Bulletin of the School of Education, Nagoya University (Psychology)
1998, Vol. 45, 55 − 63.

代数初学者の文字式に対する認識

清　水　明　子[1)]

【問題と目的】

中学校数学において，生徒は文字や文字式を用いることを学習する。文字や文字式は，その後の代数学習の基盤となるだけでなく，中学校数学全般を学習していく上での基礎的な内容として重要な位置を占めており，中学校第一学年における文字の学習の成否がそれ以後の数学の学習に大きな影響を持っている（鈴木，1994)。しかし中学校数学では，学習者にとって文字式が１つの大きな難関となるといわれている（e. g.，杜，1986)。

中学校指導要領（1989）によれば，中学校第１学年において，文字を用いることによって関係や法則を式に表現する能力を養うとともに，簡単な式の計算ができるようにすることが求められている。この目標は代数学習の基礎として重要であるが，学習の難しさが多くの研究で指摘されている。文字式誤答の原因を，初等代数における誤りの原因を示した Booth（1988）を参考にまとめると，以下の５点があげられる。

１）代数解の特性

代数においては，数量関係・手続を一般的で単純化した形として数式に表し，それを展開・操作することが求められている。しかし，多くの学習者は代数的活動の中心を，数量関係の一般的表現・展開・操作ではなく，数値解の算出にあると考えている。このため，文字式を解として受け入れることができず，さらなる変形を試み，その結果誤答となる（Booth，1988)。

文字式は解を得るための手続あるいは関係を示していると同時に，解そのものでもある。しかし代数初学者は，Booth（1988）に指摘されるように「足された結果の解」として文字式を捉えることが難しい。この問題は name-process ディレンマ（Davis，1975）と呼ばれている。これは，同一の式が手続でもあり解でもあるということ，学習者が代数解を受容しがたいことが影響している。また，代数学習においては，加算記号（＋）は活動と同時に加算の結果でもあり，等号（＝）は解を書くシグナルと言うよりもむしろ等価関係を示す（Kieran，1992)，という概念を理解することが重要である。しかし，このような操作記号に関する新たな概念は，代数初学者にはあまり理解されていない。この点に関して坂本（1990）は，「等号は両辺の等価関係を表す」という内容のヒントを与えることにより，適切な立式がなされる場合があることを示し，これらの被験者は等価関係を示すという等号に関する概念の理解が十分でないことを示唆している。このような，操作記号についての不十分な理解もまた，name-process ディレンマをもたらす（Booth，1988)。

２）表記法

代数においては，乗除算の記号・係数１を省略するという代数固有の規約が存在する。また，これらの規約に従うと同時に，分配法則に従って多項式をできるだけ簡略に表すことが求められる。この式変形の過程で，誤りが多く起こることが明らかにされている。

算数では，式が誤っていても正確な操作ができれば結果は変わらないが，代数では関係の記述に厳密な正確さが必要とされる。清水（1997）は，式の表記法に誤りがあるために，同一の解法を用いているにもかかわらず，算数文章題では正答するが，それと同種の文字式立式課題では誤答する場合があることを見いだしている。

３）文字の意味

文字には未知数・定数・変数という３つの側面がある（e. g.，三輪，1996)。この３つの側面のうち，初学者には変数の側面を捉えることが特に難しいとされている（e. g.，太田，1992)。なぜなら学習者は，文字をある特定の値の代わりとしてみなす傾向が強いからである。このような文字の捉え方は，「異なる文字は異なる数値を表す」という学習者の誤った仮定を導く（Booth，1988)。

小学校では，まず文字を「単位を表す」というラベル

１）名古屋大学大学院教育学研究科博士課程（後期課程）

として用いることを学習する。しかし代数では，ラベルとしての文字の使用の他に，ある数量あるいは数量間の関係を表すために文字を用いる。このような変化のために，文字を「単位あるいはものを示す」として考えるという混乱が起こる（Booth, 1988)。

