§13　電磁場の法則と単位系

以後の議論では光の吸収・放出の問題も取り上げたい．光は電磁波として空間を伝播するので，電磁場についての理解が必要である．電磁場に関する古典的電磁学の法則はマックスウェル方程式にまとめられている．しかし，その具体的表現は採用される単位系に依存する．ここでは，マックスウェル方程式をCGS ガウス単位系と MKSA 単位系（SI 単位系）の両方で表現し，両者の表現式の違いを確認する．その後で，電磁気学には種々の異なる単位系が存在する理由を議論する．§1 でも述べたように，電磁気学の単位系とその変更は面倒な問題である．§1 では，「各自一通りの整理を行っておくことが望ましい」と述べたが，この種の作業をここで行う．

(13-1) マックスウェル方程式：CGS ガウス単位系と SI 単位系

真空などの均質連続媒体に電荷密度(ρ)と電流密度(**j**)が分布するとき，媒体の一点に於ける電場強度を **E**，電束密度を **D** ，磁束密度を **B**，磁場強度を **H** とすると，以下のマックスウェル方程式が成立する．

＜CGS ガウス単位系＞		＜MKSA 単位系(SI 単位系)＞	
$div\mathbf{D} = 4\pi\rho$	(a-1)	$div\mathbf{D} = \rho$	(a-1*)
$rot\mathbf{H} = \dfrac{1}{c}(4\pi\mathbf{j} + \dfrac{\partial\mathbf{D}}{\partial t})$	(a-2)	$rot\mathbf{H} = \mathbf{j} + \dfrac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}$	(a-2*)
$rot\mathbf{E} + \dfrac{1}{c}\dfrac{\partial\mathbf{B}}{\partial \mathrm{t}} = 0$	(a-3)	$rot\mathbf{E} + \dfrac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} = 0$	(a-3*)
$div\mathbf{B} = 0$	(a-4)	$div\mathbf{B} = 0$	(a-4*)

ただし，c は真空中の光速度である．マックスウェル方程式は，電磁場の変数（ρ, **j**, **E**, **D**, **B**, **H**）に於ける一般的関係を与える方程式群である．そこには媒体の性質はあらわには現れない．MKSA 単位系(SI 単位系)の表現ではこれが明確である．CGS ガウス単位系のマックスウェル方程式には，真空中の光速度 c があるが，これは媒体の性質を直接表すものではなく，後で述べるように，この単位系で採用されている定義による．

媒体を真空の空間とすると，電束密度 **D** と磁場強度 **H** では，次の関係

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0\mathbf{E}, \qquad \mathbf{B} = \mu_0\mathbf{H} \qquad (2)$$

が成立し，比例係数は真空の誘電率(ε_0)と真空の透磁率(μ_0)と呼ばれる．MKSA 単位系(SI 単位系)では， c を真空の光速度として，

$$c = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} \qquad (3)$$

の関係にある．一方，同じ真空の媒体であっても，CGS ガウス単位系では，(2)で$\varepsilon_0 = \mu_0 = 1$（無次元）となり，

$$\mathbf{D} = \mathbf{E}, \qquad \mathbf{H} = \mathbf{B} \qquad (4)$$

である．　真空以外の等方的媒体の場合も，(2)の真空の誘電率と透磁率の組(ε_0,μ_0)を，その媒体の誘電率と透磁率の組(ε,μ),

$$\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E}, \qquad \mathbf{B} = \mu\mathbf{H} \qquad (5)$$

に変えることで，巨視的あるいは現象論的なマクスウェル方程式となる．

本来，マックスウェル方程式では電磁場の変数の組は（ρ, **j**, **E**, **D**, **B**, **H**）で与えられる．しかし，(2), (4) あるいは(5)の関係を用いて，媒体の誘電率と透磁率を持ち込めば，マックスウェル方程式は（ρ, **j**, **E**, **B**）の変数で表現できる．もちろん，変数を（ρ, **j**, **E**, **H**）としても良いが，電流が磁場を作ると考える立場からは（ρ, **j**, **E**, **B**）の方が好まれる．（ρ, **j**, **E**, **H**）の選択は，磁場は“磁荷”を想定した磁石に依るとの立場に繋がるからである．

第一式の(a-1)，(a-1*) は，**電荷に関するガウスの法則**で，電場の源が電荷であることを示す．第二式の(a-2)，(a-2*)は，**電流と磁場に関するアンペール・マクスウェルの法則**を示す．　第三式の(a-3)，(a-3*) は，ファラディーの**電磁誘導の法則**で, 時間変動する磁場から誘起される電場を表現する．　最後の(a-4), (a-4*)は，磁場の源に当たる**“磁荷”**は存在しないことを表現している．　法則として名前はないが，電荷と“磁荷”の本質的違いを表す.

このように，電磁場に関する電磁気学の法則は，マックスウェル方程式として表現されるが，その具体的表現は二つの単位系で異なる．真空の媒体を念頭に，この問題を次に考えてみよう．

(13-2) SI 単位系の普及と旧来の電磁気学単位系

最近では，SI 単位系(MKSA 単位系)が普及し，理工系学部学生向けの電磁気学テキストも，大多数はこの単位系を採用している．その結果， SI 単位系以外の表現はこれらテキストから姿を消してしまった．ただし，CGS ガウス単位系は，現在でも，理論物理学や天文学の分野で使われている．1960～1970 年代に出版された学部学生向けテキストの多くは，MKSA 単位系と CGS 単位系の表現を併記していたが，今はこのような状況は無い．筆者は両単位系併記のテキストで電磁気学を学び始めた世代に属するためか，CGS ガウス単位系を採用する

旧世代の電磁気学テキストの名著を参照する時には，単位系の違いが今も気になる．

以下では，電磁気学における単位系の問題を整理するための議論を行う．この問題についてのまとまった議論は,

・Jackson, J. D. (1998)　*Classical Electrodynamics, 3rd ed.　Appendix on units and dimension*,　John Wiley ＆ Sons, Inc.　[日本語版 : 西田　稔　訳，ジャクソン電磁気学（上，下）原書第三版，吉岡書店（2002，2003）付録は上巻に収録].

・山崎勝義（2009）“電磁気学における単位系”，分子科学アーカイブ AC0003（http://j-molsci.jp/archives/AC0003_2.pdf）.

