サーチ経済における通貨間競争

佐　橋　義　直

This paper considers a random-matching model with two currencies in which monies are divisible and shows that there exists at least a two-dimensional continuum of stationary equilibria in which both currencies are adopted. For this purpose, the paper first constructs an auxiliary model in which monies are indivisible and individuals can hold up to one unit of good or one unit of either of the currencies, and observes that, given the nominal money supplies in the two currencies, there exists a unique equilibrium with two currencies in circulation. Next, the paper turns to a model in which monies are divisible and individuals can hold arbitrary numbers of good and currencies but have to decide, at the beginning of each period, whether to behave as sellers or as buyers and, if they decide to behave as sellers, also have to decide in which currency and on which terms to make an offer. The paper then confirms that the latter model has stationary equilibria similar to the equilibrium of the former model except that the real money supplies in the two currencies cannot be determined.

Ⅰ．はじめに

それ自体は何の内在的な価値も持たず，何の報酬ももたらさない貨幣が保有される理由は，貨幣の交換の媒介としての機能に見いだすことができる。すなわち，欲望の二重の一致が稀にしか起こらないような経済において，交換を円滑に進めることへの欲求から貨幣が保有されるのである。価値貯蔵手段としての貨幣の機能も，この，交換の媒介としての機能がなければ，成立しえない。すなわち，いずれ貨幣を消費財と交換できないのであれば，価値を貨幣の形に転換して保有することは無意味となってしまうのである。また，価値の貯蔵手段としての機能という根拠のみからでは，保有することで何らかの報酬を得ることができるような金融資産が存在する場合にも貨幣が実際に保有される理由を説明することはできない。このように，貨幣の最も本源的な役割はその交換の媒介としての機能に求めることができる。そして，貨幣のこの本質的な機能を出発点として，様々な貨幣的現象の特性を解明するための考察のフレームワークの一つが貨幣のサーチ・モデルである。

標準的な経済学，いわゆるワルラス流の経済学では，市場はいわば点として捉えられる。すなわち，無数の潜在的な売り手や買い手がいっせいに市場に集まり，財と財を，あるいは財と貨幣を交換するのだが，この市場の中では１つの財について複数の価格が同時に成立することはない。これは，１つの点としての市場の中では，仮に異なる価格が成立しようとしたとしても，そのような情報はただちに費用をかけずに市場中に行きわたり，また売り手や買い手は費用をかけずに市場の中を移動できることから，ただちに価格差が消滅してしまうことによると解釈できる。また，欲望の二重の一致が希少であることによる問

題も，点としての市場の中では容易に解決される。すなわち，財Ａを持っているが財Ｂを消費したい個人，財Ｂを持っているが財Ｃを消費したい個人，財Ｃを持っているが財Ａを持っている個人も，１つの点としての市場に集まっているので，いっせいに財の交換を行うことができるのである。しかし，このような交換の環境は何の摩擦も含まない理想的なものであって，貨幣が存在しなくても効率的な交換が成立することになり，貨幣の最も重要な役割である交換の媒介としての機能を浮き上がらせるための理論的考察のフレームワークとしては適切なものではない。

これに対して，貨幣のサーチ・モデルでは，市場はいわば面として捉えられる。すなわち無数の潜在的な売り手や買い手が，この面としての市場の中を取引相手を求めてさまよい，適当な取引相手と出会った時に交換を行うのである。市場は十分に広いので，同時に 3 人以上の個人が出会うことはない。また，人々がその生産能力や選好において多様であれば，必ずしも欲望の二重の一致が十分な頻度で起こるとは考えられなくなる。さらに，個人の取引履歴についての情報の伝達についても同様の制約を課せば，信用取引が成立しえなくなることも容易に想像できる。このような環境では，取引を実現させ人々の厚生を高める上で，交換の媒介としての貨幣がいっきに重要性を帯びることになる。すなわち，財Aを持っているが財Bを消費したい個人は，財Bを持っていて財Aを消費したい個人と出会うのを待つのではなく，財Aを消費したい人に貨幣と交換に財Aを手渡し，次いでその貨幣と交換に財Bを供給してくれるような個人を探すことで，交換の見込みを大きく高められることが期待される。また，取引は面としての市場の様々な場所で起こるが，その際にどの取引でも同じ価格が成立するという保証はない。一般的に面としての市場では，情報の伝達や市場の中でのヒトあるいはモノの移動に費用がかかるため，裁定が価格差を消滅させることは期待できない。

貨幣のサーチ・モデルは，このように経済の中で取引の機会が散発的に訪れるような状況における交換の媒介としての貨幣の機能を出発点として，貨幣にかかわる様々な現象についての分析を行うことを目的としている。ところで，これまで提示されてきた貨幣のサーチ・モデルは，大きく 3 つの世代に分けられる。まず，財も貨幣も分割不可能で，かつ 1 人の個人が同時に保有できる貨幣は 1 単位までであり，財も 1 期に 1 単位までしか生産できないという仮定をおく第 1 世代モデル，次に貨幣は分割不可能であるが財は分割可能であり，個人は 1 単位を超える貨幣を保有することができないと仮定する第 2 世代モデル，貨幣は分割可能でかつ個人は何単位でも貨幣を保有できると仮定する第 3 世代モデルである。このうち第 1 世代モデルは，貨幣の交換の媒介としての機能，それによる厚生の改善の可能性など，貨幣をめぐる最も基本的な問題に焦点を当てるための最もシンプルなフレームワークを提供しているが，このフレームワークの中では交換は 1 単位の貨幣と 1 単位の財との間でしか起こりえないため，貨幣的な問題の 1 つである財の価格についての実質的な議論を行うことができない。これに対して第 2 世代モデルは財の分割可能性を導入することで，財と貨幣との交換比率についての議論の枠組みを準備しているが，このグループのモデルにおいては，第 1 世代モデルと同様，貨幣を 1 単位持っていることが潜在的な買い

手として振る舞うための条件となることになり，貨幣の中立性がモデルの前提の段階で既に失われている。また，１人の個人が同時に保有することができる貨幣量は1単位までであるので，貨幣の保有量の分布についても実質的な分析を行うことはできない。それに対して，貨幣の分割可能性を仮定する第3世代モデルでは，貨幣の中立性が成立し，理論的には，価格の問題や貨幣の保有量の分布などの問題を扱うための最も自然な環境であると考えられる。ただし，この第3世代モデルについては，モデルを解いて均衡を求めるための計算が非常に複雑になることがこれまでの経験で知られている。これら3つの世代の貨幣のサーチ・モデルについては，今井・工藤・佐々木・清水（2007）を参照されたい。

