

2881 冊  
五 冊  
地球科学

# Rayleigh-Taylor 型不安定による 地球核の形成過程

本 田 理 恵





Rayleigh-Taylor 型不安定による地球核の形成過程

博士論文

1993年10月31日

本田理恵

名古屋大学理学部地球惑星科学教室

主論文

Rayleigh-Taylor 型不安定による地球核の形成過程

副論文

1. Numerical simulation of Earth's core formation, R. Honda, H. Mizutani and T. Yamamoto, *J. Geophys. Res.*, 98, 2075-2089 (1993)  
(地球核形成の数値シミュレーション)
2. Core formation due to dissipative heating, R. Honda, H. Mizutani and T. Yamamoto, *Proc. 26th ISAS Lunar Planet. Symp.*, 印刷中 (1993)  
(粘性散逸が起こす発熱による核形成)
3. レイリー・テイラー型不安定による地球核の形成, 水谷仁, 本田理恵, 早川雅彦, 藤村彰夫, 山本哲生, 重点領域地球中心核, 1, 327-332 (1991)
4. Numerical experiments of the Earth's core formation - effects of temperature dependent viscosity and viscous dissipative heating -, R. Honda, H. Mizutani, T. Yamamoto, M. Hayakawa, and A. Fujimura, 重点領域地球中心核, 2, 293-302 (1992)  
(地球核形成の数値実験 - 粘性率の温度依存性と粘性散逸による発熱の影響 - )



参考論文

1. 原始地球の深部環境 -地球核の形成過程-, 本田理恵, 地球, 12, 697-701 (1990)
2. 地球中心核の化学構造と起源, 本田理恵, 加藤工, 浦川啓, 科学, 60, 609-706 (1990)
3. 核形成と地球の初期史, 本田理恵, 水谷仁, 地球 特集「地球中心核」, 77-83 (1989)
4. Numerical simulation of Rayleigh-Taylor instability and its application to formation of the earth's core, R. Honda, M. Hayakawa and H. Mizutani, *Proc. 21st ISAS Lunar Planet. Symp.*, 232-237 (1988)  
(Rayleigh-Taylor 型不安定の数値シミュレーションとその地球の核形成に対する示唆)
5. Chondrule formation by planetesimal-planetesimal collision - Formation of relict minerals -, T. Yamamoto, R. Kozasa, R. Honda and H. Mizutani, *Proc. 23rd ISAS Lunar Planet. Symp.*, 219-222 (1990)  
(微惑星-微惑星衝突によるコンドルールの形成 -レリック鉱物の形成-)
6. Formation of chondrules by collisions between planetesimals, T. Yamamoto, R. Kozasa, R. Honda and H. Mizutani, *Proc. 22nd ISAS Lunar Planet. Symp.*, 135-139 (1989)  
(微惑星間の衝突によるコンドルールの形成)



## 主論文の要旨

地球の核の形成過程は地球の内部構造の枠組みを作った最も重要な過程であるが、その詳細についてはまだよくわかっていない。原材料となった微惑星が鉄・シリケートの均質な混合物であったと予想されることから、原始地球も初めは鉄・シリケートの均質な混合物であったが、降り注ぐ微惑星が解放する重力エネルギーによって加熱されて溶融して鉄とシリケートが重力分離することによって、核・マントルという成層構造ができたものと考えられている。地球集積時の熱史を詳細に考えると、原始地球が融け始めて表層にいわゆるマグマオーシャンができるのは原始地球の半径が現在の約半分になったときであると考えられる。マグマオーシャンの中では鉄・シリケートは比較的容易に重力分離するが、始めに集積したプロトコア（半径は現在の地球の約半分）と呼ばれる部分は、低温であるために地球集積のタイムスケールでは溶融・分化することができない。よって原始地球の内部には、中心部から、プロトコア、鉄、シリケートという3層構造ができることが示された。この構造は重力的に不安定であることから、Rayleigh-Taylor 形の不安定が発生して鉄の層とプロトコアが入れ替わる（オーバーターン）ことによって核ができる可能性が線型安定解析などの結果から指摘されていた。

本論文では Rayleigh-Taylor 型不安定による地球の核形成過程を、ニュートン流体に対する数値流体シミュレーションから始めて、現実的に原始地球で起こる粘性散逸発熱や非ニュートン流体的なレオロジーの効果まで進めて検討を行った。そして Rayleigh-Taylor 形不安定が地球の核形成に関与した可能性を調べて核形成過程の描像を明らかにしようとした。

本論文の前半では原始地球を粘性率一定のニュートン流体と仮定して、原始地球の内部での Rayleigh-Taylor 型不安定の発達のパターン、タイムスケールを調べた。数値シミュレーションと線形安定理論の予想からニュートン流体という仮定のもとでは、次のような過程で核ができることが示された。すなわち、原始地球表層が融けてマグマオーシャンの底に鉄が溜り始めると、1次の球面調和関数に相当する擾乱が成長してプロトコアが鉄の層の中を平行移動する（成長速度は数時間）。そして、鉄の層が厚くなった部分で高次の不安定が



発達して、鉄の液滴が地球中心に向かって沈んでいくというものである。ここで、液滴の沈降のタイムスケールはストークスの法則によって表すことができ、プロトコアの粘性率に比例することがわかった。この結果を地球集積のタイムスケールと比較すると、プロトコアの粘性率によってオーバーターンのパターンが変わることがわかった。プロトコアの粘性率が  $10^{23}$  Pa s より小さいと核形成のパターンは小さな鉄の液滴が何度も繰り返して地球中心に沈んでいくというものになる。一方、プロトコアの粘性率が  $10^{26}$  Pa s よりも大きいと地球集積の終期にオーバーターンがおこり始め、巨大な鉄の液滴が1度沈降することによって核形成がほぼ終了する。また古地磁気学的な核形成の制限時間である10億年以内に核形成が終了するにはプロトコアの粘性率が  $10^{26}$  Pa s 以下であることが必要である。しかし、プロトコアの粘性率をニュートン流体として温度分布から見積ると大部分でこの値を越えるので、なんらかの核形成を速めるメカニズムが必要なことが示された。

本論文の後半では、前半で述べたような Rayleigh-Taylor 型不安定による核形成を速めるメカニズムとして、粘性散逸による発熱で粘性率が低下する効果と非ニュートン流体的な変形の影響を考えた。粘性散逸による発熱については数値実験とモデル化の両方から検討したところ、確かに粘性散逸によって不安定の発達が予想どおり速まることが示された。但し、加熱の効率は液滴のサイズによって左右されて大きな液滴ほど効果的な発熱を起こす。原始地球の条件では、深部に向かうにつれて初期温度の減少と圧力の増加のために粘性率が増加するので、液滴のサイズが小さいとある深さでプロトコアを暖めるのに必要なエネルギーが足りなくなってそれ以上液滴は沈むことができなくなる。モデル計算から、液滴が地球の中心付近まで沈降するにはその半径は約 2000km 以上でなければならないことが示された。よって、原始地球が成長するに従って、鉄の液滴も成長しながら地球中心に沈みこんでいくと予想される。そのため、粘性散逸による発熱が重力不安定の発達の律速過程とすると実質的には1度のオーバーターンによって核形成がおこる。

また、原始地球における重力不安定の発達過程で働く差応力は非常に大きいので、ニュートン流体的な流動よりも他の高差応力下で働く変形メカニズムの方が重要である可能性もあ



る。現在利用可能なシリケート (olivine) のデータを用いて、原始地球における重力不安定発達の際のプロトコアのレオロジーを検討すると、集積期のほとんど全ての期間で plastic flow が重要な役割を果たすことが示された。Plastic flow においてはひずみ速度が応力に対して指数的に増大するために非常に速い変形がおこる可能性がある。流動則が全く異なるので、ストークスの法則から導いた関係から不安定発達のタイムスケールを推定することはできないが、液滴が直下のプロトコアに与える差応力が plastic flow の起こる臨界応力を越すとすみやかに変形が起こるとすれば、液滴の半径が大きいほどより深部まで液滴が沈み、plastic flow を起こせる液滴の半径はプロトコア表面付近では数 10-100km で中心付近で 1000km 程度であることがわかった。

核形成を律速するメカニズムとして粘性散逸による発熱と plastic flow を比較すると、マグマオーシャン形成の直後を除けば主要な変形メカニズムであって、しかもより小さい液滴に有効に働くことから、plastic flow による核形成が原始地球においてもっともらしいモデルであると考えられた。よって原始地球の中では、マグマオーシャンの形成後、平行移動モードの重力不安定の発達をきっかけとして鉄の液滴が数 10km から 1000km へ成長しながら繰り返し沈み、地球の核形成は地球集積と同時進行でおこることになる。このような核形成過程では液滴のサイズが比較的大きいため鉄と周囲のシリケートは熱的にも化学的にも非平衡であると考えられる。これと対局にあるのが巨大衝突によって地球全体が溶融したとするモデルや浸透流による核分離のモデルで、これらのモデルでは熱的にも化学的にも核とマンツルの平衡状態が達成されることが考えられる。しかし巨大衝突の有無などについては現状では推定することが難しい。さらに検討するためには、これらの各モデルに対して核形成直後の熱的構造がダイナミクスに与える影響や核・マンツルの組成について検討を進め、地球化学的・古地磁気学的観測事実と比較することが必要であると考えられる。



第1章 序論	
1-1 地球の核	1
1-2 形成期の地球	
1-2-1 原始太陽系と微惑星の形成	2
1-2-2 鉄・シリケート分離の条件	3
1-2-3 原始地球の温度	5
1-3 核形成過程についてのこれまでの研究	7
1-4 本研究の目的	8
第2章 原始地球における Rayleigh-Taylor 型不安定による核形成の数値実験	
2-1 はじめに	
2-1-1 マグマ・オーシャンと重力的に不安定な構造の形成	10
2-1-2 線型安定性解析による予想	10
2-2 研究手法	
2-2-1 基礎方程式	17
2-2-2 無次元化	18
2-2-3 具体的な計算式	20
2-2-4 数値実験の手法	24
2-3 結果	
2-3-1 パラメーターと初期条件の選択	28
2-3-2 数値実験の結果	30
2-4 議論	
2-4-1 ストークス沈降によるモデル化	38
2-4-2 地球集積と核形成のタイミング	44



2-4-3 プロトコアの粘性率	50
2-4-4 核形成を速める機構	52
2-5 まとめ	56
第3章 重力不安定による核形成の律速機構	
3-1 はじめに	58
3-2 重力エネルギーの解放による加熱の影響	
3-2-1 これまでの研究	60
3-2-2 研究手法	
3-2-2-1 基礎方程式	61
3-2-2-2 数値解法と初期条件	64
3-2-3 結果	69
3-2-4 議論	
3-2-4-1 核形成に伴う重力エネルギーの散逸のモデル化	88
3-2-4-2 数値実験の結果とモデルの対応	91
3-2-4-3 原始地球への適用	97
3-3 非ニュートン流体的なレオロジーの影響	
3-3-1 背景	103
3-3-2 研究手法	105
3-3-3 結果と議論	110
3-4 まとめ	115
第4章 結論及び今後の課題	117
謝辞	121



Appendix

1 粘性流体の熱輸送方程式	122
2 オーバーターンに伴う重力ポテンシャルエネルギーの変化	123

参考文献



## 第1章 序論

### 1-1 地球の核

現在の地球は、中心に半径2471kmの鉄-ニッケル合金の核とこれをおおうシリケートのマントルから構成されていることが知られている。核はさらに中心部の主として固体の鉄-ニッケル合金でできた半径1291kmの内核と鉄と酸素、硫黄、各種の軽元素を含んだ流体の外核に分かれている。(see for review, Jacobs, 1986; Ringwood 1984)。このような地球の核-マントルという成層構造は地球史の比較的初期から存在したことが知られている。

核の存在の最古の証拠は McElhinny and Senanayake(1980) が35億年前の岩石から残留磁気を確認したことによって得られた。このことは核マントルの成層構造がこの時点ですでに成立しており、現在の地磁気の原因となっている電磁流体の運動が核のなかで起こっていたことを示している。しかし、46億年前に地球が誕生してから約10億年間の地質学的情報は皆無に等しく、そのため、この間にどのような様にして核・マントルの成層構造が形成されたかはまだ明らかにはなっていない。内核は地球の冷却によって液相から徐々に析出し、地質学的タイムスケールで成長してきたものと考えられている。内核の形成時期については Stevenson(1983) は固体の内核の析出が始まると地球磁場強度が急増することを見積っており、Hale(1987) はこれに対応する地球磁場強度の急増が25-27億年前にみられることを指摘している。

一方、地球化学的な情報から核の形成時期を調べる試みも行われている (Oversby and Ringwood, 1971; Vollmer, 1977; Gancarz and Wasserberg, 1977; Allegre *et al.*, 1982)。Oversby and Ringwood(1971) はUがシリケートには含まれるが鉄には殆ど含まれないことを利用してU-Pb同位体比から核とマントルが分離した時期を明らかにしようとした。同様の方法でVollmer(1977) は核の形成時期は地球集積から遅くとも5億年後と見積った。しかし、核分離が1度に急激に起こるのか、あるいは何度かにわけて行われるのかといったことにも依存するため、一概には評価できないことがSasaki(1992)によって指摘されている。しかし、この結果も地球史の比較的初期に核・マントルの分離が起こっていたことを示して



いると考えられる。

地球科学的な情報から地球の核の歴史の成立ちについて得られている情報は、現在の所この2種類だけである。いつどのようにして地球の核が形成されたのかを知るには、地球そのほかの太陽系の惑星がどの様にしてできたかについて明らかにすることが重要な情報となる。

## 1-2 形成期の地球

### 1-2-1 原始太陽系と微惑星の形成

最近発展してきた惑星形成論に基づいて理論的に核形成過程を調べる研究が行われている (*e.g.* Sasaki and Nakazawa, 1986)。まず背景となる惑星形成論について概観しよう。惑星の形成は原始太陽を取り巻く原始太陽系星雲と呼ばれるガスとダストの円盤から始まったと考えられる。原始太陽系はかつては分子雲が重力的に崩壊して原始太陽を形成したときに、その周囲に残された物質が円盤状になったものだと考えられていた (*e.g.* Cameron, 1962; Cameron and Pine, 1973)。しかし現在では原始太陽系星雲は天体物理学でいう降着円盤に相当し、かつて考えられた静的なものではなく、むしろ原始太陽に向かって物質を輸送し続ける動的なゲートウェイであったとする考え方が主になっている (see for review, Wood and Morfill, 1988)。実際に赤外線観測などによって、今日では原始星の周囲に降着円盤が存在することが知られている。

降着円盤モデルに基づくと原始太陽系の温度は 160-280K (Lin and Papaloizou, 1985; Morefill et al, 1985) と低温であったと推定される。このような状況では、鉄、シリケートはともにダストの状態では原始太陽系内に存在したと考えられる。太陽の形成の終期には原始太陽に向かう激しい物質の流れが止まり、降着円盤中のダストはやがて原始太陽系の赤道面に沈澱していくと予想される。このダスト層は自己重力のために重力不安定を起こして分裂し、おびただしい数の小天体を形成したと考えられる (*e.g.* Safronov, 1972; Hayashi, 1972; Sekiya, 1983; Hayashi, 1985)。これが微惑星と呼ばれるもので地球領域では約  $10^{15}$  kg の質量を持つと考えられる。この微惑星の衝突、合体によって地球型惑星および木星型惑星の固



体部分が形成されたと考えられているのである。

こうした惑星形成論に基づくと、地球領域では微惑星は鉄・シリケートの均質な混合物であったと考えられる。始源的な隕石であるコンドライトの組成が揮発性物質を除いて宇宙元素存在度と等しいこともこの考えを支持する。このような集積モデルを均質集積モデルという。地球型惑星は様々な測地学的データ、地質学的情報から鉄のコア、シリケートのマン托ルという層構造を形成していることがわかっており、鉄を主とする金属成分がシリケートから分離し、シリケートとの密度差によって地球中心に沈んで、鉄の中心核を形成したと考えられている。

#### 1-2-2 鉄シリケートの分離の条件

鉄とシリケートの2相の分離過程は、両相の状態（固相・液相）や流動特性によって支配される。各相の融点は圧力によって変化し、流動特性は温度・圧力によって変化する。そのため地球の内部分化の重要なファクターは原始地球内部の温度分布とその条件下での鉄シリケートの融点や流動特性であるといえる。

図1-1は地球を構成するシリケートおよび鉄化合物の融点を示す（McCammon *et al.*, 1983; Kato, 1987; Urakawa *et al.*, 1987）。シリケートについては固相線と液相線を示し、一方、鉄は酸素や硫黄などの軽元素を含む化合物との間で共融系をなすことが知られているので、それらの代表的な共融系での共融温度と純鉄の融点を示している。図1-1から圧力の増加によって地球構成物質の融点は上昇し地球深部ほど融けにくくなることがわかる。また温度の上昇によって最初にできる液相は軽元素を含む鉄の化合物であり、さらに温度が上昇し端成分である純鉄の融点に達するとシリケートも融け始めることがわかる。

Stevenson(1990)によれば、原始地球における鉄、シリケートの分離のモードは浸透流、ストークス沈降に大きく分けられる。温度が上昇して原始地球内部にちらばった鉄が解け始めたとき、鉄のメルトが連結してネットワークを作ると、シリケートが固相のままでも浸透流によって鉄の分離が起こりうる。鉄のメルトの連結の仕方は両相の間の表面張力の大きさによって決まり、表面張力が大きいとメルトは孤立する。孤立したメルトは負の浮力をうけ



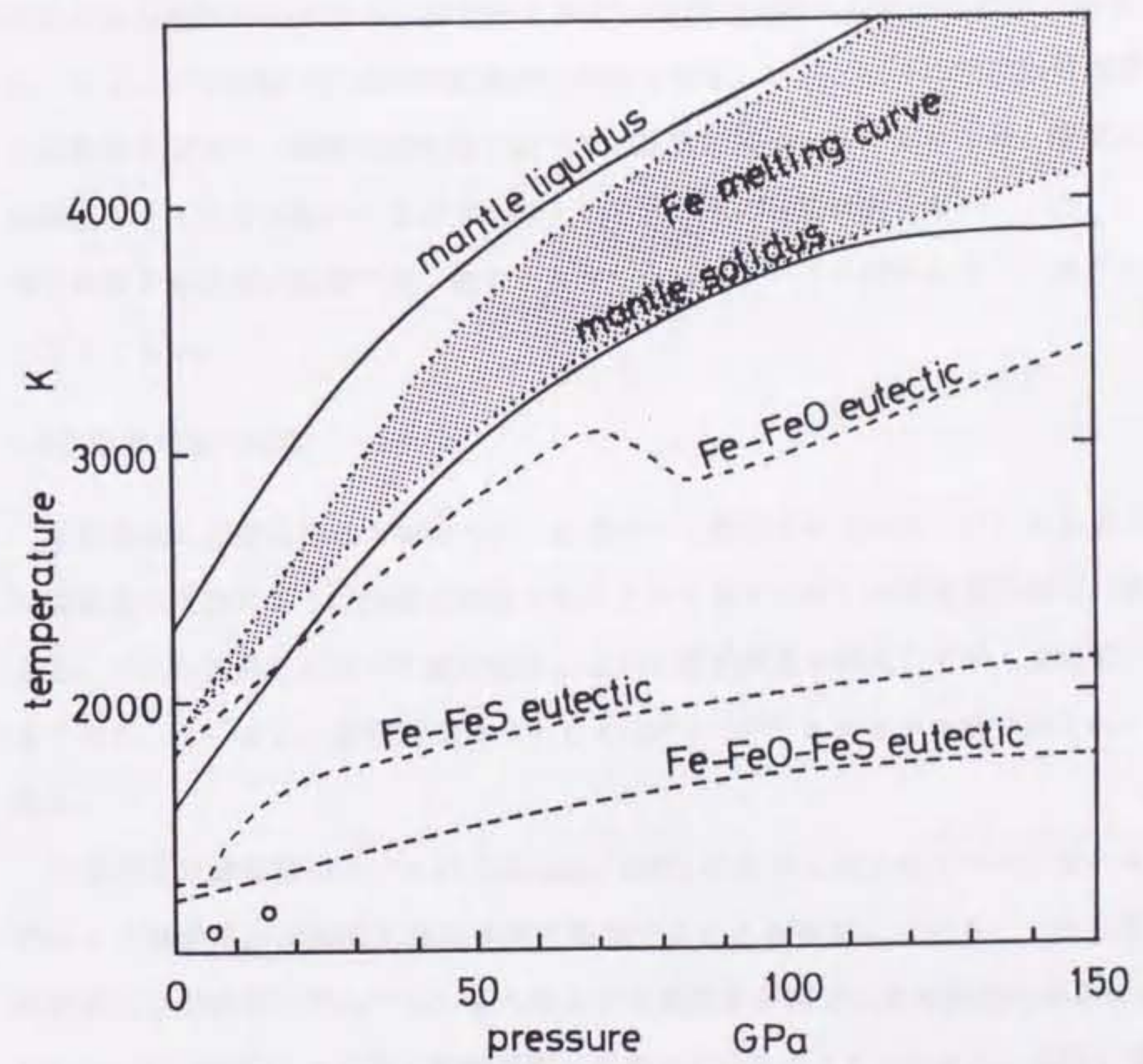


図 1-1 マントル物質の融点と核を構成する鉄およびその共融化合物の融点の圧力変化。図は McCammon et al.(1983) を修正したもので、Fe-FeO-FeS 系の共融温度は Kato(1987) の推定値を示す。また白丸は Urakawa et al.(1987) の実験による Fe-Ni-O-S 系の共融温度を示す。





て、ストークスの法則にしたがって固相を变形させながら沈降していく。Stevenson(1990)によって指摘されたように、シリケート・鉄のメルト間の表面張力は、高圧下では減少する可能性はあるが一般には大きい。よって、シリケートがほぼ溶融しない限り、ストークス沈降による分離が中心になる。浸透流における分離の速度は液相の粘性率で決まるのに対して、ストークス沈降では固相の粘性率で支配される。シリケートの粘性率は温度上昇によって指数的に減少し、温度が固相線に近づくとき急激に減少する。そのため、温度がシリケートの融点よりもかなり低いとなかなか鉄・シリケートの分離は進まない。一方、シリケートが部分溶融する程度の温度では、鉄とシリケートはストークス沈降によって速やかに分離すると考えてよい。

#### 1-2-3 原始地球の温度

原始地球の温度は地球の集積モデルに基づいて推定されている。はじめに述べた通り地球が微惑星の集積によって地球が形成されたという考えは多くの研究者の間で一致した見解である。しかし微惑星が互いに衝突合体しながら原始惑星を形成していく過程についてはまだよくわかっていない。集積時間についても  $10^6 - 10^8$  年と大まかな推定がされているのみである。

代表的な地球集積のモデルは Safronov(1972) によって示されている。彼のモデルは比較的小さな微惑星が連続的に原始地球に集積することを仮定している。しかし最近では集積終期には原始惑星と呼んでいいような大きな微惑星が衝突した可能性も示されている (e.g. Whetherill, 1985)。どのような集積過程が妥当かということについては、実際に微惑星の運動学が統計学的手段や N 体シミュレーションによって詳しく調べられているところである。核形成過程における巨大衝突の影響は、近年検討され始めているが (Stevenson, 1990; Tonks and Melosh, 1992)、本研究の範囲ではこれまでに詳しい検討が行われている Safronov(1972) の立場をとることとする。

微惑星は原始地球に集積するときに重力エネルギーを解放し地表を加熱する。微惑星の集積によって解放される全エネルギーは実に  $2 \times 10^{32}$  J にも及ぶ。長寿命の放射性元素や短



寿命の放射性元素はどちらも地球集積のタイムスケールでは重要ではないので、このエネルギーは原始地球を暖める重要な熱源である。Safronovのモデルでこれらの熱源を考慮に入れて原始地球の熱史を検討すると、真空中で原始地球が集積するために解放された重力エネルギーのほとんどが地球を暖めることなく失われてしまうことが問題となった。この困難を避けるために1970年代後半から1980年代にかけて様々な保温効果が考えられた。

Safronov(1978), Kaula(1979), Coradini *et al.*(1983)らは微惑星の衝突時に、微惑星自身が深部に潜り込むことによって熱を深部に埋め込む効果を考えた。一方、Sasaki and Nakazawa(1986)は原始太陽系星雲中で地球が集積すると、地球の半径が現在の約半分になると原始太陽系成雲のガスが大気としてまとわれるので、この大気が保温効果を及ぼすと考えた。しかし、現在の地球の大気の成分から考えると、地球集積期に周囲に原始太陽系星雲のガスが存材したかどうか疑わしい。Abe and Matsui(1985, 1986)は、真空中で原始地球が集積しても、微惑星に含まれる揮発性物質が衝突時に解放されて二酸化炭素、水を主成分とする大気を作ることを示唆した。原始地球ではおそらく埋め込みによる保温効果と大気による保温効果の両方が働いたものと考えられる。これらのどのモデルでも地球が現在の約半分の半径に達した後は地球表層に部分溶融層、いわゆるマグマオーシャンが形成されることが示された。よって、地球が高温の状態で集積したことはむしろ必然の結論であることが示されるようになった。

1-1-2で述べたように、マグマオーシャンではシリケートが部分溶融しているので、比較的容易に鉄・シリケートが分離すると考えられる。ただしこうしたマグマオーシャンの形成は原始地球の半径が現在の約半分に達してからであり、それよりも深部には未分化の部分が残ることが指摘された (*e.g.* Stevenson, 1981; Sasaki and Nakazawa, 1986)。原始地球が小さい間に集積した部分は解放される重力エネルギーが小さいために低温である。その上、地球深部ほど圧力が高くなるのでシリケートの溶融温度が高くなる。結果として、シリケートの粘性率が高くなり、鉄のメルトはたとえ生じても重力分離することができないのである。この中心の未分化な部分をプロトコアと呼ぶ。どの様にしてプロトコアが取りのぞかれて現



在のような構造になったかについては、これまでいくつかの考えがあげられたが、定性的なものが多かった。

### 1-3 核の形成過程についてのこれまでの研究

こうした詳しい初期地球の熱史が研究される前から、核形成を考える上で上層が鉄・シリケート層に分離しても中心に未分化物質のコアが残るという問題は指摘されていた。

Elsasser(1963) は密度の大きい鉄の層が密度の小さいプロトコアの上に位置することから Rayleigh-Taylor 型の不安定が生じることを予想した。彼は水平な二層流体において線型安定論から Rayleigh-Taylor 型不安定の分散関係を求めた。そして、成長速度が速いのは全地球規模の波長の擾乱であり、やがて鉄の層は液滴状になって中心部に沈んで鉄の核を形成し始めるとした。プロトコアの粘性率が現在の地球のマントル程度 ( $10^{21}$  Pa·s) であるとすれば成長の特性時間はわずか  $10^5$  年である。しかし実際にはプロトコアは低温のために粘性率が高く、成長時間は Elsasser の期待したものよりはるかに長くなると考えられる。また、地球が球形であることも考慮に入れる必要があるだろう。

