ここに、 $K_x, K_y$  はそれぞれ  $x, y$  方向の水平剛性、 $K_\theta$  は剛心まわりのねじれ剛性を表す。

(2.22), (2.23) 式より、ねじれ変位成分をできる限り小さくするためには、 $|X_S|/K_\theta, |Y_S|/K_\theta$  を共に小さくする必要がある。しかし、これらを同時に最小化することは困難なので、偏心距離  $e_x, e_y$  を許容値内とする条件下でねじれ剛性を最大化の問題に置き換える。なお、偏心距離のチェックは前述の偏心率制約条件によって行う。

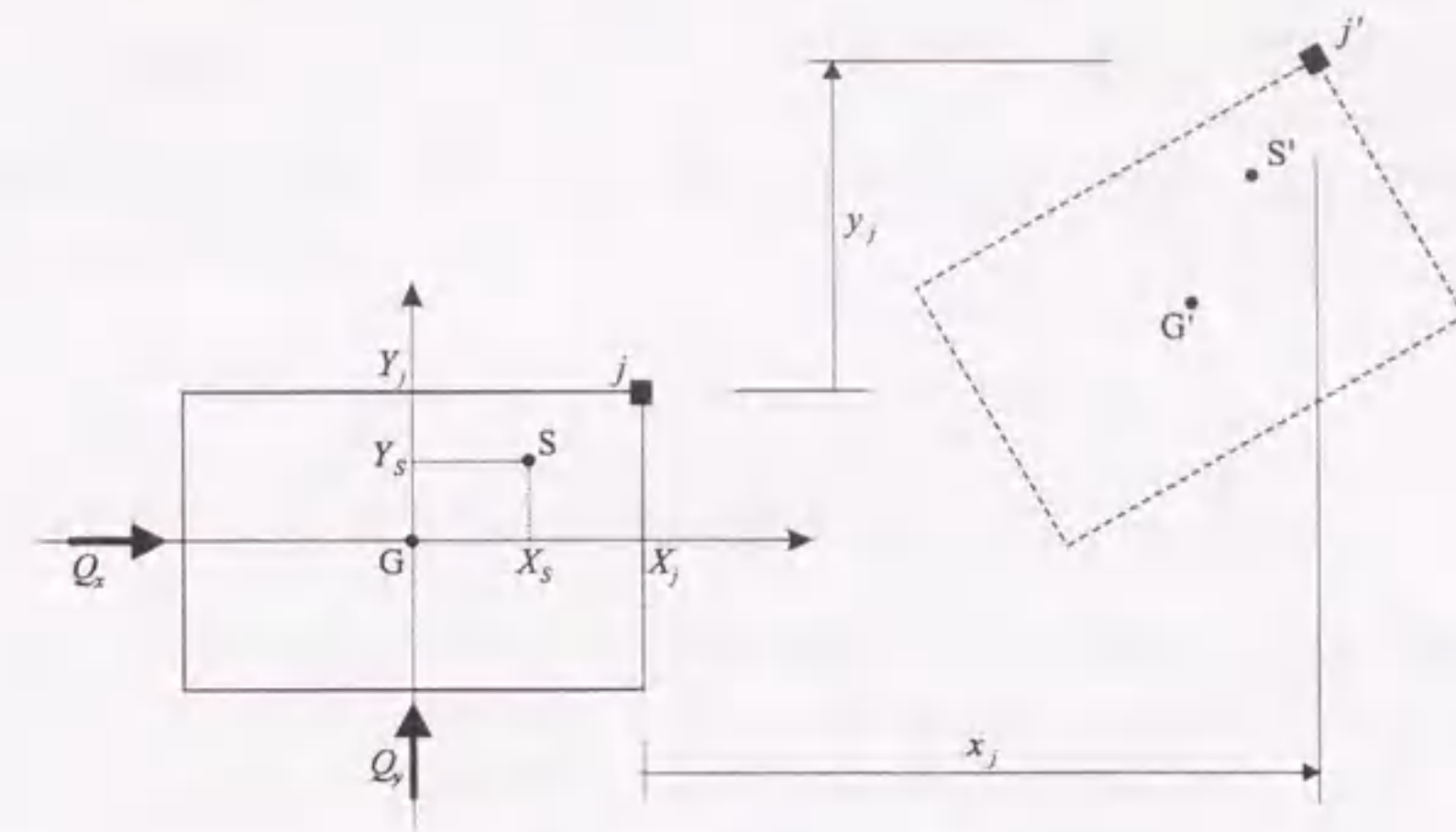


図 2.2 2 軸偏心構造物の並進-ねじれ連成変位

(2.22), (2.23) 式からも明らかなように、ねじれ変位成分の最小化は各層ごとに要請される条件である。また下層の平面壁配置から上層に向かって逐次配置を決定していく最適化過程を採用すると、全ての制約条件が各層ごとに要請される条件として表現できる。したがって、(2.20) 式あるいは (2.21) 式の最適壁配置問題は次の 2 つの最適化問題に分けて取り扱うことができる。

- ねじれ変位成分の最小化を目標とした平面の最適壁配置問題
- 壁量最小化を目標とした高さ方向最適化問題

上記のように設定された問題は、厳密には多目的最適化問題である。一般に多目的最適化問題を直接解くことは困難であるが、ここでは段階的な最適化手法によって最適解を探索する。すなわち、各層、各枚数ごとにねじれ変位成分を最小化する平面配置群を生成し、これらの全層にわたる組合せから壁量の総和を最小にするような最適設計解を探索する。実際には、前述したように、下層の平面配置から上層に向かって壁配置を決定していく探索過程を採用する。

平面の最適壁配置問題を設定することは、各層のねじれ変位成分が抑制されるという力学的意義があると同時に、各層の最適壁配置のみを用いることによって、高さ方向最適化問題の解の探索領域(組合せ数)を縮小することができるという数理的意義もある。本最適化問題のような比較的大規模なシステムの最適化では、システムをいくつかのサブシステムに分解し、各サブシステムを解いた後、これらを連結して全体の最適化を行う方法が、実用的な計算時間でシステム全体の最適化が行える有効な手段であると考えられる。

### 2.3.2 壁枚数が指定された平面の最適壁配置問題

前項でねじれ応答最小化、すなわちねじれ剛性最大化の条件を導入したが、剛心まわりのねじれ剛性  $K_\theta$  は変数  $L_{ij}$  に関する非線形式となるため、目的関数としての取り扱いが煩雑である。そこで、最適配置結果における偏心距離は小さいことを考慮して、重心まわりのねじれ剛性  $K_z$  を目的関数として設定する。したがって、第  $i$  層における壁枚数  $N_w$  枚の壁配置問題は、下層の壁配置が既知であ

ることを考慮して、次式のように定式化される。

$$\begin{aligned}
 & \sum_{j=1}^N k_{zij} L_{ij} \rightarrow \max \\
 & \text{subject to} \\
 & \sum_{j=1}^N L_{ij} = N_w \\
 & 250 \sum_{j=1}^N a_{wij} L_{ij} + 70 A_{ci} \geq 0.75 A_i W_i \\
 & \sum_{j=1}^N k_{wij} L_{ij} + K_{ci} \geq C_0 A_i W_i / \delta_a \\
 & (1 - \varepsilon_k) k_{ti} K_1 \leq \sum_{j=1}^N k_{wij} L_{ij} + K_{ci} \leq (1 + \varepsilon_k) k_{ti} K_1 \\
 & R_{eki}(L_{i1}, \dots, L_{iN}) \leq R_a; k = x, y \\
 & k_{wij} L_{ij} + \sum_{s=1}^{i-1} k_{wsj} \leq (1 + \alpha_F) \frac{l}{h} \frac{A_{fcj} K_1}{A_f C_0}; j = 1, \dots, N \\
 & L_{ij} \leq L_{i-1,j}; j = 1, \dots, N \\
 & L_{ij} \in \{0, 1\}; j = 1, \dots, N
 \end{aligned} \tag{2.24}$$

ここに、 $K_1$  は第1層の水平剛性を表す。 $k_{zij}$  は  $j$ -耐震壁のねじれ剛性寄与分であり、耐震壁中央の座標を  $(X_j, Y_j)$  とすると次式で表される。

$$k_{zij} = k_{xij} Y_j^2 + 2 k_{xyij} X_j Y_j + k_{yij} X_j^2 \tag{2.25}$$

ここに、 $k_{xij}, k_{xyij}, k_{yij}$  は  $j$ -耐震壁の剛性行列の各要素である。

(2.24) 式中の制約条件は、壁配置に対して適用される強度、水平剛性および偏心率制約条件と、耐震壁の配置場所に対して規定される基礎浮き上がりおよび壁配置位置制約条件とに分けて見ることができる。決定変数は  $L_{i1}, \dots, L_{iN}$  であり、その値が離散的であるため、最適化問題  $iQ_{N_w,0}$  は典型的な離散的最適化問題となる。特に設計変数が0と1の値しかとらないことから、0-1計画問題（厳密には、非線形0-1計画問題）に分類される。

(2.24) 式は線形条件式と非線形条件式とに分けて、次のように記述することもできる。

$$\begin{aligned}
 & \sum_{j=1}^N k_{zij} L_{ij} \rightarrow \max \\
 & \text{subject to} \\
 & \sum_{j=1}^N L_{ij} = N_w \\
 & \sum_{j=1}^N a_{kij} L_{ij} \leq A_k; k = 1, \dots, m \\
 & R_{eki}(L_{i1}, \dots, L_{iN}) \leq R_a; k = x, y \\
 & L_{ij} \in \{0, 1\}; j = 1, \dots, N
 \end{aligned} \tag{2.26}$$

ここに、 $m$  は線形制約条件式の個数を表す。線形関数で表される制約条件には、強度、水平剛性、耐震壁基礎浮き上がり、配置位置の各制約条件が含まれる。

問題  $iQ_{N_w,0}$  からは一般に複数の最適解が得られ、各枚数ごとに最適平面壁配置集合を構成する。各層においてこれらの和集合は、次節で述べる高さ方向最適化問題の設計変数の許容領域となる。

### 2.3.3 高さ方向最適化問題

壁量最小化を目標とした高さ方向の最適化問題は、各層の平面壁配置  $L_1, \dots, L_M$  を設計変数として次式のように定式化される。

$$\begin{aligned}
 P_0 \quad & \sum_{i=1}^M A_i(L_i) \rightarrow \min \\
 & \text{subject to } L_i \in \bigcup_{N_w=1}^N \{L_{i,N_w}^*\}; i = 1, \dots, M
 \end{aligned} \tag{2.27}$$

ここに、 $\{L_{i,N_w}^*\}$  は第  $i$  層の  $N_w$  枚最適壁配置集合を表し、前節の各層ごとの最適壁配置問題を解くことにより得られる。高さ方向最適化問題も、設計変数が有限個の平面壁配置からしか選択できないため、離散的最適化問題となる。

## 2.4 まとめ

耐震壁の配置計画は、多数の離散的な候補位置に適切な枚数の壁を配置して、架構の空間的な強度・剛性分布を適正化するという複雑な問題であるため、設計者の経験や思考に依存するところが大きい。本章では、この設計問題を数理的に取り扱うことを目的に、条件付き最適化問題として定式化を行った。本章の内容は以下のように要約される。

1. 現行設計法のルート2-1に基づく制約条件と、壁量最小化を目標とした目的関数によって、耐震壁の配置計画問題を構成した。
2. 力学的および数理的な有効性から、耐震壁の3次元的最適配置計画問題を、ねじれ剛性最大化を目標とした「平面の最適壁配置問題」と、平面壁配置を積層して壁量を最小化する「高さ方向最適化問題」とに分けて取り扱い、それぞれを数理的に表現した。
3. 上記のいずれの最適化問題も、設計変数の許容領域が離散的であるため、離散的最適化問題として定式化されることを示した。特に、最適平面壁配置問題は非線形0-1計画問題に分類される。これらの最適解は次章以降で述べる離散的最適化手法によって探索される。

## 第3章

# 離散的最適化手法の適用

### 3.1 はじめに

構造最適化問題は、大別すると、寸法決定問題と位相決定問題とに分類される。寸法決定問題の研究の多くは、決定すべき部材断面積や壁厚を連続量として扱っているが、実際の設計では、ある離散的な規格品から部材等を選択するのが普通である。このような設計問題の場合、まず連続的な最適解を求め、それを近傍の離散値に丸めるといった方法がよく用いられる。これは、離散的最適化手法よりも連続的最適化手法が多数提案され、また一般的に高速であることが理由であると考えられる。しかし、得られた解が真の最適解である保証は全くない。一方、位相決定問題、特に部材配置問題は部材を配置するか否かという本質的に離散的な情報を取り扱うため、離散的最適化手法に頼らざるをえない。離散的最適化手法は与えられた問題へのアプローチによって2種類に大別される。1つは古くからオペレーションズ・リサーチ (Operations Research; OR) 分野で研究されている数値計画法である。この手法では厳密解を求めることが前提であり、最適化手法の計算効率が考察の対象となる。もう1つは近似解法であり、近年盛んに研究されている人工生命技術もこれに属する。この手法は実用的に満足できる解を求めることに主眼を置き、いかに真の最適解に近い優秀な解を探索できるかが問題となる。

本章では、第2章で設定した平面の最適壁配置問題と高さ方向の最適化問題に離散的最適化手法を適用する。特に平面の最適壁配置問題に対しては、数値計画法として動的計画法および分枝限定法を、近似解法として遺伝的アルゴリズムを適用し、各最適化手法の有効性や問題点について検討を行う。

### 3.2 動的計画法の適用

動的計画法 (Dynamic Programming; DP) は、時間的あるいは空間的に多段階の最適化を扱うために、1950年代に R. Bellman により開発された数値計画法であり、OR 分野や経済学など広範な領域にわたって研究・応用されている。DP は最適性の原理を基本的な考え方としており、対象とする問題の目的関数が漸化式によって表現できれば、非線形や微分不可能な関数でも構わないという利点がある。また、繰り返し関係を表す漸化式で定式化することは、プログラミング上大きな利点である。本節では、平面の最適壁配置問題に対して DP を適用し、適用可能性や問題点について考察する。なお、DP の詳細については付録 (第 B.2 節) を参照されたい。

## 3.2.1 動的計画法による定式化と解法

第2章で定式化したように、各層において壁枚数が  $N_w$  枚に設定された最適壁配置問題は次式で表される。なお、ここでは平面壁配置問題のみを対象としているので、層番号の添字  $i$  を省略する。

$$Q_{N_w,0} \left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^N k_{zj} L_j \rightarrow \max \\ \text{subject to} \\ \sum_{j=1}^N L_j = N_w \\ \sum_{j=1}^N a_{kj} L_j \leq A_k; k=1, \dots, m \\ R_{ek}(L) \leq R_a; k=x, y \\ L_j \in \{0, 1\}; j=1, \dots, N \end{array} \right. \quad (3.1)$$

$b_1, \dots, b_m$  を各段階の状態を表す変数(状態変数)とすると、(3.1)式は  $N$  個の設計変数に適切な値を割り当てて、目的関数を最大化する問題として次式で表現される。

$$K_{z,N}(b_1, \dots, b_m, N_w) = K_{z0} + \max_{\substack{\sum_{j=1}^N L_j = N_w \\ \sum_{j=1}^N a_{kj} L_j \leq A_k; \forall k \\ R_{ek}(L) \leq R_a}} \sum_{j=1}^N k_{zj} L_j \quad (3.2)$$

ここに、 $K_{z0}$  は耐震壁の配置設計が行われる前のねじれ剛性を表し、柱および既設耐震壁の水平剛性などから算定される。

最適性の原理に基づくと、(3.2)式は以下の漸化式によって表される。

$$K_{z,0}(b_1, \dots, b_m, N_w) = K_{z0} \quad (3.3)$$

$$K_{z,n}(b_1, \dots, b_m, N_w) = \max_{\substack{L_n \leq N_w \\ a_{kn} L_n \leq A_k; \forall k}} \left\{ k_{zn} L_n + K_{z,n-1}(b_1 - a_{1n} L_n, \dots, b_m - a_{mn} L_n, N_w - L_n) \right\} \quad (3.4)$$

$$K_{z,N}(b_1, \dots, b_m, N_w) = \max_{\substack{L_N \leq N_w \\ a_{kN} L_N \leq A_k; \forall k \\ R_{ek}(L) \leq R_a}} \left\{ k_{zN} L_N + K_{z,N-1}(b_1 - a_{1N} L_N, \dots, b_m - a_{mN} L_N, N_w - L_N) \right\} \quad (3.5)$$

非線形制約条件が含まれると(3.2)式は漸化式として表現できないため、ここでは(3.5)式だけに偏心率制約条件を付加している。設計変数  $L_j$  の取りうる値が0と1だけであることを利用すると、(3.4),(3.5)式はそれぞれ次式のように書き換えられる。

$$K_{z,n}(b_1, \dots, b_m, N_w) = \max_{\substack{L_n \leq N_w \\ a_{kn} L_n \leq A_k; \forall k}} \left\{ k_{zn} + K_{z,n-1}(b_1 - a_{1n}, \dots, b_m - a_{mn}, N_w - 1), K_{z,n-1}(b_1, \dots, b_m, N_w) \right\} \quad (3.6)$$

$$K_{z,N}(b_1, \dots, b_m, N_w) = \max_{\substack{L_N \leq N_w \\ a_{kN} L_N \leq A_k; \forall k \\ R_{ek}(L) \leq R_a}} \left\{ k_{zN} + K_{z,N-1}(b_1 - a_{1N}, \dots, b_m - a_{mN}, N_w - 1), K_{z,N-1}(b_1, \dots, b_m, N_w) \right\} \quad (3.7)$$

計算は(3.3)式より始めて、 $n=1, \dots, N$  の順に  $K_{z,n}(b_1, \dots, b_m, N_w)$  を求めていき、最終的に(3.7)式から得られる  $K_{z,N}(b_1, \dots, b_m, N_w)$  が求める最大値となる。

## 3.2.2 動的計画法の適用可能性と問題点

DPでは、最適化問題を多段階に分解して漸化式として定式化するため、各段階での計算は全く類似の計算となり、プログラミングが容易になるという利点がある。しかし、耐震壁の平面配置問題にDPを適用する際には、一般的に指摘されているような以下の問題点が挙げられる。

■**分離可能性** 対象とする問題が多段階構造をなしており、目的関数が各段の遷移ごとに計算される性質を分離可能性といい、分離可能な問題であれば漸化式によって定式化できる。しかし、一般に非線形最適化問題では漸化式で表現することは困難であり、何らかの改良が必要となる。本最適化問題では、最終段階で偏心率制約条件を付加することにより解決を図っている。

■**次元の呪い** 本最適化問題の場合、各段の状態は  $m$  個の変数  $b_1, \dots, b_m$  によって表される。個々の状態変数はある離散的な値しかとらないが、DPでは  $b_1, \dots, b_m$  の値の全ての組合せを計算しなければならない。したがって、DPにおける計算量は状態変数の個数(次元)に大きく依存し、その個数が増えると計算量は指数関数的に増大する(次元の呪い)。一般に、多次元問題におけるこの計算上の困難さがDPの応用の大きな障害となっており、この問題点を解決するために、状態変数の量子化(離散化)など様々な方法が研究・提案されている。

■**分枝限定法との比較** DPと分枝限定法の類似性は古くから言われており、DPの手順は幅優先探索を用いた分枝限定法と等価であることが指摘されている。しかし、DPでは下界値テストは利用していない。したがって、幅優先探索という一般的には非効率な探索方法を用いていることと、下界値テストを行わないという2点から、DPは分枝限定法よりも計算効率が劣ると判断される。

## 3.3 分枝限定法(混合0-1計画法)を利用した解法

線形計画問題において一部の変数のとりうる値が0と1に限定されたものを混合0-1計画問題(Mixed 0-1 Programming Problem)と呼ぶ。多くの離散的最適化問題がこの形に変換できることから、数理計画の分野で膨大な研究が行われてきた。混合0-1計画問題の解法(以降、混合0-1計画法と記述)には商用の数理計画ソフトウェアも数多く存在し、そのほとんどがLP法を利用した分枝限定法を採用している。現在ではこれらのソフトウェアによって、変数や制約条件の個数が10000以上の最適化問題も解かれている。本節では、はり間、桁行両方向の骨組が互いに直交している建物を設計対象とする場合、本設計問題の緩和問題が混合0-1計画問題で記述でき、混合0-1計画法が適用可能であることを示す。さらに、緩和問題の最適値が元の問題の最適値の上限值であることを考慮して、混合0-1計画法を利用した分枝限定法を構成する。なお、LP法を利用した分枝限定法の詳細については付録(第B.3.2項)を参照されたい。

## 3.3.1 混合0-1計画問題による緩和問題

(3.1)式の最適壁配置問題  $Q_{N_w,0}$  は、偏心率制約条件が非線形関数となる非線形0-1計画問題であるため、混合0-1計画法を直接利用することはできない。しかし、偏心率制約条件式の構造を利用

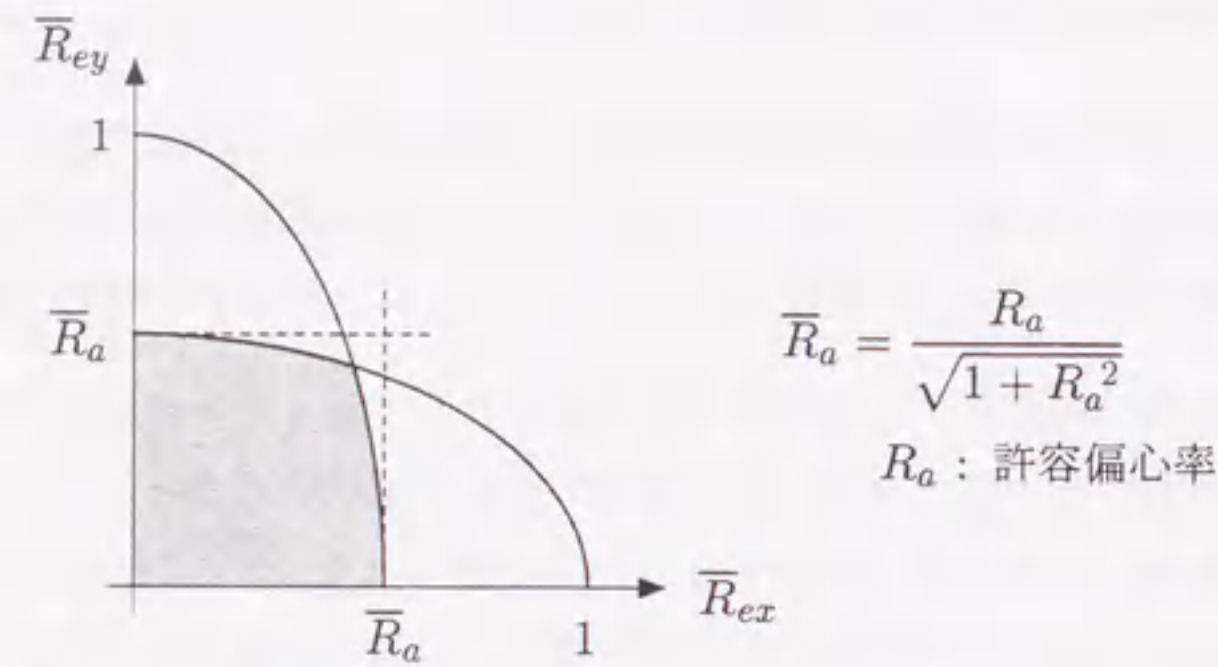


図3.1 偏心率制約条件の許容領域

すると、以下に示すように、精度のよい緩和問題を設定することができる。

偏心率制約条件式の両辺を2乗すると次式ようになる。

$$e_y^2/r_{ex}^2 \leq R_a^2 \quad (3.8)$$

$$e_x^2/r_{ey}^2 \leq R_a^2 \quad (3.9)$$

弾力半径の定義および剛心まわりねじれ剛性  $K_\theta$  と重心まわりねじれ剛性  $K_z$  の関係、

$$K_\theta = K_z - e_y^2 K_x - e_x^2 K_y \quad (3.10)$$

を考慮すると、(3.8),(3.9)式はそれぞれ次のように整理される。

$$\bar{R}_{ex}^2 + \bar{R}_{ey}^2 / \bar{R}_a^2 \leq 1 \quad (3.11)$$

$$\bar{R}_{ex}^2 / \bar{R}_a^2 + \bar{R}_{ey}^2 \leq 1 \quad (3.12)$$

ここに、

$$\bar{R}_{ex} = |e_y| / \sqrt{K_z / K_x}, \quad \bar{R}_{ey} = |e_x| / \sqrt{K_z / K_y} \quad (3.13)$$

$$\bar{R}_a = R_a / \sqrt{1 + R_a^2} \quad (3.14)$$

(3.11),(3.12)式を  $\bar{R}_{ex} - \bar{R}_{ey}$  平面上に描くと図3.1のようになり、灰色部分が偏心率制約条件の許容領域となる。図3.1より、原問題  $Q_{N_w,0}$  の偏心率制約条件を、次の1組の不等式

$$\bar{R}_{ek} \leq \bar{R}_a; \quad k = x, y \quad (3.15)$$

に置き換えた最適化問題  $\bar{Q}_{N_w,0}$  を考える。

$$\bar{Q}_{N_w,0} \left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^N k_{zj} L_j \rightarrow \max \\ \text{subject to} \\ \sum_{j=1}^N L_j = N_w \\ \sum_{j=1}^N a_{kj} L_j \leq A_k; \quad k = 1, \dots, m \\ \bar{R}_{ek} \leq \bar{R}_a; \quad k = x, y \\ L_j \in \{0, 1\}; \quad j = 1, \dots, N \end{array} \right. \quad (3.16)$$

(3.16)式の最適化問題は明らかに原問題の緩和問題となっているが、現行の耐震設計では許容偏心率  $R_a$  として小さな値(0.15以下)が設定されるので、 $R_a \approx \bar{R}_a$  となる。従って、(3.16)式から得られる最適値は原問題  $Q_{N_w,0}$  に対する精度のよい上界値になる。

さて、問題  $\bar{Q}_{N_w,0}$  では依然非線形制約条件式が含まれるが、はり間、桁行両方向の骨組が互いに直交している建物を設計対象とする場合、(3.15)式は新たな変数を導入することによって、複数の線形条件式群に置き換えることができる。

耐震壁ははり間あるいは桁行方向の柱間に配置されるので、全ての壁の剛性行列において  $k_{xy} = 0$  となる。従って、例えば  $x$  方向耐震壁に関する制約条件(3.15)式は、設計変数  $L_j$  を用いて次式のように記述される。

$$\left( \sum_j s_{xj} L_j + S_{x0} \right)^2 - \bar{R}_a^2 \left( \sum_j k_{zj} L_j + K_{z0} \right) \left( \sum_j k_{xj} L_j + K_{x0} \right) \leq 0 \quad (3.17)$$

ここに、 $s_{xj} = k_{xj} Y_j$ ,  $Y_j$  は  $j$ -耐震壁中央の  $y$  座標、 $K_{x0}, S_{x0}, K_{z0}$  はそれぞれ柱および既設耐震壁によって算定される  $x$  方向水平剛性、その1次モーメント、ねじれ剛性を表し、定数である。(3.17)式を展開して整理すると次式となる。

$$\left( \sum_j s_{xj} L_j \right)^2 - \bar{R}_a^2 \left( \sum_j k_{zj} L_j \right) \left( \sum_j k_{xj} L_j \right) + \sum_j \alpha_j L_j + R_{x0} \leq 0 \quad (3.18)$$

ここに、

$$\alpha_j = 2 S_{x0} s_{xj} - \bar{R}_a^2 (K_{z0} k_{xj} + K_{x0} k_{zj}); \quad j = 1, \dots, N \quad (3.19)$$

$$R_{x0} = S_{x0}^2 - \bar{R}_a^2 K_{z0} K_{x0} \quad (3.20)$$

ここで  $2N$  個の新たな変数  $u_j, w_j$

$$u_j = L_j \sum_k s_{xk} L_k; \quad j = 1, \dots, N \quad (3.21)$$

$$w_j = L_j \sum_k k_{zk} L_k; \quad j = 1, \dots, N \quad (3.22)$$

を導入すると、これらの変数にはそれぞれ次式が成立する。

$$u_j = \begin{cases} 0 & ; L_j = 0 \\ \sum_k s_{xk} L_k & ; L_j = 1 \end{cases} \quad (3.23)$$

$$w_j = \begin{cases} 0 & ; L_j = 0 \\ \sum_k k_{zk} L_k & ; L_j = 1 \end{cases} \quad (3.24)$$

また、変数  $u_j, w_j$  の上下限値は、

$$U_u = \sum_j \max\{s_{xj}, 0\}, \quad U_l = \sum_j \min\{s_{xj}, 0\} \quad (3.25)$$

$$W_u = \sum_j k_{zj}, \quad W_l = 0 \quad (3.26)$$



となるので, (3.23), (3.24) 式はそれぞれ次の不等式で置き換えることができる.

$$U_l L_j \leq u_j \leq U_u L_j; \quad j = 1, \dots, N \quad (3.27)$$

$$\sum_k s_{xk} L_k - U_u(1 - L_j) \leq u_j \leq \sum_k s_{xk} L_k - U_l(1 - L_j); \quad j = 1, \dots, N \quad (3.28)$$

$$0 \leq w_j \leq W_u L_j; \quad j = 1, \dots, N \quad (3.29)$$

$$\sum_k k_{zk} L_k - W_u(1 - L_j) \leq w_j \leq \sum_k k_{zk} L_k; \quad j = 1, \dots, N \quad (3.30)$$

従って, 非線形関数である偏心率制約条件 (3.17) 式は (3.27)~(3.30) 式および

$$\sum_j s_{xj} u_j - \bar{R}_a^2 \sum_j k_{xj} w_j + \sum_j \alpha_j L_j + R_{x0} \leq 0 \quad (3.31)$$

の線形不等式群によって表される.

$y$  方向の偏心率制約条件も同様に,  $N$  個の変数  $v_j$

$$v_j = L_j \sum_k s_{yk} L_k; \quad j = 1, \dots, N \quad (3.32)$$

を導入することにより, 次の1次不等式群に置き換えることができる.

$$\sum_j s_{yj} v_j - \bar{R}_a^2 \sum_j k_{yj} w_j + \sum_j \beta_j L_j + R_{y0} \leq 0 \quad (3.33)$$

$$V_l L_j \leq v_j \leq V_u L_j; \quad j = 1, \dots, N \quad (3.34)$$

$$\sum_k s_{yk} L_k - V_u(1 - L_j) \leq v_j \leq \sum_k s_{yk} L_k - V_l(1 - L_j); \quad j = 1, \dots, N \quad (3.35)$$

ここに,  $s_{yj} = k_{yj} X_j$ ,  $X_j$  は  $j$ -耐震壁中央の  $x$  座標を表す. また,

$$V_u = \sum_j \max\{s_{yj}, 0\}, \quad V_l = \sum_j \min\{s_{yj}, 0\} \quad (3.36)$$

$$\beta_j = 2 S_{y0} s_{yj} - \bar{R}_a^2 (K_{z0} k_{yj} + K_{y0} k_{zj}); \quad j = 1, \dots, N \quad (3.37)$$

$$R_{y0} = S_{y0}^2 - \bar{R}_a^2 K_{z0} K_{y0} \quad (3.38)$$

従って, 緩和された2個の偏心率制約条件 (3.15) 式は, (3.27) ~ (3.31) 式および (3.33) ~ (3.35) 式の  $(12N + 2)$  個の1次不等式によって表されるので, 最終的に原問題 (3.1) 式の緩和問題  $\bar{Q}_{N_w, 0}$  は次式の混合0-1計画問題に帰着される.

$$\bar{Q}_{N_w, 0} \quad \left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^N k_{zj} L_j \rightarrow \max \\ \text{subject to} \\ \sum_{j=1}^N L_j = N_w \\ \sum_{j=1}^N a_{kj} L_j \leq A_k; \quad k = 1, \dots, m \\ \sum_{j=1}^N s_{xj} u_j - \bar{R}_a^2 \sum_{j=1}^N k_{xj} w_j + \sum_{j=1}^N \alpha_j L_j + R_{x0} \leq 0 \\ \sum_{j=1}^N s_{yj} v_j - \bar{R}_a^2 \sum_{j=1}^N k_{yj} w_j + \sum_{j=1}^N \beta_j L_j + R_{y0} \leq 0 \\ U_l L_j \leq u_j \leq U_u L_j; \quad j = 1, \dots, N \\ U_l(1 - L_j) \leq \sum_k s_{xk} L_k - u_j \leq U_u(1 - L_j); \quad j = 1, \dots, N \\ V_l L_j \leq v_j \leq V_u L_j; \quad j = 1, \dots, N \\ V_l(1 - L_j) \leq \sum_k s_{yk} L_k - v_j \leq V_u(1 - L_j); \quad j = 1, \dots, N \\ 0 \leq w_j \leq W_u L_j; \quad j = 1, \dots, N \\ 0 \leq \sum_k k_{xk} L_k - w_j \leq W_u(1 - L_j); \quad j = 1, \dots, N \\ L_j \in \{0, 1\}; \quad j = 1, \dots, N \end{array} \right. \quad (3.39)$$

(3.39) 式の決定変数は  $N$  個の0-1変数  $L_j$  と  $3N$  個の実数変数  $u_j, v_j, w_j$  である.

上式の最適解が元の偏心率制約条件を満たすとき, その解は明らかに原問題  $Q_{N_w, 0}$  の最適解である. 一方, 元の偏心率制約条件を満たさないときは, 以下に述べる分枝操作および限定操作を逐次行う.

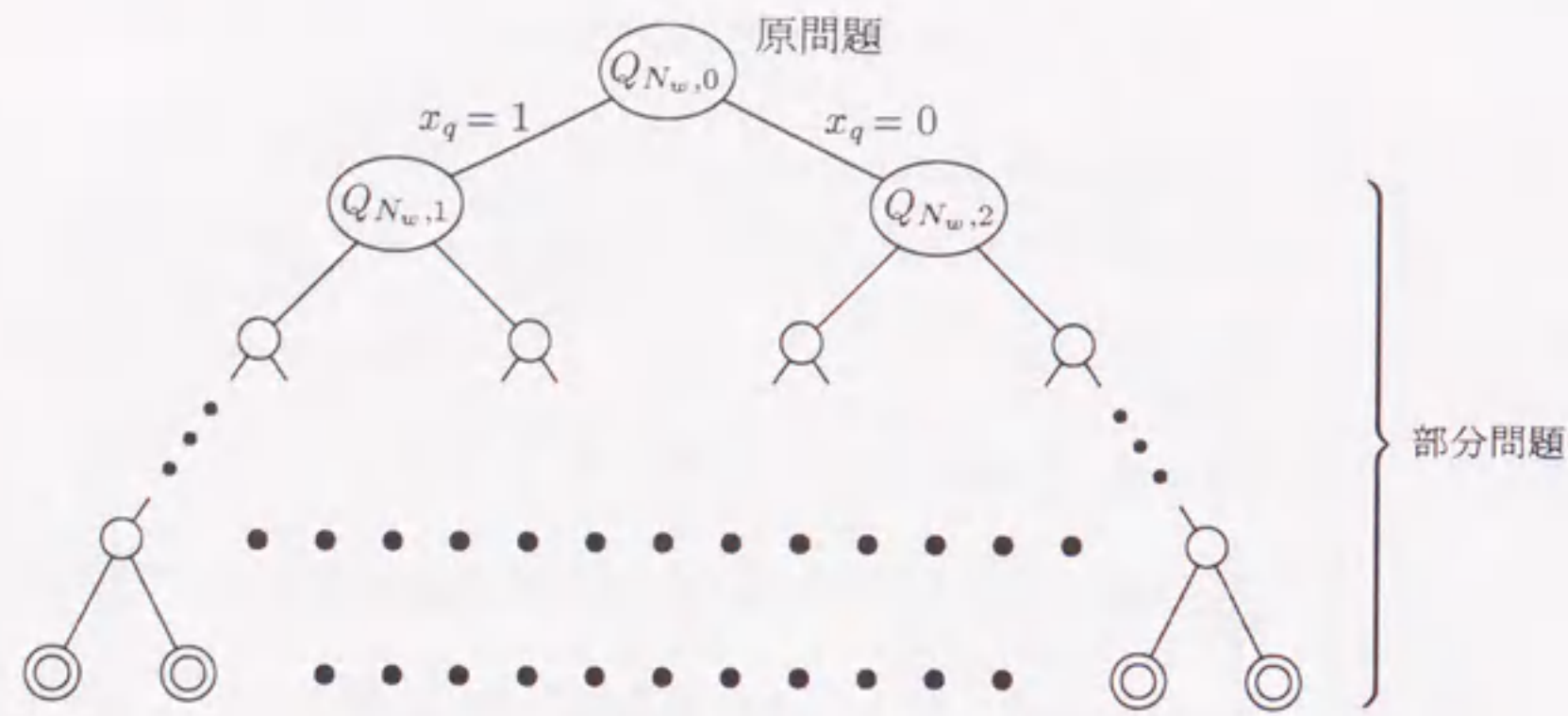


図 3.2 分枝図

3.3.2 分枝操作と限定操作

(3.39) 式の最適解が元の偏心率制約条件を犯す場合、ある変数  $L_q$  を "1" あるいは "0" に固定すること (分枝操作) により、(3.1) 式から次の 2 つの部分問題が生成される。

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned}
 & k_{zq} + \sum_{j \neq q} k_{zj} L_j \rightarrow \max \\
 & \text{subject to} \\
 & 1 + \sum_{j \neq q} L_j = N_w \\
 & a_{kq} + \sum_{j \neq q} a_{kj} L_j \leq A_k; \quad k = 1, \dots, m \\
 & R_{ek}(L) \leq R_a; \quad k = x, y \\
 & L_j \in \{0, 1\}; \quad j \neq q
 \end{aligned} \right\} Q_{N_w,1} \quad (L_q = 1) \quad (3.40)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned}
 & \sum_{j \neq q} k_{zj} L_j \rightarrow \max \\
 & \text{subject to} \\
 & \sum_{j \neq q} L_j = N_w \\
 & \sum_{j \neq q} a_{kj} L_j \leq A_k; \quad k = 1, \dots, m \\
 & R_{ek}(L) \leq R_a; \quad k = x, y \\
 & L_j \in \{0, 1\}; \quad j \neq q
 \end{aligned} \right\} Q_{N_w,2} \quad (L_q = 0) \quad (3.41)
 \end{aligned}$$

生成された部分問題  $Q_{N_w,1}, Q_{N_w,2}$  も明らかに非線形 0-1 計画問題である。これらの部分問題にも逐次分枝操作を適用すると、その様子は図 3.2 の分枝図によって表現される。図中の  $\bigcirc$  で示した問題は全ての 0-1 変数が固定された部分問題、すなわち自明な解 (完成解) をもつ。従って、図 3.2 の分枝図は、1 つの原問題、 $2^N$  個の自明な解をもつ部分問題 (図 3.2 中の  $\bigcirc$ ) および少なくとも 1 つ以上の自由変数をもつ  $\sum_{i=1}^{N-1} 2^i = (2^N - 2)$  個の部分問題によって構成されている。

部分問題は、決定変数が "1" に固定されている変数の添字集合  $J_l^+$  と、まだ値が決定されていない自由変数の添字集合  $J_l$  を用いて一般に次式で表現される。

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned}
 & \sum_{j \in J_l^+} k_{zj} + \sum_{j \in J_l} k_{zj} L_j \rightarrow \max \\
 & \text{subject to} \\
 & |J_l^+| + \sum_{j \in J_l} L_j = N_w \\
 & \sum_{j \in J_l^+} a_{kj} + \sum_{j \in J_l} a_{kj} L_j \leq A_k; \quad k = 1, \dots, m \\
 & R_{ek}(L) \leq R_a; \quad k = x, y \\
 & L_j \in \{0, 1\}; \quad j \in J_l
 \end{aligned} \right\} Q_{N_w,l} \quad (3.42)
 \end{aligned}$$

ここに、 $|J_l^+|$  は集合  $J_l^+$  の要素数を表す。

また、部分問題  $Q_{N_w,l}$  の緩和問題  $\bar{Q}_{N_w,l}$  は次式のように混合 0-1 計画問題によって記述される。

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned}
 & \sum_{j \in J_l^+} k_{zj} + \sum_{j \in J_l} k_{zj} L_j \rightarrow \max \\
 & \text{subject to} \\
 & |J_l^+| + \sum_{j \in J_l} L_j = N_w \\
 & \sum_{j \in J_l^+} a_{kj} + \sum_{j \in J_l} a_{kj} L_j \leq A_k; \quad k = 1, \dots, m \\
 & \sum_{j \in J_l} s_{xj} u_j - \bar{R}_a^2 \sum_{j \in J_l} k_{xj} w_j + \sum_{j \in J_l} \alpha_j L_j + R_{x,l} \leq 0 \\
 & \sum_{j \in J_l} s_{yj} v_j - \bar{R}_a^2 \sum_{j \in J_l} k_{yj} w_j + \sum_{j \in J_l} \beta_j L_j + R_{y,l} \leq 0 \\
 & U_l L_j \leq u_j \leq U_u L_j; \quad j \in J_l \\
 & U_l (1 - L_j) \leq \sum_{k \in J_l} s_{xk} L_k - u_j \leq U_u (1 - L_j); \quad j \in J_l \\
 & V_l L_j \leq v_j \leq V_u L_j; \quad j = 1, \dots, N \\
 & V_l (1 - L_j) \leq \sum_{k \in J_l} s_{yk} L_k - v_j \leq V_u (1 - L_j); \quad j \in J_l \\
 & 0 \leq w_j \leq W_u L_j; \quad j = 1, \dots, N \\
 & 0 \leq \sum_{k \in J_l} k_{xk} L_k - w_j \leq W_u (1 - L_j); \quad j \in J_l \\
 & L_j \in \{0, 1\}; \quad j \in J_l
 \end{aligned} \right\} \bar{Q}_{N_w,l} \quad (3.43)
 \end{aligned}$$

ここに、

$$U_u = \sum_{j \in J_l} \max\{s_{xj}, 0\}, \quad U_l = \sum_{j \in J_l} \min\{s_{xj}, 0\} \quad (3.44)$$

$$V_u = \sum_{j \in J_l} \max\{s_{yj}, 0\}, \quad V_l = \sum_{j \in J_l} \min\{s_{yj}, 0\} \quad (3.45)$$

$$W_u = \sum_{j \in J_l} k_{zj} \quad (3.46)$$

$$\alpha_j = 2 \left( S_{x0} + \sum_{k \in J_l^+} s_{xk} \right) s_{xj} - \bar{R}_a^2 \left\{ (K_{z0} + \sum_{k \in J_l^+} k_{zk}) k_{xj} + (K_{x0} + \sum_{k \in J_l^+} k_{xk}) k_{zj} \right\}; \quad j \in J_l \quad (3.47)$$

$$\beta_j = 2 \left( S_{y0} + \sum_{k \in J_l^+} s_{yk} \right) s_{yj} - \bar{R}_a^2 \left\{ (K_{z0} + \sum_{k \in J_l^+} k_{zk}) k_{yj} + (K_{y0} + \sum_{k \in J_l^+} k_{yk}) k_{zj} \right\}; \quad j \in J_l \quad (3.48)$$

$$R_{x,l} = \left( S_{x0} + \sum_{j \in J_1^+} s_{xj} \right)^2 - \bar{R}_a^2 \left( K_{z0} + \sum_{j \in J_1^+} k_{zj} \right) \left( K_{x0} + \sum_{j \in J_1^+} k_{xj} \right) \quad (3.49)$$

$$R_{y,l} = \left( S_{y0} + \sum_{j \in J_1^+} s_{yj} \right)^2 - \bar{R}_a^2 \left( K_{z0} + \sum_{j \in J_1^+} k_{zj} \right) \left( K_{y0} + \sum_{j \in J_1^+} k_{yj} \right) \quad (3.50)$$

分枝限定法では、部分問題の最適解が得られるか、あるいはその部分問題から得られる解は原問題の最適解にはなりえないことが判明すれば、その部分問題は以降の分枝操作を中止して終端される(限定操作)。本手法では、混合0-1計画法によって得られる緩和問題の最適解を用いて限定操作を行う。具体的には、部分問題  $Q_{N_w,l}$  が以下のいずれかの条件に該当する場合、 $Q_{N_w,l}$  を終端する。

1.  $\bar{Q}_{N_w,l}$  の最適解が偏心率制約条件を満たすとき。この場合、この解が  $Q_{N_w,l}$  の最適解となる。
2. 探索途中で得られている最大の目的関数値(暫定値)  $K_z^*$  に対して、次式を満たすとき。

$$Opt(\bar{Q}_{N_w,l}) < K_z^* \quad (3.51)$$

ここに、 $Opt(P)$  は問題  $P$  の最適値を表す。

3.  $\bar{Q}_{N_w,l}$  に許容解が存在しないとき。

分枝操作と限定操作を繰り返し、全ての部分問題が終端されたときに探索は終了する。そのときに得られている暫定解が原問題の最適解となる。

### 3.3.3 本手法の問題点

本手法は混合0-1計画法によって真の最適解の上界値を求めているため、商用の最適化プログラムを活用できる利点がある。しかし、決定変数の個数が増加すると以下の事項が解探索上問題となる。

1. 偏心率制約条件式は実数変数を用いることにより、いくつかの1次不等式に置き換えることができるが、さらに複雑な非線形関数では線形関数で記述することが困難である。
2. 本手法は探索終了までに何回か混合0-1計画問題を解く必要がある。最悪の場合、その回数は自明な解をもつ部分問題を除く全ての問題数、すなわち  $(2^N - 1)$  回にも及ぶ。しかも、LP法を用いた混合0-1計画法では、1つ問題を解くのに何回かのLP問題を解く必要がある。
3. ある部分問題の未決定0-1変数の個数を  $n (\leq N)$  とすると、その緩和問題には  $3n$  個の実数変数と  $12n$  個の制約条件が付加されるため、計算には多くの記憶容量が必要となる。

以上の理由から、本手法では、対象とする問題の設計変数の個数が増加すると計算時間・記憶容量の制約により最適解を求めることが不可能になることが推測される。

## 3.4 分枝限定法(間接列挙法)の適用

間接列挙法は0-1計画問題に対する分枝限定法の一つであり、1965年にE. Balasが開発した加法的算法<sup>55)</sup>を基に改良が加えられた手法である。その特徴は、部分問題に対する限定操作に変数の0-1条件を積極的に利用している点と、LP法を用いることなく簡単な四則演算のみで解探索を行っ

ている点である。本最適化問題は非線形0-1計画問題であるため間接列挙法を直接適用することはできないが、対象とする問題の構造を考慮すれば、簡単な四則演算のみで効率よく解探索ができる。なお、間接列挙法の詳細については付録(第B.3.3項)を参照されたい。

平面の最適壁配置問題における線形制約条件を、力学値の上限および下限に対する制約条件に分けて次式のように記述する。

$$Q_{N_w,0} \quad \begin{cases} \sum_{j=1}^N k_{zj} L_j \rightarrow \max \\ \text{subject to} \\ \sum_{j=1}^N L_j = N_w \\ \sum_{j=1}^N a_{kj} L_j \leq A_k; k=1, \dots, m_A \\ \sum_{j=1}^N b_{kj} L_j \geq B_k; k=1, \dots, m_B \\ R_{ek}(\mathbf{L}) \leq R_a; k=x, y \\ L_j \in \{0, 1\}; j=1, \dots, N \end{cases} \quad (3.52)$$

ここに、 $m_A, m_B$  はそれぞれ上下限値が規定された1次不等式の個数を表す。本設計問題では、2段目の制約条件(上限を規定)は水平剛性の上限、基礎浮き上がりおよび配置位置制約条件に相当し、3段目の制約条件(下限を規定)は強度、水平剛性下限の制約条件に相当する。従って、線形制約条件式の決定変数  $L_j$  にかかる係数  $a_{kj}, b_{kj}$  は耐震壁の断面積や水平剛性などとなり、全て正実数である。

### 3.4.1 分枝操作

第3.3節と同様に、問題  $Q_{N_w,0}$  は分枝操作によって次の2つの部分問題に分解することができる。

$$Q_{N_w,1} \quad \begin{cases} k_{zq} + \sum_{j \neq q} k_{zj} L_j \rightarrow \max \\ \text{subject to} \\ 1 + \sum_{j \neq q} L_j = N_w \\ a_{kq} + \sum_{j \neq q} a_{kj} L_j \leq A_k; k=1, \dots, m_A \\ b_{kq} + \sum_{j \neq q} b_{kj} L_j \geq B_k; k=1, \dots, m_B \\ R_{ek}(\mathbf{L}) \leq R_a; k=x, y \\ L_j \in \{0, 1\}; j \neq q \end{cases} \quad (3.53)$$

$$Q_{N_w,2} \quad \begin{cases} \sum_{j \neq q} k_{zj} L_j \rightarrow \max \\ \text{subject to} \\ \sum_{j \neq q} L_j = N_w \\ \sum_{j \neq q} a_{kj} L_j \leq A_k; k=1, \dots, m_A \\ \sum_{j \neq q} b_{kj} L_j \geq B_k; k=1, \dots, m_B \\ R_{ek}(\mathbf{L}) \leq R_a; k=x, y \\ L_j \in \{0, 1\}; j \neq q \end{cases} \quad (3.54)$$

生成されたそれぞれの部分問題に対しても逐次分枝操作を適用すると、最終的には  $2^N$  個の部分問題が生成される。

分枝限定法では、どの変数から値を決定していくかによって、最適解を得るまでに生成される部分問題の個数が大きく異なる。一般に分枝変数の選択基準は、目的関数や他の変数に与える影響の大きな変数を優先するのがよいとされているので、ここでは目的関数の係数の大きさの順、すなわち  $k_{zj}$  の大きさの順に選択し、 $x_j = 1, x_j = 0$  の順に固定して分枝操作を行う。そのため、ねじれ剛性の寄与分  $k_{zj}$  が次式を満足するように添字  $j$  を付しておく。

$$k_{z1} \geq k_{z2} \geq \dots \geq k_{zN} \quad (3.55)$$

第3.3節と同様に、分枝操作の様子は図3.2の分枝図によって表現される。また、部分問題  $Q_{N_w, l}$  は、決定変数が1に固定されている変数の添字集合  $J_l^+$  と自由変数の添字集合  $J_l$  を用いて、一般に次式で表現される。

$$Q_{N_w, l} \left\{ \begin{array}{l} \sum_{j \in J_l^+} k_{zj} + \sum_{j \in J_l} k_{zj} L_j \rightarrow \max \\ \text{subject to} \\ |\mathbf{J}_l^+| + \sum_{j \in J_l} L_j = N_w \\ \sum_{j \in J_l^+} a_{kj} + \sum_{j \in J_l} a_{kj} L_j \leq A_k; \quad k = 1, \dots, m_A \\ \sum_{j \in J_l^+} b_{kj} + \sum_{j \in J_l} b_{kj} L_j \geq B_k; \quad k = 1, \dots, m_B \\ R_{ek}(\mathbf{L}) \leq R_a; \quad k = x, y \\ L_j \in \{0, 1\}; \quad j \in J_l \end{array} \right. \quad (3.56)$$

### 3.4.2 限定操作

部分問題  $Q_{N_w, l}$  は、以下のいずれかの条件に該当すれば終端することができる。

1.  $Q_{N_w, l}$  の最適解が得られる。
2. 暫定値  $K_z^*$  に対して、 $Q_{N_w, l}$  には次式を満たす許容解が存在しないことが判明する。

$$\sum_{j \in J_l^+} k_{zj} + \sum_{j \in J_l} k_{zj} L_j \geq K_z^* \quad (3.57)$$

3.  $Q_{N_w, l}$  には許容解が存在しないことが判明する。

(3.57) 式を新たな制約条件として (3.56) 式に追加した最適化問題

$$Q'_{N_w, l} \left\{ \begin{array}{l} \sum_{j \in J_l^+} k_{zj} + \sum_{j \in J_l} k_{zj} L_j \rightarrow \max \\ \text{subject to} \\ |\mathbf{J}_l^+| + \sum_{j \in J_l} L_j = N_w \\ \sum_{j \in J_l^+} k_{zj} + \sum_{j \in J_l} k_{zj} L_j \geq K_z^* \\ \sum_{j \in J_l^+} a_{kj} + \sum_{j \in J_l} a_{kj} L_j \leq A_k; \quad k = 1, \dots, m_A \\ \sum_{j \in J_l^+} b_{kj} + \sum_{j \in J_l} b_{kj} L_j \geq B_k; \quad k = 1, \dots, m_B \\ R_{ek}(\mathbf{L}) \leq R_a; \quad k = x, y \\ L_j \in \{0, 1\}; \quad j \in J_l \end{array} \right. \quad (3.58)$$

を考えると、この問題  $Q'_{N_w, l}$  が終端されるための条件は次のように書き換えられる。

1.  $Q'_{N_w, l}$  の最適解が得られる。このときの目的関数値は新たな暫定値となる。
2.  $Q'_{N_w, l}$  には許容解が存在しないことが判明する。

上記の限定操作を具体的に実行する方法を以下に示す。なお便宜上、(3.58) 式を次式のように記述しておく。

$$Q'_{N_w, l} \left\{ \begin{array}{l} \sum_{j \in J_l^+} k_{zj} + \sum_{j \in J_l} k_{zj} L_j \rightarrow \max \\ \text{subject to} \\ \sum_{j \in J_l} L_j = N'_w \\ \sum_{j \in J_l} a_{kj} L_j \leq A'_k; \quad k = 1, \dots, m_A \\ \sum_{j \in J_l} b_{kj} L_j \geq B'_k; \quad k = 0, \dots, m_B \\ R_{ek}(\mathbf{L}) \leq R_a; \quad k = x, y \\ L_j \in \{0, 1\}; \quad j \in J_l \end{array} \right. \quad (3.59)$$

ここに、

$$N'_w = N_w - |\mathbf{J}_l^+| \quad (3.60)$$

$$A'_k = A_k - \sum_{j \in J_l^+} a_{kj}; \quad k = 1, \dots, m_A \quad (3.61)$$

$$B'_k = B_k - \sum_{j \in J_l^+} b_{kj}; \quad k = 1, \dots, m_B \quad (3.62)$$

$$B'_0 = K_z^* - \sum_{j \in J_l^+} k_{zj} \quad (3.63)$$

$$b_{0j} = k_{zj}; \quad j \in J_l \quad (3.64)$$

(3.59) 式は、各制約条件の下でねじれ剛性を最大にする  $N'_w$  枚壁配置を求める問題と解釈することができる。ただし、既に配置された耐震壁  $j \in J_l^+$  はこの枚数に含まない。

■テスト1  $A'_k < 0$  あるいは  $B'_k > \sum_{j \in J_l} b_{kj}$  を満たす  $k$  が存在する場合,  $Q'_{N_w, l}$  は許容解をもたない.

線形制約条件の全ての係数が  $a_{kj} > 0, b_{kj} > 0$  であるので, 部分問題  $Q'_{N_w, l}$  に許容解が存在するためには, 全ての制約条件  $k$  に対して  $A'_k \geq 0$  かつ  $B'_k \leq \sum_{j \in J_l} b_{kj}$  を満たさなければならない. 特に  $B'_0 > \sum_{j \in J_l} b_{0j}$  となる場合は,  $b_{0j} = k_{2j}$  なので, 配置が未決定の全ての場所に耐震壁を配置しても, ねじれ剛性が暫定値を超えないことを意味している. これは一般の分枝限定法における下界値テスト (最大化問題であるので正しくは上界値テスト) に相当する.

以降はテスト1に該当しない場合, すなわち, 全ての  $k$  に対して  $A'_k \geq 0$  かつ  $B'_k \leq \sum_{j \in J_l} b_{kj}$  が成立する場合を考える.

■テスト2  $N'_w = 0$  ならば  $Q'_{N_w, l}$  は終端される.

テスト2は, 壁枚数制約条件を満たすためにはこれ以上の耐震壁は配置できないので,  $Q'_{N_w, l}$  が終端できることを意味している. このとき,

$$B'_k \leq 0; k = 0, \dots, m_B \tag{3.65}$$

$$L_j = 0 (j \in J_l) \text{ なる解に対して, } R_{ek}(L) \leq R_a; k = x, y \tag{3.66}$$

を全て満足するならば,  $L_j = 0 (j \in J_l)$  は部分問題  $Q'_{N_w, l}$  の許容解であり, かつ最適解である. 逆に, 上記の条件を1つでも犯すならば,  $Q'_{N_w, l}$  には許容解が存在しない.

■テスト3  $N'_w = |J_l|$  ならば  $Q'_{N_w, l}$  は終端される.

テスト3は, 壁枚数制約条件を満たすためには配置が未決定の全ての場所に耐震壁を配置しなければならず,  $Q'_{N_w, l}$  が終端できることを意味している. このとき,

$$A'_k \geq \sum_{j \in J_l} a_{kj}; k = 0, \dots, m_A \tag{3.67}$$

$$L_j = 1 (j \in J_l) \text{ なる解に対して, } R_{ek}(L) \leq R_a; k = x, y \tag{3.68}$$

を全て満たすならば,  $L_j = 1 (j \in J_l)$  は部分問題  $Q'_{N_w, l}$  の最適解である. 逆に上記の条件のいずれかを犯す場合,  $Q'_{N_w, l}$  には許容解が存在しない.

■テスト4  $L_l > N'_w$  あるいは  $U_l < N'_w$  ならば  $Q'_{N_w, l}$  は許容解をもたない. ここに,  $U_l, L_l$  はそれぞれ, 部分問題  $Q'_{N_w, l}$  に対して新たに配置できる壁枚数の上下限値を表す.

$Q'_{N_w, l}$  は  $N'_w$  枚の耐震壁を新たに配置する問題であるので, 配置可能な壁枚数の上下限値に対して  $L_l \leq N'_w \leq U_l$  でなければならない. 従ってテスト4は, この条件を犯すならば  $Q'_{N_w, l}$  には許容解が存在しないことを意味している.  $U_l, L_l$  の値は制約条件から算定されるが, 限定操作に最も有効な上下限値は次式で表される.

$$L_l = \min \left\{ \sum_{j \in J_l} L_j \mid \text{全ての制約条件, } L_j \in \{0, 1\}; j \in J_l \right\} \tag{3.69}$$

$$U_l = \max \left\{ \sum_{j \in J_l} L_j \mid \text{全ての制約条件, } L_j \in \{0, 1\}; j \in J_l \right\} \tag{3.70}$$

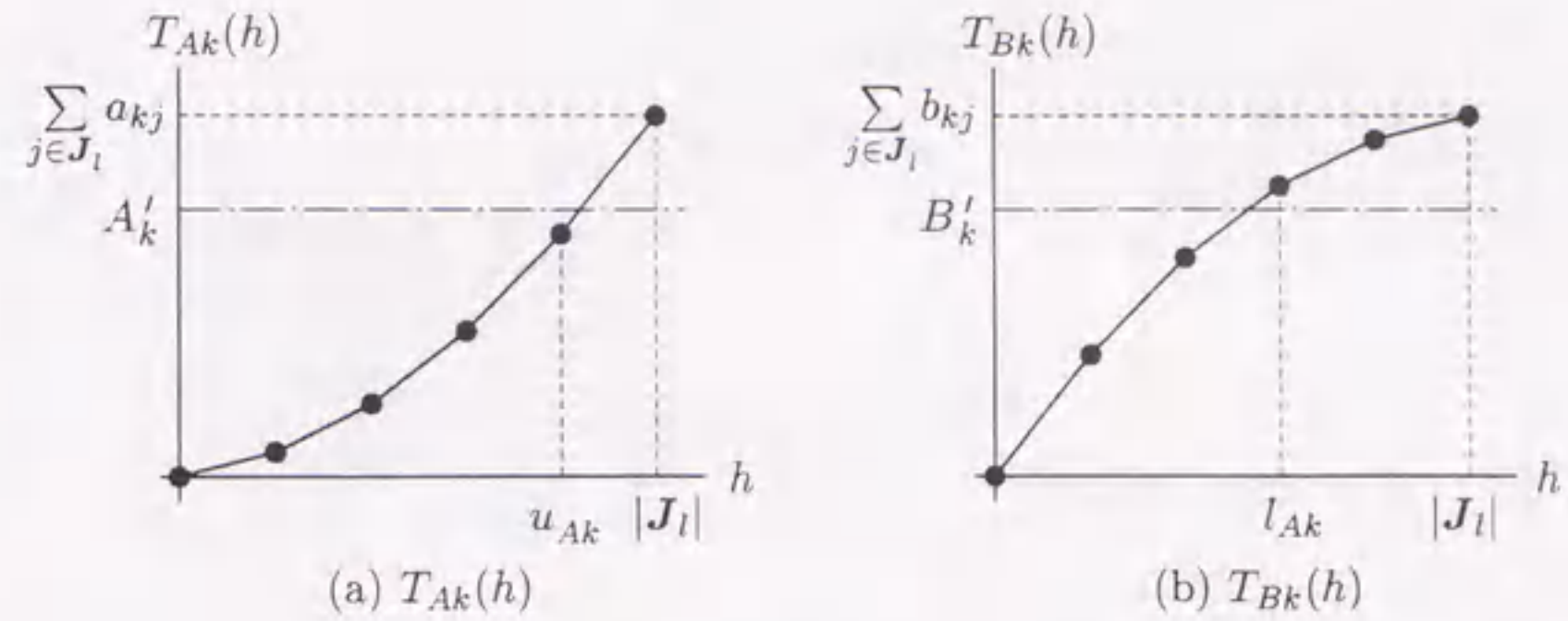


図 3.3 壁枚数の上下限の算出

ここに,  $\min(\max)\{X \mid Y\}$  は  $Y$  の条件下での  $X$  の最小値 (最大値) を表す. しかし (3.69), (3.70) 式を解くことは問題  $Q'_{N_w, l}$  を解くのと同程度に難しいので, ここでは次式により  $U_l, L_l$  を算定する.

$$L_l = \max \left\{ \max_{1 \leq k \leq m_A} l_{Ak}, \max_{0 \leq k \leq m_B} l_{Bk} \right\}, U_l = \min \left\{ \max_{1 \leq k \leq m_A} u_{Ak}, \max_{0 \leq k \leq m_B} u_{Bk} \right\} \tag{3.71}$$

ここに,

$$l_{Ak} = \min \left\{ \sum_{j \in J_l} L_j \mid \sum_{j \in J_l} a_{kj} L_j \leq A'_k, L_j \in \{0, 1\}; j \in J_l \right\}; k = 1, \dots, m_A \tag{3.72}$$

$$u_{Ak} = \max \left\{ \sum_{j \in J_l} L_j \mid \sum_{j \in J_l} a_{kj} L_j \leq A'_k, L_j \in \{0, 1\}; j \in J_l \right\}; k = 1, \dots, m_A \tag{3.73}$$

$$l_{Bk} = \min \left\{ \sum_{j \in J_l} L_j \mid \sum_{j \in J_l} b_{kj} L_j \geq B'_k, L_j \in \{0, 1\}; j \in J_l \right\}; k = 0, \dots, m_B \tag{3.74}$$

$$u_{Bk} = \max \left\{ \sum_{j \in J_l} L_j \mid \sum_{j \in J_l} b_{kj} L_j \geq B'_k, L_j \in \{0, 1\}; j \in J_l \right\}; k = 0, \dots, m_B \tag{3.75}$$

すなわち, (3.72)~(3.75) 式によって各線形制約条件下での最大・最小壁枚数  $u, l$  を算出し, それぞれの全制約条件にわたる最大・最小値 (3.71) 式によって  $U_l, L_l$  を求める. 各線形制約条件下の最大・最小壁枚数は以下のように算出する.