ところで，貨幣のサーチ・モデルを用いて分析すべき問題は様々であるが，その中でも特に国際経済学の文脈で興味深い問題の一つは，複数の貨幣の共存あるいは競争の問題であろう。この分野ではまず，Kiyotaki and Right（1993）が，第1世代モデルの枠組みを貨幣が2種類存在するケースに拡張し，保有から発生する効用（負の値もとりうる）が異なるような2種類の貨幣が流通するような均衡の存在を指摘している。またMatsuyama，Kiyotaki and Matsui（1993）は，第１世代モデルの枠組みの中で2地域と2貨幣が存在し，地域が同じ個人の間と異なる個人の間とでは出会う確率が異なる状況を想定し，様々な均衡が存在しうることを示している。具体的には，一方の貨幣が一方の地域のみで用いられ，他方の貨幣が他方の地域のみで用いられるような均衡，一方の貨幣が一方の地域でのみ用いられるが，他方の貨幣は両方の地域で用いられるような均衡，両方の貨幣が両方の地域で用いられるような均衡である。さらにTrejos and Right（1996）は，このモデルでの財が分割不可能であるという仮定を取り除き，売り手と買い手とのある種の交渉プロセスを導入することで，いわゆる第2世代モデルを構築し，様々な均衡での貨幣の購買力についての考察を行っている。Zhou（1997）は，第1世代モデルのフレームワークの下で2地域と2貨幣が存在する経済を想定し，個人の財に対する選好が自分の地域で生産される財と相手の地域で生産される財との間でスイッチすると仮定することで，地域内ではそれぞれの地域の貨幣が流通するが同時に貨幣と貨幣とが交換されるような市場も機能するような状況を均衡として導出することに成功している。Camera，Craig and Waller（2004）は，分割可能な財と，普通の貨幣，没収されるリスクのある貨幣とが存在し，また，それぞれの個人は2種類の貨幣を合わせて2単位まで保有できるような経済を想定し，人々が貨幣を使う際にどのような優先順位で使うかという問題を考察している。Craig and Waller（2004）は，このモデルを一般化し，数値解析を行うことで，ドル化の現象を説明することに成功している。Head and Shi（2003）は2地域と2貨幣が存在するモデルを，貨幣が分割可能であるという前提の下で構築している。一般に貨幣の分割可能性は様々な貨幣量を保有する個人を生み出すことで，モデルの分析をいっきに困難にするが，Head and Shi（2003）は，同時に無数の個人が属する「家族」という単位を導入することでそのような問題を回避し，その上で通貨と通貨の交換という現象について分析を行っている。

このように貨幣のサーチ・モデルの枠組み

の中で複数の貨幣の共存あるいは競争を扱うために多くの研究がなされてきた。その研究の枠組みは多様であるが，それらは，２つの地域を想定し，地域内と地域間では出会う確率が異なるという仮定や，２種類の貨幣の間にリスクの違いがあるという仮定などの形で，モデルの中にある種の不均質性を導入しているという点では共通している。

本論は，それらに対して，より単純な枠組み，つまりすべての個人はまったく同質で，また個人間の出会うマッチングの確率も常に等しく，さらに２種類の貨幣の間にも本質的な違いはまったく存在しないような枠組みにおいて，複数の貨幣の共存の問題を論じることを目的とする。そして，この目的のために，本論の特に第３節では，今井・工藤・佐々木・清水（2007）で紹介されている「活動コミットメント・モデル」を修正し，個人はそれぞれの期の初めに，その期に潜在的な売り手として行動するのか，潜在的な買い手として行動するのかを決めるだけでなく，潜在的な売り手として行動する場合には２種類の貨幣のうちのどちらと交換に売るのかを決めなければいけないような状況を想定する。この仮定によって，均質な経済の中にあっても２種類の貨幣が完全に融合してしまいあたかも１種類の貨幣しか存在しないような状況になることがなくなるのである。ところで，先に貨幣のサーチ・モデルは第１世代から第３世代までに分けられることを紹介したが，通常，第１世代モデルは２もしくは３程度の有限個の均衡しか持たないのに対して，貨幣の分割可能性を仮定する第３世代モデルでは，しばしば均衡の集合が少なくとも１次元的な広がりを持つ連続体となることが示されてきた。本論では，まず基本的なモデルとして，２種類の貨幣を含む第１世代モデルを定式化し，その均衡について分析した後，そのような均衡が，別の第３世代のモデルの均衡の定常状態と一致していることを示す。そしてその結果に基づいて，２種類の貨幣を含む第３世代モデルにおいては，均衡の集合は少なくとも２次元的な広がりを持つことが示される。

本論は以下のように構成される。第２節では基本的なモデルを扱い，第３節では，拡張されたモデルを扱う。第４節ではまとめを行う。

Ⅱ．単純なモデル

時間は離散的で，第１期から無限にわたって続くとする。経済には無数の個人が住んでいて，その全体は長さが１の線分上の点の集合と同一視されるとする。また，それぞれの個人は無限期間にわたって生き，割引因子 $\delta \epsilon (0,1)$ を用いて割り引かれた効用の流列の合計の期待値を最大化するように行動するとする。

経済には１種類の財Gと２種類の貨幣M，Nが存在するとする。本節では，財も貨幣もともに分割不可能で，かつ個人が同時に保有することができるのは財と貨幣のいずれかを最大１単位までと仮定する。それぞれの個人は，c 単位の負の効用という形で費用を負担することで財を１単位生産することができる。また，個人は財１単位を消費する時，u 単位の効用を得るとし，$u > c \geq 0$ と仮定する。ただし，財を生産した個人は自らが生産した財そのものは消費することができないとする。また，財は，生産した個人のみが貯蔵することができるとする。さらに，同じ期に，自分が生産した財を他人が消費し，かつ他人が生

産した財を自分が消費することはできないとする。他方で，貨幣は，どの個人も生産することも消費することもできないが，どの個人も費用を負担することなく永久に貯蔵可能であるとする。以下では，この経済の貨幣M，Nの貨幣供給量もそれぞれ，M，Nの記号そのものを用いて表すこととする。ただし，$0<M$，$0<N$，$M+N<1$が満たされているとする。ここで以下のことに注意する。すなわち，個人は自分が生産した財を自分で消費できないので，財を消費するためには他人との取引が必要になる。ところが，同じ期に自分が生産した財を他人が消費し，かつ他人が生産した財を自分が消費することができないために，1期で完結するような物々交換は不可能となる。このため，貨幣を媒介とする取引が厚生の向上をもたらす可能性が出てくるが，財は，それを生産した個人のみが貯蔵可能であるので，財そのものが貨幣として機能することはない。

このような状況でも，信用取引が行われれば貨幣の手助けなしに財の交換が行われ厚生が改善する可能性が残されるが，ここでは毎期，個人間のマッチングが行われ，そこでは個人の取引履歴に関する情報は私的情報であるため，信用取引は成立しえないと仮定する。各期には，個人の間でランダムにマッチングが行われ，どの個人も正の確率κで他のいずれかの個人1人とマッチされる。