・岡部洋一（2008）“電磁気学の意味と考え方”，講談社サイエンティフィク.

にあるので参照されたい．また，理論と実用の両面での電磁気学の発展は，単位系の変遷史に直接繋がっている．この観点からの論考は,

・木幡茂雄（2003）“電磁気の単位はこうして作られた”，工学社

が参考になる.

(13-3) 電磁気学単位系の構成

力学的物理量は，長さ(l)，質量(m)，時間(t)，を独立な基本単位とすることで定義される．これら独立な基本単位を

長さ(l)，質量(m)，時間(t) ＝ cm,　gram,　second

とするのが，CGS−単位系である．力の次元は，$mlt^{-2} = g \cdot cm \cdot s^{-2}$となり，この単位の力は「ダイン(dyn)」と呼ばれる．一方,

長さ(l)，質量(m)，時間(t) ＝ m,　kilogram,　second

とする単位系が，MKS 単位系である．現在普及している国際単位系(SI 単位系)は MKS 単位系に属する．この単位系での力の次元は$mlt^{-2} = kg \cdot m \cdot s^{-2}$となり，その単位の力は「ニュートン(N)」と呼ばれる．「ダイン(dyn)」も「ニュートン(N)」も，基本単位から誘導される単位（誘導単位）の一つである．$1N = 10^5 dyn$　であることは，　$kg \cdot m \cdot s^{-2} = 10^3 g \cdot 10^2 cm \cdot s^{-2} = 10^5 (g \cdot cm \cdot s^{-2})$ に依る．力学的単位の換算は単純であるが，電磁気学単位の換算はこのように単純ではない．同一の電磁気学量でも，単位系が異なると，次元も異なる場合がある．また，誘導単位の種類も多数ある.

電磁気学では，上記の三つの力学的単位以外に，電流（I）または電荷（q）を，**第四の基本単位**　として採用することが出来る．電流は電荷の時間変化率

$I = dq/dt$ であるから，電流（I）を第四の基本単位に採用すれば，電荷（q）は「電流と時間の積 ($I \cdot t$)」の次元を持つ物理量として扱える． MKS 単位系のもとで，電流（I）の単位 A（アンペア）を第四の電磁気学の基本単位に採用するのが， **MKSA 単位系**である．MKS の最後にアンペアの A を加えて表記する．**国際単位系 (SI 単位系)**は MKSA 単位系と言えるが，国際単位系(SI 単位系)自体は，長さ(l)，質量(m)，時間(t)，電流（I）以外に，温度（T，K），物質量（n，mol），光度（Iv, cd）も**独立な基本単位** としているので，両者は同一の単位系ではない．しかし，ここでは電磁気の単位だけを考えるので，国際単位系(SI 単位系)は MKSA 単位系と同じとして扱う．

CGS 単位系や MKS 単位系のように，長さ(l)，質量(m)，時間(t)の三つを基本単位とする単位系は「**3 元単位系**」と呼ばれる．一方，MKSA 単位系のように，電流（I）の単位 A（アンペア）を第四の基本単位に採用するものは，「**4 元単位系**」である．本来は実用単位である電流を基本単位に格上げし，「**4 元単位系**」とすることで，他の実用単位であるボルト(電圧)，オーム(抵抗)，ファラッド(電気容量)，クーロン(電荷)，などを基本単位と結びつけやすくなる．表 13-1 は，MKSA 有理単位系および国際（S．I．）単位系における電磁気学量の単位の呼称とその次元をまとめている．多種の電磁気学量が四つの基本単位から構成されていることが判る．

既に見たように，電磁気学の法則は，採用されている単位系に依存して，少し異なった形で表現される．表現方法は一義的には決まらないので，許される自由度の範囲内で，表記上の便宜や実用性にも配慮した異なる単位系を作ることができる． CGS ガウス単位系では，マックスウェル方程式に4πが現れるが，MKSA 単位系(SI 単位系)では 4πは現れない．後者のタイプを**有理単位系** と呼ぶ．従って，MKSA 単位系(SI 単位系)は，正式には，MKSA 有理単位系と呼ばれる．マックスウェル方程式に4πが現れる CGS−ガウス単位系は，**非有理単位系**である．しかし，これは MKSA 単位系(SI 単位系)では「電荷のクーロン則」に$1/(4\pi\varepsilon_0)$の比例定数を用いることに依る．一方， CGS ガウス単位系では，「電荷のクーロン則」の比例定数を無次元の 1 とする CGS 静電単位系の結果を受け入れている為に，マックスウェル方程式に4πが現れる．どの段階で単位球表面積 4 π を記すかは便宜的な選択の問題であり，有理単位系か非有理単位系かの違いはあまり重要な問題ではない．

一方，CGS ガウス単位系のマックスウェル方程式では，(a-2)，(a-3)の式に真

空中の光速度 c が現れる．MKSA 単位系(SI 単位系)の(a-2*)，(a-3*)の式には c は現れない．(a-2)は電流と磁場に関するアンペール・マクスウェルの法則で，

表 13-1．MKSA 有理単位系，国際（ SI）単位系での電磁気学量の単位と次元

電磁気学量	記号	単位	基本単位の次元指数			
			l	*m*	*t*	*A*
電荷	q	1クーロン（C）	0	0	1	1
電荷密度	ρ	1 C／m^3	-3	0	1	1
電流	I, i	1アンペア（A）	0	0	0	1
電流密度	J, j	1 A／m^2	-2	0	0	1
電場（の強さ）	E	1ボルト／m（V／m）	1	1	-3	-1
電位（電位差）	V	1ボルト（V＝Joul／C）	2	1	-3	-1
電気分極	P	1 C／m^2	-2	0	1	1
電束密度	D	1 C／m^2	-2	0	1	1
抵抗	Ω	1オーム（Ω=V/A）	2	1	-3	-2
電気容量	C	1ファラッド（F＝C／V）	-2	-1	4	2
磁束	Φ	1ウェーバー（Wb＝V·s）	2	1	-2	-1
磁束密度	B	1テスラ（T＝Wb／m^2）	0	1	-2	-1
磁場（の強さ）	H	1 A／m	-1	0	0	1
磁化	M	1 A／m	-1	0	0	1
インダクタンス	L	1ヘンリー(H=Wb／A)	2	1	-2	-2