$l_{Ak}, u_{Ak}$  の場合, 係数  $a_{kj}$  が昇順になるように添字  $j$  を付して,

$$a_{k1} \leq a_{k2} \leq \dots \leq a_{k|J_l|} \tag{3.76}$$

とし, 次式を定義する.

$$\left. \begin{aligned} T_{Ak}(0) &= 0 \\ T_{Ak}(h) &= \sum_{j=1}^h a_{kj}; h = 1, \dots, |J_l| \end{aligned} \right\} \tag{3.77}$$

前述したように  $a_{kj} > 0 (j \in J_l)$  であるので, (3.77) 式を図示すると図 3.3(a) のようになる. 図中の灰色の部分の部分が許容領域である. 従って  $l_{Ak}, u_{Ak}$  は次式となる.

$$(l_{Ak}, u_{Ak}) = \begin{cases} (0, |J_l|); & A'_k \geq \sum_{j \in J_l} a_{kj} \\ (0, T_{Ak}(u) \leq A'_k < T_{Ak}(u+1) \text{ なる } u); & 0 \leq A'_k < \sum_{j \in J_l} a_{kj} \end{cases} \tag{3.78}$$

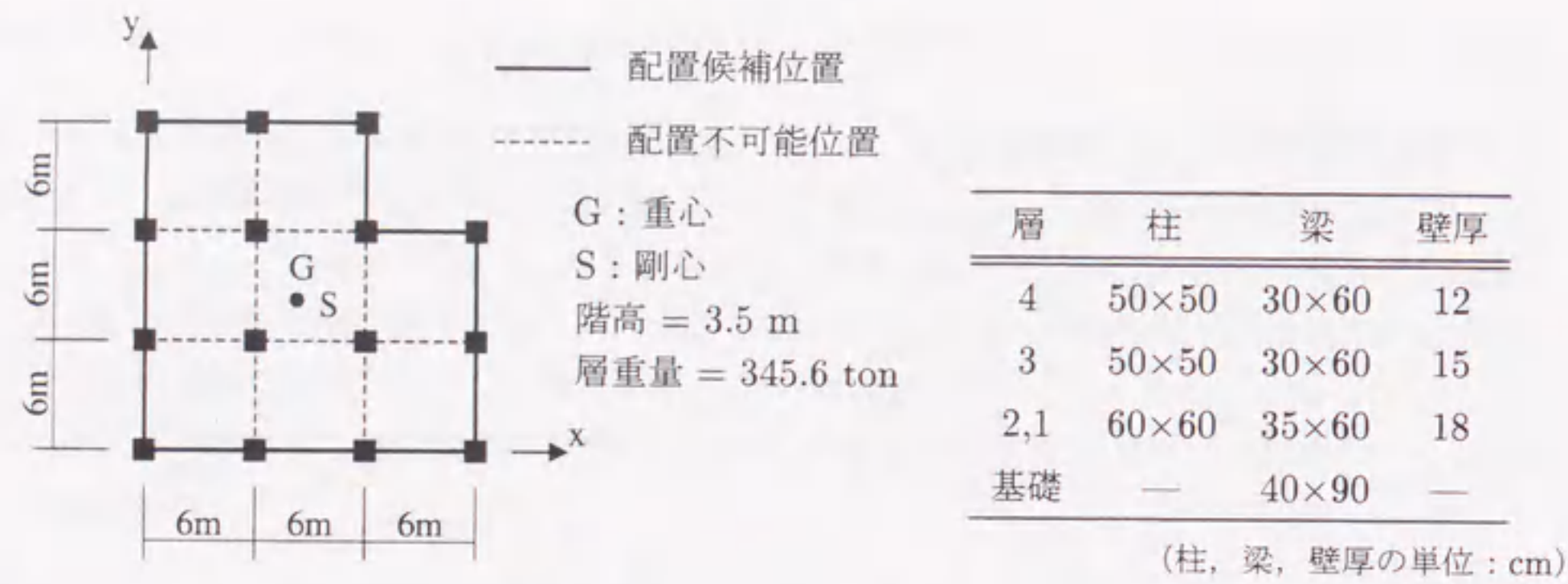


図 3.4 設計例の平面形状・配置条件および部材サイズ

一方  $l_{Bk}, u_{Bk}$  の場合, 係数  $b_{kj}$  が降順になるように添字  $j$  を付して, 次式を定義する.

$$\left. \begin{aligned} T_{Bk}(0) &= 0 \\ T_{Bk}(h) &= \sum_{j=1}^h b_{kj}; \quad h = 1, \dots, |J_l| \end{aligned} \right\} \quad (3.79)$$

先程と同様に, 図 3.3(b) より  $l_{Bk}, u_{Bk}$  は次式で算出される.

$$(l_{Bk}, u_{Bk}) = \begin{cases} (0, |J_l|); & B'_k \leq 0 \\ (T_{Bk}(l-1) < B'_k \leq T_{Bk}(l) \text{ なる } l, |J_l|); & 0 < B'_k \leq \sum_{j \in J_l} b_{kj} \end{cases} \quad (3.80)$$

### 3.4.3 探索戦略

分枝限定法による探索の途中では, 多数の部分問題が分解も終端もされないままに残っている. このような部分問題を活性 (active) であるという. どの活性部分問題を選択して探索を行うかという選択規則は探索戦略 (search strategy) と呼ばれ, 全体の計算量に大きな影響を及ぼす. 代表的な探索戦略には,

- 深さ優先探索 (depth first search)
- 幅優先探索 (breadth first search)
- 最良優先探索 (best first search)

などがある. 本手法では, 記憶すべき情報量の少なさと上界値テスト (テスト4) の効果を期待して, 深さ優先探索を用いる.

### 3.4.4 間接列挙法を適用した最適壁配置計画の例

本手法の適用例として, 図 3.4 に示す平面形状・配置制約条件および構造要素をもつ 4 層建物の第 1 層に, 耐震壁を最適に配置することを考える. なお本論文では, 耐震壁が配置される前の図 3.4 の建物を初期状態と呼ぶ.

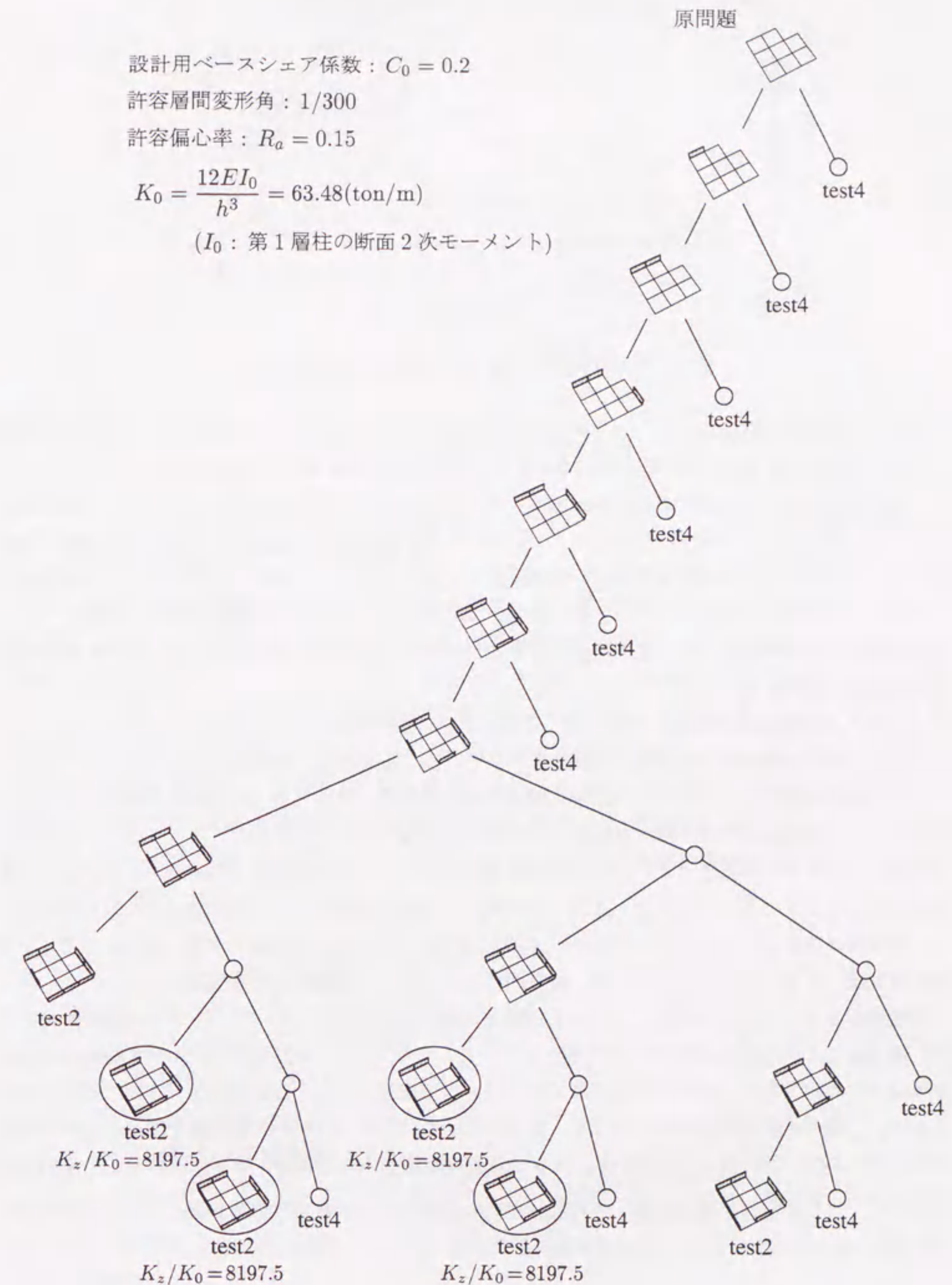


図 3.5 第1層 8 枚最適配置の探索過程

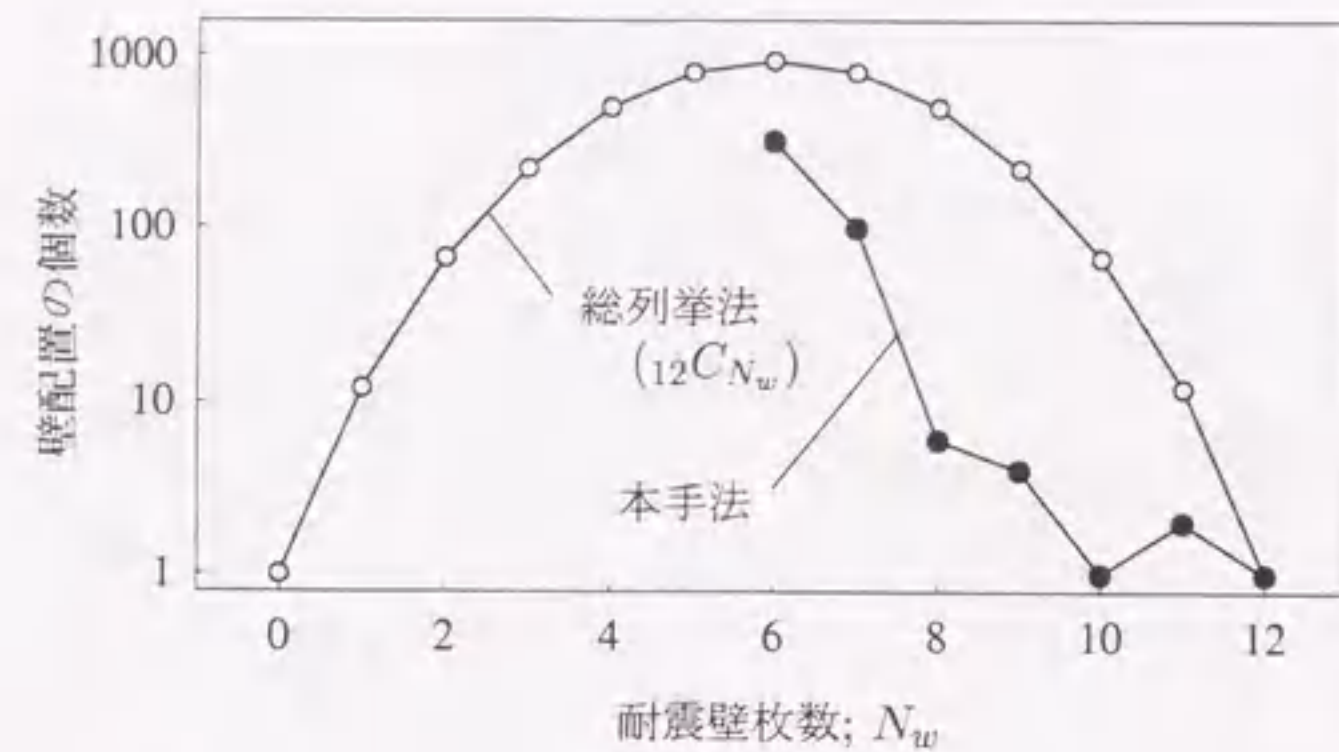


図 3.6 各壁枚数の最適化で生成される壁配置の数

第1層の最適壁配置問題では、水平剛性分布制約条件が無効になり、また水平力による耐震壁脚部の基礎の引抜き力も非常に小さいため基礎浮き上がり制約条件は設計結果に影響を及ぼさない。したがって、設計結果に影響を及ぼす制約条件は強度、水平剛性および偏心率制約条件だけとなる。制約条件の許容値に関するパラメータはそれぞれ、 $C_0 = 0.2$ 、許容層間変形角  $1/300$ 、許容偏心率  $R_a = 0.15$  に設定する。設計例建物の第1層では、初期状態で  $x, y$  両方向とも十分な水平剛性を有し、また重心と剛心もほぼ一致している。しかし、強度が各方向とも不足しており、耐震壁を適切に配置して力学値を改善する必要がある。第1層の必要壁枚数を算定すると各方向とも3枚であり、従って6枚未満には許容解が存在しない。

本手法による最適配置の探索の様子は、図 3.5 のような探索図によって表現することができる。図 3.5 は第1層8枚壁配置の最適解探索過程を示している。終端されている部分問題には、どのテストによって終端されたのかを付し、また解（部分問題の最適解）が得られている部分問題は○で囲んでいる。この探索過程では、終端された全ての部分問題はテスト2あるいはテスト4のいずれかに該当している。テスト2に該当し、かつ許容解が存在しなかった部分問題は2つあり、いずれも偏心率制約条件を犯している。一方テスト4により終端された部分問題は、全て暫定値以上のねじれ剛性をもつ許容解が存在しなかったためである。本設計例では、原問題の最適解の候補（図 3.5 中の○で囲んだ配置）が4つ生成されているが、結果的にはその全てが原問題の最適解となっている。

限定操作を全く行わない場合、生成される部分問題数は原問題も含めて  $2^{12} - 1 = 8191$  個であるが、本手法によりその数は31個にまで減少している。また、図 3.5 の探索過程において現れた8枚壁配置は6つだけであり、総列挙法によって全ての8枚壁配置  $12C_8 = 495$  個を調べるのに比べて非常に少ない。他の枚数の最適化においても、図 3.6 に示すように、わずかな壁配置を調べるだけで最適配置が得られている。以上の結果から、平面の最適壁配置を求める場合、本手法は非常に効率的な探索手法であると判断される。

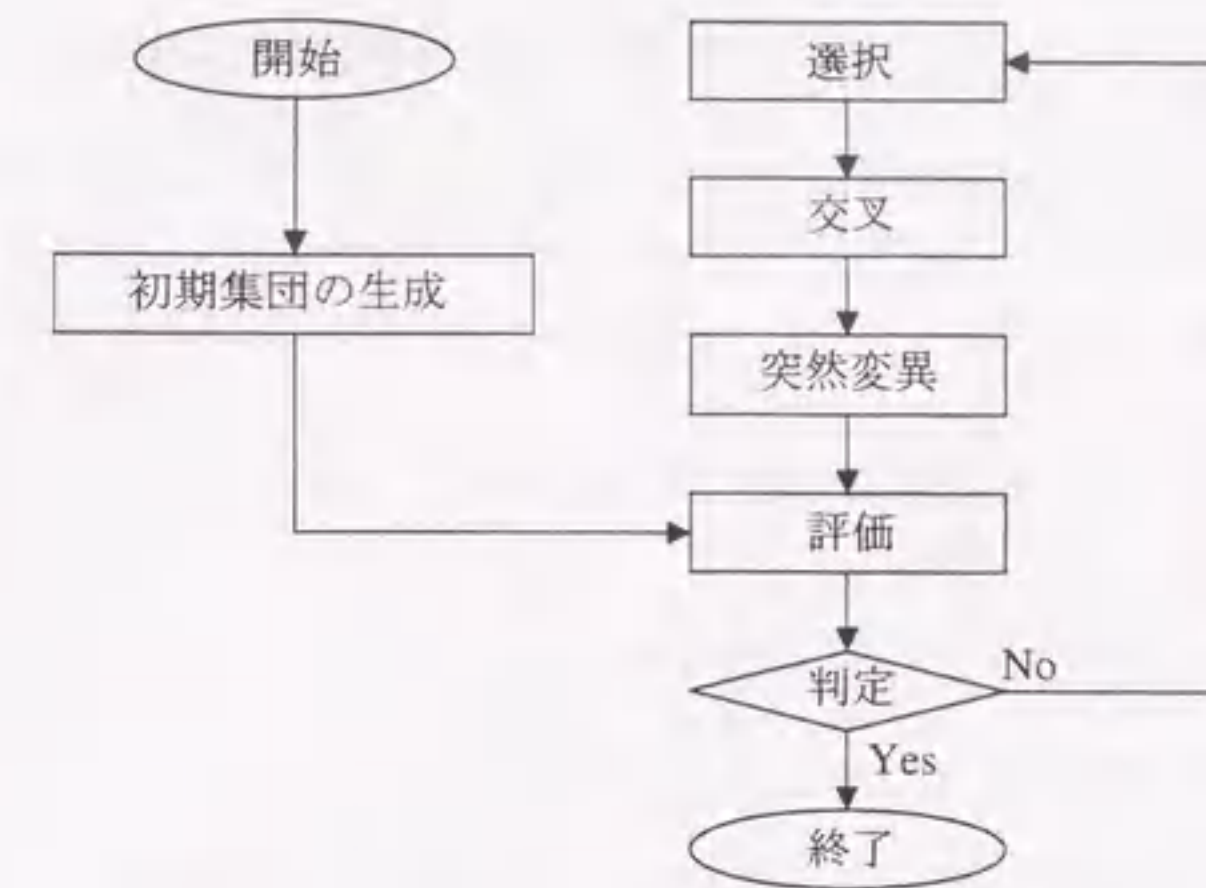


図 3.7 一般的な GA の計算手順

### 3.5 遺伝的アルゴリズムの適用

近年、離散的最適化問題の解法として人工知能技術からのアプローチも数多く研究されており、その1つが、生命進化の過程を工学的にモデル化した遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm; GA) である。GA は図 3.7 に示すように、選択・交叉・突然変異といった確率的操作（遺伝的操作）の繰り返しによって、(準)最適解を求める確率的探索手法の一種である。微係数を必要としないことや、単純計算の繰り返しなどの利点があることから、様々な工学問題に適用されている。構造工学分野でも、トラス構造の最適化、RC 梁断面の最適設計、施工経路の最適化問題など応用例が数多く報告されている。本節では、GA を適用した最適壁配置手法を提案し、その有効性や問題点について考察する。なお、GA の詳細は付録 (第 B.4 節) を参照されたい。また各層の最適壁配置問題は、制約条件をまとめて便宜的に次式で表現しておく。

$$\begin{aligned}
 Q_{N_w,0} \quad & \left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^N k_{zj} L_j \rightarrow \max \\ \text{subject to} \\ g_k(\mathbf{L}) \leq C_k; \quad k = 1, 2, \dots \\ L_j \in \{0, 1\}; \quad j = 1, \dots, N \end{array} \right. \quad (3.81)
 \end{aligned}$$

#### 3.5.1 コード化および評価方法

■コード化 1つの壁配置候補位置に1つの遺伝子座を対応させ、壁を配置するときには"1"、配置しないときには"0"の遺伝子を置く。従って、1つの平面壁配置は、0と1の要素からなる1次元ストリングで表現される。

■評価 本最適化問題ではねじれ剛性最大化が目標であるので、評価値は各個体  $i$  に対応する壁配置のねじれ剛性  $K_{z,i}(\mathbf{L})$  とする。ただし、制約条件を犯している場合にはペナルティを課し、強制的に

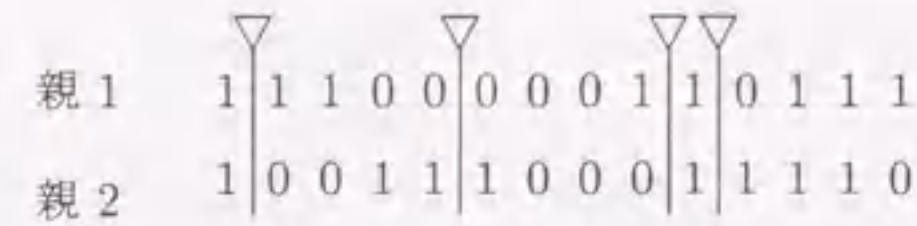


図 3.8 交叉位置

評価値を減じる。本手法では、評価値が負にならないように次式の評価関数  $f_i$  を設定する。

$$f_i = \frac{K_{z,i}(L)}{\prod_k \{1 - \gamma_k \min\{C_k - g_k(L), 0\}\}} \quad (3.82)$$

ここに、 $\gamma_k$  は  $k$ -制約条件に対するペナルティ係数を表す。

上記のコード化と評価方法に従って最適化を行うが、対象としている最適壁配置問題には等式制約条件 ( $\sum L_j = N_w$ ) が含まれているため、基本的な GA (単純 GA) では生成されるほとんどの個体がこの制約条件を犯す可能性がある。最悪の場合、ある世代の全ての個体が小さな評価値しかもたず、次世代で評価値の高い個体が生成されないことになる。そこで本節では、常に等式制約条件を満足する個体が生成されるように、初期集団の生成、交叉、突然変異の方法を改善する。また、一度生成された高い評価値をもつ優良個体が、交叉や突然変異で破壊されないよう選択の方法にも改良を加える。

3.5.2 遺伝的操作

■**選択** 新しい個体の親となるべき個体を選択する方法は各種提案されている。ここでは、最大の評価値をもつ個体が次世代に必ず残るように、適応度比例戦略とエリート保存戦略とを組み合わせる。具体的には、人口サイズを  $G$  とすると、高い評価値をもつ上位 2 つの個体は次世代にそのまま保存 (エリート保存) し、残りの  $(G - 2)$  個は適応度比例戦略によって選択された親から、交叉によって生成する。適応度比例戦略によって個体  $i$  が親として選択される確率  $p_i$  は、個体の評価値  $f_i$  を用いて次式で定義される。

$$p_i = f_i / \sum_j f_j \quad (3.83)$$

■**初期集団の生成**  $N$  個の遺伝子座からランダムに  $N_w$  個選択し、選択された遺伝子座には "1" を、それ以外には "0" の遺伝子を置く。これによって初期集団では、必ず  $N_w$  枚配置に対応した個体のみが生成される。

■**交叉** 交叉は 1 点交叉を行う。交叉位置をランダムに選択すると等式制約条件を犯す個体が生成されるので、図 3.8 に示す  $\nabla$  印の部分のみで交叉可能とする。すなわち、交叉の前後でどちらの個体も "1" の個数が変化しないようにする。

■**突然変異** ある個体に対して、"0" の遺伝子のうち 1 つを "1" に、"1" の遺伝子のうち 1 つを "0" に反転させる。突然変異させる個体は、ある設定された割合で確率的に選択する。本論文ではこの割合を、一般的に用いられている突然変異率に対して、「個体に対する突然変異率」と呼ぶ。

■**終了条件** あらかじめ終了世代数を設定しておき、その世代になれば最適化を終了させる。

3.5.3 GA を適用した最適壁配置計画の例

第 3.4.4 項 (図 3.4) で示した設計例と同じ建物の第 1 層最適壁配置を GA によって探索する。GA では一般に、少ない個体数 (人口サイズ) で多くの世代数の計算を行う方が効率的であるとされているため、ここでは人口サイズを 10 個体、終了世代数を 50 世代とした。また、個体に対する突然変異率は 0.5 に設定した。

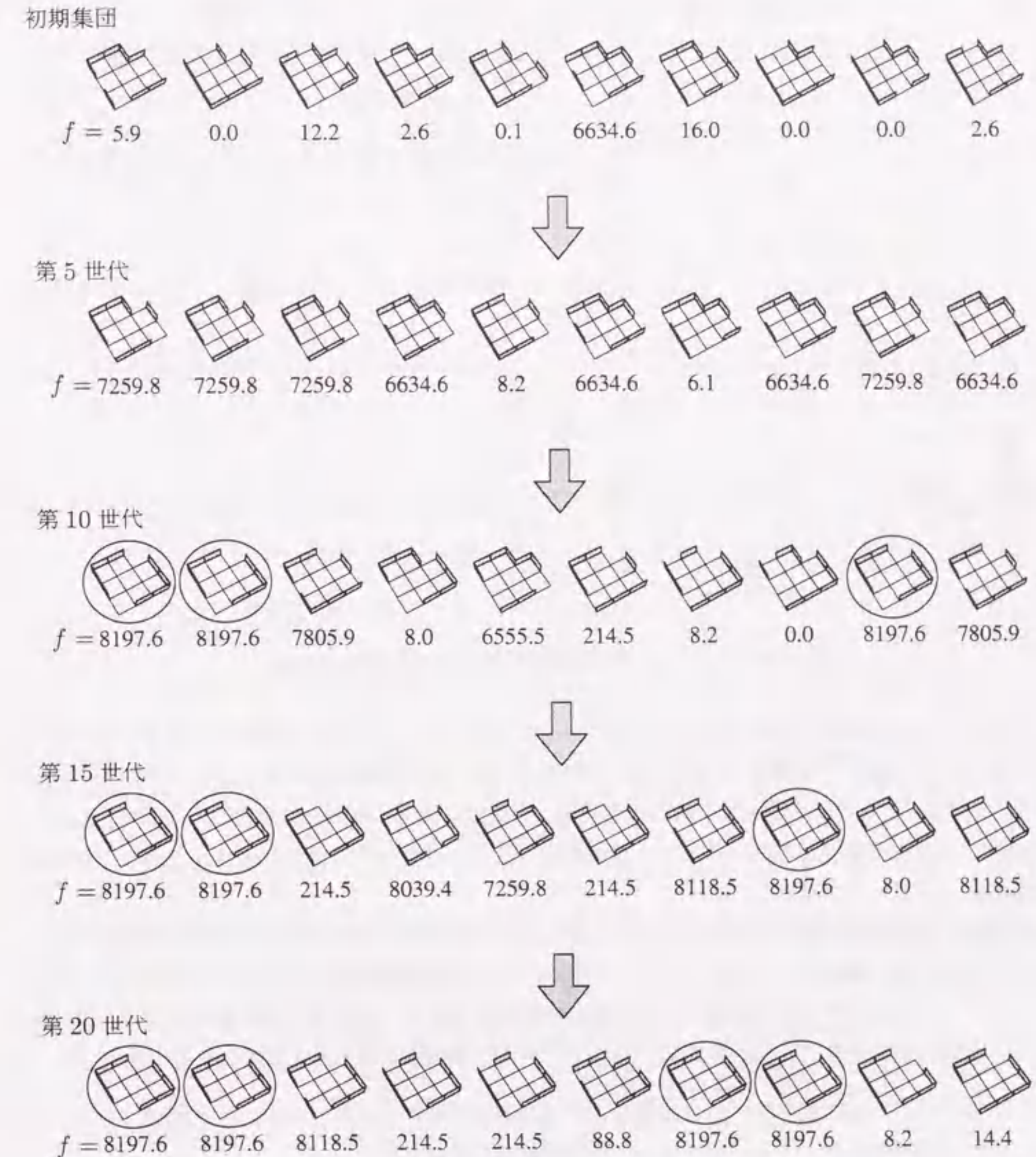


図 3.9 GA による最適化の過程 (第 1 層 8 枚壁配置の最適化)



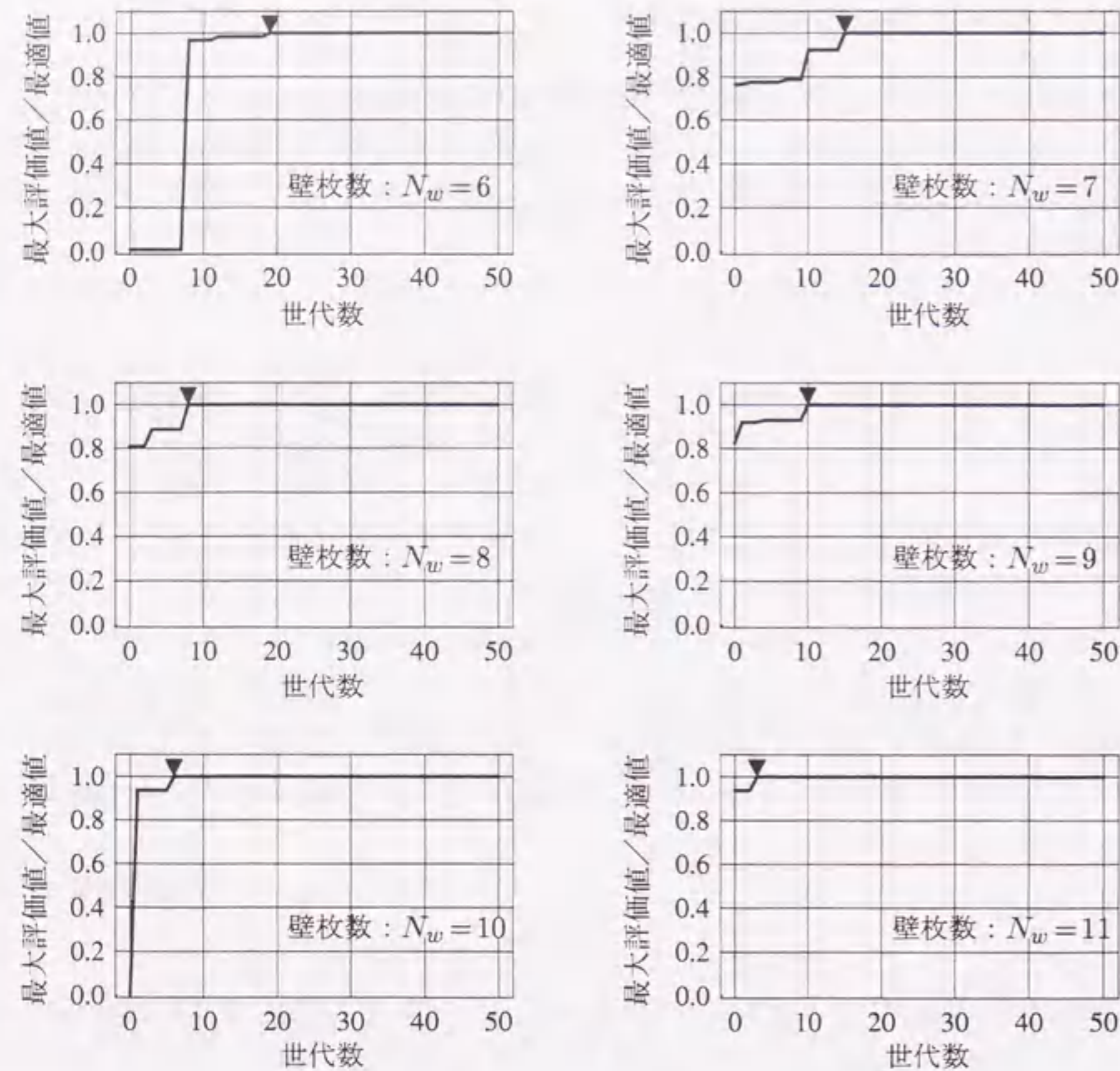


図 3.10 各壁枚数の最適化における最大評価値の推移

図 3.9 は、8 枚壁配置の最適化過程において、各世代で生成された個体（壁配置）とそれらの評価値を示している。図中の評価値  $f$  は  $12EI_0/h^3$  ( $I_0$  は第 1 層柱の断面 2 次モーメント) で除した値である。また、○ で囲んだ壁配置は真の最適配置（間接列挙法により算出）を表す。図より、多様な評価値をもつ 8 枚壁配置が存在すること、世代を経るごとに 1 世代内の最大評価値が上昇し、最適配置が得られていることが確認される。

図 3.10 に、6~11 枚壁配置の最適化における世代ごとの最大評価値の推移を、横軸に世代数、縦軸に最大評価値と真の最適値との比をとって示している。▼ の位置は真の最適解が得られた世代である。図より、いずれの枚数でも世代を経るごとに最大評価値が上昇し、20 世代以前に真の最適解が得られていることが分かる。また、壁枚数が多いときほど早期に最適解が得られる傾向にある。これには、

- 本設計例が、壁枚数の多いほど強度および偏心率制約条件を満足しやすくなる問題であり、任意に耐震壁を配置してもペナルティによる評価値の減少がない。
- 壁枚数が多いほど、壁配置の母集団 ( ${}_{12}C_{N_w}$ ) が少なくなる。

などの理由が考えられる。

### 3.5.4 GA による最適化の問題点

GA は単純な計算の繰り返しにより、実用性の高い十分解ともいべき解を効率よく探索しようとする方法であるが、確率的探索という性質上、必ずしも真の最適解や全ての最適解が得られるという保証はない。また、GA では通常擬似乱数を用いて初期集団の生成や遺伝的操作を行っており、用いる乱数列によっては近似解を求めるのにも多くの世代を費やす場合がある。前項の設計例題でも乱数列を変えた場合、6 枚壁配置の最適化では 86 世代までは評価値の高い近似解は得られなかった。さらに、人口サイズや突然変異率などの遺伝的パラメータの設定方法には理論的裏付けが乏しく、何回かの試行錯誤の結果、経験的に決定しているのが現状である。

## 3.6 分枝限定法による高さ方向の最適化

### 3.6.1 最適化手法

第 2 章で定式化した高さ方向の最適壁配置問題を再掲する。

$$P_0 \begin{cases} \sum_{i=1}^M A_i(L_i) \rightarrow \min \\ \text{subject to } L_i \in \bigcup_{N_w=1}^N \{L_{i,N_w}^*\}; i=1, \dots, M \end{cases} \quad (3.84)$$

(3.84) 式の最適化問題  $P_0$  は、第 1 層をある配置  $L_1^{(j)}$  に固定することにより、複数の部分問題  $P_j (j=1, 2, \dots)$  に分解される。

$$P_j \begin{cases} A_1(L_1^{(j)}) + \sum_{i=2}^M A_i(L_i) \rightarrow \min \\ \text{subject to } L_i \in \bigcup_{N_w=1}^N \{L_{i,N_w}^*\}; i=2, \dots, M \end{cases} \quad (3.85)$$

原問題  $P_0$  に対する最小壁量  $A_{\text{opt}}$  は、部分問題  $P_j$  の最小壁量  $A_{\text{opt}}^{(j)}$  を用いて次式のように与えられる。

$$A_{\text{opt}} = \min_j A_{\text{opt}}^{(j)} \quad (3.86)$$

生成された部分問題に対しても逐次分枝操作を適用すると、第  $(m-1)$  層までの壁配置が固定された部分問題は次の一般式で表現される。

$$P_k \begin{cases} \sum_{i=1}^{m-1} A_i(L_i^{(k)}) + \sum_{i=m}^M A_i(L_i) \rightarrow \min \\ \text{subject to } L_i \in \bigcup_{N_w=1}^N \{L_{i,N_w}^*\}; i=m, \dots, M \end{cases} \quad (3.87)$$

生成される部分問題数は少ないことが望ましいので、本手法では部分問題  $P_k$  が次のいずれかの条件を満たすときは  $P_k$  からの分枝を行わない（限定操作）。

1. 第  $m$  層に許容解が存在しないとき (許容解存在性のテスト)。  
 このとき、 $\cup\{L_{m,N_w}^*\} = \phi$  となるため部分問題  $P_k$  を終端することができる。ここに、 $\phi$  は空集合を表す。

2. 次式が成立するとき (下界値テスト)。

$$\sum_{i=1}^{m-1} A_i(L_i^{(k)}) + A_{req,m} > A^* \quad (3.88)$$

ここに、 $A_{req,m}$  は第  $m$  層より上の層に必要な壁量の総和を表し、強度および水平剛性制約条件から算定される。また、 $A^*$  は探索途中で得られている最小壁量 (暫定値) を表す。(3.88) 式が成立する部分問題は、その問題から得られる最適値が常に暫定値よりも大きくなるため、原問題  $P_0$  の最適解を与えることはない。

本最適化問題は壁量の最小化を目標としているので、最適解に近い許容解を早期に得られることを期待して、壁量すなわち枚数の少ない平面配置から固定していく。また、間接列挙法による平面の最適壁配置手法 (第3.4節) と同様に、早期に許容解を得て下界値テストを効果的に行うために深さ優先探索を用いる。

3.6.2 分枝限定法による高さ方向最適化の例

第3.4.4項 (図3.4) に示した設計例建物に対して、耐震壁の最適配置計画を行う。制約条件の許容値に関するパラメータはそれぞれ、 $C_0 = 0.2$ 、許容層間変形角  $1/300$ 、水平剛性分布の許容偏差  $\varepsilon_k = 0.4$ 、許容偏心率  $R_a = 0.15$  に設定する。設計対象建物は全層にわたり、初期状態で  $x, y$  方向とも十分な水平剛性を有し、水平剛性分布も許容範囲内となっている。また偏心率も非常に小さい。しかし、全層にわたり各方向で強度が不足しており、耐震壁の配置によって力学特性を改善する必要がある (後述、図3.14~図3.16参照)。

図3.11に分枝限定法による高さ方向最適化の探索図を示す。壁配置下に付された  $N_w$  の値は当該層の壁枚数を表す。×印は当該層ではどの枚数でも許容解が存在しなかったことを、○で囲まれた数字とその下に付された▲は、当該層の○内の枚数の壁配置が下界値テストにより終端されたことを意味している。各層とも1枚壁配置から始まっていないのは、壁枚数の少ない配置では強度あるいは水平剛性分布制約条件を犯すためである。解の探索は探索図の左から右へ、深さ優先で行われ、最終的に最小壁量  $A_w/a_0 = 111.00$  となる最適壁配置が得られた。

平面壁配置の最適化と異なり、高さ方向最適化の解探索過程は、各層の平面壁配置を分枝変数とする多分枝の探索図で表現される。各層の壁配置候補位置の数を  $N$  とすると、限定操作を全く行わない場合 (総列挙法) では、第  $i$  層で  $(2^N - 1)^i$  個の部分問題が生成される。分枝限定法と総列挙法において各層で生成される部分問題数を図3.12に示す。この図より、本手法が非常に広大な探索領域の一部を調べるだけで、効率よく最適解を得ていることが分かる。

図3.13に本設計例の最適壁配置とその壁量を、図3.14~図3.16に初期状態および最適配置の力学特性を示す。図3.14~図3.16において破線は各力学値に対する許容値を表す。また、図3.14の横軸、各方向強度  $Q_u$  (ton) は次式にて算出する。

$$Q_u = 250A_w + 70A_c \quad (3.89)$$

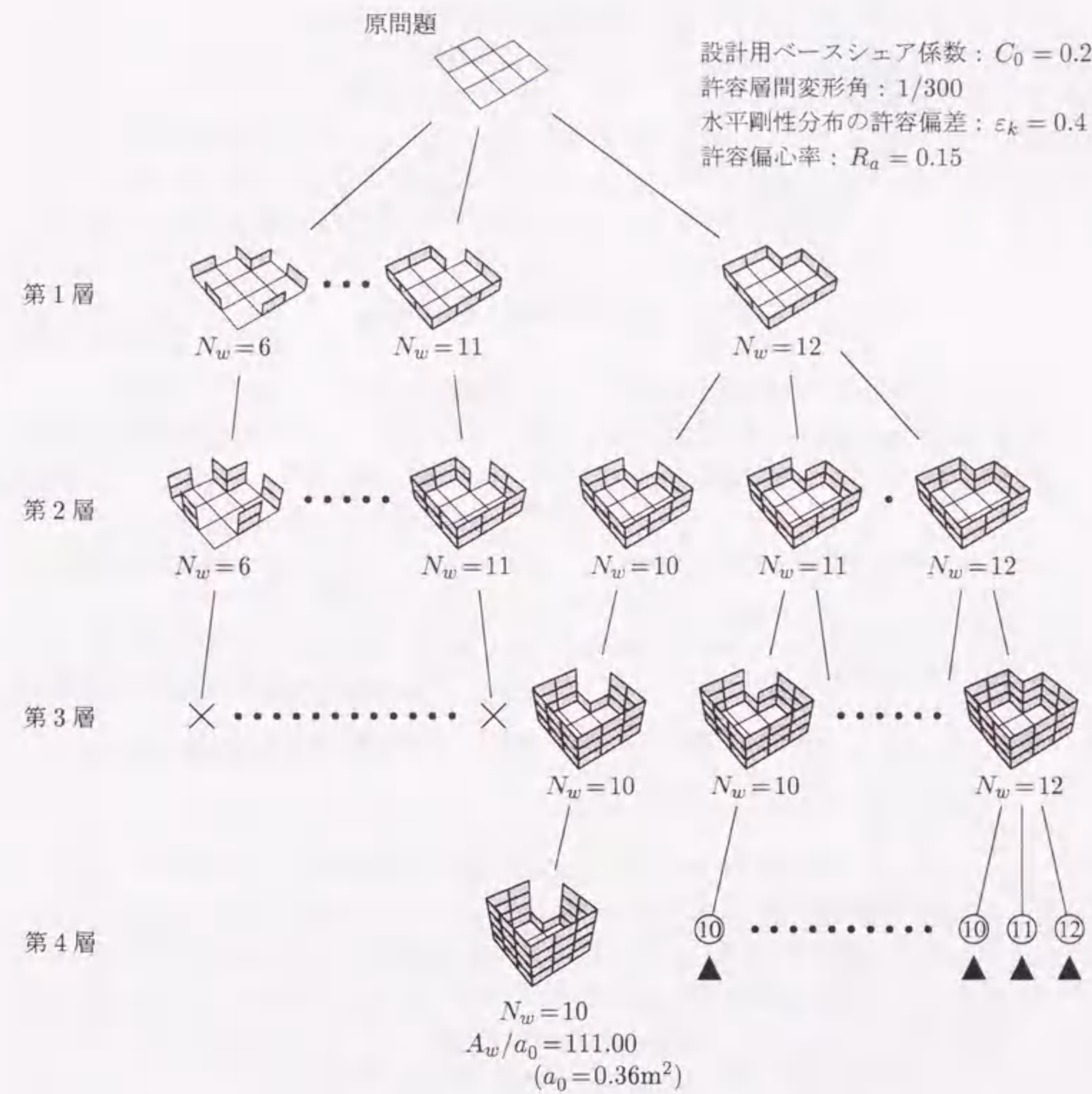


図3.11 分枝限定法による高さ方向最適化の探索図

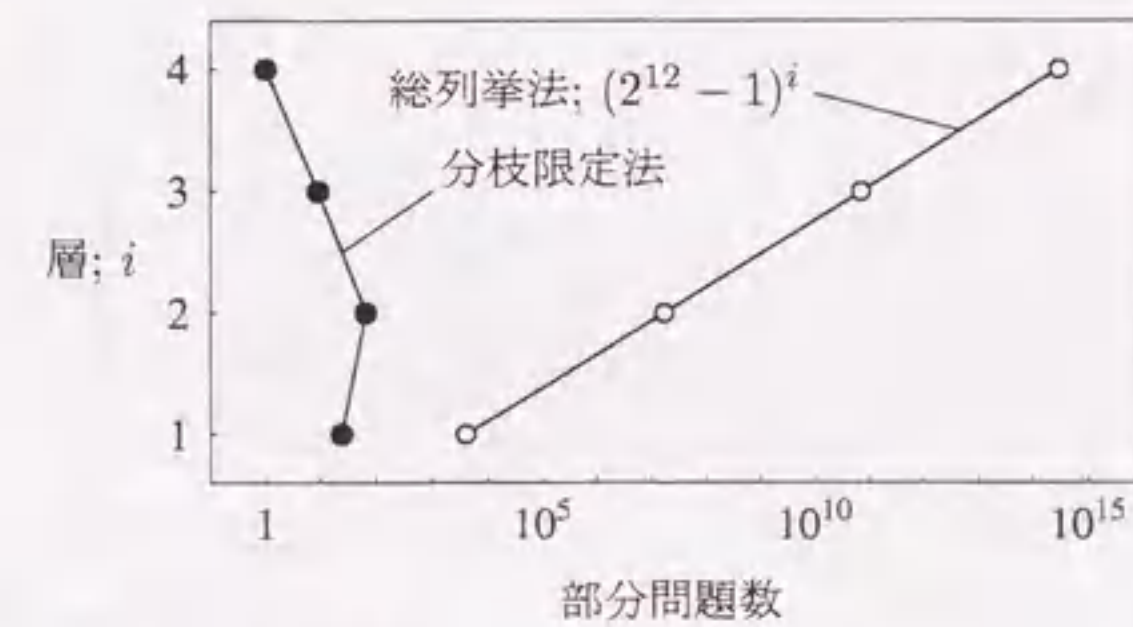


図3.12 分枝限定法と総列挙法において生成される部分問題数の比較

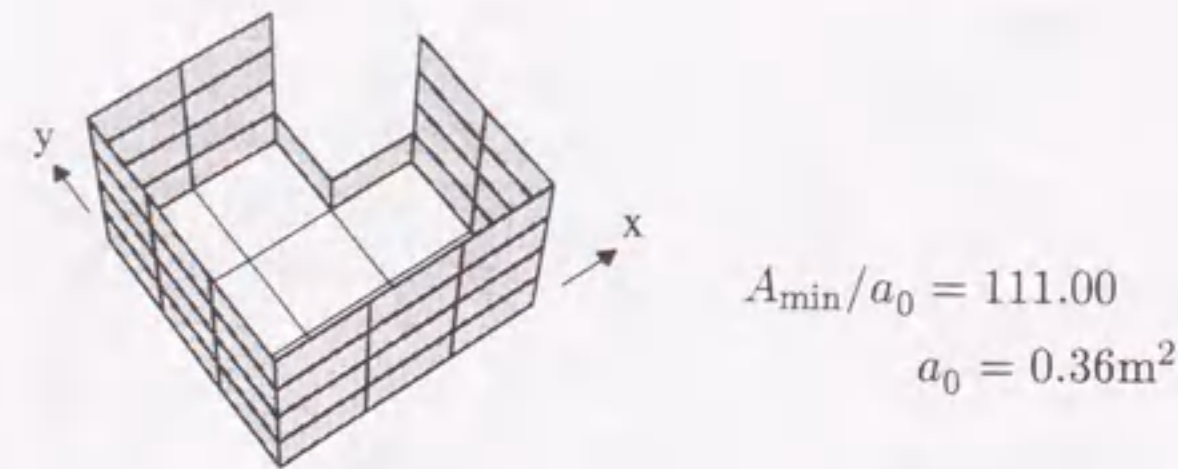


図 3.13 最適壁配置結果と最小壁量

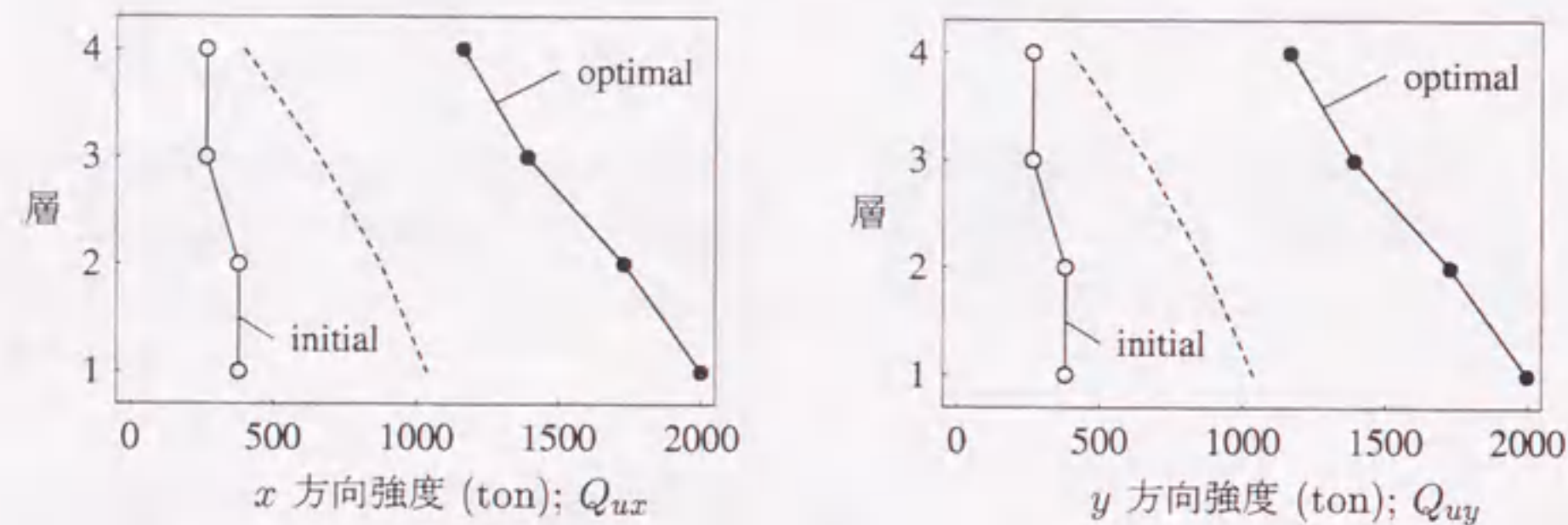


図 3.14 強度（保有水平耐力）の高さ方向分布

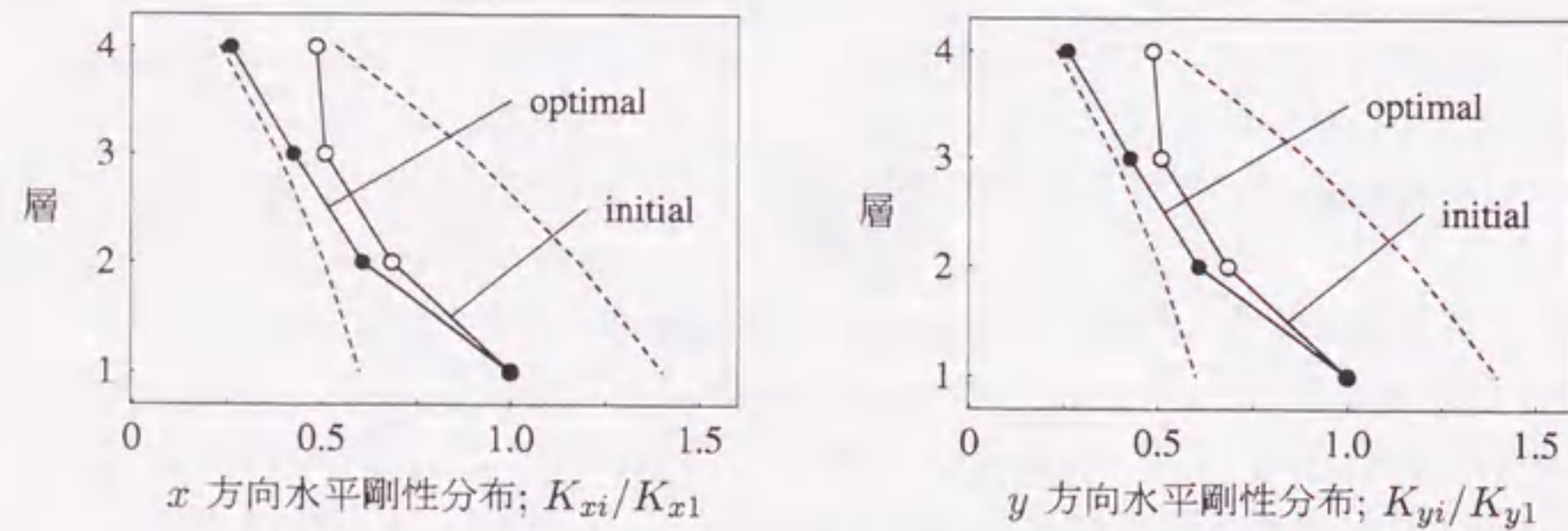


図 3.15 水平剛性の高さ方向分布

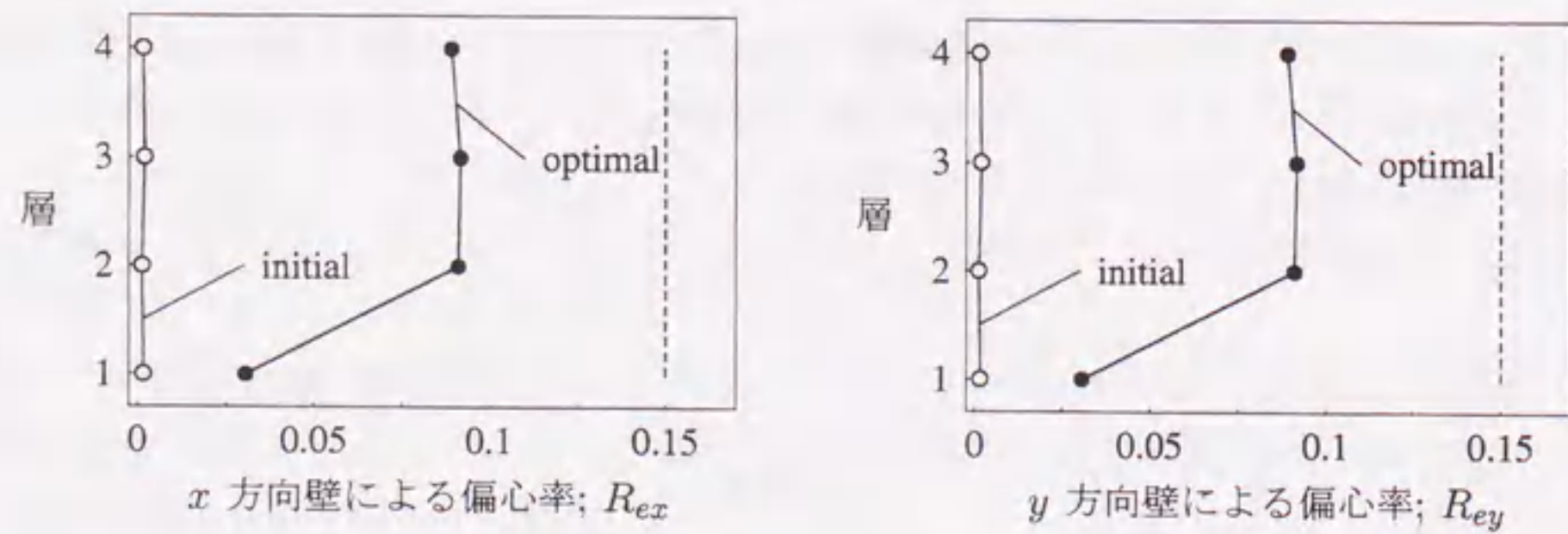


図 3.16 偏心率の高さ方向分布

ここに、 $A_w, A_c$  はそれぞれ検討方向の耐震壁、柱断面積 ( $m^2$ ) を表す。

最適配置では各力学値に関する制約条件を全て満足しているが、耐震壁は全層にわたりほぼ全面に配置され、強度に関して過剰な設計となっている。これは、基礎浮き上がり制約条件を満たすため第1層に大きな水平剛性が必要となることと、第1層の水平剛性が大きくなれば、水平剛性分布制約条件を満たすため、上層も大きな水平剛性が必要となるためである。このように、各制約条件が相互に影響しあって、最小壁量の配置であっても強度の大きい（壁量の多い）設計となっている。

### 3.7 まとめ

本論文が対象としている耐震壁の最適配置問題は設計変数が離散的であるため、最適解を求めるには離散的最適化手法に頼らざるをえない。OR 分野や人工知能の分野では様々な離散的最適化手法が提案されているが、本章では、第2章で設定した平面の最適壁配置問題と高さ方向の最適化問題に対して、どの離散的最適化手法が有効であるかについて考察した。

平面の最適壁配置問題に対しては、動的計画法、0-1 計画法を利用した分枝限定法、間接列挙法および遺伝的アルゴリズムによる最適化手法の理論展開を行い、各最適化手法の有効性や問題点を指摘した。平面壁配置問題から得られる壁配置を全層にわたって組合せ、壁量最小となるような3次元壁配置を探索するため、平面壁配置の最適化手法には、

- 真の最適配置が得られること、
- 全ての最適配置が得られること、

が要求される。この点で、間接列挙法が他の手法よりも優れていると判断される。

一方、高さ方向の最適化問題に対しては、この問題の決定変数が各層の平面壁配置となり、基本的に generate-and-test 過程でしか最適解を求めることはできないため、下界値テストのみを用いた分枝限定法による最適化手法を提案した。また、比較的小規模な多層建物を対象として、本最適化手法による耐震壁の最適配置計画を行い、本手法の探索効率の有効性を確認した。しかし、設計対象の規模が大きくなると、下界値テストのみを用いた分枝限定法では非常に膨大な計算時間を費やすと予測されるので、次章では本設計問題の特性を考慮して本最適化手法の効率化を図る。

## 第4章

# 分枝限定法による効率的な最適壁配置探索手法

### 4.1 はじめに

第3章の議論から、本最適壁配置問題の解法には分枝限定法が有効であることが明らかとなった。分枝限定法は generate-and-test 過程を基本として、分枝操作と限定操作を繰り返す最適化手法であるが、対象とする問題の特質を十分理解した上で問題に応じた効果的な探索規則を用いれば、探索効率は飛躍的に向上する。第3章で提案した高さ方向最適化には下界値テストのみを用いた分枝限定法を適用しているが、本章では本設計問題の特性を考慮して探索効率の向上を図る。具体的には、優越テスト、平面壁配置の対称性の利用、上層における許容解存否のテストによって限定操作を行う。さらに、本章で提案する最適化手法を数例の設計例題に適用し、探索効率および最適壁配置の力学特性に関する考察を行う。

### 4.2 優越テストによる限定操作

第3.6節で示したように、高さ方向の最適化問題では第1層から上層に向かって平面壁配置を決定していくことにより分枝操作を実行している。第 $(m-1)$ 層までの壁配置が固定された部分問題は一般に次式で表現される。

$$P_k \left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^{m-1} A_i(\mathbf{L}_i^{(k)}) + \sum_{i=m}^M A_i(\mathbf{L}_i) \rightarrow \min \\ \text{subject to } \mathbf{L}_i \in \bigcup_{N_w=1}^N \{\mathbf{L}_{i,N_w}^*\}; i = m, \dots, M \end{array} \right. \quad (4.1)$$

第 $m$ 層の壁配置はねじれ剛性を最大化する最適平面壁配置集合  $\bigcup_{N_w=1}^N \{\mathbf{L}_{i,N_w}^*\}$  の中から選択さ

れるが、その要素である  $N_w$  枚最適壁配置は次式を解くことにより得られる。

$$\begin{aligned}
 & \sum_{j=1}^N k_{zmj} L_{mj} \rightarrow \max \\
 \text{subject to} & \\
 & \sum_{j=1}^N L_{mj} = N_w \\
 & 25 \sum_{j=1}^N a_{wmj} L_{mj} + 7A_{cm} \geq 0.75A_m W_m \\
 & \sum_{j=1}^N k_{wmj} L_{mj} + K_{cm} \geq C_0 A_m W_m / \delta_a \\
 & (1 - \varepsilon_k) k_{tm} K_1 \leq \sum_{j=1}^N k_{wmj} L_{mj} + K_{cm} \leq (1 + \varepsilon_k) k_{tm} K_1 \\
 & R_{em}(L_{m1}, \dots, L_{mN}) \leq R_a \\
 & k_{wmj} L_{mj} \leq (1 + \alpha_F) \frac{l}{h} \frac{A_f c_j}{A_f C_0} \frac{K_1}{C_0} - \sum_{s=1}^{m-1} k_{wsj}; \quad j = 1, \dots, N \\
 & L_{mj} \leq L_{m-1,j}; \quad j = 1, \dots, N, \\
 & L_{mj} \in \{0, 1\}; \quad j = 1, \dots, N
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

水平剛性分布（上式の制約条件中4段目の式）、基礎浮き上がり（同6段目の式）および配置制約条件（同7段目の式）より、問題  $mQ_{N_w,0}$  の許容領域は第1層および当該層下層（第  $(m-1)$  層）の平面壁配置に依存することが分かる。すなわち、第1層および第  $(m-1)$  層の壁配置がそれぞれ等しいような第  $m$  層の最適壁配置問題からは、同じ最適平面壁配置集合が得られることになる。

ここで、第  $(m-1)$  層までの壁配置が  $L_1^{(l)}, \dots, L_{m-1}^{(l)}$  に固定された、 $P_k$  とは異なる部分問題  $P_l$  を考える。

$$\begin{aligned}
 P_l \quad & \sum_{i=1}^{m-1} A_i(L_i^{(l)}) + \sum_{i=m}^M A_i(L_i) \rightarrow \min \\
 \text{subject to} \quad & L_i \in \bigcup_{N_w=1}^N \{L_{i,N_w}^*\}; \quad i = m, \dots, M
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

2つの部分問題  $P_k, P_l$  において、第1層および第  $(m-1)$  層の壁配置がそれぞれ等しい場合、先程の議論から、第  $m$  層以上の解探索過程は全く同じものとなる。このとき、問題  $P_l$  における第  $(m-1)$  層までの壁量が  $P_k$  よりも多いならば、 $P_k$  からは  $P_l$  よりも優れた（壁量の少ない）解は得られない。このような関係は優越関係と呼ばれ、「 $P_l$  は  $P_k$  に優越する」という。したがって、優越関係を利用した限定操作は次のようにまとめられる。

■優越テスト 以下の全ての条件を満足する部分問題  $P_l$  が既に生成されているならば、 $P_k$  を終了することができる。

$$L_1^{(l)} = L_1^{(k)} \tag{4.4}$$

$$L_{m-1}^{(l)} = L_{m-1}^{(k)} \tag{4.5}$$

$$\sum_{i=1}^{m-1} A_i(L_i^{(l)}) \leq \sum_{i=1}^{m-1} A_i(L_i^{(k)}) \tag{4.6}$$

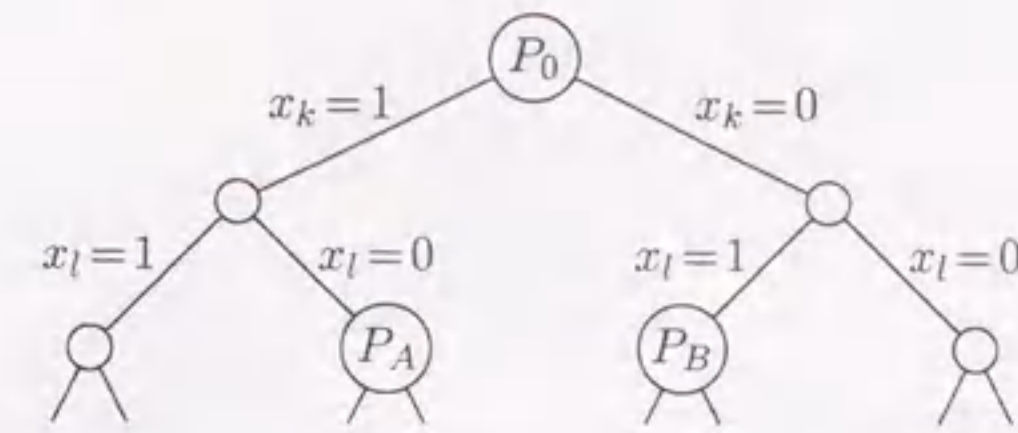


図4.1 2回の分枝操作後の分枝図

なお、(4.6)式において、 $\sum_{i=1}^{m-1} A_i(L_i^{(l)}) = \sum_{i=1}^{m-1} A_i(L_i^{(k)})$  が成立する場合は最適値の等しい解（同一解）を与えることになるので、同一解を求める必要があるならば  $P_k$  を終了してはならない。また優越テストは、2つの部分問題において第1層と当該層下層の壁配置をそれぞれ比較し、さらにその間の層の壁量を調べるので、第3層以上の部分問題に対して有効となる。

### 4.3 対称性を利用した探索領域の縮小方法

#### 4.3.1 離散的最適化問題と対称性

離散的最適化問題では、最適解は唯一ではなく、複数の最適解を要素とする解集合を構成する場合が多い。全ての最適解を求めることが要求されない場合、この種の離散的最適化問題の特徴を利用して有効な限定操作を行うことができる。例として  $m$  個の制約条件をもつ次の多次元ナップサック問題  $P_0$  を考える。

$$\begin{aligned}
 P_0 \quad & \sum_{j=1}^N c_j x_j \rightarrow \max \\
 \text{subject to} \quad & \sum_{j=1}^N a_{ij} x_j \leq b_i; \quad i = 1, \dots, M \\
 & x_j \in \{0, 1\}; \quad j = 1, \dots, N
 \end{aligned} \tag{4.7}$$

