

§1 電荷とクーロンの法則

現実世界には電荷が存在する。二つの点電荷間に働く力は、電荷の積に比例し、電荷間の距離の二乗に反比例する。これはクーロンの法則と呼ばれ、これを承認することから電磁気学は始まる。

1) 電荷と電気素量

ファラデー(Faraday, M., 1791~1867)が発見した電気分解の法則からすれば、1モルの一価陽イオン(例えば硝酸銀の銀イオン)を1モルの金属に変えるには、一定量の電気量、即ち、 9.6485×10^4 クーロン(C)の電荷が必要である。この電荷量はファラデー定数(F)と呼ばれている。1モルとはアボガドロ数($N_A = 6.0221 \times 10^{23}$)のことであるから、一個の一価陽イオンは、 $F/N_A = 1.60218 \times 10^{-19}$ Cの電気量(電荷)を持っていることになる。この値は電気素量($e = F/N_A$)と呼ばれる。一価、二価、三価、...、n価、...の陽イオン、陰イオンの一個は、それぞれ、 $\pm e, \pm 2e, \pm 3e, \dots, \pm ne, \dots$ の電気量(電荷)を持っている。 $e = F/N_A$ を電気素量と言うのは、イオンの電荷がこの整数倍であることによる。

Faradayの電気分解の法則発見から35年後の1897年、陰極線の研究に従事していたトムソン(Thomson, J. J., 1856-1940)は、物質から遊離した負電荷を持つ粒子、電子、を発見し、そして電子が最小の電荷単位を持つことを予言した。電子は、全ての物質のもつ電荷の最小単位の電気量を持つ粒子であると考え、その電荷の絶対値 e は電気素量と呼ぶばれることとなった。Millikan, R. A. (1868~1953)は、帯電した水滴や油滴を用いて、電気素量 e の直接的決定を行い、1923のノーベル物理学賞を得ている。

しかし、W. ブロード, N. ウェードによる著書「背信の科学者たち」¹⁾によると、Millikanの死後、彼の実験ノートが科学史家により調査された。Millikan自身は、実験結果を幾つかの種類に分類し、自らの主張に都合の良いデータと都合の悪いデータを明確に識別していた。1913年に論文として発表した59個の実験データ

は、実際は 140 個のデータから都合の良い結果だけが選別されたものであった。自らの主張に不都合なデータを隠していたのである。W. ブロード, N. ウェードによると、このようなデータの意図的な選別や改ざんは、近代力学の祖ガイレオ・ガリレイの実験結果にも、原子論の祖であるダルトン、遺伝学の祖とされるメンデルの実験結果にも認められるとのことである。良く言えば、「信念」、悪くいえば「思い込み」が「法則」の提唱の原動力である。次に述べる [クーロンの逆 2 乗則] も提案時にはそのようなものであったらしい。

2) クーロンの法則

大きさの影響を無視できるくらい小さな物体が持つ電荷は、点電荷と呼ばれる。このような静止した二つの点電荷 q と q' に作用する力は、クーロン(Coulomb, C. A., 1736~1806)の法則によって次の様に表現される：

- (1) 各々の電荷に働く力は、その二つの点電荷を結ぶ方向に作用する。
- (2) 二つの点電荷, q と q' , の各々に働く力の大きさは等しく、その向きは反対である。作用・反作用の法則が成立する。
- (3) 二つの点電荷, q と q' が正と負の電荷の対であれば、働く力は引力である。同符号の電荷の対であれば、反発力である。
- (4) 作用する力の大きさは、電荷の積に比例し、二つの点電荷の距離 (r) の二乗に反比例する。即ち、作用する力は、 k_0 を比例定数として、

$$F = k_0 \frac{q \cdot q'}{r^2} \quad (1)$$

である。F が正の時は反発力で、負の時は引力である。

クーロンの法則に現れる比例係数 k_0 は、MKSA 有理単位系を基礎とする SI 単位系では、

$$k_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = c^2 \times 10^{-7} = 8.9876 \times 10^9 (Nm^2C^{-2}) \quad (2)$$

である。 $\epsilon_0 = 8.8542 \times 10^{-12} (C^2 \cdot N^{-2} \cdot m^{-2})$ は「真空の誘電率」、 c は真空中の光速

($2.9979 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$) である。故に、SI 単位系でのクーロンの法則は、

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q \cdot q'}{r^2} \quad (3)$$

と表現される。しかし、比例係数 $1/(4\pi\epsilon_0)$ に、初学者は戸惑いを感じる。MKSA 有理単位系を基礎にした国際単位系 (SI 単位系) は、後の議論から明らかになるように、確かに合理的な単位系である。しかし、電磁気学ではじめに取り上げるクーロンの法則には、電磁気学の結果を先取りした形で、比例係数 $1/(4\pi\epsilon_0)$ が現れてしまう。教育・学習上は面倒な単位系である。以下では単位系の問題に関連させて、比例係数 $1/(4\pi\epsilon_0)$ の意味について簡単に補足するが、詳しくは、付録 D に述べた。