これらの点に関して藤井（1989）は，数字・単語・記号（□・△など）という既存の知識体系と文字との関係が，文字の意味の理解に影響を与えるとしている。そして，その関係から導かれた「同じ文字の中には同じ数を表していないものがある」「違う文字は違う数を表す」という誤概念を多くの学習者が持っていることを示している（藤井，1990a，1990b，1995)。

4）算数の理解

代数は「一般化された算数」と考えることができる。それゆえ，代数における数量関係や手続を理解するためには，それらの関係や手続をまず算数の文脈内で理解している必要があるが，それが不十分であるために，代数的問題解決が困難になる場合がある。真田（1992）は，文字式の計算における誤答例から，文字式の導入段階における誤りのモデルを作成した。そして，学習者の誤りモデルの中には，文字式の知識に起因するもののほかに，文字式学習以前から持っている知識に起因するものとして，かっこに関する誤り・負の符号に関する誤り・計算の誤りの3種があることを示している。

5）一般化・抽象化

問題場面から数量の関係を文字式に表現する場合，場面を一般的に捉えることについて理解している必要がある。しかし，一般化するために必要な理解や方略が十分身についておらず，そのことが文字式学習を困難にしている場合がある（若松，1994)。若松は，一般化についての不完全な理解は，「見いだした規則がどの項目でも成り立つ必要がある」という知識の欠落に対応するとしている。

また，算数におけるインフォーマルな方法の使用は，代数における一般的記述を妨げる場合がある。インフォーマルな方法は一般化が難しく，また問題解決の手続として広く用いることも難しい（Booth，1988; Kieran, 1990)。

先行研究では，文字式誤答の原因として何らかの知識が獲得されていないこと，もしくは誤概念が獲得されていることがあげられている。これらの研究は，問題解決の分析，もしくは課題そのものの分析から文字式誤答の原因を同定したものである。しかし，一つの課題の中には，文字式の解決に必要なさまざまな要素が含まれており，どの要素が含まれるかで問題の正答率が変化することが示されている（益子，1993)。このことは，課題解決の分析のみでは誤答原因を同定することが難しい場合があることを示唆している。ここから，誤答の原因を同定するときには，知識の獲得を課題解決による測定だけではなく，別の方法を併用して測定することによって，より詳細に捉えることが可能になるものと考えられる。このとき，考えられる方法として，それぞれの知識について文章の形でその正誤判断を求めるというものがある。しかし，文章に対する正誤判断という形式を用いる場合，実際にその知識を用いる具体的状況が想起しづらいため，学習者がその文章の意味を把握することができず，適切に解答できない可能性がある。

そこで本研究では，代数初学者である中学1年生に対して，「文字式のどのような点が難しいのか」を面接調査を用いて尋ねることとする。学習者が「文字式の難しい点」として挙げる内容は，誤答原因となる知識と重なる部分，重ならない部分があると考えられる。このうち誤答原因となる知識と重ならない点が実際に存在するならば，学習者の文字式理解状況を把握し，より良い状態に改善していくために，その点に関して認識を測定することが重要になる。そして，認識と誤答原因との関係を明らかにすることができれば，課題解決による調査と認識調査を組み合わせることによって，学習者の文字式についての理解をより詳細に捉えることができるものと思われる。また，直接的に知識を尋ねるのではなく「文字式の難しい点」という認識を尋ねることにより，学習者がより解答しやすい形で，それらの知識をいかに把握しているかを知る手がかりを得ることができる。そこで本研究では，学習者の文字式に対する認識を明らかにし，その認識と誤答原因との関連を検討することを目的とする。本研究と同様に学習者の未知数に関する認識を質問紙を用いて検討したものとして，中野・安藤（1997）の研究がある。しかし中野・安藤による調査は，質問項目が少なく，調査対象を文字使用全般ではなく未知数に対する認識に限定したものである。よって本研究では，学習者の文字式全般に対する認識を面接調査を用いて探索的に検討することとする。

本研究では，文字式立式課題を誘発刺激として実施し，その後に文字式に対する認識を質問している。文字式立式課題とは，文字を用いて数量を表す課題であり，具体的には「1個a円の消しゴム5個の値段」という文章から「5a（円)」という数式を立てるという課題を指す。国宗・鈴木・小高（1995）は，中学校数学科での文字式についての指導内容として，表現・計算・読式・意味の