ある2つの変数  $x_k, x_l$  を分枝変数として原問題  $P_0$  から2回の分枝操作を行うと、図4.1に示す分枝図が得られる。このとき図中の部分問題  $P_A, P_B$  はそれぞれ次式のように記述される。

$$\begin{aligned}
 P_A \quad & c_k + \sum_{j \neq k,l} c_j x_j \rightarrow \max \\
 (x_k = 1) \quad & \text{subject to} \quad a_{ik} + \sum_{j \neq k,l} a_{ij} x_j \leq b_i; \quad i = 1, \dots, M \\
 (x_l = 0) \quad & x_j \in \{0, 1\}; \quad j \neq k, l
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

$$\begin{aligned}
 P_B \quad & c_l + \sum_{j \neq k,l} c_j x_j \rightarrow \max \\
 (x_k = 0) \quad & \text{subject to} \quad a_{il} + \sum_{j \neq k,l} a_{ij} x_j \leq b_i; \quad i = 1, \dots, M \\
 (x_l = 1) \quad & x_j \in \{0, 1\}; \quad j \neq k, l
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

このとき、 $c_k = c_l, a_{ik} = a_{il} (i = 1, \dots, M)$  が成立するならば、部分問題  $P_A$  と  $P_B$  は数理的記述が等しい最適化問題となる。言い換えると、分枝操作  $\{x_k, x_l\} = \{1, 0\}$  から得られる部分問題と別

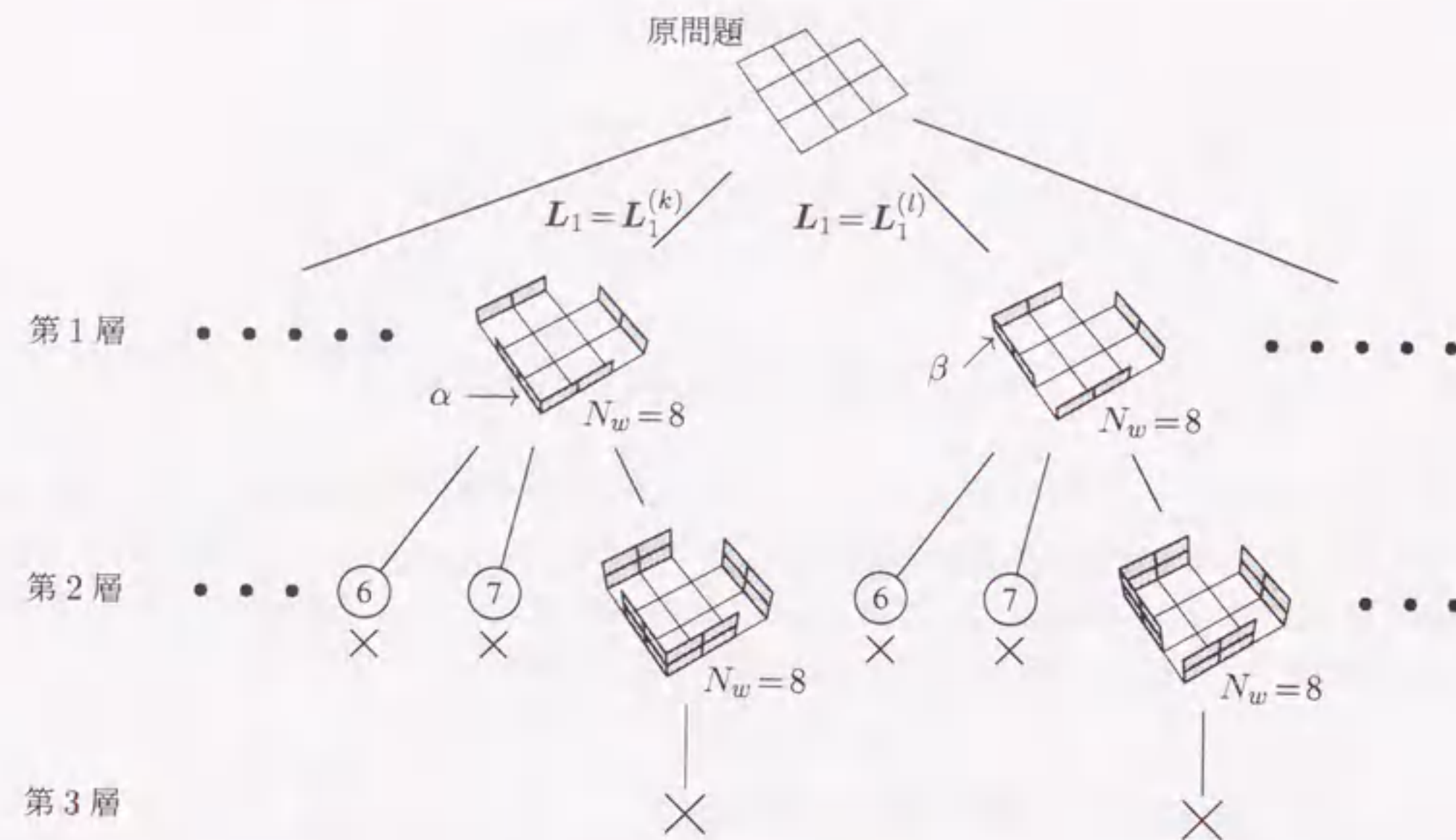


図 4.2 高さ方向最適化における探索図の一部

の分枝操作  $\{x_k, x_l\} = \{0, 1\}$  から得られる部分問題は同値の最適化問題となる。従って、全ての最適解を求める必要がない場合は、 $P_A, P_B$  のどちらかについてだけ探索を続け、もう一方の部分問題は終端することができる。 $\{x_k, x_l\} = \{1, 0\}$  と  $\{x_k, x_l\} = \{0, 1\}$  は2つの要素を入れ替えたものであり、それぞれの分枝操作以降の最適化過程が同じ振る舞いをすることから、これら2つの分枝操作は対称であると呼ばれる。この分枝操作における対称性を利用して重複する部分問題の生成を防ぎ、高さ方向最適化手法を改善する。

なお対称性の概念は、正多面体や分子・結晶の幾何学的構造の分類に利用されており、最近では、将棋・チェスなどのゲーム思考アルゴリズムや量子力学などにも導入されている。

### 4.3.2 対称性を利用した高さ方向最適化手法

図 4.2 は第 3.6 節で示した高さ方向の最適化過程の一部を抜き出したものである。図中の ○ 印内の数字は壁枚数を表し、その下に付した × 印は当該層にはその枚数の許容解が存在しなかったことを意味している。また、第 3 層の × 印はどの枚数にも許容配置が存在しないことを表している。この図では、第 1 層において異なる 8 枚壁配置に固定しているにもかかわらず、第 2 層以上の探索過程は全く同じである。第 1 層の 8 枚壁配置では、図中の矢印で示した耐震壁  $\alpha$  と  $\beta$  が異なるだけであ

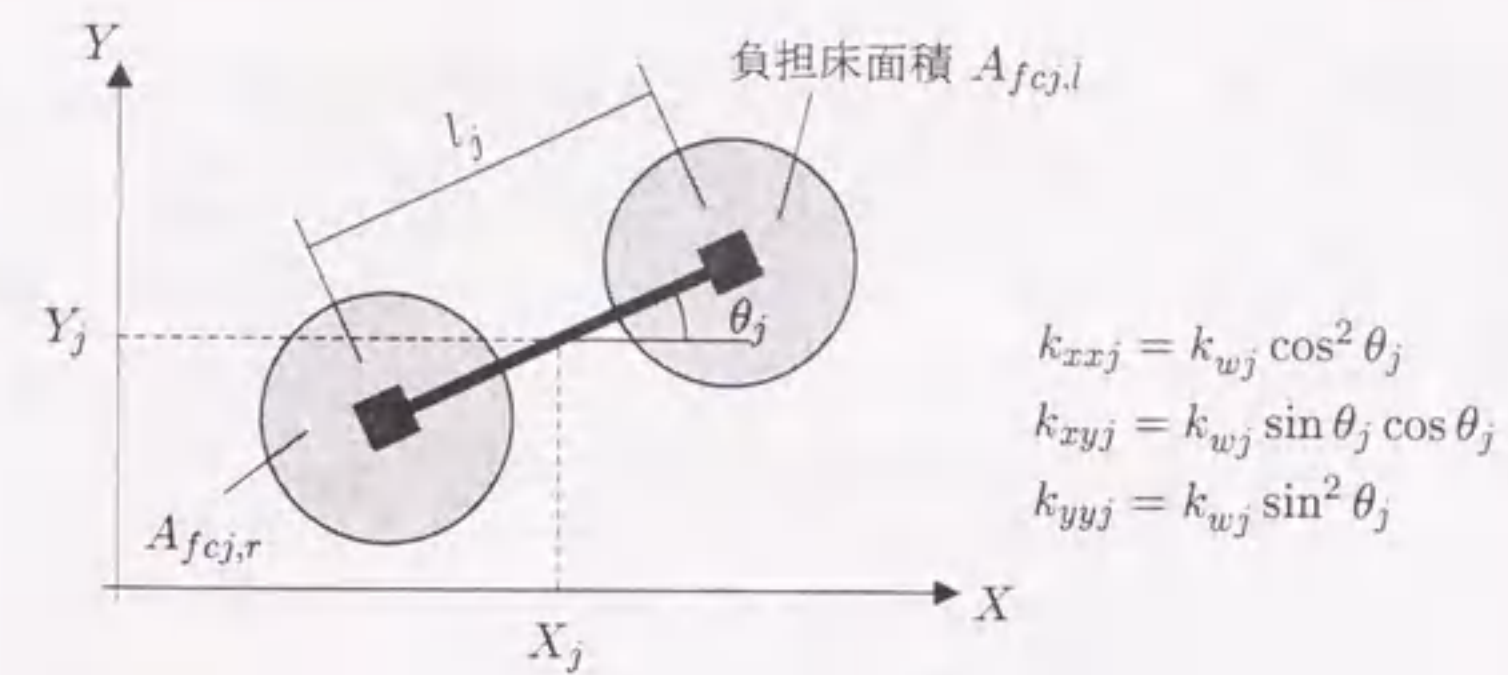


図 4.3 j-耐震壁要素とその力学値

り、これら2つの耐震壁では本最適化問題に関連する以下の8つの力学パラメータがそれぞれ等しい。

- $p_{1j}$  : 壁面の方向  $\theta_j$
- $p_{2j}$  : 壁長さ  $l_j$
- $p_{3j}$  : 壁断面積  $a_{wj}$
- $p_{4j}$  : 壁剛性  $k_{wj}$
- $p_{5j}, p_{6j}$  : 偏心の寄与分  $s_{xj} (= -Y_j k_{xyj} + X_j k_{yyj}), s_{yj} (= Y_j k_{xxj} - X_j k_{xyj})$
- $p_{7j}$  : ねじれ剛性の寄与分  $k_{zj} (= k_{xxj} Y_j^2 - 2k_{xyj} X_j Y_j + k_{yyj} X_j^2)$
- $p_{8j}$  : 柱の負担床面積  $A_{fcj} (= \min\{A_{fcj,r}, A_{fcj,l}\})$

ここに、各力学値は図 4.3 を参照されたい。

前項の議論から、第 1 層の壁配置をそれぞれ  $L_1^{(k)}, L_1^{(l)}$  に固定した部分問題  $P_k, P_l$  は同値の最適化問題となり、 $P_k, P_l$  のいずれかを終端することができる。この議論を拡張して、ある壁配置  $L_1^{(k)}$  において上記 8 つのパラメータがそれぞれ等しい耐震壁を入れ替えて得られる平面壁配置集合  $X_{1,k}$  を考える。

$$X_{1,k} = \{L_1 \mid \pi_{\alpha\beta}(L_1) = L_1^{(k)}, p_{n\alpha} = p_{n\beta}; n = 1, \dots, 8\} \quad (4.10)$$

ここに、 $\pi_{\alpha\beta}(L)$  は壁配置  $L$  の耐震壁  $\alpha, \beta$  を入れ替える操作を表す関数である。 $X_{1,k}$  は対称な壁配置を要素とする集合であり、本論文では対称壁配置集合と呼ぶ。 $X_{1,k}$  は最適平面壁配置集合  $\{L_{1,N_w}^*\}$  の部分集合であり、また、複数存在し、それぞれ互いに素となるので次式が成立する。

$$\bigcup_k X_{1,k} = \{L_{1,N_w}^*\} \quad (4.11)$$

$$X_{1,k} \cap X_{1,l} = \emptyset; k \neq l \quad (4.12)$$

集合  $X_{1,k}$  に含まれる壁配置に固定すると同じ最適化問題が生成されるので、 $X_{1,k}$  からは任意に1つの壁配置を選択し固定するだけでよく、 $X_{1,k}$  内の他の壁配置への固定は省略することができる。

第 2 層以上も基本的には同じであるが、連層配置制約条件が設定されているため、第  $i$  層の対称壁配置集合  $X_{i,k}$  を得るには第  $(i-1)$  層において、次の条件のいずれかを満足する必要がある。

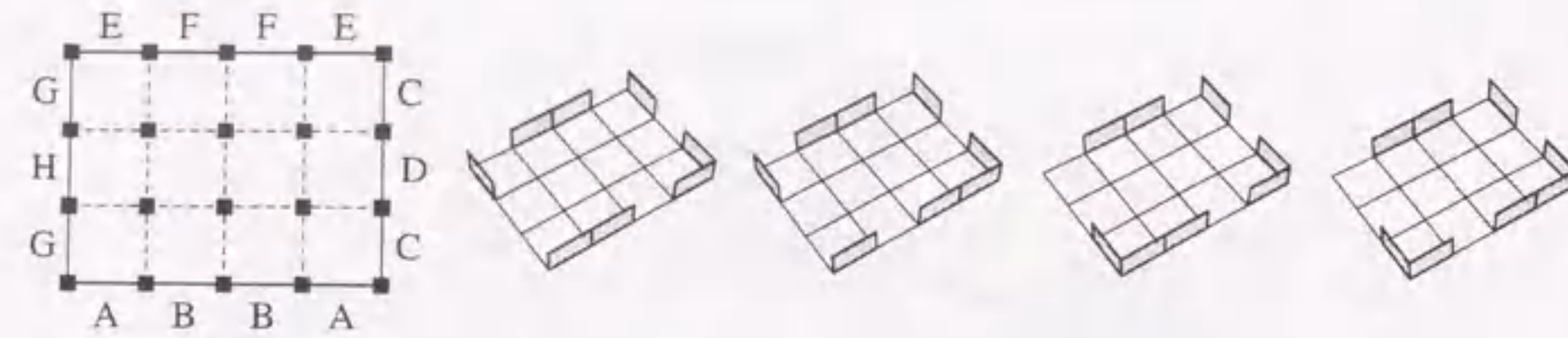


図4.4 設計対象建物と対称な平面壁配置群

1. 耐震壁  $\alpha$  と  $\beta$  がともに配置されている。
2. 耐震壁  $\alpha$  と  $\beta$  はどちらも配置されていない。

上記の条件が必要な理由は次の通りである。例えば、第  $(i-1)$  層で耐震壁  $\alpha$  が配置され、耐震壁  $\beta$  が配置されていない場合、連層配置条件のため第  $i$  層では耐震壁  $\beta$  の配置は不可能であるため、耐震壁  $\alpha, \beta$  を入れ替えることはできない。したがって、第2層以上では(4.10)式に上記の条件を追加する必要がある。この条件は次式で表現される。

$$L_{i-1,\alpha} = L_{i-1,\beta} \quad (4.13)$$

図4.4に示す平面形状(全層同一)の建物において、実線部分に壁配置が可能であるとすると、同じ記号が付されている耐震壁では前述の8つのパラメータ  $p_{1j}, \dots, p_{8j}$  がそれぞれ等しい。したがって、同図右側に示す4つの壁配置による分枝操作からは同じ最適化問題が得られる。

さらに、第4.2節で示した優越テストに対称性を考慮すると、次に示す強力な優越テストを行うことができる。

■優越テスト(対称性考慮) 以下の全ての条件を満足する部分問題  $P_l$  が既に生成されているならば、 $P_k$  を終端することができる。

$$L_1^{(l)} \in X_{1,k} \quad (4.14)$$

$$L_{m-1}^{(l)} \in X_{m-1,k} \quad (4.15)$$

$$\sum_{i=1}^{m-1} A_i(L_i^{(l)}) \leq \sum_{i=1}^{m-1} A_i(L_i^{(k)}) \quad (4.16)$$

ここに、 $X_{1,k}, X_{m-1,k}$  はそれぞれ平面壁配置  $L_1^{(k)}, L_{m-1}^{(k)}$  から得られる対称壁配置集合を表す。

この限定操作は、部分問題  $P_k, P_l$  における第1層の壁配置  $L_1^{(k)}, L_1^{(l)}$ 、および第  $(m-1)$  層壁配置  $L_{m-1}^{(k)}, L_{m-1}^{(l)}$  がそれぞれ同じ対称壁配置集合に属し((4.14),(4.15)式)、さらに(4.16)式が成立するならば、 $P_k$  を終端できることを意味している。

#### 4.3.3 全ての最適壁配置の探索

平面壁配置の対称性を考慮した探索手法では、複数存在する最適壁配置の一部を求めていることになるが、全ての最適壁配置を求める場合には、各層で同じ対称壁配置集合に属する壁配置を任意に入れ替えればよい。ただし、連層配置制約条件は考慮する必要がある。全ての最適壁配置を探索する手法は単なる組合せ操作とほとんど変わらず、非常に効率よく求めることができる。

#### 4.4 上層における許容解存否のテスト

第3.6節で提案した高さ方向最適化手法では、ある層の許容壁配置の存否によって限定操作を行っている。しかし、ある壁配置  $L_m^{(k)}$  が当該層の制約条件を全て満たす許容壁配置であっても、その配置から上層に壁配置を積層していったとき、ある層で許容解が存在しなければ配置  $L_m^{(k)}$  に固定する必要はない。これを利用して本節では、当該層より上層に強度、水平剛性分布および基礎浮き上がり制約条件を満足する壁配置が存在するか否かのテストによって限定操作を行う。

第  $(m-1)$  層までの壁配置が決まっており、第  $m$  層をある平面壁配置  $L_m^{(k)}$  に固定する場合を考える。連層配置制約条件のみを考慮すれば、その層より上層の壁配置可能位置は第  $m$  層に耐震壁が配置された場所と同じである。基礎浮き上がり制約条件を考慮すれば、壁配置可能位置はさらに制限される。したがって、第  $m$  層より上の各層で最大壁枚数  $N_{u1,i}$  が算出でき、数理的に記述すると次式となる。

$$N_{u1,i} = \max \left\{ \sum_{j=1}^N L_{ij} \mid \text{基礎浮き上がり制約条件, 配置制約条件, } L_{ij} \in \{0, 1\}; j = 1, \dots, N \right\} \quad (4.17)$$

ここに、添字  $i$  は層番号を表す。

また、第1層の壁配置も決定されているので、水平剛性分布制約条件の上下限值も定まり、この条件のみを考慮すれば第  $m$  層より上の各層で壁枚数の上下限值  $N_{u2,i}, N_{l2,i}$  が次式のように算定される。

$$N_{u2,i} = \max \left\{ \sum_{j=1}^N L_{ij} \mid \sum_{j=1}^N k_{wij} L_{ij} + K_{ci} \leq (1 + \varepsilon_k) k_{ti} K_1, L_{ij} \in \{0, 1\}; j = 1, \dots, N \right\} \quad (4.18)$$

$$N_{l2,i} = \min \left\{ \sum_{j=1}^N L_{ij} \mid \sum_{j=1}^N k_{wij} L_{ij} + K_{ci} \geq (1 - \varepsilon_k) k_{ti} K_1, L_{ij} \in \{0, 1\}; j = 1, \dots, N \right\} \quad (4.19)$$

さらに、下層の壁配置にかかわらず強度制約条件から各層の最小壁枚数  $N_{l3,i}$  が定まる。

$$N_{l3,i} = \min \left\{ \sum_{j=1}^N L_{ij} \mid 25 \sum_{j=1}^N a_{wij} L_{ij} + 7A_{ci} \geq 0.75 A_i W_i, L_{ij} \in \{0, 1\}; j = 1, \dots, N \right\} \quad (4.20)$$

ここで、上記の4つのパラメータ(壁枚数)に対して、

$$\max\{N_{l2,i}, N_{l3,i}\} > \min\{N_{u1,i}, N_{u2,i}\} \quad (4.21)$$

が成立する層が存在するならば、壁配置  $L_m^{(k)}$  の上に平面壁配置を積層していくと、いずれかの層で許容解が存在しなくなるため、この壁配置への固定(分枝操作)を回避することができる。したがって、第  $(m-1)$  層までの壁配置が固定された部分問題  $P_k$  に対して、許容解存否のテストは次のように強化される。

■許容解存否のテスト 第  $m$  層以上に許容解が存在しないとき  $P_k$  を終端することができる。

なお、(4.21)式は第  $i$  層 ( $i > m$ ) において以下のいずれかが成立していることに相当する。

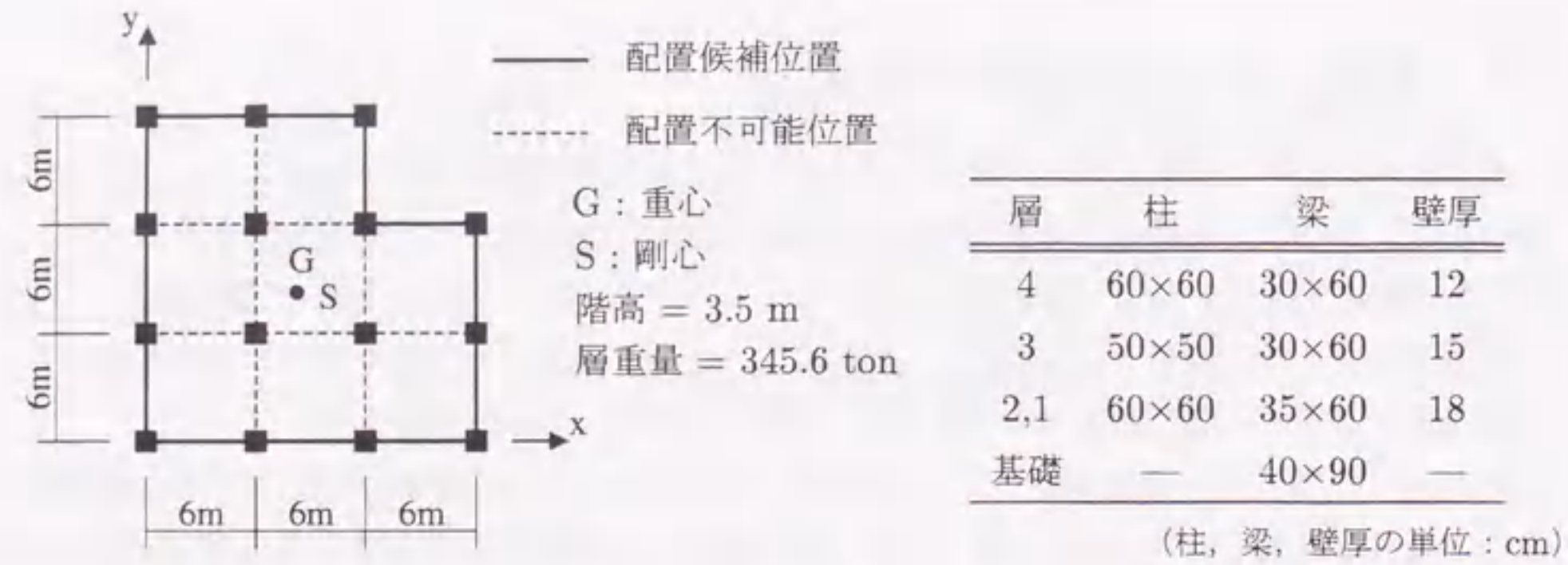


図 4.5 設計例の平面形状・配置条件および部材サイズ

表 4.1 各層で生成される部分問題数の比較

層	prt	prt+dom	prt+sym	prt+ext	prt+dom+sym+ext
4	1	1	1	1	1
3	9	9	9	9	9
2	65	65	24	4	4
1	24	24	10	24	10
合計	99	99	44	38	24
	—	(1.0)	(0.44)	(0.38)	(0.24)

prt: 下界値テストのみを用いた分枝限定法  
 dom: 優越テスト  
 sym: 平面壁配置の対称性を利用したテスト  
 ext: 上層における解存否のテスト

1. 基礎浮き上がり制約条件と配置制約条件から定まる配置可能位置に全て耐震壁を配置しても、強度あるいは水平剛性が希求値に満たない。
2. 強度制約条件から定まる必要枚数の耐震壁を配置すると、水平剛性分布制約条件の上限値を超える。

## 4.5 設計例への適用

### 4.5.1 各限定操作の効果

第3.6節に示した設計例(図4.5に再掲)に対して、本章で提案した最適化手法を適用し、各限定操作の探索効果について検討する。分枝限定法では、計算終了までに生成された部分問題数が計算時間の目安を与える重要なパラメータである。そこで本節では、探索効率を計算終了までに生成される部分問題数によって評価する。

下界値テストのみを用いた分枝限定法に各限定操作および全ての限定操作を追加したとき、各層で

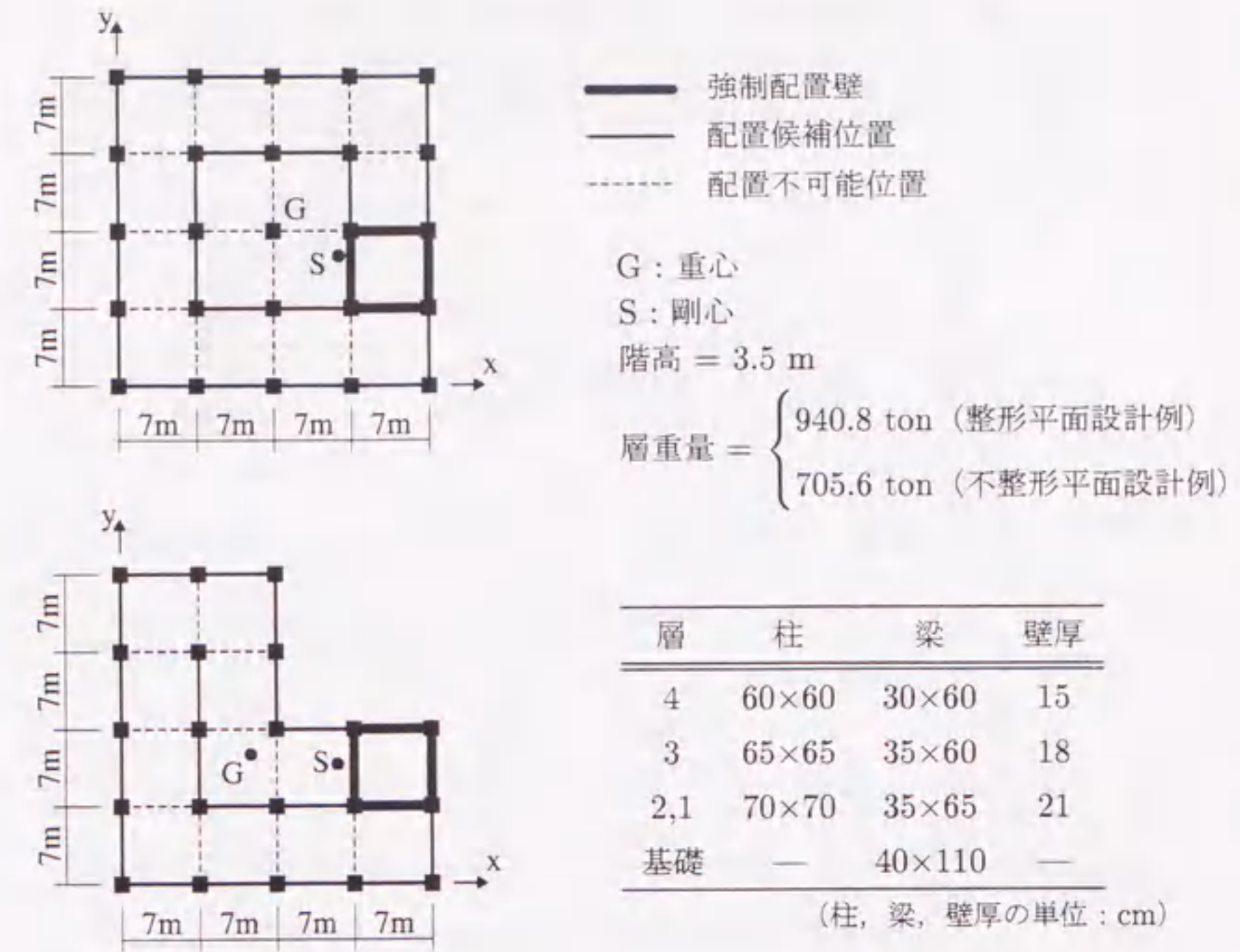


図 4.6 平面形状の異なる2つの設計対象建物

生成された部分問題数を表4.1に示す。合計欄の( )内の数字は、下界値テストのみを用いた手法で生成された部分問題数との比である。本設計例では、各手法間で第3,4層の部分問題数に変化はないが、下層ではその差異が確認される。また、優越テストのみを追加した手法では、部分問題数だけを比較すると効果がないように見られるが、実際の計算時間は1割程度短縮されている。表4.1から、各限定操作の探索効率について以下の点が指摘される。

1. 優越テストは第3層以上の部分問題に適用されるため、比較的低位層の建物では効果が小さい。
2. 対称性を利用したテストは、特に第1層の部分問題数を減少させる効果大きい。
3. 解存否のテストは第2層以上の部分問題数の減少に非常に大きく寄与している。
4. 全てのテストを利用することにより部分問題数は激減する。

### 4.5.2 平面形状が及ぼす探索効率と最適解への影響

図4.6に示す平面形状・配置制約条件および構造要素をもつ2つの4層建物に、耐震壁を最適に配置することを考える。制約条件の許容値に関するパラメータはそれぞれ、 $C_0 = 0.2$ 、許容層間変形角  $1/300$ 、水平剛性分布の許容偏差  $\epsilon_k = 0.4$ 、許容偏心率  $R_a = 0.15$  に設定する。設計対象建物はコア耐震壁によって、全層にわたり初期状態で大きな偏心を有しているため、耐震壁の配置によって力学特性を改善する必要がある。



表 4.2 各層で生成される部分問題数の比較 (整形平面建物)

層	prt	prt+dom	prt+sym	prt+ext	prt+dom+sym+ext
4	8	8	1	8	1
3	467	467	75	467	75
2	3922	3922	627	1050	165
1	309	309	102	309	102
合計	4706	4706	805	1834	343
	-	(1.0)	(0.171)	(0.390)	(0.0729)

表 4.3 各層で生成される部分問題数の比較 (不整形平面建物)

層	prt	prt+dom	prt+sym	prt+ext	prt+dom+sym+ext
4	1	1	1	1	1
3	227	227	58	17	10
2	362	362	114	171	56
1	50	50	25	50	25
合計	640	640	198	239	92
	-	(1.0)	(0.309)	(0.373)	(0.144)

2つの設計例において計算終了までに各層で生成された部分問題数をそれぞれ表 4.2, 4.3 に示す。前項の設計例と同様、本設計例のいずれにおいても優越テストによる部分問題数の減少はなく、優越テスト効果が小さいことが確認される。整形平面の設計例では、第 4.3 節で述べた 8 つのパラメータがすべて等しくなる耐震壁が数多く存在し、その結果、多くの平面壁配置が同じ対称壁配置集合に属する。そのため、不整形平面の設計例に比べて、対称性を利用した限定操作の効果が非常に大きくなっている。また、全ての限定操作を利用した場合、整形平面設計例の第 2 層、および不整形平面設計例の第 2, 3 層に見られるように、各限定操作の相乗効果によって部分問題数が大幅に減少しているが、部分問題の総計から判断すると、整形平面の建物を設計対象とする方が探索効率は大きく向上することが指摘される。

図 4.7~ 図 4.10 および図 4.11~ 図 4.14 に、それぞれの設計例から得られた最適壁配置、最小壁量および初期状態と最適配置の力学特性を示す。整形平面設計例では 8 つの最適解が得られたため、そのうちの 1 つを示している。また図中の各方向強度  $Q_u$  (ton) は次式にて算出する。

$$Q_u = 250A_w + 70A_c \quad (4.22)$$

ここに、 $A_w, A_c$  はそれぞれ検討方向の耐震壁、柱断面積 ( $m^2$ ) を表す。

両設計例とも初期状態では全層にわたり大きな偏心を有し、また第 4 層以外は強度も不足しているが、耐震壁を配置することによりこれらの力学特性は適正化されている。最適配置結果を見ると、いずれの設計も大きなねじれ剛性を確保するために外周に耐震壁が配置されているが、基礎浮き上がりを防止するため柱軸力の小さい隅角部への配置は避けられている。しかし不整形平面設計例の上層部

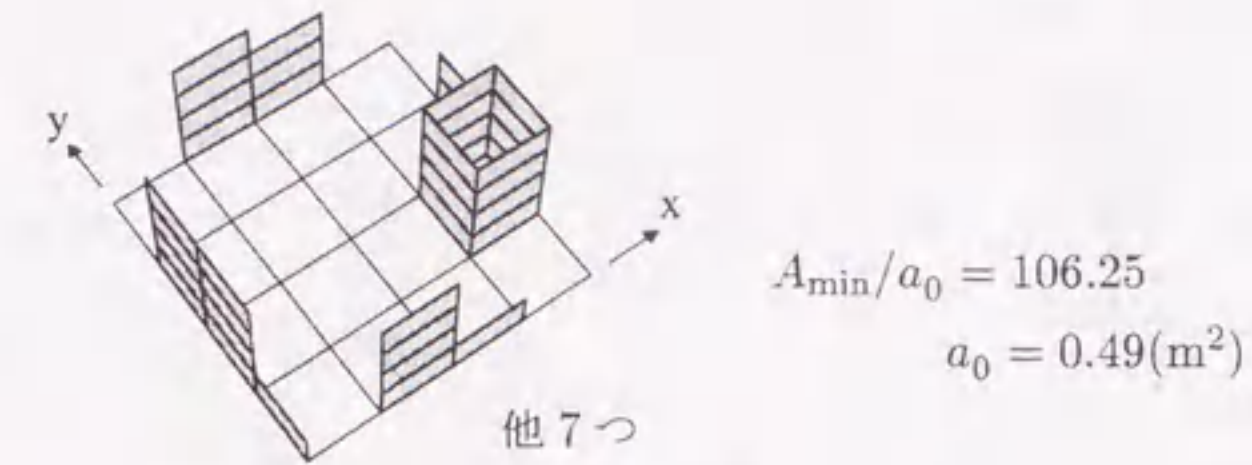


図 4.7 最適壁配置結果と最小壁量

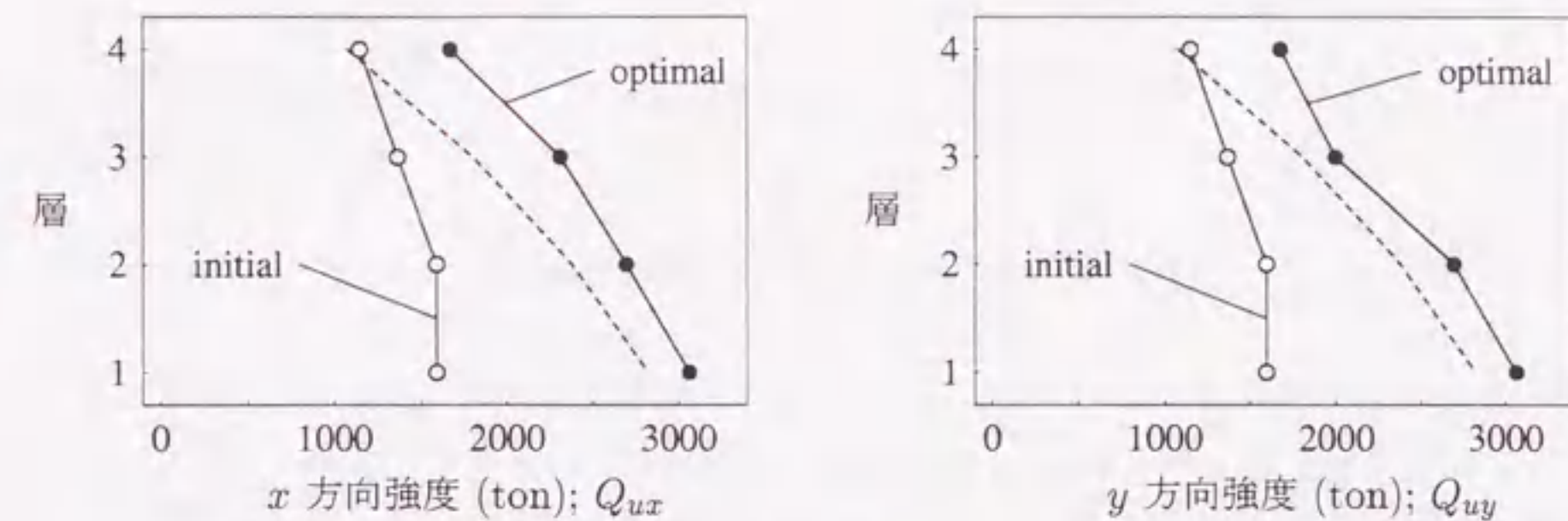


図 4.8 強度 (保有水平耐力) の高さ方向分布

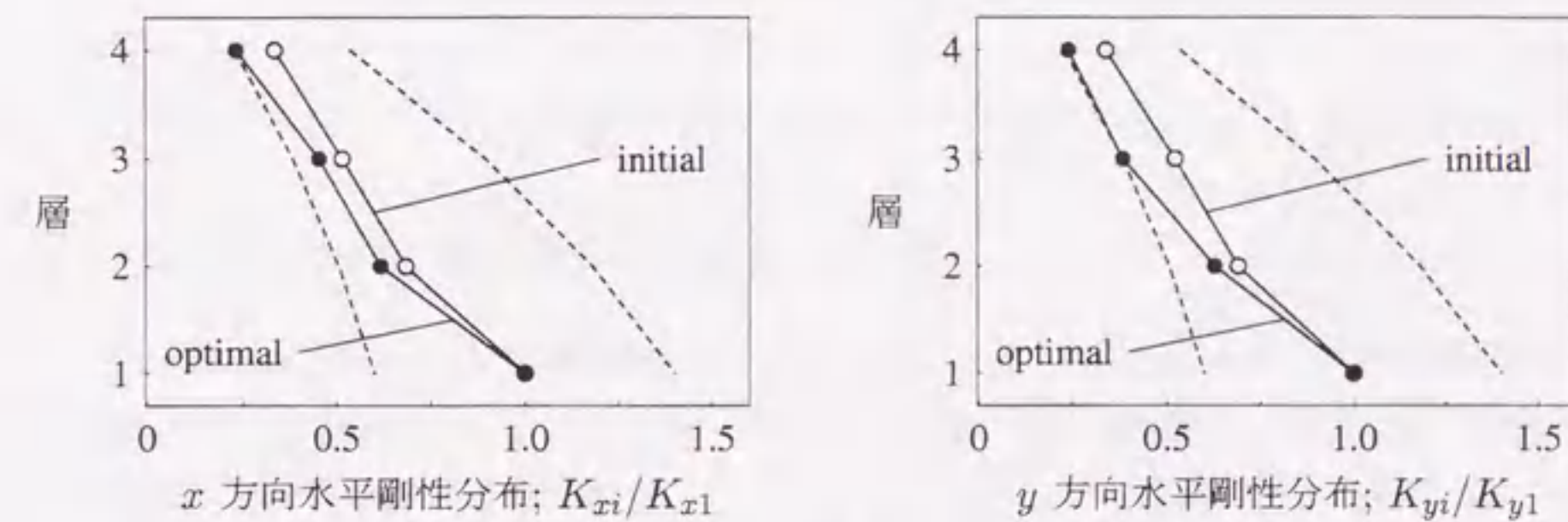


図 4.9 水平剛性の高さ方向分布

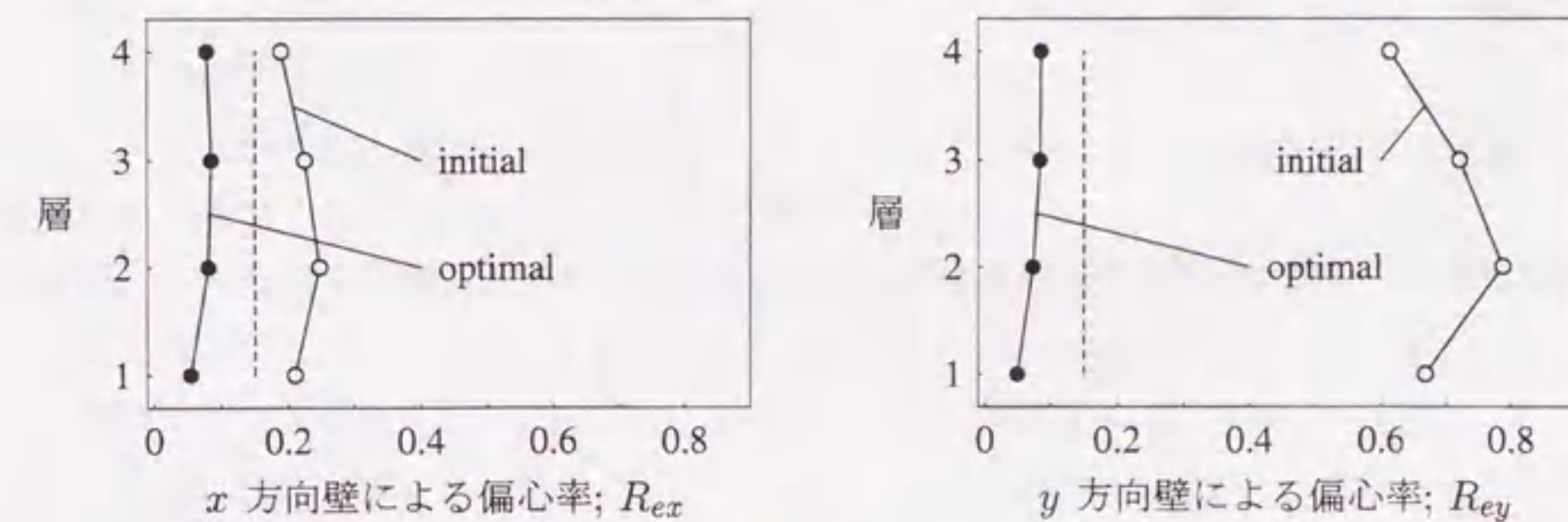


図 4.10 偏心率の高さ方向分布

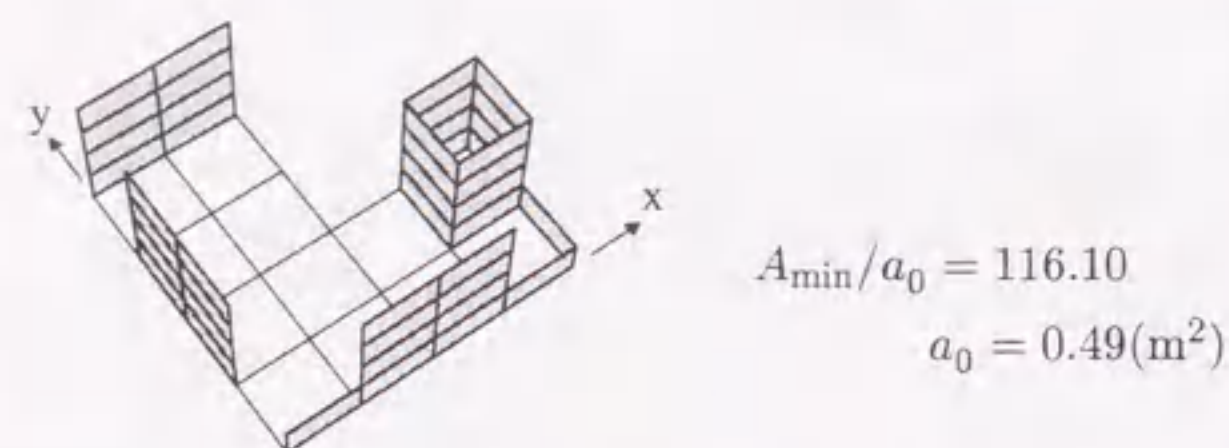


図 4.11 最適壁配置結果と最小壁量

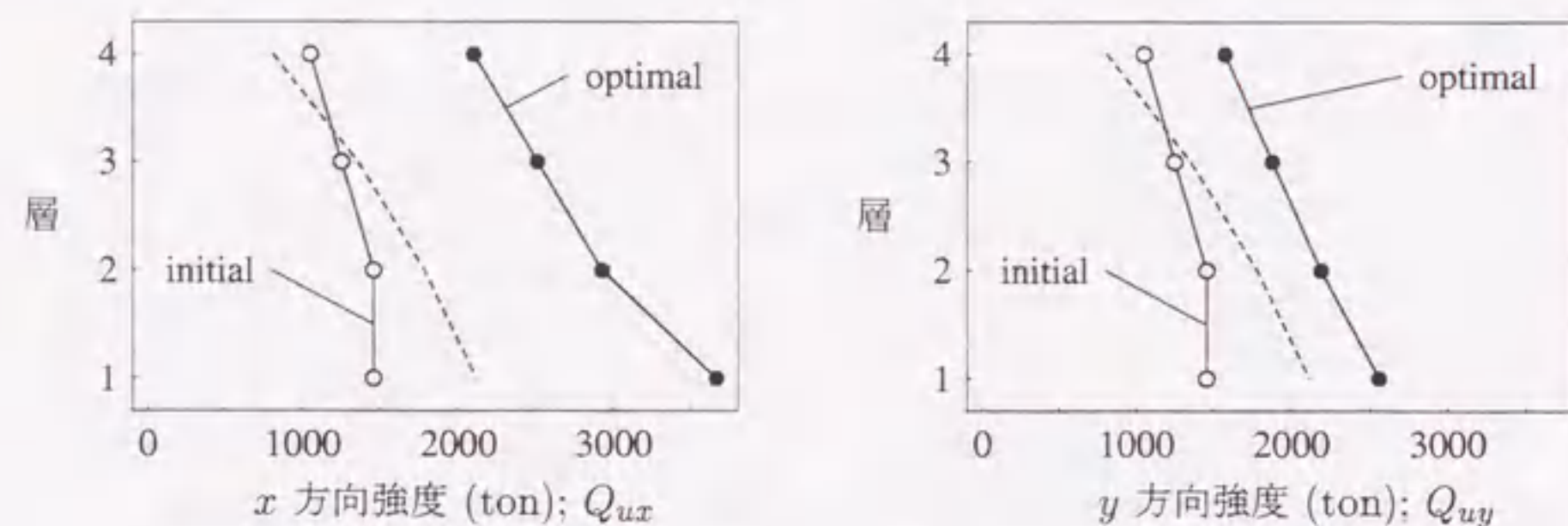


図 4.12 強度（保有水平耐力）の高さ方向分布

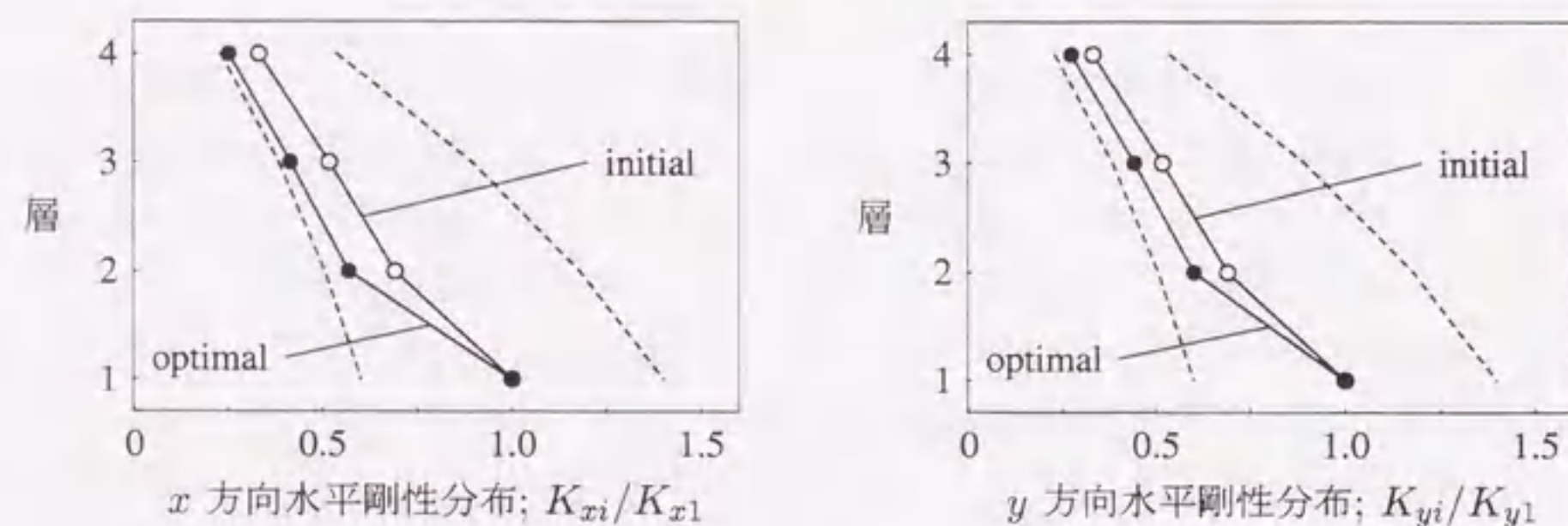


図 4.13 水平剛性の高さ方向分布

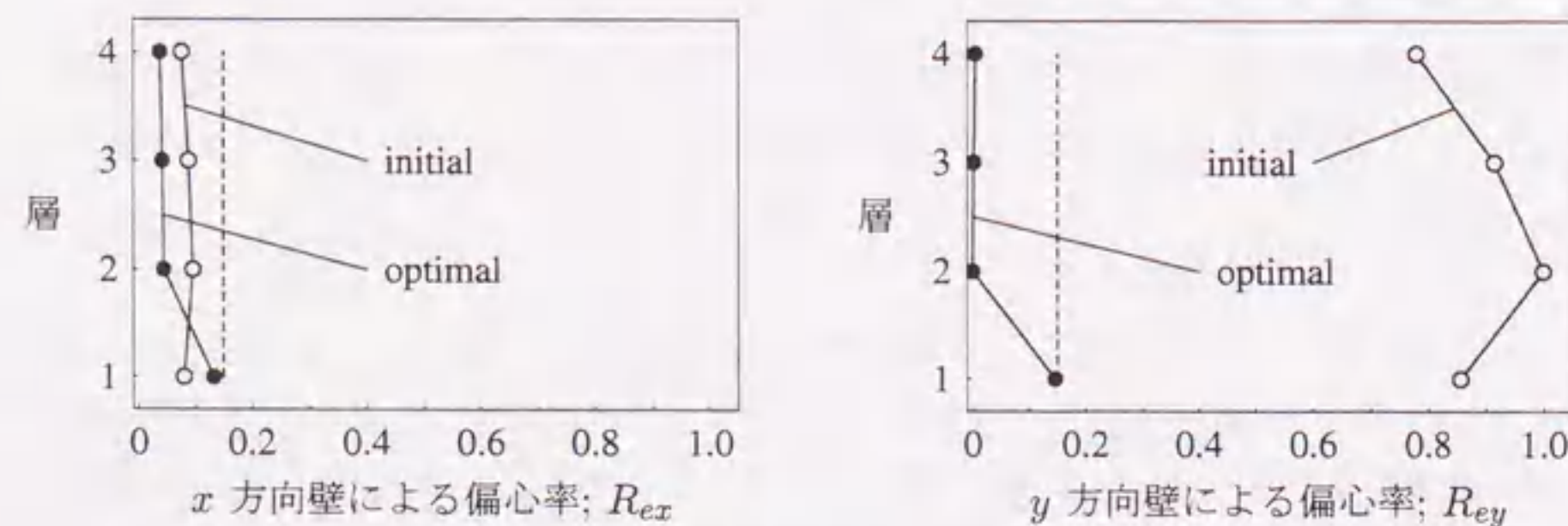
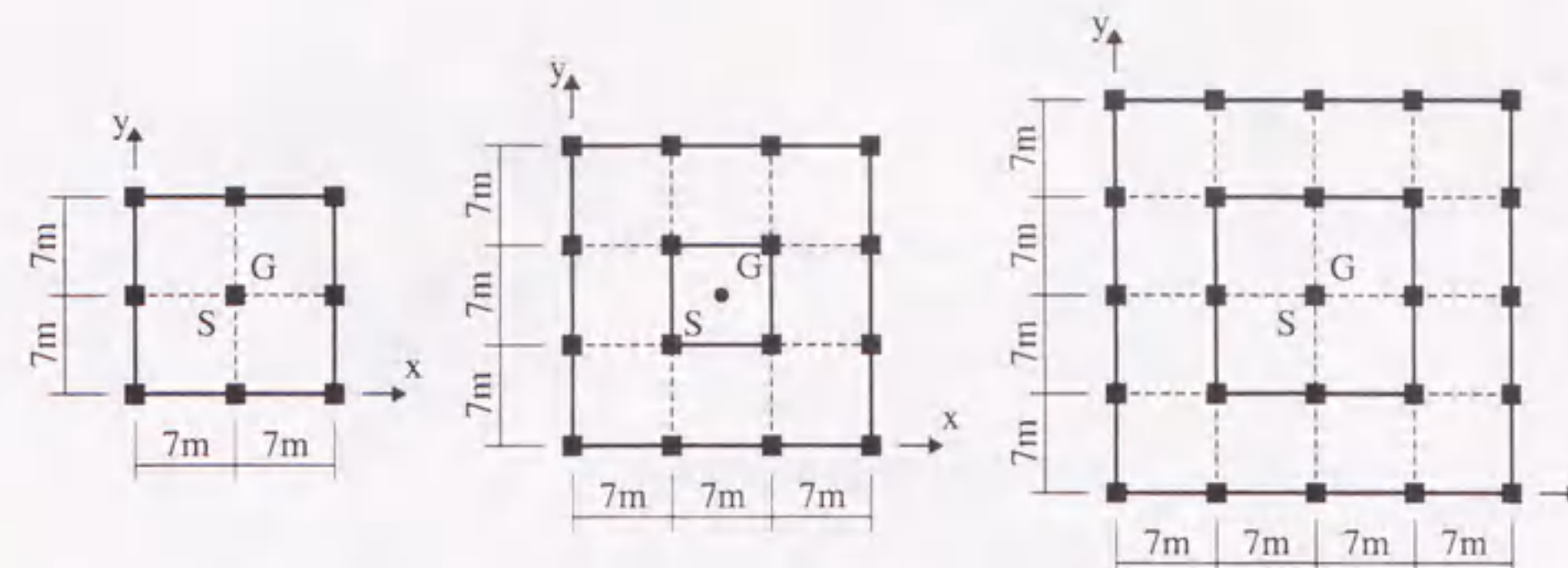


図 4.14 偏心率の高さ方向分布



層重量 = 235.2 ton	529.2 ton	940.8 ton
建物重量 = 940.8 ton	2116.8 ton	3763.2 ton

図 4.15 平面規模の異なる設計対象建物

では、偏心率制約条件を満たすために隅角部（図 4.11 の左上部分）への配置が必要となり、第 1 層の水平剛性、すなわち壁量の増加によって配置を可能にしている。第 1 層の水平剛性が増えると、水平剛性分布制約条件から上層の水平剛性も増加させる必要がある。そのため不整形平面設計例では、整形平面よりも建物重量が小さいにもかかわらず強度的には過剰な耐震壁が配置され、大きな最小壁量となっている。このことから、不整形平面は壁配置の構造計画においても不利な形状であることが分かる。また水平剛性分布を見ると、両設計結果とも上層部において制約条件の下限値近くの値となっており、水平剛性分布制約条件が耐震壁の配置計画に大きな影響を及ぼしていると判断される。

### 4.5.3 平面規模が及ぼす探索効率と最適解への影響

分枝限定法は generate-and-test 過程を基本としているため、解探索に要する計算量は一般的に決定変数の数に関して指数オーダーとなる。本項と次項では、設計対象建物の規模（設計変数の数）が探索効率に及ぼす影響について考察する。

図 4.15 に示す平面規模の異なる 3 つの設計対象建物について耐震壁の最適配置計画を行う。いずれの設計例も 4 層、階高 3.5m であり、制約条件の許容値に関するパラメータはそれぞれ、 $C_0 = 0.2$ 、許容層間変形角  $1/300$ 、水平剛性分布の許容偏差  $\epsilon_k = 0.6$ 、許容偏心率  $R_a = 0.15$  に設定する。水平剛性分布の許容偏差は後述の設計例と整合させるためやや大きな値を設定している。全層にわたる設計変数の数はそれぞれ 32, 64, 96 個であり、3x3 スパン、4x4 スパン設計例はそれぞれ 2x2 スパン設計例の 2, 3 倍となっている。

図 4.16 に、設計変数の数と生成される部分問題数との関係を示す。この図から、部分問題数すなわち計算量は設計変数の個数の指数オーダーで増加していることが確認される。しかし、可能な組合せ数は、3x3 スパン設計例（設計変数 2 倍）では 2x2 スパン設計例の  $2^{(64-32)} \approx 4.29 \times 10^9$  倍、4x4 スパン設計例（設計変数 3 倍）では  $2^{(96-32)} \approx 1.84 \times 10^{19}$  倍となることを考えると、計算量の増加率は総列挙法に比べて非常に小さい。

各設計例から得られた最適壁配置、最小壁量および初期状態と最適配置の力学特性を図 4.17~ 図

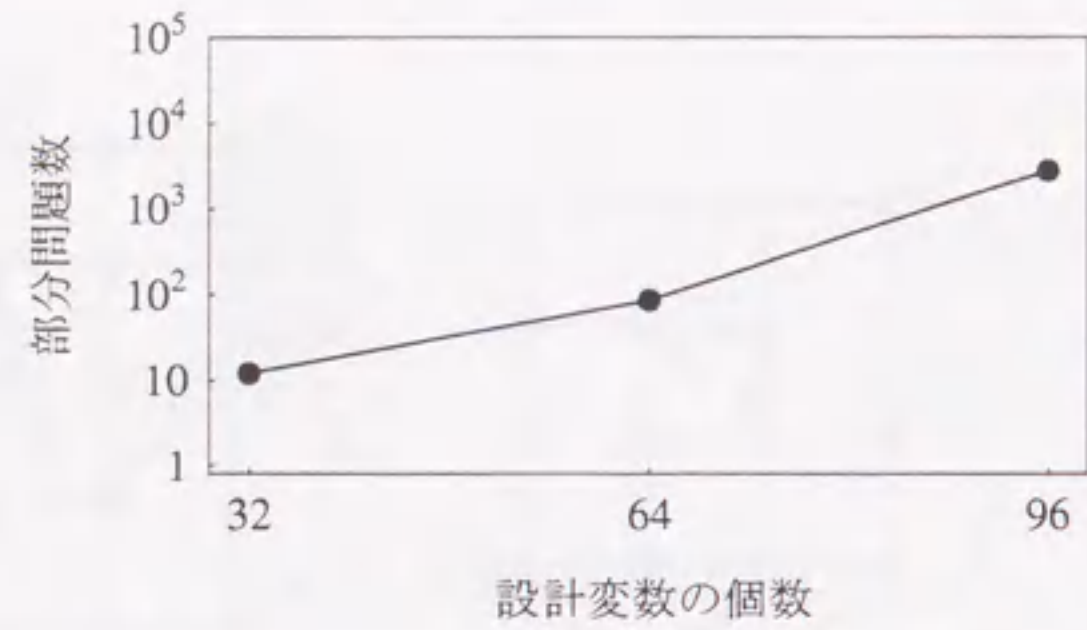


図 4.16 設計変数の数と生成される部分問題数との関係

4.20, 図 4.21~ 図 4.24 および図 4.25~ 図 4.28 に示す. なお, 複数の最適解が得られた設計例ではそのうちの 1 つを示している.

2×2 スパン設計例では, 各方向に奇数枚の耐震壁を配置すると偏心が大きくなるので, どの層も偶数枚の壁が対になるように配置されている. また配置候補位置が全て隅角部であるため, 上層での配置を可能にするには第 1 層の水平剛性を大きくする必要があり, そのため最小壁量が大きくなっている. このように, スパン数が少ない平面では壁配置候補位置が少なく, 条件の厳しい場所への配置を余儀なくされるため, 結果的に得られる最小壁量が多くなる.

3×3 スパンおよび 4×4 スパン設計例では多くの配置候補位置が存在するため, 隅角部への配置が避けられた最適配置結果となっている. 3×3 スパンの設計結果では, 第 1,2 層において外周の 4 枚の壁のみでは不足する強度を, 偏心の寄与が小さい内壁によって補っているが, 4×4 スパン設計例ではさらに配置候補位置が十分に存在するため, 全ての耐震壁が外周に配置されている. 両設計とも, 水平剛性分布制約条件が設計に及ぼす影響が小さく, 配置候補位置も十分に多いため, 強度の下限値 (必要強度) に近い経済的な設計結果となっている.