(a-3)は磁場の変動に誘起される電場を表現する電磁誘導の法則である．いずれも電場(電気量)と磁場（磁気量）の関係を指定する式である．CGS ガウス単位系では，電荷の単位は CGS 静電単位系の単位（electrostatic unit, **esu**）を受け入れ，磁気量には CGS 電磁単位系の単位（electromagnetic unit, **emu**）を採用している．其の為，CGS ガウス単位系で電場(電気量)と磁場（磁気量）を同時に扱う際には，両単位系の換算係数としての真空中の光速度 c が忽然と現れる．これは，有理化・非有理化の４πの問題よりも重要であるように思われる．

同一の電磁気学の法則と実験結果に立脚しながらも，幾つかの異なる単位系が共存できる状況を，上述の Jackson (1998)や木幡茂雄(2003)を参考にして，もう

少し具体的に考えてみよう．岡部（2008）と山崎（2009）の考え方との連関は最後に議論する．

(13-4) 電磁気学の法則における比例定数

既に述べたように（電荷／電流）＝　q/I　の次元は時間(t)に等しい．電荷の次元は I·t で，電流の次元は q/t である．これは，単位体積内の電荷量である**電荷密度**(ρ)と，単位断面積を通過する電流である**電流密度(j)**に対する**連続の式**

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+div\mathbf{j}=0 \qquad (6)$$

からも判る．　この式は**電荷保存則**を表現するが，1 以外の係数は介在しない．

電荷のクーロン則は，k_1を比例定数として，二つ電荷に作用する力の大きさが

$$F_1=k_1\frac{qq'}{r^2} \qquad (7)$$

であることを述べている．F_1は力の次元 $(=ml\ t^{-2})$を持つから，k_1qq' の次元は，

$$[k_1qq']=ml^3t^{-2} \qquad (8)$$

である．比例定数 k_1の次元は，単位系によって異なり，また，一般には媒体の性質を表現する定数も含む. ただし, CGS 静電単位系と CGS ガウス単位系では, 比例例定数 k_1＝1 で無次元と約束している．その結果，静電単位の電荷（esu）の次元は，$[esu]=m^{1/2}l^{3/2}t^{-1}$ となる．しかし，MKSA 単位系(SI 単位系)では，第四の基本単位として電流の単位 A（アンペア）を採用するので，$[q]=[I\cdot t]=A\cdot t$ であり，k_1の次元は　$[k_1]=ml^3t^{-4}A^{-2}$　となり, k_1の値自体は　$k_1=1/(4\pi\varepsilon_0)$　となる．これは後に説明する．

電場 E は単位電荷あたりに作用する力と定義されるので，(7)より，大きさは

$$E=\frac{F_1}{q'}=k_1\frac{q}{r^2} \qquad (9)$$

である．

二つの定常直線電流間に働く力は次のように定義される. アンペールによれば，d の距離だけ隔たった２本の無限に長い直線導線に，電流 I と I’　が流れている時，２本の導線に働く「単位長さ当たりの力の大きさ」は次式で決まる．

$$\frac{dF_2}{dl}=2k_2\frac{I\cdot I'}{d} \qquad (10)$$

k_2は比例定数で，右辺の無次元数 2 は（13）に関する説明で述べる．ここでは k_2の値を決める際の便宜の為に用いられるとしよう．(7)の両辺を(10)で割ると，

$$\frac{F_1}{(dF_2/dl)}=\frac{k_1}{2k_2}\cdot\frac{qq'}{I\cdot I'}\cdot\frac{d}{r^2}$$

である．故に，両辺の次元は$l=[k_1/k_2]t^2l^{-1}$ で，これよりk_1/k_2の次元は，

$$[k_1/k_2]=l^2\cdot t^{-2}=(l/t)^2 \tag{11}$$

であり，速度の二乗の次元になることが判る．k_1/k_2の大きさは，電荷と電流が既知の実験から，真空中の光速度 c の二乗に等しいことが知られている．

$$k_1/k_2=c^2 \tag{12}$$

これは実験事実による．歴史的には，ウェーバー と R．コールラウシュ（1856）が，電荷を静電単位系と電磁単位系で測定し，$Q_{(esu)}/Q_{(emu)}=c$ であることを示したことに基づく（木幡，2003）．遠隔論の立場から得られていた実験結果であるが，近接論の立場から，マックスウェルはこれが光速度の値であると解釈した．この点については，後に補足説明を記すので参照されたい．

直線電流が I である導線から d の距離にある点の磁束密度 **B** の大きさは，

$$B=2k_2\alpha\frac{I}{d} \tag{13}$$

で与えられ，αは比例定数である．これはビオー・サバールの法則を一本の直線電流に適用した結果である．因子２は，直線に沿った区間（−∞，＋∞）の積分に由来する．（10）の無次元数 2 はこれに当たる．(13)で $I\to I'$ として，（10）での I'を B で表現すると，（10）は

$$\frac{dF_2}{dl}=\frac{1}{\alpha}\cdot I\cdot B$$

となる．これは，比例係数（１/α）を持つアンペール力の定義

$$d\mathbf{F}_2=\frac{1}{\alpha}\cdot I d\mathbf{l}\times\mathbf{B}$$

に対応する．右辺の$Id\mathbf{l}$の次元は (ql/t)であるから，これは電荷 q，速度 $\boldsymbol{v}$ を持つ粒子の$q\mathbf{v}$に置き換えることができる．この粒子に作用するローレンツ力は

$$\mathbf{F}=\frac{1}{\alpha}\cdot q\mathbf{v}\times\mathbf{B}$$

となる．αの意味については後にも議論する．

(9)と(13)の両辺の比を作ると，

$$\frac{E}{B}=\frac{k_1}{2k_2\alpha}\frac{Q}{I}\cdot\frac{d}{r^2}$$

となるので，E/B の次元は，

$$[E/B]=l^2\cdot t^{-2}\cdot[\alpha^{-1}]\cdot t\cdot l^{-1}=l\cdot t^{-1}\cdot[\alpha^{-1}] \tag{14}$$

である．このように，比例定数αの次元は，E/B の次元に結び付いている．

磁場と電場のつながりは，電流回路に誘起される起電力が回路を貫く磁束の変化率に比例するとの**電磁誘導の法則**として知られている．この起電力に相当する電場 **E** と磁束密度 **B** の関係は，微分形で

$$rot\mathbf{E} + k_3 \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0 \qquad (15)$$

となる．k_3は比例定数である．（15）式によれば，この二項の次元が等しい訳だから，$[E]l^{-1} = [k_3]\cdot[B]t^{-1}$ である．これは，(14) の結果を使うと，

$$[k_3] = [E/B]l^{-1}\cdot t = [\alpha^{-1}] \qquad (16)$$

となる．比例定数k_3の次元は，比例定数αの逆数の次元に等しい．さらに，次に示すように，大きさについても，$k_3 = 1/\alpha$ が成立する．この関係は，ローレンツ力と相対性原理からも導出できるが，以下に記す導出法の方が判りやすい(Jackson, 1998).

