# 国際マクロ経済学における不決定性

太田代（唐澤）幸雄

This paper gives an overview of the recent literature on indeterminacy and sunspots, and examines a simple dynamic general equilibrium model generating indeterminate equilibria under small open economies. It discusses some of the conceptual and the technical aspects of this literature by using one-sector model of Benhabib and Farmer (1994). An overview of dynamic models under small open economy is given, and their theoretical properties and empirical plausibility are examined. After the survey of the models generating indeterminacy under small open economy, which the external effects in production sectors play an important role, we provide a simple framework whose long-run equilibria are indeterminate because of consumption externalities. Finally, we show the mechanisms that give rise to indeterminate equilibria.

## Ⅰ．イントロダクション

本論文では，小国開放経済におけるマクロ動学モデル，特に消費外部性と内生的時間選好率の存在するモデルにおける不決定性（indeterminacy）について研究する。また，その際に，不決定性に関する研究，小国開放経済におけるマクロ動学モデルの研究，あるいはこれまで展開されてきた小国開放経済マクロ動学モデルにおける不決定性の研究について概観し，主要な特徴を整理する。その上で，本研究とこれまでの研究との相違点，今後の研究課題について触れることにする。

不決定性は，古くからその性質が指摘されてきたにも拘らず，1990年代までその展開があまりなかったという点で，比較的新しい研究であると言える。後述の通り，研究が活発になる契機は，1994年に経済学の専門論文雑誌 *Journal of Economic Theory* で特集号が組まれたことであろう。この特集号における論文，例えば Benhabib and Farmer（1994）や Benhabib and Perli（1994）等の研究は，その後の不決定性研究には欠かせない基本文献となった。また，これら初期の論文における問題点を解決する目的で，Benhabib and Farmer（1996），Benhabib and Nishimura（1998），Bennett and Farmer（2000），Mino（2001）等，非常に多くの研究が発表されてきた。これらの研究における重要なファクターは，生産部門に対する外部性の存在である。各企業の生産技術として，各企業が投入する資本や労働などの生産要素が他企業の生産技術を高めるようなケースにおいて，経済における長期的均衡に収束する動学経路が無数に存在するという現象が発生するということを上記の研究は導いてきた。ここで，不決定の議論が単なる机上の空論ではないことを，Benhabib and Perli（1994）の指摘を例にとり言及しておく。かつて，韓国とフィリピンは資本ストックの量などに関して，非常に類似した経済であった。しかしながら，両国はその後全く異なる経済発展をそれぞれ

経験することとなった。最適成長理論の枠組みを用いてこの事実を説明すると，両国の選好・生産技術の相違，政府の経済政策の相違，外生的なショックなどが原因をなっていると説明できるであろう。しかしながら，これらはいずれも外生的な要因であり，*ad hoc* であると指摘されることもある。これに対して，不決定性のモデルにおいては，上記のような類似した国家間に存在する発展の相違を外部性や人々の期待という概念を用いて内生的に説明することが可能なのである。

一方，小国開放経済の枠組みにおいて，最適成長理論の分析手法を用いて，その均衡の性質，厚生，あるいは経済政策の効果等を議論した研究は，1980年代以降，数多く存在する。例えば，Blanchard and Fischer（1989）などは，筆者が初めて大学院レベルのマクロ経済学を勉強した際に用いられた標準的なマクロ経済学のテキストであったが，最適成長理論について一通り勉強した後，小国開放経済における分析が詳細にレビューされている。しかしながら，このモデルは小国開放経済において，世界利子率が一定であるという理由により，必ずしも現実的であるとはいえない結論を導いてきた。このような欠点を補うために導入されてきた設定が，1960年代以降行われてきた内生的時間選好率に関する研究である。内生的な時間選好率を用いてモデルを拡張した結果，モデルが得る結論はより現実的なものとなった[1)]。

不決定性についての展開，および開放経済におけるマクロ動学モデルの展開はそれぞれ独立的に行われてきたが，現実的に見て，対外的な取引を全く絶っている国は世界中に殆ど存在しないことから，これらの研究を総合的に行う分析が2000年代に入って発表されるようになってきた。これらの研究は，基本的に閉鎖経済の枠組みでこれまで行われてきた研究を開放経済に拡張するという方向で行われてきたため，そのメカニズムも大きく変わっていない。このような研究から導かれる大きな結論は，開放経済の下では閉鎖経済分析における結論よりもより不決定が生じ易いというものである。ただし，経済政策などに関して，まだまだ研究の発展が必要であると考えられる。

そこで，本論文では，既存の不決定性が発生する原因であると考えられていた生産外部性ではなく，消費に関する外部性の概念を導入して，開放経済における外部性の一考察を行う。消費外部性は，本文でも述べるように，実は，不決定性の議論と同様に非常に古くから存在する概念である。しかしながら，マクロ経済学の領域においては，この問題についても近年になるまであまり活発に研究されてきたとは言えない。消費の外部性とは，その呼び名が示す通り，他人の消費が個人に影響を与えるという状況を指す。本論文では，この設定を導入したとき，どのようなケースで，どのようなメカニズムで不決定性が発生するのか議論することにする。

本論文の構成は以下の通りである。第Ⅱ節では，不決定性の意味・発生する主な原因・理論の展開について，Benhabib and Farmer（1994）に沿って解説する。第Ⅲ節では，小国開放経済のマクロ動学モデルについて，閉鎖経済モデルとの相違点・問題点について解説した後，標準的なモデルについて議論する。第Ⅳ節では，小国開放経済のマクロ動学モデルについての解説・サーベイを行う。その際に，これまでの研究においては，生産部門における外部性が重要な役割を果た

してきたことを示す。第Ⅴ節では，小国開放経済のマクロ動学モデルにおける不決定性の議論の展開として，生産外部性ではなく，消費の外部性を仮定して議論を展開し，不決定性が発生する原因・メカニズムについて議論する。最後に，第Ⅵ節では，今後の展望について言及する。

## Ⅱ．経済成長モデルにおける不決定性とは

近年のマクロ経済学における主要な進展の１つに動学的均衡経路の不決定性（indeterminacy）の研究がある。不決定性を一言で表現すると，「完全予見を仮定した動学的経済モデルにおいて，長期均衡（定常状態）に収束する経済の動学経路が無数に存在する」現象を指す[2)]。つまり，通常のラムゼイ・モデルを始めとした動学的一般均衡モデルにおいては，鞍点（saddle-path stable）がその基本的な動学的性質であり，長期均衡への経路は一意に決定されるのに対し，不決定であるケースにおいては，与えられた状態から長期均衡に到達する無数の経路が存在している。この不決定性の問題については，貨幣経済の動学モデルであるBrock（1974）などにおいても既に指摘されてきた現象であったが，1994年，論文雑誌 *Journal of Economic Theory* 上で不決定性に関する特集が発表されたことを契機に，不決定性に関する研究が活発になったといえる[3)]。不決定性が発生する原因としては，以下の３つが存在することが良く知られている。

- 経済における外部性の存在
- 市場における不完全競争（独占的競争）の存在
- 経済政策による資源配分の歪み

そこで，本節では，不決定の文献において最も基本的であると考えられているBenhabib and Farmer（1994）に基づいて，長期均衡の不決定性が発生するメカニズムについて説明する。

Benhabib and Farmer（1994）は，連続時間ラムゼイ・モデルに「（生産部門では）外部性による規模に関する収穫逓増」および「（家計部門では）労働供給の内生化」という２つの拡張を行ったモデルである。

はじめに，生産者サイドについてであるが，代表的企業の生産関数が次のように与えられていると考える。

$$y(t) \equiv f(k(t),\ n(t),\ K(t),\ N(t)) = k(t)^a n(t)^b (K(t)^{a\theta_1} N(t)^{b\theta_2}) \tag{1}$$

ただし，$a>0$, $b>0$, $a+b=1$，および $\theta_i>0$, $i=1, 2$ である。ここで，$y(t)$, $k(t)$, $n(t)$ は，それぞれ各企業の産出高，資本投入量，および労働投入量である。これに対して，$K(t)$, $N(t)$ は経済全体における平均的な資本投入量，労働投入量であると仮定する。上式より，各代表的企業にとっては，規模に関する収穫一定のコブ＝ダグラス型生産技術の下で利潤最大化行動をとっているため $r(t)k(t)=ay(t)$ かつ $w(t)n(t)=by(t)$ が満たされるが，経済全体の規模で見ると，社会的生産関数が規模に関して収穫逓増の生産技術

$$y(t) \equiv k(t)^{\alpha} n(t)^{\beta},\ \alpha \equiv a(1+\theta_1),\ \beta \equiv b(1+\theta_2),\ \alpha+\beta>1 \tag{1'}$$

となっていることがわかる。

次に，家計の行動について考える。$c(t)$ を代表的家計の消費水準とおくとき，瞬間的効用関数は，次のように与えられる。

$$u(c(t), n(t)) \equiv \log c(t) - \frac{n(t)^{1-\chi}}{1-\chi},\ \chi \leq 0 \tag{2}$$