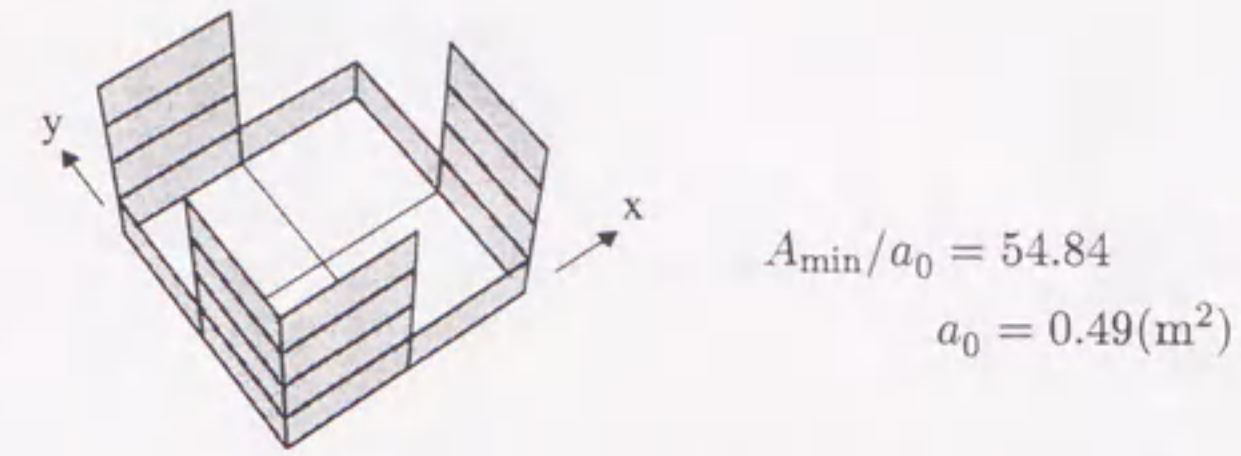


図 4.17 最適壁配置結果と最小壁量

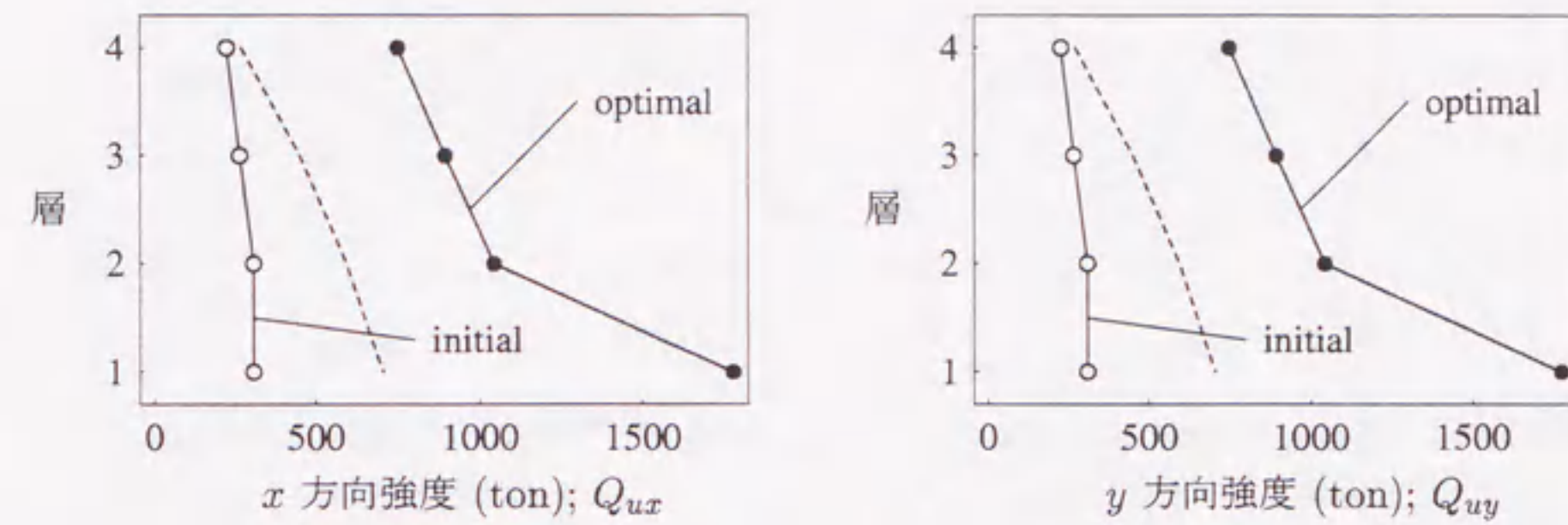


図 4.18 強度 (保有水平耐力) の高さ方向分布

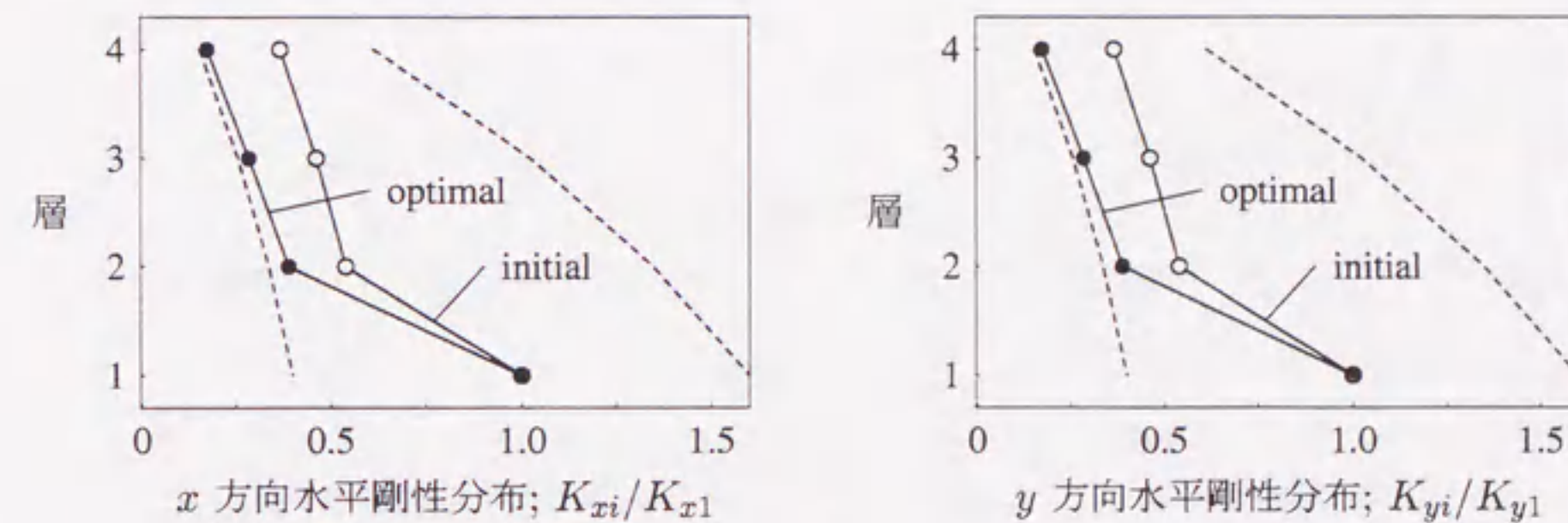


図 4.19 水平剛性の高さ方向分布

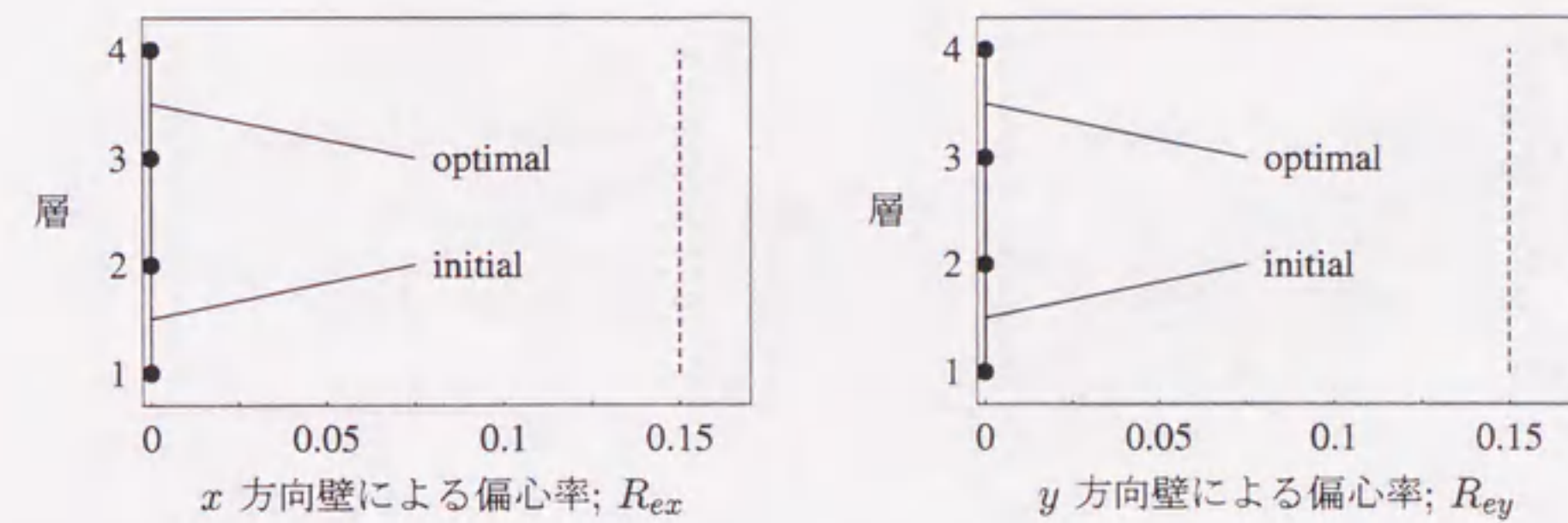


図 4.20 偏心率の高さ方向分布

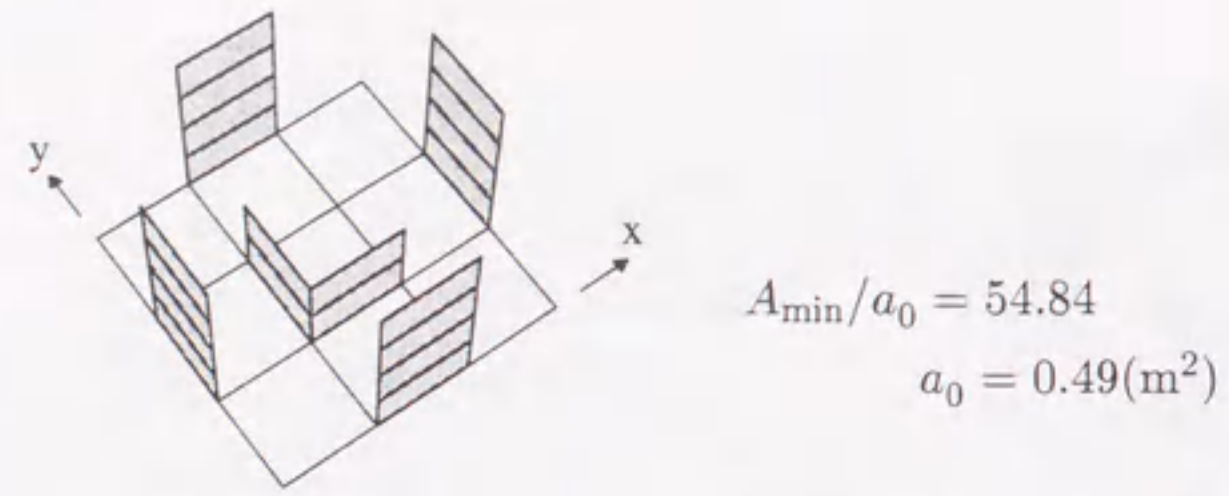


図 4.21 最適壁配置結果と最小壁量

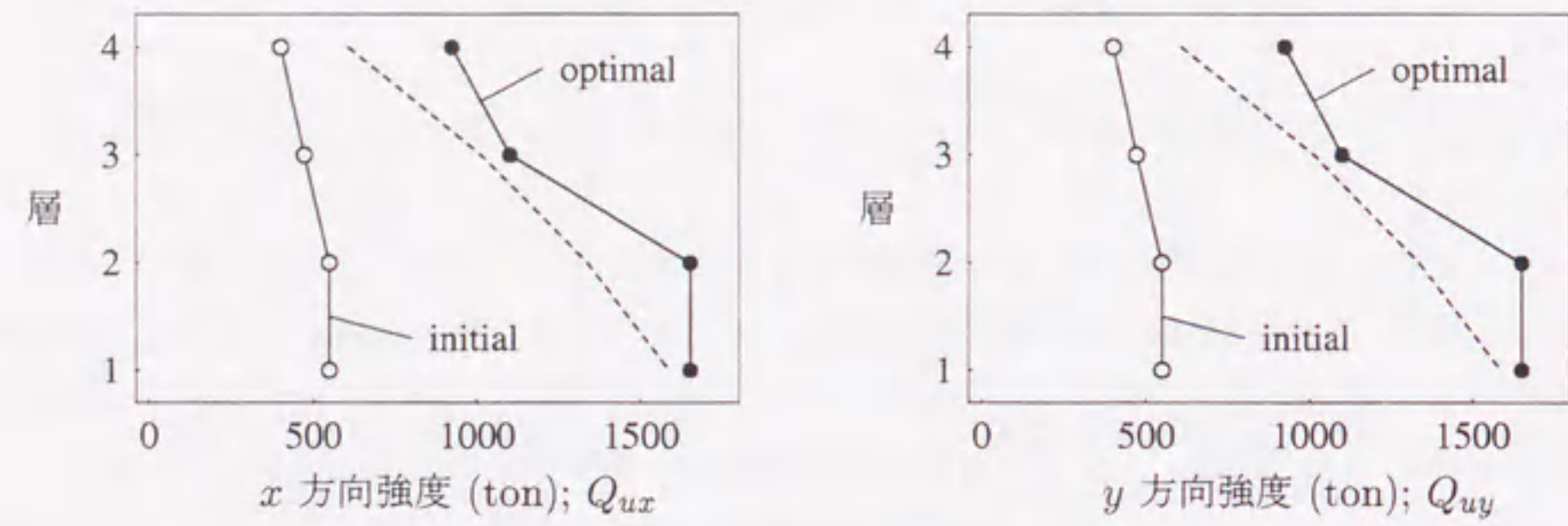


図 4.22 強度（保有水平耐力）の高さ方向分布

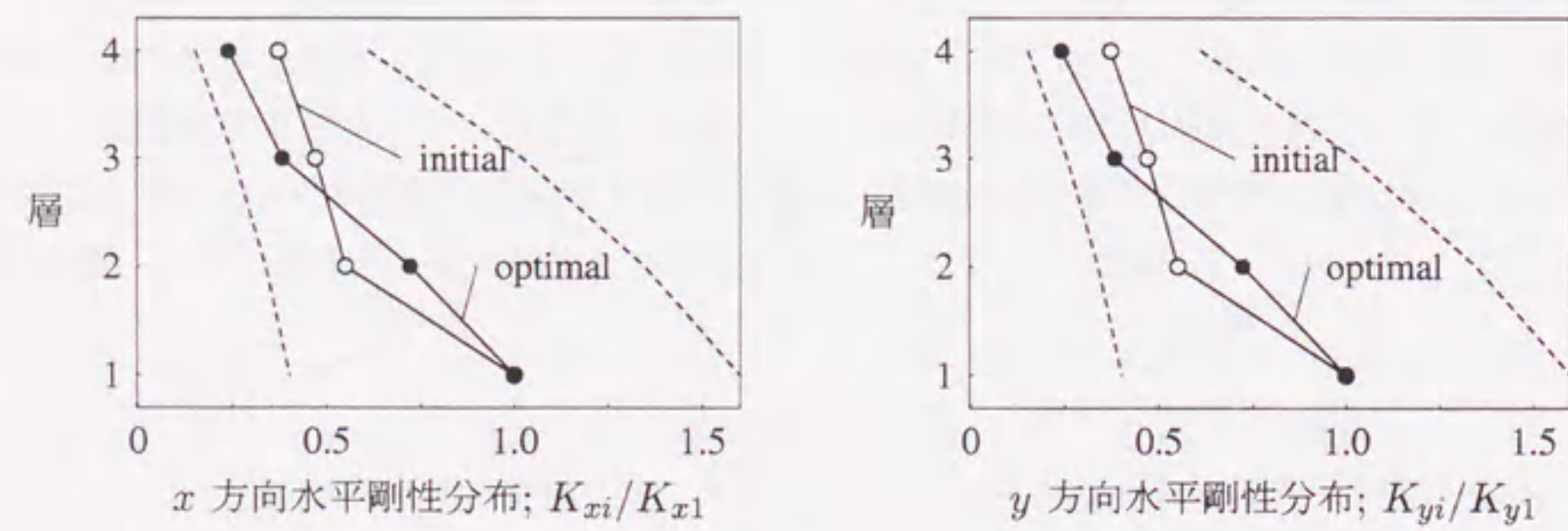


図 4.23 水平剛性の高さ方向分布

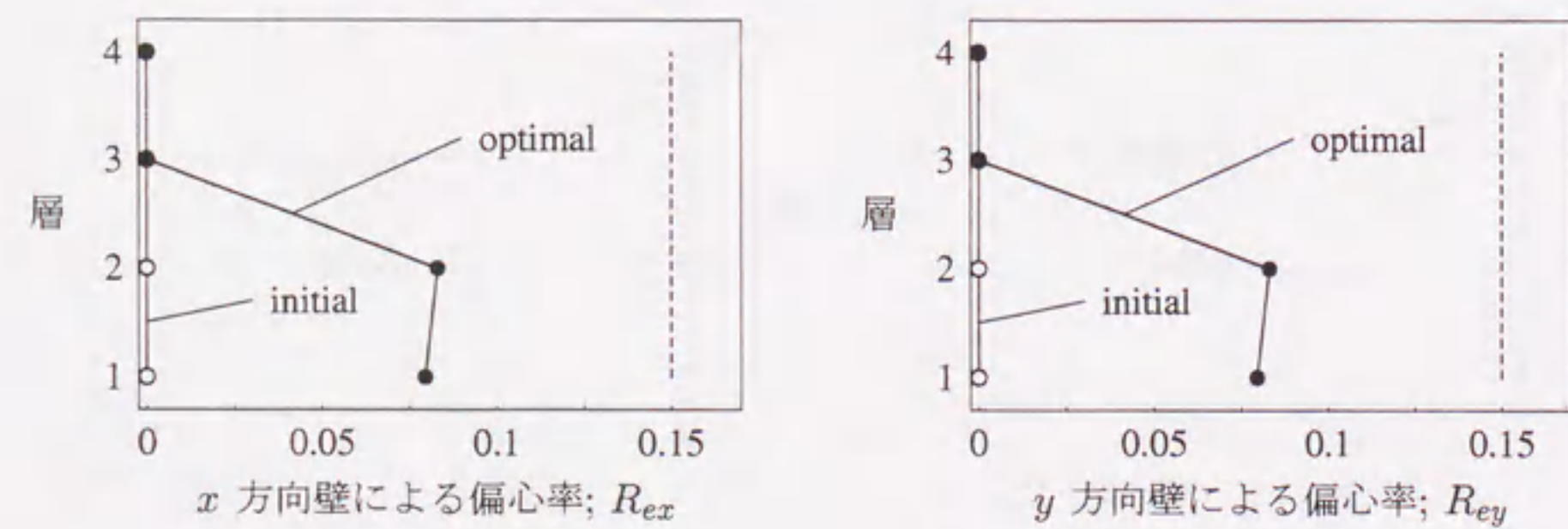


図 4.24 偏心率の高さ方向分布

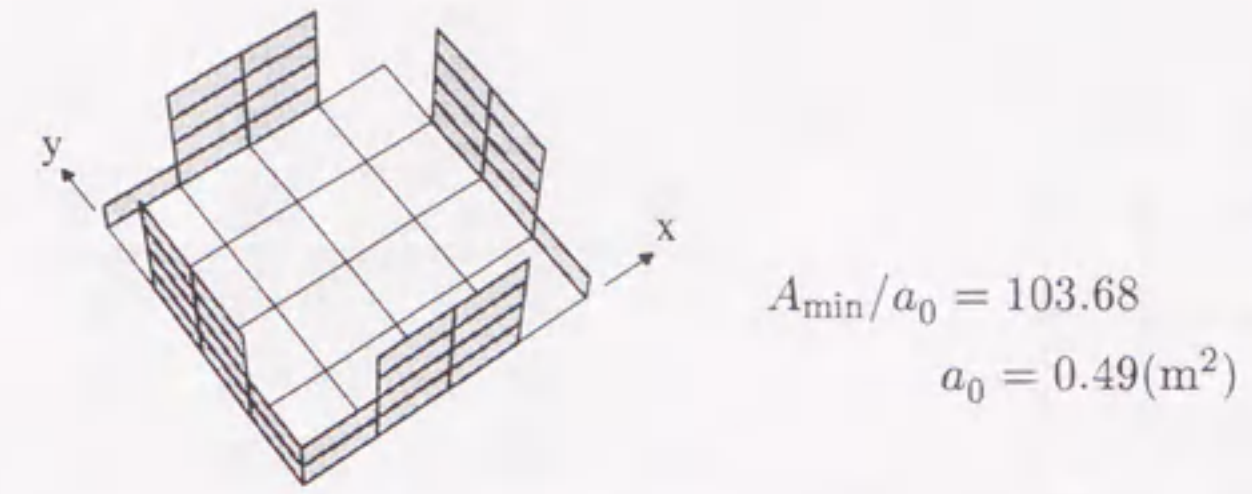


図 4.25 最適壁配置結果と最小壁量

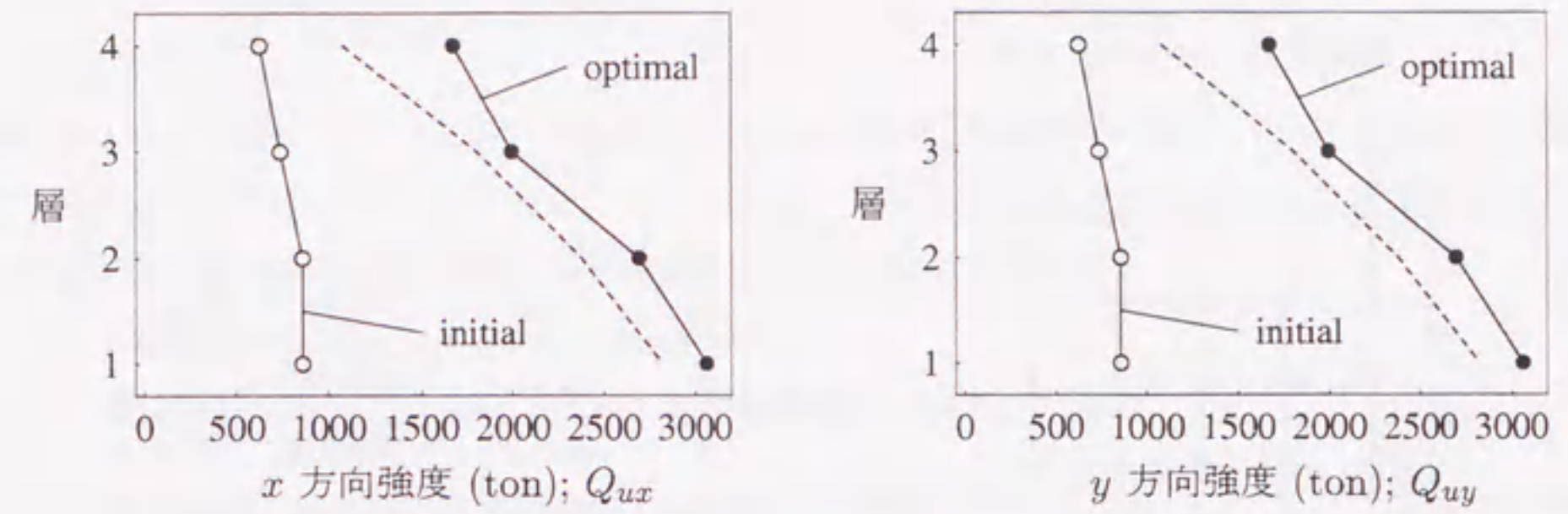


図 4.26 強度（保有水平耐力）の高さ方向分布

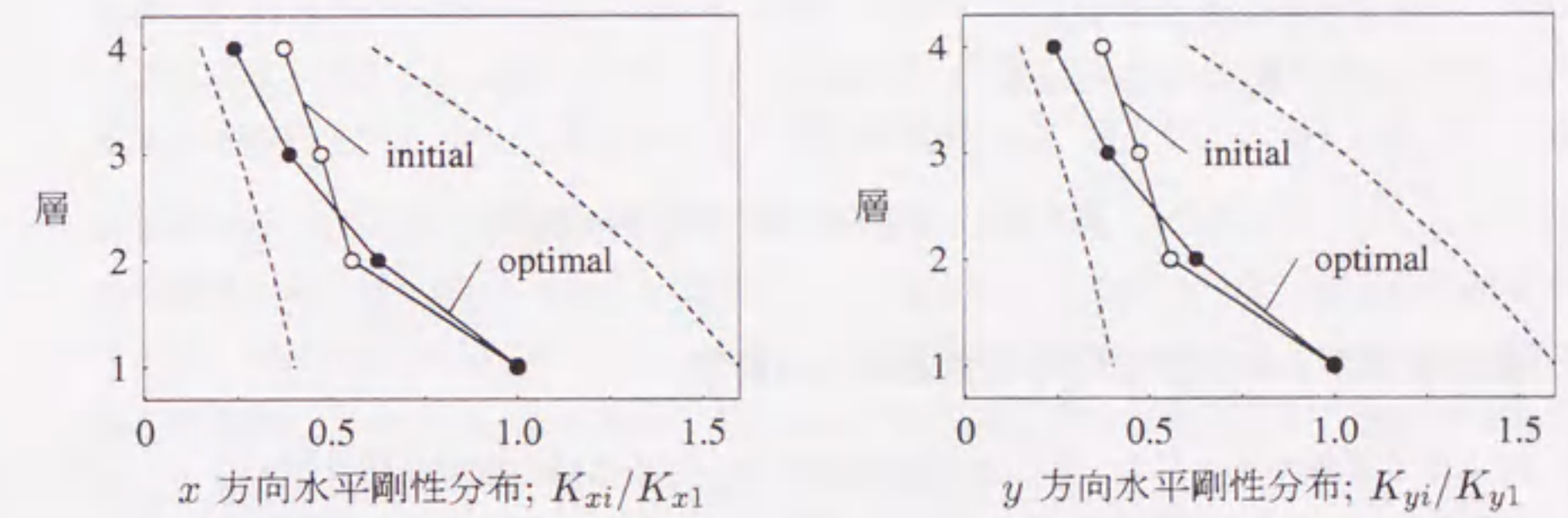


図 4.27 水平剛性の高さ方向分布

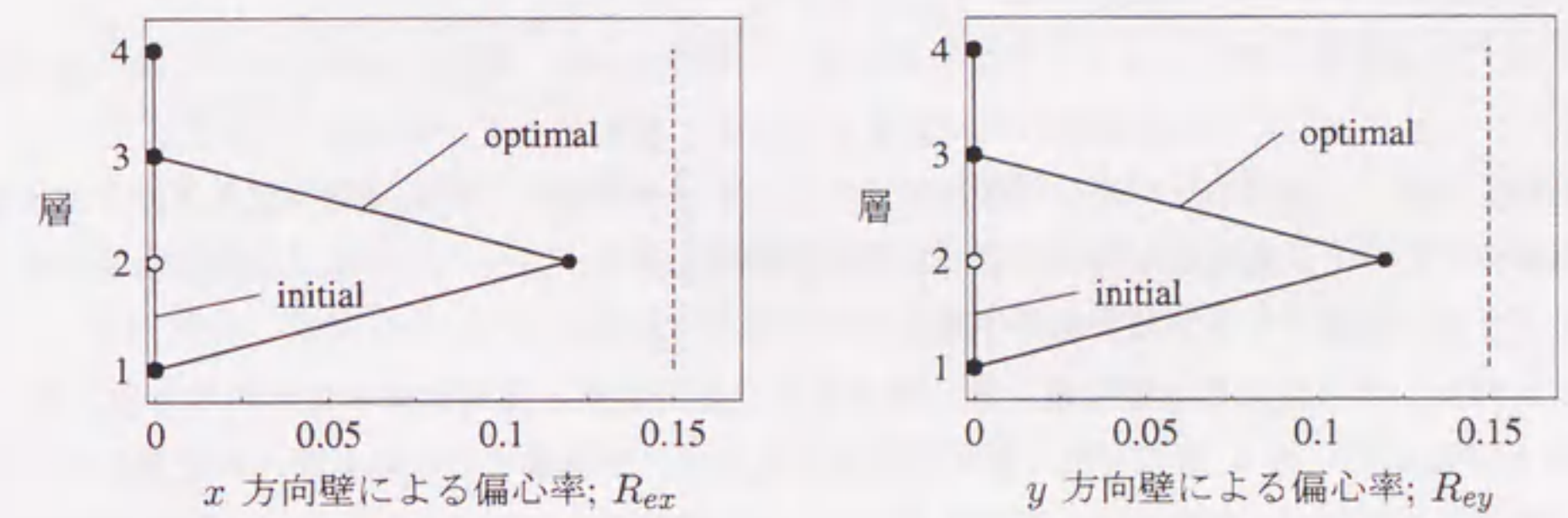
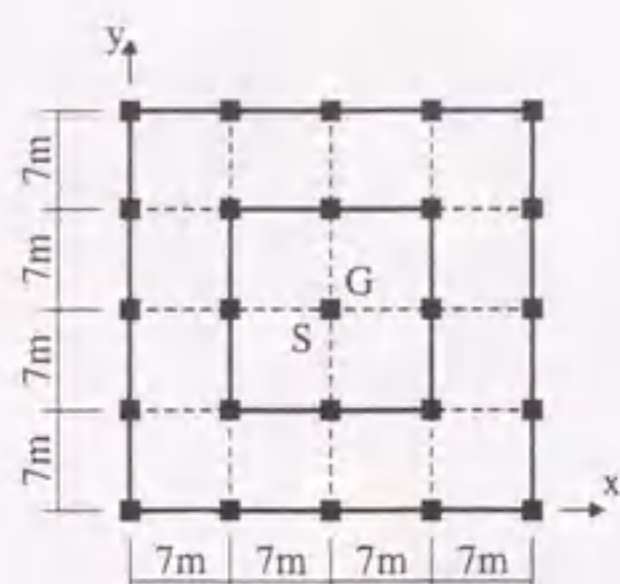
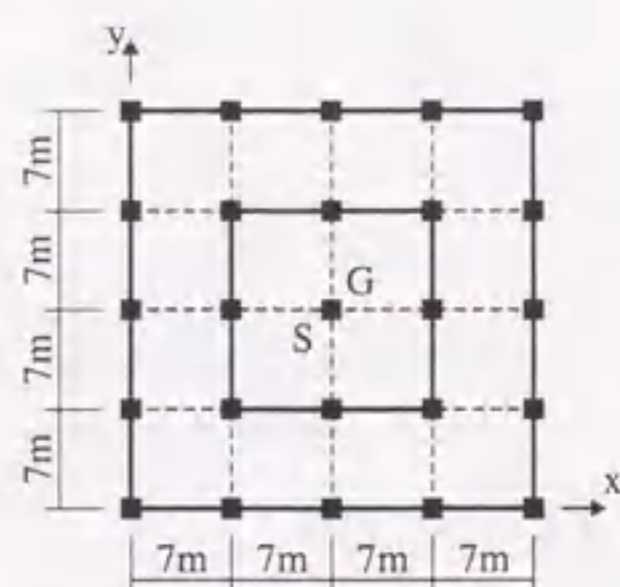


図 4.28 偏心率の高さ方向分布



層重量 = 940.8 ton  
建物重量 = 5644.8 ton



層重量 = 940.8 ton  
建物重量 = 7526.4 ton

層	柱	梁	壁厚
6	70×70	30×65	21
5	80×80	35×70	24
4	85×85	35×70	27
3,2,1	90×90	40×70	30
基礎	—	45×110	—

(柱, 梁, 壁厚の単位: cm)

層	柱	梁	壁厚
8	80×80	30×70	24
7	90×90	30×70	27
6,5,4	95×95	35×75	30
3,2,1	100×100	40×80	33
基礎	—	45×120	—

(柱, 梁, 壁厚の単位: cm)

図 4.29 層数が異なる設計対象建物

#### 4.5.4 建物層数が及ぼす探索効率と最適解への影響

図 4.29 に示す層数の異なる 2 つの設計対象建物について耐震壁の最適配置計画を行う。いずれの設計例も階高は 3.5m であり、制約条件の許容値に関するパラメータも前項と同じに設定する。前項の 4×4 スパン 4 層設計例も含めると、全層にわたる設計変数の数はそれぞれ 96, 144, 192 個であり、6 層, 8 層設計例はそれぞれ 4 層設計例の 1.5, 2 倍となっている。

図 4.30 に設計変数の数と生成される部分問題数との関係を示す。層数の増加によって設計変数の数が増加し、それによって部分問題数はほぼ設計変数の数の指数オーダーで増加している。しかし、前項の結論と同様に、総列挙法に比べて増加率は非常に小さい。また、平面規模の拡大に伴う部分問題数の増加率に比べて、層数の増加による部分問題数の増加率は小さい。これは、低層建物を対象にしたときよりも、優越テストが効果的に作用しているためである。

各設計例から得られた最適壁配置、最小壁量および初期状態と最適配置の力学特性を図 4.31～図 4.34 および図 4.35～図 4.38 に示す。壁配置結果を見ると、中間層までは隅角部への配置が見られるが、上層ではこれまでの考察結果と同様に隅角部への配置が避けられている。また、層数が増えると、連層耐震壁の全体曲げ変形の影響により上層部で水平剛性不足となり、最適配置の水平剛性分布は下

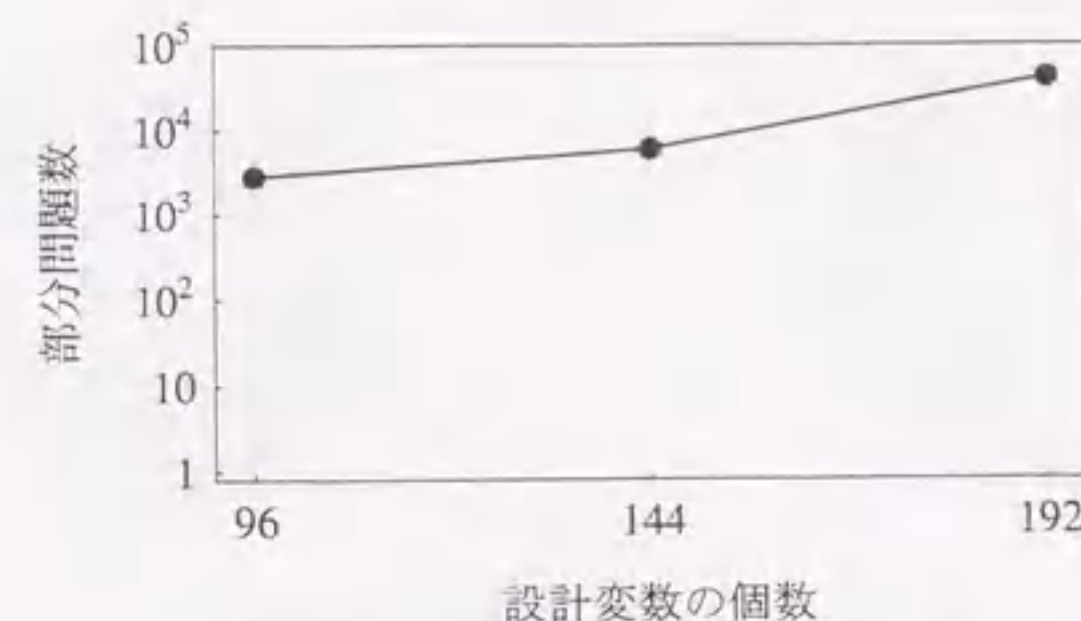


図 4.30 設計変数の数と生成される部分問題数との関係

限値近くになっている。これは、本設計における水平剛性評価法では連スパンによる剛性の増大効果を考慮していないことが一因であると考えられる。そのため、上層の水平剛性を確保するために下層にも耐震壁が配置され、結果的に過剰強度の不経済な設計となっている。

#### 4.5.5 設計結果から明らかとなった本設計問題における問題点

本節で行った数例の壁配置設計結果から、本設計問題において改善すべき以下の問題点が明らかとなった。

1. 基礎浮き上がり制約条件は第 1 層の水平剛性に依存しているが、連層耐震壁脚部の側壁の効果などを正當に評価していない。そのため、隅角部など基礎浮き上がりに対して不利な場所への配置を可能とするために、第 1 層の水平剛性を増加した、強度的には過剰な設計となる。
2. 本設計では、水平剛性分布条件を第 1 層水平剛性に対する比率で規定している。これは全ての層の層間変位を第 1 層のそれに近づけようとするものであるが、一般に連層耐震壁を用いた設計では、第 1 層の水平剛性は大きくなる。また水平剛性算定時には連スパンによる剛性の増大効果を考慮していない。このような理由から、比較的多層の建物に対する壁配置結果では中間層から上層にかけて水平剛性が下限値を下回る傾向にある。
3. 連層耐震壁のみを用いた多層建物の設計では、上記 1, 2 などの理由により不経済な壁配置傾向となることが認められた。連層耐震壁に対して非連層壁配置は、配置状況によっては良好な構造システムを経済的に実現できる可能性があり、非連層配置を許容した最適壁配置計画も考える必要がある。
4. 各層ではねじれ剛性最大の壁配置を用いているが、実際の設計では必ずしも最大である必要はなく、これを緩和することにより、壁量の少ない最適壁配置が得られる可能性がある。ただしこの場合、建物のねじれ振動特性を十分反映した制約条件を設定する必要がある。

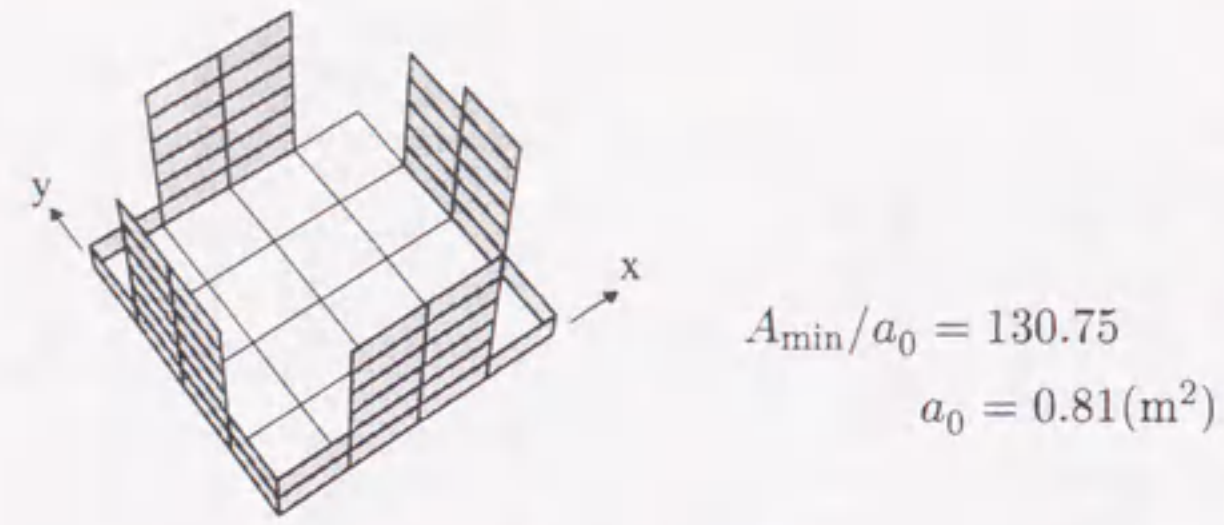


図 4.31 最適壁配置結果と最小壁量

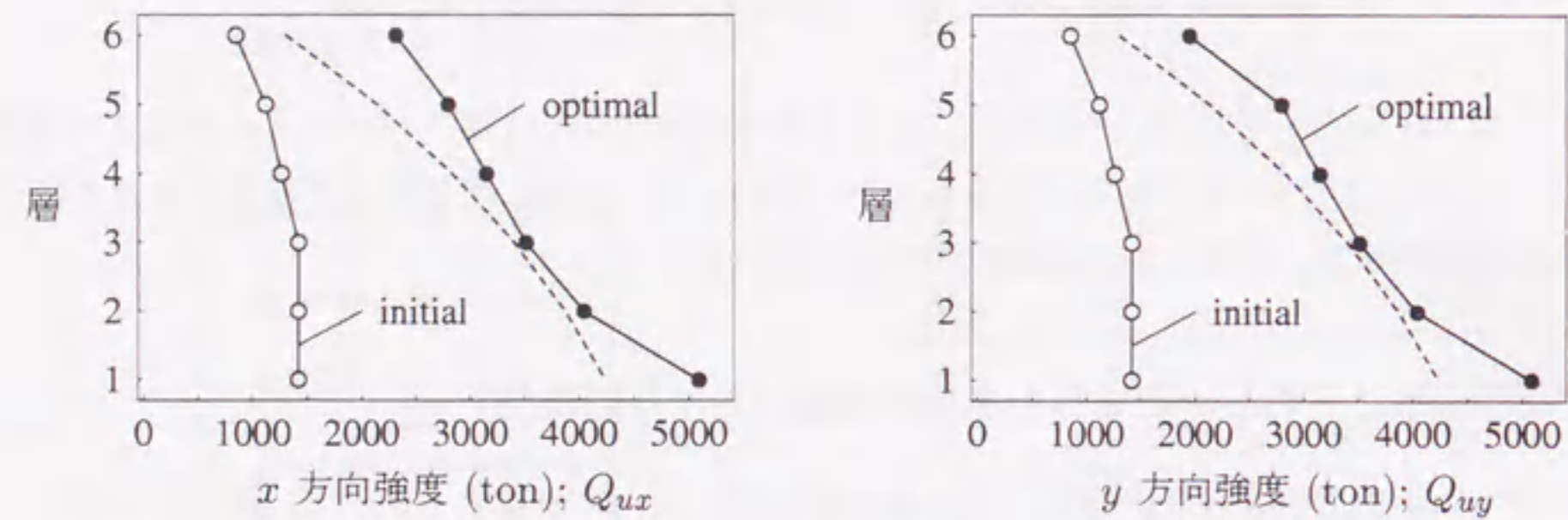


図 4.32 強度（保有水平耐力）の高さ方向分布

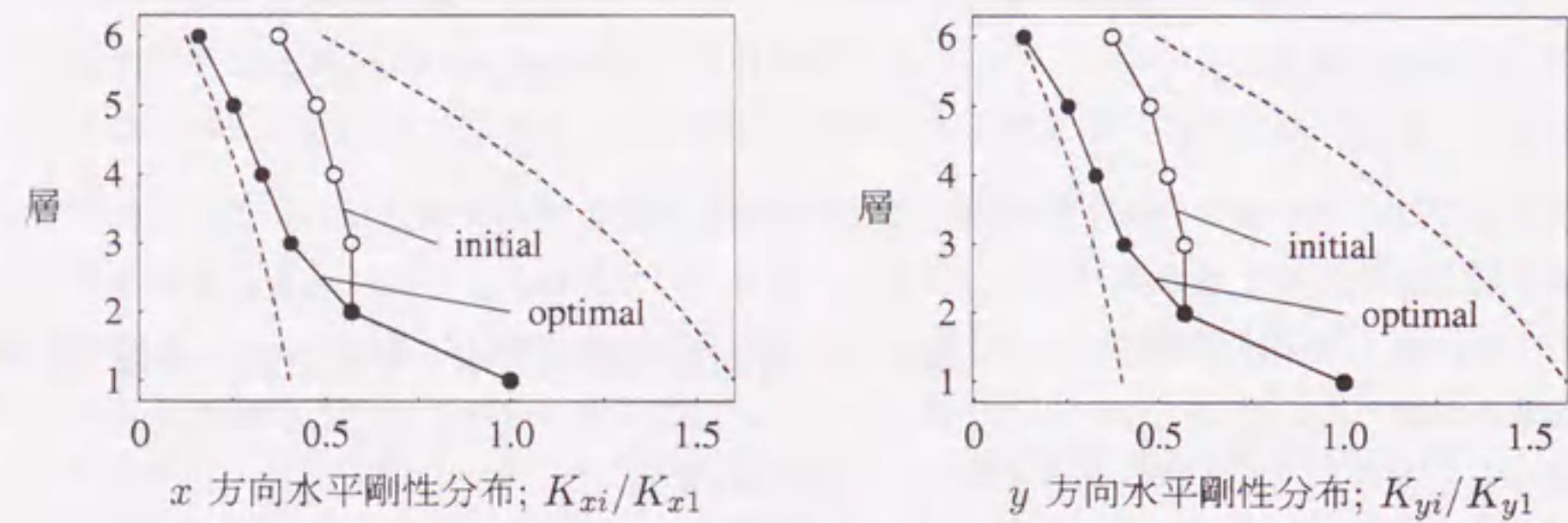


図 4.33 水平剛性の高さ方向分布

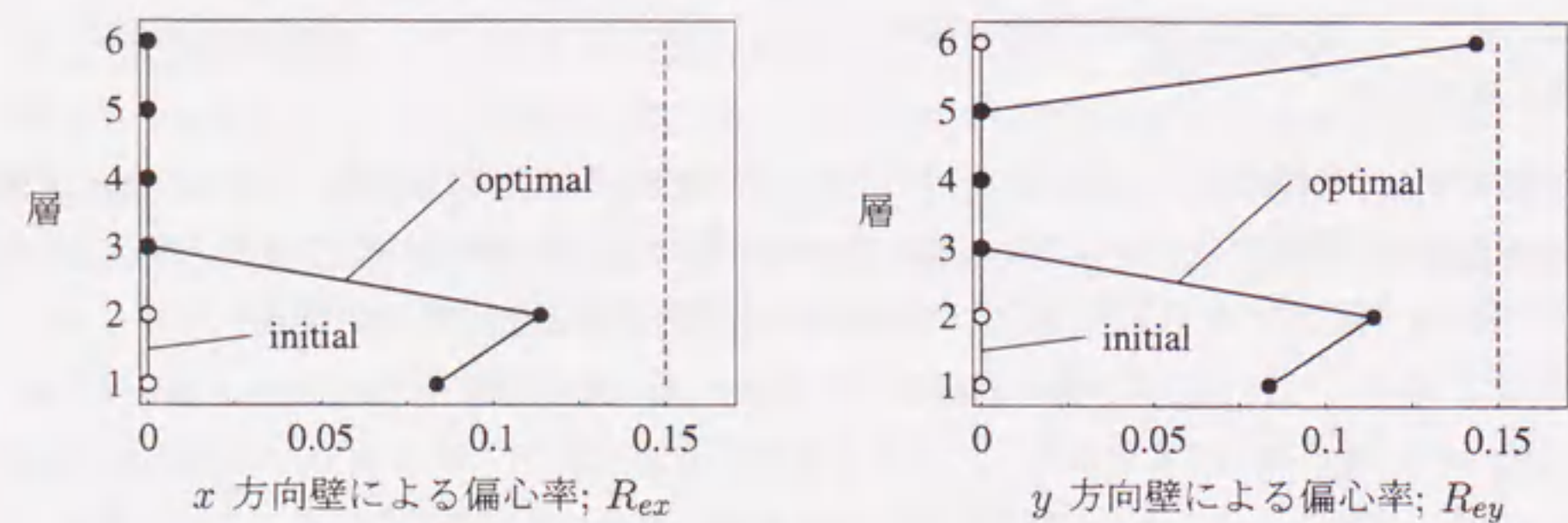


図 4.34 偏心率の高さ方向分布

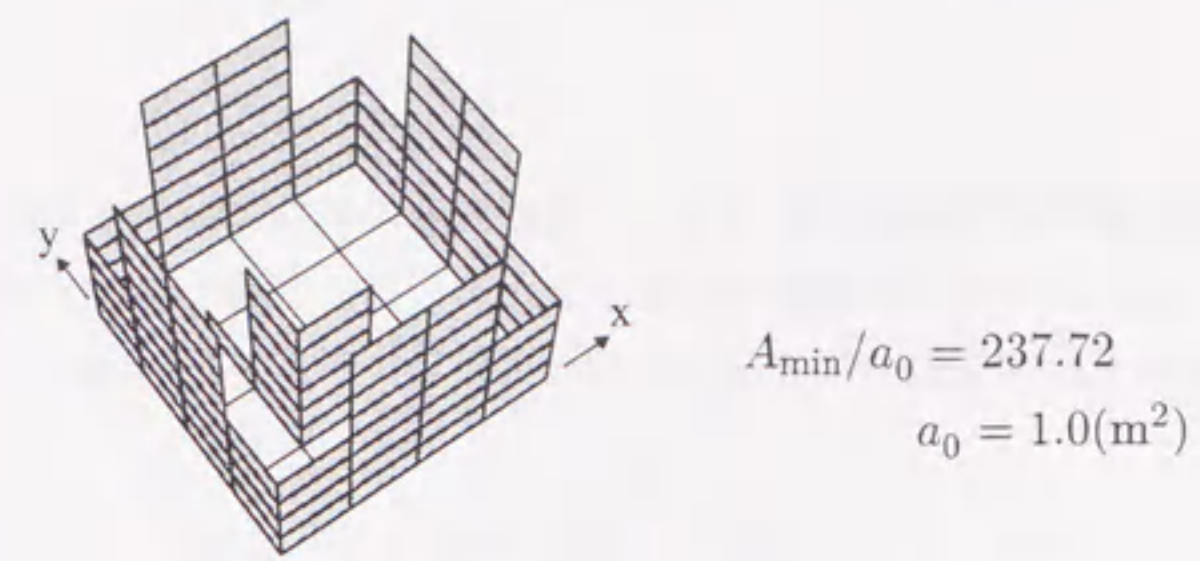


図 4.35 最適壁配置結果と最小壁量

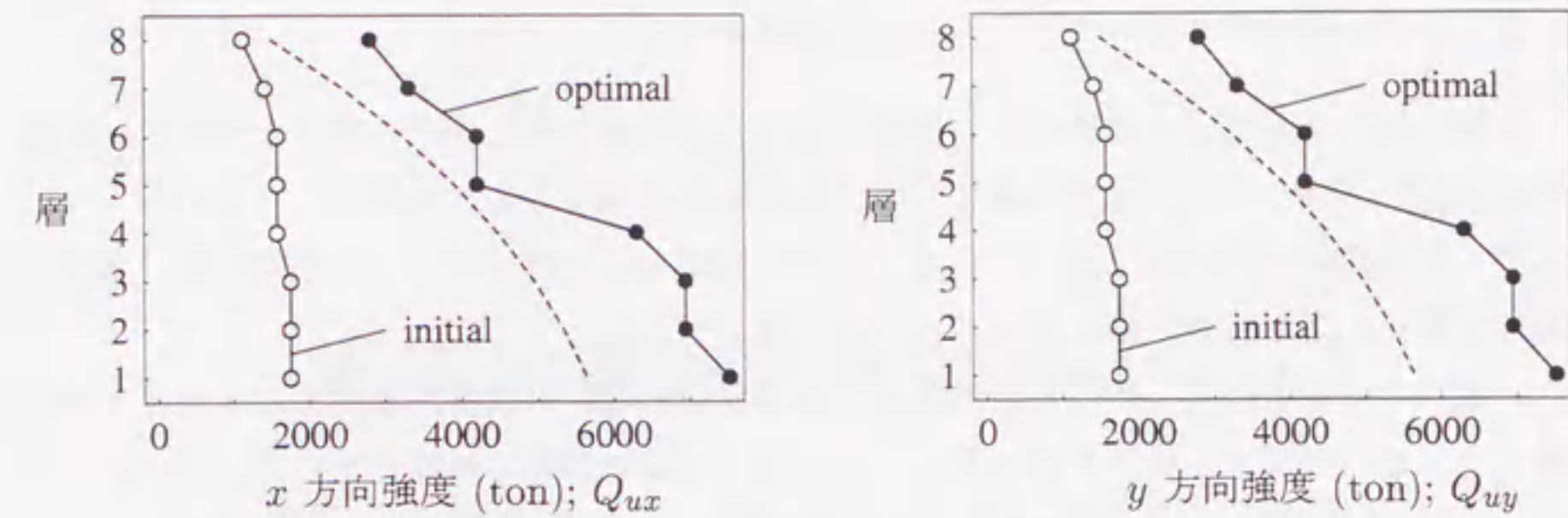


図 4.36 強度（保有水平耐力）の高さ方向分布

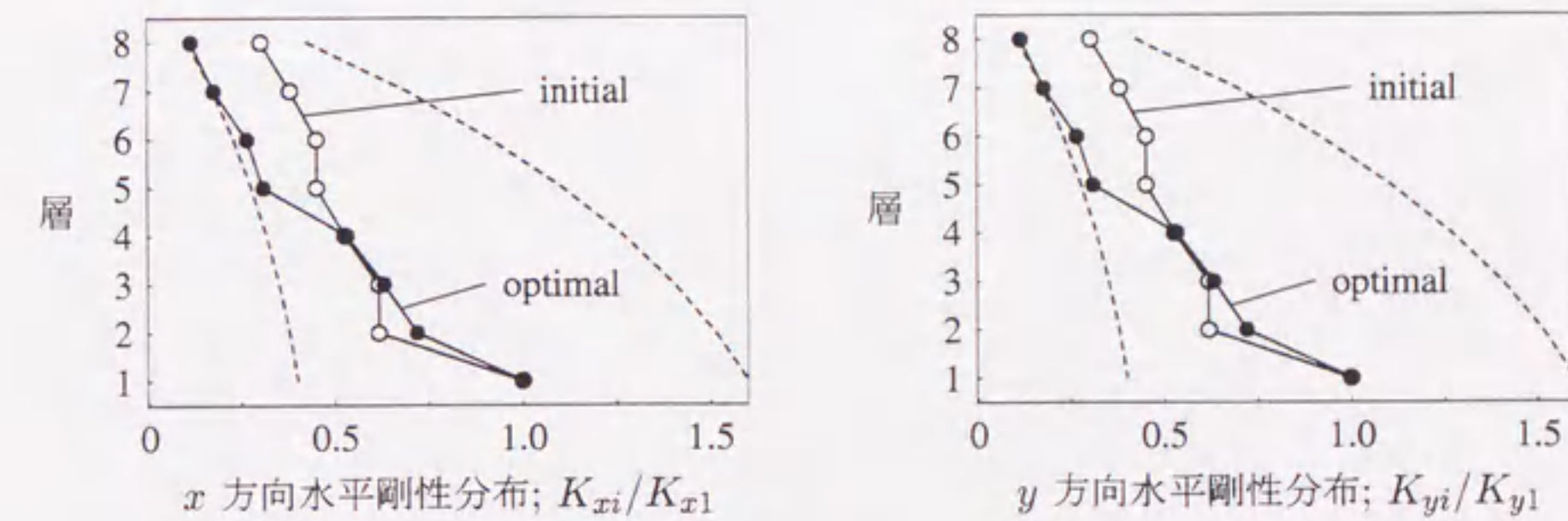


図 4.37 水平剛性の高さ方向分布

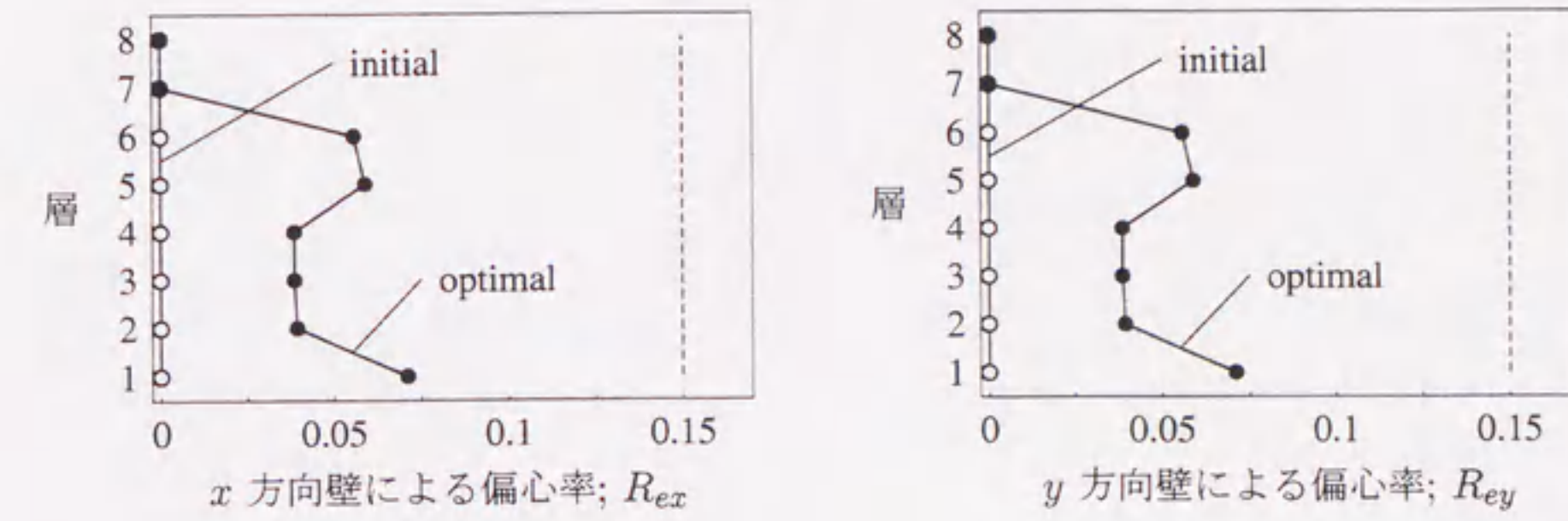


図 4.38 偏心率の高さ方向分布

#### 4.6 まとめ

耐震壁の最適配置計画問題は離散的最適化問題であり、設計変数の増加に伴いその組合せ数は指数関数的に増加する。したがって、効率的に最適解を探索するためには、問題の構造・特性を十分理解した上で、問題に応じた効果的な探索規則を用いなければならない。本章では、高さ方向最適化手法の効率化のため、

1. 優越テスト
2. 平面壁配置の対称性を利用した限定操作
3. 上層における許容解存否のテストによる限定操作

を用いた最適化手法を提案し、数例の設計例題に適用して探索効率に関する考察を行った。本章で設定した探索規則は、「全く同じ計算は省略する」とか「問題を単純化して処理する」というように、設計者（人間）が実際の設計の際に行っていることや、知識として持っているものであり、本手法はこれを数理的に記述して計算機を用いた構造計画を可能としている。

さらに、数例の壁配置設計結果の力学特性に対する考察から、本設計問題における改善すべき問題点を指摘した。この問題点を解決するために、第6章で本設計問題の再設定を行う。

## 第II部

### 実用的壁配置計画のための 精度向上と最適化手法の改良

## 第5章

### 有壁 RC 架構の力学挙動に関する既往の研究

現行の耐震設計法による RC 建物の設計では、空間的な強度・剛性分布を保有水平耐力、層間変形角分布、偏心率によって評価しており、本研究でもこれらの指標に準拠した制約条件を導入してきた。これらは過去の震害調査結果をふまえて導入された指標であるが、その評価方法・指標に全く問題がないわけではないことが、既往の研究などで指摘されている。本章では、RC 建物の耐震設計・構造解析を対象として、建物強度・剛性・偏心率の精度向上を目指した既往の研究を概観し、現行設計法の問題点や提案されている新しい評価指標について述べる。

■有壁 RC 骨組の保有水平耐力 耐震設計法（ルート2-1）による RC 建物の設計では、良好な構造計画がなされた建物を対象として、柱および耐震壁の断面積により略算的な保有水平耐力の算定が行われている。この方法は、詳細な保有水平耐力の検討を省略することを意図して、日本における過去の RC 建物の被害調査結果から得られた非常に簡便な式である。しかし一方で、この方法による耐震性能の評価には曖昧さが残ることや、保有耐力と変形性能を合わせて検討する必要があることなどの問題点が指摘されている<sup>56)</sup>。

耐震壁あるいは耐震壁を含む RC 骨組の解析的研究はこれまで数多く行われ、新たな知見が報告されている。称原ら<sup>57)</sup>は RC 耐震壁の力学機構を梁的なものとアーチ的なものに分け、連層耐震壁の終局耐力理論式を導出しており、広沢式や修正荒川式など既往のせん断耐力実験式よりも煩雑であるものの、精度がよいことが示されている。白石ら<sup>58), 59)</sup>は、称原らの理論に圧縮側柱のせん断力負担を考慮したモデルを提案し、曲げ降伏後の耐震壁の耐力を、曲げモーメント補正項を導入して陽表現している。また益尾<sup>60)</sup>は、周辺架構の終局耐力に対応した拘束係数を理論的に導入し、耐震壁のせん断耐力を算定している。

RC 平板実験結果に基づく耐震壁の非線形 FEM 解析法<sup>61), 62), 63)</sup>や、3本の鉛直材と2本の斜材によるモデル化<sup>64)</sup>など、非線形解析を可能にするモデル化・解析手法もいくつか提案され、また非線形 FEM 解析による3次元解析も行われている<sup>65), 66)</sup>、このように、実現象に合った精度のよい解析が可能となってきているが、計算が煩雑であるのも否めない。

一方、有壁 RC 骨組の実験的研究も数多く行われている<sup>67)</sup>。園部ら<sup>68)</sup>は連層壁配置架構と市松壁配置架構との水平加力実験を行い、壁配置形式が初期剛性や破壊性状に及ぼす影響について考察している。連スパン壁を含む架構の水平加力実験<sup>69)</sup>や2方向載荷実験もいくつか行われている。独立連層耐震壁に対する2方向載荷実験では、1方向載荷時に比べて変形能力低下や側柱の面外方向剛性の低下が報告されている<sup>70), 71)</sup>。また溝口ら<sup>72), 73), 74)</sup>は、L形耐震壁の2方向載荷実験から、直交壁



を考慮しない現行の耐力算定では危険側の評価になる可能性があることを指摘している。

■有壁RC骨組の弾性剛性評価 有壁RC骨組の弾性剛性算定方法としては、 $n$ 倍法、D値法<sup>75)</sup>、線材置換法、ブレース置換法などが挙げられる<sup>76)</sup>が、これらのほとんどは連層耐震壁に対応した解析法である。一方、非連層耐震壁の解析法は様々な解析手法が提案されてきている。

富井ら<sup>77), 78), 79), 80), 81), 82)</sup>は、1層1スパン耐震壁（以降、独立壁と記述）あるいは連スパン壁や連層壁などの連続壁を対象にして、エアリー応力関数から算定した厳密な弾性解析結果をもとに剛性マトリクスを算出している。しかしこの方法は厳密性を重視し、複雑な計算が必要とされているため、富井・山川ら<sup>83), 84), 85)</sup>は、I形梁理論とフーリエ級数を利用した実用的解法を、また井上ら<sup>86), 87)</sup>は、ブレース置換法を改良した応力解析手法をそれぞれ提案している。井上らの手法では、慣用のブレース置換法と異なり、耐震壁に取りつく梁の曲げ剛性を適切に評価している。一方吉村ら<sup>88)</sup>は、富井らの研究から得られた単独壁の剛性マトリクスを利用して、種々の非連層壁配置形式を有する平面架構の静的・動的弾性解析を行っている。前述したように富井らの剛性マトリクス算出法は煩雑であるので、吉村ら<sup>89)</sup>はD値法を拡張した非連層耐震壁の剛性評価法を提案している。

近年では直交壁の影響を考慮した壁剛性算定が行われ、有壁骨組の立体的な扱いが可能となってきた。荒井らは、L形やコ形断面耐震壁を対象として、縁伸縮力を導入した剛性マトリクス算定法<sup>90)</sup>や、その略算法としてD値法を拡張した[D]値法<sup>91), 93)</sup>を提案し、さらにこれらの手法と、立体の効果を無視した構面ごとの解析結果との比較から、耐震壁の立体の効果を正當に評価すべきであることを指摘している<sup>92)</sup>。

以上の研究によって、耐震壁の剛性は非常に精度よく算定することが可能となってきた。このように、これまでの耐震壁に関する研究ではそのモデル化や解析手法の開発が主目的であったため、耐震壁の配置が架構全体に及ぼす影響を考察した研究はごく一部であり、また、これらの解析手法の構造計画への応用や、そこから得られる設計方針に対する提案などが論じられている研究は皆無である。

■立体架構のねじれ評価法 偏心を有する構造物は、風や地震力などの水平力が作用すると、並進変位に振れ変位が付加されて局所的に過大な変位応答を生じ、損傷が集中する可能性があるため、構造設計上の配慮が必要となる。しかし、多層偏心構造物のねじれ応答性状には偏心距離や弾力半径など様々なパラメータが関与するため、その特性を十分に把握する一般的な手法は未だ確立されていない。現行の耐震設計法では、偏心距離と弾力半径との比を偏心率と定義し、ねじれやすさの指標としているが、偏心率では動的ねじれ応答特性を十分に反映できないことが指摘されており、偏心率に代わる新たなねじれ評価指標が数多く提案されている。

山崎<sup>94)</sup>は、建物のねじれやすさの検討には、偏心比（偏心距離と質量回転半径との比）と弾力半径比（弾力半径と質量回転半径との比）を、それぞれ独立した量として評価する必要性を指摘しており、確率論に基づくねじれ応答量推定手法によって偏心構造物の弾性ねじれ応答性状を検討している。また坂本ら<sup>95)</sup>は、弾性域におけるねじれ振動特性を対象に、1軸偏心架構の動的ねじれ特性を表す指標として最大値応答に基づく動的ねじれ偏心パラメータを提案し、その簡便な略算式を示している。この略算式は1次振動モードが卓越するときに適用することができ、1層および多層立体架構の時刻歴応答解析により略算式の適用範囲が示されている。

弾塑性域におけるねじれ振動特性を扱った研究もいくつか報告されている。鈴木ら<sup>96)</sup>は、1層偏心構造物の弾塑性ねじれ振動解析結果から偏心率のみではなく建物平面の辺長比も耐震性の優劣に関与

することを指摘している。尾崎・小豆畑ら<sup>97), 98), 99)</sup>は、耐力（強度）の偏在に着目した指標（せん断-ねじれ耐力比）を提案し、偏心建物の損傷予測を試みている。佐武<sup>100)</sup>は、偏心率によって各層ごとの耐力割増率を決める現行の耐震設計法の問題点を指摘し、各構面ごとの耐力割増を奨励している。この文献では、SRSS法による最大せん断力分布に基づいて耐力補正係数を定義し、各構面の耐力の適正配分を行っている。大村ら<sup>101)</sup>も、有壁RC架構の非線形FEM解析から、佐武の研究と同じく各構面ごとの耐力割増の必要性を指摘している。また、島崎ら<sup>102), 103)</sup>は1軸偏心構造物を対象として、弾性モード解析結果から各層各構面の累積塑性変形倍率を一定にするような強度分布を求め、最適強度分布と定義している。この研究では、剛性偏心を有する建物でもそれに応じて耐力が適正配分されていれば、強度の割増は必要ないと結論付けている。

■既往の研究成果の最適設計法への反映 これまで最適設計手法と実務設計との乖離が指摘され、その原因の1つとして、最適設計手法で扱っているモデルの単純さが挙げられていた。一方、近年のコンピュータ性能の急速な向上にともない、性能型構造設計への数理的手法の応用も期待されている。このような現状において、これまでの知見をできる限り最適設計手法に反映させ、設計精度を向上させていくことは重要なことである。次章以降では、既往の研究成果をふまえ、第2章で設定した壁配置問題の中で、特に強度・水平剛性分布・偏心率制約条件を改善する。