ほかに Vityazev and Mayeva(1976) は鉄の層の下部のプロトコアが徐々に暖められることによって重力分離し、鉄の層が徐々に内側にむかって浸透していくというモードを考えた。しかし鉄の層が浸透していくのにかかる時間は熱伝導のタイムスケールで支配され、少なくとも 10 億年以上の形成時間を要してしまう。これでは地球形成後数億年で核が形成したという考えと合わない。

Stevenson(1981) は重力不安定のモードの中で、プロトコアが平行移動して偏るというモードはプロトコアの変形をともなわないため速やかに起きると考えた。そして、非静水圧の効果でプロトコアが破壊されて上部にむかって浮き上がり、プロトコアと鉄のコアが入れ替わること示唆した。

熱伝導のタイムスケールが長いので、重力不安定は確かに核形成についての重要な候補である。しかし、Elsasser(1963) の議論は水平な成層流体に限られており、Stevenson(1981) の



議論は定性的なものに留まっている。Ida *et al.*(1987,1989) は成層流体球における Rayleigh-Taylor 型不安定を線型安定論によって調べ、 $l$ 次の球面調和関数の擾乱に対する分散関係を求めた。その結果、鉄の層が溶融してその粘性率がプロトコアの粘性率に比べて圧倒的に低い状況では、 $l=1$ のモード、すなわち Stevenson(1981)によって示唆されたプロトコアが平行移動するモードが圧倒的に速いことがわかった。このモードの不安定の成長に要するタイムスケールはわずかに10時間程度である。よって原始地球にマグマオーシャンができて重力的に不安定な鉄の層が形成されると、ほぼ同時に平行移動モードの重力不安定が進行していったと予想される。

しかし、これだけでは核形成過程の全てを明らかにしたとはいえない。むしろこの後のプロトコアが非静水圧によって変形、または破壊されて鉄の層と入れ変わる過程の方が核形成を律速すると考えられる。このような過程についてはどの研究も定性的な予想の域を越えていない。

#### 1-4 本研究の目的

これまでに述べられた背景より、地球核の形成過程に全地球スケールの Rayleigh-Taylor 型不安定が関与した可能性は大きいと考えられる。しかし、重力不安定の発達の全過程についての詳しい研究はまだ行われていない。擾乱が十分大きくなったときの挙動や、異なるモード間の相互作用という線型安定論で推定できない複雑な問題は、数値実験から推定できると考えられる。本論文の主旨は原始地球における核形成過程を数値実験などの手法によって具体的に調べ、実際に地球の集積期に核形成がどのようなパターンで、またどのようなタイムスケールで起こったかを明らかにすることである。

本論文の第2章では、自己重力の影響下にある流体球での重力不安定を数値流体力学的手法によって調べる。ここではまず原始地球は粘性率一定のニュートン流体と仮定する。そして数値実験の結果を簡単な理論的モデルでまとめ、地球集積史に対応させて考察を行う。また、実際の原始地球では重力不安定の発達を速めるメカニズムがいくつか存在する。第3章ではこれらのメカニズムについて検討する。第3章の前半では粘性散逸による重力エネルギー



ギーの解放と粘性率の温度依存性を考慮に入れる。そしてより現実の地球に近いモデルでの重力不安定とそのタイムスケールについて議論する。またここまでは原始地球はニュートン流体と仮定するが、特にプロトコアについては破壊や塑性流動などの非ニュートン流体的なレオロジーが重要である可能性がある。第3章後半では破壊や塑性変形の起こる条件について考察を行い、これらの非ニュートン流体的な変形メカニズムが核形成過程に関与した可能性を調べる。最後に第4章ではこれらの結果を総合して、核形成の過程とタイムスケール、さらに核形成直後の原始地球の状態について考察を行う。



## 第2章 原始地球における Rayleigh-Taylor 型不安定による核形成の数値実験

### 2-1 はじめに

#### 2-1-1 マグマ・オーシャンと重力的に不安定な構造の形成

前章で惑星形成論の立場から述べたように、原始地球は重力的に不安定な構造をもつ可能性が高い。原始地球の半径が現在の約半分（質量では現在の10分の1）になると表層にマグマオーシャンができる。マグマオーシャンの中では鉄・シリケートが分離するため、上部から部分溶融したシリケート層、溶融した鉄の層（ニッケルや酸素、硫黄などの軽元素も含む）、未分化物質からなるプロトコアという構造をもつことが予想される。

表2-1はこのようにして考えられている原始地球の構造と性質をまとめたものである。数学的取扱を簡単にして不安定成長のタイムスケールを定量的に求めるため、本章では原始地球は常に粘性率一定のニュートン流体であるとして扱うことにする（この仮定は次章以降で述べられる通りプロトコアに対しては必ずしも適当というわけではない）。表2-1より中間に位置する鉄の層の密度は下位にあるプロトコアの約2倍に当たるため、両層の間に Rayleigh-Taylor 型の重力不安定が生じると考えられる。この不安定は、地質学の問題では、砂岩などにはさまれた低密度の岩塩層の境界面である卓越した波長の擾乱が成長し、岩塩がマッシュルーム状に浮き上がってくる（岩塩ドーム）という例でよく知られている（*e.g.* Turcotte and Schubert, 1982）。

#### 2-1-2 線型安定性解析による予想

数値実験を行う前にまず線型安定性解析の結果について述べておく。ある波長の擾乱がどのような特性時間で成長するかは、無限小の擾乱に対する線型安定性解析から推定することができる（Chandrasekhar, 1961）。擾乱の波長と成長速度の関係を分散関係という。線型安定性解析から得た分散関係を知っておくことは、数値実験において単純化を行う場合などに有用である。

Elsasser(1963)は2次元で半無限の2つの流体層が水平面で接していると仮定して分散関



表 2-1. 集積する地球に対して予想される物性

Region	$\rho, 10^3 \text{ kg m}^{-3}$	$\eta, \text{ Pa s}$	$R, \text{ km}$
Protocore	5.0 ~ 7.0	$> 10^{21}$	2600 ~ 3500
Iron layer	9.0 ~ 11.0	$10^{-3} \sim 10^5$ <sup>a</sup>	
Magma ocean	$\approx 3.5$	$\lesssim 10^{18}$ <sup>b</sup>	

<sup>a</sup>The viscosity estimated for the outer core of the present Earth [Jacobs, 1986].

<sup>b</sup>Partially molten silicate is assumed.



係を求め、その結果をもとに Rayleigh-Taylor 型不安定による核形成を議論した。上層（鉄の層）の密度と動粘性率を  $\rho_1$  と  $\nu_1$ 、下層（プロトコア）の密度と動粘性率を  $\rho_2$  と  $\nu_2$  とする（粘性率を  $\eta$  とすると  $\nu = \eta/\rho$ ）。擾乱の振幅  $\omega$  は次のように定義する。

$$\omega = \omega_0 \exp(ik_x x + ik_y y + \sigma t) \quad (2.1)$$

ここで  $\omega_0$  は無限小の初期振幅、 $k_x$ 、 $k_y$  はそれぞれ  $x$ 、 $y$  方向の波数、 $\sigma$  は擾乱の成長の特性時間である。 $\nu_1 \gg \nu_2$  とすれば  $\sigma$  は次の式で表される。

$$\sigma = \frac{g}{2k\nu_1} \left( \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} \right) \quad (2.2)$$

ここで  $k = (k_x^2 + k_y^2)^{1/2}$ 、 $g$  は重力加速度である。波数の小さい擾乱ほど  $\sigma$  が大きいので、卓越して発達するのは全地球サイズの大きな波長の擾乱であることがわかる。

(2.2) 式から原始地球のプロトコアと鉄の層の間の重力不安定の成長速度を得るために、 $k$ 、 $g$  を以下の式で与える。

$$k = 2\pi/\lambda, \quad g = 4\pi G\rho_1 R_1/3 \quad (2.3)$$

ここで

$$\lambda = 2\pi R_1/l \quad (2.4)$$

$\lambda$  は擾乱の波長、 $G$  は万有引力定数、 $R_1$  はプロトコアの半径、 $l$  は次数とする。よって、次数  $l$  の不安定の成長時間は次のようになる。

$$\sigma^{-1} = \frac{3\eta_1 l}{2\pi G\rho_1^2 R_1^2 (\rho_2/\rho_1 - 1)} \quad (2.5)$$

ここで表 2-1 の値を参照して  $\rho_1 = 6.0 \times 10^3 \text{ Pa s}$ 、 $R_1 = 3.2 \times 10^6 \text{ Pa s}$ 、 $\rho_2/\rho_1 = 2.0$ 、 $l = 1$  とする。図 2-1 はこのようにして推定された  $\sigma^{-1}$  の  $\eta_1$  に対する変化を示す。 $\sigma^{-1}$  は  $\eta_1$  に比例し、 $\eta_1 = 10^{21} \text{ Pa s}$  のとき  $\sigma^{-1} \simeq 10^6 \text{ yr}$  となる。

しかし原始地球は球形であるので Elsasser(1963) の結果を簡単に利用することはできないであろう。Ida *et al.*(1987,1989) は自己重力をもつ成層したニュートン流体球における Rayleigh-Taylor 型不安定の分散関係を求めた。プロトコアの半径を  $R_1$ 、金属層の上面の半



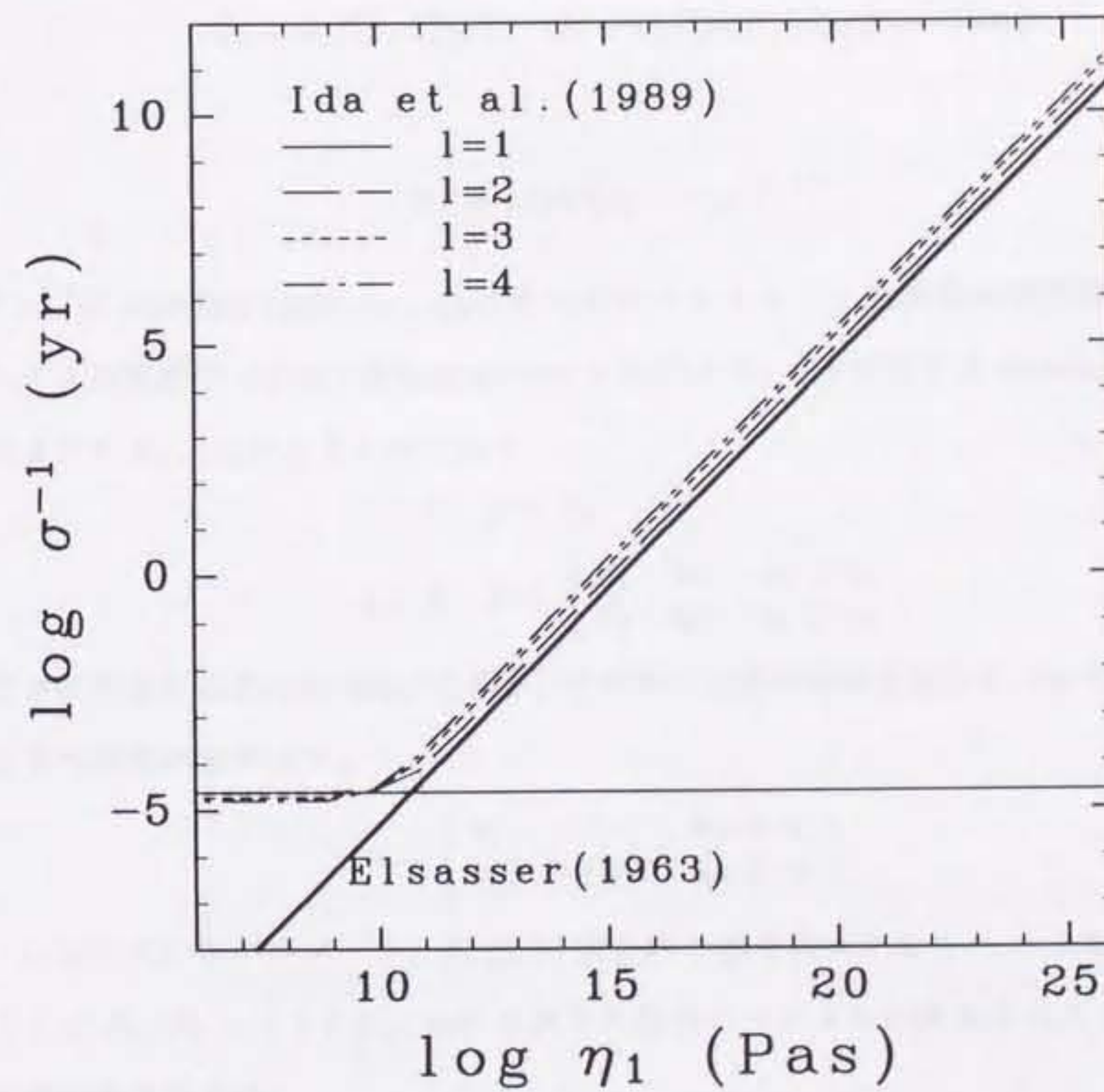


図2-1 線型安定解析から予想される  $l$  次の球面調和関数の擾乱の成長速度  $\sigma^{-1}$  と  $\eta_1$  の関係。太い線は Elsasser(1963) の 2次元の解析から  $l=1$  に対して推定される  $\sigma^{-1}$  を示し、細い線は Ida et al.(1989) から  $l=1, 2, 3, 4$  について得られた  $\sigma^{-1}$  を示す。原始地球に相当する条件として  $R_2/R_1 = 1.5$ 、 $\rho_2/\rho_1 = 2.0$ 、 $\eta_2/\eta_1 \ll 1$ 、 $R_1 = 3.2 \times 10^6 \text{m}$ 、 $\rho_1 = 6.0 \times 10^3 \text{kg m}^{-3}$  を与えている。



径を  $R_2$  として擾乱は  $r = R_1$  で次の形で与える。

$$\delta r = \varepsilon_0 Y_l^m(\theta, \phi) \exp \sigma t \quad (2.6)$$

ここで  $\varepsilon$  は無限小の定数、 $Y_l^m$  は球面調和関数、 $\sigma$  は不安定の成長速度である。Ida *et al.* (1987, 1989) の求めた分散関係は以下の 2 つのパラメーターによって支配される。

$$S_1 \equiv \eta_1 / (\rho_1 R_1^2 \sigma_f), \quad S_2 \equiv \eta_2 / \{\rho_2 R_1^2 (R_2/R_1 - 1) \sigma_f\} \quad (2.7)$$

ただし

$$\sigma_f \equiv \{4\pi G(\rho_2 - \rho_1)/3\}^{1/2} \quad (2.8)$$

ここで  $\sigma_f^{-1}$  は free fall time、 $\eta_1$ 、 $\eta_2$  はそれぞれプロトコアと金属層の粘性率、 $S_1$  と  $S_2$  はプロトコアと金属層の viscous diffusion time に相当する。 $\sigma$  を支配する viscous diffusion time は次のように  $S_1$ 、 $S_2$  のどちらかになる。

$$l = 1; \quad S = S_2$$

$$l \geq 2; \quad S = \begin{cases} S_1 & \text{for } \eta_1 < \eta_2 \\ S_2 & \text{for } \eta_1 \geq \eta_2 \end{cases}$$

ここで  $S$  は主要な diffusion time である。さらに  $S$  の値が特殊な場合については、 $\sigma$  と  $\sigma_f$  の間には以下の関係が成り立つ。

$$\sigma \simeq \begin{cases} \sigma_f & \text{for } S \ll 1 \\ \sigma(S=1)/S & \text{for } S \gg 1 \end{cases}$$

(2.7)、(2.8) 式の各パラメーターに (2.5) 式と同じ値を代入すると  $\sigma_f = 1.3 \times 10^{-3} \text{s}^{-1}$  となる。ここで  $R_2/R_1 = 1.5$  とし、 $\eta_1$  には試みに現在のマンツルの値を入れると、 $S_1$ 、 $S_2$  はそれぞれ次のようになる。

$$S_1 = 1.3 \times 10^7 \left( \frac{\eta_1}{10^{21} \text{Pa s}} \right) \left( \frac{6.0 \times 10^3 \text{kg m}^{-3}}{\rho_1} \right) \left( \frac{3.2 \times 10^6 \text{m}}{R_1} \right)^2 \left( \frac{1.3 \times 10^{-3} \text{s}^{-1}}{\sigma_f} \right)$$

$$S_2 = 1.3 \times 10^{-9} \left( \frac{\eta_2}{10^5 \text{Pa s}} \right) \left( \frac{1.2 \times 10^4 \text{kg m}^{-3}}{\rho_2} \right) \left( \frac{3.2 \times 10^6 \text{m}}{R_1} \right)^2 \left( \frac{1.3 \times 10^{-3} \text{s}^{-1}}{\sigma_f} \right) \left( \frac{0.5}{R_2/R_1 - 1} \right)$$

よって原始地球では  $\eta_1 \gg \eta_2$ 、 $S_1 \gg 1$ 、 $S_2 \ll 1$  と予想されるので、不安定の成長速度は



次の通りになる。

$$\sigma \simeq \begin{cases} \sigma_f & \text{for } l=1 \\ \sigma(S_1=1)/S_1 & \text{for } l \geq 2 \end{cases} \quad (2.9)$$

図 2-1 に原始地球における  $l=1, 2, 3, 4$  の擾乱の成長時間の  $\eta_1$  に対する変化を細い線で示す。ここで、 $l \geq 2$  のモードの成長時間は  $\eta_1 > 10^{14} \text{ Pa s}$  の範囲では Elsasser(1963) の推定値とよく一致していることがわかる。Elsasser(1963) との大きな違いは、 $\eta_1$  の値によらず常に速い速度で発達する  $l=1$  というモード (これは、プロトコアが鉄の層の中を平行移動するというモード) が存在するという点である。このモードの成長時間はほぼ free fall time に等しく、大体数時間である。一方、 $l \geq 2$  のモードの成長時間は、 $\eta_1 > 10^{14} \text{ Pa s}$  では  $\eta_1$  に比例し、 $l$  が増加すると大きくなることがわかる。よって原始地球では、 $l=1$  の次に速いのは  $l=2$  のモードだが、その成長時間は  $l=1$  に比べると何桁も大きくなる。また、図より全てのモードにおいて成長時間は free fall time を大きく下回ることはないことがわかる。

この結果から、原始地球内部ではまず金属層の形成とほぼ同時に平行移動モードの不安定が発生することが予想される。そのため、地球は内部のプロトコアが金属層の中で常に偏った状態で集積する。やがて次数 2 の球面調和関数に相当するような長波長の不安定が起こって鉄の層が液滴状に中心に沈み込む。時間の経過とともに、より短波長の不安定が現れて、後期になるほど小さな鉄の液滴が中心に向かって沈んでいくことになる。

本章では、このような過程が実際にどの様に起こるかを数値実験から調べることにする。Ida *et al.*(1987, 1989) の線型安定性解析から得られた結果の中で以下に挙げる予想は数値実験を行なううえで有用である。

- 原始地球では常に 1 次の不安定が圧倒的に短いタイムスケールで発達する。その成長速度は金属層の viscous diffusion time で決まり、プロトコアの粘性率の影響は受けない。
- 逆に、後からおこる  $l \geq 2$  の不安定の発達には金属層の粘性率は寄与せず、プロトコアの viscous diffusion time だけで決まる。

(1) より、1 次の不安定の発生は前提条件とすることができる。そして (2) よりシミュレーショ



ンではプロトコアの変形のみ注目することができるであろう。 $\eta_2$ の値については $\eta_2/\eta_1 \ll 1$ であれば、厳密な値をとる必要がない。これらの簡単化によって、原始地球のような粘性率の全く異なる複数の流体を含む系の流動のシミュレーションを行うことが可能となる。



## 2-2 研究手法

### 2-2-1 基礎方程式

原始地球における重力不安定を解くために、まず原始地球は非圧縮性のニュートン流体であり、上部シリケート層、鉄のメルト層、そして中心部の未分化のプロトコアの3層から構成されると仮定する。簡単のため各層の粘性率、密度は一定であると仮定する。ただし数値解法のなかではこの3相をまとめて場所によって物性が変わる1相の流体と見なし、境界ではそこで接する2つの流体の平均値として物性を与えることにする。そのため、粘性率、密度ともに座標の関数として扱う。

流体の密度を $\rho$ 、速度ベクトルを $\mathbf{u}$ とすると連続の方程式は次のように表される。

$$d\rho/dt = \mathbf{u}\nabla\rho + \nabla(\rho\mathbf{u}) \quad (2.10)$$

ここで全ての流体は非圧縮性、すなわち、 $D\rho/Dt = 0$  ( $D$ はラグランジュ微分を表す) とすると、連続の方程式はいわゆる非圧縮の式で表される。

$$\nabla\mathbf{u} = 0 \quad (2.11)$$

また運動方程式は次のようになる。

$$\frac{\partial\rho\mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u}\nabla)(\rho\mathbf{u}) = \nabla\sigma - \nabla P - \rho\nabla\phi. \quad (2.12)$$

ここで、 $\sigma$ は粘性ストレステンソル、 $P$ は圧力、 $\phi$ は重力ポテンシャルである。原始地球がニュートン流体であると仮定すると $\sigma$ は次の式で表される。

$$\sigma_{ik} = \eta \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \quad (2.13)$$

ここで $\eta$ が粘性率である。一方 $\phi$ は重力に関するポアソン方程式から得られる。

$$\nabla^2\phi = 4\pi G\rho \quad (2.14)$$

$G$ は重力定数である。(2.11)-(2.14)式が自己重力の影響下にある非圧縮性のニュートン流体における Rayleigh-Taylor 不安定を記述する基礎方程式となる。



### 2-2-2 無次元化

様々なパラメーターでの考慮を簡単にするために (2.11)-(2.14) 式の変数を無次元化する。ここで、2-1-2 節で述べた理由からスケーリングに用いる代表的な値としてプロトコアの値を使う。

$$L' \equiv L/R_1, \quad \rho' \equiv \rho/\rho_1, \quad \eta' \equiv \eta/\eta_1. \quad (2.15)$$

$L$  は長さのスケール、 $R_1$ 、 $\rho_1$ 、 $\eta_1$  はそれぞれ、プロトコアの半径、密度、粘性率である。プライムは無次元化した値であることを示す。(2.15) 式で定義された基本的なユニットを使って、 $P$ 、 $\phi$ 、 $\mathbf{u}$  は次のようにスケーリングされる。

$$t' \equiv t/(\eta_1/4\pi G\rho_1^2 R_1^2) \equiv t/\bar{t} \quad (2.16)$$

$$P' \equiv P/4\pi G\rho_1^2 R_1^2 \equiv P/\bar{P} \quad (2.17)$$

$$\phi' \equiv \phi/4\pi G\rho_1 R_1^2 \equiv \phi/\bar{\phi} \quad (2.18)$$

$$\mathbf{u}' \equiv \mathbf{u}/(4\pi G\rho_1^2 R_1^3/\eta_1) \equiv \mathbf{u}/\bar{\mathbf{u}} \quad (2.19)$$

表 2-2 に (2.15)-(2.19) 式で用いられたスケーリングユニットの原始地球に対する代表的な値を示す。 $R_1$  は初期地球の熱史の研究 (e.g. Kaula, 1979; Coradini *et al.*, 1983; Sasaki and Nakazawa, 1986; Abe and Matsui, 1985) の結果に基づいて現在の地球半径の約半分とした。プロトコアの粘性率は低温で高圧下にあることから、現在の地球のマントルの粘性率 ( $10^{21}$  Pa s) と比べてかなり大きいことが考えられる。また深さとともに温度が下がっていくため (e.g. Sasaki and Nakazawa, 1986)、深部に向かうにつれて粘性率が指数的に増加することが考えられる。ここでは、簡単のためにプロトコアの全領域で粘性率は一定だが、その値は自由なパラメーターとして残すことにした。しかし、必要があれば代表的な値として  $10^{25}$  Pa s という値を代入することにする。

(2.15)-(2.19) 式で示されたスケーリングを用いて、(2.11)-(2.14) の基礎方程式はそれぞれ次のように変換される。

$$\nabla \mathbf{u}' = 0 \quad (2.20)$$



表 2-2. 数値実験で用いたパラメーターのスケーリングユニット

Properties	Symbols	Standard Values (MKS Units)
Density	$\rho_1$	$6.00 \times 10^3$
Viscosity	$\eta_1$	$10^{21} \sim 10^{27}$
Length	$R_1$	$3.20 \times 10^6$
Time	$\hat{t}$	$\eta_1 / 4\pi G \rho_1^2 R_1^2$ $3.24 \times 10^{13} (\eta_1 / 10^{25})$
Pressure	$\hat{P}$	$4\pi G \rho_1^2 R_1^2$ $3.09 \times 10^{11}$
Gravitational potential	$\hat{\phi}$	$4\pi G \rho_1 R_1^2$ $5.15 \times 10^7$
Velocity	$\hat{u}$	$4\pi G \rho_1^2 R_1^3 / \eta_1$ $9.89 \times 10^{-8} (10^{25} / \eta_1)$



$$\xi \left\{ \frac{\partial \rho' \mathbf{u}'}{\partial t'} + (\mathbf{u}' \nabla)(\rho' \mathbf{u}') \right\} = \nabla \sigma' - \nabla P' - \rho' \nabla \phi', \quad (2.21)$$

$$\nabla^2 \phi' = \rho' \quad (2.22)$$

ここで

$$\xi \equiv 4\pi G \rho_1^3 R_1^4 / \eta_1^2 \quad (2.23)$$

(2.20)-(2.21) の無次元化された基礎方程式は 1 つのパラメーター  $\xi$  だけを含む。 $\xi$  は慣性力と粘性力の比を表し、いわゆる Reynolds 数に相当するものである。よって自己重力が関与しても基礎方程式には相似則が成り立ち、 $\xi$  の値が同じであれば流体の運動の特徴も同じである。(2.23) の  $\xi$  の値は表 2-2 に与えられた典型的な原始地球に対するパラメーターの値から次のように推定される。

$$\xi = 1.9 \times 10^{-22} \left( \frac{\rho_1}{6.0 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}} \right)^3 \left( \frac{R_1}{3.2 \times 10^6 \text{ m}} \right)^4 \left( \frac{10^{25} \text{ Pa} \cdot \text{s}}{\eta_1} \right)^2 \ll 1.$$

よって (2.21) 式の左辺は右辺に対して無視できることがわかる。結果として運動方程式から時間微分が消え、定常状態の方程式となる。しかし、実際に起こる流体の運動は複数の流体の運動が関わるために非定常である。最初速度は与えられた密度分布、重力ポテンシャル分布に一致するものになる。しかし、流体が運動するために、 $\rho$ 、 $\phi$  は時間と共に変化し、それによって決まる速度も時間をおって変化する。そして最終的に重力的に安定な状態へ近づいていくことが予想される。