理解・利用の5点をあげている。文字式立式課題は，このうち利用以外の4点を必要とする課題であり，その点で，文字式における難しさを探るためには有効な課題であるといえよう。

【方　法】

[対象] 国立N中学1年生14名を対象として面接が行われた。

[実施方法] 1997年12月から1998年2月にかけて個別面接が行われた。面接ではまず，頭の中で考えていることをそのまま口に出して解くこと，解答内容の正誤を気にする必要はないこと，質問には思った通り答えること，用紙に自由に書き込みをしてよいことという内容の教示が行われた。その後文字式立式課題が8問実施され，解答状況に応じて質疑応答が行われた。本研究で使用された文字式立式課題の例をTable 1に示す。質疑応答において，誤答の原因を同定するために必要であると判断された場合は，その文字式立式課題と同種の算数文章題が実施された。

また，面接の中で以下の3点について質問された：

1）文字式と文字の含まれない問題ではどちらが難しいですか。

2）文字式のどんなところが難しいですか。文字式のどんなところが簡単ですか。

3）文字式立式課題を解くときに工夫していることがありますか。

面接時間は約50分であり，内容は被面接者の承諾を得た上で，すべてテープレコーダーに記録された。

【結　果】

テープレコーダーに記録された内容から，逐語録が作成された。そして逐語録と解答用紙をもとに，文字式立式課題解答の正誤が判定された。文字式立式課題の誤答数は計39例であり，平均得点は5.21（SD 1.50）であっ

Table 1　本研究で使用された文字式立式課題の例

領域	問　題
整数	十の位の数がx，一の位の数が3である2けたの整数をyで割ったときの商
単価	600gの砂糖a袋にb kgの砂糖を足したときの重さ（kg）
図形	周囲の長さがx cmの長方形がある。縦の長さがa cmのときの横の長さ
濃度	7％の食塩水x gの中に含まれている水の量
平均	A，B，C 3人の平均体重がx kgである。Aの体重がy kgである時のBとCの平均体重
速さ	x分に12km走る車が，y分走ったときの距離（m）
合計	1個a円のみかん20個をb円のかごにつめてもらい1000円払ったときのおつり
損益	定価a円の品物をx割引で売ったときの値段

Table 2　文字式立式課題における誤答

カテゴリー	誤答数	誤答例	（正答）
1）解の特性			
等　号	2	$x/2-a$	$x/2-a=x$
2）表記法			
式整理	12	$0.93x$	$x-0.07x$
記号未省略	3	$a(1-0.1x)$	$a\times(1-0.1x)$
整数表現	2	$x3/y$	$[10x+3]/y$
乗算表現	1	$(x-a^2)\div 2$	$(x-2a)/2$
多項式	1	$x\times a/100=$食塩　$x-$食塩$=$水	$x(1-a/100)$
4）算数理解			
数量関係理解	3	$7/x\times 100=7$	$(1-0.07)x\rightarrow 0.93x$
表記法	3	$1000-20a+b$	$1000-(20a+b)$
5）一般化	3	$5y/1000$ （算数文章題で用いた解法を使用できない）	$5000y/x$
6）モニタリング			
目標失う	2	$[a/100]x$	$(1-a/100)x$
文字忘れ	3	$0.6+b$	$0.6a+b$
その他			
換算忘れ	4	$600a+b$ (kg)	$0.6a+b$ (kg)
換算間違い	2	$4000a+b$ (kg)	$4a/1000+b\rightarrow a/250+b$