## 第6章

# 設計精度を向上させた最適壁配置問題の設定

### 6.1 はじめに

本章では、第4章の設計例題から明らかとなった工学的な問題点を改善し、設計精度を向上させるため、各制約条件を見直して最適壁配置問題の再設定を行う。

強度制約条件は現行設計法（ルート2-1）に基づき設定したものであるが、耐震壁と柱の断面積のみによる耐震性能の評価には曖昧さが残ることが指摘されているため、本章では鉄筋量や材料強度を強度算定に考慮した保有水平耐力の制約条件を設定する。層間変位の高さ方向のばらつきはその平均値からの偏差によって評価し、これまでの水平剛性分布制約条件に代わる制約条件を設定する。また、動的応答の適正化を目指して、これまでのねじれ剛性最大化条件と静的偏心率制約条件の代わりに、建物の動的ねじれ特性を反映した制約条件を設定する。さらに、第1部では連層壁配置のみを許容してきたが、経済的な設計の実現のため、非連層壁配置を許容した場合の制約条件も設定する。

上記の制約条件の下で壁量の最小化を目標にした最適壁配置問題を構成するが、第4章と同様に、平面壁配置問題と高さ方向の配置問題とに分けて定式化を行う。なお、本設計過程では多くの平面壁配置が生成されるので、計算量抑制のため力学解析にはいくつかの仮定を設ける。

### 6.2 保有水平耐力制約条件

建物の終局時の安全性は保有水平耐力によって評価されるが、耐震設計法（ルート2-1）によるRC建物の設計では、良好な構造計画がなされた建物を対象として、柱および耐震壁の断面積により略算的な保有水平耐力の算定が行われている。

$$250_i A_w + 70_i A_c \geq 0.75 A_i W_i \quad (6.1)$$

ここに、 $_i A_w$ ,  $_i A_c$  の単位は  $\text{m}^2$ ,  $W_i$  の単位は  $\text{ton}$  である。

(6.1) 式は、詳細な保有水平耐力の検討を省略することを意図して、日本における過去のRC建物の被害調査結果から得られた非常に簡便な式であり、第2.2節で設定した強度制約条件にもこの式を用いている。本節では、設計精度の向上のため鉄筋量や材料強度を正當に評価した強度算定を行い、(6.1) 式に代わる保有水平耐力の制約条件を設定する。なお、建物の保有水平耐力算定時には以下の事項を仮定する。

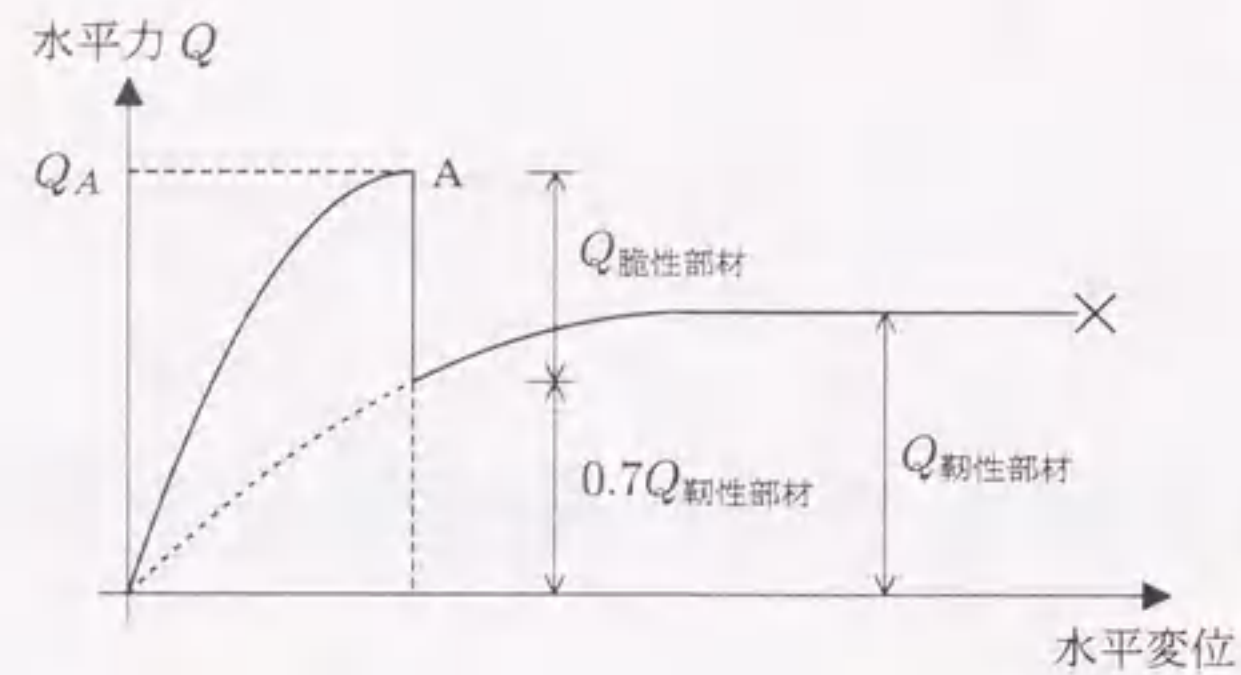


図 6.1 脆性部材と靱性部材が混在する建物の水平力-変位関係

1. 梁の強度は十分大きいとし、各層の保有水平耐力を柱および耐震壁の終局強度のみで算定する。
2. 柱および耐震壁の終局強度は、耐震診断基準（第2次診断）に基づき、せん断強度と曲げ終局時のせん断力とを比較して算定する。なお、耐震壁は「両側柱付き壁」として取扱う。
3. 計算量抑制のため、強度算定では連スパン壁や直交壁の影響は考慮しない。

耐震壁を含む設計対象建物は脆性部材と靱性部材が混在する建物の典型であり、一般的に保有水平耐力の精算が困難である。そこで上記の仮定より、第2次診断基準に基づき保有水平耐力を略算する。

図 6.1 に脆性部材と靱性部材が混在する建物の水平力-変位関係を示す。本設計のクライテリアとして、脆性部材（せん断柱およびせん断壁）の破壊時、すなわち図 6.1 中の A 点での水平力を保有水平耐力と定義すると、第  $i$  層の保有水平耐力は各鉛直部材の終局強度の線形和として算定される。第2次診断法では、鉛直部材をその破壊形式と靱性指標によって最大3つのグループに分類し、各グループの終局強度和を用いて強度（保有水平耐力） ${}_i Q_u$  が算定される。

$${}_i Q_u = {}_i Q_{u1} + \alpha_2 {}_i Q_{u2} + \alpha_3 {}_i Q_{u3} \quad (6.2)$$

ここに、 ${}_i Q_{uj} (j=1, 2, 3)$  は第  $j$  グループの終局強度和、 $\alpha_j (j=2, 3)$  は第1グループ部材（脆性部材）終局時の第  $j$  グループの終局強度低減率を表す。

本設計では極脆性柱および第2種構造要素が存在しないと仮定し、以下のようにグループ化を行う。

**第1グループ** せん断柱およびせん断壁

**第2グループ** 曲げ壁

**第3グループ** 曲げ柱

この場合、各グループの終局強度低減率は第2次診断基準より  $\alpha_2 = 1.0$ 、 $\alpha_3 = 0.7$  となり、したがって (6.2) 式は次式のようにまとめられる。

$${}_i Q_u = {}_i Q_{uw} + 0.7 {}_i Q_{uc} \quad (6.3)$$

ここに、 ${}_i Q_{uw}$  はせん断柱および耐震壁（せん断壁および曲げ壁）の終局強度和、 ${}_i Q_{uc}$  は曲げ柱の終局強度の和を表す。(6.3) 式では、脆性部材破壊時に曲げ壁および曲げ柱はそれぞれ強度の100%、70%が発揮されることを仮定している。

一方、必要保有水平耐力  ${}_i Q_{un}$  は次式で表される。

$${}_i Q_{un} = D_s F_{es} C_i W_i = D_s F_{es} Z R_t C_0 A_i W_i \quad (6.4)$$

ここに、 $D_s$  は構造特性係数、 $F_{es}$  は形状係数、 $Z$  は地域係数、 $R_t$  は振動特性係数を表す。 $F_{es}$ 、 $Z$ 、 $R_t$ 、 $C_0$  をいずれも 1.0 に設定すると、最終的に保有水平耐力制約条件は次式で表される。

$${}_i Q_{uw} + 0.7 {}_i Q_{uc} \geq D_s A_i W_i \quad (6.5)$$

(6.5) 式右辺の保有水平耐力は両側柱付き壁と独立柱の強度の和によって算定される。当該層の柱が独立柱になるか否かは壁配置に依存するため、(6.5) 式は設計変数  $L_{ij}$  に関する非線形制約条件となる。

## 6.3 層間変位制約条件

### 6.3.1 層間変位一様化制約条件の設定

第2章で設定した水平剛性分布制約条件は、全層の層間変位を第1層のそれに近づけるよう設定されたものであるが、ある標本のばらつきはその平均値からの偏差によって評価するのが一般的である。そこで本節では、層間変位一様化の制約条件を全層にわたる層間変位の平均値に対する偏差によって規定する。

1次設計用地震力に対する層間変位制約条件は次式で表される。

$$\delta_i = C_i W_i / K_i \leq \delta_a \quad (6.6)$$

$$(1 - \varepsilon_d) \bar{\delta}_M \leq \delta_i \leq (1 + \varepsilon_d) \bar{\delta}_M \quad (6.7)$$

ここに、 $K_i$  は層剛性（水平剛性）、 $\delta_a$  は許容層間変位、 $\varepsilon_d$  は層間変位分布の許容偏差、 $\bar{\delta}_M$  は第1～ $M$ 層の層間変位の平均値を表す。以降では、第1～ $i$ 層の平均層間変位を  $\bar{\delta}_i$  と記述する ( $i \cdot \bar{\delta}_i = \sum_{j=1}^i \delta_j$ )。

(6.6) 式は層間変位の上限を規定した条件であり、(6.7) 式は層間変位一様化を目指した条件である。(6.7) 式には平均値  $\bar{\delta}_M$  が含まれるため全層の壁配置が決定されなければ適用できない。しかし、下層から逐次平面配置を決定する設計過程では当該層より下層の壁配置は既知であるので、 $\bar{\delta}_M$  の上下限は求めることができる。これを利用して (6.7) 式に代わる、各層ごとに規定される制約条件を以下のように設定する。

まず、第  $i$  層より上層でも (6.7) 式を満足しなければならないので、次式の条件を追加する。

$$(M - i)(1 - \varepsilon_d) \bar{\delta}_M \leq \sum_{j=i+1}^M \delta_j \leq (M - i)(1 + \varepsilon_d) \bar{\delta}_M \quad (6.8)$$

$M \bar{\delta}_M = \sum \delta_j$  の関係より (6.8) 式は次式となる。

$$(1 + \varepsilon_d - \varepsilon_d / \xi_i) \bar{\delta}_M \leq \bar{\delta}_i \leq (1 - \varepsilon_d + \varepsilon_d / \xi_i) \bar{\delta}_M \quad (6.9)$$

ここに、 $\xi_i$  は無次元高さ ( $= i/M$ ) を表す。(6.7) および (6.9) 式が第  $i$  層で満足すべき、層間変位一様化に関する制約条件であるが、第  $i$  層より下層ではこれらを満たしているので下式が全て成立する。

$$\min_{j < i} \delta_j \geq (1 - \varepsilon_d) \bar{\delta}_M \quad (6.10)$$

$$\max_{j < i} \delta_j \leq (1 + \varepsilon_d) \bar{\delta}_M \quad (6.11)$$

$$(1 + \varepsilon_d - \varepsilon_d/\xi_{i-1}) \bar{\delta}_M \leq \bar{\delta}_{i-1} \leq (1 - \varepsilon_d + \varepsilon_d/\xi_{i-1}) \bar{\delta}_M \quad (6.12)$$

したがって、平均値  $\bar{\delta}_M$  の上下限値は次式で与えられる。

$$L_{i-1} \leq \bar{\delta}_M \leq U_{i-1} \quad (6.13)$$

ここに、

$$L_{i-1} = \max \left\{ \frac{\max_{j < i} \delta_j}{1 + \varepsilon_d}, \frac{\bar{\delta}_{i-1}}{1 - \varepsilon_d + \varepsilon_d/\xi_{i-1}} \right\} \quad (6.14)$$

$$U_{i-1} = \min \left\{ \frac{\min_{j < i} \delta_j}{1 - \varepsilon_d}, \frac{\bar{\delta}_{i-1}}{\max\{0, 1 + \varepsilon_d - \varepsilon_d/\xi_{i-1}\}} \right\} \quad (6.15)$$

(6.13) 式を (6.7), (6.9) 式に代入すると、層間変位一様化に関する制約条件は (6.7), (6.9) 式に代わり次の 2 式で表現される。

$$(1 - \varepsilon_d)L_{i-1} \leq \delta_i \leq (1 + \varepsilon_d)U_{i-1} \quad (6.16)$$

$$(1 + \varepsilon_d - \varepsilon_d/\xi_i)L_{i-1} \leq \bar{\delta}_i \leq (1 - \varepsilon_d + \varepsilon_d/\xi_i)U_{i-1} \quad (6.17)$$

各層の層間変位すなわち水平剛性は柱と耐震壁の剛性の和により算定する。柱の剛性は D 値法<sup>75)</sup> によって算出し、耐震壁の剛性は非連層配置も考慮した以下の略算法に従う。壁強度に比べて壁剛性は連スパンの影響が非常に大きい (曲げ剛性がスパンの 3 乗で効くため) ので、耐震壁の剛性算定だけは連スパンの影響を考慮する。したがって、(6.16), (6.17) 式はいずれも設計変数  $L_{ij}$  に関する非線形制約条件となる。一方、各層の水平剛性算定に直交壁の影響は無視する。

### 6.3.2 連層・非連層耐震壁に対応した水平剛性評価法

非連層耐震壁を用いた構造計画を行う場合、耐震壁の剛性はブレース置換法などで精算可能であるが、最適化過程では多数の候補 (壁配置) が生成され、それら全てに精算法を用いるのは効率上不利である。柱および連層耐震壁の剛性算定には D 値法<sup>75)</sup> があるが、非連層耐震壁の剛性算定には直接適用できないため、本節では、吉村らが提案している非連層耐震壁の D 値法<sup>89)</sup> (以下、吉村式 D 値法と記述) を改良した壁剛性略算法を提案する。

連層耐震壁の D 値法を拡張した吉村式 D 値法では、1 層 1 スパン耐震壁 (以降、単独壁と記述) の層間変形をせん断・曲げ・剛体回転変形の和として算出し、単独壁の D 値を求めている。特に剛体回転変形は、当該壁より下層柱の軸方向伸縮により生じると仮定している。この手法では、耐震壁付帯柱の軸方向剛性は独立柱のそれよりも割増されているが、立面配置による柱軸力の増減は、剛体回転変形の算定に十分反映されていない。そこで本節では、柱の軸力も考慮して剛体回転を算定する。

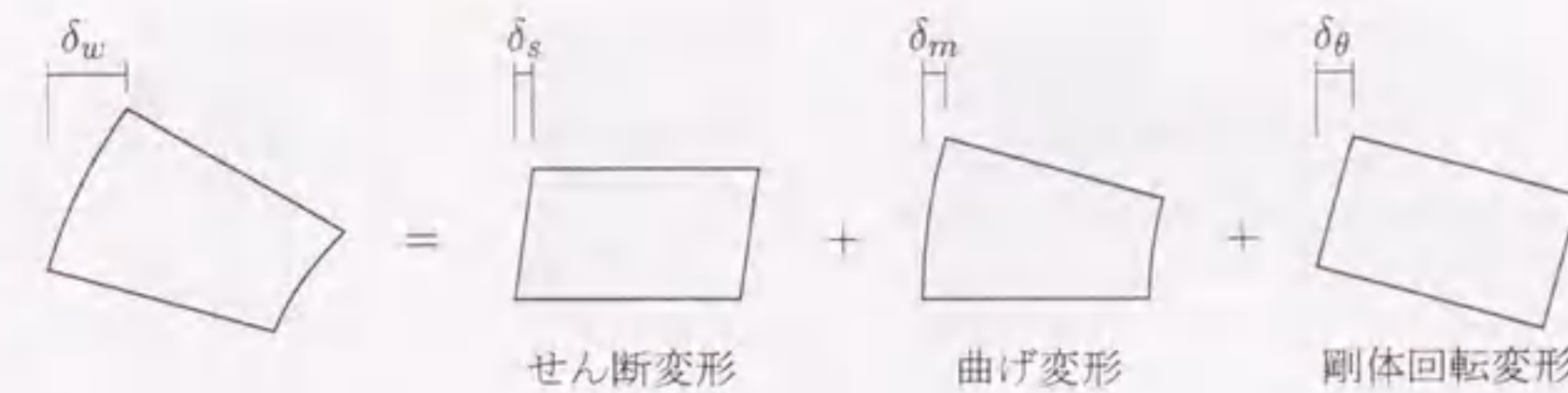


図 6.2 単独壁の変形分離

単独壁の D 値は、耐震壁に働くせん断力  $Q_w$  と層間変形  $\delta_w$  により次式で算出される。

$$D_w = \frac{Q_w}{\delta_w} \frac{h^2}{12EK_0} \quad (6.18)$$

ここに、 $h$  は階高、 $E$  はヤング係数、 $K_0$  は標準剛度を表す。

吉村式 D 値法と同様に、単独壁の層間変形  $\delta_w$  は、境界梁による耐震壁の曲げ・剛体回転変形の抑制効果は無視して、下式で算定する (図 6.2 参照)。

$$\delta_w = \delta_s + \delta_m + \delta_\theta \quad (6.19)$$

ここに、 $\delta_s, \delta_m, \delta_\theta$  はそれぞれ単独壁のせん断・曲げ・剛体回転変形を表し、せん断・曲げ変形は次式となる。

$$\delta_s = \frac{\kappa h}{\beta GA_w} \cdot Q_w, \quad \delta_m = \frac{h^3}{3EI_w} \cdot Q_w \quad (6.20)$$

ここに、 $\kappa$  は形状係数、 $\beta$  は剛性低下率、 $G$  はせん断弾性係数、 $A_w, I_w$  はそれぞれ耐震壁壁板部の断面積、両側柱を含む耐震壁の断面 2 次モーメントを表す。

剛体回転変形  $\delta_\theta$  は、等階高の建物の場合、当該層 (第  $i$  層) より下層の柱の軸方向変形を考慮して、次式で算定される。

$$\delta_\theta = \frac{h^2}{EI} \sum_{s=1}^{i-1} \left( \frac{N_{l,s}}{\alpha_{l,s}} - \frac{N_{r,s}}{\alpha_{r,s}} \right) \frac{1}{A_{c,s}} \quad (6.21)$$

ここに、 $l$  は壁スパン長さ、 $A_{c,s}$  は柱断面積を表す。 $\alpha_{l,s}, \alpha_{r,s}$  は、第  $s$  層柱軸方向剛性の独立柱軸剛性に対する比 (割増率) を表し、次式に従って算定される。

$$\alpha_j = \begin{cases} 1; & \text{柱 } j \text{ が独立柱のとき} \\ 2I_w/(A_c l^2); & \text{柱 } j \text{ が壁付柱のとき} \end{cases} \quad (6.22)$$

なお添字  $l, r$  は当該耐震壁下層部の左および右側柱を意味する。 $N_{l,s}, N_{r,s}$  は柱軸力 (引張力を正) を表し、以下を仮定して、剛梁に作用する鉛直方向力およびモーメントのつり合いから算出する。

1. 同一層の耐震壁はその断面積に比例して層せん断力を負担する。
2. 耐震壁に働くせん断力  $Q_w$  により、壁の 4 隅には  $Q_w h / (2l)$  の節点力が働く (図 6.3 参照)。
3. 壁上下の梁の構面内曲げ剛性は無限大である。

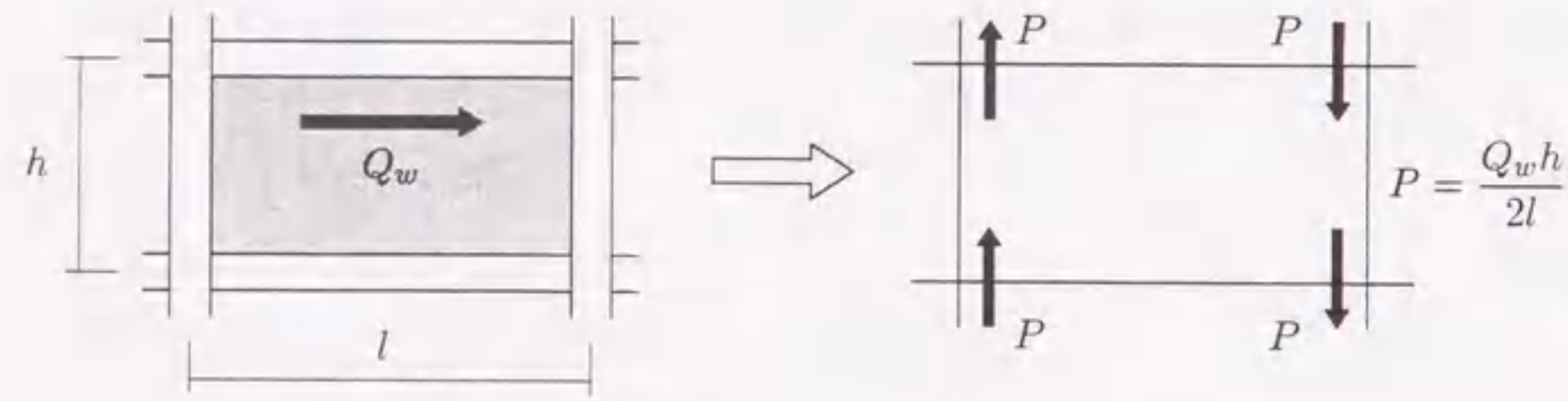


図 6.3 壁せん断力の節点力へのモデル化

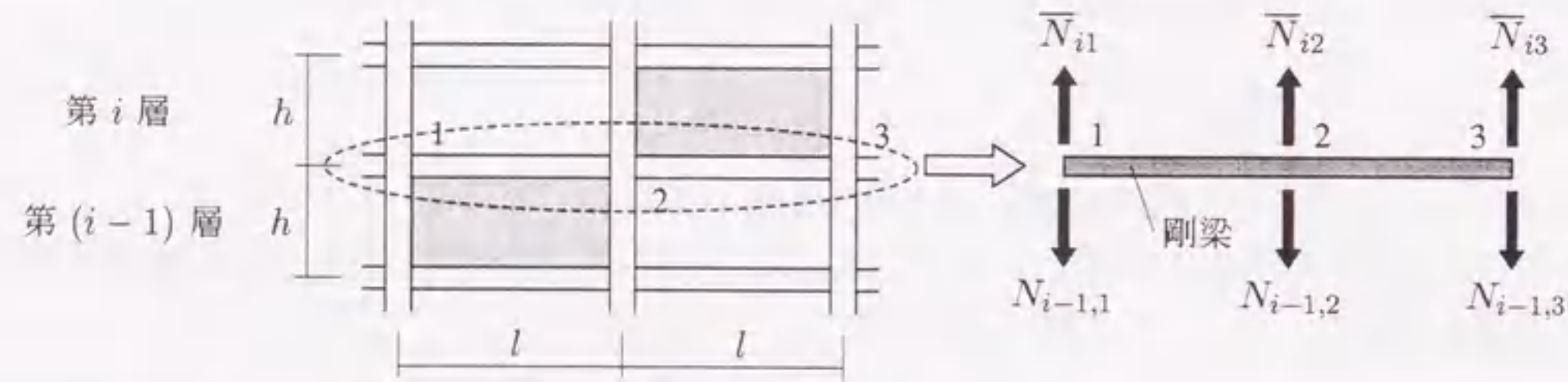


図 6.4 非連層耐震壁と梁の自由体図

例えば図 6.4 に示す壁配置の場合、梁 1-2-3 を剛梁と仮定すると、次のつり合い式が成立する。

$$\sum_{j=1}^3 (\bar{N}_{ij} - N_{i-1,j}) = 0 \tag{6.23}$$

$$\sum_{j=1}^3 (\bar{N}_{ij} - N_{i-1,j})(j-1)l = 0 \tag{6.24}$$

ここに、 $N_{i-1,j}$  は第  $(i-1)$  層の柱軸力、 $\bar{N}_{ij}$  は、壁せん断力により節点  $j$  に働く節点力と第  $i$  層  $j$ -柱軸力との和を表す。剛梁仮定により、 $N_{i-1,j}$  は剛梁の鉛直変位  $\delta_v$  と回転  $\theta$  によって表現されたため、(6.23),(6.24) 式より  $\delta_v, \theta$  が求められ、 $N_{i-1,j}$  が算定される。このようにして全層の柱軸力を上層から下層に向かって算定し、最終的に (6.21) 式から剛体回転変形を得る。吉村式 D 値法との最大の相違点は、本手法が剛梁仮定を用いて柱軸力を算定し、壁の剛体回転変形に反映させている点である。また本剛性評価法は、連層配置・非連層配置にかかわらず、壁剛性の算定が可能である

本略算法の精度を検証するため、図 6.5 に示す耐震壁付き平面骨組（スパン 7m、階高 3.5m）に対して、ブレース置換法および本略算法を適用する。建物の部材サイズは表 6.1 に示す通りであり、各層の水平外力はベースシアを 2000kN とした Ai 分布に基づいて算出する。なお、ブレース置換法では柱梁接合部の剛域を無視し、耐震壁上下の剛梁仮定は便宜上梁の曲げ剛性を 1000 倍する。また、略算法における柱の水平剛性は D 値法によって算定する。

図 6.6 に、両手法で得られた各モデルの層間変形角を比較する。ブレース置換法と本略算法とでは、一部のモデルで誤差が大きいものの、全体的にはほぼよい対応を示していると判断される。独立連層耐震壁 (Type1) や Type6 の配置では中間層から上層にかけて略算法による変位が大きくなっているが、これは、本略算法では境界梁の影響を無視して剛性算定を行っているためであり、Type1 や

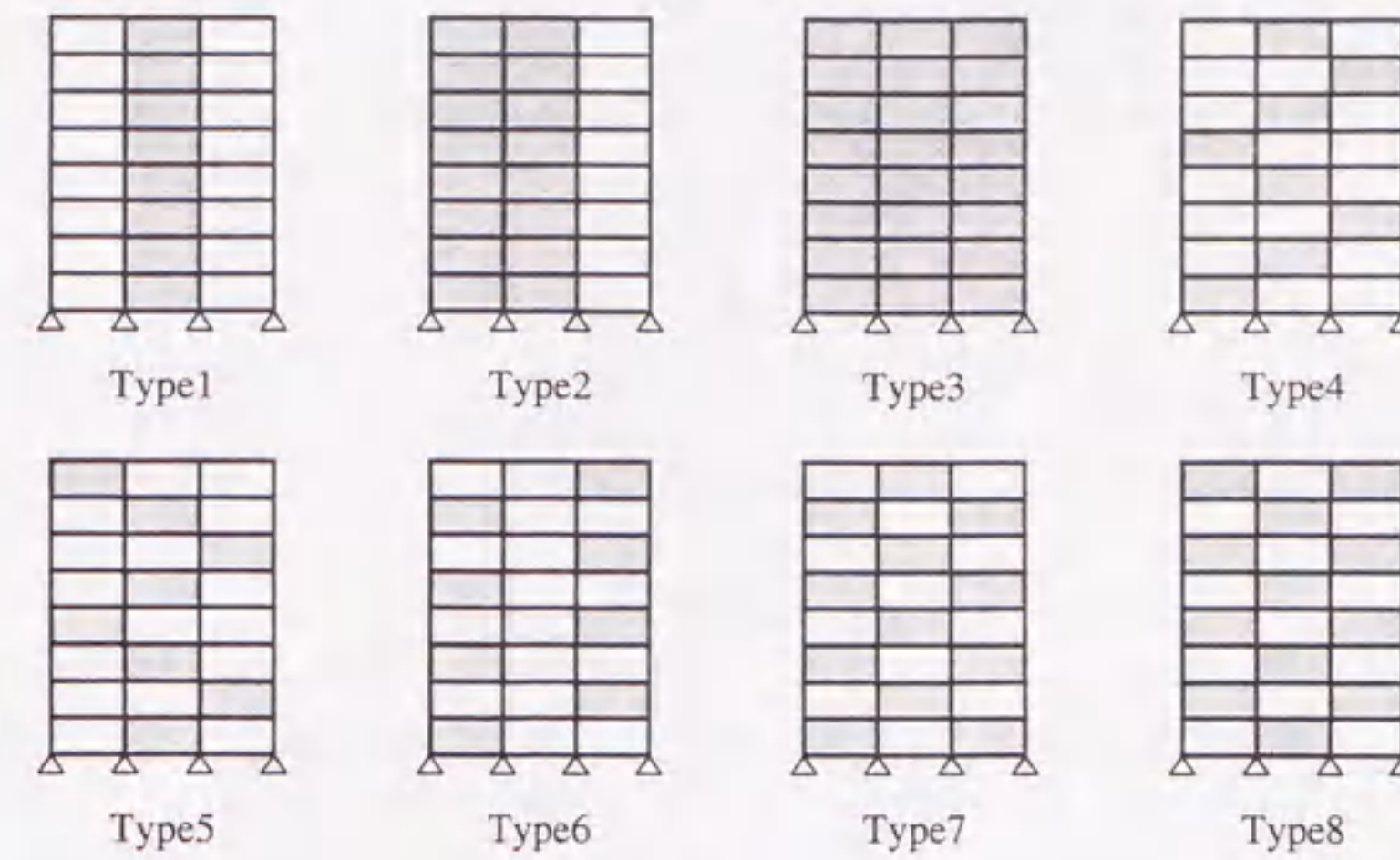


図 6.5 解析対象建物

表 6.1 解析対象建物の部材寸法

層	柱 (cm)	梁 (cm)	壁厚 (cm)
8	60 × 60	30 × 70	12
7	70 × 70	30 × 70	15
6	80 × 80	35 × 75	15
4, 5	90 × 90	35 × 75	18
1, 2, 3	95 × 95	40 × 80	21
基礎	-	45 × 120	-

Type6 のように骨組全体の曲げ変形が卓越するような壁配置では変位は大きめに評価されることによる。一方それ以外の連スパン壁配置や非連層配置などでは、境界梁の影響が少ないため、ブレース置換法による精算値と非常によく対応を示している。

Type1 と Type4, 5 の層間変形角を比較すると、これらの配置では壁量は全て等しいにもかかわらず、Type4, 5 の層間変形角は全体的に小さく、分布もほぼ一様である。このことは、非連層配置を許容することにより、層間変位一様化の条件下での経済的な設計を実現できることを示唆している。

本設計問題では、後述するように層間変位一様化の制約条件を設定しているため、層間変形角がほぼ一様な壁配置で精度よく略算できることが重要である。したがって、本最適化手法では各層の水平剛性の算定にこの略算法を用いる。なお、連スパン壁の場合は曲げ変形  $\delta_m$  が僅少なため、(6.19) 式で  $\delta_m = 0$  として単独壁の D 値を算出する。

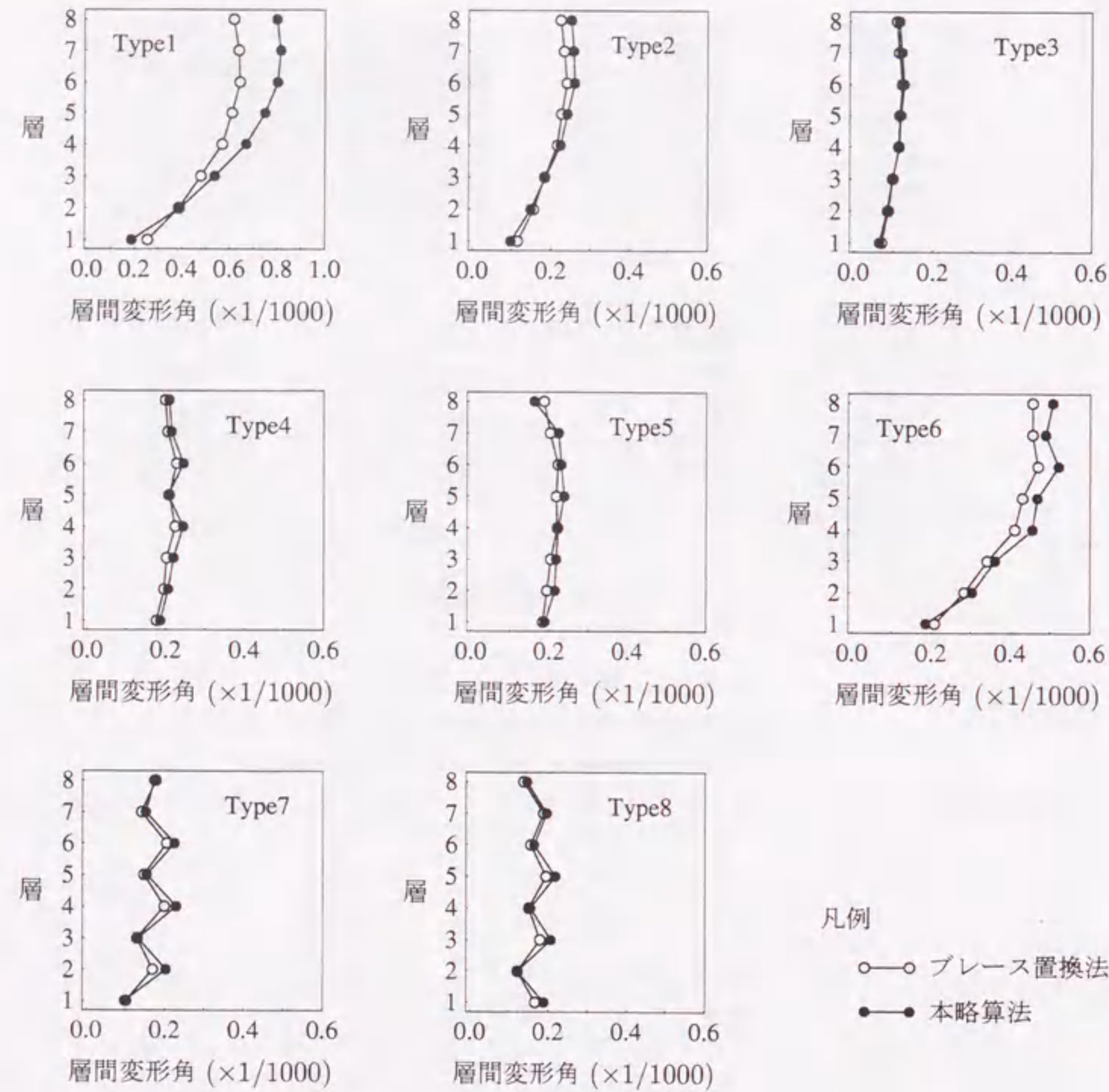


図 6.6 層間変形角の比較

6.4 動的偏心率制約条件

現行設計法では、偏心距離と弾力半径との比で算定される偏心率によって建物のねじれ応答を評価しているが、偏心率では動的ねじれ応答特性を十分に反映できないことが指摘されている。また、第2章で設定した最適壁配置問題では、各層でねじれ剛性が最大となる壁配置の探索を行っているが、これは各層のねじれ応答成分の抑制を期待して設定したものであり、実際の設計ではねじれ剛性が「最大」である必要はない。そこで本節では、坂本ら<sup>95)</sup>の研究報告に基づき建物の振動特性を反映したねじれ評価パラメータを提案し、そのパラメータに対する制約条件を設定する。

図 6.7 に示す 1 層 2 軸偏心建物について考える。ξ 軸方向の静的および動的偏心量  $e_\xi, e_{d\xi}$  は、層ね

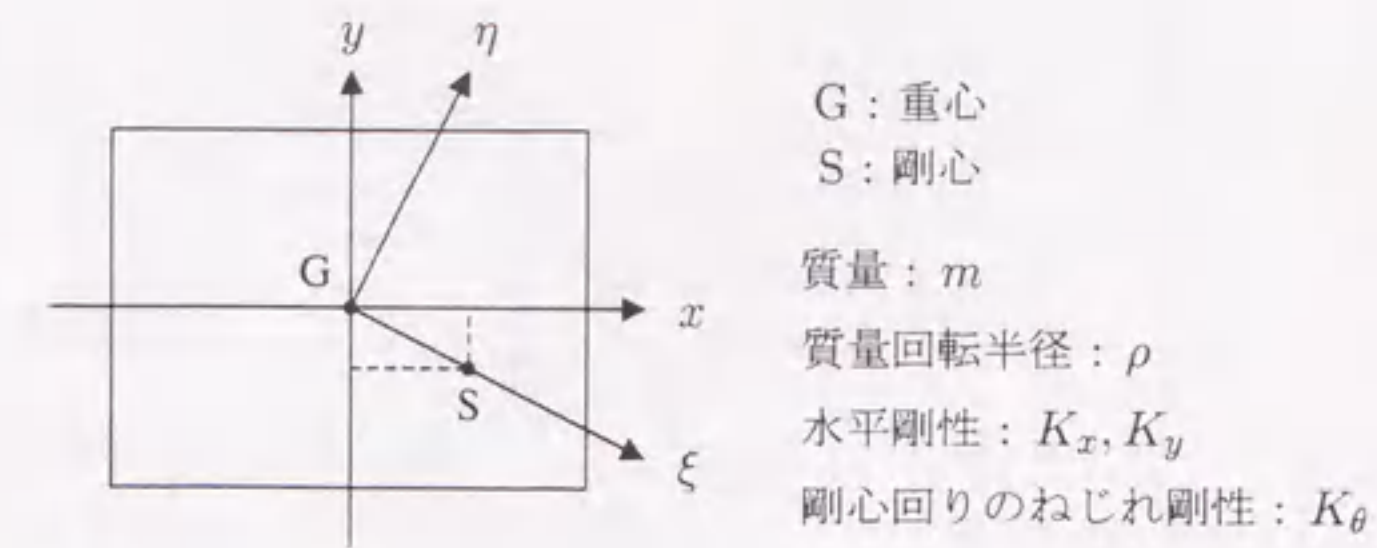


図 6.7 1 層 2 軸偏心建物平面

じりモーメント  $M_\theta$  と η 軸方向のせん断力  $Q_\eta$  との比によって次式のように定義される。

$$e_\xi = |M_\theta / Q_\eta| = \sqrt{e_x^2 + e_y^2} \tag{6.25}$$

$$e_{d\xi} = \frac{|M_\theta(t)|_{\max}}{|Q_\eta(t)|_{\max}} = \frac{e_\xi K_\theta |\theta(t)|_{\max}}{|K_x e_y x_s(t) + K_y e_x y_s(t)|_{\max}} \tag{6.26}$$

ここに、 $|\cdot|_{\max}$  は最大値応答、 $x_s(t), y_s(t)$  は剛心変位、 $\theta(t)$  はねじれ角を表す。 $e_{d\xi}/e_\xi$  は偏心量の動的増幅率を表し、以降これを動的偏心倍率と呼び、 $\alpha_d$  で表記する。

$$\alpha_d = \frac{e_{d\xi}}{e_\xi} = \frac{r_{ex}^2 |\theta(t)|_{\max}}{|e_y x_s(t) + \kappa e_x y_s(t)|_{\max}} \tag{6.27}$$

ここに、 $\kappa$  は剛性比 ( $= K_y / K_x$ )、 $r_{ex}$  は弾力半径 ( $= \sqrt{K_\theta / K_x}$ ) を表す。1 次振動が卓越し 2,3 次振動の寄与が小さいと見なされる場合、重心変位  $x, y$  とねじれ角  $\theta$  は 1 次固有振動数比  $\Omega_1 (= \omega_1 / \omega_x)$  を用いて、

$$\frac{y}{x} \approx \kappa \frac{\tilde{e}_x}{\tilde{e}_y} \frac{1 - \Omega_1^2}{\kappa - \Omega_1^2}, \quad \frac{\rho\theta}{x} \approx \frac{1 - \Omega_1^2}{\tilde{e}_y} \tag{6.28}$$

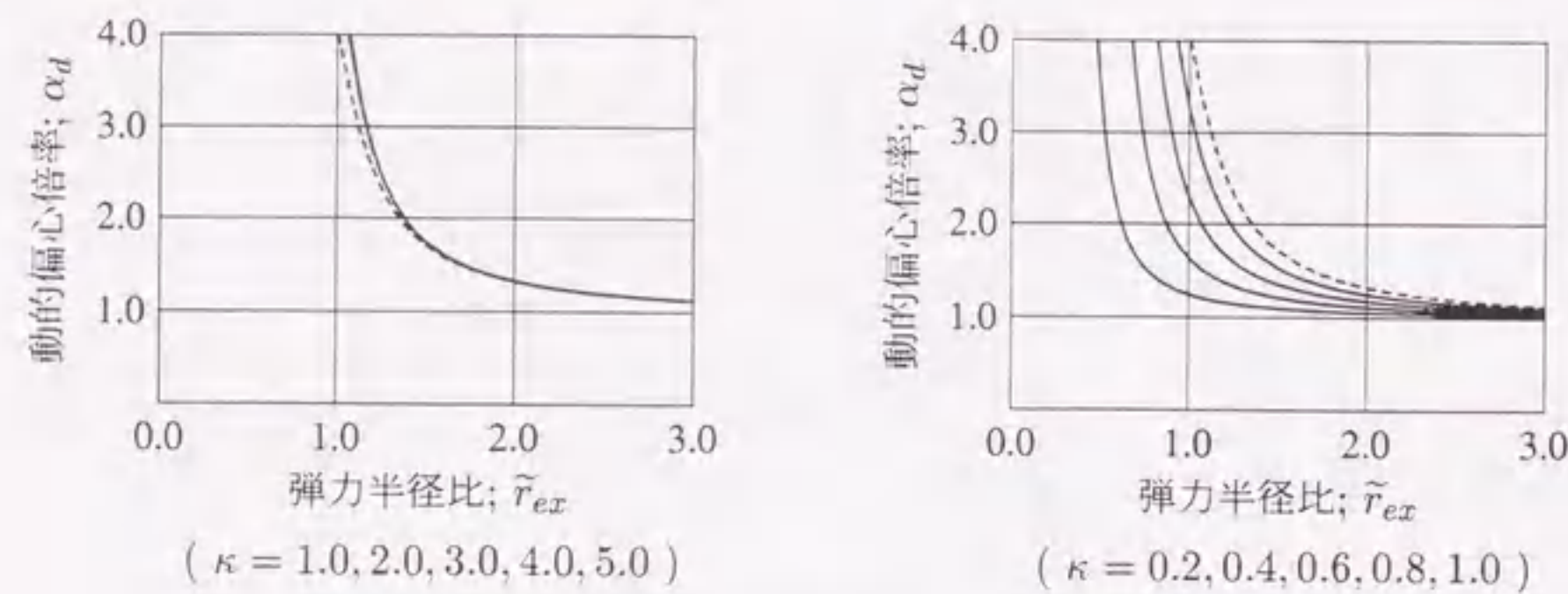
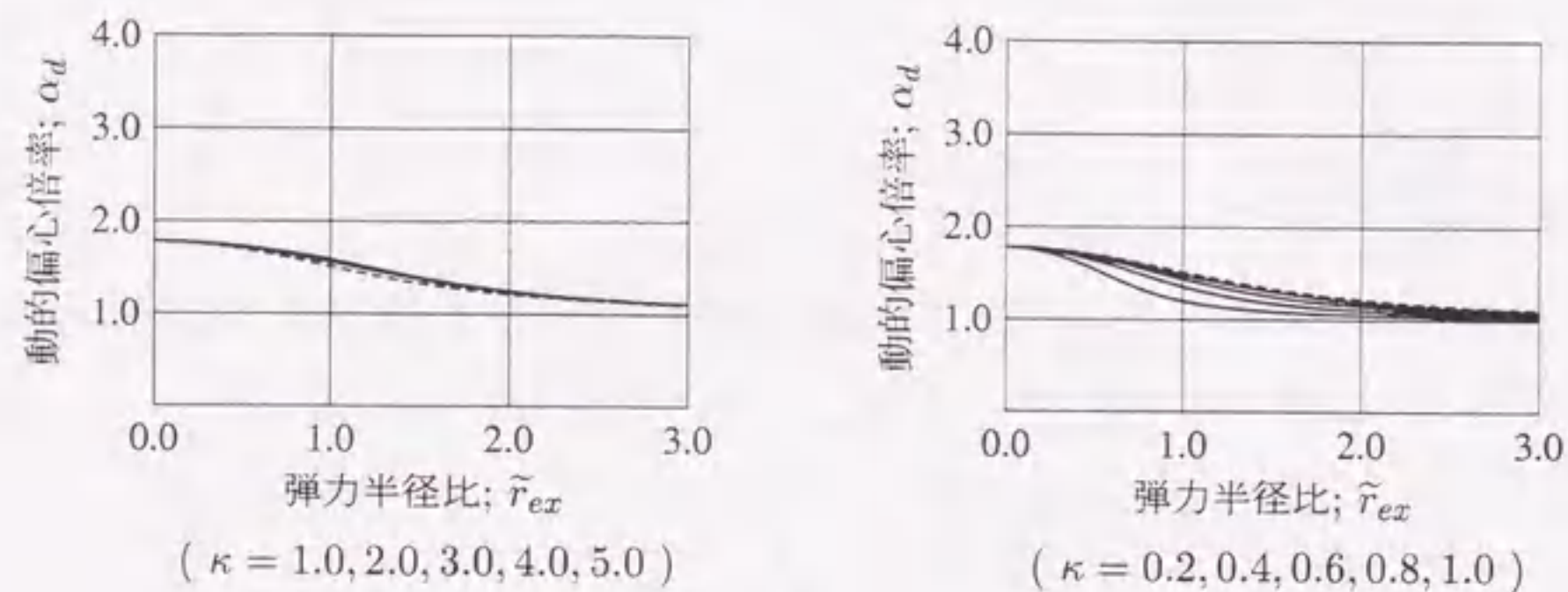
と与えられるので、(6.27) 式は下式となる。

$$\alpha_d \approx \frac{\tilde{r}_{ex}^2}{\Omega_1^2 \left( \frac{\tilde{e}_y^2}{1 - \Omega_1^2} + \frac{\kappa \tilde{e}_x^2}{\kappa - \Omega_1^2} \right)} \tag{6.29}$$

ここに、 $\tilde{\cdot}$  記号は質量回転半径  $\rho$  との比を表す。

剛性比  $\kappa$  をパラメータとして、 $\tilde{e}_x = \tilde{e}_y = 0.2$  のときの弾力半径比 (弾力半径と質量回転半径との比) と動的偏心倍率との関係を図 6.8 に、 $\tilde{e}_x = \tilde{e}_y = 0.8$  のときの関係を図 6.9 に示す。いずれの図も  $\kappa = 1$  のときを破線で、それ以外を実線で示している。これらの図から、 $\kappa \geq 1$  のときは  $\kappa = 1$  での動的偏心倍率で近似できることが分かる。一方  $\kappa < 1$  の場合、 $x, y$  軸を入れ替えることで同じ結論が得られる。 $\kappa = 1$  のときの 1 次固有振動数比は、

$$\Omega_1^2 = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \tilde{e}_\xi^2 + \tilde{r}_{ex}^2 - \sqrt{(1 + \tilde{e}_\xi^2 + \tilde{r}_{ex}^2)^2 - 4\tilde{r}_{ex}^2} \right\} \tag{6.30}$$

図 6.8 弾力半径比-動的偏心倍率関係 ( $\tilde{e}_x = \tilde{e}_y = 0.2$ )図 6.9 弾力半径比-動的偏心倍率関係 ( $\tilde{e}_x = \tilde{e}_y = 0.8$ )

と表されるので、 $x, y$  軸を入れ替えることによる剛性比、弾力半径、偏心の変化に注意すると、(6.29) 式は次式となる。

$$\alpha_d \approx \hat{\alpha}_d = \frac{2}{1 - R^2 + \sqrt{(1 - R^2)^2 + 4(\tilde{e}_\xi/\tilde{r}_e)^2}} \quad (6.31)$$

ここに、 $R^2 = (1 + \tilde{e}_\xi^2)/\tilde{r}_e^2$ ,  $\tilde{r}_e = \max\{\tilde{r}_{ex}, \tilde{r}_{ey}\}$ . 従って、動的特性を考慮した偏心率（以降、動的偏心率と記述）は次式で表される。

$$\frac{e_{dx}}{r_{ey}} \approx \hat{\alpha}_d \frac{e_x}{r_{ey}}, \quad \frac{e_{dy}}{r_{ex}} \approx \hat{\alpha}_d \frac{e_y}{r_{ex}} \quad (6.32)$$

ここに、 $e_x/r_{ey}$  および  $e_y/r_{ex}$  は現行設計法の偏心率であり、本稿ではこれを静的偏心率と呼ぶ。

1軸偏心建物 ( $e_y = 0$ ) での動的偏心率と静的偏心率との関係を、弾力半径比  $\tilde{r}_{ey}$  をパラメータとして図 6.10 に示す。この図より、静的偏心率が小さくても弾力半径比が小さい場合は、過大なねじれ応答が生じる可能性があることが指摘される。したがって、耐震設計において動的偏心率の制約条件を設けることは、動的ねじれ応答の抑制を目標とした静的偏心率と弾力半径（ねじれ剛性）との相互関係の制約条件を設定していることと理解される。

(6.31) 式の動的偏心率は 1 層 2 軸偏心建物から導かれた式であるが、一般の多層 2 軸偏心建物の動的偏心倍率も、当該層の偏心比（偏心距離と質量回転半径との比）、弾力半径比を用いて (6.31) 式

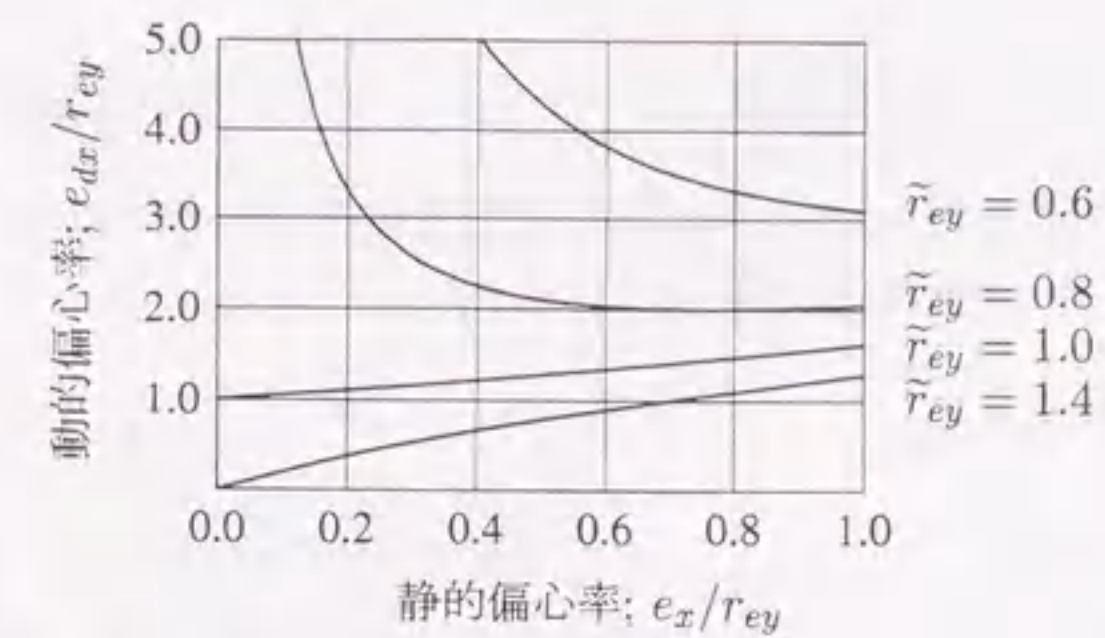


図 6.10 動的偏心率と静的偏心率の関係

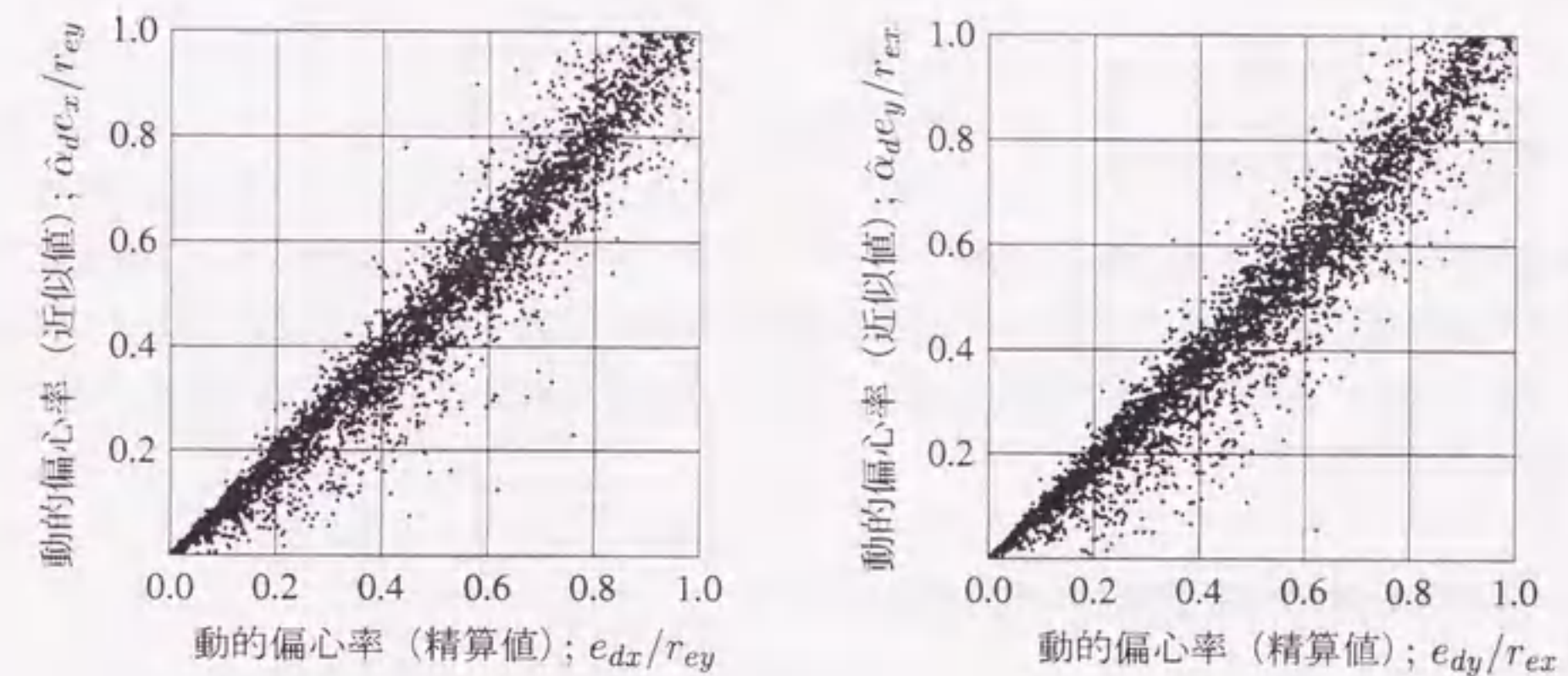


図 6.11 動的偏心倍率の精算値と近似値

で算定する。剛性比、偏心比および弾力半径比が全層にわたり等しい特別なクラスの多層建物では、固有値および固有モードが、偏心を無視した系での値と、1層ねじれ系の固有振動数比、固有モードとの直積によって表される<sup>104)</sup>ので、各層の動的偏心率は全層にわたり (6.32) 式と同じとなる。

一方、一般の多層 2 軸偏心建物の動的偏心率が (6.32) 式によって表されるか否かは、以下で例題を用いて検証する。剛性比、偏心比および弾力半径比が高さ方向に任意にばらついている 500 個の 8 層偏心建物について、各層の動的偏心率の精算値と近似値を算定し、図 6.11 に示す。ただし、解析建物の重心位置および質量回転半径は全層にわたり等しいものとする。なお、近似値とは (6.32) 式より算出したものを指し、一方精算値とは、設計用スペクトル（梅村スペクトル）に対する SRSS 値（1次減衰定数 0.05、3 次モードまで考慮）を指す。この図から、多層 2 軸偏心建物の動的偏心率を (6.32) 式によって近似できると判断される。以上の結果をふまえて、次の偏心率制約条件を設定する。

$$i\hat{\alpha}_d \frac{i e_x}{i r_{ey}} \leq R_{da}, \quad i\hat{\alpha}_d \frac{i e_y}{i r_{ex}} \leq R_{da} \quad (6.33)$$

ここに、 $R_{da}$  は動的偏心率の許容値を表す。

### 6.5 基礎浮き上がり制約条件

第2章と同じく、1次設計用水平力によって生じる  $j$ -柱基礎部の引抜き力は、建物の自重によって抵抗するものと考え、次式の基礎の浮き上がり制約条件を設定する。

$$(1 + \alpha_F) \frac{A_{fcj}}{A_{fT}} W \geq N_{0j}; \quad j = 1, \dots, N \quad (6.34)$$

ここに、 $\alpha_F$  は基礎重量比、 $A_{fcj}, A_{fT}$  はそれぞれ  $j$ -柱の負担面積、各層床面積、 $W$  は建物重量、 $N_{0j}$  は1次設計用水平力によって生じる基礎の引抜き力を表す。なお、基礎の引抜き力  $N_{0j}$  は、第6.3.2項の略算法による水平剛性算定時に第1層柱の軸力として算出されるため、耐震壁の立面的配置の影響が反映される。

### 6.6 壁配置位置制約条件

本設計では、耐震壁は任意の位置に配置できるのではなく、建築計画上の制約条件を考慮して、あらかじめ強制配置位置、配置不可能位置、配置候補位置を設定している(第2.2.5項)。また、連層壁配置のみを許容する設計と非連層壁配置を許容する設計の2通りを設定し、それぞれの場合では以下に示す制約条件を追加する。

#### 6.6.1 連層壁配置のみを許容した壁配置制約条件

連層壁配置のみを許容する場合は、第1部と同様に、次式の連層配置制約条件が付加される。

$$L_{ij} \leq L_{i-1j}; \quad j = 1, \dots, N, \quad i = 2, \dots, M \quad (6.35)$$

#### 6.6.2 非連層壁配置を許容した壁配置制約条件

非連層壁配置を許容する場合には(6.35)式は不要であり、第6.3.2項の解析例題で示したように、壁配置状況によっては良好な構造システムを経済的に実現できる可能性がある。しかし、上層耐震壁に生じるせん断力を円滑に下層耐震要素に伝達できるよう壁配置計画を行う必要がある。例えば図6.5のType6のように上層耐震壁と下層耐震壁が接していない場合、その間の梁には大きな軸力が生じる。このような力学的に不利な壁配置を回避するため、本設計では次の壁配置制約条件を追加する。

- 上層耐震壁脚部の2節点のどちらかが下層耐震壁に接すること。

したがって、Type6の壁配置はここでは許容されない。この条件は探索領域の縮小化にも寄与している。

### 6.7 最適壁配置問題の設定

全層等階高、同一平面形状の  $M$  層 RC 架構に対する、壁量の最小化を目標とした最適壁配置問題は次式で表現される。

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^M A_i(L_i) \rightarrow \min \\ & \text{subject to} \\ & g_k(L_1, \dots, L_M) \in C_k; \quad k = 1, 2, \dots \\ & L_i = \{L_{i1}, \dots, L_{iN}\}^T; \quad i = 1, \dots, M \\ & L_{ij} \in \{0, 1\}; \quad j = 1, \dots, N, \quad i = 1, \dots, M \end{aligned} \quad (6.36)$$

下層の平面壁配置から逐次配置を決定していく最適化過程では、制約条件群は全て各層ごとに要請される条件として表現できるので、第2章と同様に、多層建物に対する最適壁配置問題(6.36)式は、平面壁配置問題と高さ方向最適化問題とに分けて定式化することができる。ただし、本設計では各層の平面壁配置のねじれ剛性が最大であることを要求しないので、平面壁配置問題は許容解のみを探索する満足化問題となる。したがって、これらの問題はそれぞれ次式のように表現される。

$$P_0 \quad \begin{aligned} & \sum_{i=1}^M A_i(L_i) \rightarrow \min \\ & \text{subject to} \quad L_i \in \bigcup_{N_w=1}^N \{L_{i,N_w}^*\}; \quad i = 1, \dots, M \end{aligned} \quad (6.37)$$

$${}_i Q_{N_w,0} \quad \begin{aligned} & \text{find } L_{i,N_w}^* = \{L_{i1}, \dots, L_{iN}\}^T \\ & \text{subject to} \\ & \sum_{j=1}^N L_{ij} = N_w \\ & g_k(L_{i,N_w}^*) \in C_{k,i}; \quad k = 1, 2, \dots \\ & L_{ij} \in \{0, 1\}; \quad j = 1, \dots, N \end{aligned} \quad (6.38)$$

問題  $P_0, {}_i Q_{N_w,0}$  はいずれも組合せ探索問題であるが、特に平面壁配置問題  ${}_i Q_{N_w,0}$  は、保有水平耐力、層間変位、動的偏心率の各制約条件が設計変数  $L_{ij}$  に関する非線形関数であるため、非線形0-1計画問題となる。

各層で  $N_w (N_w = 1, \dots, N)$  枚の平面壁配置問題を解いて得られる平面壁配置集合の和集合  $\cup \{L_{N_w,i}^*\}$  が、高さ方向最適化問題  $P_0$  における設計変数  $L_1, \dots, L_M$  の許容領域となる。すなわち、高さ方向最適化問題では各層の平面壁配置が平面における許容解集合の中から選択される。さらに、非連層壁配置を許容すると各層の壁配置可能位置も増加する。このような理由により、本最適壁配置問題の許容領域は第2章で設定した設計問題よりも広くなる。したがって、問題  $P_0, {}_i Q_{N_w,0}$  を解くためには第3, 4章で提案した最適化手法よりもさらに効率のよい解探索手法を開発する必要がある。



## 6.8 まとめ

本章では、第2章で設定した最適壁配置問題の工学的な問題点を改善し、設計精度を向上させるため、各制約条件を見直して本設計問題の再設定を行った。本章で行った制約条件および問題設定の変更事項は以下のように要約される。

- 耐震壁と柱の断面積だけによる終局安全性の評価を見直し、鉄筋量や材料強度も強度算定に反映させて、保有水平耐力と変形性能を考慮した保有水平耐力制約条件を設定した。
- 水平剛性分布制約条件に代え、全層の層間変位のばらつきをその平均値からの偏差によって評価する層間変位制約条件を設定した。
- 非連層配置を許容した壁配置計画が行えるよう、非連層耐震壁の壁剛性略算法を提案した。また数例の解析例を用いて精度の検討を行い、建物全体の曲げ変形成分の小さい壁配置には十分な精度の計算方法であることを確認した。
- 建物の振動特性を反映したパラメータ（動的偏心率）を提案し、そのパラメータを用いて動的偏心率制約条件を設定した。
- これまでの連層壁配置に加えて、非連層配置を許容した壁配置制約条件を設定した。これらの配置条件は設計目標に応じていずれかが選択される。
- 壁量の最小化を目標にした最適壁配置問題を平面壁配置問題と高さ方向の配置問題とに分けて定式化を行った。ただし、各層の平面壁配置はねじれ剛性最大となることを要求していない。

上記のように設定した最適壁配置問題の許容領域は、第2章で設定した設計問題よりも広がるため、第3,4章で提案した最適化手法よりもさらに効率のよい解探索手法を開発する必要がある。その最適化手法は第7章で提案する。

## 第7章

### 分枝限定法による解法

#### 7.1 はじめに

本章では、第6章で設定した平面壁配置問題と高さ方向最適化問題に対して、これまでと同様に分枝限定法を適用する。

平面壁配置問題では、壁配置に対して適用される制約条件（保有水平耐力、層間変位および動的偏心率制約条件）が全て設計変数に関する非線形関数となる。さらに本問題は最適化問題ではないために下界値（上界値）テストが適用できない。一方、高さ方向最適化問題では下界値テストは適用できるものの、以下に示す解探索上の問題点が挙げられる。

- 層間変位制約条件の許容領域が当該層より下の全ての層の壁配置に依存するため、優越テストは全く効果がなくなる。
- 各層の水平剛性算定には連スパン壁の影響を考慮するため、平面壁配置の対称性を利用したテストが利用できない。
- 各層の制約条件に関する力学値の算定が煩雑になるため、解存否のテストに費やす計算量が増大する。

さらに非連層配置を許容すると、連層配置を条件にした場合に比べて探索領域が増大する。例えば、各層の壁配置候補位置が10ヶ所の8層建物の場合、非連層壁配置の単純な組合せ数は連層配置のそれの約  $3.4 \times 10^{14}$  倍となる。

以上の理由から、第3,4章で提案した平面壁配置問題および高さ方向最適化問題に対する探索手法では探索効率の悪化が懸念されるため、本章ではこれまでの手法を基本として、実用時間内で解探索を行えるよう、問題構造を利用した効率のよい解探索手法を提案する。

#### 7.2 平面壁配置問題の解探索手法

第6章で定式化した、壁枚数が  $N_w$  枚に指定された許容壁配置の探索問題を再掲する。なお、本節では平面壁配置問題のみを対象としているので、層番号の添字  $i$  を省略する。

$$Q_{N_w,0} \left\{ \begin{array}{l} \text{find } L_{N_w} = \{L_{i1}, \dots, L_{iN}\}^T \\ \text{subject to} \\ \sum_{j=1}^N L_j = N_w \\ g_k(L_{N_w}) \in C_k; k = 1, 2, \dots \\ L_j \in \{0, 1\}; j = 1, \dots, N \end{array} \right. \quad (7.1)$$

平面配置が  $x$  方向および  $y$  方向壁配置の組合せであることを考慮すると, (7.1) 式は次のように書き換えることができる.

$$Q_{N_w,0} \left\{ \begin{array}{l} \text{find } L_{N_w} = \{L_x^T, L_y^T\}^T \\ \text{subject to} \\ \sum_{j=1}^N L_j = N_w \\ g_{ak}(L_a) \in C_{ak}; a = x, y, k = 1, 2, \dots \\ g_k(L_{N_w}) \in C_k; k = 1, 2, \dots \\ L_j \in \{0, 1\}; j = 1, \dots, N \end{array} \right. \quad (7.2)$$

ここに,  $L_x, L_y$  はそれぞれ  $x, y$  方向壁配置ベクトルを表す. 制約条件2段目の式は, 各方向の壁配置によって独立に規定される制約条件であり, 本探索問題では偏心率以外の制約条件式に相当する. また, 制約条件3段目の式は  $x, y$  両方向の壁配置により規定される制約条件であり, 偏心率制約条件に相当する.