### 2-2-3 具体的な計算式

計算を行うために、座標系には円筒座標系  $(r, z, \theta)$  をとり、さらに原始地球は  $\theta$  方向に軸対称であると仮定する。3次元から2次元へと問題の次元を減少させることは不安定の発生を押さえたいという問題が知られている。しかし、計算の簡便さと線型安定論から圧倒的に速いと予想されているモードがプロトコアが平行移動するタイプの重力不安定であることから、第1次近似としては妥当として採用する。対称軸とプロトコアが平行移動する向きは一致させる。



さらに速度ベクトルの成分を  $\mathbf{u} = (u, v, w)$  とおいて  $v = 0$  と仮定すると (2.20)-(2.22) 式は次の式で表される。

$$\frac{1}{r'} \frac{\partial(r'u')}{\partial r'} + \frac{\partial w'}{\partial z'} = 0 \quad (2.24)$$

$$-\frac{\partial P'}{\partial r'} + 2 \frac{\partial}{\partial r'} \left( \eta' \frac{\partial u'}{\partial r'} \right) + 2\eta' \frac{\partial}{\partial r'} \left( \frac{u'}{r'} \right) + \frac{\partial}{\partial z'} \left\{ \eta' \left( \frac{\partial u'}{\partial z'} + \frac{\partial w'}{\partial r'} \right) \right\} - \rho' \frac{\partial \phi'}{\partial r'} = 0 \quad (2.25)$$

$$-\frac{\partial P'}{\partial z'} + \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \left\{ \eta' r' \left( \frac{\partial u'}{\partial z'} + \frac{\partial w'}{\partial r'} \right) \right\} + 2 \frac{\partial}{\partial z'} \left( \eta' \frac{\partial w'}{\partial z'} \right) - \rho' \frac{\partial \phi'}{\partial z'} = 0 \quad (2.26)$$

$$\frac{1}{r'^2} \frac{\partial^2(r'^2 \phi')}{\partial r'^2} + \frac{\partial^2 \phi'}{\partial z'^2} = \rho' \quad (2.27)$$

無次元化を示すプライムは以後は明示される場合を除いて省略する。

解法を容易にするために流れ関数  $\Psi$  を使って速度を次式の様に表示す。

$$\mathbf{u} = \nabla \times \Psi$$

流れ関数を用いることの利点は、この定義によって連続の式が自動的に満たされることにある。ここで軸対称性と  $v = 0$  を仮定したので  $\Psi = (0, \psi, 0)$  とおける。 $\psi$  を使って  $r, z$  方向の速度成分は具体的には次のように表される。

$$u = -\frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad w = \frac{1}{r} \frac{\partial(r\psi)}{\partial r} \quad (2.28)$$

一方、(2.25), (2.26) 式をそれぞれ交差微分してその差を取ると運動方程式から  $P$  を消去することができる。得られた式に (2.28) 式を代入することによって次式を得る。

$$-\frac{\partial^2 A}{\partial r \partial z} - \frac{\partial B}{\partial z} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} - \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial(rC)}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left( \rho \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \quad (2.29)$$

ここで

$$\begin{aligned} A &= 2\eta \left\{ \frac{\partial^2 \psi}{\partial r \partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial(r\psi)}{\partial r} \right) \right\}, \\ B &= 2\eta \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right), \\ C &= \eta \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial(r\psi)}{\partial r} \right) - \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right\} \end{aligned} \quad (2.30)$$



数値実験の中で具体的に解かれたのは (2.27) 式と (2.29) 式の差分方程式である。あらゆる場所で  $\eta$  が一定であるとすれば、(2.29) 式の左辺は  $\nabla^4 \psi$  となる。この 2 式は類似の解法で解くことができる。(2.27) 式と (2.29) 式を空間に関して中心差分 (時間微分は方程式には含まれない) の方程式に書き換えると次の形式の行列式を得る。

$$\mathbf{F}\mathbf{X} = \mathbf{G}$$

ここで差分化に用いた格子点の数を  $n$  とすると、 $\mathbf{F}$  は  $n \times n$  の行列で  $\mathbf{X}$ 、 $\mathbf{G}$  は長さ  $n$  の列ベクトルである。 $x_{ij}$  を  $r$  方向に  $i$  番目、 $z$  方向に  $j$  番目のグリッド点の  $\psi$  または  $\phi$  とすると  $\mathbf{X} = (\dots, x_{ij-1}, x_{ij}, x_{ij+1}, \dots)$  である。この行列式は SOR 法 (successive overrelaxation method) や CG 法 (conjugate gradient method) などの反復法によって解くことができる (e.g. Roche, 1972; 村田他, 1988, 1990)。実際に試した ICGS 法 (incomplete Cholesky conjugate gradient method)、SOR 法、odd-even SOR 法の中で、この問題を安定に短時間で解くことができたのは、odd-even SOR 法であった。そこで本研究ではこの解法を用いた。(2.29) 式は 4 階の微分方程式でしかも粘性率が一定でないことから係数行列  $F$  の性質が悪いため、最も速い方法を用いても 1 サイクルの収束に多いときで数千回の反復が必要である。

求められた流れ関数から (2.28) 式を使ってある時間における速度場を求めることができる。時間発展をどの様に求めるかについては数値計算のアルゴリズムとあわせて次節で述べる。

#### 2-2-4 数値実験の手法

図 2-2 に計算に使用したセルの概要を示す。本研究では正方形の均質なセルを使用し、 $r$  方向に 47、 $z$  方向に 92 のセルに分割する。各セルの  $r$ 、 $z$  方向の幅は  $R_1$  を単位として  $\delta r = \delta z = 0.056$  である。圧力、流れ関数などのセルへの配置は図 2-2(b) に示す。この配置はスタガードメッシュ系で (e.g. Roache 1972)、密度、圧力、粘性率などはセルの中心に、流れ関数は格子点上に、また速度はそれぞれの方向ベクトルに対して垂直なセルの壁の中心で与える。セル中に入っている流体の種類や境界面や表面を識別するために MAC 法 (Marker



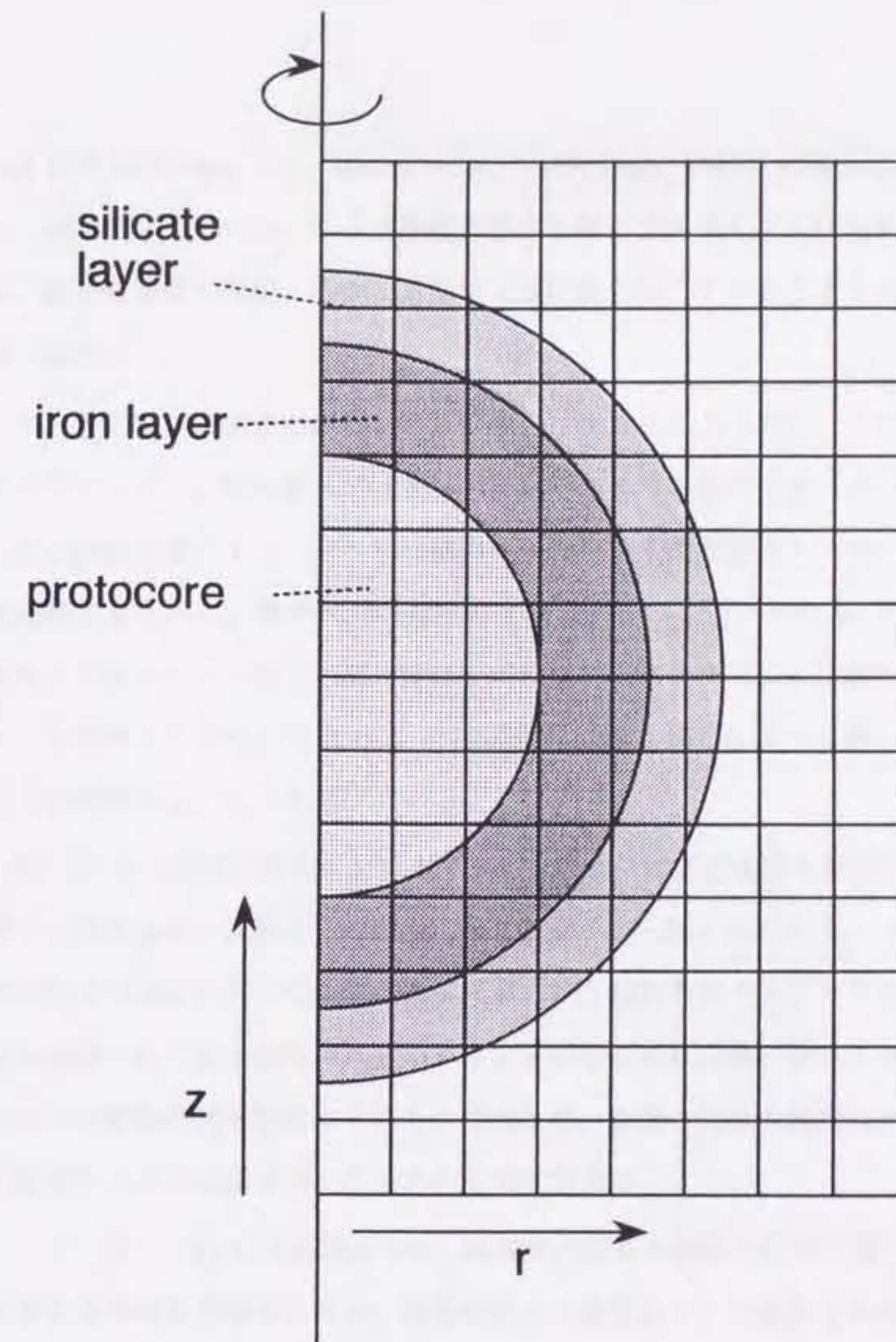


図 2-2 円筒座標系  $(r, \theta, z)$  におけるメッシュと流体球の配置。 $z$ 軸が対称軸。



and Cell technique, e.g., Welch *et al.*, 1966; Daly, 1967) に倣って、セルの中を移動するマーカー粒子を用いる。ここで運動方程式を解くアルゴリズムは本来の MAC 法とは異なるが、粒子の速度の推定、移動の方法は MAC 法と同じアルゴリズムを用いている (Welch *et al.* 1966)。

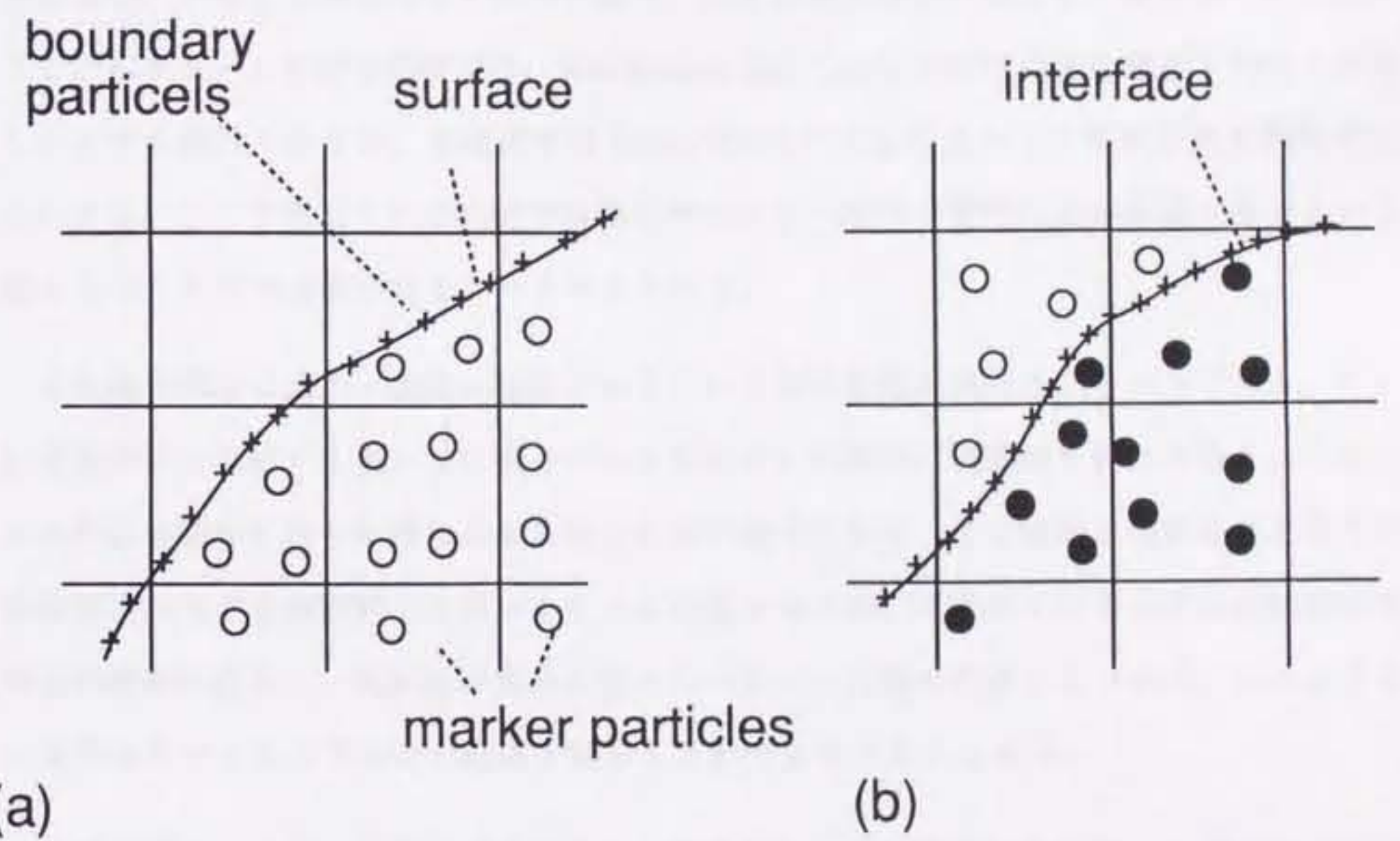
マーカー粒子は流体の種類に応じて色分けする (Daly 1967)。今回の計算の場合、上部マグマオーシャン、鉄の層、プロトコアに対応させて3種類のマーカー粒子を用いる。計算の中では初期状態で1つのセルに9個のマーカー粒子を配置する。マーカー粒子は流体の移動を追跡するためと、境界部での物性値を決めるために用いられる。時間発展を追うに従い、流体中にはマーカー粒子が疎に分布する領域が現れるが (これは連続の方程式を満たさないことを意味するわけではない)、その場合には適宜補間によって新しいマーカー粒子を補って空白領域が生じるのを避けている。

図 2-3(a) は流体の表面におけるセルとマーカー粒子の配置を概念的に表す。この図の示す通り、原始地球の表面は空のセルと接してマーカー粒子を含むセルで定義される。自由表面においては表面に対して垂直応力がゼロという境界条件をとるべきだが、計算においては表面は固定されており流体の外側のグリッド点では流れ関数の値はゼロであると仮定した。この仮定は数値計算を簡便にするためであるが、表層の流体の運動は内側の2層の間での重力不安定には余り関係がないことから正当化される。

一方、図 2-3(b) は境界面を示す。境界面は異なる種類の粒子が接する部分で表される。この他に境界面を追跡するため、無色の粒子 (境界粒子) を境界上にマーカー粒子よりも密に配置する。境界面では  $\rho$ ,  $\eta$  の値が急激に変化するため特に注意が必要である。差分方程式の中には密度、粘性率の微分が含まれているので境界面を含むセルの物性値は何等かの平均によって決めるのが望ましい。ここで境界面を含むあるセルに、流体 a のマーカー粒子が  $n_a$  個、流体 b のマーカー粒子が  $n_b$  個入っていたとする。粒子の個数に応じて算術平均を用いると境界セルの物性値は次のようになる。

$$\rho = \frac{n_a \rho_a + n_b \rho_b}{n_a + n_b}, \quad \eta = \frac{n_a \eta_a + n_b \eta_b}{n_a + n_b} \quad (2.31)$$





(a)

(b)

図2-3 表面(a)と境界(b)におけるセルと粒子。白丸、黒丸はマーカー粒子で、異なる種類の流体を区別するために色分けされている。境界面、表面上には、境界の移動を追跡するために boundary particle が密に配置されている。境界セル(b)の密度と粘性率はセル中のマーカー粒子の数の比から計算される。全ての粒子は境界面を追跡するために各タイムステップで速度場に応じて動かされる。



一方、調和平均を用いると

$$1/\rho = \frac{n_a/\rho_a + n_b/\rho_b}{n_a + n_b}, \quad 1/\eta = \frac{n_a/\eta_a + n_b/\eta_b}{n_a + n_b} \quad (2.32)$$

密度については原始地球の値はせいぜい2倍程度の変化であるので、どちらの平均を用いても結果に大きな影響はない。しかし粘性率については数値実験では層によって2桁程度のコントラストがあるため、どちらの方法を取るかで境界部の粘性率が全く異なってしまう。前者の場合、平均化した値は大きい方の値に、また後者の場合には小さい値によって支配されることになる。工学的な問題では、Mackinnon and Carey(1988)の様に調和平均の方が望ましいとする報告もあるが、本研究ではDaly(1967)の方法にならって算術平均を採用することにする。ここで考えている問題では粘性率の大きい流体の変形の方が重要であるという立場からもこちらの方法が好ましいと考えられる。

また境界部では応力・速度が連続であるという境界条件が満たされるべきである。ここでは便宜的に全流体を1相として扱っているためにこの条件は自動的に満たされる。しかしこの条件は境界面に沿った滑りがある場合には不適當になる。より厳密な境界条件を扱うには有限要素法などを数値解法に用いることが必要であるが、本研究ではもっぱら粘性率の高い部分の流動に注目し、低粘性の部分の流れのパターンは特に考慮しないので、このような粗い境界条件でも重力不安定の概要を知ることができると考えられる。

計算のアルゴリズムは次の通りである。まず与えられた密度分布に対して(2.27)式から重力ポテンシャル $\phi$ を求める。このようにして求められた $\phi$ を(2.29)式の右辺に代入し反復法によって $\psi$ を求める。速度 $\mathbf{u}$ は新しく求められた $\psi$ を(2.28)式に代入することで計算する。次に全ての粒子を $\mathbf{u}\delta t$ だけ移動させる。ここで $\delta t$ は時間の刻み幅で次の安定条件を満たすように決定する(Welch *et al.*, 1966)。

$$\frac{u_{\max}\delta t}{\delta r} \leq 0.5 \quad (2.33)$$

$u_{\max}$ は時間 $t$ における最大速度である。数値実験では $u_{\max}\delta t/\delta r = 0.5$ としたが、 $\delta t$ を半分にしてもその結果は変わらないことを確認してある。マーカー粒子の移動後、各セルに入っ



Figure 2.10. Evolution of the density distribution, viscosity distribution, and gravity potential. The figure shows three vertically stacked plots. The top plot is the density distribution, the middle is the viscosity distribution, and the bottom is the gravity potential. The x-axis for all plots is labeled 'x' and ranges from 0 to 1. The y-axis for the top plot is labeled 'rho' and ranges from 0 to 1. The y-axis for the middle plot is labeled 'eta' and ranges from 0 to 1. The y-axis for the bottom plot is labeled 'phi' and ranges from 0 to 1. The plots show the evolution of these quantities over time, with the top plot showing a peak that moves and grows, the middle plot showing a peak that moves and grows, and the bottom plot showing a peak that moves and grows. The plots are labeled with 't=0', 't=1', 't=2', 't=3', 't=4', 't=5', 't=6', 't=7', 't=8', 't=9', 't=10', 't=11', 't=12', 't=13', 't=14', 't=15', 't=16', 't=17', 't=18', 't=19', 't=20', 't=21', 't=22', 't=23', 't=24', 't=25', 't=26', 't=27', 't=28', 't=29', 't=30', 't=31', 't=32', 't=33', 't=34', 't=35', 't=36', 't=37', 't=38', 't=39', 't=40', 't=41', 't=42', 't=43', 't=44', 't=45', 't=46', 't=47', 't=48', 't=49', 't=50'.

たマーカー粒子を数えて、(2.31)式より密度分布、粘性率分布、重力ポテンシャルを決定し直す。そして、同じ手順を繰り返すことで重力不安定の発達を追うことができる。

計算精度の確認は全てのセルに含まれる質量の総和から、質量が保存されているかどうかを確認することで行った。質量の誤差は全計算を通じて3%以下である。この誤差は主として、質量の和をとる際にマーカー粒子を利用したところから生じている。



## 2-3 結果

### 2-3-1 パラメーターと初期条件の選択

計算で使用されるパラメーターは、各球殻の厚さの比 ( $R_3/R_1$ 、 $R_2/R_1$ )、粘性率の比 ( $\eta_3/\eta_1$ 、 $\eta_2/\eta_1$ )、密度の比 ( $\rho_3/\rho_1$ 、 $\rho_2/\rho_1$ ) である。ここで下付け文字 1、2、3 はそれぞれプロトコア、鉄の層、マグマオーシャンの値を意味する。表 2-3 には計算に使用したパラメーターの組を記した。

ケース 1 から 4 は、集積時の各ステージに対応させるために、鉄の層の厚さを変えたモデルとなっている。ケース 1 はマグマオーシャンが形成され始めて間もない時期であり、ケース 3、4 は集積のほぼ終期に当たる。地球集積と鉄の層の成長の関係は、詳しくは 2-4-2 節に示す。鉄の層の厚さは集積する微惑星に含まれる鉄の割合が 0.18 と仮定して推定した。この値は現在の地球の核・マンツルの質量比を満足するように決めた。後で述べるように、鉄の層の厚さは重力不安定の発達の仕事に大きな影響を与える。Ida *et al.* (1989) の線型安定性解析では、鉄の層の厚さが重力不安定に及ぼす影響については詳しく議論されていない。本研究では、鉄の層の厚さを変えた数値実験と適当な単純化したモデルと対応させることで重力不安定のタイムスケールを推定する。

最上層の厚さはケース 4 を除く全てのモデルで一定とした。これは、先にも述べたように最上層の厚さは重力ポテンシャルの絶対値を変えるだけで、重力不安定には直接影響ないパラメーターであると考えられるからである。ただしケース 4 では比較のために、最上層の厚さとして、ケース 3 と同じ鉄の層の厚さに対して鉄シリケート比から推定される値に近い値をとっている。

数値実験で他に重要なパラメーターは内側の二層の密度比  $\rho_2/\rho_1$  と粘性率の比  $\eta_2/\eta_1$  である。鉄の層とプロトコアの間で働く負の浮力は  $\rho_2/\rho_1$  に比例すると考えられるので、ケース 5 から 7 では  $\rho_2/\rho_1$  を 1.17 から 2.32 の範囲で変化させた。一方、原始地球の粘性率の比は、表 2-1 に示したように  $\eta_2/\eta_1 < 10^{-16}$ 、 $\eta_3/\eta_1 < 10^{-3}$  と推定される。しかし、数値実験では接する 2 層の粘性率が 2 桁以上異なると、反復法で流れ関数を求める際に結果が収束しない



表 2-3. 数値実験で用いたパラメーター

Case	$\rho_2/\rho_1$	$\rho_3/\rho_1$	$\eta_2/\eta_1$	$\eta_3/\eta_1$	$R_2/R_1$	$R_3/R_1$
1	1.67	0.83	0.03	1.00	1.17	1.46
2	1.67	0.83	0.03	1.00	1.23	1.49
3	1.67	0.83	0.03	1.00	1.28	1.57
4	1.67	0.83	0.03	1.00	1.28	1.80
5	1.17	0.83	0.03	1.00	1.17	1.46
6	1.33	0.83	0.03	1.00	1.17	1.46
7	2.32	0.83	0.03	1.00	1.17	1.46



(または非常に収束が遅くなる)ことがわかった。よってこの粘性率比をそのまま使用して計算することは無理である。このような困難は複数の流体を実質的には物性値が場所によって変化する1相の流体として差分法で解いたことによって起こる。本研究では実際の粘性率比をとる代わりに、全ての計算において $\eta_2/\eta_1 = 0.03$ 、 $\eta_3/\eta_1 = 1.0$ とにおいて計算の発散を避けた。これは2-1-2でも述べたように線型安定性解析の結果から重力不安定のタイムスケールを決めるのは両層のうちの高い方の粘性率であることから正当化される。そのため、 $\eta_2/\eta_1 \ll 1$ であればこの値は計算結果には大きな変化を及ぼさないと考えられる。また、接する2層の粘性率の比が1に近いと数値的なセルオーダーの不安定を起こして計算上好ましくないことがわかったので、このような症状を避けるために最上層の粘性率はその下の層の粘性率と2桁程度異なるように設定している。初期擾乱は全ての場合において振幅 $\delta r$ の球面調和関数 $Y_1^0$ で与えた。これはすでに2-1-2で述べた通り初期において最も起こりやすい不安定のモードはプロトコアの平行移動するモードであることが線型安定性解析からわかっているからである (Ida *et al.*, 1987, 1989)。

### 2-3-2 数値実験の結果

図2-4はケース1の場合の不安定の発達の様子を速度場と共に示したものである。最初プロトコアは線型安定性解析の結果から推定されるように、与えた擾乱に応じて下部に向かって平行移動していく(図2-4a)。プロトコア上部の鉄の層が厚くなるにしたがって、両側から鉄がプロトコアの上部に向かって流れ込んでくる(図2-4b)。そしてその結果、プロトコアはその上部で発生する $l=2$ のモードのRayleigh-Taylor型不安定によって変形し始める(図2-4c)。ここで、鉄の流体の流れは次第にプロトコアのへこんだ部分に局在化してくる。さらに不安定が進行すると、1つの大きな球形の鉄の液滴が成長し始め(図2-4d、2-4e)、ついには大部分のプロトコアを外側に押し出してしまふ(図2-4f)。これらの数値実験の結果はElsasser(1963)によって示されたシナリオとよく似ている。このようなプロトコアと鉄の層の入れ替わりを、以後はオーバーターンと呼ぶことにする。図2-4からオーバーターンの後にプロトコアと上部シリケート層との間に薄い鉄の層が残っていることがわかるが、これ