各期に個人は以下のように行動するとする。まず，それぞれの期の冒頭に財を保有している個人のみが潜在的な売り手として行動する。他方で，貨幣を保有している個人のみが潜在的な買い手として行動する。潜在的な売り手は，期の冒頭に，自分の保有する財をどのような確率で1単位の貨幣Mと交換に売るのか，またどのような確率で1単位の貨幣Nと交換に売るのかを決めるとする。ここでは，必ずいずれか1つの貨幣を選ばなければならないとする。すなわち貨幣Mと交換に売る確率をπ_{GM}，貨幣Nと交換に売る確率をπ_{GN}とする時，$0\leq\pi_{GM}$，$0\leq\pi_{GN}$，$\pi_{GM}+\pi_{GN}=1$の制約の下でこれらの変数の値を選ぶのである。他方で，潜在的な買い手は，潜在的な売り手と出会った時に，自分が持っている貨幣1単位と交換にその財を買うのかを決める。続いてマッチングが行われる。マッチングによって潜在的な売り手と潜在的な買い手とが出会い，かつ潜在的な売り手が貨幣Mと交換に財を売ると決め，潜在的な買い手が貨幣Mと交換に財を買うことを決めていた場合，あるいは潜在的な売り手が貨幣Nと交換に財を売ると決め，潜在的な買い手が貨幣Nと交換に財を買うことを決めていた場合に取引が成立し，潜在的な買い手から潜在的な売り手へと対応する貨幣1単位が移転され，同時に財が潜在的な売り手から潜在的な買い手へと移転され後者によって消費され，後者にu単位の効用をもたらすとする。この時点でマッチングは解消される。マッチングがそれ以外の個人の組み合わせについて起こった時には，両者の間に取引は成立しない。各期の最後の段階では，その時点で何も保有していない個人が，財を生産するのかしないのかを決めることができる。すなわち，この期に潜在的な売り手との間で取引が成立し，貨幣を手放すと同時に財を消費した個人と，その期の冒頭から財も貨幣も保有していなかった個人のみが，この段階で財を生産するかを決めることができる。財を生産することを決めた個人には，その時点でc単位の負の効用という形で費用が発生することになる。

ここで，このモデルについて注意しておくべきことは，このモデルには必ず，非貨幣的均衡と呼ばれる均衡が存在することである。すなわち，誰も貨幣を受け取らず，従って誰も財を生産することも消費することもないような均衡である。そのような均衡の存在は，今井・工藤・佐々木・清水（2007）が指摘するように，貨幣のサーチ・モデルにとってほとんど普遍的なものであり，むしろ，そのような均衡の存在そのものが貨幣に関するモデルの健全性を示しているともとらえうるのである。具体的に，上のモデルでの非貨幣的均衡では，それぞれの期の最後の段階で誰も財を生産しない。その結果，潜在的な売り手になるような個人が存在しなくなる。すると潜在的な買い手は自分が保有している貨幣を手放して財を手に入れることができない。つまり貨幣を保有してもそれによって将来，財を消費できるということがなくなる。そのため，実際，それぞれの期の最後の段階で費用を負担してまで財を生産することへのインセンティブがなくなってしまうのである。

もう一つ，上のモデルについてここで指摘しておくべきことは，たった今述べたような非貨幣的均衡の存在のメカニズムが，2 種類存在する貨幣のうちの一方のみについても成立しうることである。すなわち，一方の貨幣，たとえば潜在的な売り手が決して貨幣Nと交換には財を手放そうとしないとする。すると，貨幣Nを保有する潜在的な買い手は自分が保有している貨幣を手放して財を手に入れることができない。つまり貨幣Nを保有してもそれによって将来，財を消費できるということがなくなる。そのため，実際，潜在的な売り手は財を貨幣Nと交換に手放すことへのインセンティブがなくなってしまうのである。この時に均衡でもう一方の貨幣Mが利用されるかどうかは，貨幣量Mや割引因子 δ など，モデルのパラメーターの大きさに依存する。これらの均衡は，利用されない貨幣を費用をかけずに処分することが可能であると仮定すれば，基本的には貨幣量をMあるいはNとする単一貨幣のモデルの均衡と同一のものとなる。

このように，すべての貨幣あるいは一方の貨幣が利用されないような均衡の存在を確認した上で，以下では，貨幣MとNの両方が用いられるような均衡に限定して議論を進める。すなわち，財を保有する個人が貨幣Mと交換に財を売ろうとする確率 π_{GM} も，また貨幣Nと交換に売ろうとする確率 π_{GN} も，ともに正であり，同時に貨幣Mを保有する個人は必ず貨幣Mと交換に財を買うことを決め，貨幣Nを保有する個人は必ず貨幣Nと交換に財を買うことを決めているような均衡に焦点を当てる。また，以下では，経済は定常的な均衡の状態にあると想定する。すなわち，経済全体での貨幣保有量の分布や財の保有量の分布，同じ状況におかれた個人の行動が時間を通して変化しないような状況を想定する。ここで経済全体での貨幣保有量の分布というのは，どの貨幣をどれだけ保有している個人がどれだけの割合存在するのかという意味での分布であり，誰がどの貨幣をどれだけ保有しているかという点までは考慮に入れない。このことは財の保有量の分布についても同様である。ところで，この経済の実質的な状態は貨幣保有量の分布のみによって表現しつくされると考えることができる。財の保有量の分布は，個々人の行動の結果ただちに調整されうるので，事実上，モデルの状態変数とみなす必要はない。そして本節のモデルでは，貨幣は分割不可能で個人が同時に保有することができ

る貨幣は最大１単位までと仮定しているが，もし第１期の冒頭に貨幣量MとNとがこの仮定を満たすように個人間に分布されていれば，その分布がただちに定常的な貨幣保有量の分布となることがわかる。すなわち，貨幣MとNとが取引を通じて第２期以降その保有者を替えたとしても，本節のモデルの仮定の下では経済全体で貨幣Mを保有する個人の割合はMであり，経済全体で貨幣Nを保有する個人の割合はNであり，さらに両方を保有している人は常にゼロであり続け，貨幣保有量の分布は第１期と同じものにとどまることになる。また第１期の冒頭に貨幣を保有しない個人全員が第１期の期末に財を生産することで，第２期以降，経済は定常的な状態に移りうる。従って，この，個人の貨幣保有量に上限があるという特殊なモデルにおいては，動学的な均衡の中には実質的に最初から（すなわち第２期から）定常的となる均衡が存在することが考えられるのである。

ここで，ある期の冒頭に財を持っている個人の，その期以降の効用の流列をその期の時点で評価した割引価値を最大化した時の期待値，すなわちある期に財を保有していることの価値を V_G とする。同様に，ある期に貨幣Mを持っている個人のそれを V_M，貨幣Nを持っている個人のそれを V_N によって表す。