(13-5) 一般的比例係数を用いたマックスウェル方程式

一般的比例定数(k_1,k_2,k_3,α)を含む形で，マックスウェル方程式を表現すると，

$$div\mathbf{E} = 4\pi k_1 \rho \qquad \textbf{(17-1)}$$

$$rot\mathbf{B} = 4\pi \mathrm{k}_2 \alpha \mathbf{j} + \frac{k_2 \alpha}{k_1}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \qquad (17\text{-}2)$$

$$rot\mathbf{E} + k_3 \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \mathrm{t}} = 0 \qquad (17\text{-}3)$$

$$div\mathbf{B} = 0 \qquad (17\text{-}4)$$

となる(Jackson, 1998).　(17-1)と(17-2) の導出についてのみ，以下に簡単な説明を記す．(17-3)は，既に説明したように，電磁誘導の微分形の式を一般化するために係数 k_3 を導入しただけである．また，(17-4) に係数は介在していない．その導出はどの電磁気学テキストにもあるので参照されたい．

(17-1)式は，(9)式の　$E = \dfrac{F_1}{q'} = k_1 \dfrac{q}{r^2}$　に基づく．電場ベクトル **E** について，半径 r の球面 S に関する面積分をつくると，

$$\int_S E(r)dS = E(r)\int_S dS = E(r)(4\pi r^2) = 4\pi k_1 q = 4\pi k_1 \int_V \rho dV$$

である．最後の等式は，電荷 q は電荷密度ρの体積積分で置き換えている．半

径 r の球面 S を考えたが，r は最終的には残らない．この表現は一般的な面積分でも成立する． $\int_S E(r)dS = \int_S \mathbf{E}\cdot\mathbf{n}dS$ であり，ガウスの発散定理 $\int_S \mathbf{E}\cdot\mathbf{n}dS = \int_V div\mathbf{E}\cdot dV$ から， $\int_V div\mathbf{E}\cdot dV = 4\pi k_1 \int_V \rho dV$ となる．故に，体積積分での変数の関係として，(17−1)の $div\mathbf{E} = 4\pi k_1 \rho$ が得られる．SI 単位系での結果，$div\mathbf{E} = \rho/\varepsilon_0$，とは見かけの係数が異なる．

(17-2) は，$B = 2k_2\alpha\dfrac{I}{d}$ (13)による．直線電流 I を取り囲む半径 R＝d の円形ループを考えると，右ねじの回転方向が **B** に一致し，右ネジの進む方向が直線電流の向きに対応する．この **B** の方向沿って円形ループを一周する線積分が，以下の定常電流に関するアンペールの定理である．

$$\int_C \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s} = B\int_C d\mathrm{s} = B\cdot 2\pi d = 2k_2\alpha(I/d)\cdot 2\pi d = 4\pi k_2\alpha\cdot I$$

結果的に R＝d は残らない．これからも判るように，この表現は特定の経路（半径 R＝d 円形ループ）に限定されない一般性を持つ．SI 単位系では，最後の項は $\mu_0\cdot I$ であるが，ここでは一般条件を考えるので， $4\pi k_2\alpha\cdot I$ である．ストークスの定理より，線積分は面積分に変更できるから，

$$\int_C \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s} = \int_C \mathbf{B}\cdot\mathbf{t}ds = \int_S rot\mathbf{B}\cdot\mathbf{n}dS = 4\pi k_2\alpha\int_S \mathbf{j}\cdot\mathbf{n}dS$$

となる. 最後の等式では, 電流 I は電流密度 **j** の面積分に変更されている. 故に,面積分の変数だけの関係として，

$$rot\mathbf{B} = 4\pi k_2\alpha\cdot\mathbf{j}$$

となる．これが定常電流に関するアンペールの定理である．しかし，この結果は，マックウェルの変位電流を導入し，電荷保存則（6） $\dfrac{\partial\rho}{\partial t} + div\mathbf{j} = 0$ を満足する形に変更されねばならない（アンペール・マックスウェルの定理）．通常の伝導電流も変位電流も同じように扱う必要があるから， $\mathbf{j}_\mathrm{d}$ を変位電流として，

$$rot\mathbf{B} = 4\pi k_2\alpha\cdot(\mathbf{j}+\mathbf{j}_\mathrm{d})$$

である．　この両辺の div を取ると，ベクトル解析の公式より，

$$div\cdot rot\mathbf{B} = 0 = 4\pi k_2\alpha\cdot div(\mathbf{j}+\mathbf{j}_\mathrm{d})$$

である．一方，電荷保存則（6）は，(17−1)を用いて $\dfrac{\partial\rho}{\partial t} = \dfrac{\partial}{\partial t}(\dfrac{1}{4\pi k_1}div\mathbf{E})$ だが， 空

間微分と時間微分の順序を入れ替えることができるから,

$$\frac{1}{4\pi k_1} div\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + div\mathbf{j} = 0$$

となる．この両辺に$4\pi k_2\alpha$を掛けて,

$$\frac{4\pi k_2\alpha}{4\pi k_1}\cdot div\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + 4\pi k_2\alpha\cdot div\mathbf{j} = 0$$

である．　一般に， $div(\mathbf{a}+\mathbf{b}) = \frac{\partial(a_x+b_x)}{\partial x} + \frac{\partial(a_y+b_y)}{\partial y} + \frac{\partial(a_z+b_z)}{\partial z} = div\ \mathbf{a} + div\ \mathbf{b}$

だから， $div(\frac{k_2\alpha}{k_1}\cdot\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + 4\pi k_2\alpha\cdot\mathbf{j}) = 0$ である．この結果を,