つまり，各代表的個人は，各時点において，消費水準および余暇の水準を自らの厚生が最大化されるように行動する。最適化問題は，次のように与えられる[4)]。

$$\begin{cases} \max\limits_{\{c(t),n(t)\}} \int_0^{\infty} \left[ \log c(t) - \dfrac{n(t)^{1-\chi}}{1-\chi} \right] e^{-\rho t} dt \\ \text{s.t.} \quad \dot{k}(t) = r(t)k(t) + w(t)n(t) - c(t) \\ \qquad k(0) = k_0; \quad \text{given} \end{cases} \tag{H1}$$

ただし，$\rho$ は主観的割引率（かつ，ここでは時間選好率）であり，外生的に与えられているとする。

生産サイド，および家計サイドの最適化問題に関する1階の条件により，以下の動学方程式体系を得る。

$$c(t) = bk(t)^{\alpha} n(t)^{\beta+\chi-1}$$

$$\frac{\dot{c}(t)}{c(t)} = ak(t)^{\alpha-1} n(t)^{\beta} - \rho$$

$$\dot{k}(t) = k(t)^{\alpha} n(t)^{\beta} - c(t)$$

$$\lim_{t\to\infty} e^{-\rho t} \frac{k(t)}{c(t)} = 0$$

ここで，Benhabib and Farmer（1994）においては，分析を単純化するために，各内生変数（$c(t)$, $k(t)$，および $n(t)$）を対数変換して長期的な均衡（定常状態）の近傍で線形近似することにより，この動学体系おけるヤコビ行列（Jacobian）を導出することが可能である。このヤコビ行列のトレースと行列式は，次のように導出される。

$$\text{Trace} = \left(\frac{\rho}{a}\right)\left(1 + \frac{(a-1)\beta + (\alpha-1)(\chi-1)}{\beta+\chi-1}\right)$$

$$\text{Det} = \frac{\rho^2(\alpha-1)(\chi-1)}{a(\beta+\chi-1)}$$

上式において，もし生産に関する外部性が存在しなければ（$\theta_1 = \theta_2 = 0$，言いかえると $\alpha = a$ および $\beta = b = 1 - a$），Trace $= \rho > 0$ および Det $= -\rho^2 b(1-\chi)/a(a-\chi) < 0$ が成立するため，動学経路は鞍点の性質を持つ，すなわち $k_0$ が与えられるときに定常状態に向かって唯一の安定経路が存在していることがわかる。しかし，外部性が存在している，すなわち $\alpha \neq a$, $\beta \neq b$ であるときには，必ずしも鞍点の性質が満たされるとは限らない。通常，我々は，例え外部性が存在しているとしても，$a < \alpha < 1$ が満たされる経済を想定している。この状況においては，動学経路の不決定性が発生するための必要条件は，Det $> 0$，すなわち $\beta > 1 - \chi > 1$ であることがわかる。すなわち，労働の外部性が非常に大きく，ある値を上回るとき，この経済は動学的に見て不決定である可能性が生じるのである。

この経済において不決定が発生するメカニズムを直感的に理解するために，Benhabib and Farmer（1994）では次のような思考実験を行っている。この経済が初期時点において，既に定常状態にあると仮定しよう。さらに，この定常状態下で予期せぬ資本ストックの増大が生じるとき，経済がどのように変動するかについて考える。もし消費水準が $\bar{c}$ に固定されたままであれば，企業と家計の最適化条件により労働市場の需給均衡式が $\bar{c}n(t)^{-\chi} = bk(t)^{\alpha} n(t)^{\beta-1}$ で表される。需給均衡式を対数表示すると，以下のように労働需要関数・供給関数を導出することが可能である。

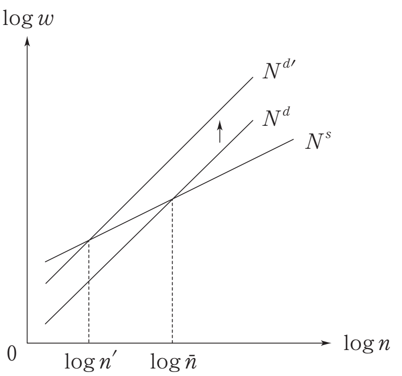
$$\log w(t) = \log b + \alpha \log k(t) + (\beta - 1) n(t),$$

$$\frac{d \log w(t)}{d \log n(t)} = \beta - 1 \gtreqless 0$$

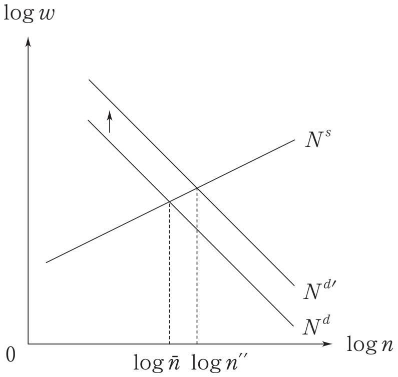
$$\log w(t) = \log \bar{c} - \chi \log n(t),$$

$$\frac{d \log w(t)}{d \log n(t)} = -\chi > 0$$

つまり，供給曲線は必ず右上がりであるが，需要曲線は労働に関する外部性により必ずし



(a) 不決定のケース



(b) 不安定のケース

**図１：Benhabib and Farmer（1994）における労働市場と不決定・不安定**

も右下がりではないことがわかる。また，予期せぬ資本ストックの増大が労働需要曲線を上方にシフトさせることも上式より明らかである。果たして，$c$ を固定した下で，経済は再び元の定常状態に戻ることが可能であろうか？

まず，労働に関する外部性が非常に大きく，需要曲線の傾きが供給曲線のそれを上回るケース（$\beta-1>-\chi$）を考える。資本ストックが増大した瞬間の労働市場の様子を示したのが，図１(a)である。この図からも判る通り，資本ストックの増大は均衡労働投入量を $\bar{n}$ から $n'$ に減少させる。その結果，経済における産出高 $y(t)=k(t)^{\alpha}n(t)^{\beta}$ は $k$ の増大にもかかわらず減少する可能性がある。さらに，このとき，例え $c$ の調整が無くとも，$\dot{k}(t)=k(t)^{\alpha}n(t)^{\beta}-\bar{c}$ にしたがって経済が定常状態に収束する可能性がある。この $k$ に関する調整過程は，基本的に $c$ の値に関係なく成立する訳だから，仮に $c$ が固定されていないとしても，$k$ が増大した時にジャンプする $c$ の初期値は一意に定まらず，不決定が発生することになる。

しかしながら，労働に関する外部性が非常に小さく，需要曲線の傾きが供給曲線のそれを下回るケース（$\beta-1<-\chi$）では結論が異なる。図１(b)から判る通り，資本ストックの増大は均衡労働投入量を $\bar{n}$ から $n''$ に増加させる。その結果，経済における産出高は必ず増加するので，$c$ の調整が無い限り $k$ は時間と共に増加し，定常状態からも乖離し続ける。つまり，このケースは $c$ を固定した場合には不安定で，元の定常状態に戻るためには初期時点以降 $c$ が鞍点経路上に調整されなければならないのである。

さらに，不決定の時間経路は，しばしば「自己実現的」であると言われる。この自己実現的という意味は，人々がある事象に対して何らかの予想をした場合に，その予想ゆえに，予想が現実になるような状況を指す。もし人々が消費の増加を予想しその予想に従い初期時点の消費水準を増加させると，労働供給曲線は上方にシフトする。もし，労働に関する外部性が大きければ，図１(a)から判る通り，均衡労働投入量が増加する。この結果，経済における産出高が増加し，時間と共に資本ストックと消費を増加させる。したがって，人々の初期の予想は現実のものとなる，すなわち不決定の時間経路は自己実現的な経路であると言えるのである。

以上の必要条件は，もし実証的に支持されているのなら，非常に重要な示唆を我々に与えている。しかしながら，この結論は，不決定が生じるために非常に大きな労働の外部性が必要であるという点で決して現実を反映しているとは言い難いものである。Burnside（1996），Basu and Fernald（1997），Schmitt-Grohé（1997）等の実証分析の結果とも整合的な結論ではない。この批判を克服するために，それ以降の不決定性に関する文献では，なるべく低い外部性でも不決定が発生することに分析の主眼が置かれている。

その問題を回避する設定の 1 つが，分離不可能な効用関数であり，代表的な分析としては Bennett and Farmer（2000）である。この設定は，瞬間的効用関数が消費水準と余暇について加法分離の形であるときに，不決定が発生するには大きな程度の規模に関する収穫逓増が必要であるという事実から自然に導き出された設定であったと言って良いであろう。