### 7.2.1 分枝変数の選択基準

第2章で設定した平面壁配置問題ではねじれ剛性最大化を目標としていたので, 分枝操作は, 早期に優秀な解が得られることを期待して目的関数の係数の大きさの順, すなわちねじれ剛性の寄与分  $k_{2j}$  の大きさの順に変数を選択し,  $x_j = 1, x_j = 0$  の順に固定していた. しかし, 本設計問題は最適化問題ではないため, この分枝変数の選択基準は無意味となる. そこで本手法では, どちらかの方向の変数を優先的に  $x_j = 1, x_j = 0$  の順に固定していく方法を採用する.  $x$  方向の変数を先に固定する場合, 解の探索手順は次の通りである.  $x$  方向の変数を優先的に固定し, その全てが1あるいは0に固定された時点で,  $x$  方向制約条件のテストを行う. 条件を満たした  $x$  方向壁配置に対してのみ, 引き続き  $y$  方向変数を固定し,  $y$  方向変数も全て固定されれば  $y$  方向制約条件をチェックする. 両方向の制約条件を満たした壁配置にはさらに偏心率制約条件を課す. このように, ある方向の壁配置に対して先に制約条件を課すことにより, 不要な分枝操作を排除することができる.

### 7.2.2 限定操作

一般に平面壁配置問題における部分問題は次式で記述される.

$$Q_{N_w,l} \left\{ \begin{array}{l} \text{find } L_{N_w} = \{L_x^T, L_y^T\}^T \\ \text{subject to} \\ \sum_{j \in J_l} L_j = N'_w \\ g_{ak}(L_a) \in C_{ak}; a = x, y, k = 1, 2, \dots \\ g_k(L_{N_w}) \in C_k; k = 1, 2, \dots \\ L_j \in \{0, 1\}; j \in J_l \end{array} \right. \quad (7.3)$$

ここに,  $J_l^+$  は決定変数が1に固定されている変数の添字集合,  $J_l$  は自由変数の添字集合,  $N'_w = N_w - |J_l^+|$ ,  $|J_l^+|$  は集合  $J_l^+$  の要素数を表す.

(7.3) 式の部分問題には線形制約条件が含まれていないため, 第3.4.2項で提案した限定操作のうちテスト1およびテスト4は適用することができない. 一方テスト2およびテスト3はそのまま適用することができる.

■テスト2  $N'_w = 0$  ならば  $Q_{N_w,l}$  は終端される.

このとき,  $L_j = 0$  ( $j \in J_l$ ) なる解が全ての制約条件を満たすならばこの解は許容解であり, 逆に, 制約条件を1つでも犯すならば  $Q_{N_w,l}$  には許容解は存在しない.

■テスト3  $N'_w = |J_l|$  ならば  $Q_{N_w,l}$  は終端される.

このとき,  $L_j = 1$  ( $j \in J_l$ ) なる解が全ての制約条件を満たすならばこの解は許容解であり, 逆に, 制約条件を1つでも犯すならば  $Q_{N_w,l}$  には許容解は存在しない.

### 7.3 高さ方向最適化問題に対する最適化手法

高さ方向最適化問題の解法では, これまでの手法と同様に下層から上層に向かって壁配置を固定していく. 第1層の平面配置をある配置に固定することにより, 高さ方向最適化問題  $P_0$  は複数の部分問題に分解され, 得られた部分問題に対して逐次分枝操作を適用すると, 第  $(m-1)$  層までの壁配置が決定された次式の部分問題  $P_k$  ( $k = 1, 2, \dots$ ) が生成される.

$$P_k \left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^{m-1} A_i(L_i^{(k)}) + \sum_{i=m}^M A_i(L_i) \rightarrow \min \\ \text{subject to } L_i \in \bigcup_{N_w=1}^N \{L_{i,N_w}^*\}; i = m, \dots, M \end{array} \right. \quad (7.4)$$

生成される部分問題数は少ないことが望ましく, 第4章で提案した手法では, 下界値テスト, 優越テスト, 平面壁配置の対称性を利用した限定操作, 上層における許容解存否のテストを行っている. しかし本設計問題では, 下界値テストは適用できるが, 優越テストは, 層間変位制約条件の許容領域が当該層より下の全ての層の壁配置に依存するため全く効果がなくなり, さらに, 平面壁配置の対称性を利用したテストは, 各層の水平剛性算定に連スパン壁の影響を考慮するため利用できない. さら

に非連層配置を許容する場合、連層耐震壁の配置問題に比べて探索領域が増大する。本手法では、下界値テスト、許容解存否のテストおよび以下に示す「平面配置壁枚数の限定」「探索領域の分割」「下界値テストの強化」によって探索効率の向上を図る。

### 7.3.1 下界値テスト

これまでと同様に、探索途中で得られている暫定解を利用して、部分問題  $P_k$  において次式が成立するとき、 $P_k$  からの分枝操作を中止する。

$$\sum_{i=1}^{m-1} A(L_i^{(k)}) + A_{\text{req},m} > A^* \quad (7.5)$$

ここに、 $A^*$  は暫定値を表す。

### 7.3.2 上層における解存否のテスト

第4.4節で提案した解存否のテストでは当該層より上の全ての層に許容解があるか否かを調べている。しかし、本設計問題では力学値の算定が煩雑になり、さらに非連層配置を許容する場合は壁配置の数が膨大になるので、本手法では計算量抑制のため、当該層の直上層だけを対象として許容配置が存在するか否かを調べる。したがって、許容解存否のテストは次のようになる。

■許容解存否のテスト 第  $(m+1)$  層に許容解が存在しないとき  $P_k$  を終端することができる。

### 7.3.3 平面配置壁枚数の限定

高さ方向最適化問題の分枝操作では、各層  $1 \sim N$  枚の壁配置集合の中から1つの平面配置を選択・固定しているため、各層で多数の部分問題が生成される。しかし、本設計問題には層間変位一様化の制約条件が設定されているため、連続する上下層間の壁枚数の差は小さいと推測される。したがって、層間変位の許容偏差  $\varepsilon_d$  の大きさによって上下層の壁枚数差の許容値  $N_\varepsilon$  を設定し、各層での壁枚数の範囲を「直下層の壁枚数  $\pm N_\varepsilon$ 」に限定する。すなわち、(7.4) 式中の制約条件を次式のように変更する。

$$L_i \in \bigcup_{N_w=N_l}^{N_u} \{L_{i,N_w}^*\}; i = m, \dots, M \quad (7.6)$$

ここに、 $N_u, N_l$  はそれぞれ第  $i$  層壁枚数の上下限界を表し、第  $(i-1)$  層の壁枚数を  $N_{w,i-1}$  とするとそれぞれ次式で算定される。

$$N_u = N_{w,i-1} + N_\varepsilon, \quad N_l = N_{w,i-1} - N_\varepsilon \quad (7.7)$$

ただし、 $N_{w,i-1} + N_\varepsilon > N$  のときは  $N_u = N$ 、 $N_{w,i-1} - N_\varepsilon < 0$  のときは  $N_l = 0$  と定める。また連層配置のみを許容する場合は  $N_l = N_{w,i-1}$  とする。

この限定方法は制約条件から理論的に導出されたものではなく、経験的な問題指向型探索規則である。したがって、 $N_\varepsilon$  をあまり小さな値に設定すると最適解の候補を排除してしまう可能性があり、これを避けるためには若干大きめの  $N_\varepsilon$  を用いる必要がある。

### 7.3.4 探索領域の分割

分枝限定法における計算時間は、最初の許容解を見出すのに要する時間と、その解が最適解であるか否かを判定するのに要する時間とに大別される。本手法では、許容解が得られていない場合、壁量によって探索領域を分割し、壁量の小さい領域から許容解が得られるまで逐次解探索を行う。これは、本最適化問題が壁量最小化問題であり、壁量の小さい領域に最適解があると期待されるためである。ある領域  $A_l \sim A_u$  ( $A_u, A_l$  はそれぞれ領域の上下限界) で許容解が見つければ、最適解もその領域に存在することが保証されるため、 $A_u$  以上の領域の探索は不要となる。また、部分問題  $P_k$  において次式のいずれかが成立する場合は、 $P_k$  からの分枝操作(平面壁配置の固定)を行う必要はない。

$$\sum_{i=1}^{m-1} A(L_i^{(k)}) + A_{\text{req},m} > A_u \quad (7.8)$$

$$\sum_{i=1}^{m-1} A(L_i^{(k)}) + A_{\text{max},m} < A_l \quad (7.9)$$

ここに、 $A_{\text{req},m}$  は第  $m$  層以上の層に必要な壁量の総和を表し、強度制約条件から算定される。 $A_{\text{max},m}$  は第  $m$  層以上の層の壁量総和最大値を表し、平面配置壁枚数の上限(7.7)式から算定される。(7.8)式は既配置の壁量に第  $m$  層以上に必要な壁量を加えると探索領域上限値  $A_u$  を越えることを、(7.9)式は既配置の壁量に第  $m$  層以上の最大壁量を加えても探索領域下限値  $A_l$  に満たないことをそれぞれ意味している。

### 7.3.5 下界値テストの強化

非連層配置を許容した壁配置問題では、対象とする問題の規模が大きくなると、下界値テストを適用しても膨大な計算量のため真の最適解を求めるのが困難になる。このような場合、実用時間内で精度のよい近似解を求める方が現実的である。本手法では、次式のように下界値テストを強化することにより、任意の精度の近似解を探索する。

$$\sum_{i=1}^{m-1} A(L_i^{(k)}) + A_{\text{req},m} > \beta A^* \quad (7.10)$$

ここに、 $\beta$  は真の最適値からの許容誤差パラメータを表し、探索開始時に  $0 < \beta \leq 1$  なる値を設定しておく。

(7.10)式を用いて探索した場合、探索終了時に得られている暫定値  $A^*$  と真の最適値  $A_{\text{opt}}$  との間には次の関係が成立する。

$$\beta A^* \leq A_{\text{opt}} \leq A^* \quad (7.11)$$

探索終了後、 $\beta$  の値を大きくし、 $\beta A^* \sim A^*$  の領域で再探索を行えば、近似解の精度を向上させることも可能である。

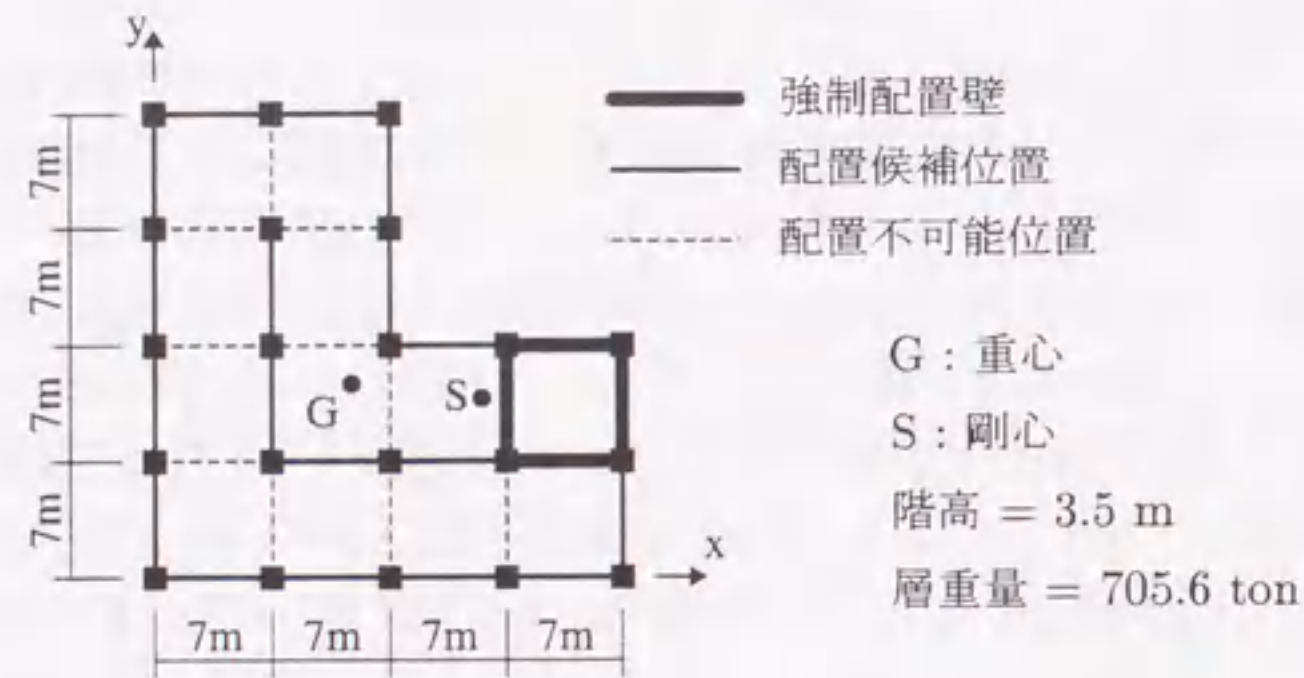


図 7.1 設計例建物の平面形状・配置条件

表 7.1 設計例建物の部材サイズおよび材料強度 (4層建物)

層	柱 (cm)	梁 (cm)	壁厚 (cm)	材料強度
4	50×50	30×60	12	コンクリート圧縮強度 $F_c = 21 \text{ MPa}$ 鉄筋降伏強度 $\sigma_{sy} = 330 \text{ MPa}$ 柱主筋比 $p_c = 1.0 \%$ 引張鉄筋比 $p_t = 0.4 \%$ せん断補強筋比 $p_w = 0.3$ 壁筋比 $p_s = 0.4 \%$
3	55×55	35×60	15	
1,2	60×60	35×65	18	
基礎	—	40×110	—	

### 7.4 設計例と設計結果に対する考察

本章で提案した最適化手法をいくつかの設計例に適用し、壁配置や力学性状および探索効率に関して考察を行う。連層耐震壁の最適配置問題では探索領域の分割および下界値テストの強化は行わないが、非連層配置を許容した壁配置問題では、探索領域の拡大を考慮してこれらの限定操作も行う。なお本節では、探索領域を分割せず探索する方法を「一括法」、分割して探索する方法を「分割法」と呼ぶ。

#### 7.4.1 連層耐震壁の最適配置に関する考察

図 7.1 に示す平面形状、配置制約条件をもつ 4 層建物に対して壁配置計画を行う。部材サイズ、材料強度および鉄筋量は表 7.1 に示す。基礎は杭基礎とし、杭の伸縮より求めた耐震壁基礎の回転バネ定数は  $K_g = 2.57 \times 10^8 (\text{t cm})$  である。制約条件の許容値に関する各パラメータはそれぞれ、 $D_s = 0.55$ 、層間変位の許容偏差  $\varepsilon_d = 0.3$ 、許容層間変形角  $1/400$ 、動的偏心率の許容値  $R_{da} = 0.2$  に設定する。 $\varepsilon_d = 0.3$  は剛性率の下限値がほぼ 0.7 に相当し、また  $R_{da} = 0.2$  は、応答倍率を 2 倍と考えたとき、静的偏心率の上限を 0.1 に設定したことに対応する。高さ方向最適化において、上下層の壁枚数差の許容値  $N_e$  は各層  $x, y$  両方向とも 2 枚に設定する。

図 7.2~7.5 に最適壁配置、最小壁量および初期状態と最適配置での力学特性を示す。最適壁配置結

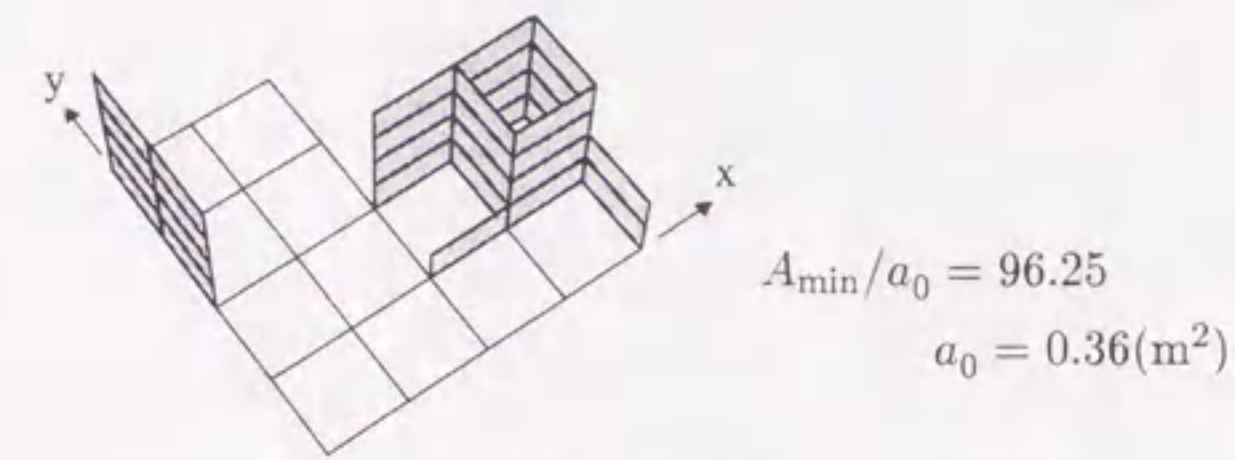


図 7.2 最適壁配置結果と最小壁量

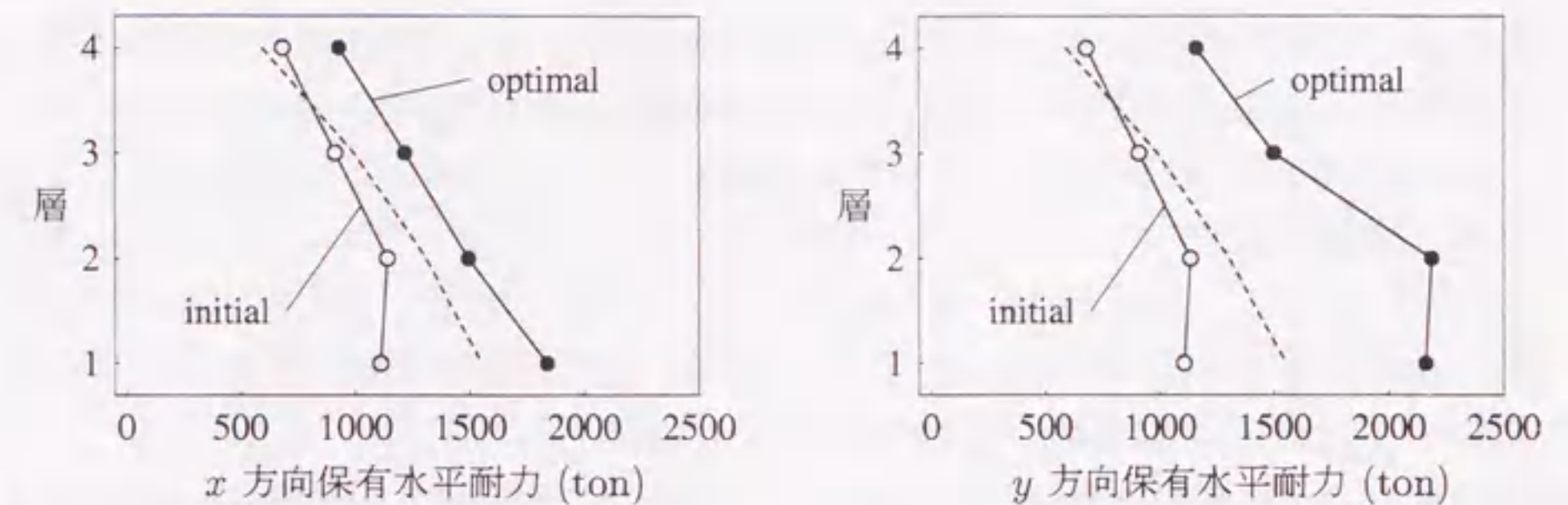


図 7.3 保有水平耐力の高さ方向分布

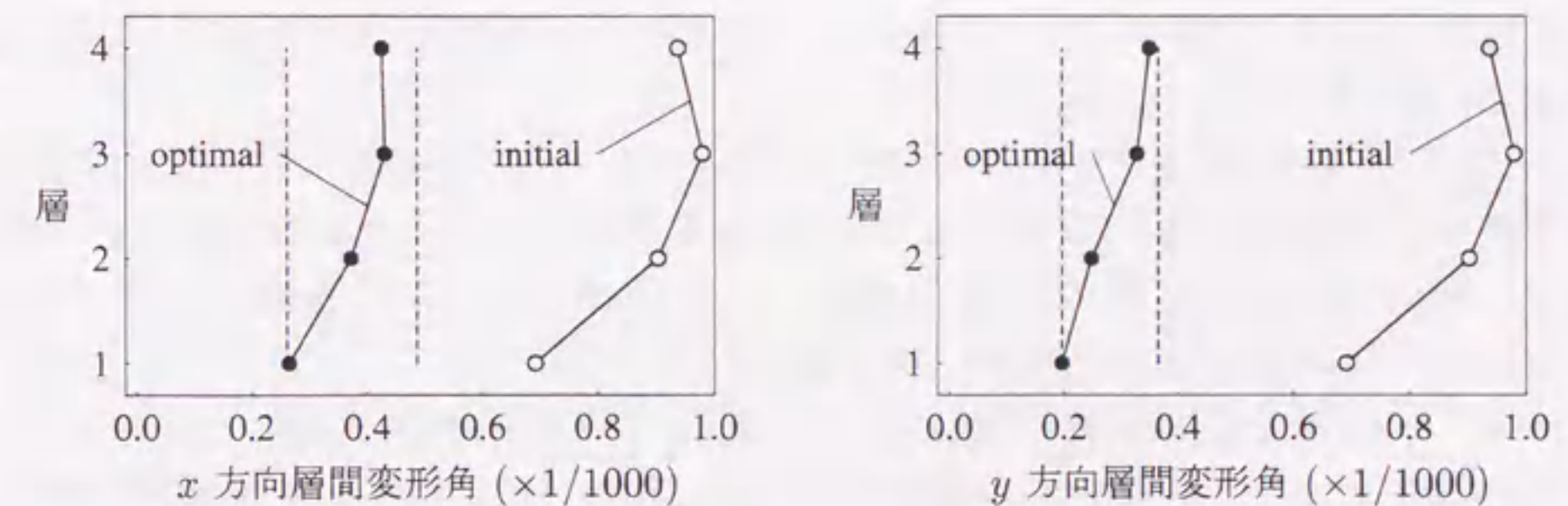


図 7.4 層間変形角の高さ方向分布

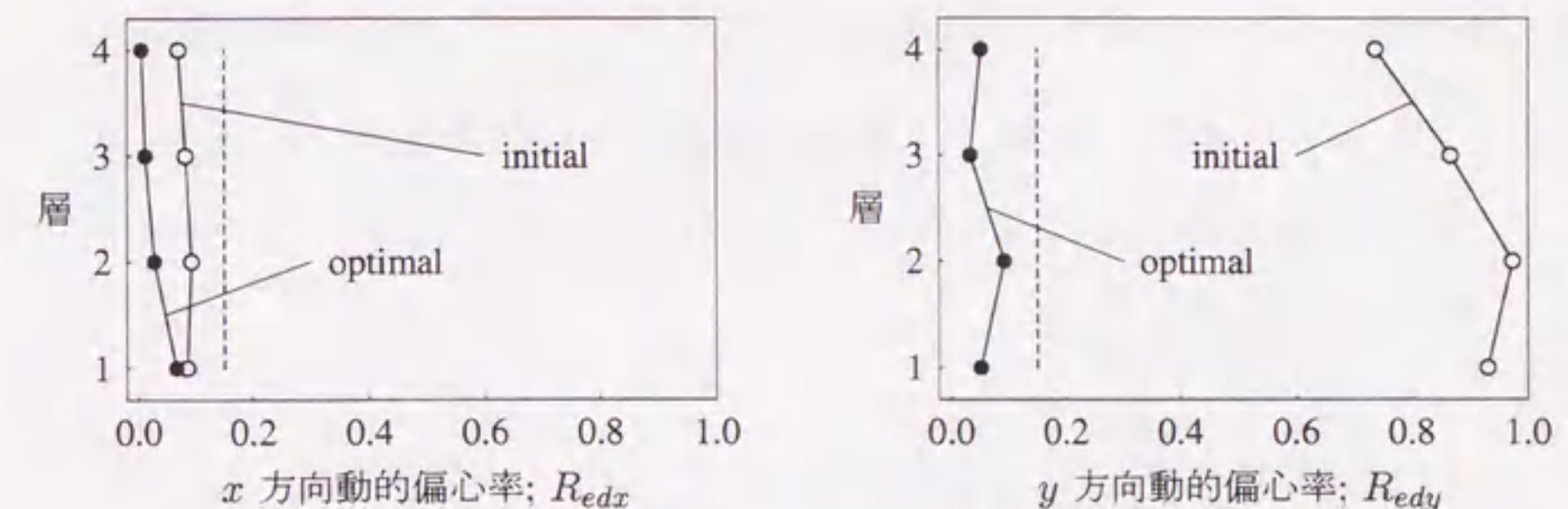


図 7.5 動的偏心率の高さ方向分布

表 7.2 8層建物設計例の部材サイズ

層	柱 (cm)	梁 (cm)	壁厚 (cm)
7,8	80×80	30×70	15
4,5,6	90×90	35×75	18
1,2,3	95×95	40×80	21
基礎	—	45×120	—

果では、コア部の独立連層壁に耐震壁を隣接させることや、連スパン壁の使用により、独立連層耐震壁の上層部における壁剛性不足を補っている。x 方向は強度に関して必要最小限の壁のみが配置されているが、y 方向では偏心率制約条件を満たすために強度的には余分な耐震壁が配置されている。

次に、前例の平面形状、配置制約条件をもつ8層建物に対して連層耐震壁の最適配置計画を行う。材料強度および鉄筋量は表 7.1 と同じであり、部材サイズは表 7.2 に示す通りである。基礎は杭基礎とし、杭の伸縮より求めた基礎の回転バネ定数は  $K_g = 5.145 \times 10^8$  (t cm) である。制約条件の各パラメータは、層間変位の許容偏差を  $\epsilon_d = 0.5$  とした以外、全て4層建物設計例と同じ値とした。層間変位制約条件を上記のように緩和した理由は次の通りである。

耐震壁を含む RC 建物の層間変形角は非常に小さく、さらに本設計法では層間変位一様化の条件を平均層間変位との比率によって与えているため、本設計例のように比較的高層な建物では非常に厳しい条件となる。そのため不経済な設計となったり、あるいは解が存在しなくなる可能性もある。そこで、層間変位一様化条件を緩和してより経済的な設計を目指す方が合理的であると判断し、層間変位の許容偏差を大きめの値 ( $\epsilon_d = 0.5$ ) に設定した。

図 7.6~図 7.9 に最適壁配置結果と初期状態および最適配置での各力学値を示す。比較的高層の単スパン連層壁では基礎が浮き上がりやすく、またせん断変形成分に比べ曲げ変形成分が大きいいため、層間変位一様化が困難である。そのため最適配置では、4層設計例と同様に、基礎浮き上がりの防止と曲げ変形成分の抑制に効果のある連スパン壁が配置されている。

各力学値はそれぞれ要求性能を満たす値となっているが、保有水平耐力を見ると、上層部では初期状態で十分な値であるにもかかわらず、層間変位一様化と偏心率制約条件を満たすために壁が配され、必要強度 (図 7.7 中の破線) に比べて著しく過大となっている。したがって、より経済的な設計を目指すならば、強度が過大となる上層部で部材強度や断面を減少させることも考えられる。そこで、同じ8層設計例建物において、5~8層の鉄筋量を表 7.3 のように変更して最適壁配置計画を行う。

表 7.3 変更した8層建物の部材サイズと鉄筋量

層	柱 (cm)	壁厚 (cm)	$p_c$ (%)	$p_t$ (%)	$p_s$ (%)
8	60×60	12	0.8	0.3	0.25
7	70×70	15			
6	80×80	15			
5	変更なし	変更なし	変更なし		変更なし

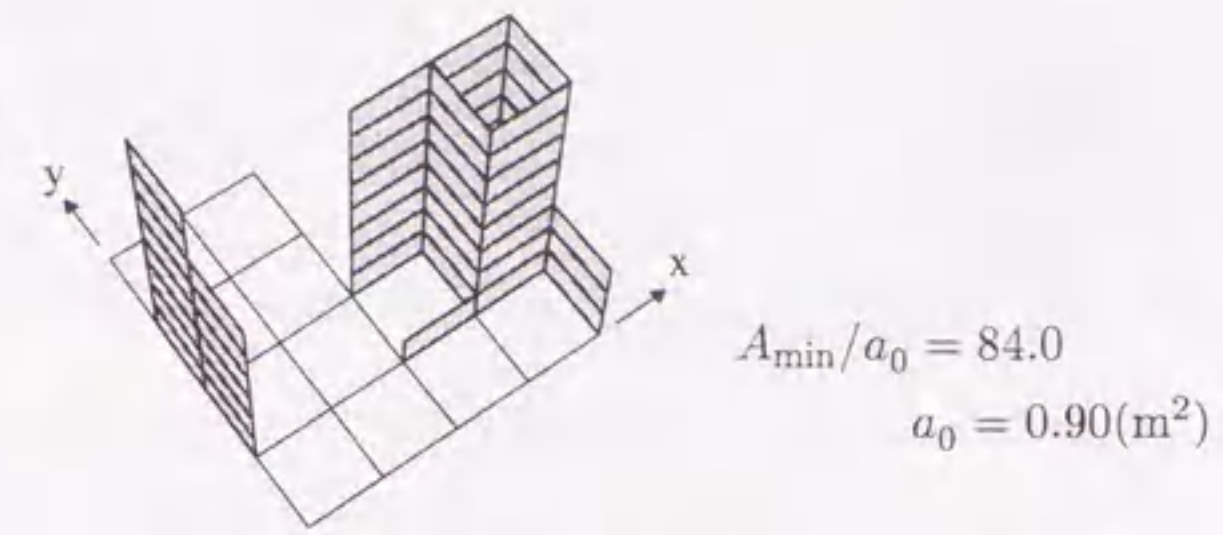


図 7.6 最適壁配置結果と最小壁量

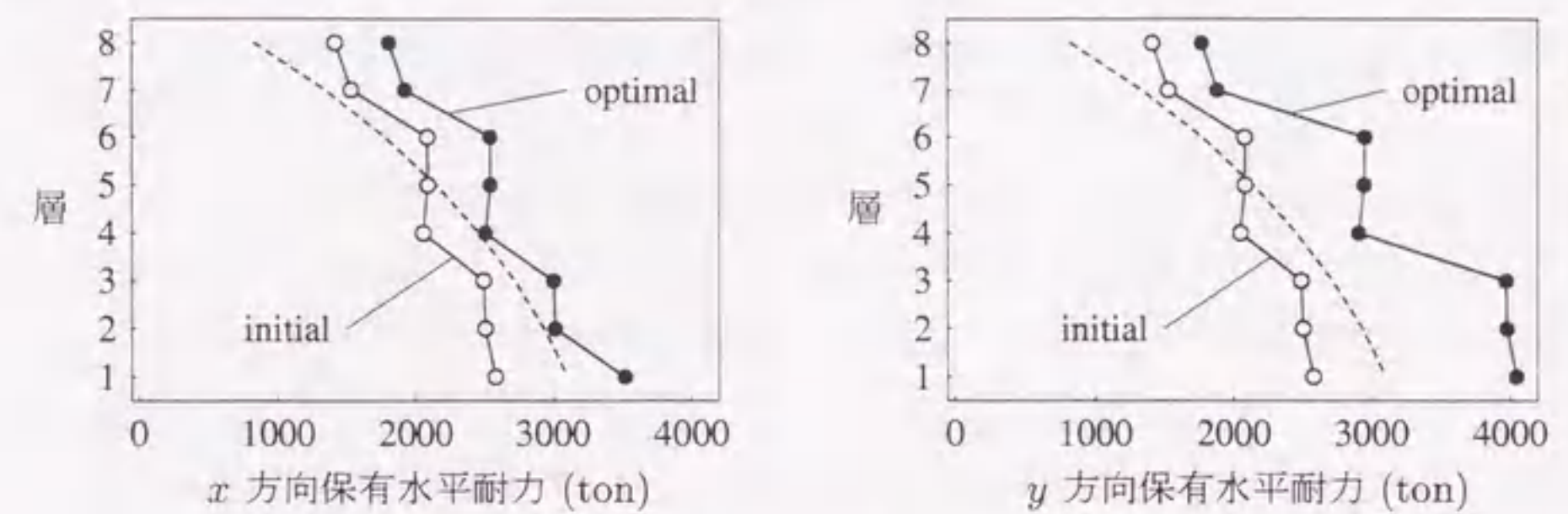


図 7.7 保有水平耐力の高さ方向分布

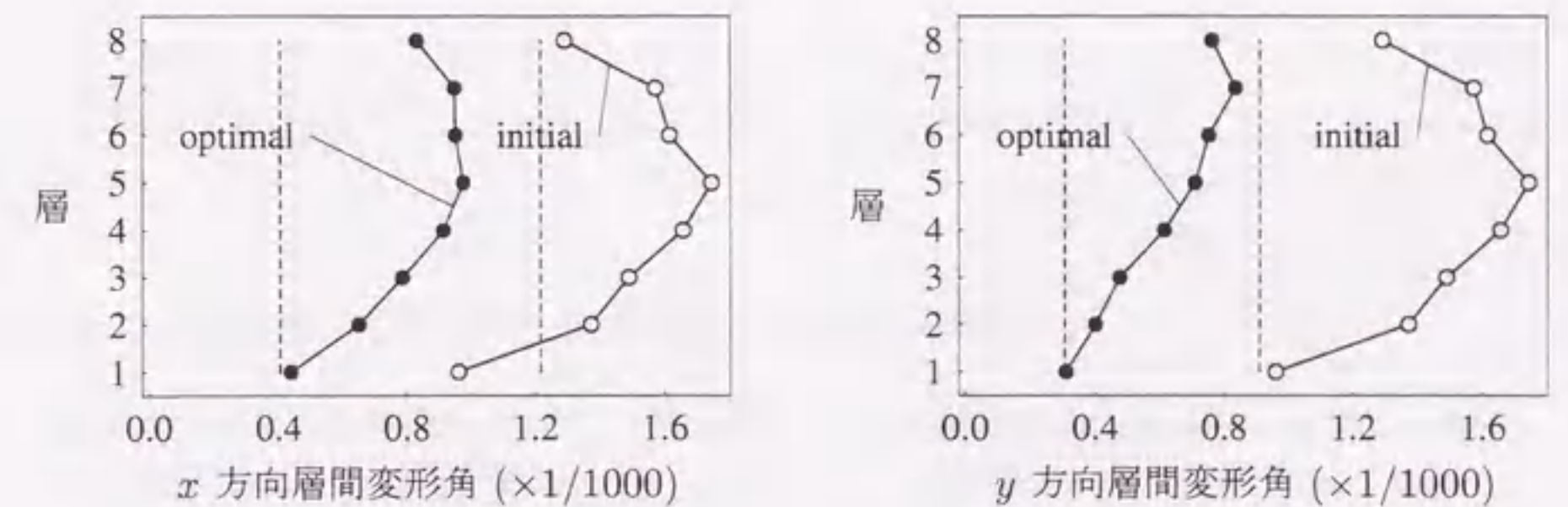


図 7.8 層間変形角の高さ方向分布

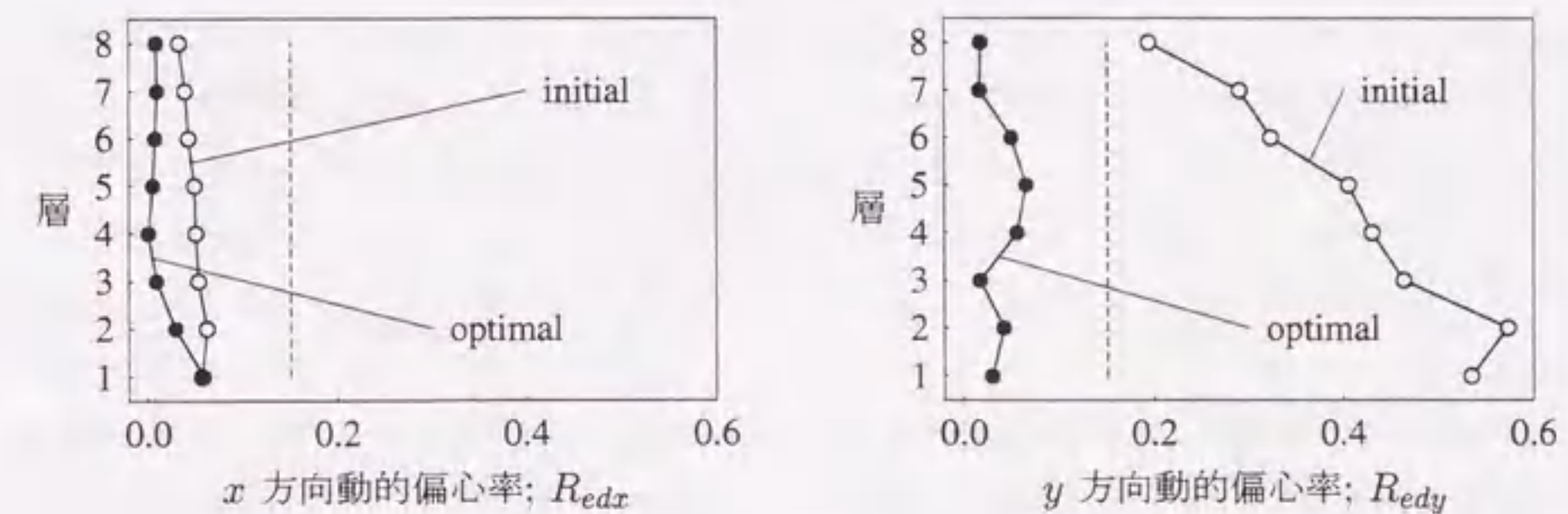


図 7.9 動的偏心率の高さ方向分布

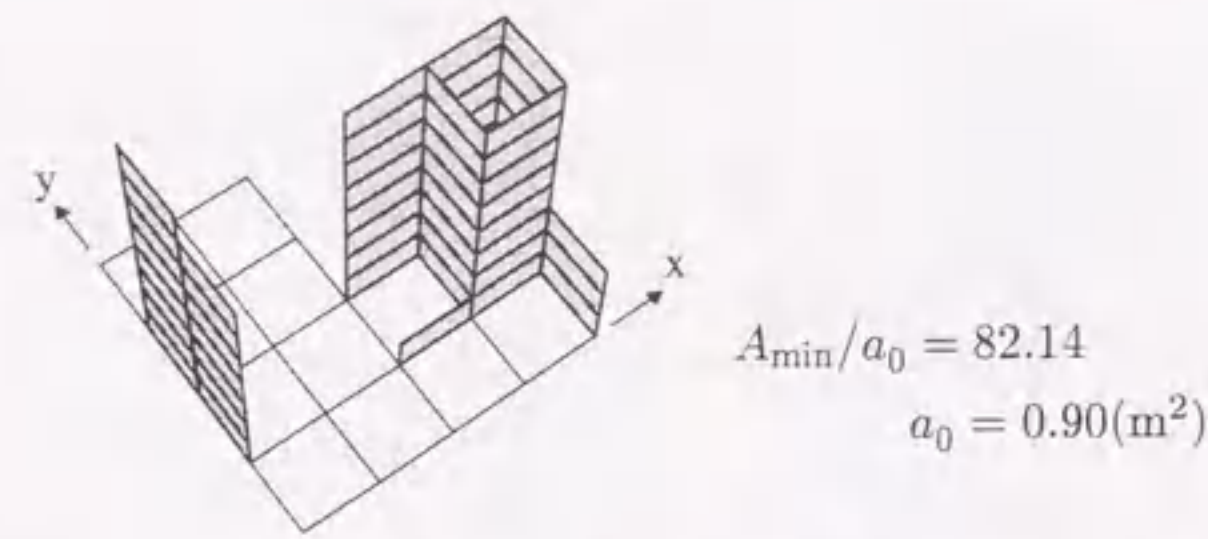


図 7.10 最適壁配置結果と最小壁量

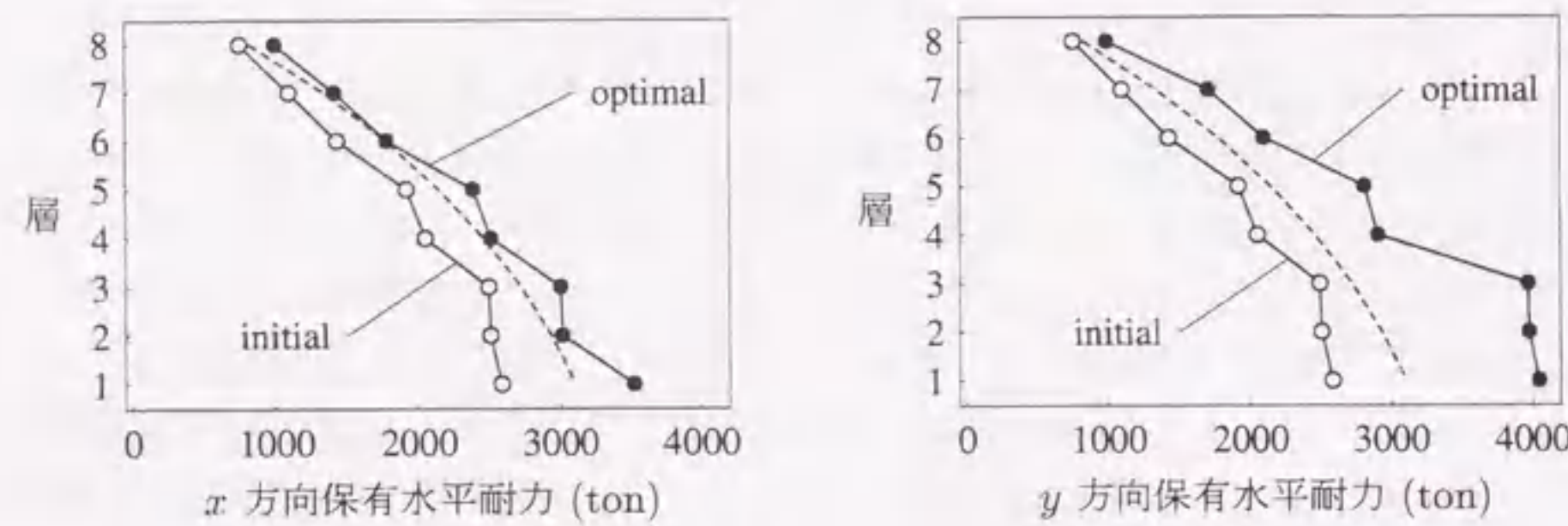


図 7.11 保有水平耐力の高さ方向分布

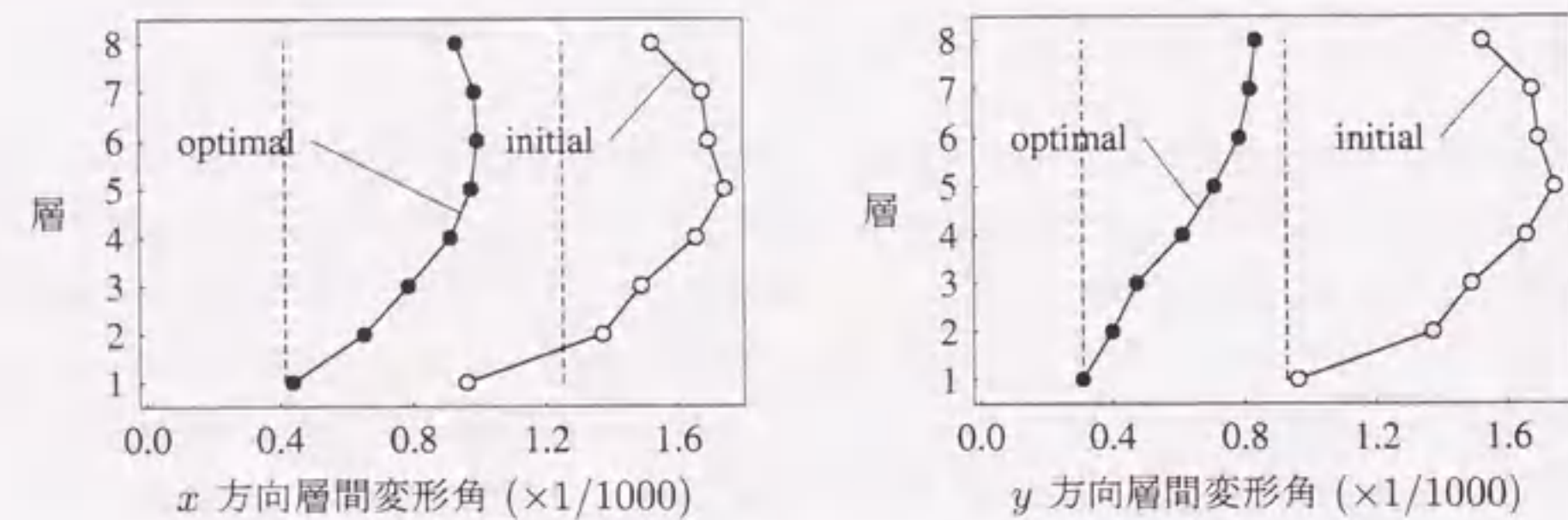


図 7.12 層間変形角の高さ方向分布

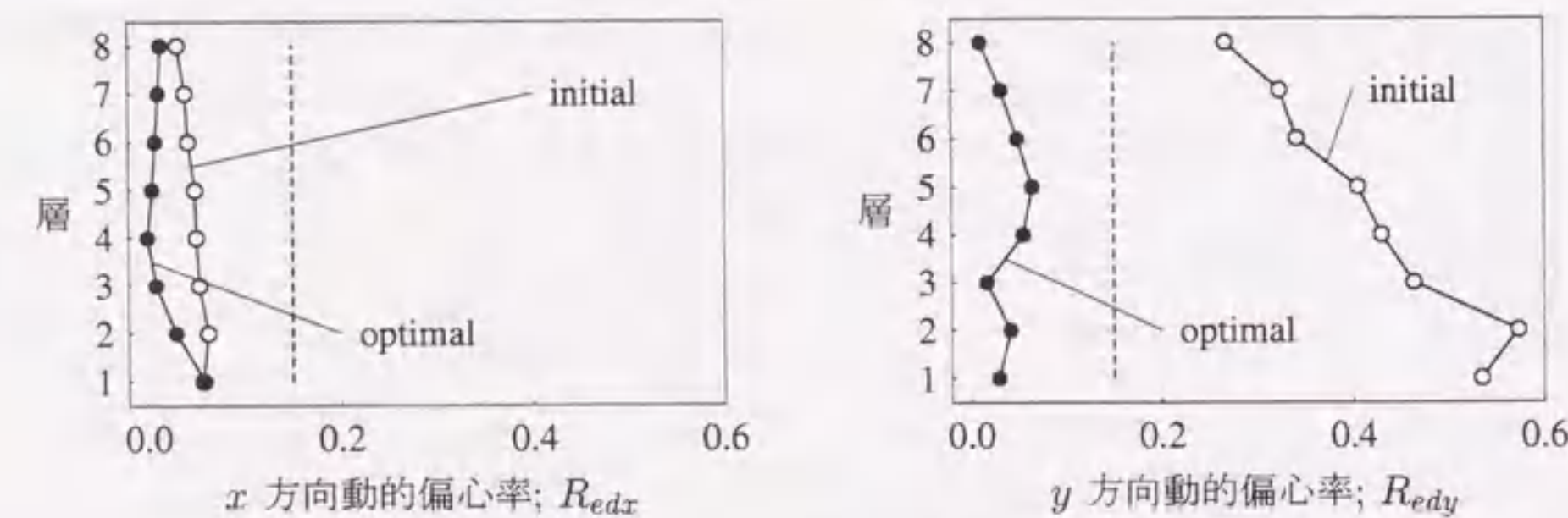


図 7.13 動的偏心率の高さ方向分布

最適壁配置結果と初期状態および最適配置での各力学値を図 7.10~ 図 7.13 に示す。壁配置傾向は先の例 (図 7.6) と大差はないが、壁量はわずかながら減少していること (2.2%程度の減少) が確認される。また上層部の保有水平耐力は必要耐力にほぼ等しく、鉄筋量も考慮すると建物全体としてより経済的な設計になっているが、 $y$  方向の下層部ではなお過大な強度となっている。

以上の3設計例から、連層耐震壁の配置計画に対する以下の知見が得られた。

- 連層耐震壁の配置計画では、基礎の浮き上がり防止と層間変位一様化に効果のある連スパン壁を配置するのが望ましい。特に独立連層壁のコアをもつ建物では、コア壁に隣接して耐震壁を配置すると層間変位一様化に有効である。
- 一般によいとされている隅角部への壁配置は、連層耐震壁の配置計画では必ずしも当てはまらない。特に独立連層耐震壁を配置する場合は、基礎の浮き上がりを防止するために隅角部への配置は避けた方がよい。
- 比較的多層の建物では連層耐震壁の曲げ変形成分の影響が大きいため、現行耐震設計における剛性率の規定 (0.6 以下) でも層間変位一様化条件は厳しい条件となり、不経済な設計結果が得られる。耐震壁付き RC 建物の層間変位が非常に小さいことを考慮すると、この条件は適当に緩和するほうが合理的である。
- 大きな偏心を有する建物では、特に上層部で多くの耐震壁が配されるため強度が過大となる傾向がある。このような場合、上層部の部材断面や強度を適宜減少させることによりさらに経済的な設計が可能となる。

最後の設計例では、 $y$  方向の下層部でなお過大な強度となっている。これを減じるためにはさらに断面変更などの方法が考えられるが、以降では、非連層壁配置を許容することによってより経済的な設計を目指す。

7.4.2 非連層耐震壁を許容した最適壁配置に対する考察

連層耐震壁の最適配置設計例と同じ平面形状、配置制約条件をもつ4層および8層建物に対して、非連層配置を許容した耐震壁の最適配置計画を行う。部材サイズおよび制約条件に関する各パラメータもそれぞれ先程の例と同じ値を用いる。なお、8層建物の材料強度および鉄筋量には表 7.3 に示した値を採用する。

4層建物において、壁量のとりうる値は  $75.8 \leq A_w/a_0 \leq 269.5$  であり、これが解の探索領域となる。ここに、 $a_0$  は第1層柱の断面積を表す。なお、壁量の最大値は全ての配置可能位置に壁を配すことにより得られ、一方最小値は保有水平耐力制約条件から求められる各層の必要壁枚数から算出される。4層建物設計例には一括法と分割法を適用し、計算効率について考察する。分割法における探索領域の分割では、各領域の上下限値の差 ( $A_u/a_0 - A_l/a_0$ ) を10とし、実際の探索領域を、 $A_w/a_0 = 80$  以下、 $80 \sim 90, 90 \sim 100, \dots$  と設定する。

解探索の結果、壁量80以下の領域では解が存在せず、次の80~90の領域で解が得られた。両手法における許容誤差パラメータ  $\beta$  と最適解の上下限値との関係を図 7.14 に、 $\beta$  と探索時間の関係を図 7.15 に示す。探索時間は、一括法で真の最適解を得る ( $\beta = 1.0$ ) のに要した時間で無次元化してい

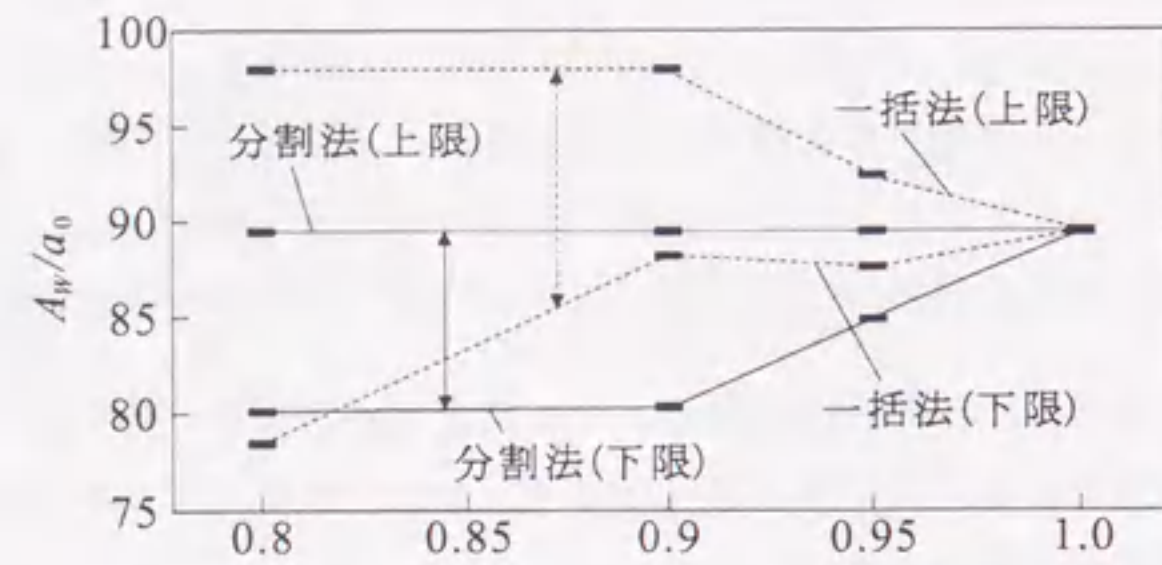


図 7.14 許容誤差パラメータ  $\beta$  と最適解の上下限值との関係

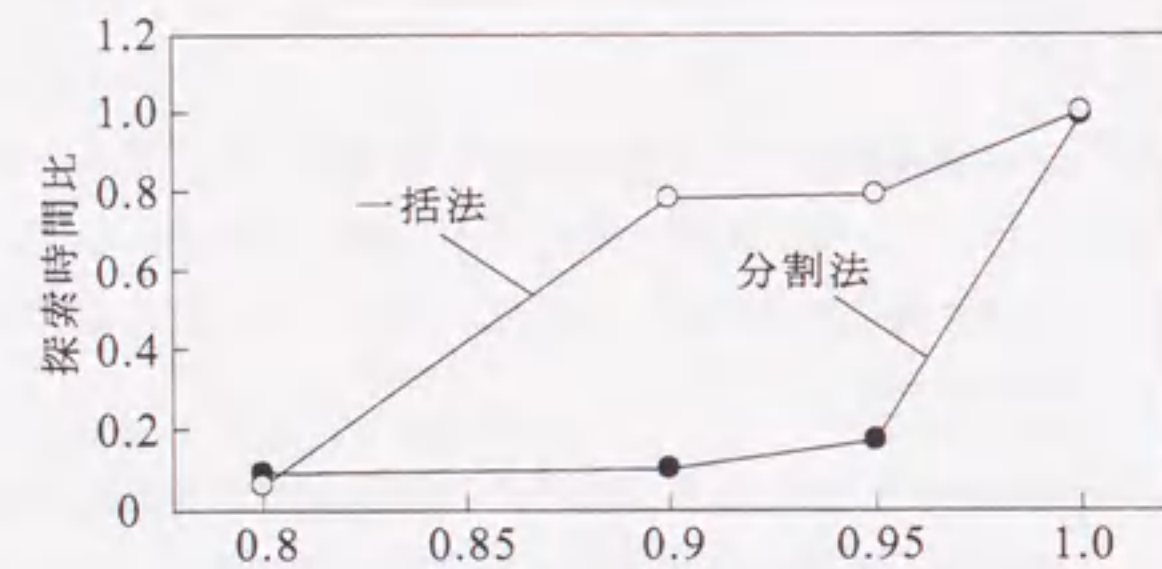


図 7.15 許容誤差パラメータ  $\beta$  と探索時間との関係

る。これらの図より、真の最適解および近似解いずれを求める場合も分割法の探索効率が優れていることが分かる。 $\beta = 0.8$  のときは一括法の計算時間の方が若干短いですが、これは、分割法の探索時間が壁量 80 以下の探索と 80 ~ 90 の探索との累積時間であることと、各領域の探索には別領域の探索結果の情報を全く利用せず、同じ平面配置問題を重複して解いていることが原因である。しかし、探索時間の差は僅少であり、しかも最適解の上下限間の限界幅は分割法の方が小さい。また、分割法では結果的に  $\beta = 0.8$  のときでも真の最適解が得られている。したがって、分割法は一括法よりも優れた最適化手法であると判断される。

連層配置を条件とした場合と非連層配置を許容した場合の最適壁配置結果 (図 7.16) を比較すると、非連層配置を許容した設計では、壁剛性の大きな非連層耐震壁を使用することによって少量の壁で  $y$  方向偏心を抑制しているが、 $x$  方向では逆に強度的に余分な耐震壁が配置されている。これは、 $y$  方向耐震壁が減ってねじれ剛性が小さくなったのを、 $x$  方向の壁配置によって補っているためである。壁量に関しては、非連層配置の方が連層配置よりも 7.3% 程度減少しており、非連層配置を許容したことによる壁量の減少効果が認められる。