Table 3　文字式の難しい点

カテゴリー	人数	発話例
1）解の特性		
式形式の解答	9	まだ計算できるかもしれない 答えは答えだが，途中の計算という感じはする これが答えというものがない．計算の答えがない これで答えでもあって，式でもある．重なっているのが変．本当は式と答えは別
答えの曖昧さ	6	はっきり答えがでない 中途半端な状態で終わる
等号の不在	3	「式」だと等号が必要な気がする
計算不可能	1	文字が入るとその文字が計算できない．計算ができた方が解きやすい 計算できない．途中までしかできない
2）表記法		
代数的規約	5	文字だといろんな決まりがあるから，もっとできるかもしれないと思う かっこをつけたままの方がいいときと，そうでないときがある
3）文字の意味		
変数としての文字	1	ちゃんとした長さが決まってないのではっきりした答えがでない．x に 1 が入る場合も 2 が入る場合もある 数字はわからないものがない．文字はその部分が決まってない
未知数としての文字	2	数字ならちゃんと答えが出るが，文字では x がまだ何かわからない
5）一般化		
文字の一般性	2	具体的に数が出ていない
問題文理解	2	問題の意味が分からないときに，数字で書いてあればよりはっきりわかる
関係の分かりづらさ	3	関係を表すのがわかりづらい．ぱっと答えがでない
6）モニタリング		
モニタリング	4	数字の答えがでてこないからあっているのか心配になる 計算に夢中になって，何やっていたかわからなくなる
7）苦手意識		
難しい	5	見た目から何か難しそう 難しそうだと思うとゆっくり考えられない
不慣れ	3	数字の方が慣れている

た。さらに逐語録と解答用紙をもとに，誤答の原因が同定され，誤答カテゴリー別に分類された。得られた誤答カテゴリーとその内容を Table 2 に示す。なお，誤答39例中 2 つの原因が複合していると判断される事例が 2 例見られた。このため，誤答数の合計は41例となっている。

また逐語録の中から，＜文字式の難しい点＞に関する発話が抜粋され，カテゴリー別に分類された。得られたカテゴリーとその内容を Table 3 に示す。

【考　察】

本研究で得られた文字式の誤答パターンは 4 種類に大別される。このうち，解の特性・表記法・算数理解・一般化は先行研究で誤答の原因となることが示されているが，新たにモニタリングの失敗による誤りが見られることが示された。なお，換算に関する誤答が 6 例見られたが，今回の手続では換算に関する算数問題を実施しておらず，これらの事例について誤答の原因を同定することができない。このため，後の考察からは省くこととする。

一方，本研究で得られた「文字式の難しい点」についての認識は 6 種類に大別される。このうち先行研究で誤答の原因とされていないものはモニタリングに関する認識ならびに文字式に関する苦手意識であった。個人内でのカテゴリー毎の誤答と認識の対応を Table 4，文字式に対する認識と誤答の事例を Table 5 に示す。以下では，誤答・認識それぞれの特徴と，相互の関係をカテゴリー別に検討する。

1）代数解の特性

本研究では，代数解の特性が影響したための誤答は 1 例であった。一方，多くの被面接者が，文字式を解とすることに抵抗を感じていることが推測される。事例 1

Table 4　誤答と認識の対応

被験者番号	解の性質		表記法		文字の意味		算数理解		一般化		モニタリング		苦手意識	
	誤答	認識	誤答	認識	誤答	認識	誤答	認識	誤答	認識	誤答	認識	誤答	認識
1		○	●			○	●							
2			●							○				
3		○	●	○					●			○		
4	●	○	●				●		●	○	●			
5		○	●			○	●							
6		○	●	○										
7		○		○							●	○		○
8		○								○				
9		○	●							○		○		○
10		○	●								●			○
11		○	●			○	●			○	●			
12		○	●				●		●	○				○
13			●	○										○
14		○	●	○								○		○
計	1	12	12	5	0	3	5	0	3	6	4	4	0	6

注：合計数はそれぞれ誤答・認識を示した人数を表す。

（Table 5）は，文字式を示しながら，それが解であることを否定しており，「計算した結果」を解と考えていると思われる。また，事例2の被面接者は，式と答えは別のものであるという概念を持っており，新たに学習した文字式の特徴を受け入れることができていない。この事例は，name-process ディレンマを示しているものと考えられる。事例3は，「式には等号が必要である」という誤概念と，その誤概念を持つために誤答した例である。「等号は等価関係を示す」という概念を十分理解していない時，このような誤概念が生まれるのではないかと考えられる。そして，解を表す記号として用いられる「＝ x」を解に書き加えることによって，異なる数量関係を表した式となり，誤答している。