ある期の冒頭に財を保有している個人は確率 π_{GM} で自分の財を貨幣Mと交換に手放そうとしているが，実際にその期に交換が成立するためには貨幣Mを持っている個人と出会わなければならない。その確率は κM である。従って，この個人が次の期の冒頭に貨幣Mを保有していて V_M の価値の状態に移行する確率は $\pi_{GM}\kappa M$ となる。同様にこの個人がこの期に貨幣Nを手に入れ次の期の冒頭に V_N の価値の状態にある確率は $\pi_{GN}\kappa N$ である。そしてこの個人は，$1-\pi_{GM}kM-\pi_{GN}kN$ の確率で適当な取引相手に出会えず，次の期の冒頭も今期と同じ V_G の価値の状態にとどまることになる。今期の冒頭に財を保有していることの価値は来期のこれらの価値の期待値を割引因子 δ で割り引いたものであるので，V_G について以下の関係が成立することになる。

$$V_G = \delta\pi_{GM}\kappa MV_M+\delta\pi_{GN}\kappa NV_N+(1-\pi_{GM}\kappa M-\pi_{GN}\kappa N)\delta V_G \quad (1)$$

次に，ある期の冒頭に貨幣Mを保有している個人について考える。この個人は自分が保有する貨幣Mと交換に財を買おうと決めることになるが，実際に取引が成立し財を消費するためには，財を保有している個人に出会い，かつその個人が貨幣Mと交換に財を売ろうとしていることが必要である。ここである期の冒頭に財を保有している個人の割合をGで表すことにすると，その期にそのような相手に出会いかつ取引が成立する確率は $\kappa G\pi_{GM}$ と表されることになる。そして取引が成立した時，この個人は財を消費することによってu単位の効用を得ることになる。次にこの個人は自分自身が財を生産するかどうかを決めることになるが，ここでは財を消費するとただちに別の財を生産すると仮定する。実際にそのような行動が最適であるための条件については後で述べる。そこで，財を消費することで効用を得た個人はただちにc単位の負の効用を負担しながら財を生産し，次の期を財の保有者として迎えることになる。他方で，$1-\kappa G\pi_{GM}$ の確率でこの個人は適当な取引相手に出会えず，次の期を今期と同様に貨幣Mの保有者として迎えることになる。以上の議論から，V_M については以下が成立することになる。

$$V_M = \kappa G\pi_{GM}(u-c+\delta V_G)+(1-\kappa G\pi_{GM})\delta V_M \quad (2)$$

貨幣Nの保有者についても同様に考えることにより，V_Nが以下の関係を満たしていることを確認できる。

$$V_N = \kappa G\pi_{GN}(u-c+\delta V_G)+(1-\kappa G\pi_{GN})\delta V_N \quad (3)$$

ところで，議論を財の保有者の行動に戻すが，この個人にとって正の確率で自分の財を貨幣Mと交換に手放そうとし，同じく正の確率で貨幣Nと交換に手放そうとするのが最適であるためには，両者の選択肢がこの個人にとって無差別である必要がある。すなわち，どちらの貨幣との交換を選んだ時にも得られる価値の増分は等しくなければならないのである。このことは以下の条件によって表される。

$$M(V_M-V_G) = N(V_N-V_G) \quad (4)$$

また，Gについて，各期の最後の段階で財や貨幣を保有していない個人が必ず次の期以降の取引に向けて財を生産するのであれば，以下が成立することになる。

$$G = 1-M-N \quad (5)$$

確率π_{GM}とπ_{GN}が以下の条件を満たしていなければいけないことを再確認しておく。

$$\pi_{GM}+\pi_{GN} = 1 \quad (6)$$

(4)式が示唆するように，2種類の貨幣がともに流通していたとしても，それぞれの貨幣を持つことの価値，すなわちV_MとV_Nとは異なりうる。このことは，一方の通貨は手に入れやすいが使いにくい，他方の通貨は手に入れにくいが使いやすいという状況を想像すれば，理解しやすいであろう。言うまでもなく使いやすい貨幣の方が，手に入れた時点での保有の価値は高くなる。

以下では上の(1)式から(6)式を満たすV_G，V_M，V_N，G，π_{GM}，π_{GN}の値に焦点を当てる。ただし，π_{GM}とπ_{GN}の値は正のものに限定される。実はこれら6本の制約式を満たす6個の変数の値を，パラメーターであるMやNなどを用いて明示的に表すことは可能であるが，非常に複雑な形になる上に，そのような形で解を表すことによって得られる洞察は非常に限定的である。そこで本論では，それらを明示的に表すことなく，上の制約式を変形しながら，それらの変数が満たすことになるいくつかの性質について分析することとする。

まず，π_{GM}は以下の条件を満たすように決定される。

$$\frac{M\pi_{GM}}{1-\delta+\delta\kappa G\pi_{GM}+\delta\kappa M} = \frac{N(1-\pi_{GM})}{1-\delta+\delta\kappa G(1-\pi_{GM})+\delta\kappa N} \quad (7)$$

(7)式の導出方法については補論1を参照されたい。さて，この式の左辺は$\pi_{GM}=0$の時にゼロをとるようなπ_{GM}の連続な単調増加関数であり，他方，右辺は$\pi_{GM}=1$の時にゼロをとるようなπ_{GM}の連続な単調減少関数である。従って(7)式を満たすxの値が区間（0,1）の中に存在し，かつその値は一意である。

次にV_Gを決定するための条件として以下の式を得ることができる。

$$\frac{1-\delta+\delta\kappa M}{\kappa M(u-c)-(1-\delta)V_G}+\frac{1-\delta+\delta\kappa M}{\kappa M(u-c)-(1-\delta)V_G} = \frac{\delta\kappa G}{(1-\delta)V_G} \quad (8)$$

(8)式の導出方法については補論2を参照されたい。この条件を満たすV_Gの値のうち我々に興味があるのは，$\pi_{GM}\geq 0$，$\pi_{GN}\geq 0$，$V_G\geq 0$の条件と整合的であるような値である。というのは，各期の最後の段階で財も貨幣も保有しない個人が財を生産することへのイン

センティブを持つためには $c \leq \delta V_G$ であることが必要であるが，$V_G < 0$ であればこの条件は成立することがない。ところで $V_G \geq 0$ である時，$\pi_{GM} \geq 0$，$\pi_{GN} \geq 0$ の条件は⑻式の左辺第1項，第2項がともに非負であることを要求する。このことについては，補足で紹介する⑻式の導出方法によって確認することができる。しかしそのような V_G の範囲においては，⑻式の左辺は $V_G = 0$ においてある有限な正の値をとり，V_G の増加に従って連続的に無限大に向かって増加する一方，右辺は $V_G \to +0$ の時，無限大に発散し，V_G の増加に従って連続的にゼロに向かって減少するので，⑻式を満たす V_G が存在し，かつ一意であることがわかる。また，それぞれの期の最後の段階に財も貨幣ももたない個人が財を生産するインセンティブを持つためには，すなわち $c \leq \delta V_G$ であるためには，⑻式で $V_G = c/\delta$ とおく時に，左辺の第1項と第2項が正であることと，左辺の方が右辺より大きくならないことが成立していればいいこと，すなわち以下の条件が満たされていればいいことが分かる。

$$\delta\kappa Mu > (1-\delta+\delta\kappa M)c \tag{9}$$

$$\delta\kappa Nu > (1-\delta+\delta\kappa N)c \tag{10}$$

$$\frac{1-\delta+\delta\kappa M}{\delta\kappa Mu-(1-\delta+\delta\kappa M)c}+\frac{1-\delta+\delta\kappa N}{\delta\kappa Nu-(1-\delta+\delta\kappa N)c} \leq \frac{\delta\kappa G}{(1-\delta)c} \tag{11}$$