もう 1 つの，恐らく現在最も有力な設定が，多部門の生産活動を仮定するという手法である。Benhabib and Farmer（1996）がその代表例である。この設定は，更に多くの研究者によって研究されることとなった。その発展の内の 1 つが，「社会的に見て規模に関する収穫一定」という設定である。その代表的な研究が，Benhabib and Nishimura（1998, 1999）であろう。彼らの研究では，各産業における個別企業の私的生産技術が規模に関して収穫逓減であり，かつ産業レベルで外部性が存在するとき，産業全体の社会的生産技術が規模に関して収穫一定の場合でも，不決定を発生可能であることがわかる。

以上の議論から，不決定性という現象は決して非現実的なものではないことが明らかになってきているといえる。

## Ⅲ．小国開放経済における動学的マクロモデルの性質について

本節では，本論文の本題である，開放経済における動学的マクロモデルの展開について議論する。マクロ経済学的な枠組みにおける開放経済の最大の特徴は，財の国際間取引に加えて，資産の対外的な取引が可能であることであろう。つまり，閉鎖経済を仮定するモデルにおいては，貯蓄と投資が均衡において均等化しなくてはならないのに対し，開放経済においては国内投資に加えて対外投資も可能になるため，必ずしも均等化するとは限らないのである。

上記の特徴とも関連するもう一つの重要な特徴は，消費者部門における時間選好率と利子率（＝生産者部門における資本に関する限界生産力）の関係である。閉鎖経済のモデルにおいては，定常状態が成立するための条件として，通常外生的に与えられている時間選好率と利子率が均等化しなくてはならないことが広く知られている。時間選好率とは消費者が現在の消費をあきらめて将来に備えて貯蓄・投資する際の「忍耐度」を表していて，時間選好率が高ければ高いほど人々の忍耐度は低く（＝現在を重視している），低ければ低いほど忍耐度が高い（＝将来を重視している）といえる。また，利子率は同じ状況における「収益率」を表している。もし，仮に時間選好率が利子率を上回っていれば，この経済における資本ストックおよび消費は時間とともに減少し，反対に下回っていれば，全く逆の行動をとることになる。したがって，経

済の長期的均衡においては，両者が均等化しなければならないのである。このことに対して，開放経済においては，時間選好率と利子率が均等化するとは限らない状況が容易に発生するという点で，大きな問題点が存在する。例えば，通常外生的であると仮定されている時間選好率が各国間で等しいとは限らないし，さらに，これらの値と世界利子率が等しいとも限らないのである。

このことを見るために，仮に，世界にある国々の中の 2 つの小国，$A$ 国と $B$ 国，が行う財・資産取引について考えてみよう。$A$ 国・$B$ 国消費者の時間選好率がそれぞれ $\rho_A$, $\rho_B$ $(\rho_A < \rho_B)$ で一定であるとする。また，小国の仮定より，国際資産市場で決定される世界利子率 $r$ も一定であり，$A$ 国・$B$ 国の経済活動が利子率に影響を及ぼすことはないものとする。このとき，$r$ の大きさに応じて，両国の時間を通じた消費活動は，以下のように大きく変化する。

$$\begin{cases} r < \rho_A < \rho_B \text{ ：両国の消費がともに減少しゼロに近づく} \\ r = \rho_A < \rho_B \text{ ：}A\text{ 国の消費が一定であり，}B\text{ 国の消費が減少しゼロに近づく} \\ \rho_A < r < \rho_B \text{ ：}A\text{ 国の消費が増加し，}B\text{ 国の消費が減少しゼロに近づく} \\ \rho_A < r = \rho_B \text{ ：}A\text{ 国の消費が増加し，}B\text{ 国の消費が一定} \\ \rho_A < \rho_B < r \text{ ：両国の消費がともに増加する} \end{cases}$$

上記の例からもわかる通り，通常の閉鎖経済におけるラムゼイ・モデルを単純に開放経済に当てはめても，定常状態が達成するとは限らないし，仮に達成されるとしても，現実を的確に反映しているとは限らないのである[5)]。

以上の例から，小国開放経済の分析における問題点が次の 2 点であることが容易に導き出される。

1．世界利子率と時間選好率が等しくなければ，必ずしも定常状態が存在しない
2．定常状態が存在するとしても，その小国経済は瞬間的に定常状態にジャンプする可能性がある

これら 2 つの問題点を排除するために仮定される設定が，「内生的時間選好率」である。そこで，本節では，内生的時間選好率を導入して，小国開放経済におけるマクロ動学モデルを展開することにする。

本節におけるモデル設定は，以下の通りである。前節と同様に，連続時間ラムゼイ・モデルを考える。経済には，代表的家計と代表的企業という 2 種類の経済主体が存在している。前節とは異なる点として，この経済が対外的に開放的である，ただし小国であるため，あらゆる世界価格に影響を及ぼさないものとする。企業が生産する財は貿易財であり，消費にも投資にも用いられる。また，企業の生産技術についてであるが，資本と労働という 2 種類の生産要素により生産される。前節で導入した外部性などは存在しないと仮定する。最後に，国際資産が存在し，完全競争市場において取引されているとする。

まず，生産部門の分析についてであるが，生産関数が以下のような一般形で与えられるとする。

$$y(t) = F(k(t), l(t))$$

ここで，この生産技術は資本 $k(t)$ と労働 $l(t)$ に関して収穫一定であるとする。このとき，以下の性質が満たされる。

$$F_i(k(t), l(t)) > 0,\ F_{ii}(k(t), l(t)) < 0, \quad i = k, l$$

$F_{kl}(k(t),l(t))=F_{lk}(k(t),l(t))>0$

また，上記生産関数が1次同次の性質を持っているため，オイラーの定理により次の条件が成立する。

$r(t)k(t)+w(t)l(t)=F(k(t),l(t))$

さらに，前節の設定とは異なり，本節では企業が資本ストック $k(t)$ を家計部門からレンタルするのではなく，自身で所有・蓄積していると仮定する。家計は，企業に対して労働サービスを提供することに加えて，企業の請求権を保有しているとする。また，生産者部門は資本ストックを増やすために投資活動を行うが，投資に対する調整コストが必要であるとする[6)]。このとき，企業の最適化問題は以下のように与えられる。

$$\begin{cases} \max\limits_{\{I(t),l(t)\}} \displaystyle\int_0^\infty \Bigg[ F(k(t),l(t))-w(t)l(t) \\ \qquad -I(t)\left\{1+\phi\left(\dfrac{I(t)}{k(t)}\right)\right\}\Bigg] e^{-rt}dt \qquad \text{(P)} \\ \text{s.t.} \quad \dot{k}(t)=I(t) \\ \qquad k(0)=k_0; \quad \text{given} \end{cases}$$

ただし，$I(t)$ が投資であり，関数 $\phi$ が投資の調整コストである。関数 $\phi$ は，以下の性質を持つと仮定する[7)]。

$$\phi'\left(\frac{I(t)}{k(t)}\right)>0,\ \phi(0)=0,$$

$$2\phi'\left(\frac{I(t)}{k(t)}\right)+\left(\frac{I(t)}{k(t)}\right)\phi''\left(\frac{I(t)}{k(t)}\right)>0$$

上記の最適化問題の1階の条件は，次のように導出される。

$$\dot{k}(t)=\eta(q(t))k(t),\ \eta'(q(t))>0,$$
$$\eta(1)=0$$
$$\dot{q}(t)=rq(t)-\Big[F_k(k(t),l(t)) +\eta(q(t))^2\phi'(\eta(q(t)))\Big]$$
$$w(t)=F_l(k(t),l(t))$$
$$\lim_{t\to\infty} q(t)k(t)e^{-rt}=0$$

ここで，変数 $q(t)$ は資本に対するシャドウ・プライスであり，「トービンの限界 $q$」として知られている。上記各条件式における第１式を見ればわかる通り，$q(t)>1$ のとき，資本が蓄積され（正の投資が行われ），$q(t)=1$ においては投資がゼロ，$q(t)<1$ においては，負の投資が行われることがわかる。

次に，家計の最適化問題について考える。単純化のために，各代表的家計の労働供給は非弾力的であり１に基準化されていると仮定する[8)]。瞬間的効用関数 $u(c(t))$ は，一般形で表され，以下の性質を満たす。

$$u'(c(t))>0,\ u''(c(t))<0,$$
$$\lim_{c(t)\to\infty} u'(c(t))=\infty$$

また，各時点の瞬間的効用に対する「主観的割引率」が，次のように関数 $\delta$ で与えられるとする[9)]。

$$\delta(c(t)),\ \delta(0)=\delta_0>0,\ \delta'(c(t))>0 \qquad (5)$$

上記のような主観的割引率は，Uzawa (1968) によって初めて議論された。そもそも，通常の動学経済モデルにおいて割引率が外生的に与えられるのは，その計算に関する利便性という理由によってのみであると言ってよいであろう。このような状況に対して，Uzawa (1968) で導入された関数形は $\delta(c(t))$，すなわち，主観的割引率が瞬間的効用関数の関数であるというものであり，その後，多くの研究者がこの問題に取り組み，拡張を施してきた。Epstein and Hynes (1983) は，Uzawa (1968) をより扱いやすい関数形に特定したモデルである。さらに，Epstein (1987)，Obstfeld (1990) は，Uzawa (1968) における割引関数をより一般的な関数形に緩めたモデルを展開し，時間選好率に対する詳細な解

