

## 文字式立式課題の解決過程に関する研究

— モデルの作成とその検討 —

清水 明子

### 問題と目的

文字式立式課題とは、文字を用いて表現された数量を数式に表す果題である。具体的には、「1個 a 円の消しゴム 5 個の値段」という文章を、「 $5a$  (円)」という数式に表す課題のことをいう。文字式立式課題に習熟することは、後に学習する「方程式を利用して問題を解く」課題の基盤となるため、非常に重要であると考えられる。文字式立式課題の誤答において特徴的なのは、文字式立式課題に誤答する学習者の中に、その文字式立式課題と全く同じ文章で表された数量を立式する数字問題では正答することができる学習者が数多く存在していることである。ここで数字問題とは、問題文中に含まれる数値が文字ではなく数字で表されているが、その他の点では文字式立式課題と表面的特徴が等しい問題のことをいい、小学校で学習する算数文章題の一種であるといえる。これらの学習者は「数字ではできるが文字ではできない」ということになる。

問題文に文字が含まれることによって、その問題に正答できなくなる学習者がいるということは、算数文章題にはない文字式立式課題の特徴が文字式立式課題の解決を妨げる要因をもたらすと考えることができる。ここで、文字式立式課題と算数文章題を比較すると、相違点として次の3点をあげることができる。第一に問題文に文字が含まれるか否かという文字の有無、第二に解答が数式か単一の定数値で表されるかという解答の形式、第三に生成される数式が単項式か等式かという数式の種類である。これらの特徴が何らかの影響を与えることによって、文字式立式過程に正答できなくなる被験者が存在すると考えられるが、その影響の結果には2通りの可能性が考えられる。第一に、問題解決過程そのものが異なるという場合、第二に、問題解決過程の遂行を規定する要因が異なると考えられる場合である。

そこで本研究では、2つの可能性を誤答分析を通じて探索的に検討することを目的とする。第一の可能性である文字式立式課題の問題解決過程に関しては、算数文章題の解決過程と類似しているものと考えられる。なぜなら、問題形式・問題解決行動が類似していることから、学習者の問題タイプ・解決方略についての認知が算数文章題と類似したものとなると考えられるからである。本

研究では、算数文章題の解決過程 (Mayer, 1992) に沿った解決過程モデルを作成し、その妥当性を検討する。文字式立式課題解決過程モデル：1. 変換過程→2. 統合過程→3. プランニング過程→4. 実行過程

第二の可能性である問題解決過程の遂行を規定する要因に関しては、既有知識を取り上げ、各下位過程で必要となる知識を検討する。算数文章題の解決過程に必要な知識は、言語的・意味的知識、スキーマ的知識、方略的知識、手続的知識の4つである (Mayer, 1992)。文字式立式課題は算数文章題の一種であると考えられることから、文字式立式課題においてもこれらの知識は必要であると考えられる。それに加えて文字式立式課題では、算数文章題とは異なる要素が問題に含まれることから、算数文章題とは異なる知識が必要となると考えられる。文字式立式課題と算数文章題の相連点から、文字式立式課題のみに必要であると想定される知識は以下のものである。まず、問題文に文字を含んでいることから、文字式表現に関する知識、文字の特性に関する知識、代数的規約が必要となるだろう。また、解答の形式・生成する数式の種類が異なることから、文字式課題に関する知識が必要となるだろう。本研究では、各誤答について誤りが発生した下位過程とその原因を推定することによって、各下位過程にいかなる知識が必要となるかを検討する。

### 研究1

〈目的〉文字式立式課題解決過程モデルについて、研究2で行う誤答分析のための分類基準を作成し、各下位過程の遂行を示す指標を明らかにする。

〈方法〉被験者：国立N中学校1年生6名。材料：文字式立式課題8問、数値問題8問。手続：個人面接。発話の練習課題（2桁の乗算問題）の後、本課題（文字式立式課題）が実施された。文字式立式課題に正答することができない場合には、同領域の算数文章題を実施し、解答に応じた質問を行った。

〈結果と考察〉実施された文字式立式課題の正誤を判定し、評定の対象となる誤答を決定した（誤答率33.3%）。各誤答について、どの下位過程における誤りかを評定（評定者2名）し分析した結果、研究2の方針を以下のように定めた。1. 統合過程あるいはプランニング過程

での誤りの弁別：どちらの過程における誤りかを区別するためには、心的表象が形成されたか否かを把握することが重要となる。よって心的表象をより厳密に再定義し、心的表象形成の指標として作図、数字問題への正答を用いることとした。2. 指標の作成：各下位過程の遂行を評定するために、各過程の遂行を示すと考えられる指標を定めた。3. 換算を含んだ問題での誤答：解決過程モデルに換算過程を含めることによって、文字式立式課題の解決過程をより正確に捉えることができると考えられる。よって、プランニング過程の中に換算過程を含めることとした。