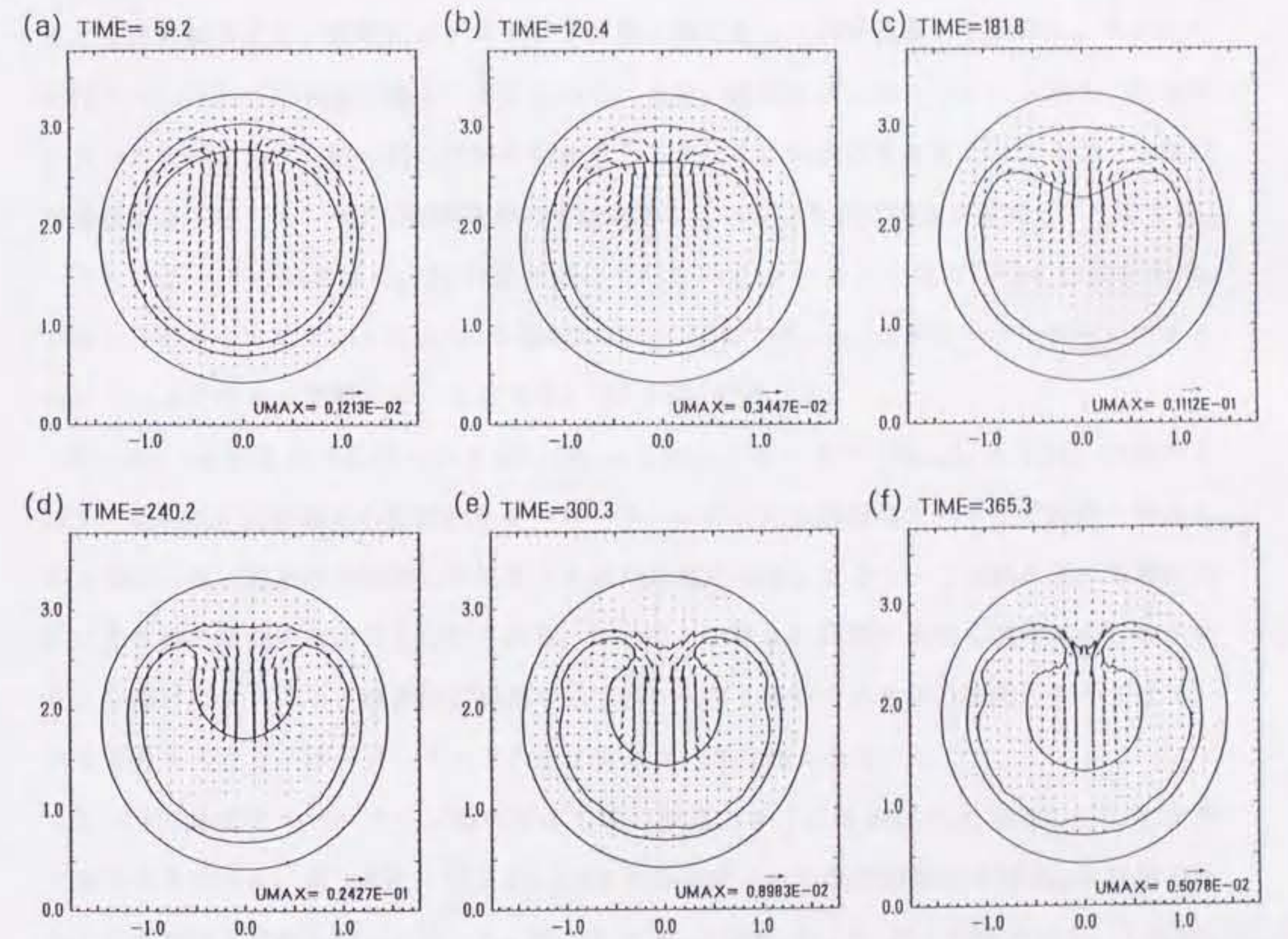


図2-4 ケース1の数値実験のスナップショット (パラメーターについては表2-3参照)。実線はプロトコア、鉄の層、シリケート層の境界を表し、矢印は速度ベクトルを示す。時間、長さ、速度はそれぞれ $t$ ,  $R_1$ ,  $\bar{u}$  (表2-2参照)を単位として示す。各フレームの右下の矢印は最大速度 UMAX のスケールを示す。



は数値計算に有限の大きさのセルを用いていることが原因となって生じたものである。そのため、十分小さなメッシュサイズを採用すれば、取り残された鉄の層の厚さもメッシュサイズに応じて小さくなるはずのものであると考えられる。

速度はオーバーターンの過程の中期(図2-4d)に最大になり、オーバーターンが終了すると急速に減少する。終期にはプロトコアの最上部であった部分は著しく変形し、そのため粘性ストレスもこの領域で最大と考えられる。また、終期には上部シリケート層も、密度が小さいにも関わらず、鉄の層の内部に引きずり込まれる。引き込まれた上部シリケート層は球殻状になったプロトコアの隙間を埋めて球対称に近い安定な密度構造を達成しようとする。

ケース5-7の結果は $R_2/R_1$ の値が同じであるのでケース1とほぼ同様の特徴を示す。しかしそのタイムスケールは $\rho_2/\rho_1$ の増加に応じて減少する。 $\rho_2/\rho_1$ がオーバーターンのタイムスケールに与える影響については2-4-1(図2-9)で述べる。

図2-5、2-6はそれぞれケース2( $R_2/R_1 = 1.23$ )とケース4( $R_2/R_1 = 1.28$ )の結果を示す。初期の平行移動から最終的なオーバーターンにいたる過程はケース1で観察されたものと似ている。違いは中間層の中にあった鉄の総量から生じており、この値によって最終的にできる鉄の液滴のサイズが左右される。ここでケース3は終期における速度が少し小さいことを除けばケース4とほぼ同じ結果を示す。ケース2-4でできる鉄の液滴のサイズはケース1よりも大きく、オーバーターンのタイムスケールは短くなる。

ケース1-4でオーバーターン時にできる鉄の液滴のサイズは $R_2/R_1$ の増加に対して大きくなるようである。表2-4には図2-4、2-5、2-6から生成される鉄の液滴の半径 $R_m$ を球形であることを仮定して読み取って示した。明らかに $R_m$ の値は $R_2/R_1$ の値と相関がある。これは、液滴は中間層の鉄を集めて生成することから予想される。鉄の層から液滴を作る効率を示すパラメーター $f$ を次のように定義する。

$$f = R_m^3 / (R_2^3 - R_1^3) \quad (2.34)$$

$f = 1$ であると、鉄の層はすべて半径 $R_m$ の鉄の球に吸収される。表2-4にはケース1から4の終期(図2-4d、2-5d、2-6d)に見られた鉄の液滴の半径 $R_m$ から求めた $f$ の値も示した。



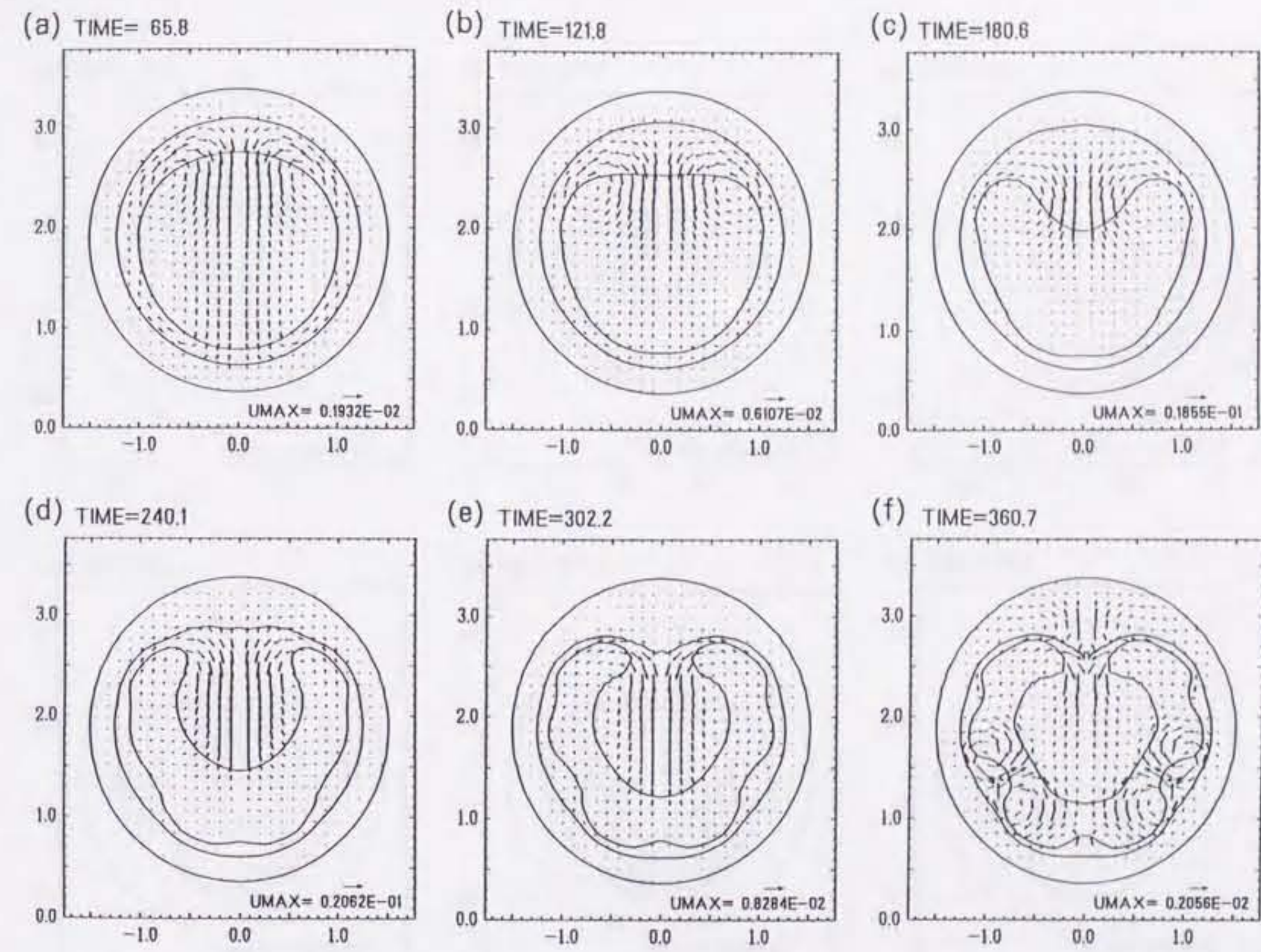


図 2-5 ケース 2 の数値実験のスナップショット。説明は図 2-4 と同様。



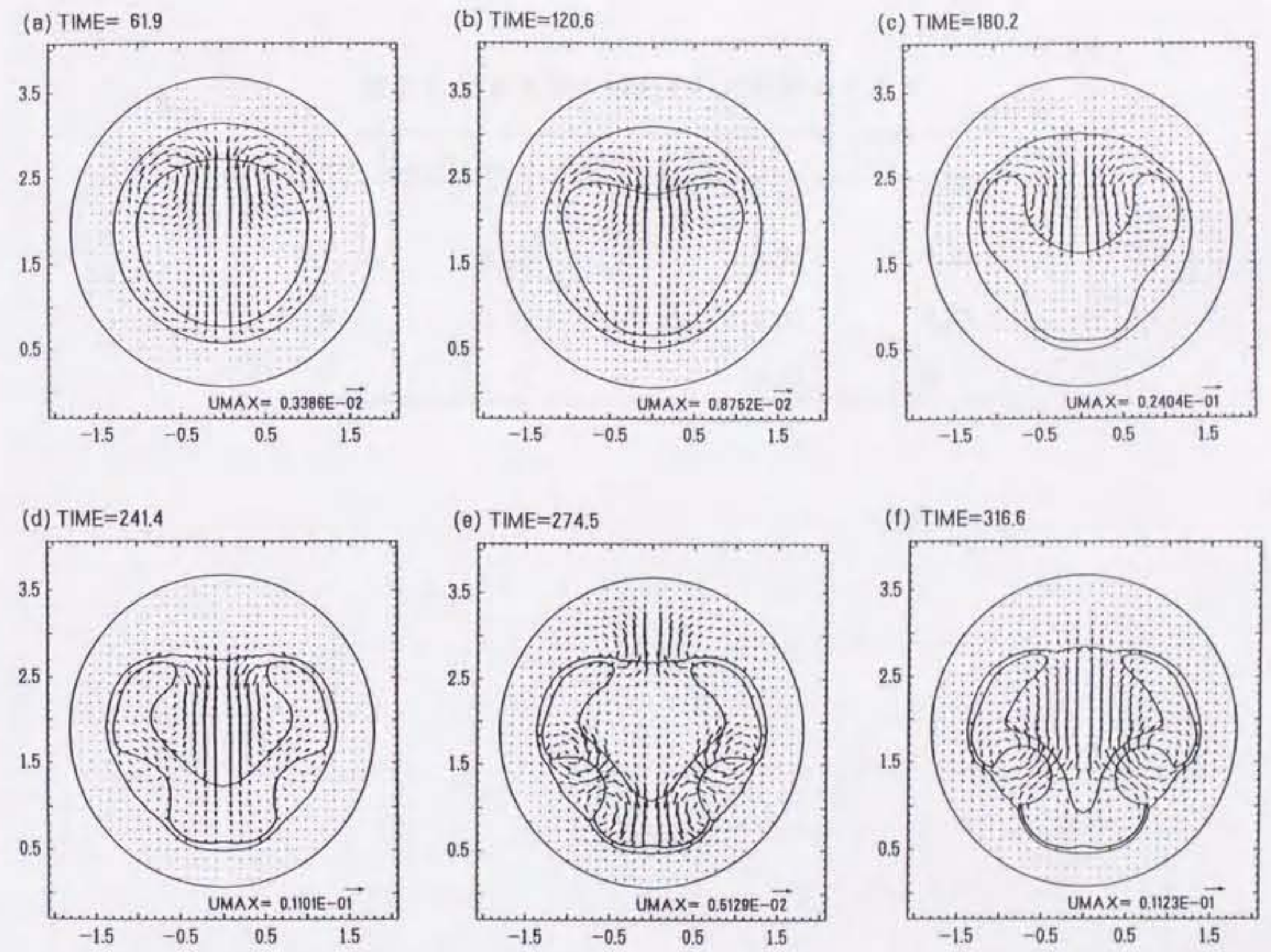


図 2-6 ケース 4 の数値実験のスナップショット。説明は図 2-4 と同様。



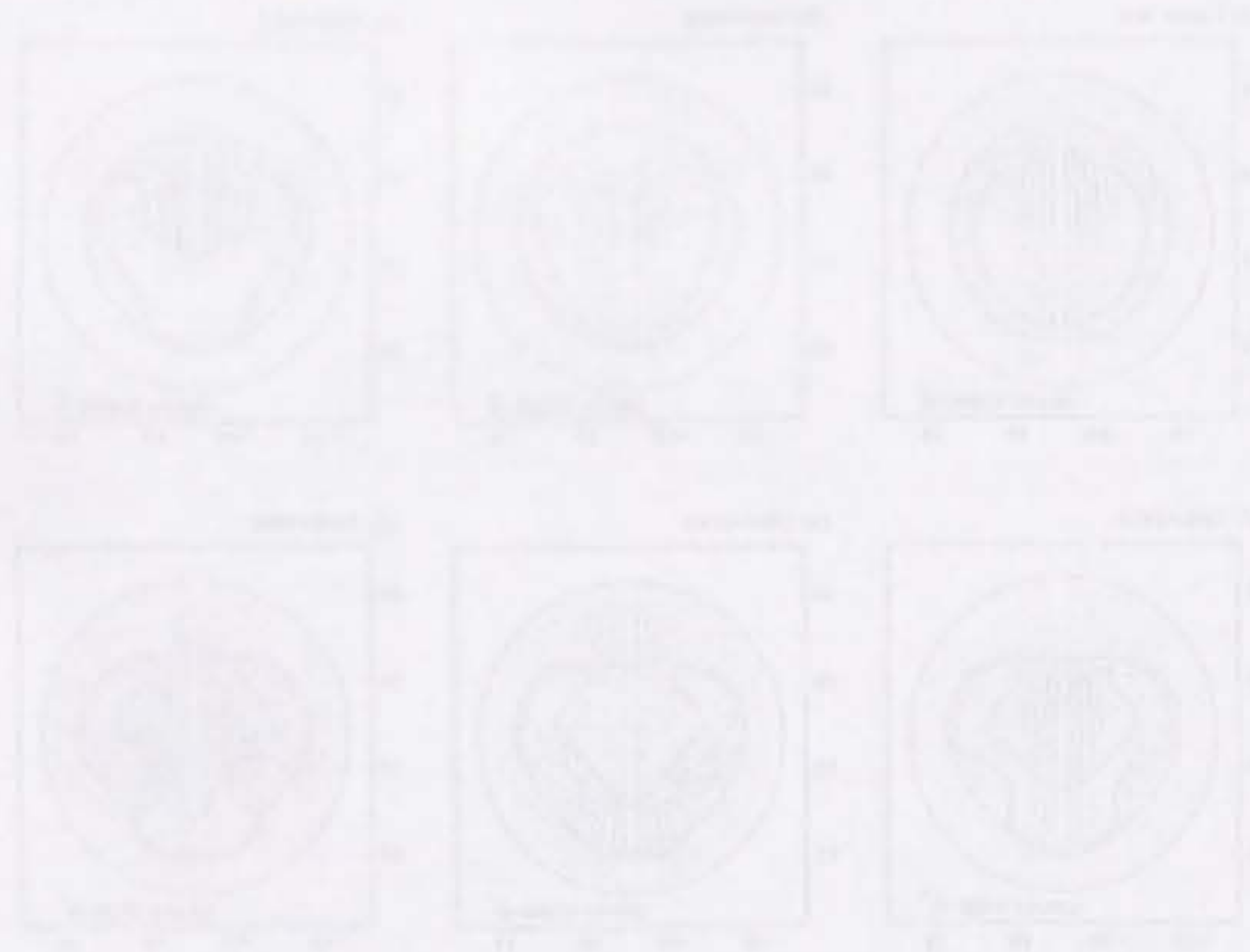


表 2-4. 数値実験で観察された液滴のサイズ

Case	$R_m/R_{1\text{obs.}}(t = 240)$	$((R_2/R_1)^3 - 1)^{1/3}$	$f$
1	0.52	0.84	0.24
2	0.63	0.94	0.30
3	0.75	1.03	0.39
4	0.74	1.03	0.37



観測された  $f$  の値は 0.24 から 0.39 で、約 30% の中間層にあった鉄が液滴を形成したことが示される。前にも述べたように、液滴の中にはいらずプロトコアの上に残った鉄の量は、計算に使ったメッシュサイズと粘性率比の影響を受ける。メッシュサイズの減少、または粘性率比が小さくなるにしたがって  $f$  の値は増加するだろう。

Rayleigh-Taylor 型不安定に伴う流れの速度は今回の計算におけるすべての場合で  $3 \times 10^{-2} \bar{u}$  程度である。粘性ストレスの値は  $\eta_1 u / R_1$  のオーダーであるので代表的な粘性応力の値は次のように推定される。

$$\sigma \lesssim 3 \times 10^{-2} (4\pi G \rho_1^2 R_1^2) \simeq 9 \text{ GPa} \quad (2.35)$$

この値はプロトコアに対して推定されるマクロな破壊応力よりも小さい。そのため、Stevenson(1981) や Davies(1982) によって考えられたプロトコアの破壊による核形成は原始地球が小さいときを除けば考えがたい。本章では原始地球はニュートン流体であるという立場を取るため、破壊を含むほかの変形様式については 3-3 節で詳しく述べる。

図 2-6 のケース 4 (又は 3) で新しく見られる特長は、オーバートーンの終期により高次 ( $l \simeq 3$ ) の不安定が顕著に現われることである。この特長はわずかながらケース 1、2 でも見られていた。ケース 4 では、上に乗っていた鉄の層が厚いために高次の波長の不安定が発生して約半径 1000km の液滴となって地球中心へ沈んでいき、初めに成長した大きな鉄の液滴に吸収されようとする (図 2-6d、2-6e)。このことからおそらく核の形成過程は低次の不安定から発生した鉄の液滴が中心へ沈むにつれてもっと高次の不安定が起こるようになって、多段階の鉄の液滴の沈降によって特色付けられると考えられる。このような現象は図 2-4 のような場合でも時間がたつにつれて、発生するであろう。生成する鉄の液滴の大きさは時間の経過と共に減少するが、液滴の発生および沈降は上層に残された鉄を使い果たすまで続くだろう。このように多段階に起こる核形成過程の考えは、Ida *et al.*(1989) の線型安定性解析で低次のモードほど成長速度が遅かったことから指示される。主要なモードの重力不安定が発達が終わって 1 次的なコアができるのに要する時間は、ここで計算されたケース 1-4 に対して、約  $300 \bar{u}$  から  $400 \bar{u}$  である。核の完成までにかかる時間はこれよりさらに長いであ



ろう。

これまでの結果をまとめると、現実のオーバーターンに要する時間はプロトコアの粘性率に比例し鉄の層の厚さの影響を受けると考えられる。このオーバーターンのタイムスケールを求めて地球の集積のタイムスケールと比較することは核生成の様式とタイミングを推定するうえで重要である。次節ではモデルの単純化とスケーリングによって実際に原始地球で起こるオーバーターンのタイムスケールを一般化して表すことにする。



## 2-4 議論

### 2-4-1 ストークス沈降によるモデル化

図 2-3、2-4、2-5 から Rayleigh-Taylor 型不安定によって最終的にできる流れの場は、プロトコアの中を鉄の球が沈んでいくという過程によく似ていることがわかる。プロトコアの粘性が非常に高いことがわかっているのでオーバーターンの過程はストークスの法則を用いてモデル化することができると考えられる。ここで次のような簡単なモデルを用いてオーバーターンのタイムスケールを推定することにする。

図 2-7 は半径  $R_2$ 、密度  $\rho_2$  の剛体球が、半径  $R_1$ 、密度  $\rho_1$ 、粘性率  $\eta_1$  の自己重力を持つ流体球の中心に向かって沈んでいくというモデルを示している。流体球はプロトコアに相当し剛体球は鉄の液滴に相当する。落下していく物体を剛体と考えるか流体と考えるかによって抵抗力の大きさはファクターで変化する (Landau and Lifschitz, 1959) が、ここではもとのストークスの定義にしたがって剛体球と仮定する。剛体球に働く力は (2.8) 式の右辺第 2 項、第 3 項に由来する負の浮力と第 1 項に由来する粘性抵抗力である。剛体球が流体球の中に深さ  $x = R_1 + R_m - r$  (図 2-7 参照) まで沈んだとき、働く負の浮力は次式で与えられる。

$$F = \frac{16}{9} \pi^2 G \rho_1 (\rho_2 - \rho_1) f_V R_m^3 r \quad (2.36)$$

ここで  $r$  は流体球の中心と剛体球の中心の間の距離であり、 $f_V$  は沈んだ部分の体積の割合であって次式で表される。

$$f_V = \frac{3}{4} \left\{ c_1^2 \left( 1 - \frac{c_1}{3} \right) + c_2^2 \left( \frac{R_1}{R_m} - \frac{c_2}{3} \right) \right\} \quad (2.37)$$

ここで

$$c_1 = \frac{R_1^2 - (R_m - r)^2}{2R_m r}$$
$$c_2 = \frac{R_m^2 - (R_1 - r)^2}{2R_m r}$$

沈んでいく球の周りの流れ場が定常であるとするれば、ストークスの法則にならって剛体球に働く抵抗力を求めることができる。深さ  $x$  まで沈んだときに剛体球にかかる粘性抵抗力  $D$



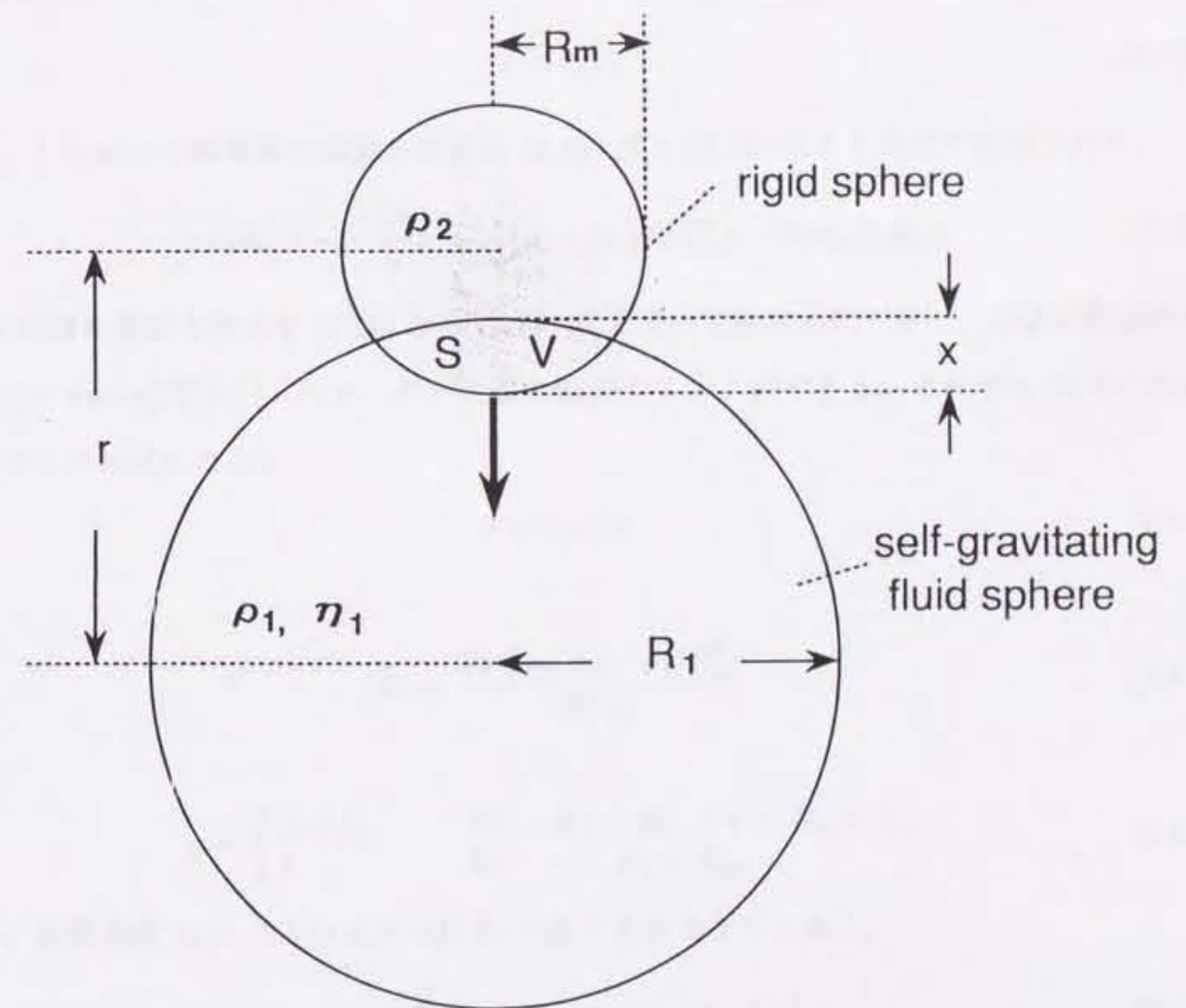


図2-7 オーバーターンのモデル。プロトコアは半径  $R_1$ 、粘性率  $\eta_1$  の自己重力を持つ流体球で、その中を半径  $R_m$  の鉄の剛体球がストークスの法則に従って沈降していくとする。