釈を与えた。

これらの研究のいずれにも共通な性質は，“increasing marginal impatience” である。割引関数 $\delta(c(t))$ に対する個人消費の変化について，次のように marginal impatience の概念を分類することが可能である[10]。

- “constant marginal impatience”：
  $\delta(c(t))=\delta_0>0,\ \forall c(t)\in[0,\infty)$
- “increasing marginal impatience”：
  $\delta(0)=\delta_0,\ \delta'(c(t))>0,\ \delta''(c(t))<0,$
  $\forall c(t)\in[0,\infty)$
- “decreasing marginal impatience ”：
  $\delta(0)=\delta_0,\ \delta'(c(t))<0,\ \delta''(c(t))>0,$
  $\inf\delta(c(t))=\underline{\delta}>0,\ \forall c(t)\in[0,\infty)$

紹介してきた全ての研究に共通して，increasing marginal impatience のケースでは定常状態の存在・一意性・安定性に関して *well behaved* な性質が導かれている。このような性質から，通常の内生的時間選好率を仮定するモデルでは，上記の割引率が仮定されているのである[11]。

各時点の瞬間的効用の割引現在価値の合計は，次のように表される。

$$U(C)\equiv\int_0^\infty u(c(t))\exp\left[-\int_0^t\delta(c(\tau))d\tau\right],\qquad C\equiv\{c(t):t\geq 0\} \tag{6}$$

さらに，家計部門の最適化問題は次のように与えられる。

$$\begin{cases}\max\limits_{\{c(t)\}}\displaystyle\int_0^\infty u(c(t))\exp\varDelta(t)dt\\ \text{s.t.}\quad \dot{a}(t)=r(t)a(t)+w(t)-c(t)\\ \qquad \dot{\varDelta}(t)=-\delta(c(t))\\ \qquad a(0)=a_0;\quad \text{given}\end{cases} \tag{H2}$$

ただし，$\varDelta(t)\equiv-\int_0^t\delta(c(\tau))d\tau$ である。上記の最適化問題の第2式は，家計のフロー予算制約式であり，家計が資産収益と賃金の合計という収入を用いて，消費および資産蓄積を行うことを意味している。ここで，注意しなければばならないことは，国内企業の株式と対外資産に投資を行っているが，小国の仮定および裁定条件から内外の資産の収益率は世界利子率の水準で同一で与えられるという性質である。

この最適化問題に対する1階の条件は，次のように導出される。

$$\dot{c}(t)=\sigma(c(t),w(t))[r-\rho(c(t),w(t))]c(t)$$
$$\dot{\omega}=-g(c(t),\omega(t))$$
$$\dot{a}(t)=ra(t)+w(t)-c(t)$$
$$\lim_{t\to\infty}a(t)g_c(c(t),\omega(t))e^{\varDelta(t)}=0$$
$$\lim_{t\to\infty}\varDelta(t)\omega(t)e^{\varDelta(t)}=0$$

ただし，

$$g(c(t),\omega(t))\equiv u(c(t))-\omega(t)\delta(c(t)),$$
$$g_c>0,\ g_{cc}<0,\ g_\omega<0$$
$$\sigma(c(t),\omega(t))\equiv-\frac{g_c(c(t),\omega(t))}{cg_{cc}(c(t),\omega(t))}>0$$

である。上記の各最適化条件における変数 $\omega(t)$ は，$\varDelta(t)$ に対するシャドウ・プライスである。第2式および横断性条件を用いると，以下の式が成立することに注意せよ[12]。

$$\omega(t)=\int_t^\infty u(c(\tau))\exp\left[-\int_t^\tau\delta(c(s))ds\right]d\tau \tag{7}$$

つまり，$\omega(t)$ は $t$ 時点以降における瞬間的効用の割引価値の合計を表す。特に，(6)式より $\omega(0)=U(C)$ が成立している。

さらに，$\rho(c(t),\omega(t))$ は時間選好率であり，次のように定義される。

$$\rho(c(t),\omega(t))\equiv\delta(c(t))-\frac{u(c(t))-\delta(c(t),\omega(t))}{u'(c(t))-\delta'(c(t),\omega(t))}\delta'(c(t)) \tag{8}$$

上式において，$\delta'(c(t))=0,\ \forall c(t)$ が成立する，すなわち割引率が $\delta_0$ で一定であるケースにおいては，$\rho(c(t),\omega(t))=\delta_0$ が成立する

ことが確かめられる。このことは，割引率が一定であるとき，この割引率は時間選好率に等しいことを意味している。

次に，市場の均衡について考える。まず，各時点の労働市場の均衡についてであるが，労働市場均衡条件は $l(t)=1$ である。したがって，市場が均衡しているとき，経済における産出量および資本に関する限界生産力は次のように表すことが可能である。

$F(k(t),1)\equiv f(k(t)),\ F_k(k(t),1)=f'(k(t))$

さらに，資産市場の均衡条件は，$a(t)=k(t)+b(t)$ で与えられる。

以上の分析により，この経済の動学体系は，次の各微分方程式

$$\dot{c}(t)=\sigma(c(t),\omega(t))[r-\rho(c(t),\omega(t))]c(t) \quad (9)$$

$$\dot{\omega}(t)=-g(c(t),\omega(t)) \quad (10)$$

$$\dot{k}(t)=\eta(q(t))k(t) \quad (11)$$

$$\dot{q}(t)=rq(t)-\Big[f'(k(t))+\phi(\eta(q(t)))\cdot\eta(q(t))^2\Big] \quad (12)$$

$$\dot{b}(t)=rb(t)+f(k(t))-c(t)-[1+\phi'(\eta(q(t)))]\eta(q(t))k(t) \quad (13)$$

および横断性条件により表される。

最後に，前節と同様に上記動学体系を定常状態の近傍で線形近似し，定常状態の安定性を調べると，この定常状態が鞍点の性質を持つことがわかる[13)]。このような動学的性質から，小国開放経済モデルにおいては，内生的時間選好率，特にincreasing marginal impatienceという設定がよく用いられているのである。

## Ⅳ．小国開放経済における動学的不決定性の諸議論

これまで，第Ⅱ節では不決定の定義・性質について，第Ⅲ節では小国開放経済におけるマクロ経済モデルについて，それぞれ解説してきた。そこで，本節では，前節のように国際的に資産の取引がある（つまり，国際資本移動が存在する）ケースを中心に，小国開放経済下の不決定性について概観する。

恐らく，上記の設定を研究した初めての文献は，Lahiri（2001）による開放経済下の内生的成長モデルであろう。この研究では，主観的割引率とともに，労働量が外生的に与えられている[14)]。しかしながら，家計部門は，1単位に基準化された労働量を企業に供給するか，または人的資本を蓄積するか，自由に割り当てることが可能である。経済には物的資本が存在せず，企業部門は労働投入と人的資本を用いて生産活動を行っているが，各企業の人的資本水準の平均が正の外部性として生産に寄与している。以上の設定の下では，経済が対外的に閉鎖されていても，あるいは対外的に開放的であっても，不決定性が発生しうる。しかも，不決定は閉鎖経済のケースよりも開放経済のケースの方が発生し易いことも併せて導いている。なぜならば，小国開放経済において外生的な時間選好率を仮定すると，消費者は自由に対外的な貸借を行うことにより各時点の消費水準を平準化することが望ましいという結論を得るが，この事実は産出高に対する他の時間経路を選択する際の（効用で測った）コストが存在しないことを意味するからである。しかしながら，この研究は，設定がシンプルでありすぎるため，非決定が発生するためには大きな外部性が必要であるという点で，必ずしも現実を反映しているものではない。

Weder（2001）は，生産部門が 2 部門（消費財（貿易財）・投資財（非貿易財））存在し

各部門毎に外部性が存在する場合，非弾力的な労働供給の下では，例え国際資産市場が完全であっても不完全であっても，不決定性が発生する可能性があるという結論を導いている。さらに，不決定が存在する際の外部性のパラメーターの領域をシミュレーション分析し，閉鎖経済のケースよりも領域が拡がることを導いている。

Meng（2003）では，生産部門が 2 部門（一方が貿易財）であることに加えて，いずれも消費財かつ投資財であるという設定で開放経済における内生的成長モデルを展開している。分析の結果，非弾力的な労働供給の下で，外部性が小さく，社会的に見て規模に関する収穫一定が成立する際でも不決定が発生しうることを導いている。

Meng and Velasco（2003）は，1 財が消費財（貿易財），もう 1 つの財が投資財（非貿易財）という 2 部門生産モデルにおいて，労働供給が内生的であるとき，やはり外部性が小さく，社会的に見て規模に関する収穫一定が成立する際でも不決定が発生しうることを導いている。

Bian and Meng（2004）は，Meng and Velasco（2003）の設定に加えて，主観的割引率が平均消費の増加関数（incerasing marginal impatience）であるという設定で議論を展開し，やはり同様の結論を導いている[15)]。