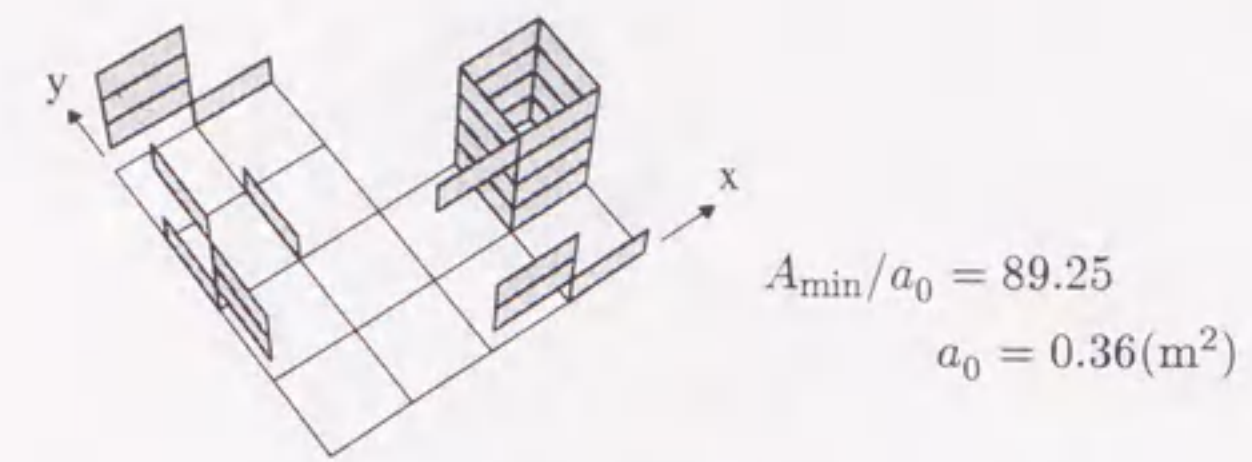


図 7.16 最適壁配置結果と最小壁量

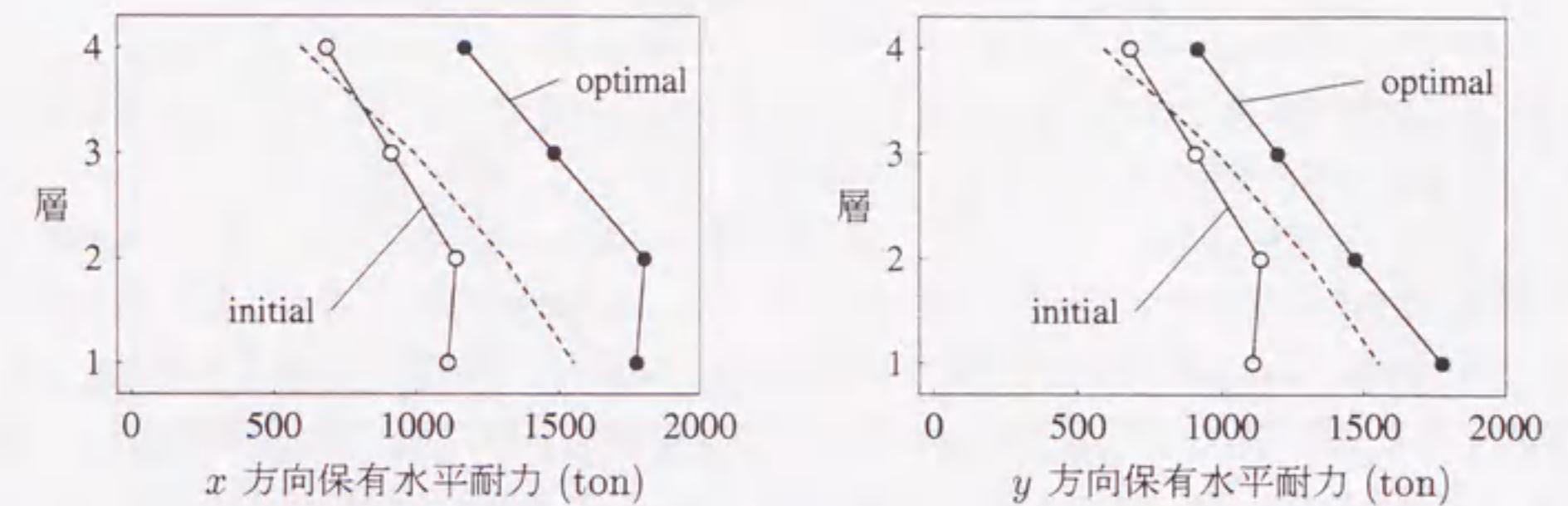


図 7.17 保有水平耐力の高さ方向分布

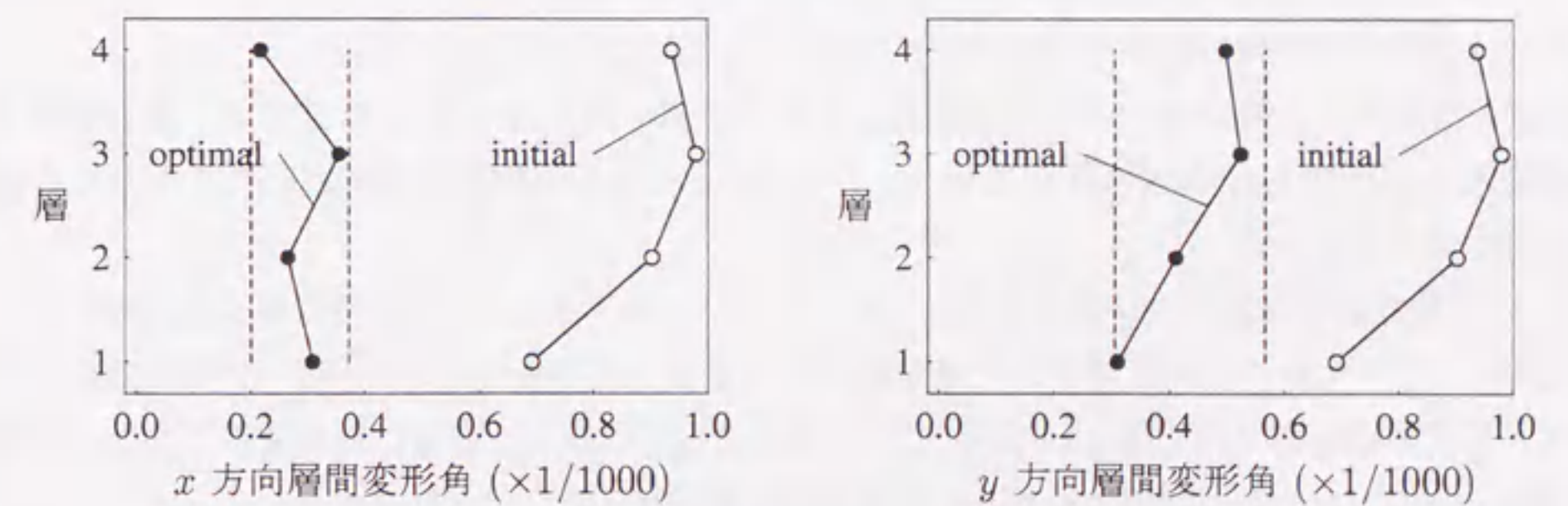


図 7.18 層間変形角の高さ方向分布

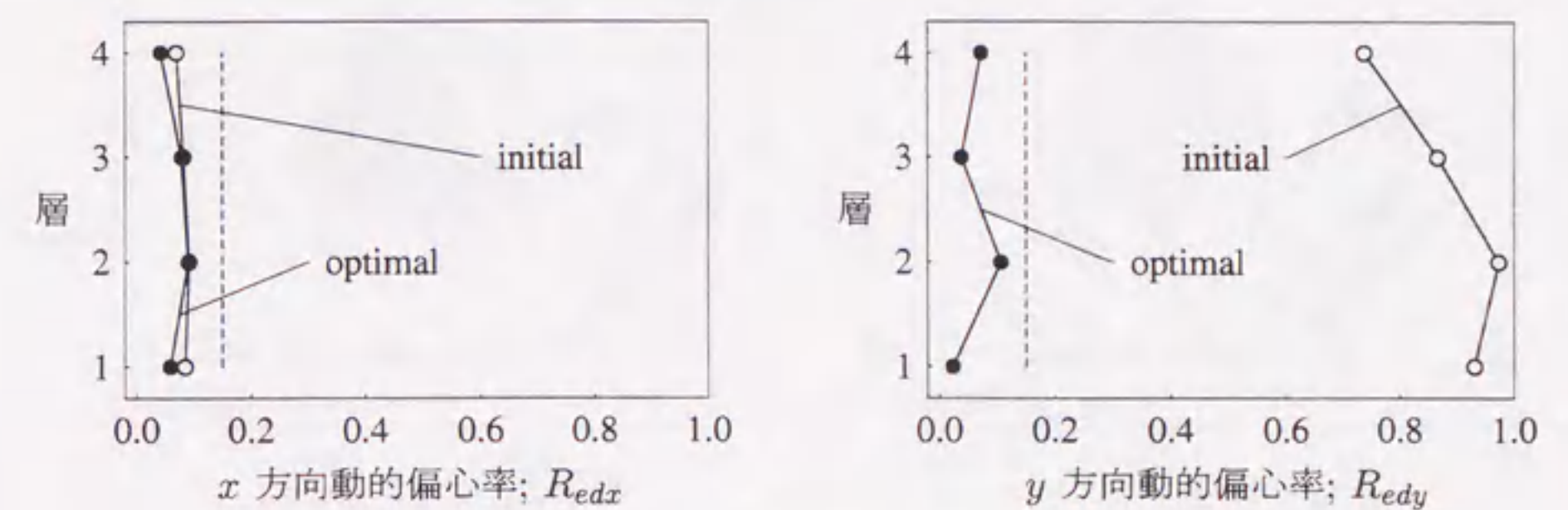


図 7.19 動的偏心率の高さ方向分布

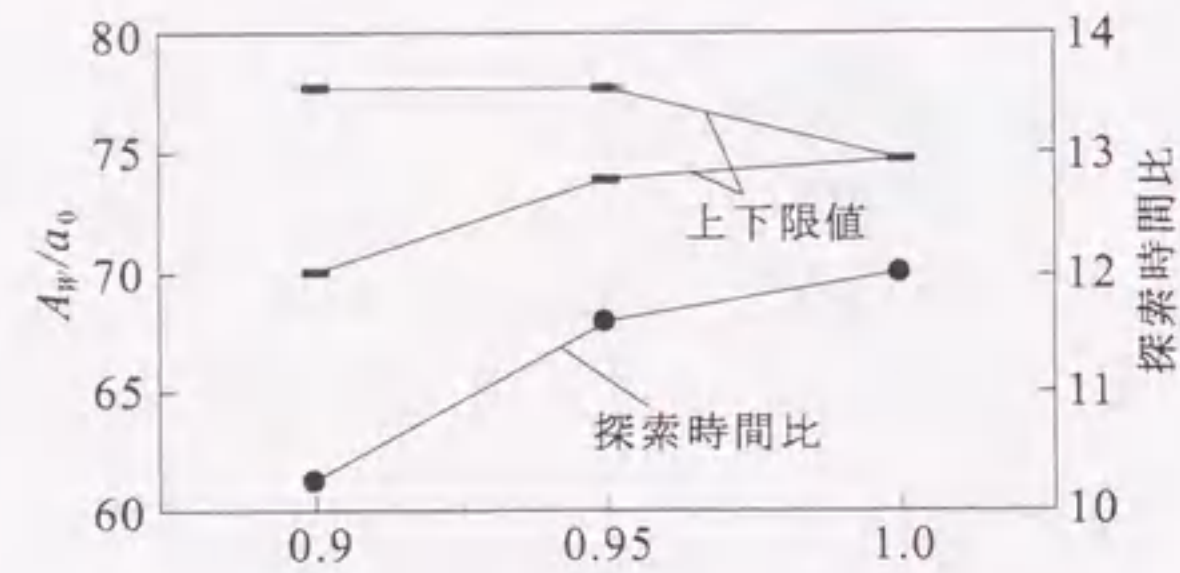


図 7.20  $\beta$  と探索時間、最適解の上下限值との関係

続いて8層建物の結果に対する考察を行う。高さ方向最適化において、上下層の壁枚数差の許容値  $N_e$  は各層各方向とも2枚に設定する。探索領域は  $65.6 \leq A_w/a_0 \leq 240.6$  であり、分割法では、 $A_w/a_0 = 80$  以下、 $80 \sim 90, 90 \sim 100, \dots$  の順で解探索を行う。本設計例では、一括法を適用した場合、計算量が膨大となり正常な探索終了に至らなかったが、分割法を適用した場合は壁量80以下の領域で解が得られた。このことから分割法の探索効率が一括法に比べて優れていることが判断できる。

図 7.20 に許容誤差パラメータ  $\beta$  と探索時間および真の最適値に対する上下限值の関係を示す。探索時間は、4層設計例の一括法 ( $\beta = 1.0$ ) での探索時間で除した値である。各層の配置可能位置は18ヶ所であり、4層建物例に対する8層建物例の単純な壁配置組合せの比は  $2^{18 \times 8} / 2^{18 \times 4} \approx 4.72 \times 10^{21}$  となる。全ての可能な場合を調べる総列挙法ではこの値がほぼ探索時間の比になるが、本手法(分割法)では4層設計例探索時間の10数倍程度に抑制されている。

最適壁配置結果と初期状態および最適配置での各力学値を図 7.22~図 7.25 に示す。最小壁量は連層配置結果に比べて9.1%程度減少しており、この設計例でも非連層配置を許容したことによる壁量減少効果が認められる。

図 7.21 に最適配置結果および最小壁量と、 $\beta = 0.9$  のときに得られた壁配置(準最適配置)とその壁量を示す。 $\beta = 0.9$  のときに得られた準最適配置の壁量は真の最適値のわずか4%程度の増加であり、また両者の壁配置傾向も類似している。このことから、 $\beta = 0.9$  程度に精度を減じて、実用上十分最適解に近い壁配置が効率よく求められるものと期待される。

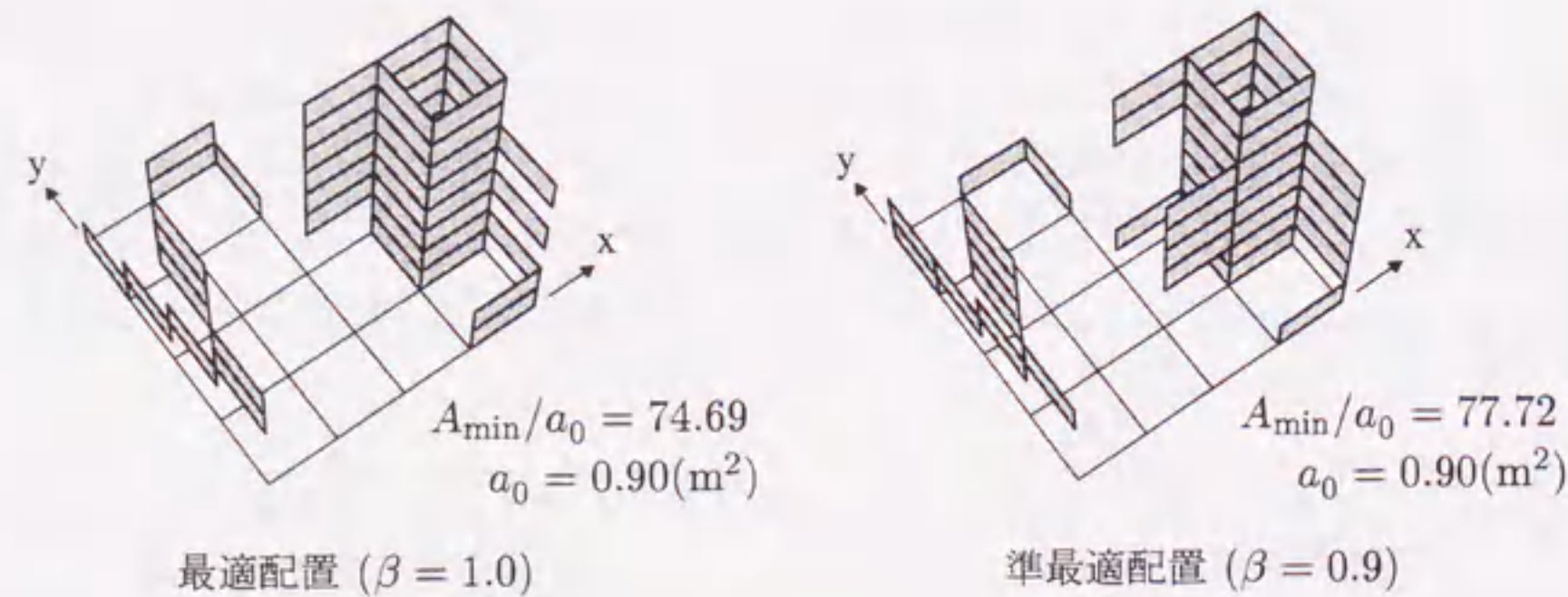


図 7.21 最適解と準最適解の壁配置の比較

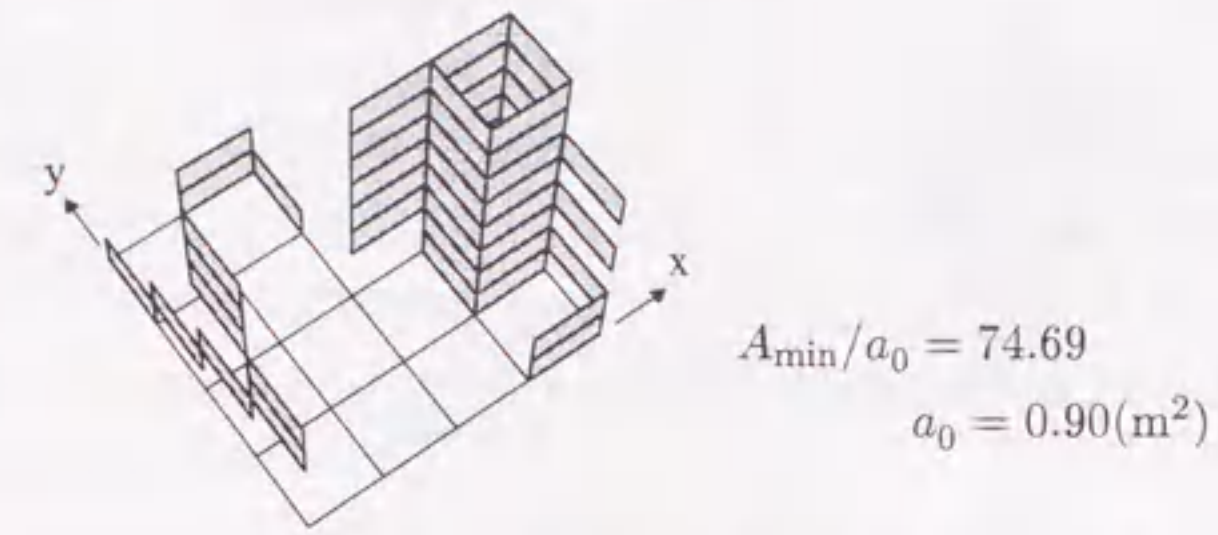


図 7.22 最適壁配置結果と最小壁量

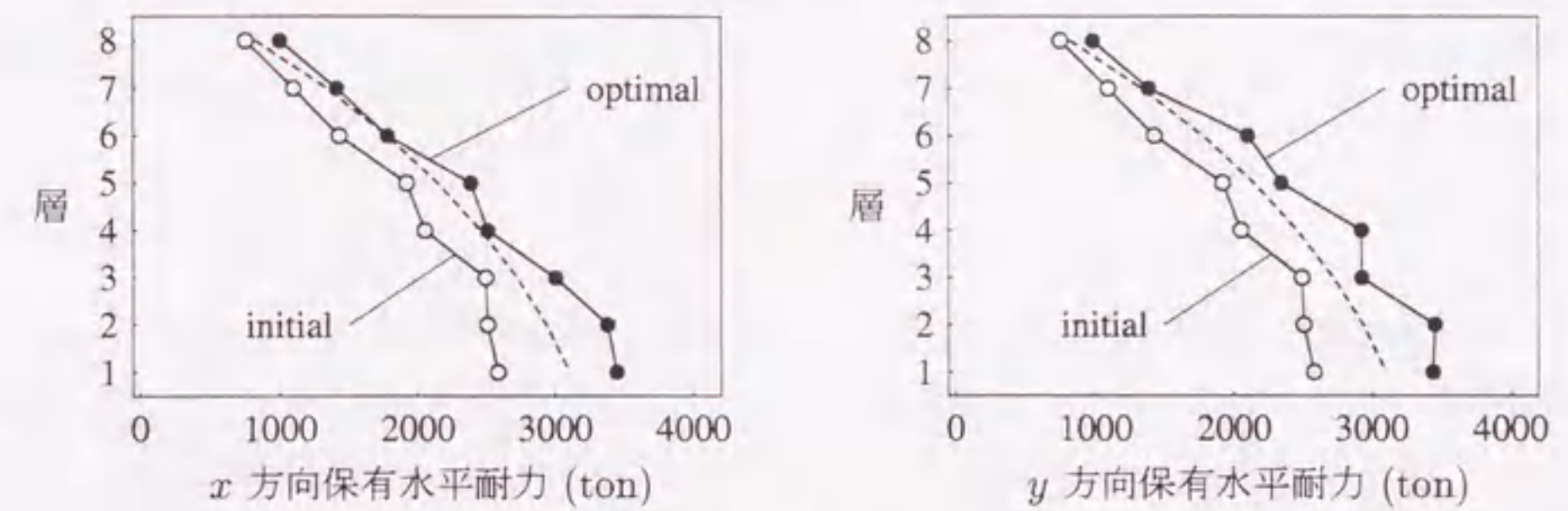


図 7.23 保有水平耐力の高さ方向分布

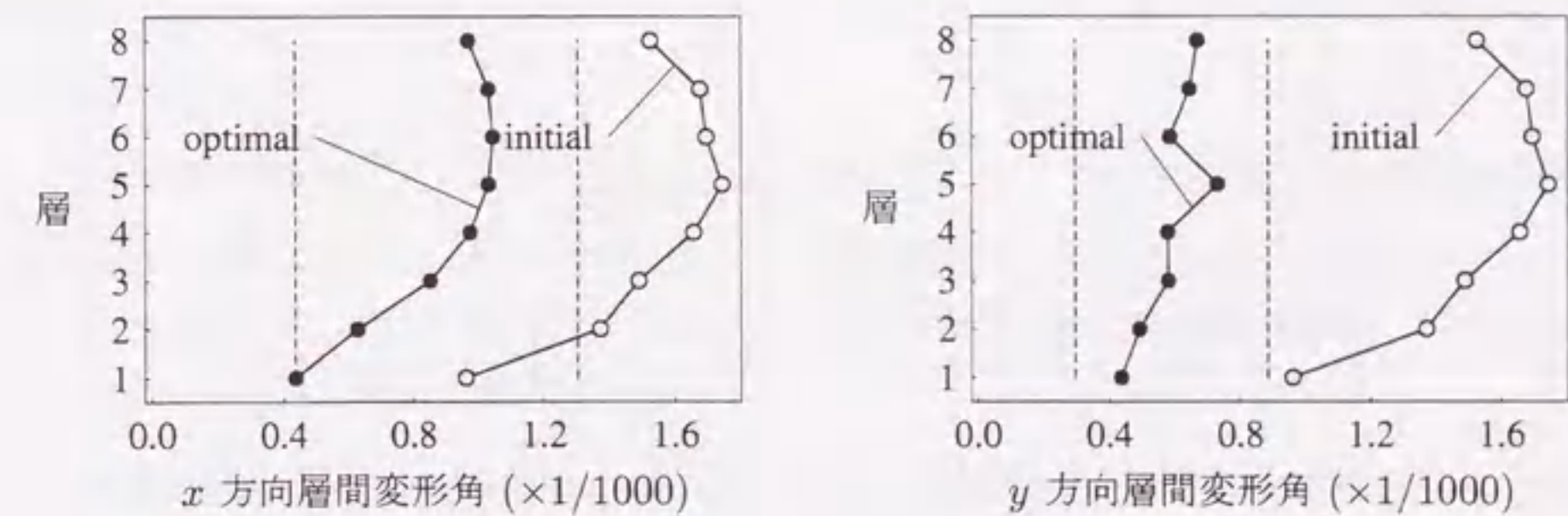


図 7.24 層間変形角の高さ方向分布

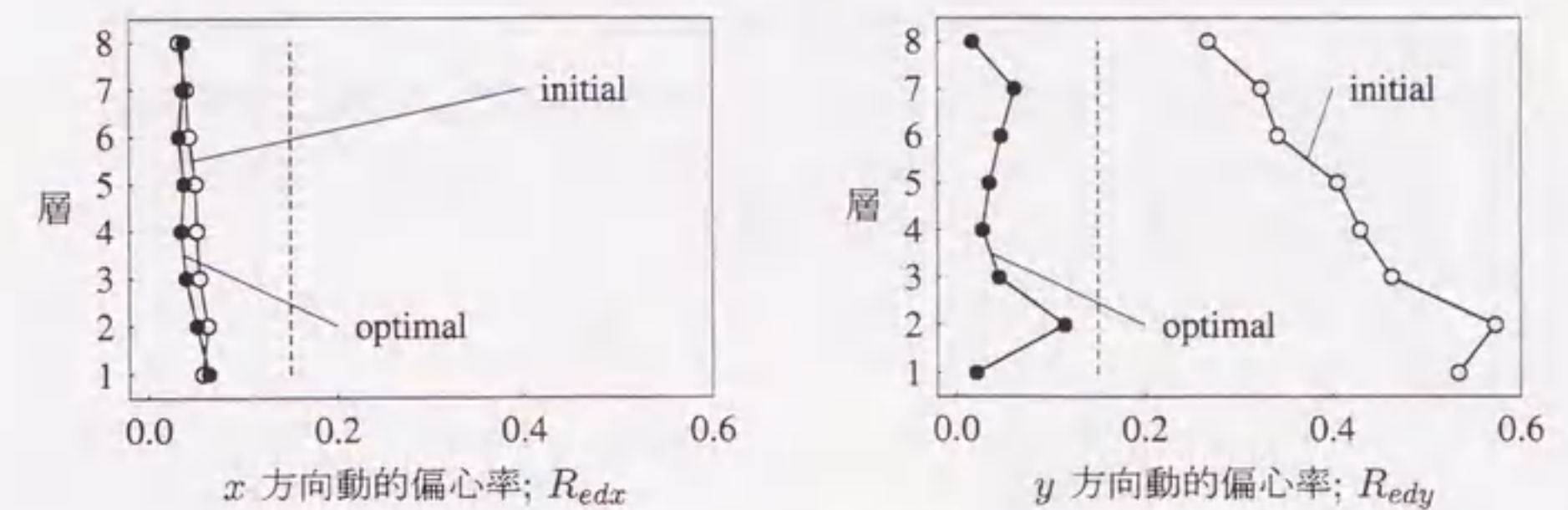


図 7.25 動的偏心率の高さ方向分布



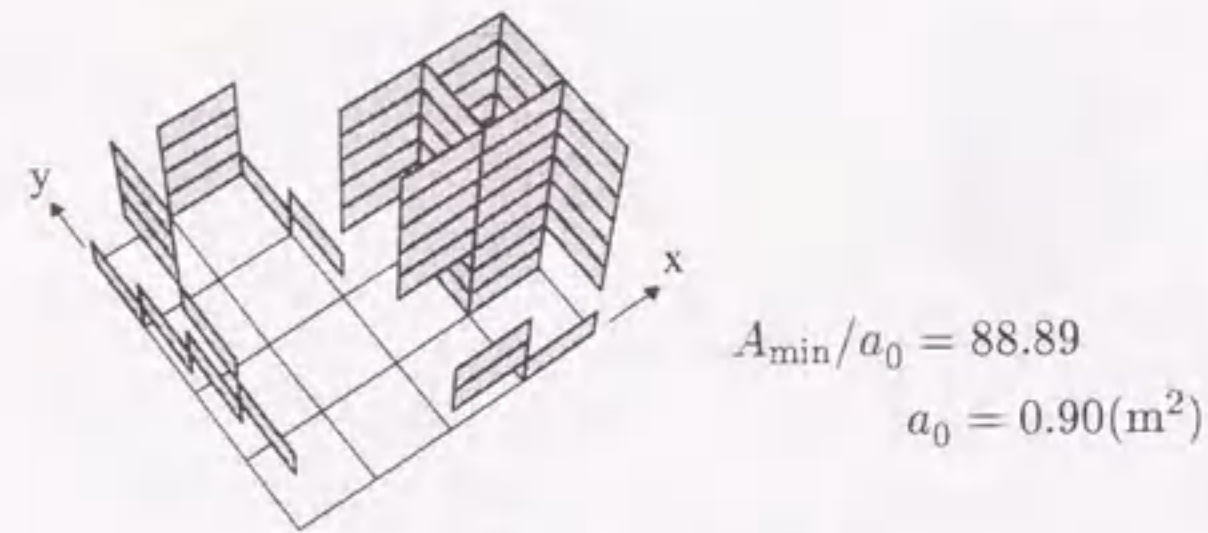


図 7.26 最適壁配置結果と最小壁量

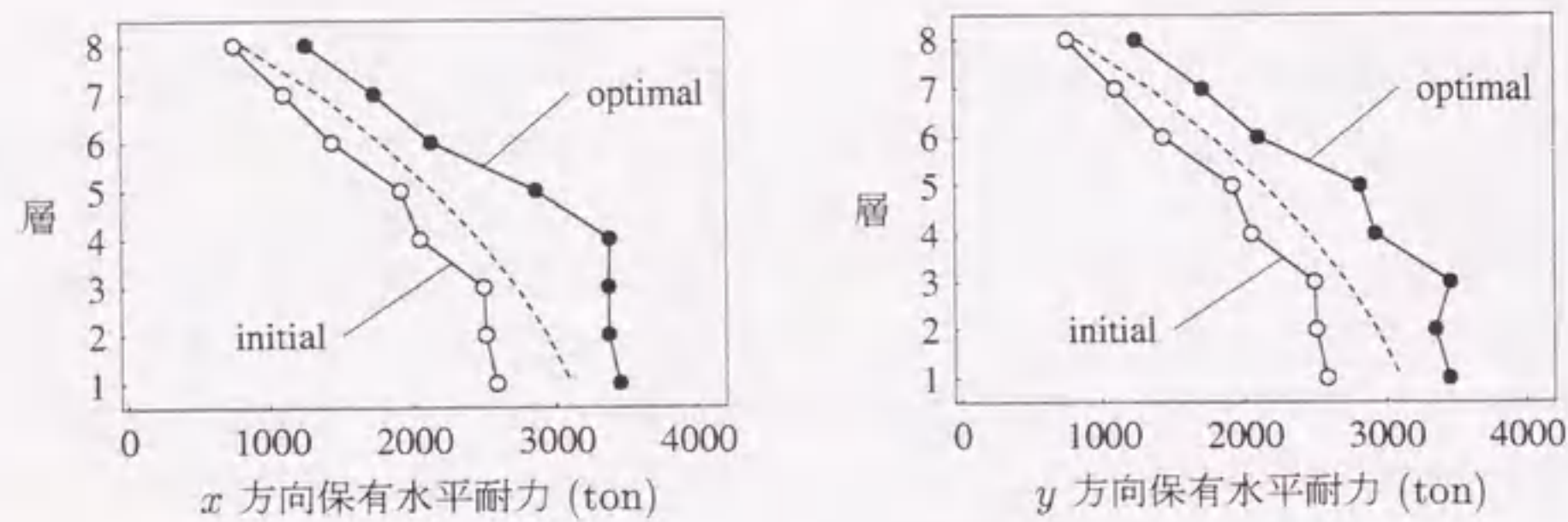


図 7.27 保有水平耐力の高さ方向分布

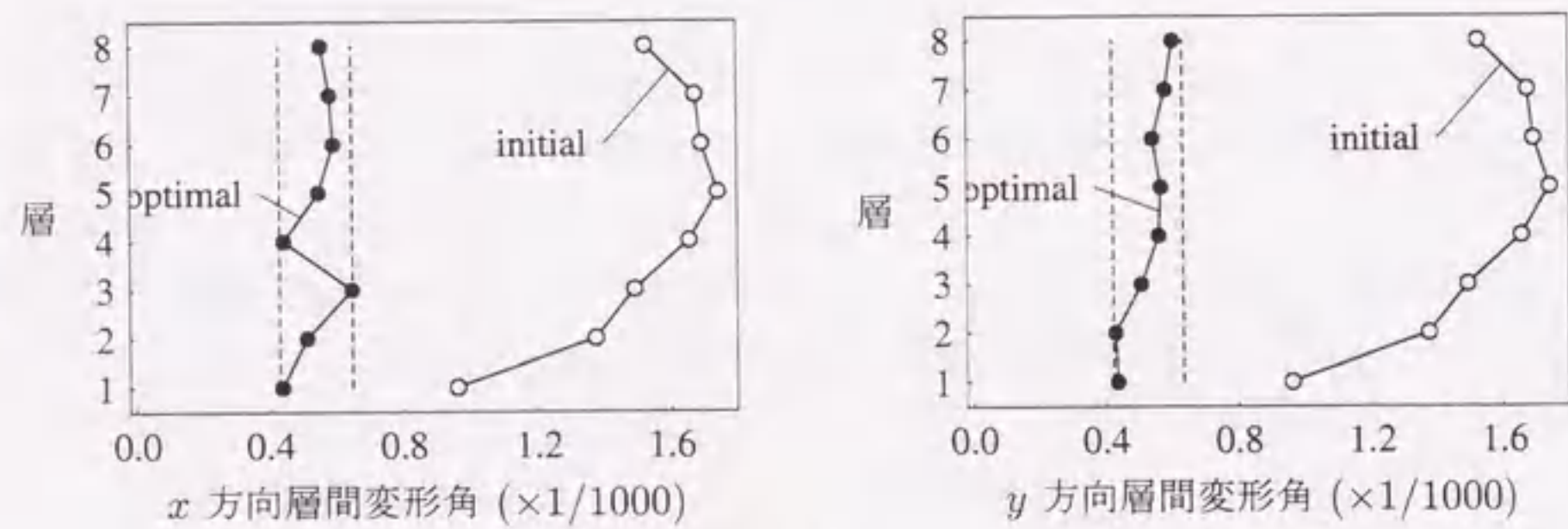


図 7.28 層間変形角の高さ方向分布

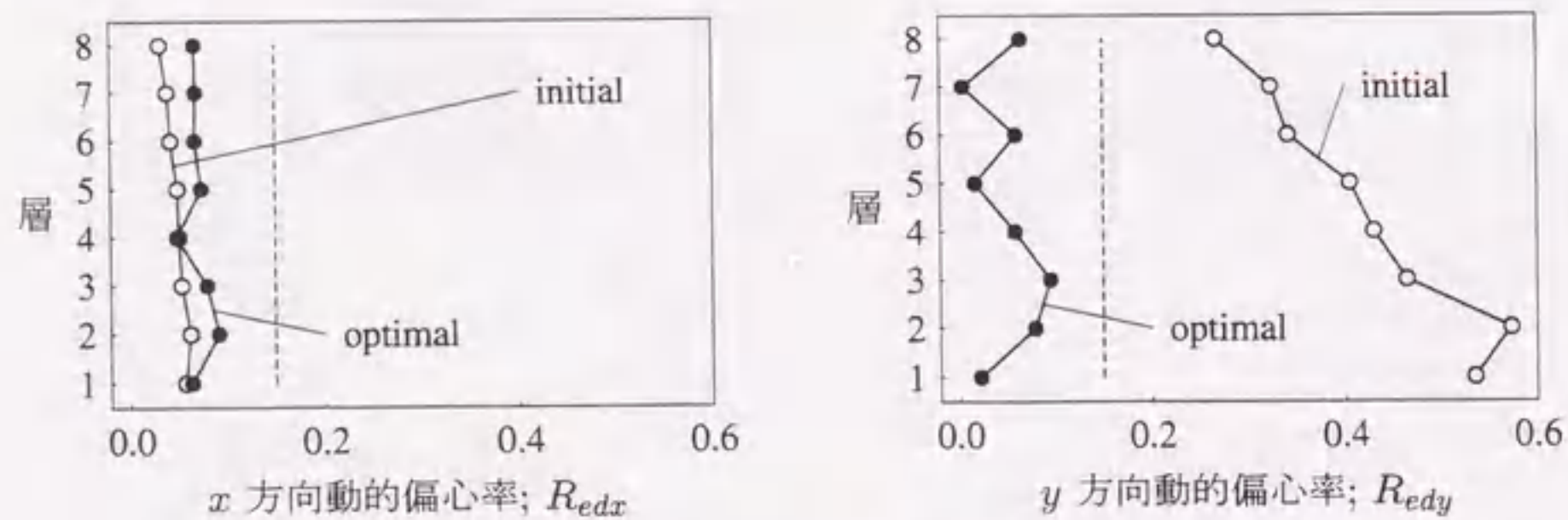


図 7.29 動的偏心率の高さ方向分布

次に、先例と同じ8層建物設計例において層間変位の許容偏差  $\epsilon_d$  のみを0.2に変更した設計を行う。通常制約条件が厳しくなると最適値の値は増加するため、壁量の大きな領域に解が存在し、小さい領域から探索を行う分割法では、壁配置の単純な組合せ数が同じでも多くの探索時間を要すると予測される。また、得られる暫定値も大きくなるため下界値テストの効果も小さくなる。実際の探索では、壁量80以下の領域には許容解が存在せず、 $\beta = 0.9$ に設定したとき80~90の領域で、図7.26に示す壁配置が得られた。壁量80以下の探索からの累積時間は、4層設計例の一括法 ( $\beta = 1.0$ ) に要した時間のほぼ20.7倍であった。

また  $\beta = 0.95$  以上を設定すると、探索時間の増大のため探索を正常に終了することはできなかった。したがって、本設計例の最適解は得られていないが、得られた壁配置の壁量と真の最適値との誤差は高々1割程度である。また、前2例の結果から判断すると、真の最適解に非常に近い壁配置が得られていると推定される。

7.5 まとめ

第6章で設定した平面壁配置問題と高さ方向最適化問題に対して分枝限定法を適用する場合、これまで有効であった限定操作が適用できないことや、非連層配置を許容することによる探索領域の拡大のため、第3.4章で提案した探索手法では探索効率の悪化が懸念される。そこで、本章ではこれまでの手法を基本として、実用時間内で解探索を行えるよう、問題構造を利用した効率のよい解探索手法を提案した。さらに数例の設計例を用いて、連層耐震壁の最適配置および非連層配置を考慮した最適壁配置計画を行い、壁配置計画の方針や本手法の探索効率について論じた。本章の内容は以下のように要約される。

1. 平面壁配置問題では、効率のよい許容解探索ができるように分枝変数の選択基準を提案した。
2. 高さ方向最適化にはこれまで有効であった優越テストと平面壁配置の対称性を利用したテストが適用できないため、新たに「平面配置壁枚数の限定」、「探索領域の分割」、「下界値テストの強化」を提案し探索効率の向上を図った。
3. 連層壁配置問題の数例の設計例結果をふまえ、連層耐震壁の配置計画では、独立連層耐震壁の隅角部への配置を避けることや、現行耐震設計における剛性率の規定が比較的多層の建物では厳しい条件となり、層間変位が非常に小さいことを考慮するとこの条件を適度に緩和するほうが合理的であるなど、経済的な構造計画を行うための計画方針を示した。
4. 非連層配置を許容した数例の設計例より、探索領域を分割する方法が探索効率上優れていること、建物規模に対して計算機能力が十分でない場合には、許容誤差パラメータ  $\beta$  を適切に設定することで、実用上十分な精度の準最適解が得られることを示した。

## 結

本論文は、耐震壁の3次元的配置計画問題を対象として、離散的最適化手法を用いた数理的な問題解決を試みた研究である。

第1章から第4章で成る第1部では、耐震壁の3次元的配置計画に対する最適化手法の確立を目指し、条件付き最適化問題としての定式化とそれに対する最適化手法の提案を行った。第1部の内容は以下のように要約される。

- 本設計問題のように比較的大規模なシステムの最適化では、いくつかのサブシステムに分解して最適化を行い、その後これらを連結して全体の最適化を行う方法が、実用的な計算時間でシステム全体の最適化が行える有効な手段である。そこで第2章では、本最適設計問題を、ねじれ剛性最大化を目標とした平面の最適壁配置問題と、平面壁配置を積層して壁量を最小化する高さ方向最適化問題とに分けて定式化を行った。また、両設計問題とも離散的最適化問題となることを示した。
- 第3章では、第2章で設定した最適壁配置問題に各種の離散的最適化手法を適用し、汎用性・探索効率に関する検討を行った。その結果、平面の最適壁配置問題には間接列挙法を基本とした分枝限定法が有効であること、高さ方向最適化問題は必然的に一般的な分枝限定法に頼らざるをえないことを示した。
- 第4章では、分枝限定法による解探索の効率化を図るため、優越テスト、平面壁配置の対称性を利用した限定操作、上層における許容解存否のテストによる限定操作など、本設計問題の特性を考慮した探索手法を提案し、数例の設計例題を用いて探索効率の有効性を確認した。また、設計例題の最適壁配置結果に対する力学的考察から、第1部で導入している耐震評価指標や解析仮定に対するいくつかの問題点を明らかにした。

続く第2部（第5章から第7章）では、第1部で明らかとなった設計上の問題点を解決し、さらに既往の研究成果を反映させて設計精度の向上を図った。第2部の内容は以下のように要約される。

- 第6章では、第1部で設定した各制約条件を見直し、鉄筋量や材料強度も強度算定に反映させた保有水平耐力制約条件、層間変位のばらつきを正當に評価した層間変位制約条件、建物のねじれ振動特性を反映した動的偏心率制約条件を設定して、最適壁配置問題の再設定を行った。
- 上記の設計問題に第1部の最適化手法（分枝限定法）を適用する場合、これまで有効であった限定操作が適用できず、探索効率が悪化することが判明した。そこで第7章では、実用時間内で解探索を行えるよう、平面配置壁枚数の限定、探索領域の分割といった問題構造を利用した解探索手法を提案した。さらに、非連層壁配置を許容した場合にはこの方法でも解探索に膨大

な計算時間を費やすことがあるため、下界値テストを強化した近似解法を提案した。この手法を用いれば、建物規模に対して計算機能力が十分でない場合には、許容誤差パラメータを適切に設定することで、実用上十分な精度の準最適解が得られることを、設計例題を用いて示した。

- 連層耐震壁の最適配置例題の設計結果をふまえ、独立連層耐震壁の隅角部配置の回避や、現行耐震設計における剛性率の規定が厳し過ぎること、層間変位が非常に小さいことを考慮するとこの条件を適度に緩和するほうが合理的であることなど、経済的な構造計画を行うための設計方針を示した。

ここ10数年の間に離散変数をもつ構造設計問題を扱った研究が非常に多く行われるようになったが、その大部分では、GAに代表される確率計画法が適用されている。特にGAでは、単純計算の繰り返しで解探索が行えることと、既存の構造解析プログラムが流用できることが大きな利点である。しかし、真の最適解が得られる保証がないことなど、確率計画法の問題点もいくつか指摘されている。本論文では、厳密な最適解が得られるという点を重視し、耐震壁の配置計画という離散的構造設計問題に対して数理計画法（分枝限定法）を適用している。これまで、大規模な問題を分枝限定法で解く場合、実用時間内では正常な計算終了に至らない可能性があることが指摘されてきたが、最近のコンピュータ性能の向上や、許容誤差パラメータを導入した近似解法の適用などを考慮すると、このような指摘が必ずしも数理計画法を用いた最適構造設計の致命的な欠点にならないと考える。

今後、本手法をさらに実用的な設計法として洗練・改善していくためには、以下に挙げるようないくつかの研究課題が残されている。

- 耐震壁を含む架構の弾塑性応答特性を解明し、本設計問題へ適切に反映させる必要がある。
- 現行設計法と同様に本設計でも、耐震壁の強度・剛性算定に直交壁の影響は考慮していない。しかし、直交壁の影響は架構全体の耐震性能を大きく左右することがこれまでの研究から明らかにされており、このような知見をふまえ、実現象にあった解析手法をとらなければならない。
- 設計精度を向上させれば、逆に計算負荷は増大する。実用時間内の設計を可能にするためには、並列計算・分散処理技術なども取り入れた効率のよい解探索アルゴリズムの開発が不可欠である。

これまで最適設計手法と実務設計との乖離が指摘され、その原因の1つとして、最適設計手法で扱っているモデルの単純さが挙げられていた。力学挙動における実際的な制約条件に関して、これまで多くの耐震研究が行われており、これらの知見を適切に設計に反映させる必要があろう。一方、近年のコンピュータ性能の急速な向上にともない、性能型構造設計への数理的手法の応用も期待されており、上記のような問題を解決するのが、最適構造設計法に対する期待に応える一方法であると考えられる。

## 謝辞

本論文は、筆者が名古屋大学大学院工学研究科在学中および三重大学工学部建築学科に赴任して以来、8年余りの間に行った研究成果をまとめたものであります。この間、小濱 芳朗 博士（現 三重大学工学部 教授）には、本論文の研究に対する懇切丁寧なご指導のみならず、公私にわたり多大なご援助を頂きました。ここに、深く感謝いたします。筆者の力不足のため、なかなか効率的に研究成果をあげることができなかつたにもかかわらず、こうして一応の成果としてまとめられたのも、ひとえに、博士の忍耐強い研究指導の賜であります。また、松井 徹哉 博士（現 名古屋大学大学院工学研究科 教授）、福和 伸夫 博士（現 名古屋大学先端技術共同研究センター 教授）、大森 博司 博士（現 名古屋大学大学院工学研究科 助教授）には、ご多忙中にもかかわらず、本論文に対する貴重なご助言をいただきました。さらに、宮村 篤典 博士（現 名古屋市立大学芸術工学部 教授）には、研究上の指導はもちろん、国際的な研究者としての意識をお教えいただきました。ここに厚く御礼申し上げます。本論文の研究を遂行するにあたり、諸先生方のご支援だけでなく、太田彰、田中智、小澤典史の諸氏をはじめとする小濱研究室の多くの優秀な学生諸君の協力を得ましたことも、心より感謝いたします。

筆者は1986年、名古屋大学工学部建築学科に入学し、その後、小濱博士のご指導のもとで卒業論文・修士論文の研究を行うようになりました。その際、昼夜を問わず研究に情熱を傾けられていた博士の姿に感銘を受け、入学当時の、研究者になりたいという漠然とした夢を、現実の問題として認識するようになり、研究者としての道を選択しました。また、共同研究をされていた宮村博士と3人で投稿論文を作成している際には、両博士から、研究に携わる者の心構えについて叱咤激励をいただきました。浅学非才であり、貴重なご助言のどれだけが身に付いているかわかりませんが、少しでも社会に貢献できるよう、今後とも努力していく所存であります。

最後に、大学入学以来、今日まで研究活動を続けてこられたのは、両親をはじめ多くの方々のご援助によるものであります。また、家事・育児に多忙でありながら、筆者の研究者としての生活を支えてくれた妻に、心から感謝いたします。

2000年5月 高田 豊文

## 参考文献

- 1) 中村恒善：建築骨組の最適設計，丸善，1980
- 2) 中村恒善，小坂郁夫：水平力を受ける弾性平面建築骨組のひずみ制御設計，日本建築学会構造系論文報告集，第363号，pp.1-11，1986.5
- 3) 中村恒善，小坂郁夫：水平力を受ける弾性立体建築骨組のひずみ制御設計，日本建築学会構造系論文報告集，第388号，pp.45-58，1988.6
- 4) W. Prager：Minimum weight design of a portal frame, *J. of the Engineering Mechanics Division, Proc. of ASCE*, Vol. 82, No. EM4, paper 1073, 1956.10
- 5) D. Kavlie and J. Moe：Automated design of frame structures, *J. of the Structural Division, Proc. of ASCE*, Vol. 97, No. ST1, pp.33-62, 1971.1
- 6) 小阪義夫，今井信宏：鉄筋コンクリート骨組の最適設計に関する研究 その1—最適化計算法および多層多スパン骨組への適用，日本建築学会論文報告集，第290号，pp.23-32，1980.4
- 7) 今井信宏：鉄筋コンクリート骨組の最適設計に関する研究 その2—最適化計算における初期設計解の推定，日本建築学会構造系論文報告集，第350号，pp.16-27，1985.4
- 8) 今井信宏：鉄筋コンクリート骨組の最適設計に関する研究 その3—動的応答を考慮したRC骨組の設計，日本建築学会構造系論文報告集，第360号，pp.31-43，1986.2
- 9) 今井信宏：新耐震設計法ならびに地震時塑性層間変位を考慮した鉄筋コンクリート骨組の最適設計，日本建築学会構造系論文報告集，第377号，pp.52-63，1987.7
- 10) 藤谷義信，藤井大地，春日康博，尾中敦義，平田裕一，荒井宏，塩崎洋一，山本憲司：鉄筋コンクリート建物の最適設計プログラムの開発，日本建築学会技術報告集，第5号，pp.63-68，1997.12
- 11) 藤井大地，藤谷義信：薄肉はり置換法による高層ビルの最適設計—薄肉はり置換法による高層ビルの構造解析に関する研究 その3，日本建築学会構造系論文集，第477号，pp.57-66，1995.11
- 12) 藤井大地，藤谷義信：薄肉はり置換法による高層ビルの形状および剛性分布の最適化に関する研究，日本建築学会構造系論文集，第510号，pp.99-106，1998.8
- 13) 藤井大地，菊池 昇：SLP法を用いたトポロジー最適化における数値的不安定の改善，日本建築学会構造系論文集，第521号，pp.65-72，1999.7

- 14) 澤田樹一郎, 中村雄治, 松尾 彰: 反復線形計画法を用いた平面ラーメンの最適弾性・塑性設計法, 日本建築学会構造系論文集, 第 485 号, pp.117-125, 1996.7
- 15) 内村 均, 佐藤和英, 和田 章, 黒正清治: 水平変形に注目した鉄骨骨組の部材断面変更法, 日本建築学会構造系論文集, 第 485 号, pp.73-80, 1996.7
- 16) 内村 均, 和田 章: 水平変形に注目した立体鉄骨骨組の部材断面変更法, 日本建築学会構造系論文集, 第 515 号, pp.91-98, 1999.1
- 17) 陳 沛山, 川口 衛: 多目的最適化解析によるテンション構造の最大剛性形態, 日本建築学会構造系論文集, 第 481 号, pp.55-61, 1996.3
- 18) 大森博司, 山本憲司: 応力分布を目的関数とする空間構造の形状最適化に関する研究 その 1 - シェル構造への適用, 日本建築学会構造系論文集, 第 496 号, pp.67-73, 1997.6
- 19) 大森博司, 山本憲司: 応力分布を目的関数とする空間構造の形状最適化に関する研究 その 2 - スペースフレームへの適用, 日本建築学会構造系論文集, 第 503 号, pp.77-83, 1998.1
- 20) A. C. Palmer: Optimum structure design by dynamic programming, *J. of the Structural Division, Proc. of ASCE*, Vol. 94, No. ST8, pp.1887-1906, 1968.8
- 21) A. R. Toakley: Optimum design using available sections, *J. of the Structural Division, Proc. of ASCE*, Vol. 94, No. ST5, pp.1219-1241, 1968.5
- 22) K. F. Reinschmidt: Discrete structural optimization, *J. of the Structural Division, Proc. of ASCE*, Vol. 97, No. ST1, pp.133-156, 1971.1
- 23) J. S. Liebman, N. Khachaturian and V. Chanaratna: Discrete structural optimization, *J. of the Structural Division, Proc. of ASCE*, Vol. 107, No. ST11, pp.2177-2197, 1981.11
- 24) H. M. Amir and T. Hasegawa: Nonlinear mixed-discrete structural optimization, *J. of Structural Engineering*, Vol. 115, No. 3, pp.626-646, 1989.3
- 25) C. K. Choi and H. G. Kwak: Optimum RC member design with predetermined discrete sections, *J. of Structural Engineering*, Vol. 116, No. 10, pp.2634-2655, 1990.10
- 26) A. Cella and R. D. Logcher: Automated optimum design from discrete components, *J. of the Structural Division, Proc. of ASCE*, Vol. 97, No. ST1, pp.175-189, 1971.1
- 27) K. Hager and R. Balling: New approach for discrete structural optimization, *J. of Structural Engineering*, Vol. 114, No. 5, pp.1120-1134, 1988.5
- 28) C. H. Tseng, L. W. Wang and S. F. Ling: Enhancing branch-and-bound method for structural optimization, *J. of Structural Engineering*, Vol. 121, No. 5, pp.831-837, 1995.5
- 29) E. Salajegheh: Optimum design of plate and shell structures with discrete design variables, *Advances in Structural Optimization*, pp.187-193, 1994
- 30) M. Bremicker, P. Y. Papalambros and H. T. Loh: Solution of mixed-discrete structural optimization problem with a new sequential linearization algorithm, *Computers and Structures*, Vol. 37, No. 4, pp.451-461, 1990

- 31) P. B. Thanedar and G. N. Vanderplaats: Survey of discrete variable optimization for structural design, *J. of Structural Engineering*, Vol. 121, No. 2, pp.301-306, 1995.2
- 32) S. L. Padula and C. A. Sandridge: Passive/active strut placement by integer programming, *Topology Design of Structures*, pp.145-156, 1993
- 33) 内村 均, 佐藤和英, 和田 章, 黒正清治: 水平変形に注目した鉄骨ブレースの配置計画に関する一考察, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B1, pp.403-404, 1997.9
- 34) 大澤義明: 地域施設計画モデルにおける計画施設数と最適配置及び最適距離との関係, 日本建築学会計画系論文集, 第 482 号, pp.165-174, 1996.4
- 35) 日本建築学会編: 建築・都市計画のためのモデル分析の手法, pp.136-149, 1992
- 36) W. M. Jenkins: Plane frame optimization design environment based on genetic algorithm, *J. of Structural Engineering*, Vol. 118, No. 11, pp.3103-3112, 1992.5
- 37) W. M. Jenkins: Toward structural optimization via the genetic algorithm, *Computers and Structures*, Vol. 40, No. 5, pp.1321-1327, 1991
- 38) P. Hajela: Genetic algorithms in automated structural synthesis, *Optimization and Artificial Intelligence in Civil and Structural Engineering*, Vol. I, pp.639-653, 1992
- 39) S. Rajeev and C. S. Krishnamoorthy: Discrete optimization of structures using genetic algorithms, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 118, No. 5, pp.1233-1250, 1992.5
- 40) 大崎 純: 遺伝的アルゴリズムに基づく不連続コスト関数を有する構造物の最適設計法, 日本建築学会構造系論文集, 第 464 号, pp.119-127, 1994.10
- 41) 岡田康男, 小川幸雄: 最適信頼性設計への GA の適用に関する研究, 日本建築学会構造系論文集, 第 470 号, pp.29-34, 1995.4
- 42) D. E. Grierson and W. H. Park: Discrete optimization design using a genetic algorithm, *Topology Design of Structures*, pp.89-102, 1993
- 43) 杉本博之, 山本洋敬: 離散的構造最適設計のための GA の信頼性向上に関する研究, 土木学会論文集, No. 471, I-24, pp.67-76, 1993.7
- 44) 浅野史彦, 堤 和敏, 谷 明勲, 河村 廣: 拡張遺伝的アルゴリズムを用いたラチスドームの最適設計 - グリッドドームの場合, 日本建築学会技術報告集, 第 8 号, pp.229-233, 1999.6
- 45) 中澤祥二, 加藤史郎: ハイブリッド GA を用いた張弦梁構造のプレストレス導入部材最適配置の探索法に関する研究, 日本建築学会構造系論文集, 第 497 号, pp.99-105, 1997.7
- 46) P. Hajela, E. Lee and C. Y. Lin: Genetic algorithms in structural topology optimization, *Topology Design of Structures*, pp.117-133, 1993
- 47) S. D. Rajan: Sizing, shape, and topology design optimization of trusses using genetic algorithm, *J. of Structural Engineering*, Vol. 121, No. 10, pp.1480-1487, 1995.10
- 48) 金子義信, 兼光知巳, 三井和男, 登坂宣好, 半谷裕彦: 遺伝的アルゴリズムによるトラス構造物の施工経路最適化, 日本建築学会構造系論文集, 第 508 号, pp.87-92, 1998.6

- 49) 兼光知巳, 半谷裕彦: トラス構造の製作形状および施工経路最適化解析, 日本建築学会構造系論文集, 第510号, pp.91-98, 1998.8
- 50) 大森博司, 鬼頭伸彰: 遺伝的アルゴリズムを用いたトラス構造物の形態創出, 日本建築学会構造系論文集, 第520号, pp.85-92, 1999.6
- 51) R. J. Balling: Optimal steel frame design by simulated annealing, *J. of Structural Engineering*, Vol. 117, No. 9, pp.1780-1795, 1991.6
- 52) 田川 浩, 大崎 純: 一様部材断面積を有する平面トラスのトポロジー・節点位置同時最適化, 日本建築学会構造系論文集, 第521号, pp.73-80, 1999.7
- 53) 坂和正敏, 田中雅博: 遺伝的アルゴリズム, pp.94-104, 朝倉書店, 1995
- 54) 茨木俊秀: 探索の高速化とその限界, 人工知能学会誌, Vol. 6, No. 1, pp.45-23, 1991.1
- 55) E. Balas: An additive algorithm for solving linear programs with zero-one variables, *Operations Research*, Vol. 13, pp.517-546, 1965
- 56) 日本建築学会編: 建築耐震設計における保有耐力と変形性能 (1990), pp.339-357, 1990
- 57) 称原良一, 加藤 勉: 鉄筋コンクリート連層耐震壁の終局耐力, 日本建築学会論文報告集, 第343号, pp.24-31, 1984.9
- 58) 白石一郎, 狩野芳一, 町田亘寛: 鉄筋コンクリート造耐震壁の最大せん断耐力に関する一考察, 日本建築学会構造系論文報告集, 第365号, pp.144-155, 1986.7
- 59) 白石一郎, 狩野芳一, 町田亘寛: 鉄筋コンクリート造耐震壁の曲げ降伏後の最大耐力に関する考察, 日本建築学会構造系論文報告集, 第378号, pp.91-101, 1987.9
- 60) 益尾 潔: 鉄筋コンクリート耐震壁のせん断耐力に関する研究, 日本建築学会構造系論文報告集, 第380号, pp.76-, 1987.10
- 61) 長沼一洋: 平面応力場における鉄筋コンクリート板の非線形解析モデル — 鉄筋コンクリート壁状構造物の非線形解析手法に関する研究 その1, 日本建築学会構造系論文報告集, 第421号, pp.39-48, 1991.3
- 62) 長沼一洋: 鉄筋コンクリート耐震壁の非線形解析手法と適用性 — 鉄筋コンクリート壁状構造物の非線形解析手法に関する研究 その2, 日本建築学会構造系論文報告集, 第431号, pp.7-16, 1992.1
- 63) 長沼一洋: 鉄筋コンクリート耐震壁のせん断強度に関する解析的研究, 日本建築学会構造系論文報告集, 第447号, pp.107-117, 1993.5
- 64) 松本和行, 壁谷澤寿海, 倉本 洋: 非線形骨組解析における耐震壁の部材モデル化, 構造工学論文集, Vol. 39B, pp.245-254, 1993.4
- 65) K. Yang, N. Inoue and A. Shibata: Nonlinear analysis of 3-D RC shear walls by finite element method, 構造工学論文集, Vol. 41B, pp.503-510, 1995.4

- 66) F. Khairallah, Y. Arai: Numerical model to predict the 3-dimensional characteristics of reinforced concrete L-shaped shear walls Part I — Theoretical model, 日本建築学会構造系論文集, 第493号, pp.73-81, 1997.3
- 67) 例えば, 芳村 学, 黒瀬行信, 上之菌隆志: 鉄筋コンクリート造実大7層建物実験における耐震壁の弾塑性挙動 — 日米共同耐震実験研究 その6, 日本建築学会構造系論文報告集, 第401号, pp.59-66, 1989.7
- 68) 園部泰寿, 横山晶好, 今井 弘, 小杉一正: 耐震壁架構の破壊機構に関する研究 (耐震壁の配置の異なる2つの架構の実験), 日本建築学会論文報告集, 第272号, pp.21-29, 1978
- 69) 大田和彦, 嶋津孝之, 荒木秀夫: 連スパン壁の耐震性に関する基礎的研究 その1 — 連スパン壁の水平加力実験, 日本建築学会構造系論文報告集, 第423号, pp.35-44, 1991.5
- 70) 平石久廣, 今西達也, 福山 洋, 田中義成: 二方向変形を受ける鉄筋コンクリート造耐震壁の曲げ降伏後の構造的性状, 日本建築学会構造系論文報告集, 第450号, pp.89-98, 1993.8
- 71) 今西達也, 平石久廣, 森田司郎, 藤井 栄: 二方向変形を受ける鉄筋コンクリート造耐震壁の面外方向の構造的性状, 日本建築学会構造系論文報告集, 第466号, pp.97-105, 1994.12
- 72) 溝口光男, 荒井康幸: 二方向水平力を受ける鉄筋コンクリートL型開断面耐震壁の弾塑性性状に関する実験的研究, 日本建築学会構造系論文報告集, 第450号, pp.71-80, 1993.8
- 73) 溝口光男, 荒井康幸: 二方向水平力を受ける鉄筋コンクリートL型開断面耐震壁の弾塑性性状に関する実験的研究 その2 — 二方向曲げ終局強度について, 日本建築学会構造系論文報告集, 第464号, pp.101-108, 1994.10
- 74) 溝口光夫, 荒井康幸: 直交壁がせん断降伏する鉄筋コンクリートL形断面耐震壁の終局強度, 日本建築学会構造系論文集, 第512号, pp.141-147, 1998.10
- 75) 武藤清: 耐震計算法, 丸善, 1963
- 76) 構造計算指針・同解説 (1988年度版), pp.347-364, 日本建築センター, 1988
- 77) M. Tomii and T. Yamakawa: Relations between the nodal external forces and the nodal displacements on the boundary frames of rectangular elastic framed shear walls Part I — Relations between the nodal external forces and the representative components of their fundamental components, 日本建築学会論文報告集, 第237号, pp.45-57, 1975.11
- 78) M. Tomii and T. Yamakawa: Relations between the nodal external forces and the nodal displacements on the boundary frames of rectangular elastic framed shear walls Part II — Relations between the nodal displacements and the representative components of their fundamental components, 日本建築学会論文報告集, 第238号, pp.37-46, 1975.12
- 79) M. Tomii and T. Yamakawa: Relations between the nodal external forces and the nodal displacements on the boundary frames of rectangular elastic framed shear walls Part III — General relations between the nodal external forces and nodal displacements, 日本建築学会論文報告集, 第239号, pp.35-42, 1976.1

- 80) M. Tomii and T. Yamakawa : Relations between the nodal external forces and the nodal displacements on the boundary frames of rectangular elastic framed shear walls Part IV — Stiffness matrices and flexibility matrices, 日本建築学会論文報告集, 第 240 号, pp.63-70, 1976.2
- 81) M. Tomii and T. Yamakawa : Relations between the nodal external forces and the nodal displacements on the boundary frames of rectangular elastic framed shear walls Part V — A numerical example, conclusions, notation and references, 日本建築学会論文報告集, 第 241 号, pp.79-89, 1976.3
- 82) M. Tomii and T. Yamakawa : Stiffness matrix of two-story or two-bay duplex framed shear walls, 日本建築学会論文報告集, 第 284 号, pp.41-50, 1979.10
- 83) 山川哲雄, 富井政英 : 節点外力と節点変位に関する各基本成分と I 形梁理論で求める節点剛性マトリックス — 耐震壁の節点剛性マトリックスに関する実用解 その 1, 日本建築学会構造系論文報告集, 第 413 号, pp.97-106, 1990.7
- 84) 富井政英, 山川哲雄, 魚永幸人, 太田俊也 : 1 スパン 1 層耐震壁についてフーリエ級数解を利用して求めるせん断型剛性と節点回転剛性 — 耐震壁の節点剛性マトリックスに関する実用解 その 2, 日本建築学会構造系論文報告集, 第 417 号, pp.147-156, 1990.11
- 85) 山川哲雄, 富井政英 : 連続耐震壁の節点剛性マトリックスと有壁ラーメンの解析例 — 耐震壁の節点剛性マトリックスに関する実用解 その 3, 日本建築学会構造系論文報告集, 第 421 号, pp.129-137, 1991.3
- 86) M. Inoue and M. Tomii : Method of estimation of rotational rigidity of the corner connections of framed shear walls for their equivalent diagonally-braced frames, 日本建築学会論文報告集, 第 336 号, pp.53-65, 1984.2
- 87) M. Inoue and M. Tomii : Method of estimation of rotational rigidity of the intermediate connections of framed shear walls for their equivalent diagonally-braced frames, 日本建築学会論文報告集, 第 347 号, pp.83-94, 1985.1
- 88) K. Yoshimura and M. Inoue : Static and dynamic analysis of reinforced concrete frames with framed shear walls arranged apart, 日本建築学会論文報告集, 第 250 号, pp.9-17, 1976.12
- 89) 吉村浩二, 菊池健児 : 中低層 RC 架構に組み込まれた非連層耐震壁の実用的剛性評価法に関する基礎的研究, 日本建築学会論文報告集, 第 317 号, pp.41-49, 1982.7
- 90) 荒井康幸, 柴田拓二 : 一般骨組内の開断面立体耐震壁の解析について, 日本建築学会論文報告集, 第 313 号, pp.48-57, 1982.3
- 91) 荒井康幸, 柴田拓二 : 開断面耐震壁を含む立体骨組の略算法 — [D] 値法 — 一般骨組内の開断面立体耐震壁の解析について その 2, 日本建築学会構造系論文報告集, 第 360 号, pp.157-164, 1986.2

- 92) 荒井康幸, 柴田拓二 : 開断面耐震壁を含む建物の静的および動的解析 — 一般骨組内の開断面立体耐震壁の解析について その 3, 日本建築学会構造系論文報告集, 第 365 号, pp.156-164, 1986.7
- 93) 荒井康幸, 柴田拓二 : 基礎の回転を考慮した開断面耐震壁の [D] 値 — 一般骨組内の開断面立体耐震壁の解析について その 4, 日本建築学会構造系論文報告集, 第 367 号, pp.143-150, 1986.9
- 94) 山崎 裕 : 偏った剛性分布をもつ構造物のねじれ応答, 日本建築学会構造系論文報告集, 第 369 号, pp.31-41, 1986.11
- 95) 坂本 順, 小浜芳朗, 渡辺雅生, 辻井 孝 : 立体架構の動的ねじれ連成挙動に関する考察, 日本建築学会構造系論文報告集, 第 380 号, pp.22-31, 1987.10
- 96) 鈴木哲夫, 武田寿一 : 偏心のある建物の耐震性評価に関する研究 その 1 — 弾塑性ねじれ応答解析に基づく損傷分布の傾向, 日本建築学会構造系論文報告集, 第 354 号, pp.23-31, 1985.8
- 97) 尾崎昌凡, 曾田五月也, 安田征一郎, 波川智明 : 1 層偏心構造物の保有水平耐力と塑性変形に法する研究, 日本建築学会構造系論文報告集, 第 364 号, pp.53-, 1986.6
- 98) 尾崎昌凡, 曾田五月也, 安田征一郎, 加藤 修 : 強震を受ける多層偏心構造物の損傷予測に関する研究, 日本建築学会構造系論文報告集, 第 375 号, pp.18-27, 1987.5
- 99) 小豆畑達哉, 高橋 徹, 胡 明, 尾崎昌凡 : 強震を受ける 1 層 1 軸偏心構造物の損傷評価に関する研究, 日本建築学会構造系論文報告集, 第 426 号, pp.59-66, 1991.8
- 100) 佐武直紀 : 不整形を有する建物のねじれに対する保有耐力の適正配分に関する検討, 日本建築学会構造系論文報告集, 第 445 号, pp.45-54, 1993.3
- 101) 大村哲矢, 林 静雄 : 耐震壁が偏在する鉄筋コンクリート造建物の耐震安全性に関する評価, 日本建築学会構造系論文報告集, 第 522 号, pp.99-104, 1999.8
- 102) 島崎 大, 秋山 宏 : 振れを伴う 1 層構造物の最適強度分布と損傷分布, 日本建築学会構造系論文報告集, 第 506 号, pp.101-107, 1998.4
- 103) 島崎 大, 秋山 宏 : 振れを伴う多層構造物の最適強度分布と損傷分布, 日本建築学会構造系論文報告集, 第 518 号, pp.25-32, 1999.4
- 104) 志賀敏男 : 構造物の振動, pp.167-177, 共立出版, 1976

## 付録 A

### 本論文に関連する発表論文

#### ■学会誌等

1. A. Miyamura, Y. Kohama and T. Takada : Application of heuristics to structural design problem, 構造工学論文集, Vol.38B, pp.1-8, 1992.3
2. 高田豊文, 小浜芳朗, 宮村篤典 : 分枝限定法による 3 次元架構の最適壁配置設計, 構造工学論文集, Vol.39B, pp.43-50, 1993.3
3. 小浜芳朗, 高田豊文, 宮村篤典, 太田彰 : 0-1 計画問題による耐震壁の最適配置設計, 構造工学論文集, Vol.40B, pp.235-242, 1994.3
4. 小浜芳朗, 高田豊文, 宮村篤典, 太田彰 : 耐震壁の最適配置設計における解探索の効率化, 構造工学論文集, Vol.41B, pp.215-222, 1995.3
5. 小浜芳朗, 高田豊文, 宮村篤典, 小沢典史 : GA と分枝限定法による耐震壁配置の最適化手法, 構造工学論文集, Vol.42B, pp.269-276, 1996.3
6. 小浜芳朗, 宮村篤典, 高田豊文, 田中 智 : 動的ねじれ特性を考慮した耐震壁の最適配置設計, 構造工学論文集, Vol.43B, pp.97-103, 1997.3
7. 福田浩史, 畑中重光, 高田豊文, 小浜芳朗 : 学校建築物の耐震補強における耐震壁の配置計画に関する考察, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.21, No.3, pp.1357-1362, 1999.7
8. 高田豊文, 小浜芳朗, 宮村篤典 : 多層 RC 立体架構に対する連層耐震壁の最適配置に関する考察, 日本建築学会構造系論文集, 第 522 号, pp.93-98, 1999.8

#### ■国際学会

1. Y. Kohama T. Takada and A. Miyamura : A combinatorial optimality of shear element allocation, *Applications of Artificial Intelligence in Engineering IX*, pp.431-438, 1994
2. A. Miyamura, Y. Kohama and T. Takada : Optimal allocation of shear wall at 3D frame by genetic algorithm application, *Advances in Optimization for Structural Engineering*, pp.73-79, 1996



## ■その他

1. 高田豊文, 小浜芳朗, 宮村篤典: 耐震壁の最適配置計画法に関する考察, 日本建築学会大会学術講演梗概集, A, pp.1309-1310, 1991.8
2. Y. Kohama, A. Miyamura and T. Takada: A note on searching heuristics of optimal problem, 日本建築学会大会学術講演梗概集, A, pp.1363-1364, 1991.8
3. 高田豊文, 小浜芳朗, 宮村篤典: 最適な耐震壁配置の探索法に関する考察, 日本建築学会東海支部研究報告集, 第30号, pp.117-120, 1992.2
4. T. Takada, Y. Kohama and A. Miyamura: Further discussion on searching heuristics of discrete optimality, 日本建築学会大会学術講演梗概集, A, pp.1551-1552, 1992.8
5. 小浜芳朗, 宮村篤典, 高田豊文: 耐震壁の最適配置問題に対する分枝限定法の応用, 日本建築学会東海支部研究報告集, 第31号, pp.189-192, 1993.2
6. 高田豊文, 小浜芳朗, 宮村篤典, 太田 彰: ファジィ制約下における立体架構の最適壁配置設計, 第12回シミュレーション・テクノロジー・コンファレンス発表論文集, pp.23-26, 1993.6
7. 高田豊文, 小浜芳朗, 宮村篤典, 太田 彰: 分枝限定法の構造最適化問題への応用, 日本建築学会大会学術講演梗概集, A, pp.1647-1648, 1993.7
8. 太田彰, 小浜芳朗, 高田豊文, 宮村篤典: 分枝限定法による耐震壁配置の最適化法に関する考察, 日本建築学会大会学術講演梗概集, A, pp.1649-1650, 1993.7
9. 小浜芳朗, 高田豊文, 宮村篤典, 太田 彰: 分枝限定法を利用した耐震壁の最適配置設計, 第3回システム最適化に関するシンポジウム講演論文集, pp.167-172, 1993.12
10. 小浜芳朗, 宮村篤典, 高田豊文, 太田 彰: 分枝限定法による最適壁配置設計に関する研究 — 0-1 計画法による各層最適化の効率化, 日本建築学会東海支部研究報告集, 第32号, pp.133-136, 1994.2
11. 小浜芳朗, 宮村篤典, 高田豊文, 太田 彰: 分枝限定法による最適壁配置設計に関する研究 — 高さ方向最適化の効率化, 日本建築学会東海支部研究報告集, 第32号, pp.137-140, 1994.2
12. 太田 彰, 小浜芳朗, 高田豊文, 宮村篤典: 分枝限定法による最適耐震壁配置設計 — 壁厚種が複数ある場合の最適化, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B, pp.1223-1224, 1994.7
13. 高田豊文, 小浜芳朗, 宮村篤典, 太田 彰: 分枝限定法による最適耐震壁配置設計 — 壁配置状態の表現方法の改良, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B, pp.1225-1226, 1994.7
14. 小浜芳朗, 宮村篤典, 高田豊文, 太田 彰: 分枝限定法による耐震壁最適配置設計 — 優越テストによる探索効率の改善, 日本建築学会東海支部研究報告集, 第33号, pp.261-264, 1995.2
15. 田中 智, 小浜芳朗, 宮村篤典, 高田豊文: 耐震壁配置計画問題の最適化手法に関する研究 (その1) 分枝限定法による最適化, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B1, pp.481-482, 1995.7
16. 小沢典史, 小浜芳朗, 高田豊文: 耐震壁配置計画問題の最適化手法に関する研究 (その2) 遺伝的アルゴリズムによる最適化, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B1, pp.483-484, 1995.7
17. 高田豊文, 小浜芳朗, 田中 智, 小沢典史: 耐震壁配置計画問題の最適化手法に関する研究 (その3) 分枝限定法と GA の比較, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B1, pp.485-486, 1995.7
18. 高田豊文, 小浜芳朗, 小沢典史: 分枝限定法と GA による耐震壁配置の最適化手法, 日本建築学会東海支部研究報告集, 第34号, pp.153-156, 1996.2
19. 田中 智, 小浜芳朗, 宮村篤典, 高田豊文: 耐震壁最適配置計画問題の最適化手法に関する研究 — 非連層耐震壁を考慮した最適化, 日本建築学会東海支部研究報告集, 第34号, pp.157-160, 1996.2
20. 田中 智, 小浜芳朗, 宮村篤典, 高田豊文: 耐震壁の最適配置計画法に関する研究 — 実例と解析結果の比較, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B1, pp.451-452, 1996.7
21. 高田豊文, 小浜芳朗, 宮村篤典, 田中 智: 動的制約条件を付加した耐震壁の最適配置計画 (その1), 日本建築学会東海支部研究報告集, 第35号, pp.229-232, 1997.2
22. 田中 智, 小浜芳朗, 宮村篤典, 高田豊文: 動的制約条件を付加した耐震壁の最適配置計画 (その2), 日本建築学会東海支部研究報告集, 第35号, pp.233-236, 1997.2
23. 高田豊文, 小浜芳朗, 宮村篤典, 永井文枝: ねじれ応答を制約条件とした耐震壁の最適配置計画 — その1. 壁配置問題の定式化と最適化手法, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B1, pp.413-414, 1997.7
24. 永井文枝, 小浜芳朗, 宮村篤典, 高田豊文: ねじれ応答を制約条件とした耐震壁の最適配置計画 — その2. 最適配置の力学的考察, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B1, pp.415-416, 1997.7
25. 小浜芳朗, 高田豊文, 宮村篤典, 田中 智: 耐震壁の最適配置計画に対する分枝限定法の応用, 第46回応用力学連合講演会講演予稿集, pp.255-256, 1997.12
26. 永井文枝, 小浜芳朗, 高田豊文: 保有水平耐力を制約条件とした耐震壁の最適配置計画, 日本建築学会東海支部研究報告集, 第36号, pp.209-212, 1998.2
27. 小浜芳朗, 高田豊文, 永井文枝: 多層 RC 立体架構に対する耐震壁の配置問題への分枝限定法の応用, 計算工学講演会論文集, 第3巻, 第2号, pp.667-670, 1998.5
28. 高田豊文, 小浜芳朗, 宮村篤典, 永井文枝: 保有水平耐力の制約条件を含む RC 建物の最適壁配置計画 — その1. 壁配置問題の定式化と最適化手法, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B1, pp.381-382, 1998.7
29. 永井文枝, 小浜芳朗, 宮村篤典, 高田豊文: 保有水平耐力の制約条件を含む RC 建物の最適壁配置計画 — その2. 設計例への適用と力学性能の考察, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B1, pp.383-384, 1998.7

30. 永井文枝, 小浜芳朗, 宮村篤典, 高田豊文: 耐震壁の最適配置計画の最適配置に及ぼす制約条件の影響, 日本建築学会東海支部研究報告集, 第 37 号, pp.217-220, 1999.2
31. 戸田成信, 小浜芳朗, 高田豊文: 設計ルートの違いが連層耐震壁の最適配置計画へ及ぼす影響, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B1, pp.393-394, 1999.7
32. Gong Qunggang, 小浜芳朗, 高田豊文: 2 軸偏心構造物における動的ねじれ特性の一評価法, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B2, pp.425-426, 1999.7
33. 福田浩史, 畑中重光, 高田豊文, 小浜芳朗: 学校建築物の耐震補強における壁配置計画に対する一考察, 日本建築学会大会学術講演梗概集, C2, pp.299-300, 1999.7
34. Gong Qunggang, 小浜芳朗, 高田豊文: 2 軸偏心構造物の動的ねじれ特性評価法に関する基礎的研究, 日本建築学会東海支部研究報告集, 第 38 号, pp.277-280, 2000.2
35. 戸田成信, 小浜芳朗, 高田豊文: 非連層配置を許容した耐震壁の最適配置手法に関する研究, 日本建築学会東海支部研究報告集, 第 38 号, pp.313-316, 2000.2

## 付録 B

### 離散的最適化問題に対する各種解法

#### B.1 離散的最適化問題の分類

いくつかの制約条件の下で与えられた関数(目的関数)を最大あるいは最小化する問題を, 最適化問題あるいは数理計画問題という. 決定変数が連続値である最適化問題は連続的最適化問題と呼ばれ, その典型として線形計画問題(Linear Programming Problem; LP 問題)が挙げられる. 一方, 決定変数が離散値しかとらないものを離散的最適化問題といい, 一般に次式で表現される.

$$\begin{aligned} f(\boldsymbol{x}) &\rightarrow \max \text{ (or min)} \\ \text{subject to } &\boldsymbol{x} \in S, S \subset X \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

ここに,  $\boldsymbol{x}$  は決定変数ベクトル,  $X$  は離散変数空間,  $S$  はその部分集合で許容領域を表す.