これらの認識は誤答につながるものであり，被面接者が代数解の特性を十分に理解していないことを示している。しかし，今回の面接ではこれらの認識を持ちながら誤答した被面接者は1名のみであった。このことから，学習者の代数解の特性に関する誤概念を明らかにするためには，課題解決による分析のみでは不十分であり，学習者の代数解の特性に関する認識を調査することが必要であるといえよう。

2）表記法

表記法が原因となった誤答の中では，式整理が不十分，もしくは記号の省略がなされていないために誤答したものが多く見られる。文字式では代数的規約を用いて式を簡略に表すことが求められるが，その手続を十分習得していないことにより，誤答するものと思われる。この点に関して，5名の被面接者が規約に関して言及している。事例4では，課題による要求の違いによって規約の適用が難しくなることが述べられている。学習場面においては，課題を行う目的が状況により異なるため，代数的規約が厳密に適用される場合とそうでない場合がある。このことが，学習者の混乱をまねき，手続の習熟を妨げている可能性がある。

表記法に関しては，解の性質とは異なり難しいという認識を持つことが誤概念の形成にはつながらないことから，認識と誤答との関連性は明確ではない。ただ，文字式表記法の難しさを認識することにより，注意深く問題解決を行うようになり，その結果誤答が減少する可能性がある。このため，表記法の難しさに対する認識を明らかにすることは，学習指導上意味があるものと考えられる。

3）文字の意味

本研究では，文字の意味を十分理解していないための誤答は見られなかった。一方，文字式で用いられる文字の意味について，理解が不十分であると考えられる事例

が見られた。事例５は文字を変数として考えたとき，事例６は文字を未知数として考えたときに，文字式を解として考えることが難しくなるとしている。

事例５は先行研究で指摘された「同じ文字の中には同じ数を表していないものがある」という誤概念につながる認識であるといえる。この誤概念は，一つの式の中に同一文字が複数含まれるという課題を用いて明らかにされているものである（ex. 藤井，1990a，1990b，1995）。学習者がこの誤概念を持つか否かは，指導者がこのような課題を意図的に用いない限り，課題解決のみでは明確にならず，通常の指導場面では明らかになりにくい。このとき，文字の意味に関する認識を調査することにより，この誤概念につながる認識を持つか否かを明らかにすることができると考えられる。

４）算数理解

算数科での理解が不十分であるために誤答した事例は６例見られた。文字式は，算数科で学習した数量関係を一般的な数式に表したものということができる。これらの事例は，数量関係の理解（事例７），もしくは数量関係を表すための括弧の使用法の理解が不十分であったため，誤答したものである。一方，算数科での理解が不十分であるという認識を示した被面接者は見られなかった。本研究では「文字式の難しい点を尋ねる」という手続をとったため，算数科の内容に関する言及が見られなかったものと考えられる。しかし，算数科での理解と理解に対する認識とは必ずしも対応していないことから，算数の理解は課題解決により測定することが適切であるといえよう。

５）一般化

算数科での学習内容を一般化することができず誤答した事例とは，同種の算数文章題には正答しながら，文字式立式課題では同じ解法を用いて解答することができていないものである。具体的数値が含まれている場合には正しく解決することができるが，それを一般的に表現することができず誤答したものと考えられる。この点に関する認識として，文字式では数量関係の理解，問題文理解が難しくなることが述べられている（事例８，９）。これらの事例からは，具体的な数値を用いれば数量関係を理解することができても，一般的な表現を用いて表された場合には理解できなくなる場合があることが示唆される。