は次の式で求められる。

$$D = -6\pi\eta_1 f_S R_m \dot{r} \quad (2.38)$$

ここで  $f_S$  は流体球に接している剛体球の表面積の割合である。ただし、

$$f_S = c_1/2 \quad (2.39)$$

である。したがって剛体球の運動方程式は (2.36) 式と (2.39) 式より次式で表現される。

$$\frac{4}{3}\pi\rho_2 R_m^3 \ddot{r} = -\frac{16}{9}\pi^2 G\rho_1(\rho_2 - \rho_1) f_V R_m^3 r - 6\pi\eta_1 f_S R_m \dot{r} \quad (2.40)$$

2-2-2 と同様に運動方程式を (2.15) から (2.19) 式を用いて無次元化すると、左辺は右辺に対して  $\xi (= 4\pi G\rho_1^3 R_1^4/\eta_1^2)$  のオーダーとなり無視することができる。それゆえ (2.40) 式は次のバランスの式になる。

$$\dot{r} = -qk_0 r \quad (2.41)$$

ここで

$$k_0 = \frac{8\pi G\rho_1(\rho_2 - \rho_1)R_m^2}{27\eta_1} \quad (2.42)$$

であり、

$$q = \begin{cases} f_V/f_S & \text{for } R_1 - R_m \leq r < R_1 + R_m \\ 1 & \text{for } r < R_1 - R_m \end{cases} \quad (2.43)$$

である。沈降速度  $k_0$  は (2.16) 式における  $\dot{t}$  で表すと次のようになる。

$$k_0 = \frac{2}{27}(\rho_2/\rho_1 - 1)(R_m/R_1)^2 / \dot{t} \quad (2.44)$$

図 2-8 は (2.41) 式に対し 0.2 から 0.9 の様々な  $R_m/R_1$  を与えて計算した  $r$  と  $t$  の関係を示したものである。それぞれの曲線における最初の平坦なステージは、剛体球が部分的に流体球の中に沈んだ状態に相当する。剛体球がほとんど流体球の中に沈むと、 $r$  は時間に対して指数関数的に  $k_0$  の速度で減少する。 $R_m/R_1$  が大きくなるにつれて部分的に沈んだ状態の継続時間は短くなり、剛体球が中心付近にまで沈むのに要する時間も短くなる。これは (2.44) 式からもわかるように  $k_0$  が  $R_m^2$  に比例するからである。



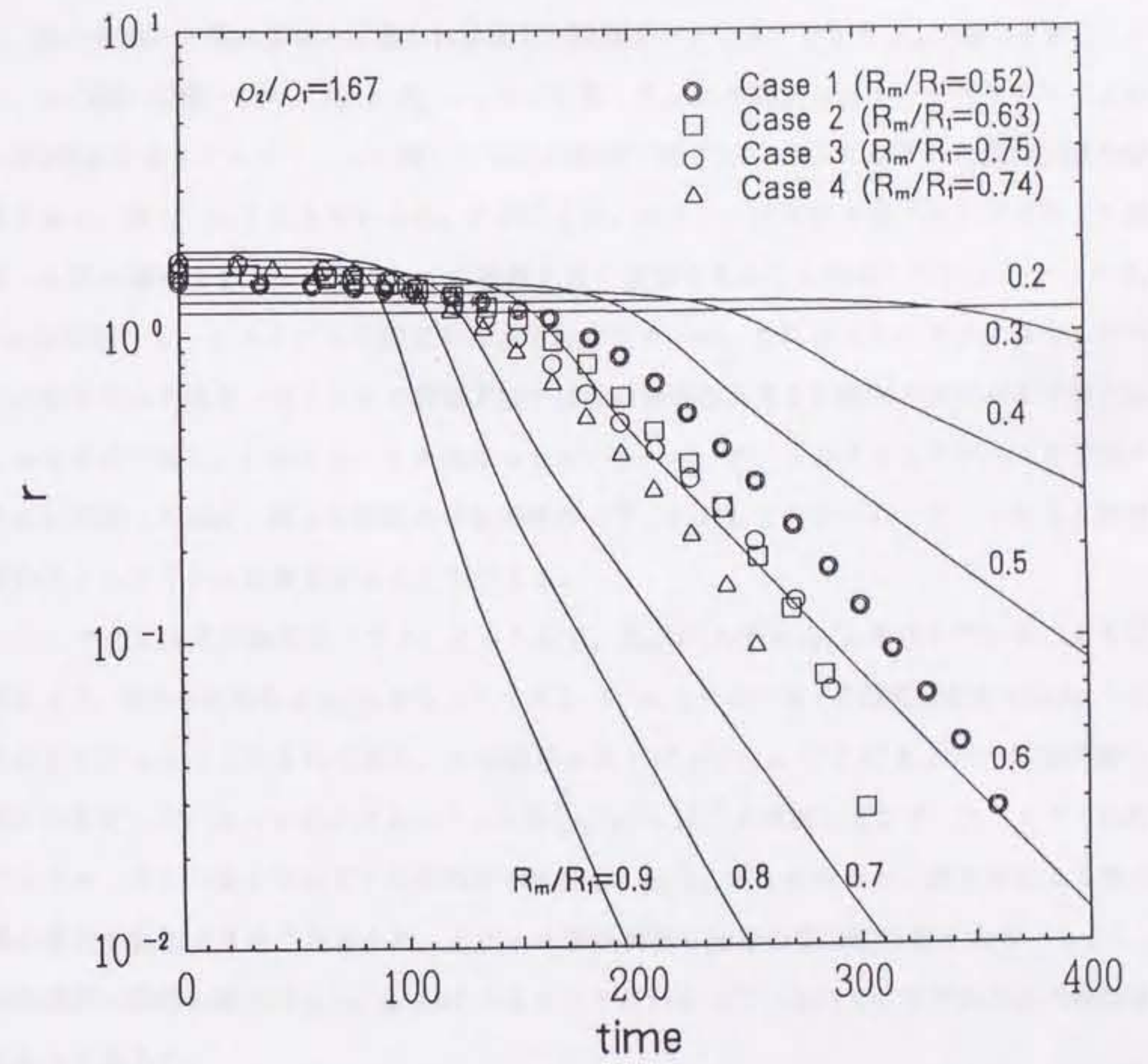


図2-8 数値実験のケース1-4(表2-3)とストークスモデルにおける  $r-t$  の比較。実線はストークスモデルの結果を  $R_m/R_1$  の値と共に示す。





2-3-2節で述べた数値実験の結果も図2-8に示す。ストークス沈降のモデルと比較するため、鉄の液滴の下端が最初の位置から移動した距離を  $x$  とした。そして  $R_m$  を表2-4からとって、中心間の距離  $r$  を  $r = R_1 + R_m - x$  から計算した。この図からストークスモデルによる  $r$  の時間変化はタイムスケールに関して40%の範囲で図2-3, 2-4, 2-5に示された数値実験の結果と良く一致していることがわかる。このことは、ストークスモデルはプロトコアの上に溜まった鉄の層によるオーバーターンの過程を良く近似できることを示している。ケース3, 4の結果はストークスモデルの結果からのずれが大きい、これはストークス沈降のモデルでは剛体球の半径を一定としたが数値実験では鉄の液滴の大きさが時間と共にかなり変化しているためである。このストークス沈降モデルをオーバーターンのタイムスケールを予想するのに利用できれば、様々な段階の原始地球のモデルに対してもオーバーターンによる核形成のタイムスケールを推定することができる。

ここで(2.44)式は無次元パラメーターとして、 $R_m/R_1$ の他に  $\rho_2/\rho_1$  を含んでいることに注意しよう。図2-9は異なる  $\rho_2/\rho_1$  をもつケース1, 5, 6, 7における  $r$  の時間変化を  $t(\rho_2/\rho_1 - 1)$  に対してプロットしたものである。この結果から  $1.17 \leq \rho_2/\rho_1 \leq 1.67$  において数値実験で得られたオーバーターンのタイムスケールは  $(\rho_2/\rho_1 - 1)^{-1}$  に比例しており、ストークス沈降のモデルと良く一致していることが再び示される。 $\rho_2/\rho_1 \gg 1$  になると、鉄の球による重力場の変化が無視できなくなるため、モデルと数値実験の結果の整合性は悪くなる。しかし、原始地球の問題の場合は  $\rho_2/\rho_1 \approx 1.67$  となることがわかっているため、モデルの正当性は保たれるであろう。

式(2.31)と式(2.42)または(2.44)を用いて、任意の厚さの密度の大きい層に覆われた球におけるオーバーターンのタイムスケール  $\tau_g$  を次のように定義することができる。

$$\begin{aligned} \tau_g \equiv 1/k_0 &= \frac{27\eta_1}{8\pi f^{2/3} G \rho_1^2 R_1^2} (\rho_2/\rho_1 - 1)^{-1} ((R_2/R_1)^3 - 1)^{-2/3} \\ &= \frac{27}{2f^{2/3}} (\rho_2/\rho_1 - 1)^{-1} ((R_2/R_1)^3 - 1)^{-2/3} \hat{t} \end{aligned} \quad (2.45)$$

ここで  $\tau_g$  が線型安定性解析から予測されていたように  $\eta_1$  に比例していることと、鉄の層の体



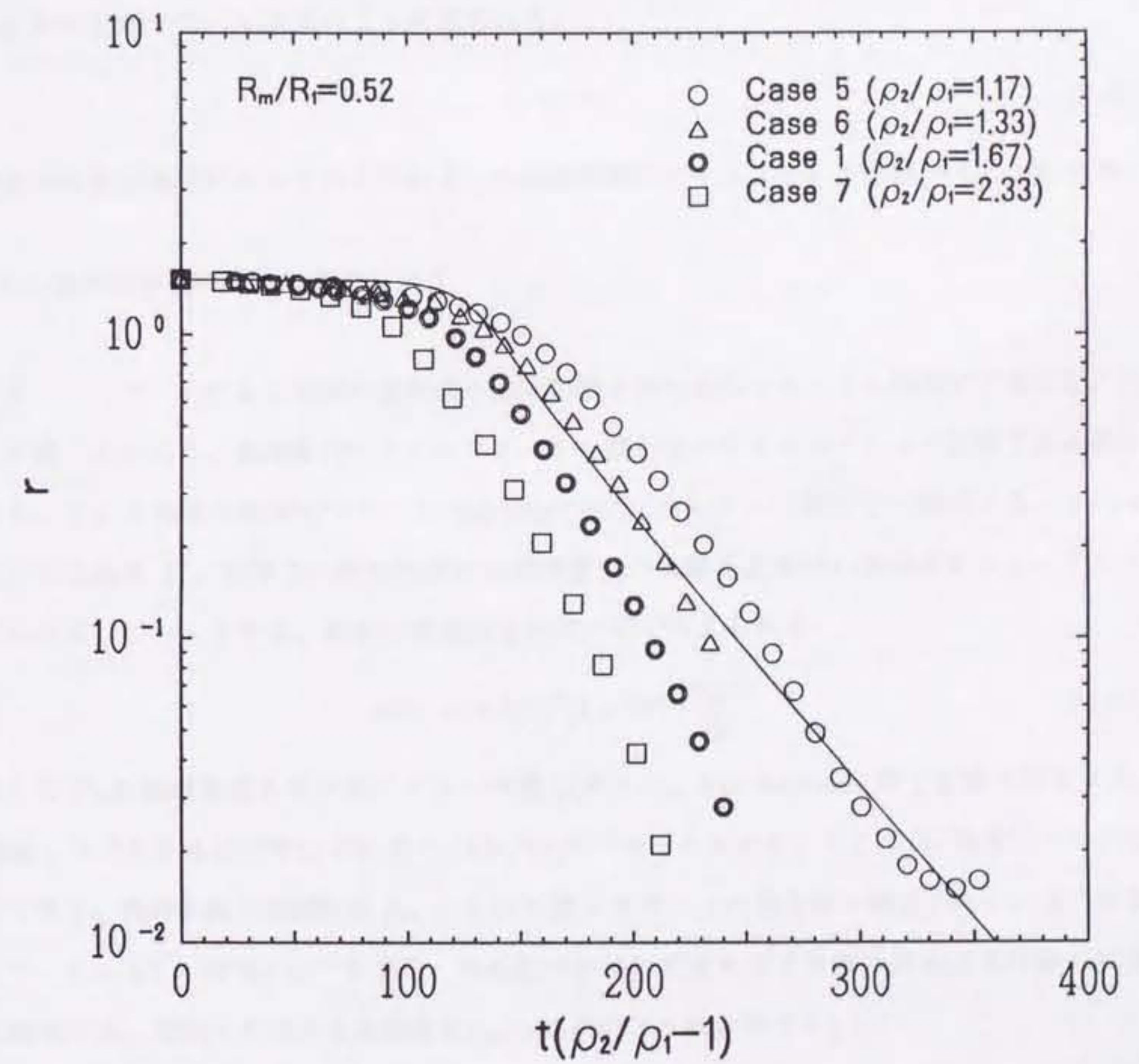


図2-9 数値実験のケース1,5,6,7(表2-3)の  $r-t(\rho_2/\rho_1-1)$ 。実線は  $R_m/R_1 = 0.52$  (数値実験で得られた値に相当) としたときのストークスモデルの推定値を示す。



積の2/3乗に反比例していることは注目すべき点である。図2-8に示された様に、ほぼ完全なオーバーターン（ここでは $r = 0.1$ となるのにかかる時間とする）に要する時間 $\tau_c$ はほぼ $250\bar{t}$ から $320\bar{t}$ であって次式のように表される。

$$\tau_c \approx 5\tau_g \quad (2.46)$$

次節では原始地球において考えられる $\tau_g$ を地球集積のタイムスケールと比べることにする。

#### 2-4-2 地球集積と核形成のタイミング

オーバーターンによる地球の核形成が地球集積と同時進行でおこるか集積完了後に起こるかを調べるために、地球集積のタイムスケールを核形成のタイムスケールと比較する必要がある。ここで地球の集積については Safronov(1972) のモデルを採用して検討する。このモデルでは質量  $M$ 、半径  $R$  の原始地球が表面密度  $\sigma_p$  の太陽系星雲中の微惑星をスweepしながら成長していくとする。地球の集積速度は次の式で与えられる。

$$\dot{M}(t) = \pi R(t)^2 (1 + 2\theta) \frac{4\sigma_p(t)}{P_K} \quad (2.47)$$

ここで  $P_K$  は地球軌道におけるケプラー周期 (1年) で、 $\theta$  は Safronov 数で定数と仮定する。成長しつつある地球の半径  $R$  は  $R = (3M/4\pi\bar{\rho})^{1/3}$  で与えられる。ここで  $\bar{\rho}$  は地球のバルク密度であり、地球が鉄の体積比が  $f_{Fe} = 0.18$  の鉄シリケートの混合物で構成されていると仮定して、 $\bar{\rho} = 4.3 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$  とする。単純化のために密度に対する静水圧による圧縮の効果は無視する。時間  $t$  における表面密度  $\sigma_p(t)$  は次のように定義する。

$$\sigma_p(t) = (M_0 - M(t))/A \quad (2.48)$$

ここで  $A$  は地球を形成する微惑星の feeding zone の面積であり、 $M_0$  は feeding zone 内の微惑星の総質量である。 $M_0$  は現在の地球質量に等しいとする。式 (2.47) と (2.48) の解は解析的に次のように与えられる。

$$t = \frac{3AP_K}{4\pi R_0^2(1+2\theta)} I\left(\frac{R}{R_0}\right) \quad (2.49)$$



ここで  $R_0 = (3M_0/4\pi\bar{\rho})^{1/3}$  であり、 $I(x)$  は次式で与えられる。

$$I(x) \equiv \int_0^x \frac{dy}{1-y^3} = \frac{1}{6} \ln \frac{1-x^3}{(1-x)^3} + \frac{1}{\sqrt{3}} \tan^{-1} \frac{2x+1}{\sqrt{3}} - \frac{\pi}{6\sqrt{3}} \quad (2.50)$$

集積が進むにつれて原始地球の表面付近の温度は  $R^2$  に比例して上昇する。半径が約 1000km のとき表面温度はわずかに数百 K であるが、 $R \simeq 3000\text{km}$  になるとシリケートの固相線の温度に達してマグマオーシャンが形成されはじめる (Safronov, 1972; Kaula, 1979; Coradini *et al.*, 1983; Sasaki and Nakazawa, 1986)。マグマオーシャンの中では鉄とシリケートの分離が起こり、鉄が沈降することによって冷たいシリケートに富むプロトコアの上に鉄の層が堆積していく。

ここで  $R(t) \geq R_1$ 、つまり現在の地球の約半分以上の半径に成長した後は、鉄の分離と沈降は集積時間に比べて十分短いタイムスケールで起こると仮定する。このことは、Stevenson (1990) によってほぼ溶融したマントルの中で鉄が分離するタイムスケールは  $1-10^2$  年であると推定されているので適当だろう。

よって鉄の層の厚さ  $h$  はプロトコアより上に付加した物質中の鉄の量から計算でき、次式で与えられる。

$$h(t) = \{f_{\text{Fe}}R(t)^3 + (1-f_{\text{Fe}})R_1^3\}^{1/3} - R_1 \quad \text{for } R(t) \geq R_1 \quad (2.51)$$

図 2-10 はパラメーターに典型的な値として  $A = 4.08 \times 10^{22} \text{m}^2$  と  $\theta = 4$  を与えた場合の  $R$  と  $h$  の時間変化を示す。この場合地球集積のタイムスケールは約  $5 \times 10^7$  年となる。地球の集積時間は  $10^6-10^8$  年とされていてまだ良くわかってはいないが、代表的な値として  $5 \times 10^7$  年をとった (Wetherill, 1989)。

ここでオーバーターンのタイムスケールと比較するために、鉄の層の成長のタイムスケールを次式で定義する。

$$\tau_m = h/\dot{h} \quad (2.52)$$

$\tau_m \ll \tau_g$  であれば、核形成によって鉄の層がなくなるのに要するタイムスケールが鉄の層の成長のタイムスケールよりも小さいために、実質的には Rayleigh-Taylor 型不安定は地球の



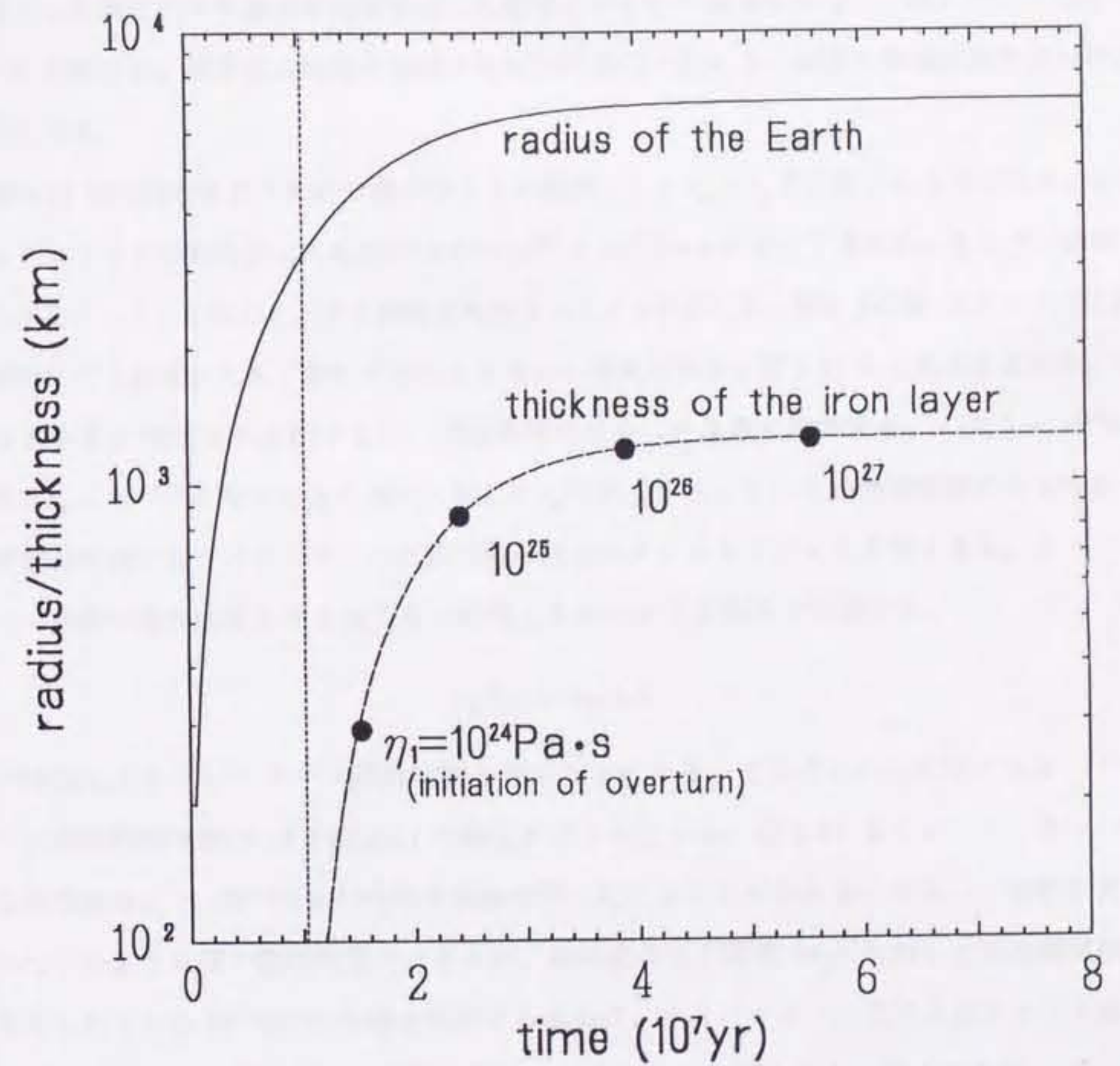


図 2-10 地球の半径と鉄の層の厚さの成長曲線。実線は集積時間を  $5 \times 10^7$  yr としたときの地球の半径の成長を表し、破線は鉄の層の成長を示す。細い破線はマグマオーシャンが  
 でき始める時間を示す。また、黒丸は  $\eta_1$  が  $10^{24} - 10^{27}$  Pa·s のときのオーバーターンの開始  
 時間  $t_0$  を示す (図 2-11 も参照のこと)。



集積が終了してからゆっくりと始まるであろう。一方、 $\tau_m \gg \tau_g$  であれば、鉄の層が十分薄く集積の途中であっても、Rayleigh-Taylor 型不安定が起こり、集積してプロトコアの上部に溜まった鉄は次々に重力不安定によって崩壊して中心へ液滴状になって沈んでいくであろう。この場合は、核形成は地球の集積とほぼ同時進行で起こり、地球の集積が核形成の律速過程となる。

図 2-11 は時間の替わりに鉄の層の厚さ  $h$  の関数として  $\tau_m$  と  $\tau_g$  を比較したものである。 $\tau_g$  の値はプロトコアの粘性率  $\eta_1$  に比例するので  $10^{22} - 10^{27} \text{ Pa s}$  に対して求めた。また  $f$  の値は十分小さなメッシュを与えたときに期待される  $f = 1.0$  を仮定した。別の  $f$  の値 ( $0.3 \leq f \leq 1.0$ ) を採用しても結果が大きく変化することはないと考えられる。図 2-11 からわかるように、 $\tau_m$  は  $h$  が小さい間は  $h$  に比例するが、集積後期にはもっと急激に増加する。一方  $h < 10^3 \text{ km}$  の間は  $\tau_g \propto h^{-2/3}$  となって  $h$  の増加に対して  $\tau_g$  は減少する。そのため地球集積のある時点で不安定の発達するタイムスケールが鉄の層の成長のタイムスケールより短くなる。オーバーターンが鉄の層の成長よりも速くなる時間  $t_s$  を次のような条件で定義する。

$$\tau_g(t_s) = \tau_m(t_s).$$

この時間  $t_s$  をオーバーターン開始時間と呼ぶことにする。それぞれの  $\eta_1$  に対するオーバーターン開始時間は図 2-10 と図 2-11 の両方に示されている。図 2-10 よりオーバーターンによる核形成は  $\eta_1 \leq 10^{26} \text{ Pa s}$  の時地球集積の間に起こることがわかる。また、一般的に考えられているよりも長い制限時間ではあるが、核形成の完了時間 ( $\tau_c$ ) に対して古地磁気学的に与えられている  $10^9$  年という値を採用するならば、オーバーターンのタイムスケールは数億年以下でなければならず、 $\eta_1$  は数  $10^{26} \text{ Pa s}$  以下でなければならないことになる。

また図 2-10 および 2-11 は  $\eta_1$  が  $10^{26} \text{ Pa s}$  より大きいかどうかによって、コア形成のパターンが定性的に変化することも意味している。典型的な 2 つのコア形成過程を図 2-12 に示した。 $\eta_1$  が非常に大きい場合 ( $\eta_1 \geq 10^{26} \text{ Pa s}$ ; 図 2-12(a))、Rayleigh-Taylor 型不安定は鉄の層が非常に厚くなるまで起こらない。やがて不安定が発達し始めたとき、半径約  $3000 \text{ km}$  の巨大な鉄の液滴が地球中心まで沈んで、1 度で大部分のプロトコアと入れ替わって鉄のコア