これらの関係は，$0 < M$，$0 < N$，$M+N < 1$ を満たす M と N の値が与えられた時，u の値が十分大きいか c の値が十分小さければ必ず成立する。また，与えられた u と c に対して M と N の値があまりに小さければ⑼式や⑽式が成立しなくなるが，他方で⑸式を考慮すると，$N+N$ があまりに1に近ければ⑾式が成立しなくなる可能性があることも示される。

次に，この均衡での社会厚生について分析する。ここでは，この経済における社会厚生 W を以下によって定義する。

$$W = MV_M + NV_N + GV_G \tag{12}$$

この式は⑴，⑵，⑶，⑸式を用いて以下のように書き直すことができる。

$$W = \frac{\kappa M(1-M-N)\pi_{GM}+\kappa N(1-M-N)\pi_{GM}}{1-\delta}(u-c) \tag{13}$$

これは，均衡に沿って，ある期以降に経済全体で発生するネットでの効用の流列の価値をその期の時点まで割り引いて評価したものである。均衡での社会厚生は一般的に貨幣量 M と N の水準に応じて決定されるが，ここで特に興味深いのは，貨幣が1種類ではなく2種類存在することが社会厚生にどのような効果を及ぼすかである。ここで特に1種類の貨幣が存在し，その貨幣量が $M+N$ である時の社会厚生 $\tilde{W}$ は以下のように表すことができる。

$$\tilde{W} = \frac{\kappa(M+N)(1-M-N)}{1-\delta}(u-c) \tag{14}$$

これは，1種類の貨幣が存在しその貨幣量が $M+N$ である時の均衡に沿って，ある期以降に経済全体で発生するネットでの効用の流列をその期の時点で評価した割引価値である。貨幣が1種類である時には，貨幣量と厚生水準との間には，後者が前者の2次関数となり，特に貨幣量が1/2になる時に潜在的な売り手と潜在的な買い手の割合が等しくなり，マッチングにおけるミスマッチの発生確率が最小化されるために，経済全体での厚生が最大化されることがわかる。今，⑹式も考慮しつつ

⒀式と⒁式を較べてみると，貨幣供給量MとNがともに正である時には，Wは$\tilde{W}$よりも厳密に小さくなることがわかる。すなわち，本論でのように，売り手がどの貨幣と交換に財を売るかについてあらかじめコミットしなければならないようなケースにおいては，両方の貨幣が使われることはマッチングにおけるミスマッチの可能性を増大し，これによって単に非効率を発生させるだけであることがわかる。換言すれば，交換の媒介としての貨幣が本来持っている規模の経済が，複数種類の貨幣が共存することで損なわれると解釈することができる。しかしこの現象がどの程度一般的に成立するのかの判断については，十分慎重であるべきである。少なくとも本論の枠組みにおいても，売り手がどちらの貨幣と交換に売るかについてあらかじめコミットする必要がないケースでは，このような非効率が発生しないことを容易に確認することができる。なお，⒀式からはただちには明らかではないが，⒀式と⑸，⑹，⑺式を組み合わせてM，NとWが満たしている関係を導き，その関係について考察することで，M，Nとの変化に応じてWの値も変化しうることを確認することができる。

では，MとNの両方の変化が，社会厚生Wを一定の水準に維持するような形で起こった場合は，実物的な資源配分には何の変化も起きないのだろうか。あるいは，換言すれば，MとNの変化がもたらす均衡での資源配分の変化は1次元的な広がりを持つものだろうか，それとも2次元的な広がりを持つものだろうか。このことについて調べるために，MとNの変化にともなう様々な変数の均衡での動きを直接観察することは大変困難な作業になるが，理論的には均衡の変化は2次元的な広がりを持つことを，⑷式と⑸式との形に注意を払うことで直感的に確認することができる。すなわち，⑸式より，MとNとが$M+N$の値を一定にするように変化する時には実質的な変数であるGの値には影響を及ぼさないが，そのような変化であってもMとNとの相対的な比率が変化する限りは，⑷式より，V_M-V_GもしくはV_N-V_Gのいずれかあるいは両方の値に影響を及ぼすことがわかる。言いかえれば，MとNの変化の中には，Gの値には影響をもたらさないが，他の実質的な変数に影響をもたらすものが存在することになる。もちろん，$M+N$の値を変化させるようなMとNの変化であれば，Gの値も変化することになる。従って，MとNの2変数が様々に変化する時，均衡も2次元的な領域の中を移動するということがわかる。とくに資源配分という視点からは，これらの均衡は，一方で，どれだけの割合の人がつねに財を保有しているかというストック的な側面と，他方で，どのような確率の組み合わせで売り手の状態と買い手の状態との間を移動しているかというフロー的な側面とで，お互いに異なっていると考えられる。

ここで，いくらか本題からそれるが，これまで見てきたような均衡の安定性について，進化ゲーム論的な視点から考察する。すなわち，それぞれの潜在的な売り手がどちらの貨幣と交換に財を売るかを決定する際に，他の潜在的な売り手がどのような確率でそれぞれの貨幣を選ぶかを与えられたものとして，定常的な均衡でそれぞれの貨幣を選ぶことの便益を計算し，その上で，より高い便益をもたらす貨幣を選ぶ確率を上げるという形での調整過程を考えるのである。このために，まず⑷式の左辺が，潜在的な売り手が財を貨幣M

と交換に売ることを決めた場合の限界的な価値の増分を，また右辺が貨幣Nと交換に売ることを決めた場合のそれを表していることを確認しておく。その上で左辺は⑴，⑵，⑷式から（あるいは（A1）式と⑵式から），以下のように書き直せることに注意する。

$$M(V_M - V_G) = M\frac{\kappa G\pi_{GM}(u-c)}{1-\delta+\delta\kappa G\pi_{GM}+\delta\kappa M} \quad (15)$$

同様に右辺も⑴，⑶，⑷式から（あるいは（A2）と⑶から），以下のように変形できる。

$$N(V_N - V_G) = N\frac{\kappa G\pi_{GN}(u-c)}{1-\delta+\delta\kappa G\pi_{GN}+\delta\kappa N} \quad (16)$$