最後に，Meng and Velasco（2004）は，外生的時間選好率，2 部門生産モデル（消費財（貿易財）・投資財（非貿易財）），および非弾力的労働供給の下で同様の結論を導いている。さらに，1 財が消費財かつ投資財（貿易財），もう 1 つの財が投資財（非貿易財）であるケースについても，分析を行っている。

以上の結論は，全て Benhabib and Farmer（1994）を初めとした生産部門における外部性が閉鎖経済の動学的安定性に対してどのような影響を及ぼすかについて分析した研究の延長であると位置づけられるであろう。また，経済が開放的であることから閉鎖経済のケースと異なる結論が得られる可能性は，「国際的な貸借関係が発生することから得られる消費の平準化」などの影響により「より不決定が発生し易いかもしれない」という点に集約されそうである。さらに，労働供給が非弾力的に供給されるケースにおいても，不決定が発生しうるということが特徴としてあげられる。

## Ⅴ．小国開放経済における不決定性の拡張に関する一考察
### ── 消費外部性が存在するケース ──

これまでの各節において，「不決定性とは何か」，「小国開放経済における（基本的な）マクロ動学モデル」，および「小国開放経済における不決定性の発生」について，簡単に議論してきた。そこで，本節においては，近年関心が集まりつつあると考えられる「消費外部性」の議論を用いて，小国開放経済の下で不決定が発生する新たな基準について考えたい。その分析で得られる結論は，更には個人消費および平均消費の変化から得られるを含めた社会的な“marginal impatience”に対する性質が，個人消費・平均消費に対するそれと同様に重要な役割を果たすということである。

### 1．モデル

上でも述べた通り，本節で展開するモデル

は，これまで国際マクロ経済モデルにおいてあまり議論されてこなかった消費者の選好に関する消費外部性という最小限の拡張で不決定が発生する可能性があることを目的としている。したがって，第Ⅲ節と同様の生産部門，言い換えると，これまでの不決定の議論において中心的な役割を果たしてきた生産に関する外部性が全く存在しないと仮定する。この結果，生産部門に関する最適化条件は，第Ⅲ節で得られた各条件式と全く同様に得られる。

一方，家計部門に関する仮定は，通常の小国開放経済モデルとは大きく異なる。家計の瞬間的効用関数の割引現在価値の合計は，次のように仮定される。

$$U(E) \equiv \int_0^{\infty} u(c(t)) \cdot \exp\left[-\int_0^t \delta(c(\tau), C(\tau))d\tau\right]dt,$$
$$E \equiv \{(c(\tau), C(\tau)) : t \geq 0\} \tag{14}$$

つまり，瞬間的効用関数は，第Ⅲ節と全く同様であるが，割引関数が個人消費 $c(t)$ だけでなく，経済全体の平均消費 $C(t)$ の関数であることが大きく異なる点である。さらに，議論の単純化および不決定の発生に関して必ずしも導入する必要が無いという理由から，労働供給は外生的であると仮定する。

ここで，消費の外部性を考慮に入れた動学的マクロ経済モデルについて，既存の研究を概観しておく[16)]。マクロ経済学において消費の外部性を考慮に入れた分析が実は決して新しくはないことは，マクロ経済学を勉強したことのある者にとっては周知の通りである。例えば，Duesenberry（1949）は，相対消費仮説に基づいて長期的消費関数を定式化した。しかしながら，ミクロ的基礎に基づくマクロ経済モデルの枠組みにおいて，消費外部性が導入されたのは，近年になってからである。Abel（1990）およびGalì（1994）は，C-CAPMの枠組みに消費の外部性を導入して，理論と実証の乖離を埋める研究を行った。さらに，Dupor and Liu（2003），Liu and Turnovsky（2005），Chen and Hsu（2007），およびAlonso-Carrera et al.（2008）等は，動学的マクロ経済学的枠組みにおいて，資源配分の効率性や不決定の問題に対する詳細な研究を行っている[17)]。

これに対して，本論分では，内生的な主観的割引率に消費外部性が要素として入っているケースを考えるため，新しい分類が必要になる。したがって，第Ⅲ節における個人消費に対するmarginal impatienceの分類のみでなく，平均消費，および（個人消費と平均消費の両方の効果を考慮に入れた）社会的なmarginal impatienceについても同様に分類することにより，長期均衡に関する動学的性質を分析することとする。

予算制約式も，第Ⅲ節と同様であるとき，家計の最適化問題は次のように与えられる。

$$\begin{cases} \max_{\{c(t)\}} \int_0^{\infty} u(c(t)) \exp \varDelta(t) dt \\ \text{s.t.} \quad \dot{a}(t) = ra(t) + w(t) - c(t) \\ \qquad \dot{\varDelta}(t) = -\delta(c(t), C(t)) \\ \qquad a(0) = a_0; \quad \text{given} \end{cases} \tag{H3}$$

ただし，$\varDelta(t) \equiv -\int_0^t \delta(c(\tau), C(\tau))d\tau$ である。

## 2．動学体系

以上の分析の下，各市場が均衡する下での動学体系について考える。考える市場は，第Ⅲ節と同様，労働市場と資本市場である。ただし，本節の分析では，個人消費と平均消費の経済全体における関係が必要になる。設定の項において述べたように，このモデルにおいては代表的消費者を仮定している。したがっ

て，各消費者の初期保有資産，労働，および選好は等しいため，平均消費水準 $C(t)$ は個人消費水準 $c(t)$ と等しくならなければならない。これらの要素を考慮に入れて得られる動学体系は，次の各微分方程式

$$\dot{c}(t)=\sigma(c(t),c(t),\omega(t))\,[r-\rho(c(t),c(t),\omega(t))]c(t) \tag{15}$$

$$\dot{\omega}(t)=-g(c(t),c(t),\omega(t)) \tag{16}$$

$$\dot{k}(t)=\eta(q(t))k(t) \tag{17}$$

$$\dot{q}(t)=rq(t)-\Big[f'(k(t))+\phi'(\eta(q(t)))\cdot\eta(q(t))^2\Big] \tag{18}$$

$$\dot{b}(t)=rb(t)+f(k(t))-c(t)-[1+\phi(\eta(q(t)))]\eta(q(t))k(t) \tag{19}$$

ただし，

$$g(c(t),C(t),\omega(t))\equiv u(c(t))-\omega(t)\delta(c(t),C(t)),$$
$$g_c+g_C>0,\ g_{cc}+g_{cC}<0,\ g_\omega<0$$
$$\sigma(c(t),C(t),\omega(t))\equiv -\frac{g_c(c(t),C(t),\omega(t))}{c[g_{cc}(c(t),C(t),\omega(t))+g_{cC}(c(t),C(t),\omega(t))]}>0$$

および横断性条件により表される。ここで，時間選好率 $\rho(c(t),C(t),\omega(t))$ についても，次のように変更される。

$$\rho(c(t),C(t),\omega(t))\equiv\delta(c(t),C(t))-\frac{g(c(t),C(t),\omega(t))}{g_c(c(t),C(t),\omega(t))}\delta_c(c(t),C(t)) \tag{20}$$

## 3．長期均衡の存在と一意性

本節においては，この経済の定常状態が果たして存在するか，また，もし存在するならば一意的に決定されるかどうかについて考察する。動学体系において，$\dot{c}(t)=\dot{\omega}(t)=\dot{k}(t)=\dot{q}(t)=\dot{b}(t)=0$ と置くと，次のように経済の定常状態を導くことが可能である。

$$\delta(\bar{c},\bar{c})=r,\ f'(\bar{k})=r,\ \bar{\omega}=\frac{u(\bar{c})}{\delta(\bar{c},\bar{c})},$$
$$\bar{q}=1,\ r\bar{b}+f(\bar{k})=\bar{c} \tag{21}$$

ただし，“－”は定常状態値であることを表すものとする。このとき，次の命題が導かれる。

**命題1．** $\delta_c+\delta_C\neq 0$ を仮定する[18)]。このとき，以下の条件が満たされれば，*plausible* な定常状態が一意に存在する。

*1．* $\delta_c+\delta_C>0$ が成立しているとき $\delta_0<r$ かつ $\sup\delta(c(t),c(t))>r$

*2．* $\delta_c+\delta_C<0$ が成立しているとき $\delta_0>r$ かつ $\underline{\delta}(c(t),c(t))<r$