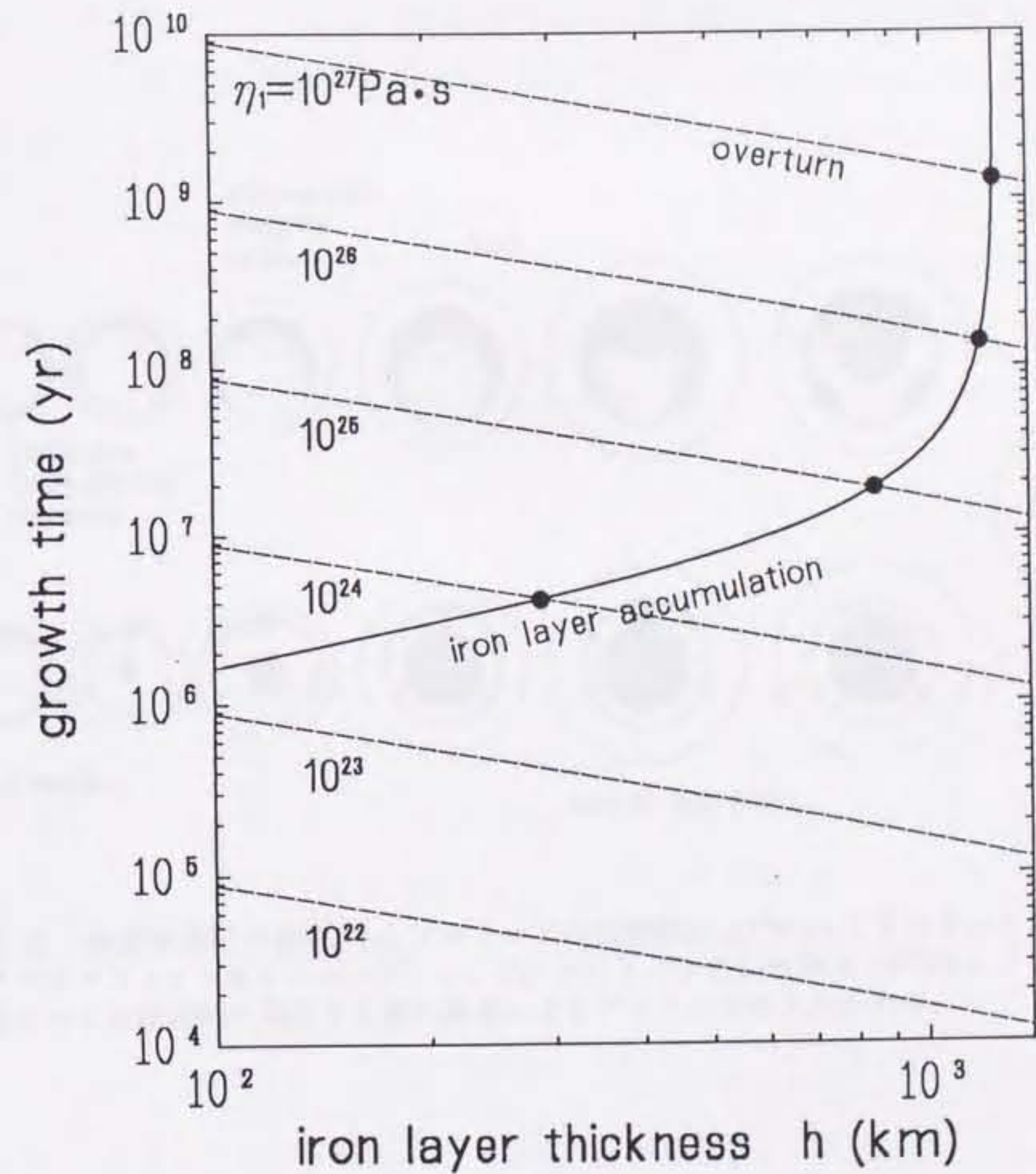


図2-11 地球集積中のオーバーターンのタイムスケールと鉄の層の成長のタイムスケールの変化。横軸は時間の代わりに鉄の層の厚さで表す。実線は鉄の層の成長のタイムスケール $\tau_m$ を表し、点線はオーバーターンのタイムスケール $\tau_g$ を $\eta_1$ の値と共に示す。実線と点線の交点はオーバーターンの開始時間 $t_g$ を示す(図2-10も参照のこと)。



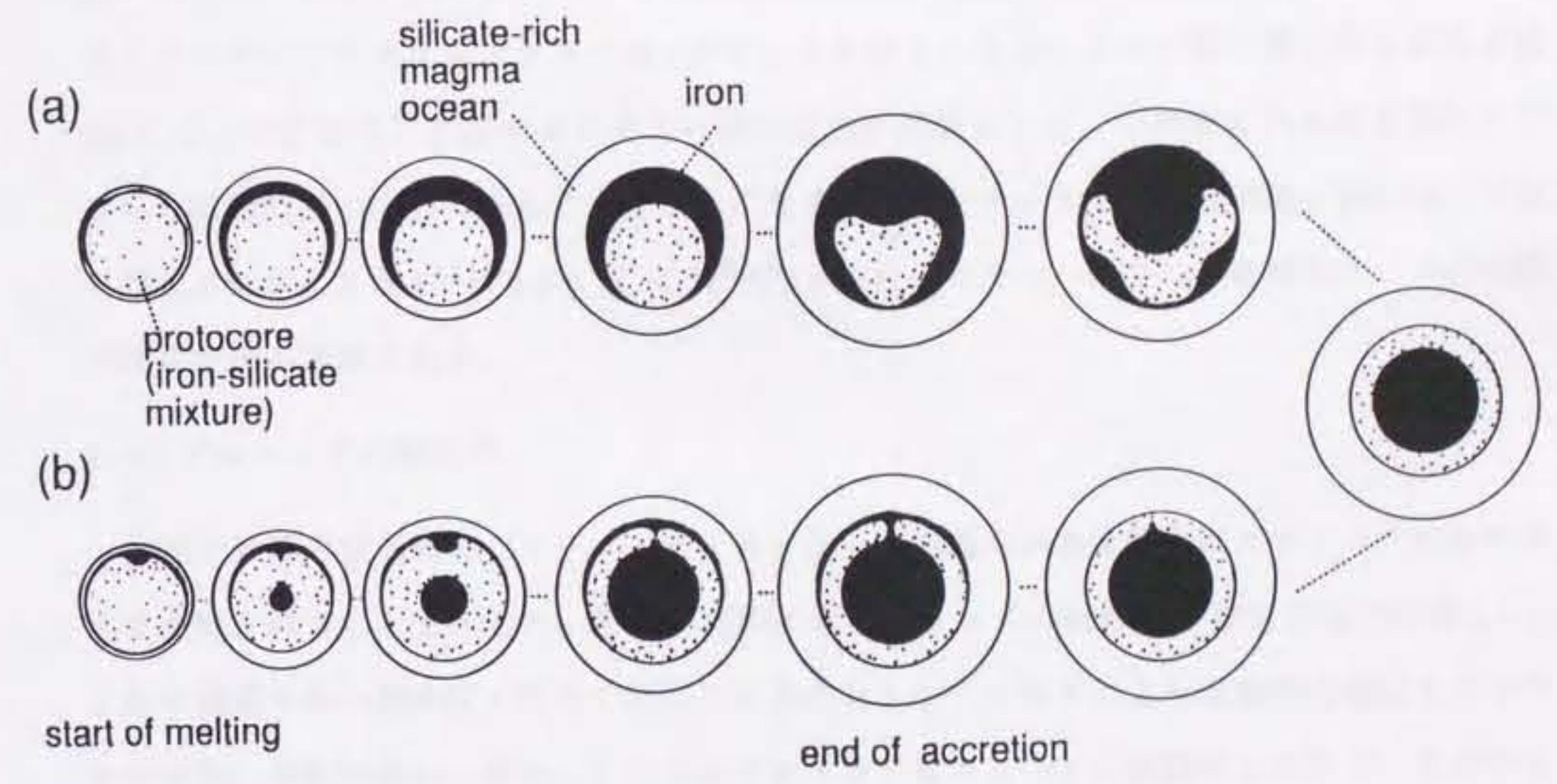
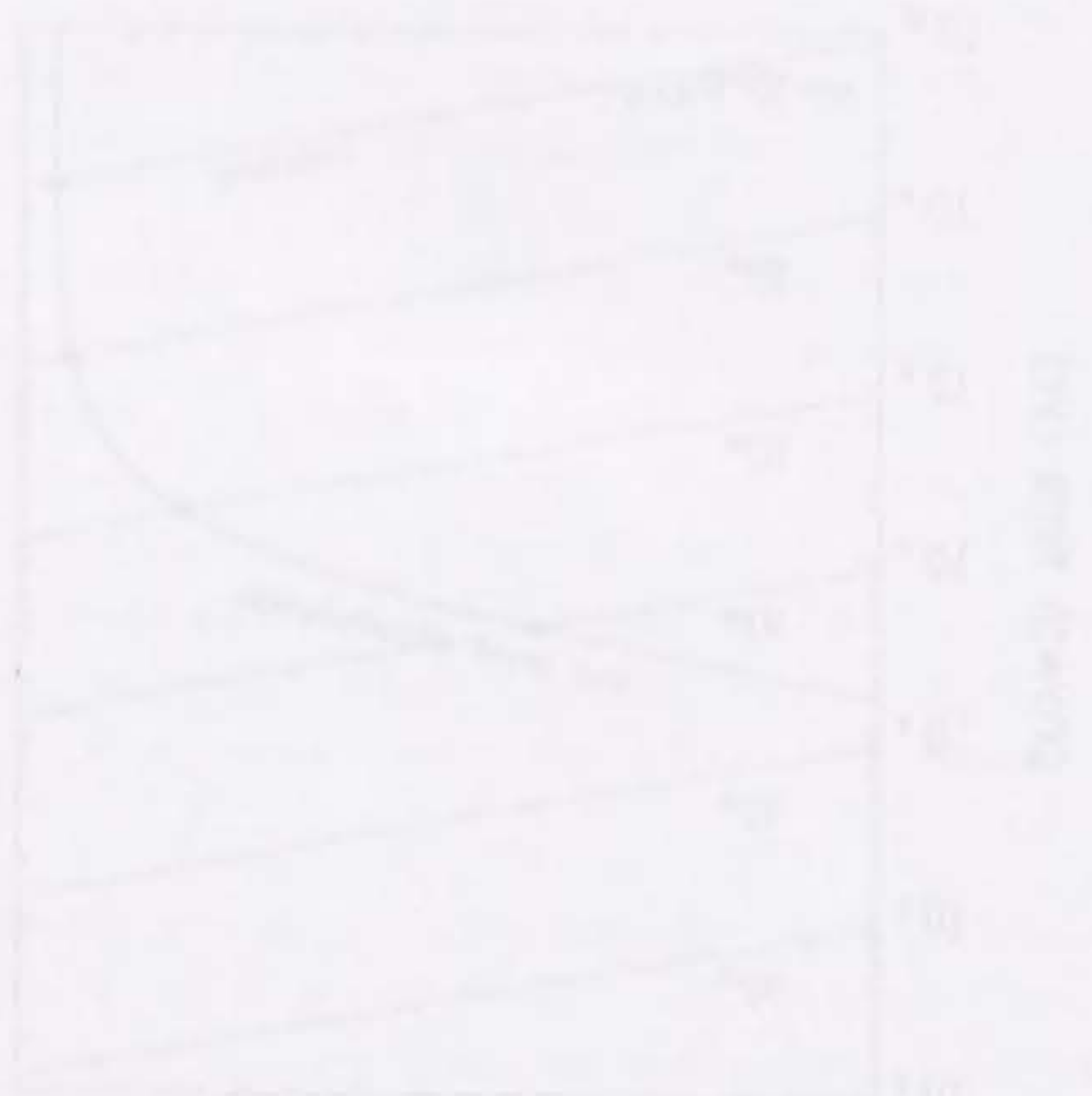


図 2-12 核形成過程の描像。(a) プロトコアの粘性率が  $10^{26}$  Pa s より大きいときにおこるカタストロフィックなオーバーターン。(b) プロトコアの粘性率が  $10^{23}$  Pa s よりも小さいときにおこる断続的に発生する鉄の液滴によるプロトコアの入れかわり。



を作る。このシナリオは図 2-4 から図 2-6 で示した数値実験の結果に相当するものである。一方、 $\eta_1$  が小さいと ( $\eta_1 < 10^{23}$  Pa s: 図 2-12(b))、集積のもっと早い段階でオーバーターンが起こる。鉄の層の厚さが 100km かそれ以下でも、Rayleigh-Taylor 型不安定によって、鉄の液滴が形成され始める。この場合形成される鉄の液滴の半径は数百 km にすぎないが、オーバーターンのタイムスケールは  $10^6$  年よりも小さくなる。よって鉄の層の厚さがある値 ( $\eta_1$  によって決まる) に達すると小さい鉄の液滴が形成されて、中間層にある鉄を吸収して次々と原始地球の中心に沈んでいくことになる。このシナリオでは地球集積と同時進行で核が形成される。また  $10^{23}$  Pa s  $\leq \eta_1 < 10^{26}$  Pa s ではここでのべた 2 つの極端なケースの中間の様式で核が形成される。

#### 2-4-3 プロトコアの粘性率

前節では核形成過程のパターンとタイムスケールの両方が基本的にはプロトコアの粘性率  $\eta_1$  で決定されることを示した。しかし実際にはプロトコアの粘性率を推定するのは難しい。これは極端に高い静水圧・応力で高温下にあるシリケートがどのような変形の様式を示すかが推定しがたいからである。ここではプロトコアはニュートン流体のレオロジーを示すとし、非ニュートン流体的なレオロジーについては 3-3 で議論する。プロトコアの粘性率の大雑把な推定値を得るため、現在のマンツルの粘性率を推定するのに良く用いられている方法を使う。

$$\eta = \eta_m \exp \{b(T_m/T - 1)\} \quad \text{for } T < T_m \quad (2.53)$$

ここで  $T_m$  は融点であって単位は K、 $\eta_m$  は温度  $T_m$  における粘性率、 $b$  はパラメーターである。上式は変形はおもに diffusional flow によっておこり、応力・歪速度には依存しないことを前提としている。 $\eta_m$ 、 $b$  の値として表 2-5 の 2 組の値を使用し、 $\eta_m = 7.8 \times 10^{16}$  Pa s、 $b = 20$ 、または  $\eta_m = 3.2 \times 10^{18}$  Pa s、 $b = 25$  とする (Basaltic Volcanism Study Project, 1981)。 $T_m$  は地球マンツルの固相線の温度で与えることにする (Ohtani, 1983)。

$$T_m = \begin{cases} 1500 + 5.417 \times 10^{-8} P - 2.17 \times 10^{-19} P^2 & \text{for } P < P_{cr} \\ 5000 & \text{for } P \geq P_{cr} \end{cases} \quad (2.54)$$



表 2-5. 粘性率の推定に関するパラメーター

$b^{(1)}$	$\eta_m, \text{Pa s}$
20	$7.8 \times 10^{16}$
25	$3.2 \times 10^{18}$

(1) Basaltic Volcanism Study Project(1981).



ここで  $P$  は静水圧で単位は Pa,  $P_{cr}$  は  $P_{cr} = 1.4 \times 10^{11}$  Pa である。  $P \geq P_{cr}$  では  $T_m$  は一定としたが、これはまだ実験的なデータを用いての推定もこのような領域では難しいためである。鉄の層によるオーバーターンが起こる前のプロトコアの温度分布も明らかになっているわけではないが、ここでは概要をつかむために Sasaki and Nakazawa(1986) の結果を利用する。地球集積において半径 3650km, 4700km, 5500km, 6600km という 4 つのステージを考える。温度は深さと共に表面付近の 1500 - 2500K という値から中心付近の数百 K という値まで変化する。集積する地球の圧力は均質な密度分布を与え、静水圧を仮定することによって次式で簡単に与えられる。

$$P(r) = \frac{2}{3}\pi G \bar{\rho}^2 (R(t)^2 - r^2) \quad (2.55)$$

ここで  $R(t)$  は集積しつつある原始地球の半径、 $\bar{\rho}$  は地球の平均密度である。

図 2-13 はこのような温度・圧力分布を与えて (2-53) 式から計算したプロトコアの粘性率の深さ分布を示している。ここで図よりプロトコアのごく表層部を除いては粘性率は  $10^{26}$  Pa s よりはるかに大きいことがわかる。しかも、 $R$  が大きくなるにつれて圧力が増加していくために粘性率も大きくなっていくことがわかる。このことは鉄の層のオーバーターンは地球集積の後期まで起こらない可能性が高いことを指示しており、図 2-12(b) よりも図 2-12(a) の方がもっともらしい核形成のシナリオであることを意味している。しかし、前節で 10 億年で核形成を完了させるという条件からプロトコアの粘性率は  $10^{26}$  Pa s よりも小さくしなければならぬということを述べた。図 2-13 に示されたプロトコアの粘性率はこの条件を満たしそうにない。この矛盾を避けるためにプロトコアの実効的な粘性率を下げる何らかのメカニズムが必要でありそうである。

#### 2-4-4 核形成を速める機構

核形成を速める可能性の 1 つは、核形成の間に粘性散逸によって開放されるエネルギーでプロトコアが加熱されるというプロセスである。Elsasser(1963)、Stevenson(1990)、Davies(1990) らによって指摘されているように、核形成過程はその進行と共に大量の重力



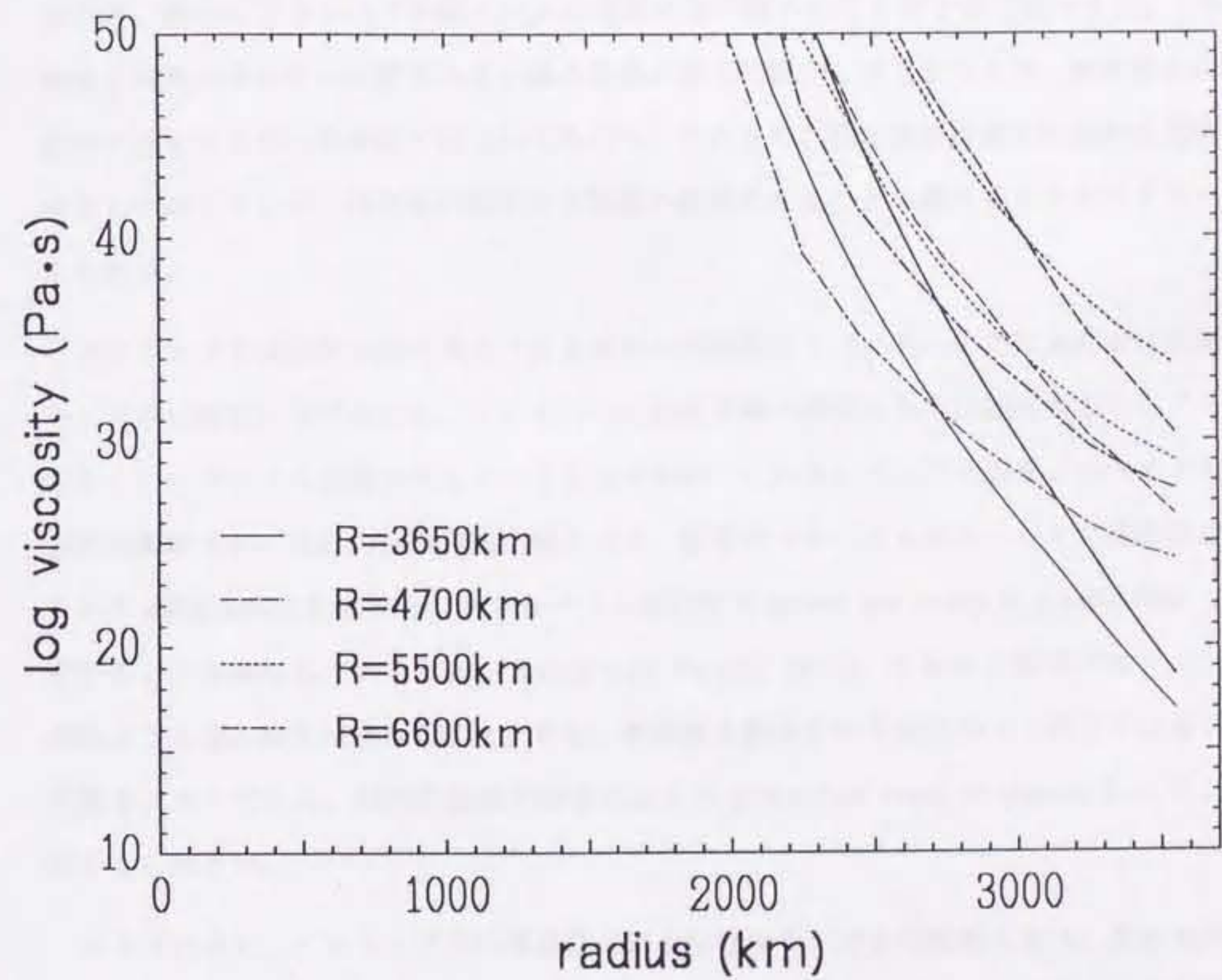


図 2-13 集積期の 4つのステージ ( $R = 3650, 4700, 5500, 6600\text{km}$ ) におけるプロトコアの粘性率の深さ分布。太線は  $a = 7.7 \times 10^{16} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ ,  $b = 25$  としたときの推定値で、細線は  $a = 3.2 \times 10^{18} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ ,  $b = 20$  としたときの推定値 ((2.53) 式参照)。



エネルギーを熱として解放してプロセスの進行を律速する粘性率の値を低下させるので、runaway process である可能性がある。エネルギーの量から考えれば、核形成の間に開放される重力エネルギーは地球全体の温度を 2300K (Flaser and Birch, 1973) も上昇させることができ、確かにプロトコアを融点付近の温度にまで暖めることが十分可能である。しかし、解放されたエネルギーは変形の速い鉄の液滴の直下に集中してしまうため、核形成を自己維持的に進ませるほど効果的ではないであろう。そのため、粘性散逸は確かに核形成過程を速めることができるが、核形成の始まりが集積の終期になることを避けることはできないと考えられる。

プロトコアの実効的な粘性率を下げるほかの可能性として、高い応力領域における変形メカニズムの変化が挙げられる。ここで行った数値実験の結果からも比較的大きいシアー応力がオーバーターンの過程で生じていることがわかっている。カンラン石などのマンツルの代表的な鉱物では、差応力が臨界値を越えると、変形のメカニズムがニュートン流体的な特長を示す diffusional flow から、非ニュートン流体的な power law creep や plastic flow へと変化することが知られている (e.g. Ashby and Verrall, 1977)。これらの領域ではニュートン流体よりも速く変形が進む可能性がある。核形成を制限された時間の中で終了させることが可能なメカニズムは、核形成過程の終期に起こる power law creep や plastic flow による変形かもしれない。

またその他に、プロトコア中の揮発性元素が粘性率を下げる可能性もある。原始地球の中で最初に集積した部分では、集積する微惑星の衝突速度が小さいために、微惑星衝突時の脱ガス (e.g. Lange and Ahrens, 1982) が効果的に起こらなかったと考えられる。そのためプロトコアの一部は、水などの揮発性元素を大量に含んでいる可能性がある。例えば水はシリケートの融点を下げることが知られているので、プロトコアの実効的な粘性率を低下させることが期待される。ただし、実際にプロトコアの条件のような高圧下での揮発性元素の挙動について明らかにすることは難しいであろう。

実際にはこれらの複数のメカニズムが総合的にプロトコアの粘性率を下げる働きをしたも



この論文は、まず、理論的な背景を説明し、次に、数値実験の結果を報告し、最後に、結論を述べている。論文の構成は、以下の通りである。

1. はじめに

2. 理論的背景

3. 数値実験の方法

4. 数値実験の結果

5. 結論

6. おわりに

参考文献

謝辞

連絡先

この論文は、著者の個人的な研究に基づいて書かれたものである。論文の内容は、著者の個人的な見解に基づいて書かれたものである。論文の内容は、著者の個人的な見解に基づいて書かれたものである。

のと考えられる。こうした効果を次章では実際に数値実験の中に取り込み、より詳しい考察を進めることにする。

この論文は、まず、理論的な背景を説明し、次に、数値実験の結果を報告し、最後に、結論を述べている。論文の構成は、以下の通りである。

1. はじめに

2. 理論的背景

3. 数値実験の方法

4. 数値実験の結果

5. 結論

6. おわりに

参考文献

謝辞

連絡先

この論文は、著者の個人的な研究に基づいて書かれたものである。論文の内容は、著者の個人的な見解に基づいて書かれたものである。論文の内容は、著者の個人的な見解に基づいて書かれたものである。



## 2-5 まとめ

本章では Rayleigh-Taylor 型の重力不安定による核形成の可能性を原始地球をニュートン流体と仮定して検討した。その結果、核形成が鉄の層と内側のプロトコアの入れ替わり、すなわちオーバーターンによって起こる可能性があることを示した。オーバーターンは鉄の層に覆われたプロトコアがある方向へ平行移動することによって始まるが、これによって生じる鉄の厚さの非球対称性からより高次の不安定が発達し始め、大きな鉄の液滴が地球中心に向かって沈んでいくことになる。この高次の不安定の発達が地球核形成の律速過程である。鉄の層から生じた液滴がオーバーターンを起こす過程は、自己重力を持った流体球の中を剛体の鉄の球がストークスの法則にしたがって沈降するというモデルで表すことができる。

地球の核形成がいつ起こるかはオーバーターンのタイムスケールと地球集積のタイムスケールを比較することで調べることができる。プロトコアの粘性率によって極端な例として次の2つが起こる。

1. プロトコアの粘性率が  $\eta_1 \geq 10^{26} \text{ Pa s}$  の時は、オーバーターンは地球が成長して鉄の層がかなり厚くならないと起こらない。よって核形成はほぼ地球集積が完了する所に起こり始め、巨大な鉄の液滴によるオーバーターンを1度起こすことでほぼ核形成が終了する。

2. プロトコアの粘性率が  $\eta_1 \leq 10^{23} \text{ Pa s}$  であると、鉄の層が成長し初めて間もないころからオーバーターンが起こる。この場合オーバーターンのタイムスケールは地球集積のタイムスケールに比べると非常に短いので、集積と同時進行で小規模なオーバーターンが何度も起こることになる。

プロトコアの力学的物性が現在の地球のマントルと同様であり diffusional flow によって変形が起こるとすれば、その粘性率が  $10^{26} \text{ Pa s}$  を下回るのは集積初期のプロトコアのごく表面のみであって、他の部分ではこの値より何桁も大きくなる。これは、オーバーターンは集積の末期まで起こらず、上に挙げた1のシナリオがもっともらしいことを示す。しかしこれほど粘性率が高いと核形成の完了までに  $10^9$  年を越える時間がかかってしまう。古地磁気学的に得られた  $10^9$  年以内という核形成の制限時間を満たすためにはプロトコアの粘性率を



実効的に下げる何らかのメカニズムが必要である。揮発性元素による融点の低下、高い非静水圧の効果による変形メカニズムの変化、摩擦による加熱がその候補としてあげられる。



3-1 はじめに

第2章では原始地球をニュートン流体とした場合の Rayleigh-Taylor 形不安定の数値実験を行った。その結果、地球形成後 10 億年以内に核が形成されるためにはプロトコアの粘性率が  $10^{26}$  Pa s 以下であることが必要とわかった。しかしマントルの粘性率から見積るとプロトコアの大部分の粘性率はこの値を越える。そのため、何らかの加速の機構が必要であることが示唆された。

核形成過程を速める可能のあるメカニズムには以下のものが考えられる。

1. 核形成時の重力エネルギーの解放による発熱
2. プロトコアの非ニュートン流体的な変形 (破壊も含む)
3. 揮発性元素による融点の低下の影響
4. 巨大衝突による原始地球の大規模溶融