⒂式の右辺は，分母と分子をπ_{GM}で割ることで確認できるようにπ_{GM}の増加関数である。同様に⒃式の右辺はπ_{GN}の増加関数であり，⑹式も考慮に入れるならπ_{GM}の減少関数でもある。このことから，経済全体で潜在的な売り手が財を貨幣Mと交換に売ることを決める確率を上げると，個別の潜在的な売り手にとって財を貨幣Mと交換に売ることが，財を貨幣Nと交換に売ることに較べて，ますます有利な選択になることが分かる。この意味では，この節で焦点を当ててきたような均衡は不安定なものであると考えることができるかもしれない。しかしこの点については，一定の注意が必要である。すなわち，上の議論では，MやNは外生変数であって，その値は経済全体でのπ_{GM}やπ_{GN}の変化からの影響を受けないことになっているのだが，実はこのモデルにおいて，MやNは単に名目貨幣量の役割だけでなく実質貨幣量の役割も担っている。言うまでもなく，一般的には実質貨幣量は経済主体の行動に従って変化しうるものである以上，均衡の安定性も本来，そのような経路での行動の変化の影響を考慮しつつ分析すべきであろう。

そもそも上のモデルにおいて，もともとは名目的な貨幣量であるMやNが実質的な貨幣量として働いてしまうことの背景には，このモデルの仮定の一つ，すなわち財も貨幣もともに分割不可能で，かつ個人が同時に保有することができるのは財と貨幣のいずれかを最大 1 単位までであるという仮定がある。この仮定は，一方で分析を大幅に簡単にするのに役に立っているのだが，他方で，たとえば貨幣の中立性というような，貨幣が持つ重要な性質をモデルの設定の段階から排除することにもつながっている。そこで次節では，この仮定を別の仮定と置き換えることで，実質貨幣量の変化を許容する一方，上のモデルと同様の単純な資源配分が定常均衡において達成されるようなモデルを考察する。その結果，均衡の数など，均衡の性質についての多くの結果が修正されることになる。

Ⅲ．一般化されたモデル

実は前節で考察したモデルでの均衡は，別の，より一般的なモデルの動学的な均衡の定常状態と一致していることを示すことができる。そこで以下ではそのようなモデルとして，今井・工藤・佐々木・清水（2007）で紹介されている「活動コミットメント・モデル」を貨幣が 2 種類存在するケースに拡張したものを紹介する。

モデルの基本的な設定は前節と同様であるとする。すなわち，時間は離散的であり，経済には無数の個人が住んでいて，それぞれの個人は無限期間にわたる効用の流列の合計の期待値を最大化する。経済には 1 種類の財Gと 2 種類の貨幣M，Nが存在し，個人は財の生産のためにc単位の負の効用を受け取り，

財を消費する時にはu 単位の効用を得るが，貨幣は生産・消費されることがない。また，毎期，個人の間でランダムにマッチングが行われ，そこでは個人の取引履歴に関する情報は私的情報である。

前節のモデルとの大きな違いは，前節では財も貨幣もともに分割不可能で，かつ個人が同時に保有することができるのは財と貨幣のいずれかを最大 1 単位までであると仮定していたのに対して，本節では財は分割不可能であるが貨幣は分割可能であり，また個人は財や貨幣をいくらでも保有できると仮定する点である。そして，この変更にともない，各期の個人の行動についても，設定を以下のように変更する。

まず，個人は，それぞれの期の冒頭に潜在的な売り手として行動するのか潜在的な買い手として行動するのかを決める。また，潜在的な売り手として行動する個人は，どちらの貨幣何単位と交換に自分の財を売ることを提案するのかを決める。あるいは，混合戦略の場合，どのような確率で，どのような提案を行うのかを決める。他方で潜在的な買い手は，マッチングの結果，潜在的な売り手と出会った時に，売り手の提案を受け入れるかどうかを決めることになる。ここでは，既に貨幣をいくらか保有している個人もさらに貨幣を手に入れるために財の潜在的な売り手として行動することが原則として許される。同様に，既に財をいくらか保有している個人がさらに費用を負担しながら財を生産し保有量を増やすことも可能であるが，財は毎期の期末に生産可能であり，かつ 1 つの期に取引可能な財は 1 単位のみであると仮定することで，複数の財を保有することへのインセンティブは実際には発生しない。

続いてマッチングが行われる。マッチングによって潜在的な売り手と潜在的な買い手とが出会い，かつ潜在的な売り手の提案を潜在的な買い手が受け入れると決めた場合そしてその場合にのみ取引が成立し，潜在的な買い手から潜在的な売り手へと対応する量の貨幣が移転され，同時に財が潜在的な売り手から潜在的な買い手へと移転され後者によって消費され，後者に u 単位の効用をもたらすとする。もちろんここで取引後に買い手の貨幣量がマイナスになるような取引は許されない。各期の最後の段階では，財を生産するのかしないのかを決める機会がすべての個人に訪れる。財を生産することを決めた個人は，c 単位の負の効用という形で費用を負担しながら 1 単位の財を生産することになる。

このような経済は，一般にかなり複雑な振る舞いを示す可能性がある。すなわち，取引においては様々な価格が成立する可能性があり，また貨幣の保有量についても，前節で扱ったモデルではそれぞれの種類の貨幣を持っているか持っていないかという形での単純な分布しか起こりえなかったのに対して，ここでは，どれだけの貨幣を持っている個人がどれだけの割合いるのかという，より多様な分布が起こりうることになる。以下では，そのように多様な均衡の中で，まず「単一価格均衡」に焦点を当てることにする。また同時に，貨幣Mと貨幣Nの両方が用いられるような均衡に議論を限定することにする。すなわち，同じ貨幣を用いて行われる取引はかならず同じ価格で行われるというものである。実際に，すべての潜在的な売り手がp単位の貨幣Mと交換に財を売るか，q単位の貨幣Nと交換に財を売るかのいずれかの提案をしているのであれば，潜在的な買い手にとって，貨幣Mと

交換に財を買う時には価格がpを超えないような提案を受け入れ，貨幣Nと交換に財を買う時には価格がqを超えないような提案を受け入れるのが最適な反応になる。また，すべての潜在的な買い手が，貨幣Mと交換に財を買う時には価格がp単位を超えないような提案を受け入れ，貨幣Nと交換に財を買う時には価格がq単位を超えないような提案を受け入れるのであれば，潜在的な売り手にとって，貨幣Mと交換に財を売るのであれば価格pをつけ，貨幣Nと交換に財を売るのであれば価格qをつけるのが最適な反応になる。このように，同一の貨幣での取引が同一の価格で行われるというのは個人の最適化行動と整合的であることがわかる。また，このような均衡では，p単位より少額の貨幣M，q単位より少額の貨幣Nは取引において実質的に意味がない。そこで以下では議論の単純化のため，そのような少額の貨幣は存在せず，すべての個人はpの自然数倍（０倍を含む）の量の貨幣Mとqの自然数倍（０倍を含む）の量の貨幣Nとを持っていると想定することとする。