６）モニタリング

モニタリングに失敗したために誤答した事例はいずれも，同種の算数文章題には正答しており，算数理解が不十分であることによる誤答ではないといえる。このカテゴリーに分類される事例は，問題の目標を解決途中で見失ったこと，あるいは解決の過程で文字を書き忘れたことにより誤答したものであり，解決過程のモニタリングに失敗したために誤答したと考えられる。そして，文字式に対する認識の面でも，この点に関して困難であることが述べられている。事例10では，式変形を行ううちに問題そのものの目標を見失ってしまうことが述べられている。これは，解決過程のモニタリングの難しさが誤答の原因になる可能性を示しているといえる。また，解決過程のみではなく，導き出された解答に関するモニタリングが困難であることも述べられている（事例11）。この事例は，算数問題では，解答を見てすぐに誤りに気付くために避けられる誤答であっても，文字式においては誤りに気づかず誤答になる可能性があることを示唆している。

今回の面接では，モニタリングの失敗によって誤答した被面接者のうち，その誤答に対応した認識を示す者は見られなかった。一方，モニタリングの難しさを認識する被面接者はその難しさによる誤りを示していない。モニタリングの失敗による誤答は，その難しさを認識して適切に対応することができれば，防ぐことが可能になるものと思われる。難しさを認識した学習者がすべて適切に対応できるわけではないが，モニタリングの難しさを認識することは重要であるといえよう。今後，学習者のモニタリングの難しさに関する認識と誤答との関連をより詳しく検討することが必要であると示唆される。

７）苦手意識

文字式に対する苦手意識とは，文字が含まれることについての抵抗感や親近性の低さであるといえる（事例12，13）。このような認識が直接的に誤答原因になるとは考えにくい。しかし，鈴木（1994）は，文字の理解が原因となって数学不安の形成に影響を与える可能性を示唆している。今回の面接で示されたような苦手意識は，文字式に対する理解が不十分であることからくるものであり，それが数学不安の形成につながる可能性も否定できない。この点に関しては，今後の検討が必要である。

【今後の課題】

本研究では，誤答原因ならびに誤答原因となりうる認識として，代数解の特性・表記法・文字の意味・算数理解・一般化・モニタリングの６領域が示された。このうち算数理解に関しては，直接的に文字式に関わっていないことから，文字式に対する認識の測定ではなく課題解