**証明．** 補論Aを参照のこと。 □

## 4．動学体系の安定性と不決定

次に，動学体系の安定性について考察する。命題1が満たされると仮定して，定常状態の近傍で動学体系を線形近似すると，以下のようになる。

$$\begin{bmatrix}\dot{k}(t)\\ \dot{q}(t)\\ \dot{c}(t)\\ \dot{w}(t)\\ \dot{b}(t)\end{bmatrix}=\left[\begin{array}{cc:cc:c}0 & \bar{k}\eta'(1) & 0 & 0 & 0\\ -f''(\bar{k}) & r & 0 & 0 & 0\\ \hdashline 0 & 0 & \dfrac{u'\delta_C}{g_{cc}+g_{cC}} & \dfrac{r\delta_c}{g_{cc}+g_{cC}} & 0\\ 0 & 0 & -(g_c+g_C) & r & 0\\ \hdashline r & -\bar{k}\eta'(1) & -1 & 0 & r\end{array}\right]\begin{bmatrix}k(t)-\bar{k}\\ q(t)-\bar{q}\\ c(t)-\bar{c}\\ \omega(t)-\bar{\omega}\\ b(t)-\bar{b}\end{bmatrix} \tag{22}$$

この動学体系は，３つのジャンプ可能な変数，すなわち $q(t)$，$c(t)$，および $\omega(t)$ と２つの状態変数，すなわち $k(t)$，$b(t)$ により構成されているので，上式右辺の係数行列（ヤコビ行列）の固有値を $\xi_i$，$i=1,\ldots,5$ と置くとき，それらの内３つが正，２つが負である場合鞍点の性質を持つことがわかる。それに対して，もし固有値の内２つが正，３つが負であれば不決定である。５次の行列の固有値を解くと

いうことで，計算が複雑であると考える方も多いであろうが，実際には上記の行列に関する固有値の性質を求めるのはそれ程難しくない。固有値の性質は，ヤコビ行列内の3つの対角線上にある小行列（主小行列）によって特徴付けられる。まず，3番目の主小行列から，固有値の内の1つは明らかに$r$であることが判る。これを，$\xi_5>0$と置くことにする。次に，$\xi_i$, $i=1,\dots,4$についてであるが，これらの固有値は，次の2つの主小行列から求められる。

$$\begin{bmatrix} 0 & \bar{k}\eta'(1) \\ -f''(\bar{k}) & r \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \dfrac{u'\delta_C}{q_{cc}+g_{cC}} & \dfrac{u'\delta_c}{q_{cc}+g_{cC}} \\ -(g_c+g_C) & r \end{bmatrix}$$

便宜上，左の小行列の固有値をそれぞれ$\xi_1$と$\xi_2$，右の小行列の固有値をそれぞれ$\xi_3$と$\xi_4$と置く。このとき，$\xi_i$, $i=1,\dots,4$は次の条件を満たす。

$$\xi_1\xi_2=\bar{k}\eta'(1)f''(\bar{k})<0 \quad \text{and} \quad \xi_1+\xi_2=r>0 \tag{23}$$

$$\xi_3\xi_4=\frac{ru'(\delta_c+\delta_C)}{g_{cc}+g_{cC}}\gtreqless 0 \quad \text{and}$$
$$\xi_3+\xi_4=r+\frac{u'\delta_C}{g_{cc}+g_{cC}}\gtreqless 0 \tag{24}$$

(23)式は，左側の小行列に対する固有値の積が負である，つまり$\xi_1>0$，$\xi_2<0$または$\xi_1<0$, $\xi_2>0$が成立することを意味している。これに対して，(24)式が示す右側の小行列に対する固有値$\xi_3$，$\xi_4$については，その符号を確定できない。したがって，もし仮に$\xi_3>0$, $\xi_4<0$または$\xi_3<0$, $\xi_4>0$が成立すれば上記動学体系が鞍点の性質を，$\xi_3>0$, $\xi_4>0$が成立すれば不安定の性質を，さらに$\xi_3<0$, $\xi_4<0$が成立すれば不決定の性質を満たすことがわかる。以上の安定性に関する性質をまとめると，次の命題が導かれる。

**命題2．** 定常状態において$\delta_c+\delta_C\neq 0$であるとする。このとき，定常状態の安定性に関して，次の関係が成立する。

*1.* $\delta_c+\delta_C>0$のとき，鞍点

*2.* $\delta_c+\delta_C<0$のとき，

a．$\delta_C<-\dfrac{r(g_{cc}+g_{cC})}{u'}$であれば，不安定

b．$\delta_C>-\dfrac{r(g_{cc}+g_{cC})}{u'}>0$であれば，不決定

**証明.** 補論Bを参照のこと。 □

この命題のように不決定が導かれるインプリケーションを考えるために，Benhabib and Farmer（1994）と同様の思考実験を検討する。我々は，本節のモデルにおけるシャドウ・プライス$\omega(t)$について，その最適な時間経路を次のように表すことが可能である[19)]。

$$\omega(t)=\frac{u(c(t))+u'(c(t))[ra(t)+w(t)-c(t)]}{\delta(c(t),c(t))+\delta_c(c(t),c(t))[ra(t)+w(t)-c(t)]}$$

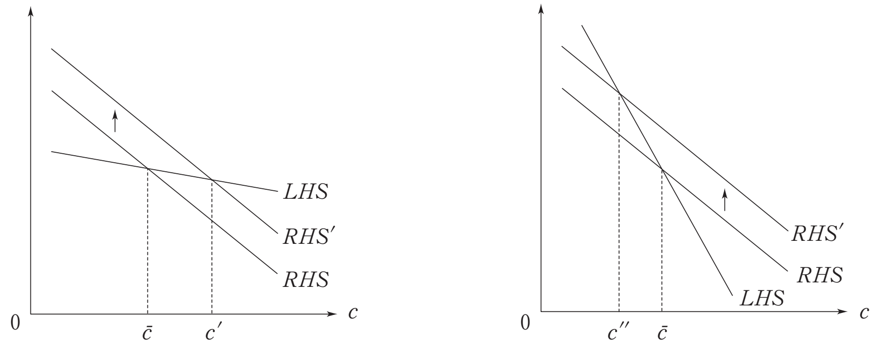
ここで，$a=k+b$, $k=\bar{k}$, $q=\bar{q}=1$，および$\omega=\bar{\omega}$と置くと，上式は次のように変形できる。

$$\delta(c(t),c(t))=\frac{1}{\bar{\omega}}[u(c(t))+g_c(c(t),c(t),\bar{\omega})\{rb(t)+f(\bar{k})-c(t)\}]$$

ここで，$\delta_c+\delta_C<0$を仮定した下で，次のように関数$LHS$，$RHS$を定義する[20)]。

$$LHS\equiv\delta(c(t),c(t)),\ \frac{\partial LHS}{\partial c}=\delta_c+\delta_C<0$$

$$RHS\equiv\frac{1}{\bar{\omega}}[u(c(t))+g_c(c(t),c(t),\bar{\omega})\{rb(t)+f(\bar{k})-c(t)\}],$$




(a)　不決定のケース　　　(b)　不安定のケース

**図 2 ：消費外部性と不決定・不安定**

$$\frac{\partial RHS}{\partial c}=\delta_c+\frac{1}{\bar{\omega}}(g_{cc}+g_{cC})[rb(t)+f(\bar{k})-c(t)],$$

$$\frac{\partial RHS}{\partial b}=\frac{1}{\bar{\omega}}rg_c>0$$

また，上式においては，$rb(t)+f(\bar{k})-c(t)=\dot{b}(t)$ が成立していることに注意すること。定常状態の近傍を考えているので，この $rb(t)+f(\bar{k})-c(t)$ は，（ゼロでないにしても）非常に小さな値であり，その結果 $\partial RHS/\partial c<0$ が成立すると考える。

上記の設定の下で，この経済が定常状態にあったとしよう。このとき，何らかの理由で海外資産 $b$ が突然増加したと考える。$\delta_C$ の符号に応じて，経済はどのように変化するであろうか？　図 2 (a)は，$\delta_C>0$ のケースである。このとき，$rb(t)+f(\bar{k})-c(t)$ が非常に小さな値であるので，$\partial LHS/\partial c>\partial RHS/\partial c$ が成立する。$b$ が増加すると，$RHS$ が上方にシフトし，$\omega$ を一定に保つために瞬間的に消費水準が増加することがこの図から判る。この消費の増加より，$\dot{b}<0$ となりこの経済が時間と共に元の水準に戻る可能性が生じる。

一方，$\delta_C<0$ のケースにおいては，どのように時間経路が変わるだろうか？　このとき，やはり $rb(t)+f(\bar{k})-c(t)$ が非常に小さな値であるので，$\partial LHS/\partial c<\partial RHS/\partial c$ が成立する。$b$ が増加すると，$RHS$ が上方にシフトして，$\omega$ を一定に保つために瞬間的に消費水準が減少することが図 2 (b)から判る。この消費の減少により，必ず $\dot{b}>0$ が成立し，この経済が元の定常状態から時間と共に乖離し続けることになる。