$div\cdot rot\mathbf{B} = 0 = 4\pi k_2\alpha\cdot div(\mathbf{j}+\mathbf{j}_\mathrm{d})$ と比べると，変位電流は

$$\mathbf{j}_d = \frac{1}{4\pi k_1}\cdot\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

であり，（17−2）式の　$rot\mathbf{B} = 4\pi k_2\alpha\cdot\mathbf{j} + \frac{k_2\alpha}{k_1}\cdot\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$　となる．

こうして, (17-1)〜(17-4)の(k_1,k_2,k_3,α)を含む一般形マックスウェル方程式が得られる．そこで，$\mathbf{j}=0$, $\rho=0$ の状況（電流も電荷も無い真空媒体）を考えると,

$$div\mathbf{E} = 0 \qquad (17\text{-}1')$$

$$rot\mathbf{B} = \frac{k_2\alpha}{k_1}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \qquad (17\text{-}2')$$

$$rot\mathbf{E} + k_3\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \mathrm{t}} = 0 \qquad (17\text{-}3)$$

$$div\mathbf{B} = 0 \qquad (17\text{-}4)$$

となる．ベクトル代数の公式，$rot\cdot rot\mathbf{A} = grad(div\mathbf{A}) - \nabla^2\mathbf{A}$ で，$div\mathbf{A} = 0$ の時は $rot\cdot rot\mathbf{A} = -\nabla^2\mathbf{A}$　となる．これを利用する為に，(17-2')の両辺の rot を取り，(17-3)と(17-4)を使うと，$div\mathbf{B} = 0$ (17-4)　と　$rot(\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}) = \frac{\partial}{\partial t}(rot\mathbf{E})$　なので,

$$rot\cdot rot\mathbf{B} = -\nabla^2\mathbf{B} = \frac{k_2\alpha}{k_1}rot(\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}) = \frac{k_2\alpha}{k_1}(\frac{\partial}{\partial t}rot\mathbf{E}) = -\frac{k_2k_3\alpha}{k_1}(\frac{\partial^2\mathbf{B}}{\partial t^2})$$

となる．これは

$$\nabla^2\mathbf{B} = \frac{k_2k_3\alpha}{k_1}(\frac{\partial^2\mathbf{B}}{\partial t^2}) \quad\rightarrow\quad (\frac{\partial^2\mathbf{B}}{\partial t^2}) = \frac{k_1}{k_2k_3\alpha}\nabla^2\mathbf{B} \qquad (18)$$

となるから，伝播速度が v の波動方程式であり，

$$\frac{k_2 k_3 \alpha}{k_1} = \frac{1}{c^2} \qquad \rightarrow \qquad \frac{k_1}{k_2 k_3 \alpha} = v^2 = c^2 \tag{19}$$

の関係が成立しなければならない．磁束密度が真空中を光速度 v＝c で伝播することに対応する．

一方，(17-1')，(17-2')，(17-3)を使うと，**E** に関する同様な波動方程式

$$\left(\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}\right) = \frac{k_1}{k_2 k_3 \alpha} \nabla^2 \mathbf{E} \tag{20}$$

が得られる．従って，（18）と（20）は，(**E**，**B**)の電磁波が真空中の伝播速度 c を持つことを表す．（12）の　$k_1 / k_2 = c^2$　から，（19）は

$$k_3 = 1/\alpha \tag{21}$$

を意味する．逆に，$k_3 = 1/\alpha$ なら，$\dfrac{k_1}{k_2 k_3 \alpha} = v^2 = c^2$ は，$k_1 / k_2 = c^2$（12）を与える．

以上のように，電磁気学の法則に付随する比例定数を (k_1, k_2, k_3, α) としても，各定数は自由に選べる値ではない．(k_1, k_2) で一方を決めれば，他方は（12）の $k_1 / k_2 = c^2$　の条件から自動的に決まる．また，(k_3, α) でも（21）の $k_3 = 1/\alpha$　から同じ事情にある．比例定数の組 (k_1, k_2, k_3, α) に対し，拘束条件が２つあるので，自由度は２である．この２の自由度の使用法が異なれば，異なる単位系となる．この状況を幾つかの単位系で具体的に見てみよう．

(13-6) 単位系で異なる電磁気学の比例定数の定義

＜1.　MKSA 有理単位系(SI 単位系)における比例定数＞

MKSA 有理化単位系(SI 単位系)の(k_1,k_2)から考える．(a-1*)と(9) を比べて，

$$k_1=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0},\quad k_2=\frac{1}{c^2}\cdot k_1=(\varepsilon_0\cdot\mu_0)\cdot\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot=\frac{\mu_0}{4\pi}$$

である．（10）の k_2に代入すると，

$$\frac{dF_2}{dl}=2k_2\frac{I\cdot I'}{d}=\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I\cdot I'}{d} \tag{22}$$

となる．実は (22)の結果は，電流の単位アンペア（A）の定義と繋がっている．**“真空中で１m だけ隔てられた １Aの電流が流れている二本の直線電流があり，これらが相互に及ぼす１ m あたりの力は 2x10^{-7}N である”**として電流単位は（22）を用いて定義される．言明されている値をそのまま（22）に代入すれば，

$$2\times10^{-7}(N/m)=\frac{\mu_0}{2\pi}\cdot(A^2/m) \tag{23-1}$$

である．これが MKSA 単位系の電流単位A(アンペア)を定義する等式である．この等式を書き換えれば，以下の真空の透磁率の定義式

$$\mu_0\equiv4\pi\times10^{-7}(N\cdot A^{-2}) \tag{23-2}$$

になる．従って，電流の定義とは真空の透磁率の定義であり，これによって k_1は

$$k_2\equiv\frac{\mu_0}{4\pi}=10^{-7}(N\cdot A^{-2})\quad\rightarrow\quad k_1=c^2\cdot k_2=\frac{1}{\varepsilon_0\cdot\mu_0}\cdot\frac{\mu_0}{4\pi}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \tag{24}$$

と決まる．　先に$\mu_0\equiv4\pi\times10^{-7}(N\cdot A^{-2})$を定義するので，

$$k_1/k_2=c^2=1/(\varepsilon_0\cdot\mu_0)\quad\rightarrow\quad\varepsilon_0=1/(c^2\cdot\mu_0)$$

と決まると理解する．(k_3,α)については，最も単純な無次元数１を採用する．

ところで，電流の定義に使われている 2x10^{-7}N は，どう考えても特殊な値である．従来から実用上の単位として使用されている電流，電圧，抵抗などの値を変更しない為に導入された値だからである．