Table 5　面接で得られた発話例（カテゴリー別）

カテゴリー／事例番号	発　話　例
1）解の特性	
事例1	（$[10x+3]/y$ は）文字の式としては答え出てるけど，普通の数字が入ってるやつだと，これももう全部 y，y が例えばこれ 9 だから，もう 9 で全部割れちゃって，7 って答え出るんだけど，こっち（$[10x+3]/y$）は，数字だったらまだ計算できるから，俺にしちゃ途中かな。
事例2	「イコールのない形の式っていうのも，式としてあるんだっていうのは，変な感じ？」もしこれで答えでもあって，でこれで式でもあるっていうと，重なってるのが何か，変なふうっていうか．本当は，式と答えっていうのは別のものだけど。これだと，これは答えでもあるし，これはこれでまた式でもあるから，それがちょっと嫌だ。（name-process ディレンマ）
事例3	*＜式には等号が必要である＞という誤概念による誤答（図形）* 周囲の長さが x センチだから，縦の長さと横の長さだけ渡した長さは，x を 2 で割った 2 分の x で，縦の長さが a だから，2 分の x 引く a が，横の長さ。で横の長さを x とすると，x は，2 分の x 引く a（解答：$x=x/2-a$） 「その式にイコールが入ってないと途中って感じがするのかな」何かまだ，計算やってないなっていうか。ちゃんとそこで，ほんとはこれ（$x/2-a$）が答えなんだけど，本当はこれだけで答えはいいっていうか，これが答えなんだけど。何かこれだとまだ計算途中っていうような気になっちゃって。最後までこうやって（イコールをつけて）やっちゃう。
2）表記法	
事例4	かっこつけたままの方がいいときもあるし，つけない方がいいときもあるから（わかりにくい）。そのまま，かっこつけたままにしといて，たまに，× にされたりすると，ちょっと。
3）文字の意味	
事例5	（あってるけど）答えが出てない。「$(x-a^2)/2$ ってのは，答えじゃないの」はあ…え…（数字だったら）わからないものがないから，横の長さが，はっきりした横の長さが出せるけど，これ（文字）は，わかんないから。ちゃんとした，長さが決まってないから，x が 1 の時もあるし，2 の時もあるし。はっきりとした答えはでない。
事例6	わからないところがあるから，そこもださなきゃいけない。a とか x とか。「わかんないものを，このまま使うといけないのかな，式の中に」いけなくはないと思うけど。
4）算数理解	
事例7	*関係理解の誤りによる誤答（濃度）* 7 パーセントの食塩水に含まれている水の量…（中略）濃度の出し方はわかるんだけど。x 分の 7 にかける100をやると，濃度 7 パーセント，出てくるってことだから。
5）一般化	
事例8	x と，y とかって例えば文字がでてきたときに，関係を表すのがちょっとわかりづらいっていうか。100と20だったら，100を20で割って 5 ってでるけど，100がもし x で，20が y だったら，x と y でなかなか。x と y だと y 分の x とか，ぱっという風に答えがでない。
事例9	（平均）何か問題がよくわかんなくて。y が数字だと判りやすいなあと思ったんだけど。文字だと，文字がいっぱいあると何か訳わからなくなってきちゃうし。だから，数字だったら，A の体重がこんだけなんだって判るから。最初，問題の意味がわかんなくって，ここまで（xkg）はわかったんだけど，A の体重が y キロの時に，この 2 人の体重の平均じゃなくて，全員のか何か，全員のかなって最初考えたんだけど。で，そういう時に，A の体重30とか書いてあったら，A だけだなとか思って，よりはっきり判るかなって思って。
6）モニタリング	
事例10	（文字式だと）計算するときに式考える時に，数字がわかんないからこうやってわざわざ x 引く 2a とかやらなくちゃいけないから。こっち（数字だけの問題）は，自分がこういう方向に進んでいこうと思ってるときに，ちょっと計算がでてきても，ちょっと立ち止まってすぐわかるから，それでそのまま進んでいけるんだけど。でも文字だと，ちょっと間違いに陥りやすいっていうか，進んで行くって決めた方向見てても，途中で，計算でてくると，それ考えてて，そこで，考え終わったときに，どうやって解こうか一番最初に考えたもとの案がどっかいっちゃってて，わかんなくなっちゃう。
事例11	数字のほうはやっぱり勘でとけるんですよ。だけど，こっち（文字）になってくると，やっぱり，完全に頭で理解してないと。だいたい今まで，こういう式が立てられたから，これもこうなんだろうっていう勘があまりきかないんで。勘っていうのともちょっと違う気がするんですけど，何か経験っていうか。数字だと，例えば200グラム，なのに，水の量が300グラムになっちゃったとかいったら，すごい変な気がします，変ですよね。それで，そういうところでわかるんですけど。こっちは別にわかんないじゃないですか。
7）苦手意識	
事例12	何となく文字だと，ああなんか難しそうだなって思うと。もうその時点で頭が，ゆっくり考えられなくなっちゃう。
事例13	（文字になると迷うのは）慣れてないからもあると思うんですけど。やっぱり数字だったら見慣れてるじゃないですか。でやり方とかももうたたき込まれてる，ていう状態じゃないですか。

注：「　」内は面接者の発言を示す。

決による測定が求められる。残る5領域のうち，代数解の特性・文字の意味に関して課題解決による測定だけでなく，学習者の認識を測定することにより，学習者の文字式理解をより詳細に把握できることが示唆された。一方，表記法・一般化・モニタリングの3領域に関しては，学習者の認識と誤答との関連を一概に論じることはできない。しかし，「難しい」という認識を学習者が持つことは，誤答を減少させる効果を持つ可能性があることから，学習者の認識と誤答との関連をより詳しく検討するとともに，「難しい」という認識を持つ条件を明らかにしていく必要がある。