さらに，人々の期待が自己実現的となるという観点から直観的なインプリケーションについて考える。仮に，分析を行う初期時点において，何らかの理由で人々の経済に対する期待が変化して，経済全体の消費水準が増加すると予想したとしよう。その予想に基づき人々が消費を増加させると，（$\delta_c+\delta_C<0$ より）人々は時間とともに将来を重視するようになり，時間を通じて資産を蓄積する。ただし，消費の外部性 $\delta_C$ が正かつある程度大きければ，将来に対する重視度の増加はそれだけ小さくなる。したがって，人々が資産を蓄積させるのと同時に各時点の消費を増加させるという予想が自己実現的となる。言いかえると，ファンダメンタルズが不変のままで，予想だけが変化することによって各時点の消費水準が影響を受けることになる。しかも，この一意に存在する定常状態に収束する時間経路は，

予想の大きさに応じて無数に存在しているのである。一方，消費外部性があまり大きくなければ，将来に対する重視度はそれだけ大きくなる。このとき，将来消費を増加させるために各時点の消費を減少させてまで資産を蓄積し続けることになり，経済における消費が増加するという当初の予定は自己実現的ではなくなる。つまり，一意に存在する定常状態に収束する時間経路は不安定であり，最適化問題における横断性条件を満たすためには，人々の消費水準は初期時点に定常状態にジャンプしなければならないのである。

現実の経済においても，人々がどのような期待を持っているかによって，そのパフォーマンスが大きく変化する状況は十分によく見られる光景であるといえる。特に，国際金融論，あるいは国際マクロ経済学の分野においてしばしば議論の焦点にあげられるのが，ファンダメンタルズに基づかない経済現象であろう。例えば，ある国の経常収支や為替レートが，GDP あるいは財政収支などといったファンダメンタルズにより考えられる値から乖離した動きをする可能性があることは古くから知られている。現在の経済学で有力な仮説である合理的期待仮説に基づくと，新しいニュースが市場に伝わることで，人々は現在利用できる情報を駆使して合理的に経済活動を行う。しかしながら，通貨危機のような現象は，必ずしも経済主体の合理的な行動やファンダメンタルズからは上手く説明できないことがよく知られている。このような状況の下で，何故国際経済において，一見ファンダメンタルズなどに基づかない現象が生じるかという分析が行われた。例えば，Ｊカーブ効果などは，そのような現象を説明する仮説の１つであろう。不決定性は，「人々の期待からの自己実現的な現象」という，今まで考えられてはきたが，あまり具体的に分析されてこなかった新しい概念を我々に提供してくれるかもしれない。こうした意味で，本論で分析した結果は，決して机上の空論ともいえない側面を有しているといえるのではないだろうか。

## Ⅵ. 終わりに

本論文では，近年の不決定に関する議論，小国開放経済におけるマクロ経済分析，さらに，小国開放経済において不決定性が発生するメカニズムについて考察してきた。特に，小国開放マクロ経済モデルにおいて重要な役割を果たす「内生的時間選好率」と，不決定性の議論において重要な役割を果たす外部性を，「主観的割引関数に関する消費外部性」という形で組み合わせることによって，これまでの消費外部性の議論では求められてこなかった，新しい不決定発生の条件を導くことが可能であることを単純なモデルを用いて導出した。

しかしながら，今回の一考察は，あくまでも理論的展開の一例でしかなく，実証的に支持されるかどうかはまた別の問題である。初期の不決定性に関する議論が実証的に支持されるか否かによって更なる進展がなされたように，消費の外部性に関する議論についてもその有意性が議論されなくてはならないであろう。

さらに，重要な点として，今回の分析においては，主にその動学的安定性の性質に焦点を絞り議論を展開してきたが，その政策的効果なども重要な議論である。非常によく知られている不決定性の性質として，ある長期均衡が鞍点であるか不決定であるかにより，比

較静学の結果が逆になることがあげられる。

最後に，本論文で議論した経済モデルは長期的には経済成長が止まるような設定の下で議論展開してきたが，内生成長理論の枠組みにおいても同様の分析が必要であろう。以上が，今後の課題であると考える。

## 補論A．命題１の証明

１，２ともに同様の証明であるので，１についてのみ証明する。まず，定常状態においては，$\bar{q}=1$, $f'(\bar{k})=r$ より，$\bar{q}$ および $\bar{k}$ が必ず一意に存在する。また，$\bar{\omega}$ および $\bar{b}$ は，$\bar{c}$ が一意に存在するとき，やはりそれぞれ一意に存在する。ここで，$\bar{c}$ については，$\delta_c+\delta_C>0$, $\forall(c(t), C(t))\in[0,\infty)\times[0,\infty)$ かつ $r$ が一定であることから，明らかに $\delta_0<r$ かつ $\sup\delta(c(t),c(t))>r$ が成立するときに，一意に存在する。 □

## 補論B．命題２の証明

1: $\delta_c+\delta_C>0$ のとき，$\xi_3\xi_4<0$ より，$\xi_3>0$ かつ $\xi_4<0$，もしくは $\xi_3<0$ かつ $\xi_4>0$ が成立するため，定常状態は鞍点である。2a: $\delta_c+\delta_C<0$ かつ $\delta_C<-r(g_{cc}+g_{cC})/u'$ のとき，$\xi_3\xi_4>0$ かつ $\xi_3+\xi_4>0$ より，$\xi_3>0$ かつ $\xi_4>0$ が成立するため，定常状態は不安定である。2b: $\delta_c+\delta_C<0$ かつ $\delta_C>-r(g_{cc}+g_{cC})/u'>0$ のとき，$\xi_3\xi_4>0$ かつ $\xi_3+\xi_4<0$ より，$\xi_3<0$ かつ $\xi_4<0$ が成立するため，定常状態は不決定である。 □

## 付記

本特集執筆者を代表して，名古屋経済動学研究会（NEDSG）で貴重な助言とご教示を頂いた奥村隆平教授に感謝申し上げたい。

## 注

1）ただし，内生的時間選好率の分野でよく用いられる関数は，未だに必ずしもコンセンサスを得ているとは限らない。この点に関して，現在も，多くの研究が発表されている。

2）不決定性に関する基本的，そして詳細なサーベイとしては，日本語文献では三野（2004），下村（2004），坂上（2006），英語文献ではBenhabib and Farmer（1999）があげられる。

3）*Journal of Economic Theory*, Volume 63, Issue 1, June 1994.

4）議論の単純化のため，人口成長と資本の減価償却は無視している。

5）小国開放経済モデルの動学的性質に関する詳細な解説については，Blanchard and Fischer（1989, ch.2）やBarro and Sala-i-Martin（2003, ch.3）等をを参照のこと。ちなみに，上記の例で，定常状態が達成されるのは，$r=\rho_A<\rho_B$ のケースのみである。

6）本論分において投資の調整コストを導入する主な理由は，第Ⅴ節における分析から判るように，動学的性質を判り易くするためであり，この導入により性質が本質的に影響を与えることはない。ちなみに，内生的時間選好率と投資の調整コストを導入して，小国開放経済のマクロ動学モデルを展開している研究としては，Karayalcin（1994）などがあげられる。ただし，この論文においては，効用関数として，Epstein＝Hynes型と呼ばれる効用関数が用いられていることに注意すること。

7）投資の調整コストについては，Hayashi（1982）を参照のこと。

8）内生的な時間選好率および弾力的な労働供給を仮定した分析としては，Shi（1994）がある。

9）内生的時間選好率に関する議論については，閉鎖経済モデルでは本文でも紹介しているUzawa（1968），Epstein（1987），Obstfeld（1990），開放経済モデルではObstfeld（1981），Shi（1994），Karayalcin（1994, 1995）などを参照のこと。

10）decreasing marginal impatienceの詳細な性質・設定については，Das（2003）を参照のこと。

11）時間選好率について日本語で書かれた実証分析の 1 つとして，池田・大竹・筒井（2005）がある。この分析で行われた実験結果によると，本文中の分類の内では decreasing marginal impatience が支持されている。

12）定義により，$\varDelta(t)<0,\ \forall t\in(0,\infty)$ が成立する。したがって，$\lim_{t\to\infty}\omega(t)\exp\varDelta(t)=0$ および $\dot{\omega}(t)=-g(c(t),\omega(t))$ により(7)式が得られる。

13）ちなみに，小国開放経済において constant marginal impatience である場合に，本文から判る通り，動学体系が不安定（ただし $\delta_0=r$ の場合は鞍点）であるのに加えて，decreasing marginal impatience の場合にも不安定であることを容易に導出可能である。

14）主観的割引率が外生的に一定で世界利子率に等しいと仮定しているため，消費水準は一定であることに注意すること。

15）ただし，このモデルにおいては，主観的割引率が平均消費の関数であるという設定がどれだけ不決定性の結論に影響しているかは明確ではない。

16）消費の外部性とマクロ経済学との関連についての詳細なサーベイとしては，三野（2007）があげられる。また，下村（2004）は，動学的国際貿易理論の枠組みにおいて，消費の外部性により不決定が発生するモデルを展開している。

17）既存の研究における，割引率が外生的でありかつ瞬間的効用関数が $u(c(t))$ の形で与えられているケースで消費外部性に対して主としてどのように分類されているかについて，Galí（1994）および Dupor and Liu（2003）等の分類を紹介すると，次のようになる。