**研究 2**

<目的>研究 1 において作成された分類基準を用いて誤答分析を行い、各下位過程にいかなる知識が必要であるかを明らかにする。

<方法>被験者：国立N中学校 1 年生16名。材料：文字式立式課題（すべて演算 3 回で解答可能・文字値 2 個）8 問、算数文章題 8 問。それぞれ 4 問が換算を含む問題、残り 4 問が換算を含まない問題であった。手続：個人毎半構造的面接。ほぼ実験 1 に同じ。各被験者に、各下位過程の遂行状況を調べるため研究 1 で作成された指標に沿った質問を実施した。

<結果と考察>：実施された文字式立式課題の正誤を判定し、評定の対象となる誤答 57 例を決定した（誤答率 44.7%）。各誤答について、どの下位過程における誤りかを評定し（一致率 75.0%）原因を推定した結果、以下のような知見が得られた。1. モデルの適合性：今回のデータでは解決過程モデルに適合しない誤答は見られず、このモデルはある程度の妥当性を持っていると考えられる。2. 文字式立式課題の遂行に影響を与える要因：誤答の原因は、知識に関する要因と情報保持に関する要因に大別することができる。文字式立式課題を解決する際、各過程の遂行に必要な知識を保持していない場合、あるいは適用できない場合には正答することができない。また、問題解決過程に必要な情報を必要な時間保持していることができない場合には、正答することができない。3. 各下位過程に必要な知識：解決過程モデルの各下位過程において、変換過程には言語的知識、統合過程には問題領域に関する知識・文字の特性に関する知識、プランニング過程には問題領域に関する知識・数式表現に関する知識（数字・文字）、実行過程には代数的規約・手続的知識が必要である。

**全体的考察**

本研究では、文字式立式課題の解決過程は算数文章題の解決過程に類似していること、ならびに問題解決過程の遂行を規定する要因として、必要となる既有知識が算

数文章題とは異なることが明らかにされた。

本研究では、算数文章題には見られない文字式立式課題の特徴が文字式立式課題の遂行に何らかの影響を与えるものと仮定し、面接調査を行った。文字が含まれることによる影響として、文字式固有の知識、すなわち文字式表現に関する知識・文字の特性に関する知識・代数的規約が必要となることが明らかになった。ただし、文字式固有の知識を保有していても、算数文章題に正答しながら文字式立式課題に正答できない場合が見られた。それは、当該問題がどのような問題構造を持つかという問題領域に関する知識が不十分であるために起こった誤りであると考えられる。算数文章題ではその問題における数量関係を把握することができれば、正答に至ることが可能である。しかし文字式立式課題においては、文字が含まれることによって数式の抽象性が高まるため、その数量関係の原理を把握していないと正答に至ることが不可能な場合があり、そのために算数文章題に正答しながら文字式立式課題に誤答するということが起こるものと考えられる。また、解答の形式・生成する数式の種類の違いからくる影響として、文字式課題に関する知識が必要となると仮定していたが、今回のデータでは文字式立式課題に関する知識の欠落による誤りは見られなかった。しかし面接後の内省報告において、文字式立式課題の解答形式に対する不安感・自信のなさが報告されており、文字式立式課題を理解していく過程において、解答の形式・生成する数式の種類の違いが何らかの影響を与えているのではないかと考えられる。

また、本研究では文字式立式課題の遂行を規定する要因として既有知識を取り上げ検討を行ったが、その他にも情報保持に関する要因が影響を与えていることが明らかとなった。

この点について、記憶容量と文字式立式課題の遂行との関連を検討する必要があると考えられる。

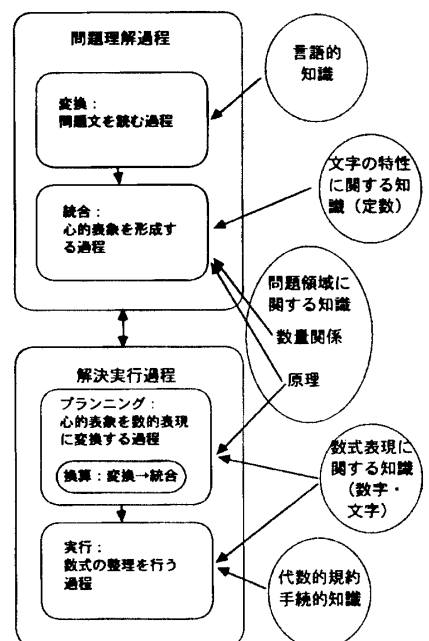


図1 文字式立式課題解決過程モデル