本研究の結果は，少数の被面接者が言語化可能な点についてまとめたものであり，直ちに一般化することはできない。また，文字式立式課題という限られた課題を用いた調査であり，他の代数課題に関する誤答との関連を検討しなくてはならない。しかし，本調査の結果をもとに質問紙を作成することにより，適切に言語化することが不可能な学習者に対しても，より簡便に文字式に対する認識を問いやすくなると考えられる。本研究をもとに，文字式に対する認識を問う尺度を作成し，本研究の知見を拡張するために，より大規模な調査を行うことが求められる。

また，本研究は代数初学時のある一時期に学習者がいかなる認識を持つかを検討したものである。しかし，代数学習によってこの認識は変化していくものであるため，学習前からより学習の進んだ時期までを調査範囲とし，認識の変化を調査する必要がある。

【引　用　文　献】

Booth, L. R. 1988 Children's difficulties in beginning algebra. *The ideas of algebra,* k-12, 20-32.

Davis R. B. 1975 Cognitive processes involved in solving simple algebraic equations. *Journal of Children's Mathematical Behaviour,* 1, 7-35.

藤井斉亮　1989　学校数学における文字の理解とミスコンセプションを捉える枠組みについて　山梨大学教育学部研究報告第2分冊自然科学系，40，83-90.

藤井斉亮　1990a　児童・生徒の文字の理解とミスコンセプションに関する実態調査　学芸大数学教育研究，2，99-111.

藤井斉亮　1990b　学校数学における文字の理解に関するインタビュー調査　山梨大学教育学部研究報告第2分冊自然科学系，41，71-78.

藤井斉亮　1995　学校数学における文字の理解に関する米国調査　山梨大学教育学部研究報告第2分冊自然科学系，45，35-42.

Kieran, C. 1990 Cognitive processes involved in learning school algebra. In P. Nesher & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and Cognition.* Cambridge: University Press. Pp. 96-112.

国宗進・鈴木裕・小高博　1995　中1での文字式による論証の指導　静岡大学教育学部研究報告教科教育学篇，26，77-100.

益子典文　1993　初等代数における文字の操作に影響を与える要因に関する一考察 ――CSMS代数テストの追調査を通して――　三輪辰郎先生退官記念論文集編集委員会（編）　数学教育の進歩　東洋館出版社　Pp. 321-333.

三輪辰郎　1996　文字式の指導序説　筑波大学筑波数学研究，15，1-14.

文部省　1989　中学校指導要領

中野隆司・安藤寿康　1997　数学における未知数の認知　日本教育心理学会第39会総会発表論文集，436.

太田伸也　1992　中学生の文字式に対する認識について　日本数学教育学会誌，74-9，275-283.

坂本葉子　1998　1次方程式の立式とイコールの理解　日本教育心理学会第40会総会発表論文集，252.

真田克彦　1992　代数における誤りモデルと生成過程について　鹿児島大学教育学部研究紀要教育科学編，44，13-24.

清水明子　1997　文字式立式課題に関する研究―モデルの作成とその検討―　平成8年度名古屋大学教育学研究科修士論文（未公刊）

鈴木勇幸　1994　中学生の文字の理解と数学不安との間の因果的な関係　日本数学教育学会誌，76-5，2-9.

杜威　1986　学校数学における代数の指導に関する一考察－文字式の計算における子供の操作モデルを中心として　筑波大学教育学研究集録，10，137-145.

若松義治　1994　中学2年生の一般化の理解についての調査研究　日本数学教育学会誌，76-5，10-17.

（1998年9月16日　受稿）

原　　　　　著

ABSTRACT

The Recognition of Novices on Algebraic Expressions

Akiko SHIMIZU

The purpose of this study was to investigate the recognitions of novices on algebraic expressions and the relationships between recognitions and error patterns. A set of interviews was conducted on 14 students in the seventh grade. The subjects were asked to formulate algebraic expressions and to explain the difficulties in formulating algebraic expressions. The results indicated that there were six categories in their recognitions; the nature of algebraic answers, notations in algebra, the means of letters, generalization, monitoring, and the incompetence. It was also suggested that measuring the nature of algebraic answers and the means of letters was especially useful to assess the extent of students' understandings of algebraic expressions.

[Key Words]
algebraic expressions, recognitions, the relationship between recognitions and error patterns