＜２． CGS 静電単位系と CGS 電磁単位系における比例定数＞

CGS 静電単位系では，電荷に関するクーロン則の比例例定数k_1を無次元数の１と約束する（k_1＝１）．その結果，（12）の$k_1/k_2=c^2$ の条件より，

$$k_2=\frac{k_1}{c^2}=\frac{1}{c^2} \tag{25}$$

となる．一方，CGS 電磁単位系では，「直線電流間に働く単位長さ当たりの力」での比例定数 k_2 を，無次元数の１と約束する（k_2＝１）．（12）の $k_1/k_2=c^2$ の条件より，電荷に関するクーロン則の比例定数は，

$$k_1=c^2\cdot k_2=c^2 \qquad (26)$$

となる．　両単位系の (k_3,α) については，MKSA 有理化単位系(SI 単位系)と同様に，最も単純な無次元数 1 を採用する．

＜3.　CGS ガウス単位系における比例定数＞

CGS ガウス単位系では，電荷に関するクーロン則の比例定数 k_1 を無次元数の１と約束する CGS−静電単位系の結果をそのまま受け入れる．だから，

$$\mathrm{k}_1=1,\qquad k_2=\frac{k_1}{c^2}=\frac{1}{c^2} \qquad (27)$$

である．しかし，(k_3,α)　については，異なる定義

$$k_3=1/c,\qquad \alpha=c \qquad (28)$$

を採用する．この理由は以下に記す通りである．

（17-1’)，(17-2’)，(17-3)，(17-4)から．結果的には，**E** と **B** に関して同じ波動方程式となり，（19）の $\dfrac{k_1}{k_2k_3\alpha}=v^2=c^2$ が得られる．これは

$$rot\mathbf{B}=\frac{k_2\alpha}{k_1}\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t} \qquad (17\text{-}2’) \qquad\qquad rot\mathbf{E}+k_3\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial \mathrm{t}}=0 \qquad (17\text{-}3)$$

における係数$(\dfrac{k_2\alpha}{k_1})$と k_3 を対称的にセットすることに通ずる．　即ち，

$$\frac{1}{c^2}=\frac{k_2k_3\alpha}{k_1}=(\frac{k_2\alpha}{k_1})\cdot k_3 \qquad\rightarrow\qquad (\frac{k_2\alpha}{k_1})=\frac{1}{c^2}\cdot\alpha=\frac{1}{c},\qquad k_3=\frac{1}{c}$$

と，両係数の積$(1/c^2)$を，両者で等しい値(１/c)に分割する．そうすれは，(17-2’)と（17-3）は，

$$rot\mathbf{B}=\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t},\qquad\qquad rot\mathbf{E}+\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial \mathrm{t}}=0 \qquad (29)$$

となり，**E** と **B** は相互の対称性を確保できる．この結果が(28)である．

（14）と（16）から，α が速度の次元（l/t）を持てば，E/B の次元は無次元で，E と B は同次元である．（18）と（20）で見たように，両者の大きさも等しい．α＝c（光速度）である CGS ガウス単位系ではこのことが成立する．しか

し，(k_3,α)を無次元の１とする限り，(17-2’)と（17-3）の係数は対称的にはならない． MKSA 有理化単位系(SI 単位系)では(k_3,α)は無次元の１であるから，(14)の関係より， E＝cB で次元が等しくなる．自由空間の平面電磁波でも，大きさの関係はやはり E＝cB として成立する．このように，MKSA 有理化単位系(SI 単位系)では **E** と **B** は区別できる．しかし，(29)の対称係数を使う CGS−ガウス単位系では，**E** と **B** の区別が曖昧になる．これは CGS−ガウス単位系の欠点とされる．

なお，CGS ガウス単位系を有理化した結果が，「**ヘビサイド・ローレンツ単位系**」である． MKSA 有理化単位系(SI 単位系)が受容されるまでの過渡的な時期に重要な有理単位系であった．しかし，実質的には CGS ガウス単位系であり，ここでは省略する．

以上のように，電磁気学の法則での比例定数は，各単位系で異なって定義されている．この違いに応じて，幾つか異なる単位系が出来ていると言える．各単位系での比例定数の値と次元をまとめると，次の表のようになる．

＜表 13-2. 単位系で定義される電磁気学の比例定数とその次元＞

比例定数 単位系	k_1（式 7） $F_1 = k_1 \dfrac{qq'}{r^2}$	k_2（式 10） $\dfrac{dF_2}{dl} = 2k_2 \dfrac{I \cdot I'}{d}$	k_3（式 15） $rot\mathbf{E} + k_3 \dfrac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0$	α（式 13） $B = 2k_2\alpha \dfrac{I}{d}$
CGS 静電単位系	1	c^{-2} $(t^2 \cdot l^{-2})$	1	1
CGS 電磁単位系	c^2 $(l^2 \cdot t^{-2})$	1	1	1
CGS ガウス単位系	1	c^{-2} $(t^2 \cdot l^{-2})$	c^{-1} $(t \cdot l^{-1})$	c $(l \cdot t^{-1})$
MKSA 有理単位系 SI−単位系	$\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 10^{-7}c^2$ $(m \cdot l^3 \cdot t^{-4} \cdot I^{-2})$	$\dfrac{\mu_0}{4\pi} \equiv 10^{-7}$ $(m \cdot l \cdot t^{-2} \cdot I^{-2})$ =(N/A^2)	1	1

（c＝真空中での光速度=2.99792458x10^8 m/s,「比例定数＝1」は無次元数の１）

この表に掲げた四つの単位系の違いが理解できれば，各単位系でのマックスウェル方程式の具体的表現もわかる．式(17-1)〜(17-4)は，(k_1,k_2,k_3,α)で表現したマックスウェル方程式だから，これらに表 13-1 の値を代入し，CGS ガウス単位系では，**D**=**E**, **H**=**B** とし， MKSA 有理化単位系(SI 単位系)の場合は，**D**=ε_0**E**, **H**=(1/μ_0)**B** とすれば，(a-1)~(a-4)と(a-1*)~(a-4*)が得られる．さらに，単位系の間での電磁気学量の互換関係も得られる（Jackson，1998 の付録での表 2，3， 4）.