さらに以下では，このような均衡の定常状態に焦点を当てる。すなわち毎期，経済全体での貨幣保有量や財の保有量の分布が変化せず，かつ同じ状況におかれた個人の行動が時間を通して変化しないような状況に関心を集中する。

実は，定常状態に議論を限定することで，このモデルで考慮すべき貨幣保有量の分布の範囲をいっきに狭めることができる。実際，定常状態ではどの個人も貨幣Mをp単位を超えて保有することがないこと，貨幣Nをq単位を超えて保有することがないこと，さらにp単位の貨幣Mとq単位の貨幣Nとを同時に保有することがないことを示すことができる。

たとえば，今，貨幣Mをp単位のみ保有している個人を想定しよう。この個人は第一の選択肢として，ただちに潜在的な買い手として行動し，適当な取引相手と出会い次第，価格pで財を購入・消費し，その後あらためて財を生産し潜在的な売り手として行動し，適当な取引相手と出会い次第，財を売却し，p単位の貨幣Mを手に入れることもできるし，第二の選択肢として，ただちに財を生産し潜在的な売り手として行動し，適当な取引相手と出会い次第，財を売却し，p単位の貨幣Mを手に入れ，その後，潜在的な買い手として行動し，適当な取引相手と出会い次第，価格pで財を購入・消費することもできる。どちらの行動計画の場合も，一通りの行動が終了した時点で手元に残るのはp単位の貨幣Mであり，また，先に潜在的な買い手として潜在的な売り手を探し，後で潜在的な売り手として潜在的な買い手を探すのか，その逆かという違いはあるが，何期後にどのような確率で当初のp単位の貨幣Mを保有している状態に戻るかという点でも同一であることを，定常状態の条件を用いて示すことができる。他方で，前者の行動計画では先にuという正の効用を得，後でcという費用を負担しているのに対して，後者では先にcという費用を負担しあとでuという正の効用を受け取っている。将来の効用に対して割引が行われる世界では，これらは異なる価値を持つものとして評価されることになる。具体的には前者の行動計画の方が後者よりもより高く評価されることになる。このような推論の結果，ある期にp単位の貨幣Mを保有している個人にとって，その期にさらにp単位の貨幣Mを獲得するように行動することが最適ではないことが分かる。まったく同様に，既にq単位の貨幣Nを保有

している個人が，さらに多くの貨幣Nを獲得するようには行動しないことや，既にp単位の貨幣M（あるいはq単位の貨幣N）を保有している個人がさらに潜在的な売り手として行動してq単位の貨幣N（あるいはp単位の貨幣M）を獲得するように行動しないことも，証明することができる。このように，いずれかの貨幣を保有している個人は潜在的な買い手として行動することになる。さらに，財はどの期の期末でも作ることができるが，次の期に潜在的な売り手にならないような個人は，今期，負の効用を負担してまで財を作ることにメリットはない。財は，潜在的な売り手として行動する直前の期の期末に生産すればいいのである。従って，貨幣を保有している個人は財を保有することがないし，財を保有している個人は貨幣を保有することがない。

このようにして，前節のモデルでは，モデルの制約の結果として個人が同時に保有するのは財と貨幣のいずれか最大1単位までであったが，この節のモデルでは，財や貨幣の保有量に制限がないにもかかわらず，個人の合理的な行動の結果，やはり，せいぜい1単位の財かp単位の貨幣Mかq単位の貨幣Nのいずれかを保有するという事実が導かれることになる。なお，ここで重要な役割を果たしているのは，個人が各期の冒頭にあらかじめ，売り手として行動するのか買い手として行動するのか，売り手として行動する場合にはどの貨幣と交換に売るのかについて，行動を選択しなければいけないという仮定である。

そこで，本節のモデルでも，前節のモデルで用いた記号の多くをそのまま利用することができる。まず，ある期の冒頭に財を持っている個人の，その期以降の効用の流列をその期の時点で評価した割引価値を最大化した時の期待値，すなわちある期に財を保有していることの価値を，前節同様，V_Gで表す。次に，ある期に貨幣Mをp単位持っている個人のそれをV_M，貨幣Nをq単位持っている個人のそれをV_Nによって表す。また，財を保有する個人がp単位の貨幣Mと交換に財を売ることを提案する確率をπ_{GM}，q単位の貨幣Nと交換に売ることを提案する確率をπ_{GN}とする。貨幣量についても，この経済の貨幣M，Nの名目貨幣供給量をそれぞれM，Nの記号そのもので表すこととする。ただし，ここで気をつけなければならないのは，貨幣Mの名目貨幣供給量がMであっても，前節では1人当たりの貨幣Mの保有量は0か1のいずれかであったので，貨幣Mを保有する個人の割合はただちにMになったが，本節では1人当たりの貨幣Mの保有量は0かpのいずれかであるので，貨幣Mを保有する個人の割合はM/pになることである。同様に，貨幣Nを保有する個人の割合も本節ではNではなくN/qとなる。

このことに注意しながら，前節の(1)式の条件式を書き換えると以下のようになる。

$$V_G = \delta\pi_{GM}\kappa\frac{M}{p}V_M + \delta\pi_{GN}\kappa\frac{N}{q}V_N + \left(1-\pi_{GM}\kappa\frac{M}{p}-\pi_{GN}\kappa\frac{N}{q}\right)\delta V_G \quad (17)$$

前節の(2)，(3)式に対応する条件は，本節でもそのままである。

$$V_M = \kappa G\pi_{GM}(u-c+\delta V_G) + (1-\kappa G\pi_{GM})\delta V_M \quad (18)$$

$$V_N = \kappa G\pi_{GN}(u-c+\delta V_G) + (1-\kappa G\pi_{GN})\delta V_N \quad (19)$$

また，(4)式を修正して得られる以下のような条件も，均衡のための必要条件であることがわかる。

$$\frac{M}{p}(V_M-V_G)=\frac{N}{q}(V_N-V_G) \tag{20}$$

確率 π_{GM} と π_{GN} についても，(6)式と同様の，以下の制約が成立していないければならない。

$$\pi_{GM}+\pi_{GN}=1 \tag{21}$$

最後にGに関する(5)式の条件は，再び貨幣Mを保有する個人の割合がM/pになることなどに注意すると，以下のように書き直されなければいけないことがわかる。

$$G=1-\frac{M}{p}-\frac{N}{q} \tag{22}$$

本節のモデルの均衡の定常状態は，上の(17)式から(22)式を満たす V_G，V_M，V_N，G，π_{GM}，π_{GN}，p，q の値によって与えられることになる。ただし，π_{GM} と π_{GN} の値は正のものに限定される。また，p，qの値は，それぞれの期の最後の段階に財も貨幣ももたない個人が財を生産するインセンティブを持つための条件，すなわち，前節の(9)，(10)，(11)式を書き直した以下の条件を満たしている必要がある。

$$\delta\kappa\frac{M}{p}u>\left(1-\delta+\delta\kappa\frac{M}{p}\right)c \tag{23}$$

$$\delta\pi\frac{N}{p}u>\left(1-\delta+\delta\kappa\frac{N}{q}\right)c \tag{24}$$

$$\frac{1-\delta+\delta\kappa\frac{M}{p}}{\delta\kappa\frac{M}{p}u-\left(1-\delta+\delta\kappa\frac{M}{p}\right)c}+\frac{1-\delta+\delta\kappa\frac{N}{q}}{\delta\kappa\frac{N}{q}u-\left(1-\delta+\delta\kappa\frac{N}{q}\right)c}\leq\frac{\delta\kappa}{(1-\delta)c}G \tag{25}$$