- “admiring”：$u_C(c(t),C(t))>0$
- “jealousy”（or “envy”）：$u_C(c(t),C(t))<0$
- “keeping up with the Joneses”：$u_{cC}(c(t),C(t))>0$
- “running away from with the Joneses”：$u_{cC}(c(t),C(t))<0$

上記の分類において，初めの 2 つの基準は極めて理解し易い。文字通り，他人の消費が増加するときに自らの効用が増加するのは他人を「称賛する」行為であり，また，自らの効用が減少する場合には他人を「妬む」，あるいは「羨む」行為であろう。3 番目の分類である“keeping up with the Joneses”が意味するのは，他人の消費が増加するとき，私的消費に対する限界効用が増加することから，「個々の消費者が社会的な大勢・趨勢に従う」行動をとることを意味している。最後に，“running away from with the Joneses”が意味するのは，「個々の消費者が社会的な大勢・趨勢から離れようとする」行動をとることを意味している。

18）$\delta_c+\delta_C=0$ のケースでは，基本的に第Ⅲ節で解説した外生的な時間選好率（言い換えれば constant marginal impatience）のケースと同様の結論が得られるため，これ以降省略する。

19）導出方法としては，Michel（1982），Barro and Sala-i-Martin（2003），Das（2003, Theorem 1）等を参照のこと。

20）ここでは，説明の便宜上，命題 2.2.a および 2.2.b について，$\delta_C$ の性質に関わらず，$\delta_c<0$ でありかつ共通の性質が成立していると仮定する。

## 参考文献

池田新介・大竹文雄・筒井義郎（2005）「時間割引率：経済実験とアンケートによる分析」ISER Discussion Paper，大阪大学社会経済研究所，No.638.

坂上智哉（2006）「マクロ動学における不決定性」大住圭介・川畑公久・筒井修二編『経済成長と動学』勁草書房，pp.245-258.

下村耕嗣（2004）「国際貿易論における不決定性」西村和雄・福田慎一編『非線形均衡動学』東京大学出版会，pp.119-143.

三野和雄（2004）「経済成長モデルにおける不決定性」西村和雄・福田慎一編『非線形均衡動学』東京大学出版会，pp.25-58.

三野和雄（2007）「成長・バブル・消費の外部性」市村英彦・伊藤秀史・小川一夫・二神孝一編『現代経済学の潮流 2007』東洋経済新報社，pp.137-161.

Abel, A. B.（1990），“Asset Prices under Habit

Formation and Catching Up with the Joneses, "*American Economic Review* 80, pp.38–42.

Alonso-Carrera, J., J. Caballe, and X. Raurich (2008), "Can Consumption Spillovers Be a Source of Equilibrium Indeterminary?" *Journal of Economic Dynamics and Control* 32, pp.2883–2902.

Barro, R. J. and X. Sala-i-Martin (2003), *Economic Growth, 2nd ed.*, Cambridge, MA: MIT Press (大住圭介訳『内生的経済成長論 I・II (第2版)』九州大学出版会, 2006年).

Basu, S. and J. G. Fernald (1997), "Returns-to-Scale in U.S. Production: Estimates and Implications," *Journal of Political Economiy* 105, pp.249–283.

Benhabib, J. and R. E. A. Farmer (1994), "Indeterminacy and Increasing Returns," *Journal of Economic Theory* 63, pp.19–41.

Benhabib, J. and R. E. A. Farmer (1996), "Indeterminacy and Sector-Specific Externalities," *Journal of Monetary Economics* 37, pp. 421–443.

Benhabib, J. and R. E. A. Farmer (1999), "Indeterminacy and Sunspots in Macroeconomics," in J. B. Taylor and M. Woodford, eds., *Handbook of Macroeconomics, Volume 1A*, Amsterdam: North-Holland, pp. 387–448.

Benhabib, J. and K. Nishimura (1998), "Indeterminacy and Sunspots with Constant Returns," *Journal of Economic Theory* 81, pp. 58–96.

Benhabib, J. and K. Nishimura (1999), "Indeterminacy Arising in Multi-sector Economies," *Japanese Economic Review* 50, pp. 485–506.

Benhabib, J. and R. Perli (1994), "Uniqueness and Indeterminacy: On the Dynamics of Endogenous Growth," *Journal of Economic Theory* 63, pp.113–142.

Bennett, R. L. and R. E. A. Farmer (2000), "Indeterminacy with Non-Separable Utility," *Journal of Economic Theory* 93, pp.118–143.

Bian, Y. and Q. Meng (2004), "Preferences, Endogenous Discount Rate, and Indeterminacy in a Small Open Economy Model," *Economics Letters* 84, pp. 315–322.

Blanchard, O. J. and S. Fischer (1989), *Lectures on Macroeconomics* Cambridge, MA: MIT Press (高田聖治訳『マクロ経済学講義』多賀出版, 1999年).

Brock, W. A. (1974), "Money and Growth: The Case of Long Run Perfect Foresight," *International Economic Review* 15, pp.750–777.

Burnside, C. (1996), "Production Function Regression, Returns to Scale, and Externalities," *Journal of Monetary Economics* 37, pp.177–201.

Chen, B. L. and Hsu, M. (2007), "Admiration is a Source of Indeterminacy," *Economics Letters* 95, pp.96–103.

Das, M. (2003), "Optimal Growth with Decreasing Marginal Impatience," *Journal of Economic Dynamics and Control* 27, pp.1881–1898.

Duesenberry, J. S. (1949), *Income, Saving, and the Theory of Consumer Behavior* Cambridge, MA: Harvard University Press (大熊一郎訳『所得・貯蓄・消費者行為の理論 (改訳版)』巌松堂出版, 1969年).

Dupor, B. and W. F. Liu (2003), "Jealousy and Equilibrium Overconsumption," *American Economic Review* 93, pp.423–428.

Epstein, L. G. (1987), "A Simple Dynamic General Equilibrium Model," *Journal of Economic Theory* 41, pp.68–95.

Epstein, L. G. and J. A. Hynes (1983), "The Rate of Time Preference and Dynamic Economic Analysis," *Journal of Political Economy* 91, pp.611–625.

Galí, J. (1994), "Keeping Up with the Joneses: Consumption Externalities, Portfolio Choice, and Asset prices," *Journal of Money, Credit, and Banking* 26, pp.1-8.

Hayashi, F. (1982), "Tobin's Marginal $q$ and Average $q$: A Neoclassical Interpretation," *Econometrica* 50, pp.213-224.

Karayalcin, C. (1994), "Adjustment Costs in Investment, Time Preferences, and the Current Account," *Journal of International Economics* 37, pp.81-95.

Karayalcin, C. (1995), "Capital Income Taxation and Welfare in a Small Open Economy," *Journal of International Money and Finance* 14, pp.785-800.

Lahiri, A. (2001), "Growth and Equilibrium Indeterminacy: The Role of Capital Mobility," *Economic Theory* 17, pp.197-208.

Liu, W. F. and S. J. Turnovsky (2005), "Consumption Externalities, Production Externalities, and Long-Run Macroeconomic Efficiency," *Journal of Public Economics* 89, pp.1097-1129.

Meng, Q. (2003), "Multiple Transitional Growth Paths in Endogenously Growing Open Economies," *Journal of Economic Theory* 108, pp.365-376.

Meng, Q. and A. Velasco (2003), "Indeterminacy in a Small Open Economy with Endogenous Labor Supply," *Economic Theory* 22, pp.661-669.

Meng, Q. and A. Velasco (2004), "Market Imperfections and the Instability of Open Economies," *Journal of International Economics* 64, pp.503-519.

Michel, P. (1982), "On the Transversality Condition in Infinite Horizon Optimal Problems," *Econometrica* 50, pp.pp.975-985.

Mino, K. (2001), "Indeterminacy and Endogenous Growth with Social Constant Returns," *Journal of Economic Theory* 97, pp. 203-222.

Obstfeld, M. (1981), "Macroeconomic Policy, Exchange-Rate Dynamics, and Optimal Asset Accumulation," *Journal of Political Economy* 89, pp.1142-1161.

Obstfeld, M. (1990), "Intertemporal Dependence, Impatience, and Dynamics," *Journal of Monetary Economics* 26, pp.45-75.

Shi, S. (1994), "Weakly Nonseparable Preferences and Distortionary Taxes in a Small Open Economy," *International Economic Review* 35, pp.411-428.

Schmitt-Grohé, S. (1997), "Comparing Four Models of Aggregate Fluctuations due to Self-Fulfilling Expectations," *Journal of Economic Theory* 72, pp.96-147.

Uzawa, H. (1968), "Time Preference, the Consumption Function, and Optimum Asset Holdings," in J. N. Wolfe, ed., *Value, Capital, and Growth: Essays in Honor of Sir John Hicks* Chicago: Aldeine, pp.485-504.

Weder, M. (2001), "Indeterminacy in a Small Open Economy Ramsey Growth Model," *Journal of Economic Theory* 98, pp.339-356.

（南山大学経済学部）