離散的最適化問題は制約条件や目的関数の性質によっていくつかに分類される. 決定変数に整数条件が課せられている線形計画問題を整数線形計画問題あるいは単に整数計画問題という. 特に, 決定変数の値が 0 と 1 に限定されている整数計画問題は 0-1 整数計画問題, あるいは単に 0-1 計画問題と呼ばれている. 決定変数のとりうる範囲が有界ならば, 一般の整数計画問題は, 変数を 2 進数展開することにより 0-1 計画問題に変換することができる.

整数計画問題において, 最も単純な構造をもつものがナップサック問題である. ナップサック問題は 1 つの不等式条件と変数の非負条件をもつ整数計画問題であり, その構造は単純であるが, 離散的最適化問題の本質的な難しさを有する. 0-1 変数を用いて表現されているナップサック問題は, 特に 0-1 ナップサック問題と呼ばれている.

全ての決定変数に整数条件が課せられている問題を全整数計画問題, あるいは純整数計画問題といい, これに対して, 一部の決定変数に整数条件が課せられている問題を混合整数計画問題という. 整数条件の代わりに 0-1 条件が課せられている場合, それぞれ全 0-1 計画問題, 混合 0-1 計画問題と呼ばれる. 一方, 整数線形計画問題に対して, 非線形形式を含む離散的最適化問題を非線形整数計画問題という. 非線形整数計画問題は, 補助変数を用いて混合整数計画問題に変換できる場合がある.

#### B.2 動的計画法

動的計画法(Dynamic Programming; DP)は, 時間的あるいは空間的に多段階の最適化を扱うために, 1950 年代に R. Bellman により開発された数理計画法であり, 最短路問題に代表されるネッ

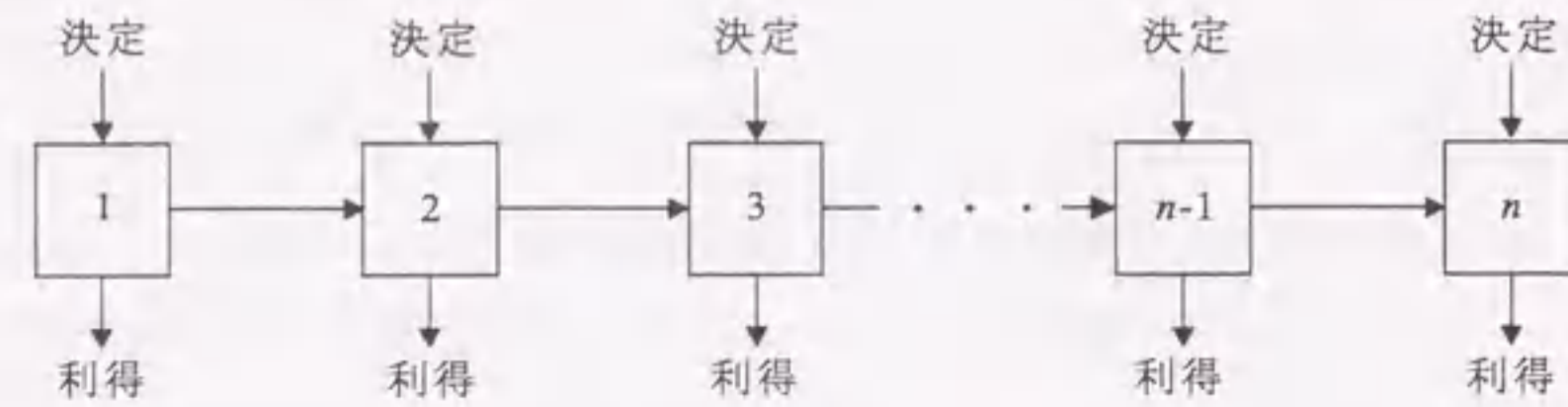


図 B.1 多段決定過程

トワーク問題にしばしば適用される。DP では、対象とするシステム全体をいくつかのサブシステム（段階）に分け、個々の段階において決定を加えることにより、システム全体の最適化を図っている。すなわち、各段階のシステムの状態だけに注目し、その状態をもとに現段階の決定を下していく。このようにしてもある段階での状態はそれまでの決定に関する情報を含んでおり、また、以降の決定には現段階での決定が反映されることになる。このような考え方を最適性の原理といい、DP は最適性の原理を基本的な考え方として、最終段階での目的関数値が最適になるような各段階における決定の系列（最適方策）を求める。

### B.2.1 多段決定過程

多段決定過程はいくつかの段階により構成され、各段階において何らかの決定が下される。全段階にわたる一連の決定のことを方策といい、システム全体を最適化するような方策を最適方策という。最適方策を探索することが多段最適化問題の目的である。

多段決定過程には、時間的なものと空間的なものの2種類が考えられる。時間的なものは、最も一般的であり、図 B.1 に示すように矢印の向きに時間が経過する。図中の  $\square$  は連結した各段階を表している。各段階では決定群より適当な決定が選択されるが、このとき、前段階における決定が次の段階における決定へ次々に影響していく。したがって、最終段階の目的関数の最適化のためには、各段階における決定は以後の段階への影響も考慮して行わなければならない。また、部分的な最適解は必ずしも全体の最適解になるとは限らない。

多段最適化問題を解く際、DP では状態という概念を用いる。状態とは各段階における系を記述するために用いられる変数の集合であり、多段決定過程がある段階から次の段階へ進むとき、系の状態もまた変化する。ただし、状態の変換は前段階の状態のみに依存するというマルコフ性を有する。

### B.2.2 最適性の原理

最適性の原理は DP を用いる際の出発点として、最も基本的な考え方であり、各段階の状態が逐次変換されるとき、最適政策についての原理である。一般的に最適性の原理は次のように表現される。

最適政策であるとは、初期の状態と最初の政策決定が何であっても、残りの政策決定は最初の決定から生じた状態に関して、最適政策となっていなければならない。

例えば、図 B.2 に示すネットワークにおいて X から Z への最短経路を考えると、最適性の原理は具体的に次のように表現される。

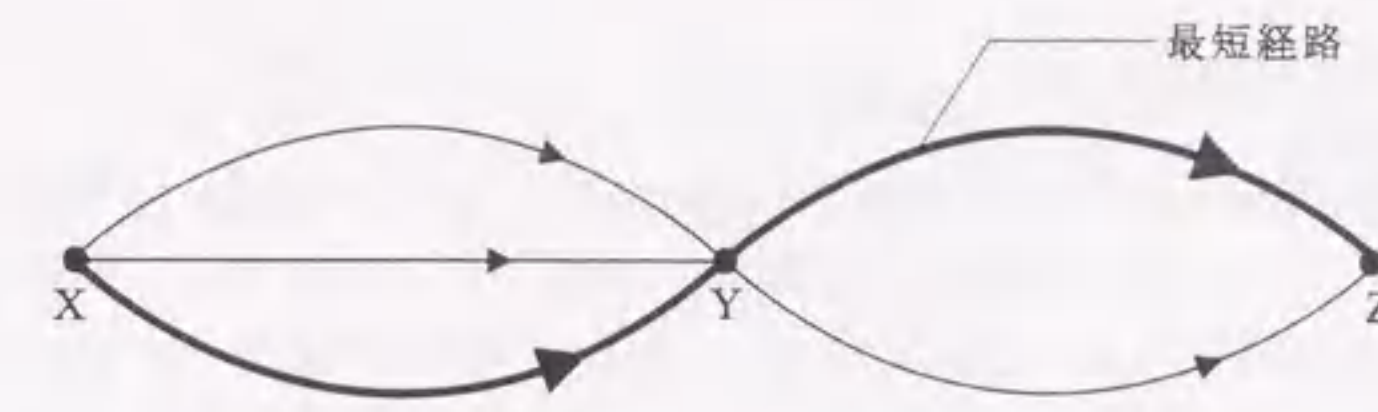


図 B.2 ネットワーク例

X から Z への最短経路では、X から Y までの経路が何であっても、Y から Z への経路の選び方は、Y から Z への最短経路となっていなければならない。

最適性の原理を用いると、多段最適化問題は繰り返し関係を表す漸化式で表現される。例として、次式の 0-1 ナップサック問題を考える。

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max \\ \text{subject to} \\ \sum_{j=1}^n a_j x_j \leq b \\ x_j \in \{0, 1\}; j = 1, \dots, n \end{cases} \quad (\text{B.2})$$

ここに、 $n$  は決定変数の個数を表す。また、 $a_j \geq 0 (j = 1, \dots, n)$  を仮定する。

上式は、新たな媒介変数  $y (0 \leq y \leq b)$  を用いて次の漸化式に書き換えられる。

$$f_0(y) = 0; 0 \leq y \leq b \quad (\text{B.3})$$

$$f_r(y) = \max_{a_r x_r \leq b} \{c_r x_r + f_{r-1}(y - a_r x_r)\}; 0 \leq y \leq b \quad (\text{B.4})$$

さらに、決定変数が 0-1 変数であることを考慮すると、上式は次式のような表現となる。

$$f_0(y) = 0; 0 \leq y \leq b \quad (\text{B.5})$$

$$f_r(y) = \begin{cases} \max_{a_r x_r \leq b} \{f_{r-1}(y), c_r + f_{r-1}(y - a_r)\}; a_r \leq y \leq b \\ f_{r-1}(y) & ; 0 \leq y < a_r \end{cases} \quad (\text{B.6})$$

このように、(B.2) 式の 0-1 ナップサック問題は  $n$  段最適化問題として表現される。式中の媒介変数  $y$  は各段階の状態を記述する変数であり、状態変数と呼ばれる。

状態変数が離散的な値しかとらない場合、最適解を求めるには、 $f_0$  から始めて  $r = 1, 2, \dots, n$  の順に  $y = 0, \dots, b$  に対する  $f_r(y)$  を計算していく。最終的に  $f_n(b)$  とこれに対応する  $x_j$  の系列が最適値および最適解である。(B.2) 式の 0-1 ナップサック問題における全ての解候補は  $2^n$  個であるが、DP を用いると  $(b+1)n - b$  個の状態を計算するだけで、すなわち決定変数の個数  $n$  の多項式オーダーの計算量で最適解が得られる。

一方、状態変数が連続値である場合、状態変数を便宜的に離散化して解く方法や、最初は粗い離散化により解（近似最適解）を求め、次第に近似最適解付近の離散幅を細かくしていく反復法などが提案されている。

## B.2.3 動的計画法の利点と欠点

DP では、最適化問題を多段最適化問題として取り扱い、繰り返し関係を表す漸化式によって定式化する。したがって、各段階での計算は全く類似な計算であり、プログラミングが容易に行える。また微分法が使えない離散的最適化問題においても、調査すべき段階の個数が決定変数の多項式となるので、決定変数の個数が多い場合に有利である。一方、具体的な問題での計算手順はそれぞれ工夫しなければならないことや、以下に示す分離可能性と次元の呪いなどが DP の問題点として挙げられる。

■**分離可能性** 対象とする問題が多段構造をなしており、目的関数値が各段の遷移ごとに計算される性質を分離可能性という。分離可能な問題であれば漸化式によって表現できる。DP では、対象とする問題ごとに多段最適化問題として定式化しなければならないが、複雑な非線型関数を含むような最適化問題では漸化式表現が非常に困難である。このような場合、近似的手法など何らかの対応が必要となる。

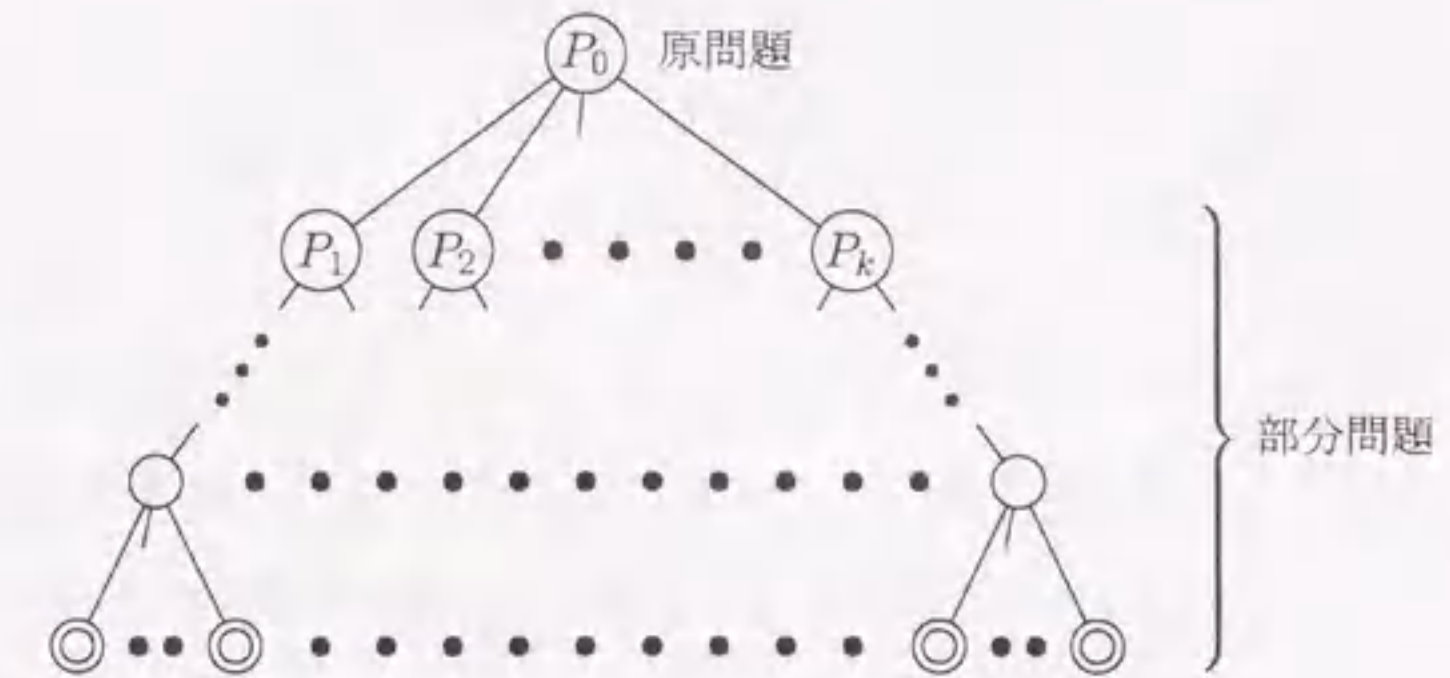
■**次元の呪い** 前述の 0-1 ナップサック問題では計算量が決定変数の個数の多項式オーダーになることを示したが、(B.2) 式中の  $b$  の値が非常に大きい場合、計算量は増大する。さらに、各状態が複数の状態変数によって表されるとき、DP による計算量は莫大なものとなる。例えば、 $m$  個の制約条件をもつ  $m$  次元ナップサック問題では、計算すべき状態の個数は  $(b+1)^m(n-1)+1$  個となる。このように DP における計算量および記憶量は状態変数の個数（次元）に大きく依存する。状態変数の増加による計算量・記憶量の指数関数的増大は次元の呪いと呼ばれており、多次元問題におけるこの計算上の困難さが DP の応用の大きな障害である。この問題点を解決するために、状態変数空間を離散化する方法や、Lagrange 関数を用いて状態変数の個数を減少させる方法などが提案されている。

## B.3 分枝限定法

## B.3.1 一般的な分枝限定法

離散的最適化問題には微分法が適用できないため、最適解を求めるためには必然的に列挙的手法に頼らざるをえないが、全ての可能な組合せを調べる総列挙法では莫大な計算量を要する。分枝限定法は、探索上不要な列挙を組織的に除去して最適解を求める列挙的探索アルゴリズムの総称であり、離散的最適化問題に対する最も一般的で確実な数値計画法である。また、真の最適解を求めることや、複数ある最適解も全て求められるなどの利点がある。その基本的な考え方は、直接解くことが困難な問題を部分問題と呼ばれるいくつかの小規模な問題に分解し、その全てを解くことにより等価的に元の問題（原問題）の最適解を探索しようとするものである。小規模な部分問題への分解を分枝操作という。一般の離散的最大化問題

$$P_0 \left| \begin{array}{l} f(x) \rightarrow \max \\ \text{subject to } x \in S, S \subset X \end{array} \right. \quad (\text{B.7})$$

図 B.3 離散的最適化問題の  $k$ -分枝図

の場合、次の条件式

$$X_i \subset X; i = 1, \dots, k \quad (\text{B.8})$$

$$S = S \cap \left( \bigcup_{i=1}^k X_i \right) \quad (\text{B.9})$$

を満たすように離散変数空間  $X$  を分解すると、次の  $k$  個の部分問題が生成される。

$$P_i \left| \begin{array}{l} f(x) \rightarrow \max \\ \text{subject to } x \in S_i, S_i \equiv S \cap X_i \end{array} \right. \quad (\text{B.10})$$

$X_i$  は互いに素である必要はないが、元の離散変数空間はそのように分割されることが多い。例えば 0-1 計画問題の場合、ある変数  $x_q$  を 0 と 1 に固定することにより 2 つの部分問題に分解される。 $x_q$  のように、分枝操作において固定される変数を分枝変数という。得られた部分問題にも分枝操作を逐次適用すると、最終的に図 B.3 に示す  $k$ -分枝図が得られる。図中の  $\odot$  は全ての変数が固定された部分問題であり、完成解と呼ばれる。

分枝操作だけでは総列挙法と同じであるので、途中、ある部分問題  $P_i$  に対して、

1.  $P_i$  の最適解が得られる。
2.  $P_i$  から原問題  $P_0$  の最適解を得られないことが判明する。

のいずれかの条件を満たすとき、 $P_i$  から以降の分枝操作を中止する。この操作を限定操作といい、このとき部分問題  $P_i$  は終端される。限定操作の良否が分枝限定法の計算効率を大きく左右し、解くべき問題の性質を考慮した多数の限定操作が提案されている。

このように、原問題の最適解が得られないと判断できる部分問題の一群を列挙の対象から外し、分枝図の一部を探索するだけで最適解を求めようとするのが分枝限定法である。分枝限定法は分枝操作と限定操作の繰り返しにより最適解の探索を行い、生成された全ての部分問題が終端されたとき探索は終了する。一般的に、探索終了までに生成される部分問題の個数が少ないほど探索効率はよい。探索効率に影響する要因としては、

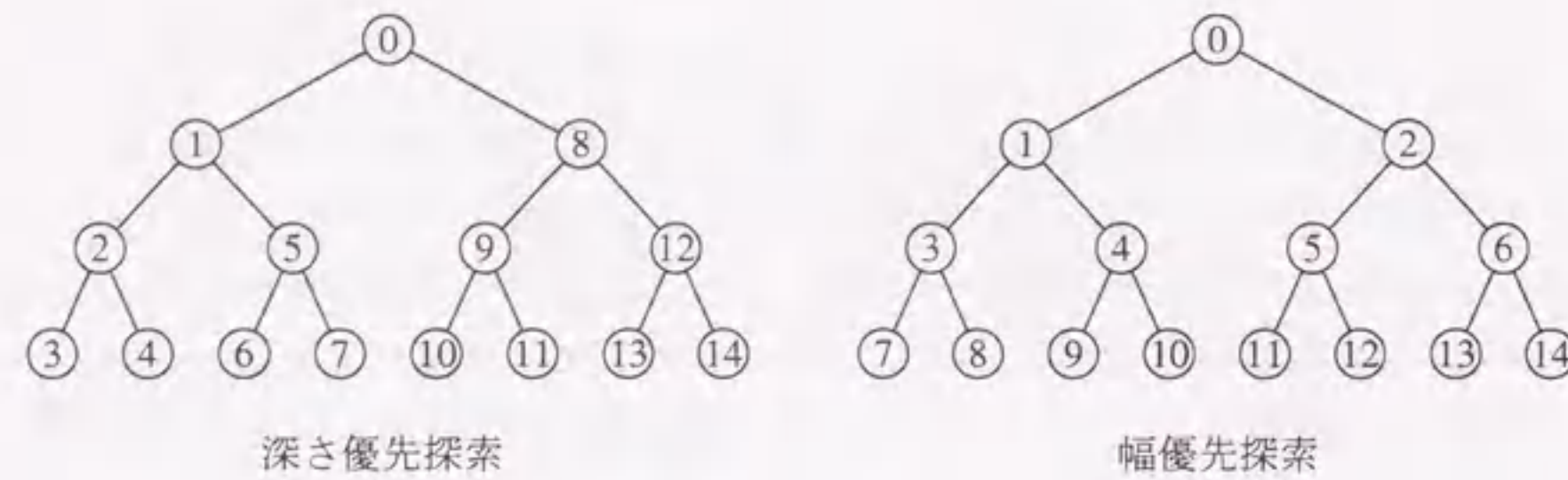


図 B.4 深さ優先探索および幅優先探索の節点探索順序 (番号は探索順序を表す)

- 限定操作の良否
- 変数の固定順序
- 部分問題の探索順序

などが挙げられる。どの部分問題を選んで探索を進めるかといった選択規則は探索戦略 (search strategy) と呼ばれ、代表的な探索戦略として深さ優先探索 (depth first search) や幅優先探索 (breadth first search) などが挙げられる。

**深さ優先探索** 記憶量の点から最も有利であると考えられる探索戦略であり、ある節点 (部分問題) から次々と後続節点を展開していく。その性質から、一旦深い位置まで探索を進めてしまうと局所的な探索に多くの時間を費やしてしまい、大域的な探索が不可能となる恐れがある。しかし、探索の初期の段階で比較的最適値に近い暫定値が得られれば、下界値テスト (上界値テスト) によって非常に多くの節点を枝刈りできる可能性がある。

**幅優先探索** 深さ優先探索とは対照的に、同じ深さの節点を順番に探索していく方法である。多くの記憶容量を必要とするが、優越テストが効果的に働くような問題では、多くの部分問題を終了できる可能性がある。

分枝限定法が対象とする問題は制約条件が陽に表現されていなくてもよく、このことはかなり複雑な条件でも処理できることを意味している。しかし、制約条件を満たしているか否かを、完成解が得られた段階で判定する必要がある。また、制約条件や目的関数が線形式であるなど単純な問題であるほど効率的な探索手法が数多く提案されている。ここでは、全0-1計画問題を例として、現在最も頻繁に用いられているLP法を利用した分枝限定法と、0-1計画問題に対する一解法である間接列挙法について述べる。

### B.3.2 線形計画法を用いた分枝限定法

この方法は、LP問題がシンプレックス法や内点法などのLP法によって比較的容易に解けることを利用して、整数計画問題の最適解を効率的に探索しようとするものである。ここでは、 $m$  個の線形

制約条件式をもつ次の全0-1計画問題への適用を考える。

$$P_0 \begin{cases} \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max \\ \text{subject to} \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i; i = 1, \dots, m \\ x_j \in \{0, 1\}; j = 1, \dots, n \end{cases} \quad (\text{B.11})$$

原問題  $P_0$  は、ある変数  $x_q$  を "0" と "1" に固定することにより2つの部分問題に分解される。得られた部分問題に対しても逐次分枝操作を加えるが、"1" に固定されている変数の添字集合  $J_k^+$  と、まだ値が決定されていない自由変数の添字集合  $J_k^-$  とを用いると、部分問題  $P_k$  は一般的に次式で表すことができる。

$$P_k \begin{cases} \sum_{j \in J_k^-} c_j x_j + \sum_{j \in J_k^+} c_j \rightarrow \max \\ \text{subject to} \\ \sum_{j \in J_k^-} a_{ij} x_j \leq b_i - \sum_{j \in J_k^+} a_{ij}; i = 1, \dots, m \\ x_j \in \{0, 1\}; j \in J_k \end{cases} \quad (\text{B.12})$$

次に、部分問題  $P_k$  において変数の0-1条件を  $0 \leq x_j \leq 1$  に緩和した問題 (緩和問題) について考える。

$$\bar{P}_k \begin{cases} \sum_{j \in J_k^-} c_j x_j + \sum_{j \in J_k^+} c_j \rightarrow \max \\ \text{subject to} \\ \sum_{j \in J_k^-} a_{ij} x_j \leq b_i - \sum_{j \in J_k^+} a_{ij}; i = 1, \dots, m \\ 0 \leq x_j \leq 1; j \in J_k \end{cases} \quad (\text{B.13})$$

$\bar{P}_k$  はLP問題であるのでLP法によって比較的容易に解くことができる。問題  $P$  の最適値を  $f(P)$  と表記すると、 $P_k$  と  $\bar{P}_k$  の間には  $f(P_k) \leq f(\bar{P}_k)$  なる関係が成立する。 $f(\bar{P}_k)$  は部分問題  $P_k$  の上界値 (最小化問題ならば下界値) と呼ばれる。この関係から以下の事項が成立する。

1.  $\bar{P}_k$  の最適解が "1" と "0" のみを要素としているならば、その解は  $P_k$  の最適解である。
2.  $\bar{P}_k$  に許容解が存在しなければ、 $P_k$  にも存在しない。
3. 探索途中で得られている最良の解 (暫定解) の目的関数値 (暫定値) を  $z$  とすると、暫定値  $z$  と  $f(\bar{P}_k)$  との間に  $f(\bar{P}_k) < z$  なる関係があれば、 $P_k$  およびそれから生成される部分問題の最適値は  $z$  以下である。

1は  $P_k$  の最適解が得られているという理由で、2は  $P_k$  は許容解をもたないという理由により、 $P_k$  を終了することができる。3の場合、 $P_k$  から原問題  $P_0$  の最適解は得られないので、同様に  $P_k$  を終了することができる。3は上界値テスト (最小化問題の場合は下界値テスト) と呼ばれる。

LP法は用いないが、非常に有効な限定操作に優越テストによる限定操作がある。部分問題  $P_k$  と

同じ自由変数をもつ部分問題  $P_l$  を考える.  $P_k, P_l$  において,

$$\sum_{j \in J_k^+} c_j < \sum_{j \in J_l^+} c_j \quad (\text{B.14})$$

$$\sum_{j \in J_k^+} a_{ij} \geq \sum_{j \in J_l^+} a_{ij}; \quad i = 1, \dots, m \quad (\text{B.15})$$

が全て成立するならば,  $P_k$  からは  $f(P_l)$  を越える解は得られない. すなわち,  $f(P_k) < f(P_l)$  なる関係が成立し, このとき  $P_l$  は  $P_k$  に優越するという. したがって, ある部分問題  $P_k$  に対して, それに優越する部分問題が既に生成されているならば,  $P_k$  を終端することができる. この限定操作を優越テストという. 一般に, 優越テストは分枝図において同じ深さの節点 (部分問題) 間で適用可能であり, これを DP と同じ性質をもったアルゴリズムとなる.

### B.3.3 間接列挙法

間接列挙法は 0-1 計画問題に対する分枝限定法の一つであり, 1965 年に E. Balas が開発した加法的算法<sup>55)</sup> を基に改良が加えられた手法である. その特徴は, 部分問題に対する限定操作に変数の 0-1 条件を積極的に利用している点と, LP 法を用いることなく簡単な四則演算のみで解探索を行っている点である. ここでは前項 (第 B.3.2 項) と同様に,  $m$  個の線形制約条件式をもつ全 0-1 計画問題への適用を考える.

$$P_0 \quad \begin{cases} \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max \\ \text{subject to} \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i; \quad i = 1, \dots, m \\ x_j \in \{0, 1\}; \quad j = 1, \dots, n \end{cases} \quad (\text{B.16})$$

ただし, 目的関数の係数  $c_j$  は全て非負であると仮定する.  $c_j < 0$  の場合, 新たな変数  $x_j' = 1 - x_j$  を導入することにより,  $x_j'$  の係数 ( $-c_j$ ) を正にすることができる. したがって,  $c_j \geq 0$  としても一般性を失わない.

原問題  $P_0$  から逐次分枝操作を行うと, 一般的に次式で表される部分問題が生成される.

$$P_k \quad \begin{cases} \sum_{j \in J_k} c_j x_j + \sum_{j \in J_k^+} c_j \rightarrow \max \\ \text{subject to} \\ \sum_{j \in J_k} a_{ij} x_j \leq b_i - \sum_{j \in J_k^+} a_{ij}; \quad i = 1, \dots, m \\ x_j \in \{0, 1\}; \quad j \in J_k \end{cases} \quad (\text{B.17})$$

部分問題  $P_k$  は以下のいずれかの条件に該当すれば終端することができる (限定操作).

1.  $P_k$  の最適解が得られる.
2. 暫定値  $z$  に対して,  $P_k$  には次式を満たす許容解が存在しないことが判明する.

$$\sum_{j \in J_k^+} c_j + \sum_{j \in J_k} c_j x_j \geq z \quad (\text{B.18})$$

3.  $P_k$  には許容解が存在しないことが判明する.

ここで, (B.18) 式を新たな制約条件として (B.17) 式に追加した最適化問題を定義する.

$$P_k' \quad \begin{cases} \sum_{j \in J_k} c_j x_j + \sum_{j \in J_k^+} c_j \rightarrow \max \\ \text{subject to} \\ \sum_{j \in J_k} a_{0j} x_j \leq b_0' \\ \sum_{j \in J_k} a_{ij} x_j \leq b_i'; \quad i = 1, \dots, m \\ x_j \in \{0, 1\}; \quad j \in J_k \end{cases} \quad (\text{B.19})$$

ここに,

$$a_{0j} = -c_j; \quad j \in J_k \quad (\text{B.20})$$

$$b_0' = \sum_{j \in J_k^+} c_j - z, \quad b_i' = b_i - \sum_{j \in J_k^+} a_{ij}; \quad i = 1, \dots, m \quad (\text{B.21})$$

したがって, 部分問題  $P_k'$  が終端されるための条件は次のように書き換えられる.

1.  $P_k'$  の最適解が得られる. このときの目的関数値は新たな暫定値となる.
2.  $P_k'$  には許容解が存在しないことが判明する.

この限定操作を具体的に実行する方法を以下に示す.

■テスト 1  $b_i' \geq \sum_{j \in J_k} a_{ij}$  ( $i = 0, \dots, m$ ) ならば  $x_j = 1$  ( $j \in J_k$ ) が  $P_k'$  の最適解である.

$b_i' \geq \sum_{j \in J_k} a_{ij}$  ( $i = 0, \dots, m$ ) より  $x_j = 1$  ( $j \in J_k$ ) は  $P_k'$  の許容解である. また  $c_j > 0$  ( $j \in J_k$ ) よりこの解は目的関数の最大値を与える. したがって  $x_j = 1$  ( $j \in J_k$ ) は  $P_k'$  の最適解である.

■テスト 2  $b_i' < \sum_{j \in J_k} \min\{0, a_{ij}\}$  を満たす  $i$  が存在するならば,  $P_k'$  は許容解をもたない.

各制約条件式左辺において  $\sum_{j \in J_k} a_{0j} x_j < \sum_{j \in J_k} \min\{0, a_{ij}\}$  が成立する. したがって,  $b_i' < \sum_{j \in J_k} \min\{0, a_{ij}\}$  となる制約条件は常に不成立であり,  $P_k'$  は許容解をもたない. 特に  $b_0' < \sum_{j \in J_k} \min\{0, a_{0j}\}$  となる場合は, 一般の分枝限定法における下界値テスト (最大化問題であるので正しくは上界値テスト) に相当する.

次に,

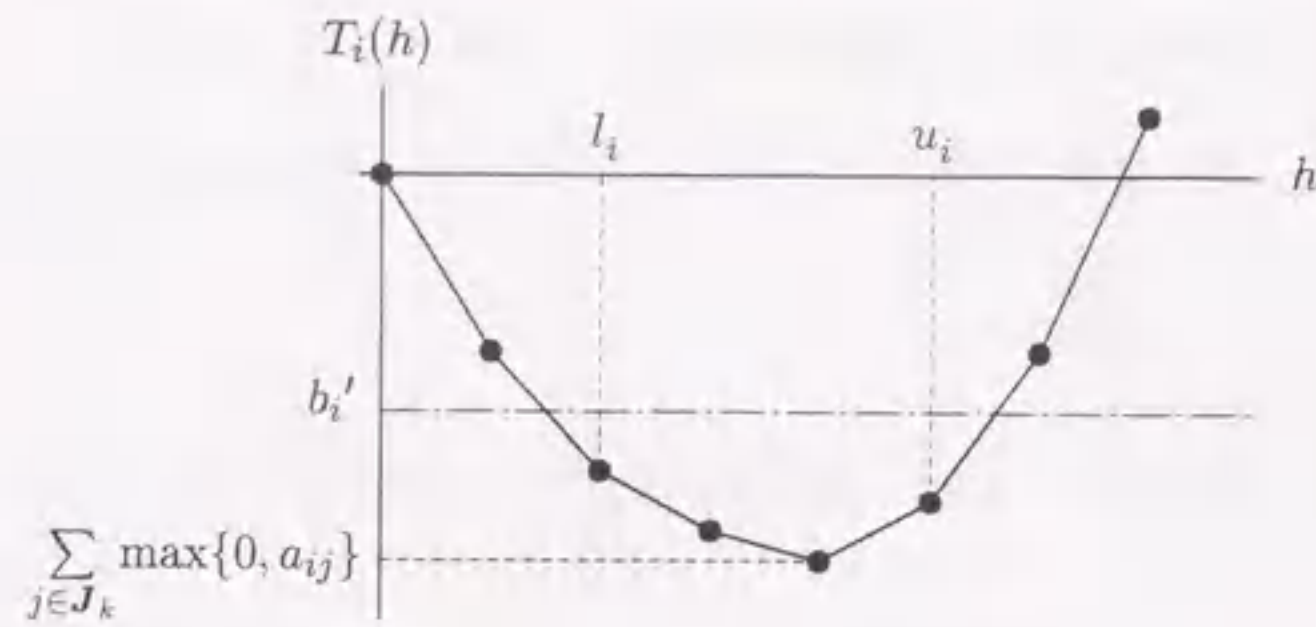
$$L_0 = \min \left\{ \sum_{j \in J_k} x_j \mid \sum_{j \in J_k} a_{ij} x_j \leq b_i'; \quad i = 1, \dots, m, \quad x_j \in \{0, 1\}; \quad j \in J_k \right\} \quad (\text{B.22})$$

$$U_0 = \max \left\{ \sum_{j \in J_k} x_j \mid \sum_{j \in J_k} a_{ij} x_j \leq b_i'; \quad i = 1, \dots, m, \quad x_j \in \{0, 1\}; \quad j \in J_k \right\} \quad (\text{B.23})$$

とおき, 次式を満たす 2 つの非負整数を考える.

$$L \leq L_0, \quad U \geq U_0 \quad (\text{B.24})$$

ここに,  $\min(\max)\{X \mid Y\}$  は  $Y$  の条件下での  $X$  の最小値 (最大値) を表す.

図 B.5  $T_i(h)$  の図示

■テスト3  $L > U$  ならば  $P_k$  は許容解をもたない。

(B.22) ~ (B.24) 式より,  $P_k$  の許容解は常に  $L \leq \sum_{j \in J_k} x_j \leq U$  を満たさなくてはならない。したがって  $L > U$  ならば  $P_k$  には許容解が存在しないことになる。

テスト3の  $L, U$  にはそれぞれ  $L_0, U_0$  を用いるのが最も有効である。しかし, (B.22), (B.23) 式を解くことは元の問題  $P_0$  を解くのと同程度に難しいため, より簡便な方法が要求される。最も簡単な方法は, 全ての制約条件を無視した場合の  $\sum_{j \in J_k} x_j$  の上下限値を用いることである。すなわち,

$$L_1 = 0, \quad U_1 = |J_k| \quad (\text{B.25})$$

とおき,  $L = L_1, U = U_1$  とする。しかし, この方法は実際にはあまり有効ではないので, 次に各制約条件に対して,

$$l_i = \min \left\{ \sum_{j \in J_k} x_j \mid \sum_{j \in J_k} a_{ij} x_j \leq b_i', x_j \in \{0, 1\}; j \in J_k \right\} \quad (\text{B.26})$$

$$u_i = \max \left\{ \sum_{j \in J_k} x_j \mid \sum_{j \in J_k} a_{ij} x_j \leq b_i', x_j \in \{0, 1\}; j \in J_k \right\} \quad (\text{B.27})$$

とおき,

$$L_2 = \max_{i=0, \dots, m} l_i, \quad U_2 = \min_{i=0, \dots, m} u_i \quad (\text{B.28})$$

を定義する。  $u_i, l_i$  はそれぞれ第  $i$  制約条件下における  $\sum_{j \in J_k} x_j$  の上下限値である。なお, このとき次式が成立する。

$$L_1 \leq L_2 \leq L_0, \quad U_1 \geq U_2 \geq U_0 \quad (\text{B.29})$$

$l_i, u_i$  は以下のように算出する。  $P_k$  の第  $i$  制約条件の係数  $a_{ij}$  が昇順になるように添字  $j$  を付して,

$$a_{i1} \leq a_{i2} \leq \dots \leq a_{i|J_k|} \quad (\text{B.30})$$

とし, 次式を定義する。

$$\left. \begin{aligned} T_i(0) &= 0 \\ T_i(h) &= \sum_{j=1}^h a_{ij}; h = 1, \dots, |J_k| \end{aligned} \right\} \quad (\text{B.31})$$

(B.31) 式を図示すると図 B.5 のようになる。図中の灰色の部分の部分が許容領域であるので, 次式を満たす  $u_i, l_i$  が求められるべき上下限値となる。

$$T_i(l_i) \leq b_i' < T_i(l_i + 1) \quad (\text{B.32})$$

$$T_i(u_i) \leq b_i' < T_i(u_i + 1) \quad (\text{B.33})$$

なお, (B.32), (B.33) 式を満たす  $u_i, l_i$  が存在しないときは次式に従うものとする。

$$l_i = 0; b_i' \geq 0 \quad (\text{B.34})$$

$$u_i = |J_k|; b_i' \geq \sum_{j \in J_k} a_{ij} \quad (\text{B.35})$$

以上述べた3つのテスト以外にも様々な限定操作が提案されているが, このようなテストにどの程度の時間を費やすべきかということ, 一般に論ずるのは難しい。簡単なテストしか行わない場合は膨大な数の部分問題を生成する必要があるが, 逆に複雑なテストを実行して部分問題の数を減少させることができたとしても, 最終的に要する計算時間が増加することもある。したがって, これらのテストを基礎にして, その機能をなるべく損なうことなく計算時間を省略する工夫が必要である。

## B.4 遺伝的アルゴリズム

離散的最適化問題の厳密な最適解は分枝限定法やDPによって求められるが, 対象とする問題の規模が大きくなると組合せ数が爆発的に増大し, 実行時間内で厳密解を求めることは困難になる。このような問題点の現実的な妥協策として, 厳密解ではないが実用上十分な解(準最適解)を効率的に求める高度な近似アルゴリズムが求められている。

遺伝的アルゴリズム(Genetic Algorithm; GA)は, 生命進化の過程を工学的にモデル化した確率的探索手法であり, 1970年初頭にJ. Hollandらによって提唱された。この手法は, 生命進化を模倣した選択・交叉・突然変異などの確率的操作(遺伝的操作)の繰り返しによって問題解決を図っており, 最適化問題, パターン認識, 状態空間の探索などに応用されている。単純計算の繰り返しなどの利点があるため大規模な離散的最適化問題にも適用され, 対象とする問題の構造をうまく利用することができれば, 比較的良好な準最適解を探索できることが報告されている。そのため, GAは離散的最適化問題に対する有効な近似解法として期待されている。

GAでは, 対象とする問題の変数を1次元ストリング(染色体)に変換し, これを用いて最適化が行われる。1次元ストリングへの変換はコード化と呼ばれ, コード化の良否が最適化の効率に大きく影響する。GAの一般的な手順は, まず初期集団を生成し, その後評価・選択・交叉・突然変異といった遺伝的操作の繰り返しにより, 逐次新しい世代の個体群を生成する。各個体にはそれぞれ評価値(適応度ともいう)が算定され, 上記の遺伝的操作によって, 高い評価値となる遺伝子(形質)が高い確率で次世代に継承されていく。このようにGAは集団を生成することにより最適化を進めていく。一般的なGAの手順を図B.6および以下に示す。

1. 初期集団の生成。染色体群(個体群)をランダムに生成する。
2. 評価。生成された個体群の評価を行う。

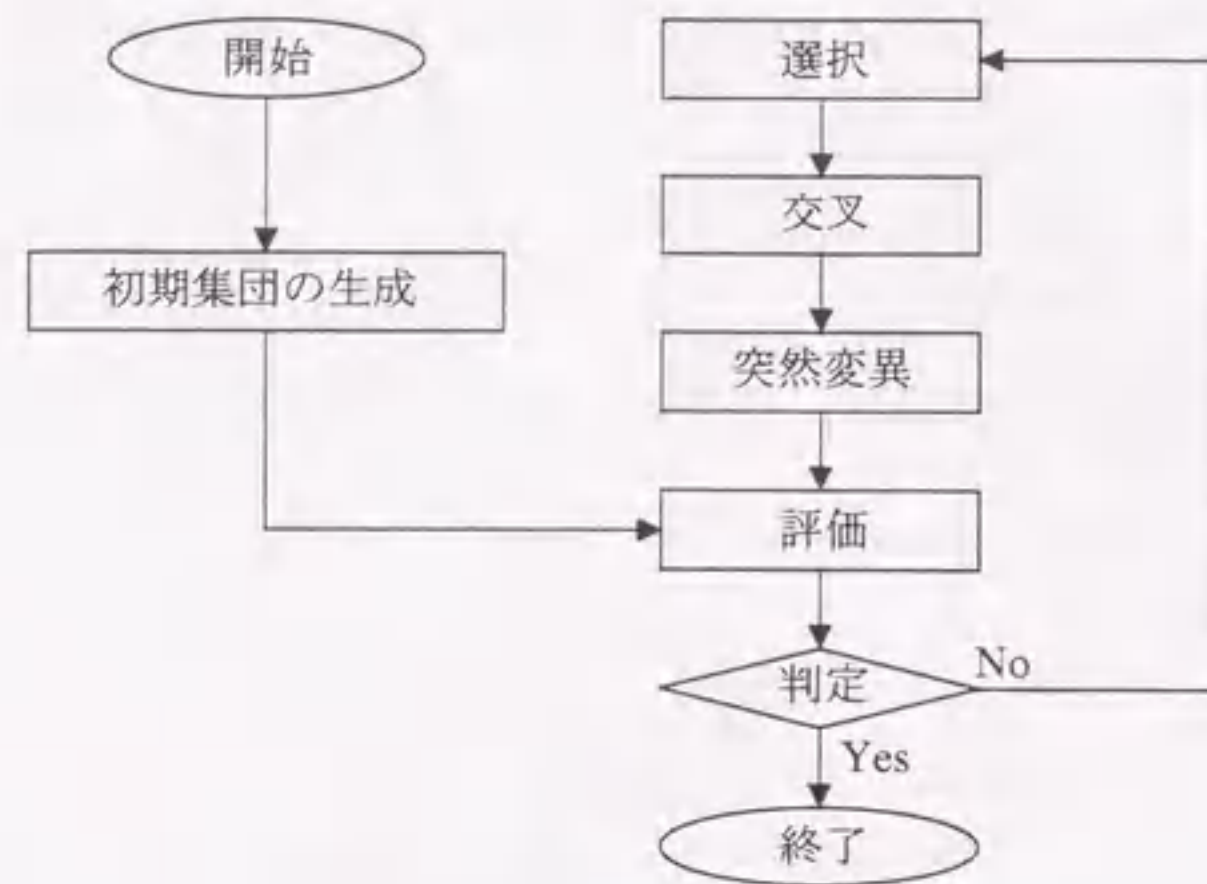


図 B.6 一般的な GA の計算手順

3. 終了判定. 終了条件を満たせば終了し, そうでなければ以下の操作を行う.
- 選択. 設定された選択規則に従い, 親となるべき個体を選択する.
  - 交叉. 設定された交叉条件に従って交叉を行い, 新しい個体を生成する.
  - 突然変異. 生成された個体のいくつかに対して, 設定された方法により突然変異を行い, 新しい個体を生成する. 2 に戻る.

具体的なコード化や遺伝的操作の方法は, 対象とする問題の構造・性質によって様々な工夫がなされ, 他の方法とハイブリッド化されることもある. 以下に代表的な選択・交叉・突然変異の方法を挙げる.

#### B.4.1 選択

GA では, 適応度の高い親ほどより多くの子を生成することが望まれる. これを実現するために, 計算量・収束性の観点から様々な選択方法が提案されている.

■**適応度比例戦略** ルーレット戦略, モンテカルロモデルとも呼ばれる. この方法は最も基本的なモデルであり, 親となるべき個体が各個体の評価値 (適応度) に比例した確率で選択される. 個体  $i$  の選択確率  $p_i$  は次式で定義される.

$$p_i = f_i / \sum_j f_j \quad (\text{B.36})$$

ここに,  $f_i$  は個体  $i$  の適応度を表す.

適応度比例戦略は非常に単純な選択方法であるが, 1 世代当たりの個体数 (人口サイズ) が十分大きくない場合は, 用いる乱数列の揺らぎによって, 適応度を正確に反映しない選択がなされる危険性がある.

■**期待値戦略** 適応度比例戦略での問題点を解決するために考案された方法であり, 各個体の期待値に比例した確率で親となるべき個体を選択する. ただし, ある個体が一度選択されると, その期待値

から適当な値を減じたものを新たな期待値とする.

■**ランク戦略** ランキング戦略とも呼ばれる. 適応度によって各個体を順位 (ランク) 付けし, あらかじめ各ランクに対して設定された回数だけ親として選択される. 適応度を個体の序列にしか利用しないため, 選択確率は適応度ではなく, 集団中のランクに依存する. ランク戦略では, 各個体を適応度で順序付けする必要があり, 計算効率上問題がある.

■**エリート保存戦略** 集団中で最も適応度の高い個体 (エリート個体) をそのまま次世代に残す方法である. この方法は, その時点までの最良の解が交叉や突然変異で破壊されないという利点をもつ. しかし, エリート個体の遺伝子が急速に集団中に広がる可能性が高いため, 局所解に陥る危険性がある. そのため, 一般にこの戦略は他の戦略との組合せで用いられることが多い.

#### B.4.2 交叉

交叉は, 親である 2 つの個体間で双方の遺伝子の一部を入れ替え, 新たな 2 つの子個体を生成する操作である. このとき集団全体では, 適応度を高める遺伝情報の部分交換が行われ, 世代を重ねるごとにこの遺伝子ブロック集団中に広がっていく. この遺伝子ブロックの集合をスキマタと呼び, 長さが短く平均適応度の高いスキマタが集団中で頻度を増していくことをスキマタ定理という.

代表的な交叉の方法には 1 点交叉, 多点交叉, 一様交叉がある. これまでの研究成果から, 1 点交叉と多点交叉はスキマタを保存する傾向にあり, 一様交叉はスキマタを破壊しながら探索を進める傾向にあると言われている.

■**1 点交叉** 単純交叉とも呼ばれる最も単純な交叉規則である. この方法では, 2 つの親の遺伝子上に交叉点をランダムに選び, その交叉点で双方の遺伝子をそのまま入れ替える (図 B.7).

$$\begin{array}{l} \text{親 1: } 101001 | 0100 \\ \text{親 2: } 010010 | 1001 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{子 1: } 101001 | 1001 \\ \text{子 2: } 010010 | 0100 \end{array}$$

図 B.7 1 点交叉の例

■**多点交叉** 1 点交叉の単純な拡張であり, それぞれの親の遺伝子上に複数の交叉点を選び, 双方の遺伝子を交換する. 多点交叉として, 通常は 2 点交叉がよく用いられる.

■**一様交叉** 交叉時にマスクをかけることにより, どちらの親の遺伝子を受け継ぐかを決定する方法であり, 任意の交叉点をとる交叉法と見なすことができる. 具体的には, ビット列のマスクを設定し, マスクのビットが "0" の遺伝子座には親 1 の遺伝子を, "1" のときには親 2 の遺伝子を受け継いで子 1 を生成する. 子 2 はこの逆の操作を行う (図 B.8).

#### B.4.3 突然変異

突然変異は, ある遺伝子座の値を確率的に他の対立遺伝子値に置き換えることによって, 新しい個体を生成する操作である. ある遺伝子座が突然変異する確率を突然変異率といい, 通常, 非常に小さ



親 1:	1010010100
親 2:	0100101001
マスク	0010100101
子 1:	1000110001
子 2:	0110001100

図 B.8 一様交叉の例

な値が用いられる。なお、突然変異の 1 種として、遺伝子上で任意に選ばれた 2 点間の部分遺伝子の順序を反転させる逆位という方法も提案されている。

突然変異は遺伝子の一部を変更するだけであるので、現在の探索点の近傍を探索する局所的なランダムサーチの一種と見なすことができる。この操作は致死遺伝子を生成する危険性を内包している反面、集団として喪失した遺伝子の回復や、交叉だけでは生成不可能な遺伝子の獲得などの可能性もある。すなわち、集団の多様性維持と局所解からの脱出に対して、突然変異は有効な手段であると考えられる。

#### B.4.4 遺伝パラメータに関する経験則

GA において、個体をビット列で表現し、適応度比例戦略、1 点交叉、通常の突然変異によって遺伝的操作を構成したものを単純 GA (Simple GA; SGA) と呼ぶ。SGA によって効率的に解が得られることはまれであり、適切なコード化や遺伝的操作の選択、問題固有知識 (ヒューリスティクス) の導入など、対象とする問題の構造・性質に応じて様々な工夫がなされる。GA には、適切な人口サイズや突然変異率などに関する統一された理論がないが、これまでの研究成果から経験的に示されたものも存在する。その代表的な事項を以下に記述する。

■**人口サイズ** 通常 50~150 程度の値が用いられ、あまり人口サイズが大きいと計算量が増大する。また、大きな人口サイズを用いて数世代実行するよりも、小さな値で多数の世代を繰り返すほうが計算上有利である。

■**選択方法** 探索上、エリート保存戦略の優位性も報告されている。しかし、局所解に陥る危険性があるため、他の戦略との組合せで用いられることが一般的である。

■**突然変異率** 一般に突然変異率として遺伝子長の逆数がよく用いられている。これは各世代ごとに各個体につき平均 1ヶ所の遺伝子座で突然変異が起こることを意味する。また、探索初期では大きめの突然変異率を設定し、世代を重ねるごとに減小させ、最終的に遺伝子長の逆数に漸近させるとよいと言われている。

#### B.4.5 遺伝的アルゴリズムの問題点

GA は、単純な計算の繰り返しにより実用上十分ともいえる解を効率よく探索できる可能性がある。しかし、確率的探索手法という性質上、真の最適解が必ず得られるという保証はない。また、各パラ

メータ値をどの程度変化させれば、結果としてどの程度改善した解が得られるのかといったことの、理論的指針が確立されていないため、遺伝的パラメータの決定には経験的・試行錯誤的要素が含まれる。

さらに、制約条件の取り扱いも大きな問題点である。GA によって制約条件付き最適化問題を解く場合の対処法として、制約を犯す個体にペナルティを課し、適応度を強制的に減じる方法が考えられる。しかし、ペナルティ関数を用いて制約条件なしの最適化問題に変換する方法では、等式制約のような非常に厳しい制約条件をもつ最適化問題の場合、生成される個体のほとんどが制約条件を犯し、次世代で適応度の高い個体が生成されないことがしばしば起こる。制約条件の取り扱いの別法は、制約条件を満たす個体の生成が保証されるように、コード化の方法を改善することであるが、あらゆる制約条件に対してこの方法が容易に適用できるとは限らないという問題点が残る。

## 索引

## 【英字】

boolean 変数 .....	4
DP .....	4, 17, 121
D 値法 .....	9, 76
GA .....	5, 35, 131
IGD 法 .....	4
LP 法 .....	3
LP 問題 .....	121
Newral Network .....	5
OR .....	17
SGA .....	134
Simulated Annealing .....	5
SLP 法 .....	3
SQP 法 .....	4
SUMT .....	3

## 【あ行】

位相決定問題 .....	17
一様交叉 .....	133
一括法 .....	92
1 点交叉 .....	133
遺伝的アルゴリズム .....	5, 35, 131
遺伝的操作 .....	35, 131
エリート保存戦略 .....	133
オペレーションズ・リサーチ .....	17

## 【か行】

下界値 .....	127
-----------	-----

一テスト .....	40, 90, 127
確率計画法 .....	5
活性 .....	32
壁配置位置制約条件 .....	11, 84
完成解 .....	24, 125
間接列挙法 .....	26, 128
緩和問題 .....	127
基礎浮き上がり制約条件 .....	10, 84
期待値戦略 .....	132
逆位 .....	134
強制配置位置 .....	11
強度制約条件 .....	8
許容解存否のテスト .....	40, 51, 90
許容誤差パラメータ .....	91
決定 .....	122
限定操作 .....	26, 125
原問題 .....	124
交叉 .....	36, 133
剛性比 .....	81
コード化 .....	35, 131
個体に対する突然変異率 .....	36
固有振動数比 .....	81
混合整数計画問題 .....	121
混合 0-1 計画法 .....	19
混合 0-1 計画問題 .....	19, 121

## 【さ行】

最適化問題 .....	121
最適構造設計 .....	3, 7
最適性規準 .....	3
最適性の原理 .....	18, 122

最適方策	122
最良優先探索	32
暫定解	127
暫定値	26, 127
次元	124
—の呪い	19, 124
終端	125
自由変数	127
準最適解	131
純整数計画問題	121
上界値	127
—テスト	127
状態	122
—変数	18, 123
初期状態	32
人口サイズ	132, 134
靱性部材	74
水平剛性制約条件	8
数理計画法	3, 17
数理計画問題	121
スキマタ	133
—定理	133
寸法決定問題	17
整数計画問題	121
整数勾配法	4
脆性部材	74
成長オペレータ	5
静的偏心率	82
静的偏心量	80
0-1 計画問題	14, 121
0-1 整数計画問題	121
0-1 ナップサック問題	121
0-1 変数	4, 8
線形計画法	3
線形計画問題	121
染色体	131
全整数計画問題	121

全0-1 計画問題	121
選択	36, 132
層間変位一様化制約条件	75
総列挙法	124

## 【た行】

対角列挙法	4
対称	48
—壁配置集合	49
—性	48
耐震診断基準	74
多次元ナップサック問題	47
多段決定過程	122
多点交叉	133
タブー探索	5
多分枝	40
多目的最適化問題	13
段階	122
探索図	34
探索戦略	32, 126
単純 GA	134
単独壁	76
弾力半径	81
—比	70, 81
逐次制約なし最小化法	3
逐次線形計画法	3
逐次2次計画法	4
適応度	131
—比例戦略	132
同一解	47
動的計画法	4, 17, 121
動的偏心倍率	81
動的偏心率	82
動的偏心量	80
突然変異	36, 133
—率	133

## 【な行】

ナップサック問題	121
ねじれ剛性寄与分	14

## 【は行】

配置候補位置	11
配置不可能位置	11
幅優先探索	32, 126
非線形整数計画問題	121
非線形0-1 計画問題	14, 19
必要保有水平耐力	75
評価値	131
深さ優先探索	32, 126
部材選定問題	5
部材配置問題	5
部分問題	124
分割法	92
分枝限定法	124
分枝図	24, 125
分枝操作	24, 124
分枝変数	125
分離可能性	19, 124
ペナルティ係数	36
偏心比	70, 82
偏心率制約条件	9
方策	122
保有水平耐力制約条件	73

## 【ま行】

マルコフ性	122
満足化問題	85
目標水平剛性分布係数	9

## 【や行】

優越	46, 128
—関係	46
—テスト	46, 128

吉村式D値法	76
--------	----

## 【ら行】

ランク戦略	133
離散的最適化問題	121
両側柱付き壁	74
連層配置条件	11
連続最適解	4
連続的最適化問題	4, 121