SI 単位系が普及しているが，それ以外の単位系，CGS 静電単位系，CGS 電磁単位系， CGS ガウス単位系, についても適切に理解しておきたい． 前節では, $k_1/k_2 = c^2$ (12) の根拠として，「歴史的には，ウェーバー と R．コールラウシュ（1856）が，電荷を静電単位系と電磁単位系で測定し，$Q_{(esu)}/Q_{(emu)} = c$ であることを示したことに基づく（木幡，2002）」と記した．この記述について，上記の表の結果を用いた補足説明を以下に記す.

二つの等しい電荷に作用する力は， CGS 静電単位系(esu) と CGS 電磁単位系(emu)では次元も大きさも等しい．CGS 単位系としては同じだからである.

$$F = \{k_1 \frac{(Q \cdot Q)}{r^2}\}_{esu} = \{k_1 \frac{(Q \cdot Q)}{r^2}\}_{emu}$$

両者の比を作れば無次元量の 1 となる．両単位系で r は共通なので，比の中では相殺される．従って，表での値，CGS 静電単位系(esu) での $k_1 = 1$ と CGS 電磁単位系(emu)での $k_1 = c^2$ を代入して，

$$1 = \{k_1 \frac{(Q \cdot Q)}{r^2}\}_{esu} / \{k_1 \frac{(Q \cdot Q)}{r^2}\}_{emu} = (Q^2)_{esu} / \{c^2 Q^2\}_{emu}$$

となる．これより，

$$Q_{esu}/Q_{emu} = c \ \text{(cm/sec)}$$

である．従って，実験より決定される電荷の比は，CGS 単位系の速度の次元を持ち，値は真空中の光速度である．これは，表の結果から判るように，各単位系で $k_1/k_2 = c^2$ (12)が成立することに繋がっている.

(13-7) 誘電率，透磁率，対称化定数による単位系の分類

表 13-2 は，Jackson (1998)に従い，比例定数(k_1,k_2,k_3,α)から単位系を分類している．しかし，岡部（2008）や山崎（2009）のように，（非有理化・有理化係数, ε_0， μ_0，対称化定数）の値で電磁気学単位系を分類することも出来る．これを$(\beta, \varepsilon_0, \mu_0, \gamma)$からの分類と呼ぶとすれば，こちらの方が判りやすいと考える方は

多いかも知れない．そこで，ここでは (k_1,k_2,k_3,α) は $(\beta, \varepsilon_0, \mu_0, \gamma)$ に変換出来ることを示す．その結果が表 13-3 である．これは，岡部（2008）による $(\beta, \varepsilon_0, \mu_0, \gamma)$ による単位系の分類表に当たる． また，山崎（2009）の表 1 にも対応する．ただし，山崎（2009）での「有理化・非有理化の係数=k」は $k = 4\pi/\beta$ と換算する．

表 13-3．単位系の非有理化・有理化係数，誘電率，透磁率，対称化定数[1，2，3)]

単位系	有理化・非有理化の係数 β	真空の誘電率（電気定数） ε_0	真空の透磁率（磁気定数） μ_0	対称化定数（連結因子） γ
CGS 静電単位系	4π	1	c^{-2}	1
CGS 電磁単位系	4π	c^{-2}	1	1
CGS ガウス単位系	4π	1	1	c
MKSA 有理単位系 SI−単位系	1	$1/(4\pi 10^{-7} c^2)$ $= 1/(\mu_0 c^2)$	$4\pi \times 10^{-7}$ (N/A^2)	1

1) 4π，1 は無次元数． c＝真空中での光速度=2.99792458x10^8 m/s

2) 岡部（2008）では「有理化・非有理化の係数」＝ α であるが，我々は既に α を使用したので，表 13-2 では便宜的に β とする．

3) この表の結果は山崎（2009）の表 1 にも対応する．ただし，山崎（2009）での「有理化・非有理化の係数=k」は $k = 4\pi/\beta$ と換算する．

岡部（2008）では，次のように，力の大きさを定義している：

$$F_1 = \frac{\beta}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} \qquad (30\text{-}1)$$

$$F_2 = \frac{\beta\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I_1' I_2'}{r^2} = (\frac{\beta\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{1}{\gamma^2}) \cdot \frac{I_1 I_2}{r^2} \qquad (I_1' = \frac{1}{\gamma} \cdot I_1, \qquad I_2' = \frac{1}{\gamma} \cdot I_2) \qquad (30\text{-}2)$$

ただし，γ は対称化定数（連結因子）であり，これまでの議論と表 13-1 で α とした因子に等しい．また，(30-2) を，(10)のように，無限長の直線電流に関する積分形に直し，単位長さ当たりに作用する力として表現すると，

$$\frac{dF_2}{dl} = 2(\frac{\beta\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{1}{\gamma^2}) \frac{I_1 \cdot I_2}{r} \qquad (30\text{-}2')$$

となる．これらに対応する一般的マックスウェル方程式は，

$$div\mathbf{E} = \frac{\beta}{\varepsilon_0}\rho \qquad (31\text{-}1)$$

$$rot\mathbf{B} = \frac{\beta\mu_0}{\gamma}\mathbf{j} + \frac{\mu_0\varepsilon_0}{\gamma}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \qquad (31\text{-}2)$$

$$rot\mathbf{E} + \frac{1}{\gamma}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \mathrm{t}} = 0 \qquad (31\text{-}3)$$

$$div\mathbf{B} = 0 \qquad (31\text{-}4)$$

となる（岡部，2008）． (k_1,k_2,k_3,α)の表 13-1 を$(\beta,\ \varepsilon_0,\ \mu_0,\ \gamma)$の表 13-2 に変換するには，以下の式によれば良い：

$$\alpha = \gamma \quad \rightarrow \quad \gamma = \alpha \qquad (32\text{-}1)$$

$$k_1 = \frac{\beta}{4\pi\varepsilon_0} \quad \rightarrow \quad \varepsilon_0 = \frac{\beta}{4\pi}\cdot\frac{1}{k_1} \qquad (32\text{-}2)$$

$$k_2 = \frac{\beta}{4\pi}\cdot\frac{1}{\gamma^2}\cdot\mu_0 \quad \rightarrow \quad \mu_0 = \frac{4\pi}{\beta}\cdot\gamma^2\cdot\ k_2 \qquad (32\text{-}3)$$