これらの可能性についてまず簡単に述べよう。

重力エネルギーの解放による発熱 (Birch, 1965; Flaser and Birch, 1973; Shaw, 1978) は自己維持的に核形成を起す機構として多くの研究者によって指摘されてきた (Mccammon *et al.*, 1983; Sasaki and Nakazawa, 1986; Ida *et al.*, 1987)。Flaser and Birch (1973) によると核形成時には全部で 2780 J/g のエネルギーが解放されることが指示されている。このエネルギーがすべて熱に変換されると、地球の温度を約 2300K も上昇させてほぼ地球全体の温度を融点付近にまで近付けることができる。その結果、プロトコアの粘性率は現在のマントルに以下の値まで減少して、前章の結果に示されるように核形成は非常に速く進行する。しかしこれらの研究では重力エネルギーが散逸される過程についてほとんど触れていない。解放されたエネルギーは変形時の粘性散逸によって原始地球の熱エネルギーに変換されていると予想され、この粘性散逸について詳しい考慮を行なうことが必要と考えられる。



また前章では原始地球のレオロジーとしてニュートン粘性を仮定したが、現実には珪酸塩は歪速度や応力の条件によって変形の様式を変えることがわかっている。作用した応力が非常に大きい場合には塑性変形や破壊が生じる。このような場合にはニュートン粘性流体で論じた場合よりもはるかに重力不安定が速く起こる可能性がある。

地球の材料となった微惑星に含まれていた水などの揮発性元素による融点の低下もわずかながら粘性率を低下させる。しかしこの効果は上に挙げた2つのメカニズムにくらべればかなり小さいと考えられる。また1-3節でも述べたように集積時に巨大な微惑星が衝突したとすれば、原始地球は広範囲にわたって溶けて粘性率が一気に低下する可能性もある。

ここでは核形成を速める有力なメカニズムとして、粘性散逸による発熱と粘性率の温度依存性のカップリングと非ニュートン流体的な変形を詳しく検討することにする。3-2節では第2章で用いた数値実験を応用して粘性散逸が核形成を加速する可能性について検討する。3-3節では地球集積中のプロトコアの変形様式を推定し、これによって核形成が速められる可能性を調べる。最後に3-4節におけるまとめで核形成の描像を示す。



### 3-2 重力エネルギーの解放による加熱の影響

#### 3-2-1 これまでの研究

核形成時に解放される重力エネルギーの量はプロトコアの加熱に必要なエネルギーに匹敵する。そのため多くの研究者は核形成は自己維持的な過程であると考えてきたが、その具体的な過程についての研究は余り行なわれていなかった。粘性流体では、変形時の摩擦（粘性散逸）によってエネルギーが散逸され、このエネルギーが熱に変換される。エネルギーの散逸するタイムスケールは粘性率と変形速度に依存するが、粘性率の値も発生した熱によって変化する。

Turcotte and Emerman(1983) は実際に粘性散逸による融解によって鉄の沈降が速められる過程を理論的に調べた。彼らは鉄の塊の半径が 30km 以上であれば、粘性散逸による溶融の機構が有効に働いて runaway プロセスになることを示した。しかし彼らは溶融のために必要なエネルギーとして潜熱のみを考えて初期温度分布の影響を考慮に入れていない。また具体的なエネルギーの散逸過程についても触れていない。粘性散逸によって熱エネルギーがどのように発生するか、また、原始地球のように深さと共に指数的に粘性率が増加する条件で、どの程度粘性散逸が効果的に働くかについては具体的に検討する必要がある。

本節ではまず粘性散逸が変形を速める過程を限られたパラメーター領域で数値実験によって調べる。そして、散逸するエネルギーは変形過程で解放される重力エネルギーであることを用いて簡単な物理的モデルをたてる。さらにモデルと数値実験との整合性を調べ、その結果を原始地球に対して用いることにする。



### 3-2-2 研究手法

#### 3-2-2-1 基礎方程式

まず2章で行った数値実験に粘性散逸による発熱の効果を取り入れる。第2章では基礎方程式として連続の式(質量保存)、運動方程式(運動量保存)を使用した。流体の運動を厳密に記述するにはこの2式に加えてエネルギー保存の式が必要である。エネルギー保存の条件から非圧縮性粘性流体における熱輸送方程式は次のように求められる(e.g. Chandrasekhar 1961, Appendix 1 参照)。

$$\rho c_v \left( \frac{\partial T}{\partial t} + u_i \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial}{\partial x_i} K \frac{\partial T}{\partial x_i} + \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (3.1)$$

ここで、 $c_v$ は定積比熱、 $T$ は温度、 $K$ は熱伝導率である。(3.1)式の右辺第2項が粘性によるエネルギー散逸を示す。核形成の間に重力ポテンシャルエネルギーは粘性散逸を通じて解放されて流体の温度を上昇させる。ここで、流体の粘性率が温度依存性を持つとすると、発生した熱は流体の粘性率を低下させて、不安定の発達を速めることができるであろう。

ここでプロトコアの粘性率の温度依存性は(2.53)を参照して以下の式で定義しておく。

$$\eta_1 = \begin{cases} \eta_m \exp(b(T_m/T - 1)) & \text{for } T \leq T_m \\ \eta_m & \text{for } T > T_m \end{cases} \quad (3.2)$$

$T_m$ はプロトコアの融点で、 $\eta_m$ は融点におけるプロトコアの粘性率を示す。粘性散逸の効果を入れた重力不安定の発達を支配する基礎方程式は第2章で用いた基礎方程式(2.11)、(2.12)、(2.14)と(3.1)、(3.2)式となる。

ここで前章と同様の方法で(3.1)、(3.2)の無次元化を行なっておく。第2章と同様に変数はプロトコアの代表的な値で無次元化する。

$$L' \equiv L/R_1, \quad \rho' \equiv \rho/\rho_1, \quad \eta' \equiv \eta/\eta_m, \quad K' \equiv K/K_1, \quad c_v' \equiv c_v/c_{v1} \quad (3.3)$$

粘性率のスケーリングユニットとして、ここでは $\eta_m$ を取る。表2-5より $\eta_m$ の値は $10^{17} - 10^{18} \text{ Pa s}$ でやはり $\xi \ll 1$ となるので第2章の運動方程式をそのまま用いることができる。 $\rho$ 、 $P$ 、 $\psi$ 、 $u$ のスケーリングは(2.16)-(2.19)式の $\eta_1$ を $\eta_m$ で入れ換えることで行うことができる。



あらたに温度、質量、エネルギーの無次元化に対して以下の式を用いる。

$$T' = T / (4\pi G \rho_1 R_1^2 / c_{v1}) \quad (3.4)$$

$$M' = M / (4\pi \rho_1 R_1^3 / 3) \quad (3.5)$$

$$W' = W / \bar{T} c_{v1} \bar{M} = W / \bar{W} \quad (3.6)$$

$M$ は質量、 $W$ はエネルギーを示す。表3-1には原始地球に対して与えられるこれらのスケールリングユニットの値を示しておく。

(3.4)-(3.6)式を用いると熱輸送方程式は次のように書き換えられる。

$$\rho' c'_v \left\{ \frac{\partial'}{\partial t'} T' + u'_i \frac{\partial' T'}{\partial x'_i} \right\} = Q \left( \frac{\partial'}{\partial x'_i} K' \frac{\partial' T'}{\partial x'_i} \right) + \sigma'_{ij} \frac{\partial' u'_i}{\partial x'_j} \quad (3.7)$$

ここで

$$Q = 4\pi G \rho_1^2 K_1 / \eta_m \quad (3.8)$$

原始地球に対して代表的な値を用いると

$$Q = 7.2 \times 10^{-23} \left( \frac{\rho_1}{6.0 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}} \right)^2 \left( \frac{K_1}{4 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}} \right) \left( \frac{7.8 \times 10^{16} \text{ Pa} \cdot \text{s}}{\eta_m} \right)^2 \ll 1.$$

である。よって(3.7)式の右辺第1項の熱拡散項は無視できることがわかる。(3.7)式を前章と同様の軸対称な円筒座標系で表すと、次式のとおりになる。

$$\frac{\partial T'}{\partial t'} + u'_r \frac{\partial T'}{\partial r'} + u'_z \frac{\partial T'}{\partial z'} = \frac{\eta'_1}{\rho' c'_v} \left\{ 2 \left( \frac{\partial u'_r}{\partial r'} \right)^2 + \left( \frac{\partial u'_z}{\partial r'} \right)^2 + \left( \frac{\partial u'_r}{\partial z'} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial u'_z}{\partial z'} \right)^2 + \left( \frac{\partial u'_r}{\partial r'} \right)^2 \right\} \quad (3.9)$$

一方、(3.2)式についても無次元化を行なうと、次のようになる。

$$\eta'_1 = \begin{cases} \exp(b(T'_m / T' - 1)) & \text{for } T' \leq T'_m \\ 1 & \text{for } T' > T'_m \end{cases} \quad (3.10)$$

(2.24)-(2.27)、(3.9)-(3.10)を連立させることで、重力不安定の発達と粘性散逸による発熱の効果相结合させて解くことができる。



表 3-1. 熱輸送方程式に関するスケーリングユニット

Properties	Symbols	Standard Values	
Density	$\rho_1$	$6.00 \times 10^3 (\text{kg m}^{-3})$	
Length	$R_1$	$3.20 \times 10^6 (\text{m})$	
Specific heat	$c_{v1}$	$1.0 \times 10^3 (\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1})$	
Thermal conductivity	$K_1$	$4.0 (\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1})$	
Temperature	$\bar{T}$	$4\pi G\rho_1 R_1^2 / c_{v1}$	$5.15 \times 10^4 (\text{K})$
Mass	$\bar{M}$	$4\pi\rho_1 R_1^3 / 3$	$8.24 \times 10^{23} (\text{kg})$
Energy	$\bar{W}$	$16\pi^2 G\rho_1^2 R_1^5 / 3$	$4.24 \times 10^{31} (\text{J})$



以下では、無次元化を示すプライムを省略するが、原始地球における実際の値への変換は表 3-1 を参考にして必要に応じて行うことができる。

### 3-2-2-2 数値解法と初期条件

実際の数値解法では 2-2-2 でも述べたように (2.24)-(2.26) の代わりに (2.29) 式を用いる。計算アルゴリズムは第 2 章で述べたものと同様とする。ただし、熱輸送方程式の移流項には風上差分を用いる。またタイムステップについては熱輸送方程式の熱拡散項が無視できることから (2.33) 式の条件で設定することにする。初期条件としては、第 2 章で与えた条件に加えて粘性率の温度依存性と温度分布の初期値を設定する。

まず温度分布の初期条件については熱史のモデルの結果 (Sasaki and Nakazawa, 1986) を参考にして次式で定義する。

$$T_0(R) = \begin{cases} T_1 & \text{for } R \leq R_c \\ T_1 + (T_m - T_1)(R - R_c)/(R_1 - R_c) & \text{for } R_c < R \leq R_1 \\ T_m + C_1(R - R_1) & \text{for } R_1 < R \leq R_2 \\ T_m + C_1(R_2 - R_1) + C_2(R - R_2) & \text{for } R_1 < R \leq R_3 \end{cases} \quad (3.11)$$

ここで  $T_1$  はプロトコアの最低温度である。実際には  $T_m$  は (2.54) 式で定義される圧力依存性をもつが、簡単のために数値実験では無視しておく。この温度分布は数値実験の全てのケースで共通なパラメーターとする。表 3-2 に (3.11) 式の温度依存性のパラメーターとそのほかの共通なパラメーターの値をリストする。図 3-1(a) は (3.11) 式から与えられる温度分布を実際の値で示している。ここで原始地球における実際の値に焼き直すと、 $T_m = 2500\text{K}$ 、 $T_1 = 500\text{K}$  である。

次に粘性率の温度依存性を設定する。第 2 章で述べたように原始地球のモデルの中ではプロトコアの粘性率が極端に高く、この部分における粘性散逸が重力不安定の発達を律速する。よって、 $\eta_2$ 、 $\eta_3$  については前章と同様に一定値をとり、 $\eta_1$  にのみ (3.10) 式を用いて温度依存性を設定することにする。プロトコア中の粘性率が取り得る最大値  $\eta_{\max}$  は次のようになる。

$$\eta_{\max} = \eta(T_1)$$

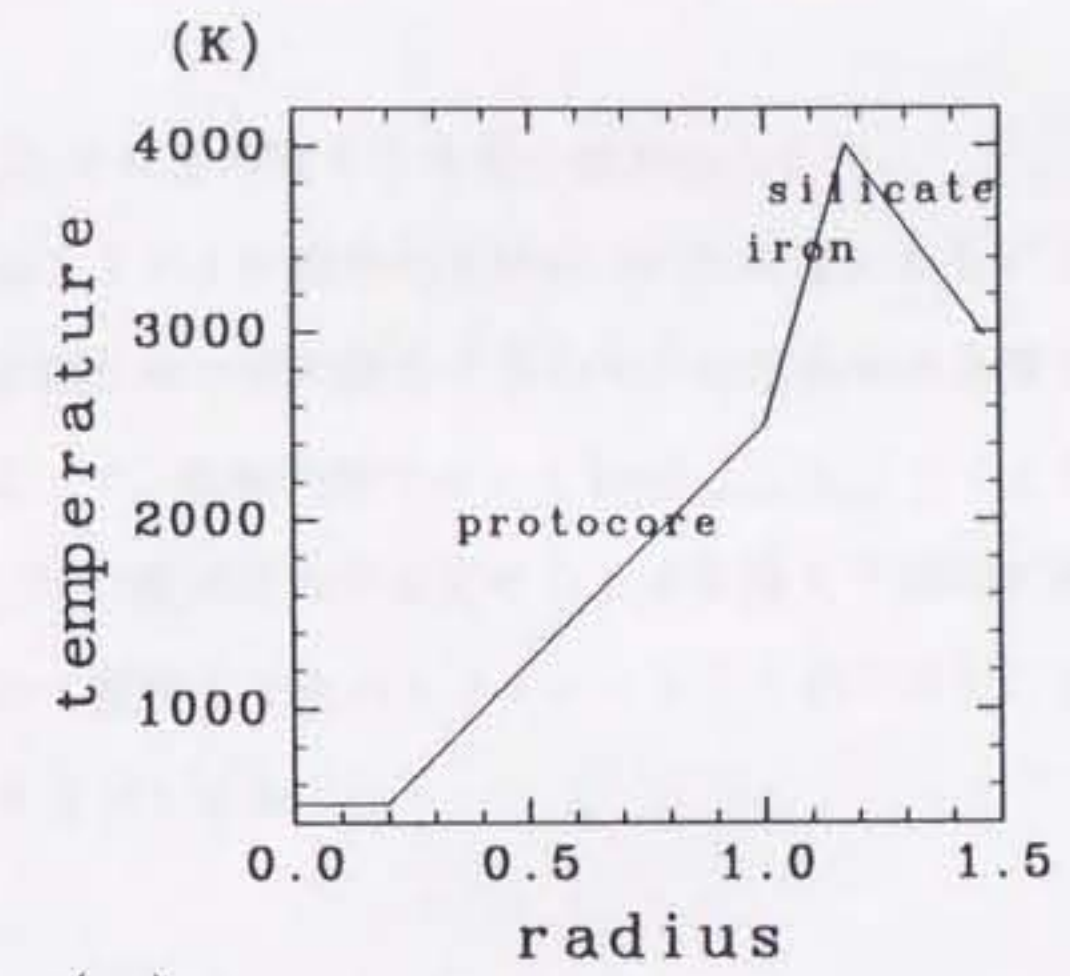


表 3-2. 数値実験で用いた共通パラメーター

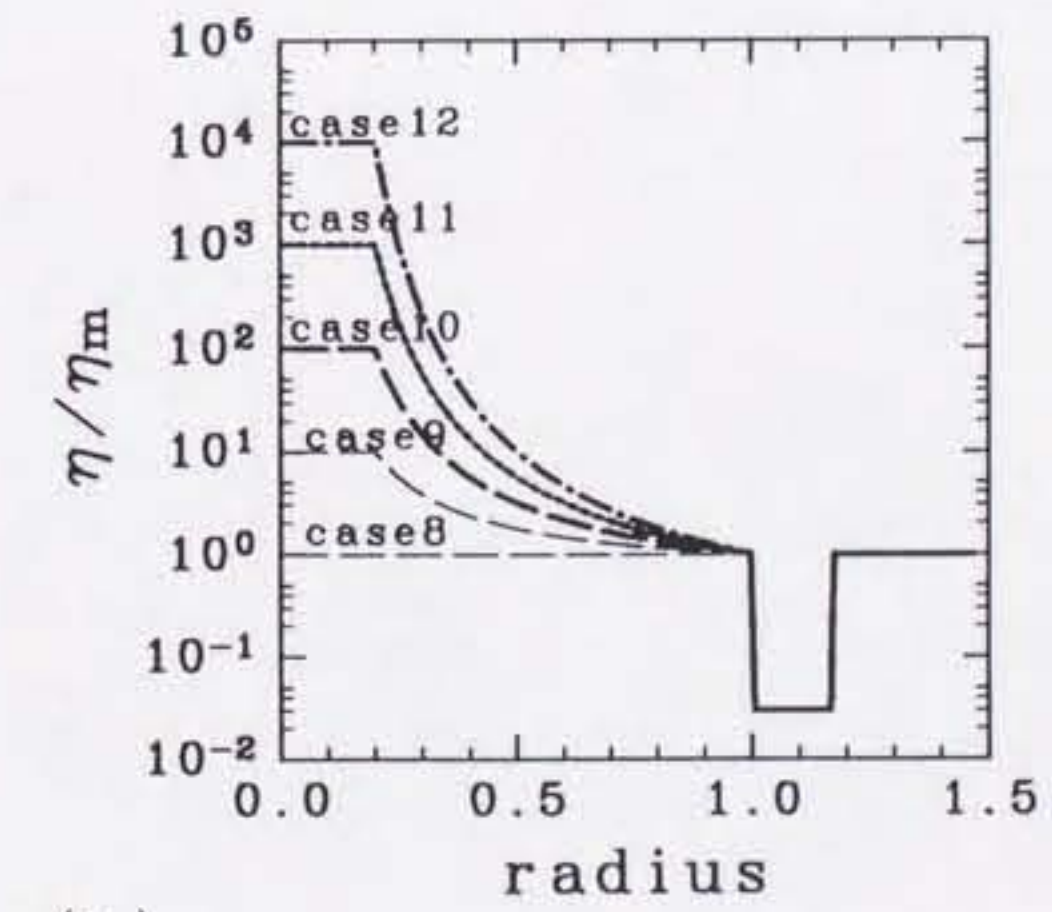
Symbols	Values
$c_{v2}/c_{v1}$	0.67
$c_{v3}/c_{v1}$	1.00
$R_2/R_1$	1.17
$R_3/R_1$	1.46
$\rho_2/\rho_1$	1.67
$\rho_3/\rho_1$	0.83
$\eta_2/\eta_m$	0.03
$\eta_3/\eta_m$	1.00
$K_2/K_1^*$	10.0
$K_3/K_1^*$	1.00
$T_m/\tilde{T}$	$4.85 \times 10^{-2}$
$T_1/\tilde{T}$	$9.71 \times 10^{-3}$
$R_c/R_1$	0.200
$C_1/(\tilde{T}/R_1)$	-0.170
$C_2/(\tilde{T}/R_1)$	$6.77 \times 10^{-2}$

\* 計算には使用されていない。





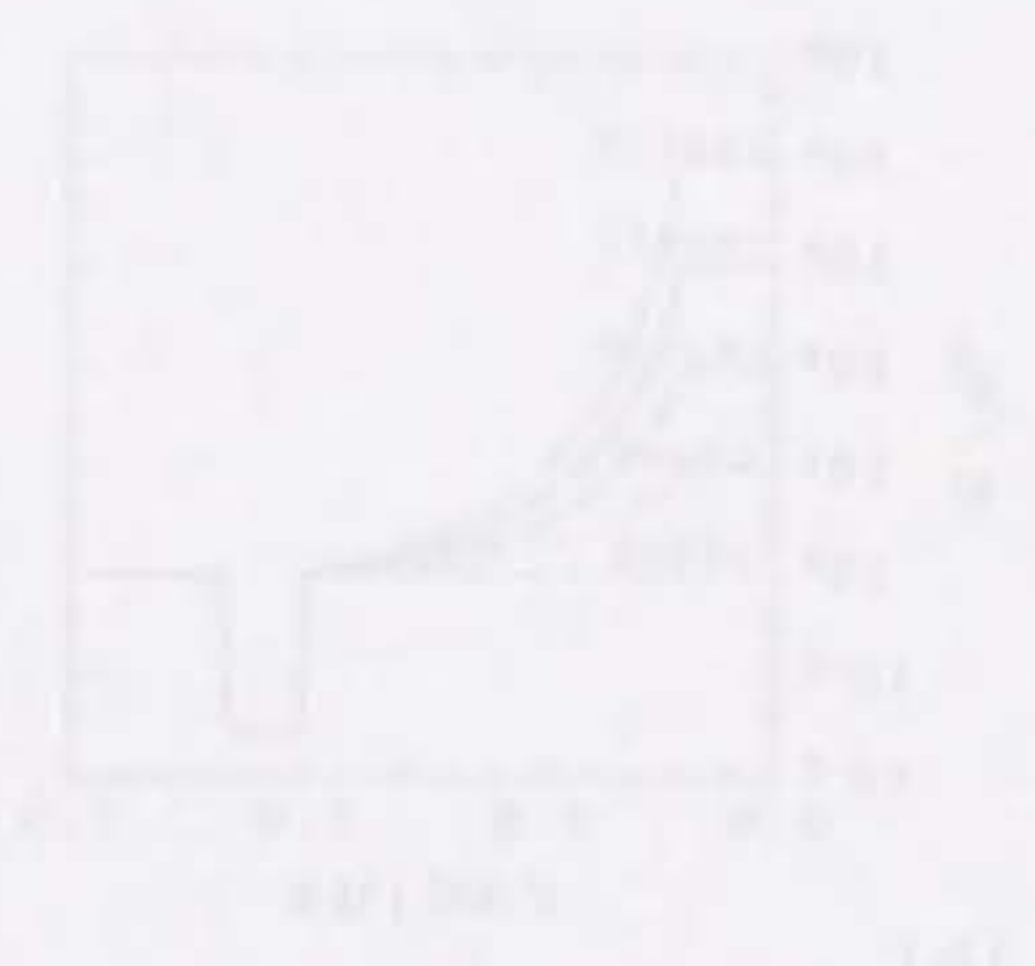
(a)



(b)

図 3-1 (a) 原始地球の初期温度分布と (b) ケース 8-12 で与えられる粘性率の初期分布。半径は  $R_1$  を単位として表す。





また、 $T < T_m$ では $\eta_1$ の取りうる最小値は $\eta_2$ とした。

一方、表 2-5 より  $b$  の現実的な値は 20-25 程度になることが予想されるが、数値実験では運動方程式が粘性率の空間微分を含むために粘性率の急激な変化を計算に入れることは好ましくない。よって、数値実験では  $0 \leq \log(\eta_{\max}/\eta_m) \leq 4$  となるような  $b$  の値 ( $0 \leq b \leq 2.30$ ) を採用して、 $b$  の値が重力不安定に与える影響を予備的に調べる。表 3-3 には数値実験の各ケースにおいて変化させたパラメーターをまとめて示す。また、図 3-1(b) には各ケースの初期粘性率分布を示しておく。



表 3-3. 数値実験の各ケースで変化させたパラメーター

Case	$b$	$\log(\eta_{\max}/\eta_m)$	$(R_m/R_1)_{\text{obs}}$	$f$
8	0.000	0	0.52	0.24
9	0.576	1	$\simeq 0.52$	$\simeq 0.24$
10	1.151	2	$\simeq 0.63$	$\simeq 0.42$
11	1.726	3	$\simeq 0.63$	$\simeq 0.42$
12	2.303	4	$\simeq 0.63$	$\simeq 0.42$



### 3-2-3 結果

初期条件にはこれまでと同様に1次の球面調和関数の擾乱を鉄の層とプロトコアの境界面に与えてその後の重力不安定の発達を調べた。図3-2にまず粘性率の温度依存性がないケース8の結果を示す。図3-2(a)は重力不安定による流体の位置の時間変化を示したものである。この図のオレンジ、赤、黄色の点はそれぞれプロトコア、鉄、シリケート層を表すマーカー粒子である。これは第2章のケース1と同じ条件なので、鉄の液滴が発生して沈降していくという過程は図2-4に示されたものと全く同じである。図3-2(b)は図3-2(a)の各ステージでの温度と速度ベクトルの変化を示したものである。この図から、粘性率の高いプロトコアの部分での発熱が大きく、なかでも変形の著しい鉄の液滴の直下に集中して熱が発生していることがわかる。

図3-3は $\eta_{\max}/\eta_m = 10$ のケース9の結果を示している。この場合もケース8と同様に重力不安定によって鉄の液滴が成長して地球中心に向かって沈んでいく。ただし、そのタイムスケールはケース8に比べて約2倍になっている。また液滴の形状はやや縦長になる。これは、発熱によって液滴の直下の粘性率が1を下回ったために、粘性率の低い部分で先に変形が進んだことを示している。発熱による粘性率の減少のためにより短い波長の不安定が発生して小さい鉄の液滴が中心に向かって沈み込み(図3-3(a)、 $t=786$ )、先に形成された大きな鉄の液滴と融合していくことがわかる。図3-3(c)からは変形による発熱で、中心付近の粘性率の高い部分が消えていくことがわかる。

図3-5は $\eta_{\max}/\eta_m = 10^3$ であるケース11の結果を示している。図3-2、図3-3と比べると、不安定発達の初期には、鉄の液滴が扁平になっていることがわかる(図3-5(a)、 $t=661.7$ )。この時の温度分布(図3-5(b)、 $t=661.7$ )と粘性率分布(図3-5(c)、 $t=661.7$ )を参照すると、低温で粘性率の高い部分を避けて変形が進みつつあることがわかる。またケース9と同様に短波長の不安定によって生じた小さな鉄の液滴が最初に生成した大きな鉄の液滴に向かって沈んでいく( $t=901.6$ )。このようにして成長した鉄の液滴はさらに大きなシア応力を直下のプロトコアに与える。そして粘性散逸による発熱のために中心部分の粘性率が低下して