ただちに気がつくように，ここでは値を決定すべき 8 個の変数が存在するのに対して，等号で成立していなければならない条件式の数は 6 本である。このため，均衡の非決定が起こることになる。具体的には，本節で導入された新たな変数p，qの値について，それらを決定するための追加的な条件が導入されていないため，(23)，(24)，(25)式を満たすような範囲の正の値であれば，p，qはどのような値でもとりうることになる。そして，そのようなp，qのそれぞれの値に対して，(17)から(22)式の 6 本の式が残りの 6 個の変数を決定すると考えることができる。あるいは，前節のモデルとの比較では，前節では実質貨幣供給量M，Nが外生的であったのに対して，本節のモデルでは実質貨幣供給量M/p，N/qが内生変数になっていると考えることもできる。ところで，前節ではMとNの関数として均衡での V_G，V_M，V_N，G，π_{GM}，π_{GN} の値が決定されるとみなし，特にMとNの 2 変数の値が様々に変化する時，均衡での実質的な変数も 2 次元的な広がりを持つ領域において変化することを確認したが，このことを用いると，本節のモデルでの均衡の定常状態では，仮に単一価格均衡に議論を限定したとしても，少なくとも 2 次元的な広がりを持つ均衡の集合が存在することが分かる。そもそも 1 種類の貨幣が存在するような第 3 世代モデルの多くで 1 次元的な広がりを持つ単一価格均衡の集合が存在することが指摘されてきたが，貨幣が 2 種類存在するようなケースでは，さらにその非決定の領域が，少なくとも次元の面で広がる可能性があることが示されたのである。

また，この節のモデルでは貨幣と貨幣を直接交換するような状況は想定していないが，貨幣Mで表わされた財の価格がp，貨幣Nで表わされた財の価格がqであり，均衡においてこれらが一定の範囲内であれば別々に変化しうるということから，特に貨幣と貨幣の間の相対的な価値についても非決定が発生していることがわかる。

Ⅳ．おわりに

本論では，経済において2種類の貨幣が用いられる状況を分析するための枠組みとして，非常に単純なサーチ・モデルを紹介した。すなわち，個人も貨幣も均質ではあるが，潜在的な売り手となる個人が，あらかじめどちらの貨幣を受け入れるのかを選ばなければいけないような経済を想定した。その上で，まず，貨幣が分割不可能で個人の貨幣保有量が1単位までに制限されているという仮定の下で，両方の貨幣が利用されるような均衡について分析を行い，そのような均衡が一意に決定されること，そのような均衡では貨幣量の合計が同一であれば，1種類の貨幣が存在する場合よりも2種類の貨幣が存在する場合に社会厚生が低下することなどを観察した。次いでモデルの設定を，貨幣が分割可能で個人の貨幣保有量が制限されないというものに置き換え，先の均衡での資源配分が，この新たな枠組みのモデルでの均衡の定常状態における資源配分と一致していることを確認した。また同時に，2種類の貨幣が分割可能で，かつ個人がどちらの貨幣をどれだけ持ってもいいような状況では，仮に単一価格均衡に限定しても，均衡の集合は2次元的な広がりを持つ連続体を形成することを確認した。貨幣の分割可能性などを仮定するサーチ・モデルにおける均衡の非決定の問題はこれまでもしばしば指摘されていたが，貨幣の種類が増える時にその次元が増えるということは興味深い現象である。

補足1：(7)式の導出

(1)式を変形し $V_G - \delta V_G = \delta\pi_{GM}\kappa M(V_M - V_G) + \delta\pi_{GN}\kappa N(V_N - V_G)$ を得るが，これを(4)式と(6)式と組み合わせることにより，$V_G - \delta V_G$ についての2通りの表現，すなわち

$$V_G - \delta V_G = \delta\kappa M(V_M - V_G) \tag{A1}$$

$$V_G - \delta V_G = \delta\kappa N(V_N - V_G) \tag{A2}$$

を得る。前者を(2)式と連立させて求められる V_G と V_N をあらためて(4)式の左辺に，後者を(3)式と連立させて求められる V_G と V_N をあらためて(4)式の右辺に挿入し，整理することで(7)式が得られる。

補足2：(8)式の導出

(A1)式と(2)式を用いて π_{GM} を V_G の関数として表すと以下が得られる。

$$\pi_{GM} = \frac{(1-\delta)(1-\delta+\delta\kappa M)V_0}{\delta\kappa^2 MG(u-c)-(1-\delta)\delta\kappa GV_G} \tag{A3}$$

同様に(A2)式と(3)式を用いて π_{GN} を V_G の関数として表すと以下が得られる。

$$\pi_{GN} = \frac{(1-\delta)(1-\delta+\delta\kappa N)V_G}{\delta\kappa^2 NG(u-c)-(1-\delta)\delta\kappa GV_G} \tag{A4}$$

これらを(6)式に代入して整理すると(8)式が得られる。

参考文献

今井亮一・工藤教孝・佐々木勝・清水崇（2007），『サーチ理論』，東京大学出版。

CAMERA, G., CRAIG, B. and WALLER, C. J. (2004), "Currency competition in a fundamental model of money", *Journal of International Economics*, Vol.64, pp.521-544.

CRAIG, B. and WALLER, C. J. (2004), "Dollarization and currency exchange", *Journal of Monetary Economics*, Vol.51, pp.671-689.

HEAD, A. and SHI, S. (2003), "A fundamental theory of exchange rates and direct currency trades", *Journal of Monetary Economics*, Vol.50, pp.1555-1591.

KIYOTAKI, N. and WRIGHT, R. (1993), "A search-theoretic approach to monetary economics", *American Economic Review*, Vol.83, pp.63-77.

MATSUYAMA, K., KIYOTAKI, N. and MATSUI, A. (1993), "Toward a theory of international currency", *Review of Economic Studies*, Vol.60, pp.283-307.

TREJOS, A. and WRIGHT, R. (1996), "Toward a theory of international currency: a step further", *PIER Working Paper*, pp.97-015.

ZHOU, R. (1997), "Currency exchange in a random search model", *Review of Economic Studies*, Vol.64, pp.289-310.

（大阪府立大学経済学部）