式(13)に関連して，アンペール力は $d\mathbf{F}_2 = (1/\alpha)\cdot Id\mathbf{l}\times\mathbf{B}$ となり，ローレンツ力は，$\mathbf{F} = (1/\alpha)\cdot q\mathbf{v}\times\mathbf{B}$ となることを述べた． $\alpha = \gamma$ であり，$\gamma(=\alpha)$は，岡部（2008）では，電気量と磁気量の対称化定数と呼ばれ，山崎(2009)では（電気量と磁気量の）連結因子と呼ばれている． (32-3)の第一式から，$k_2 \propto 1/\gamma^2$ であるが，これは（10）式 が$F_2 \propto I_1I_2$ であることに依る．対称化定数$\gamma(=\alpha)$についての議論は，岡部（2008）の付録 A にあるので参照されたい．要するに，CGS ガウス単位系を含めた単位系一般を議論しようとすると，対称化定数$\gamma(=\alpha)$に当たるものをあらかじめ用意しておかねばならない．

変換式(32-1)~ (32-3) が適切であることは，以下のようにしても確認できる．(32-1)~ (32-3)の第一式を，Jackson(1998)による一般的なマックスウェル方程式(17-1)~(17-4)に代入すると，(31-1)~(31-4)の岡部(2008)によるマックスウェル方程式となる．また逆に，(32-1)~ (32-3)の第二式を(31-1)~(31-4)に代入すれば，(17-1)~(17-4)のマックスウェル方程式となる．だから，変換式(32-1)~ (32-3)を通じて，表 13-1 と表 13-2 の内容は実質的に同一である．

(31-2)右辺の$\dfrac{\mu_0\varepsilon_0}{\gamma}\dfrac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$の係数と(31-3)左辺の$\dfrac{1}{\gamma}\dfrac{\partial \mathbf{B}}{\partial \mathrm{t}}$の係数の積は，(19)式で既に(32-1)~ (32-3)で議論したように，$1/c^2$でなければならない．故に，

$$\frac{\mu_0\varepsilon_0}{\gamma^2} = \frac{1}{c^2} = \frac{k_2}{k_1} \qquad (33)$$

である．この分子／分母を逆にすると，$k_1/k_2=\gamma^2/(\mu_0\cdot\varepsilon_0)=c^2$　(12)となる．表13-2 に至る議論ではこれを前提にしたが，$k_1/k_2=\gamma^2/(\mu_0\cdot\varepsilon_0)=c^2$が成立することは， Jackson (1998)と岡部（2008）でのマックスウェル方程式の対応からも説明できる．

$(\varepsilon_0,\mu_0,\gamma)$の三パラメーターで，拘束条件(33)が一つあるので，自由に設定できるのは二つのパラメーターに限られる．自由度が 2 であることは，前述の表 13-2 での結論と同じである．繰り返しになるが，（33）式と表 13-3 を参照すれば，各単位系では以下のように二つの自由度が固定されていることが判る．

a)　$\varepsilon_0\equiv 1$，$\gamma\equiv 1$ として　$\mu_0=1/c^2$　→ CGS 静電単位系

b)　$\mu_0\equiv 1$，$\gamma\equiv 1$ として　$\varepsilon_0=1/c^2$　→ CGS 電磁単位系

c)　$\varepsilon_0\equiv\mu_0\equiv 1$　として　$\gamma=c$　→ CGS ガウス単位系

d)　$\mu_0\equiv 4\pi\times 10^{-7}(NA^{-2})$，$\gamma\equiv 1$ として　$\varepsilon_0=1/(\mu_0 c^2)$　→ MKSA 有理単位系

四つの単位系は，一つの式(33)の場合分けの違いに相当するので，その単位系の違いは明瞭となる．また，このような $(\varepsilon_0,\mu_0,\gamma)$の設定の仕方からすると，MKSA 有理単位系(SI 単位系)は CGS 電磁単位系に類似することもよく判る．即ち，CGS 電磁単位系における $\mu_0\equiv 1$(無次元)を，MKSA 有理単位系(SI 単位系)では $\mu_0\equiv 4\pi\times 10^{-7}(N\cdot A^{-2})$としていると思えば良い．ただし，$\mu_0$は無次元でなく，$[N\cdot A^{-2}]=[m\cdot l\cdot t^{-2}\cdot I^{-2}]$の次元を持つことになる．

表 13-3 は，岡部（2008）や山崎（2009）の相互変換表を利用する際の出発点であるが，内容的には，表 13-2 と同一であることをよく理解した上で，これらの表を利用することが望ましい．この事情は，Jackson(1998)の付録に於ける表 2 ~ 表 4 を利用する場合にも言える．また，現実社会での技術発達と連動して「電磁気学単位系」が進化している事実も知っておきたいが，そのような知識を得る際にも表 13-1，13-2，13-3 は手助けとなる．木幡（2003）によれば，第二次世界大戦中に敵航空機の襲来を知る方法として発展したレーダー技術は，その後のマイクロ波工学の進展を促し，その中で「電波インピーダンス，$Z_0=|\mathbf{E}/\mathbf{H}|=\sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$（SI 単位系）」の重要性が認識されるようになった．しかし，表 13-2 から判るように，CGS ガウス単位系では，$Z_0=|\mathbf{E}/\mathbf{H}|=1$となり，その次元自体はインピーダンスに直接対応しない．もちろん，無次元の 1 が不適切と言う訳ではない．一方，SI 単位系では，表 13-1 に示すように，$[\mathbf{E}]=[V/m]$, $[\mathbf{H}]=[\mathrm{A/m}]$だから，

$$Z_0=|\mathbf{E}/\mathbf{H}|=\sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}=c\mu_0\approx 120\pi=376.5\ (V/A=\Omega)$$

となり，インピーダンスに対応した抵抗の次元となる．このように，マイクロ波技術の進展は,「電波インピーダンス」の重要性を明確にし, 結果として, MKSA 有理単位系(SI 単位系)の普及を後押しする要因となった．

以上にように，SI 単位系以外の電磁気学の単位系も考えてみることは，電磁気学の復習としても面白いだけではなく，より広い視点から電磁気学を再考する契機となる．SI 単位系を前提にした電磁気学の議論だけでは，視野狭窄症になりかねない．電磁気学の単位系の問題を考えることは，これへの予防処置となる．そして，そこに見えるものは，SI 単位系に至る電磁気学単位系の歴史的進化である．