3) SI 単位系とクーロンの法則の係数 $1/(4\pi\epsilon_0)$ の意味

MKSA 単位系では、距離の単位をメートル (m) , 質量の単位を (kg) , 時間の単位を (s) で表す。これらとは独立に、電流の単位としてアンペア (A) を用いる。従って、電荷の単位は (アンペア・秒) A·s となるが、これをクーロン (C) と定義して用いる。これまでの記述でも、既にこの電荷単位を用いている。MKSA 単位系では力の単位は ($\text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$) であるが、これをニュートン (N) として用いる。クーロンの定義も、ニュートン (N) と同様である。(3)において、 4π が係数の分母に現れている。 4π は単位球の表面積を意味するが、これをあらかじめこのように取り出しておくこと、後に導く電磁気学の基本法則 (マックスウェルの式) には、単位球の表面積 4π が現れない。このような単位系は一般に有理単位系と呼ばれる。

合理的で統一的な MKSA 有理単位系を基礎にして、さらに、幾つかの基本単位も認めて実用上の利便に配慮した単位系が、国際単位系 (SI 単位系) である。例えば、アボガドロ数を単位とする物質質量「モル」も基本単位として採用されており、現在では広く用いられている。SI 単位系は MKSA 有理単位系を基礎にしているので、SI 単位系でのクーロンの法則に ($1/4\pi$) が現れ、電磁気学の基本法則 (マックスウェルの式) には 4π が現れない。

(3)には、もう一つ、真空の誘電率 $\epsilon_0 = 8.8542 \times 10^{-12} (\text{C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2})$ があり、これは真空中の光速 $c (2.9979 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})$ と(2)式で結びついている。何故だろうか？このことは、SI 単位系での電流 (A) の定義に関係している。アンペールの法則により、平行な直線電流間に働く力を用いて電流を定義するからである。

「真空中に断面積が無限小で無限に延びた直線導体を考え、このような2本の直線導体が1 m 隔てられて平行にあったとする。そしてこれらの導体の1 m 毎に $2 \times 10^{-7} \text{ N}$ の力が及ぼし合う時の電流の大きさを1Aと定義する」

後の定常電流 (§ 18) での議論で述べるように、二本の直線導体の距離を R 、電流を I_1, I_2 とすると、両者に作用する単位長さ当たりの力 F は、 $F = (\mu_0 / 2\pi) I_1 I_2 / R$ で、 $(\mu_0 / 2\pi)$ が比例定数で、アンペールの法則である。上記の定義を用いると、単位長さ当たりの力と電流の間の比例定数の中で用いた μ_0 は、

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} (\text{N} \cdot \text{A}^{-2}) \quad (4)$$

と決まってしまう。 μ_0 は「真空の透磁率」と呼ばれる。さらに、後に述べるマックスウェル方程式からの重要な結論 (§ 24) として、真空中の電磁波の伝播速度は光速に等しく、

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \cdot \epsilon_0}} \quad (5)$$

の関係が成立せねばならない。(4)と(5)から、

$$c^2 = \frac{1}{\mu_0 \cdot \epsilon_0} = \frac{1}{4\pi \times 10^{-7} \cdot \epsilon_0} \quad (6)$$

となり、(2) が得られる。

結局、SI 単位系でのクーロン則比例定数 k_0 は、真空中の光速 ($c = 2.9979 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$) の測定値から与えられてしまう。 ϵ_0 や μ_0 自体が測定されることはない。真空中の光速も、測定値が蓄積された結果、今では定義値として扱われている。SI 単位系でのクーロン則比例定数 k_0 は、アンペールの法則による電流・電荷の定

義とマックスウェル方程式からの結論を体現させられている。係数 $1/(4\pi\epsilon_0)$ は、電磁気学を一通り学んだ後にはじめて納得できる係数である。

「真空の誘電率, ϵ_0 」と「真空の透磁率, μ_0 」も気になるが、これらも電磁気学の考え方を一通り学ぶ中で納得することにして、今の段階での説明はこの程度にとどめよう。付録 D では、MKSA 有理単位系(SI 単位系)と CGS 静電, CGS 電磁, CGS ガウス単位系の相違について議論している。SI 単位系を前提にして一通り学んだ後に、この付録 D を読めば電磁気学の単位系の問題の大枠は理解できるだろう。

4) クーロンの法則の「-2 乗」はどの程度正確なのか？

一方、距離の 2 乗に反比例との「2 乗」はどの程度正確なのだろうか？ Coulomb, C. A. (1736~1806)は、自ら考案した「ねじり秤」を用いた測定結果から、帯電する物体間に働く力は距離の二乗に反比例することを提唱した。これがクーロン則のはじまりとされている。しかし、ねじり秤を用いる限り、逆 2 乗則としては大きな誤差が伴うことはその後の追試でも確認されている。だから、クーロンの実験でクーロン則が確定した訳ではない（霜田, 1996）²⁾。キャベンディッシュ(H. Cavendis, 1731-1810)が 1773 年に、マクスウェル(J. C. Maxwell, 1831-1879) が 1873 年に、同心球の電位の測定から逆 2 乗則を確認したことが大きい。その後も、逆 2 乗則がどの程度精度で成立するかについては繰り返し実験が行われている。逆 2 乗則を逆(2+ Δ)則と表記すると、Maxwell (1873)は、 Δ の上限値として、 4.6×10^{-5} を推定した。現在では 2.7×10^{-16} との値が得られている（霜田, 1996）。物体間の距離がどこまでも短くなっても、逆 2 乗則が成立するかについては別の検証が必要である。しかし、原子核の廻りを運動する電子についても、クーロン則を用いて実験事実の定量的議論が可能であることから、その程度の短距離でも、やはり、クーロン則は成立していると言える。