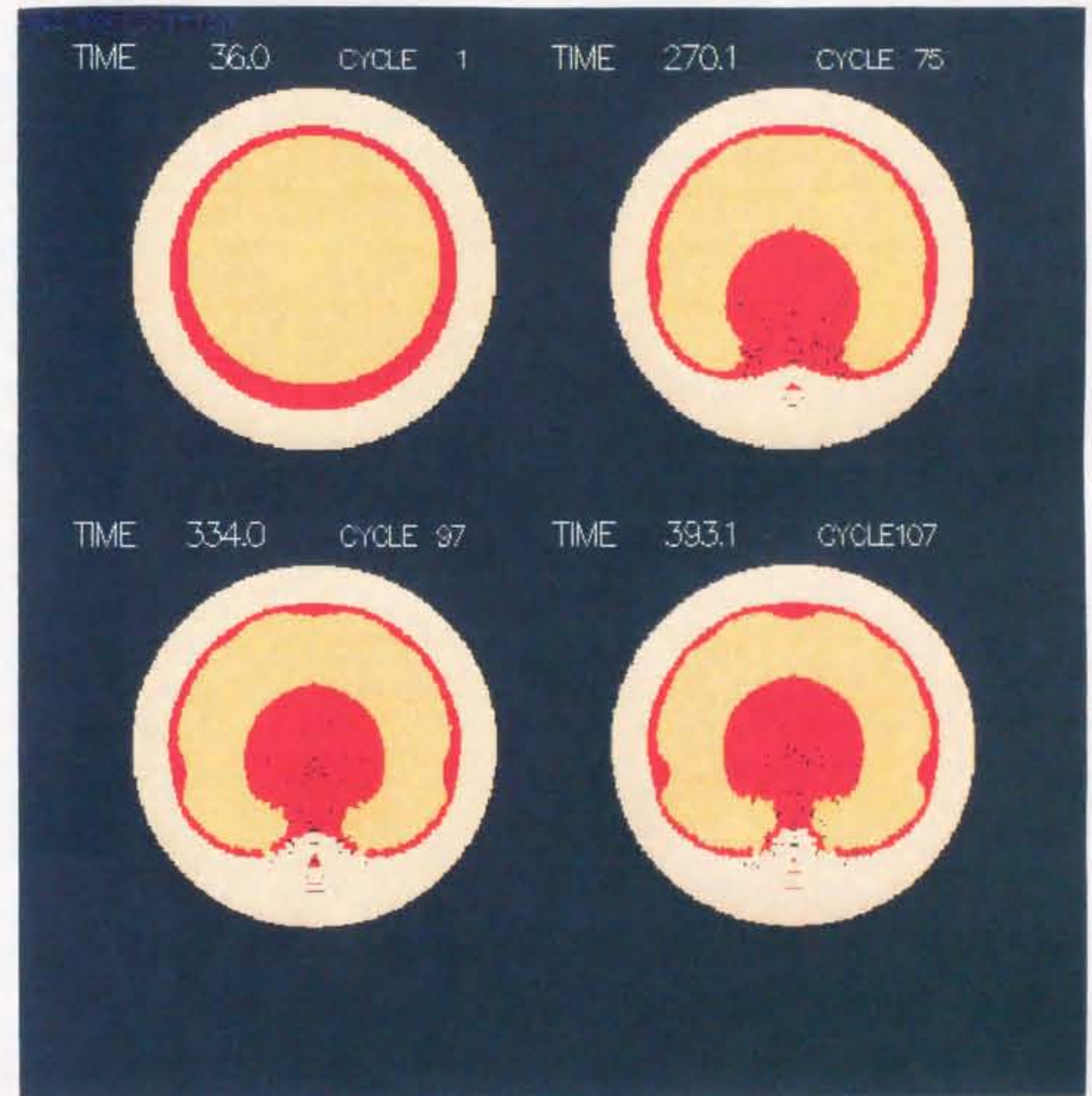


図 3-2(a) ケース 8 の数値実験のスナップショット。図中の点はマーカー粒子を示す。オレンジの点はプロトコア、赤の点は鉄、薄い黄色の点は表面のシリケートを表す。長さ、時間はスケーリングユニット  $R_1$ 、 $\bar{t}$  (表 3-1 参照) を単位として表す。



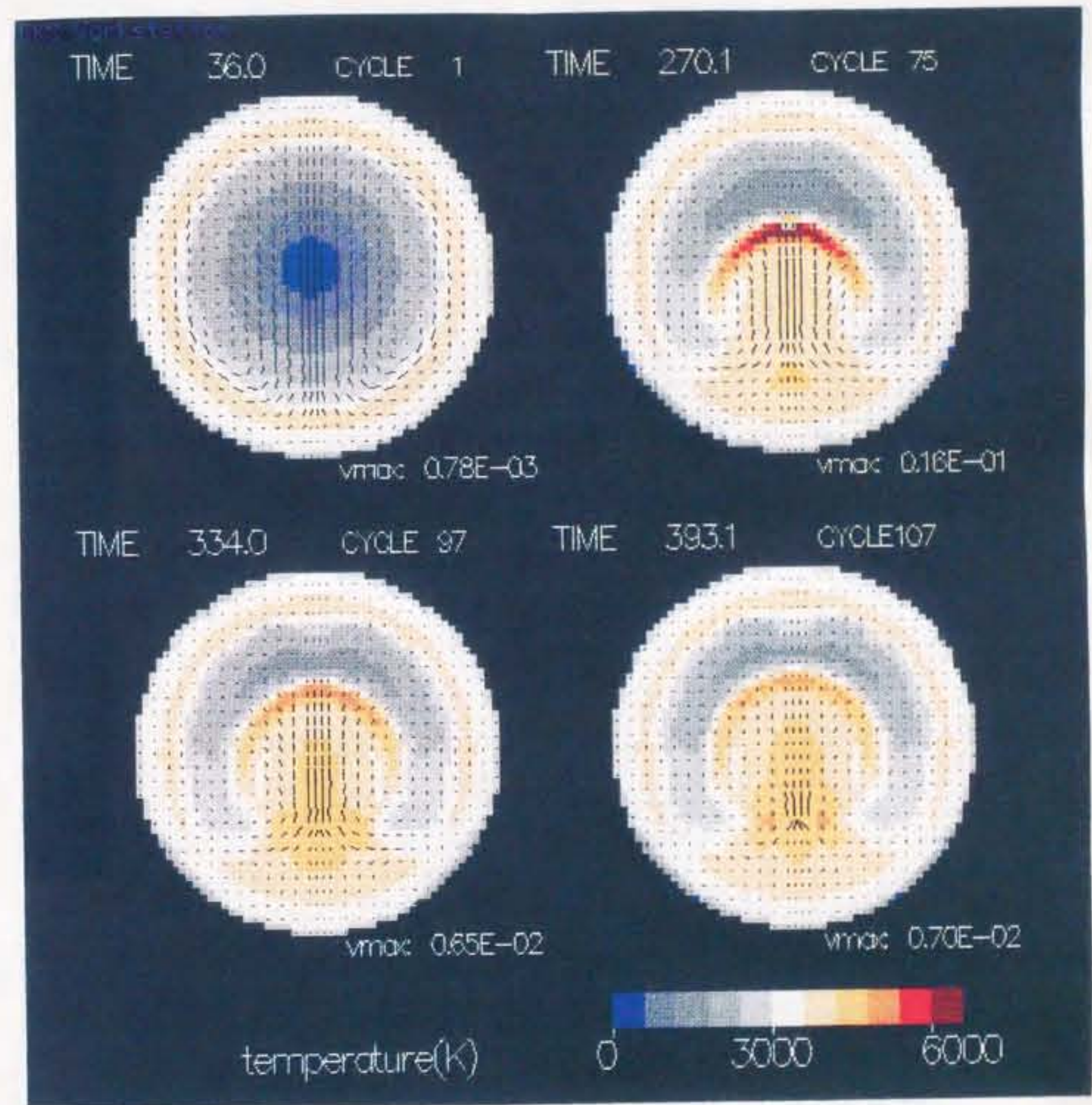


図 3-2(b) ケース 8 における原始地球内部の温度と速度ベクトルの変化(表 3-3 参照)。速度は  $\bar{u}$  を単位とし、温度は原始地球の現実的な値で表す(表 3.3 参照)。各フレームの下に最大速度の値を表し、図の下部に温度のスケールバーを示す。



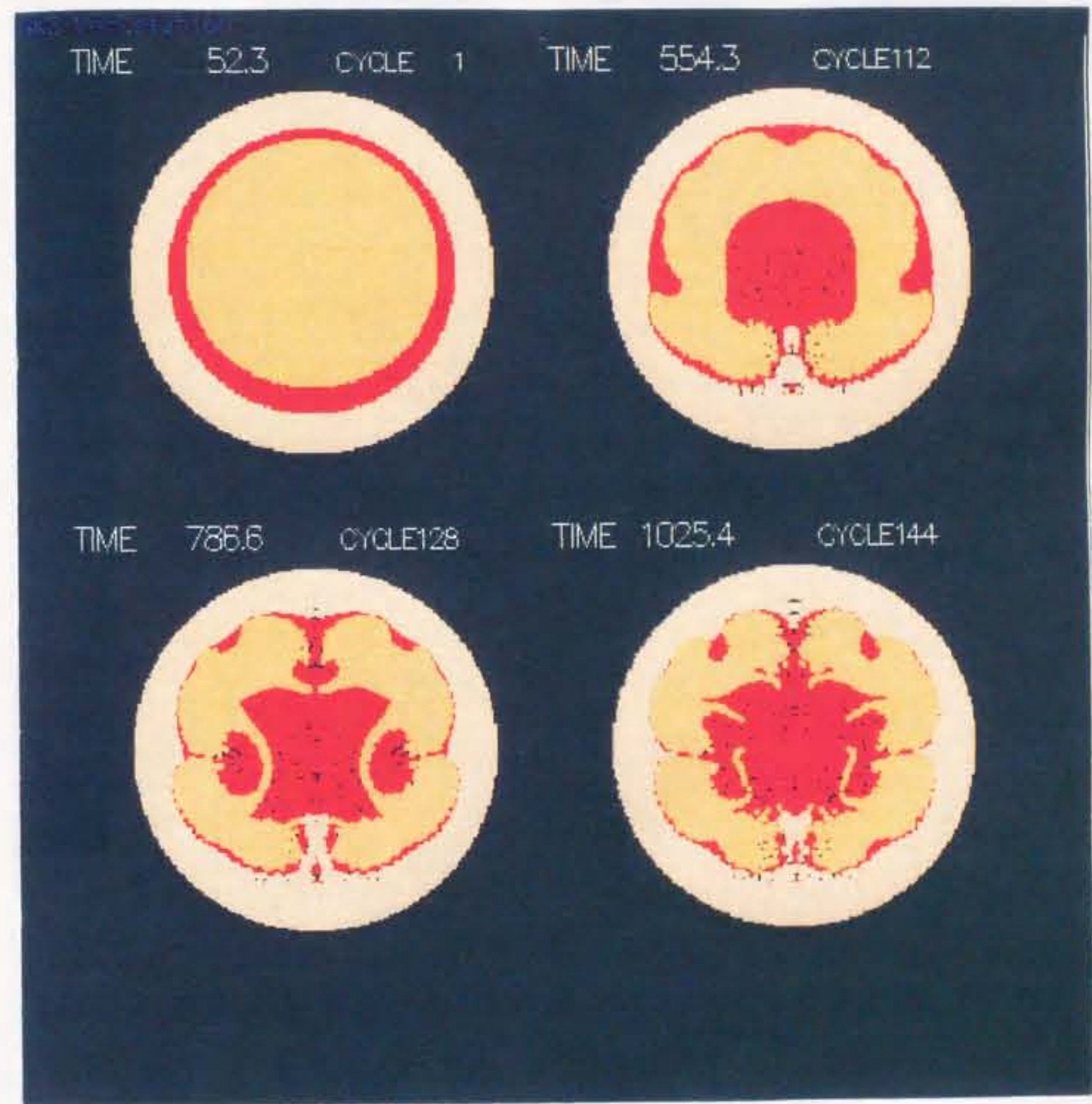


図 3-3(a) ケース 9 のスナップショット (図 3-2(a) の説明参照)。



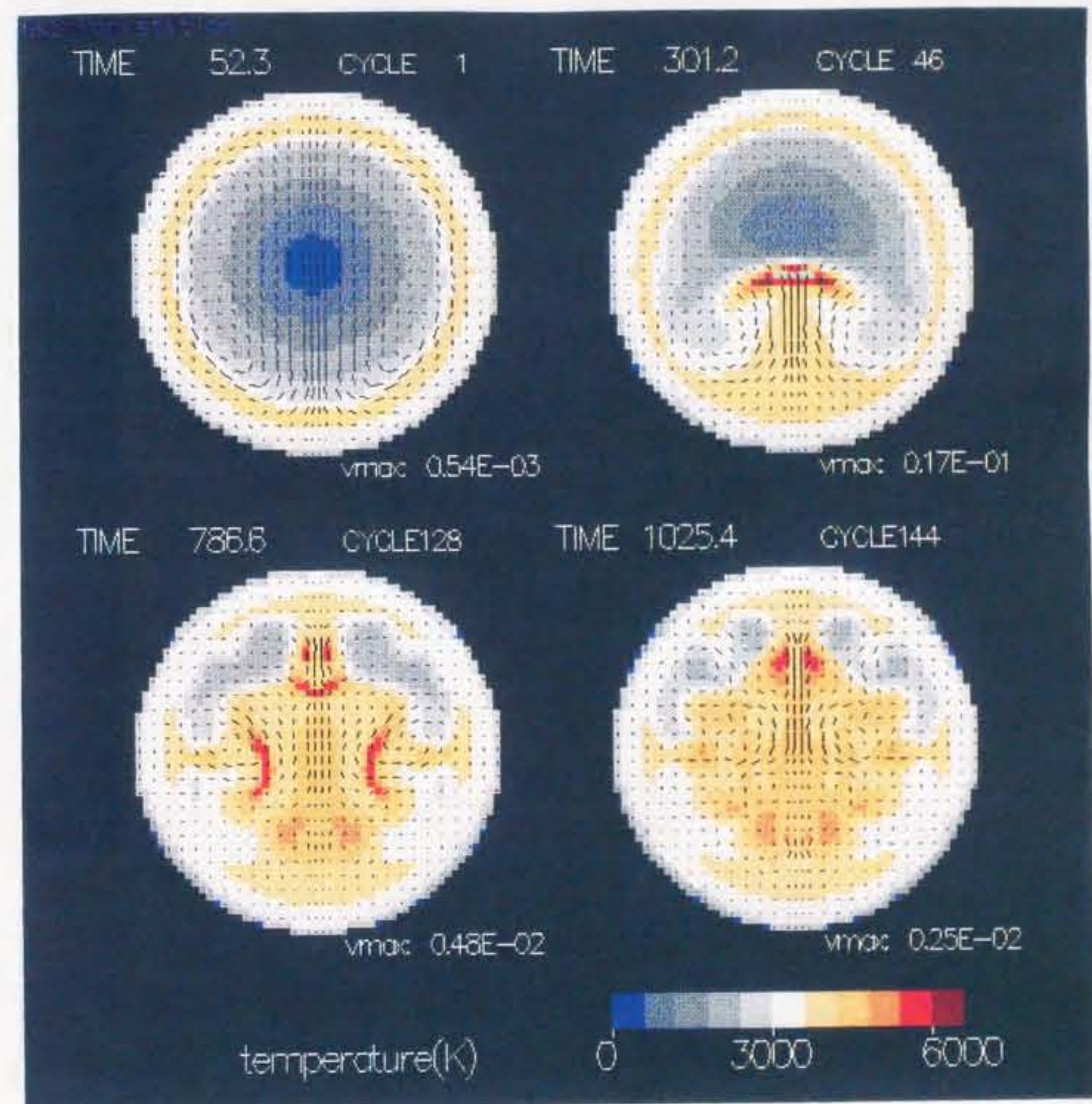


図 3-3(b) ケース 9 における温度と速度ベクトルの変化 (図 3-2(b) の説明参照)。



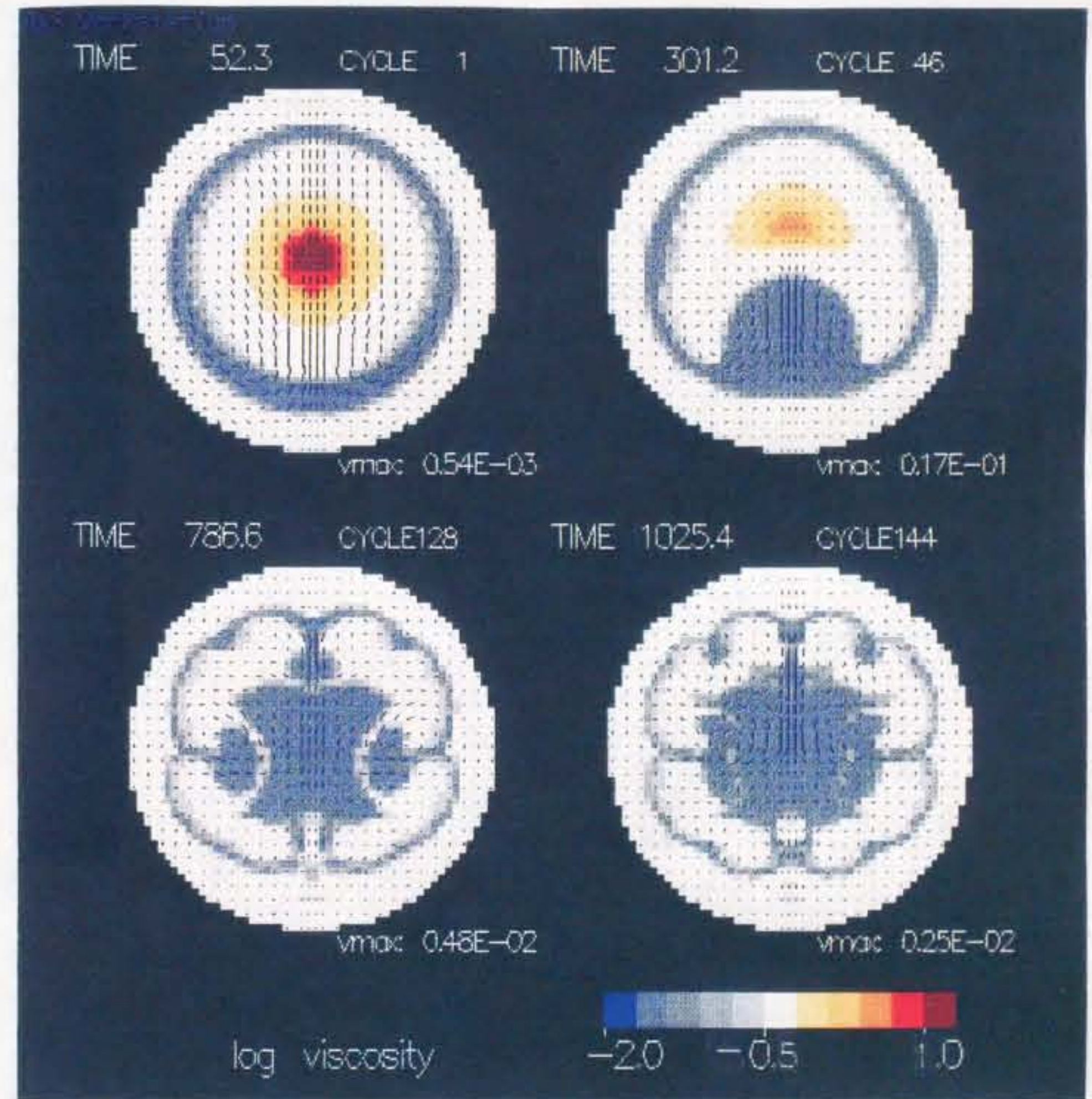


図 3-3(c) ケース 9 における原始地球内部の粘性率の変化。右下のカラーバーは  $\log \eta/\eta_m$  のスケールを示す。



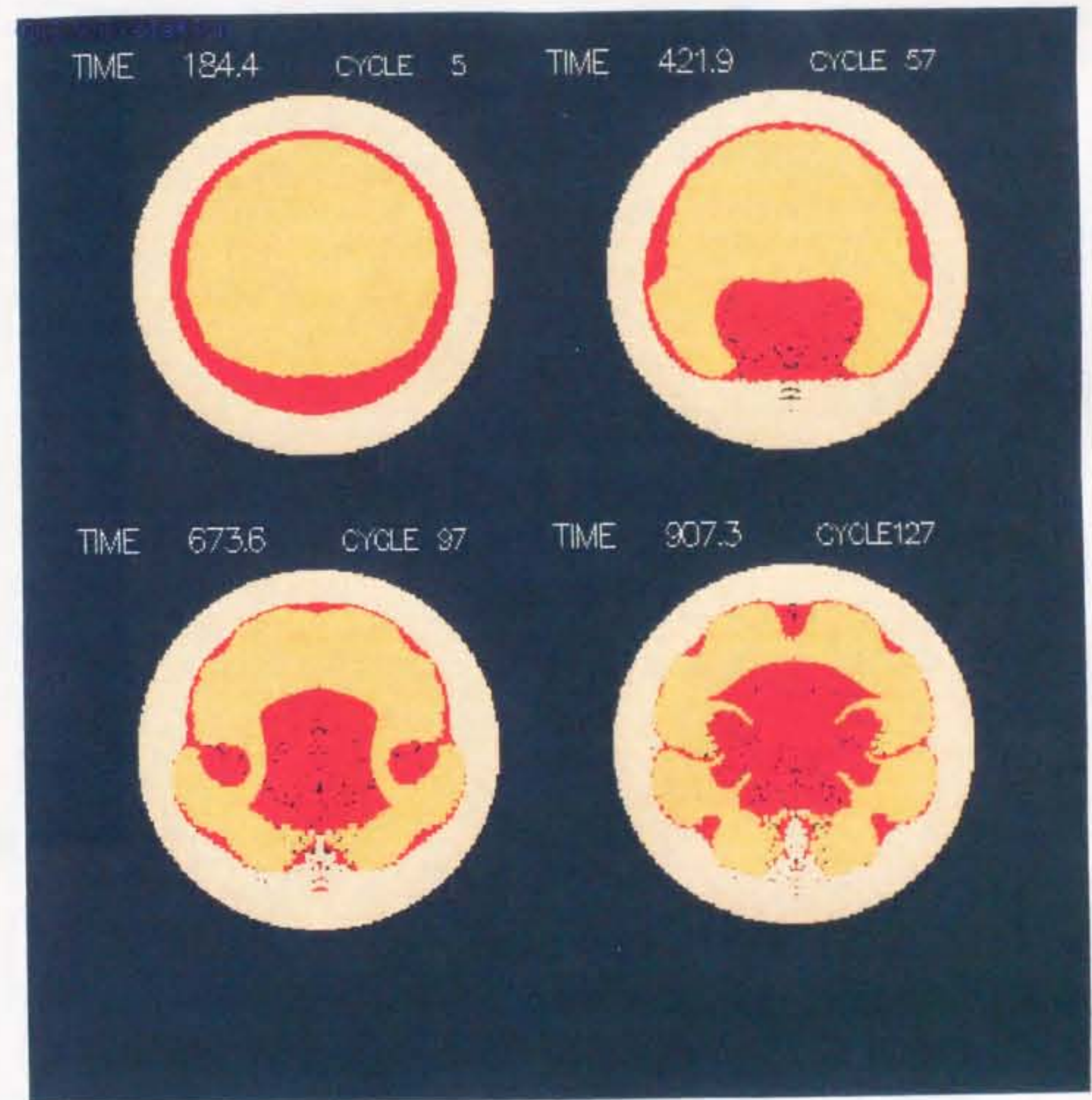


図 3-4(a) ケース 10 のスナップショット (図 3-2(a) の説明参照)。



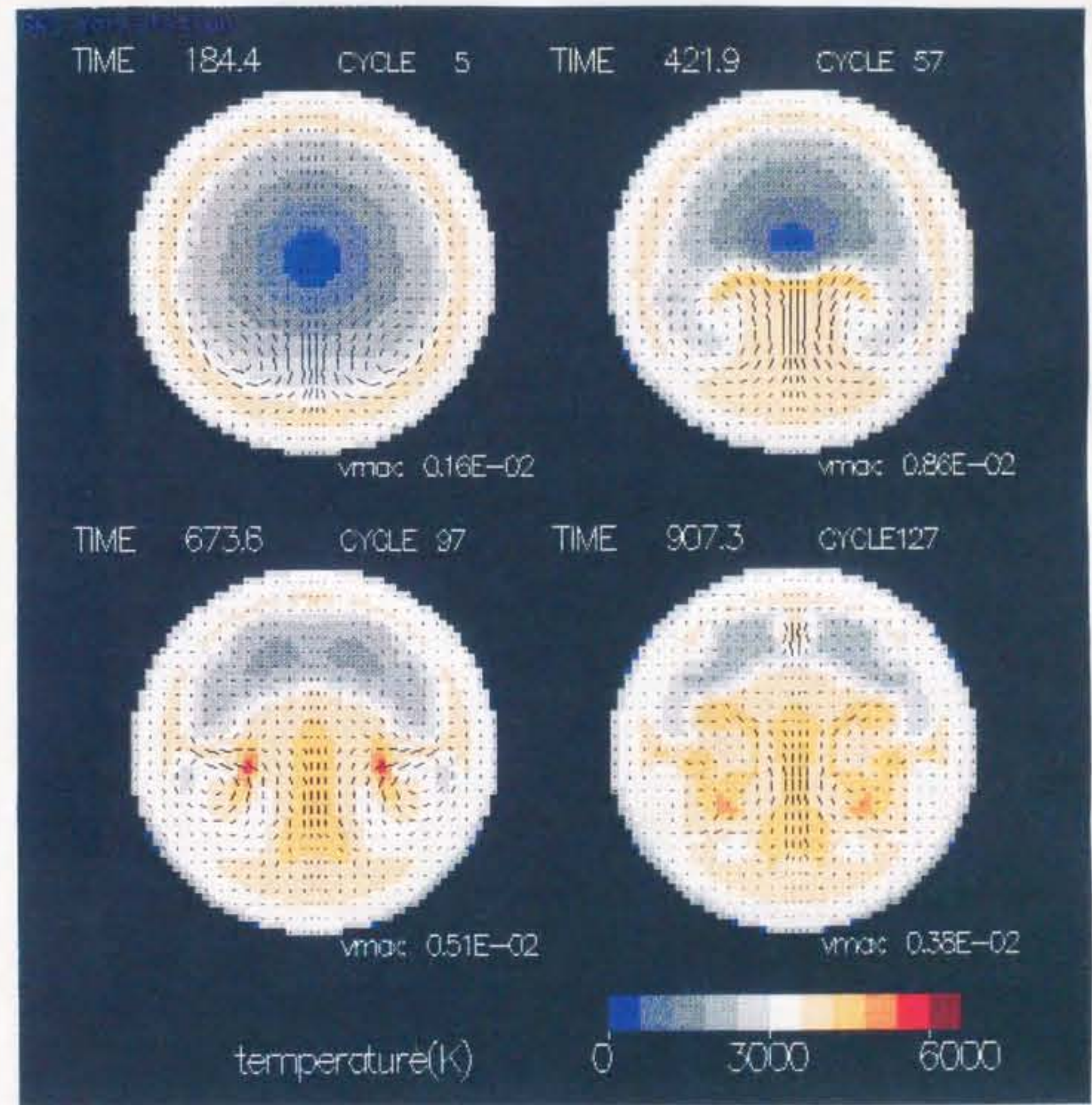


図 3-4(b) ケース 10 における温度と速度ベクトルの変化 (図 3-2(b) の説明参照)。



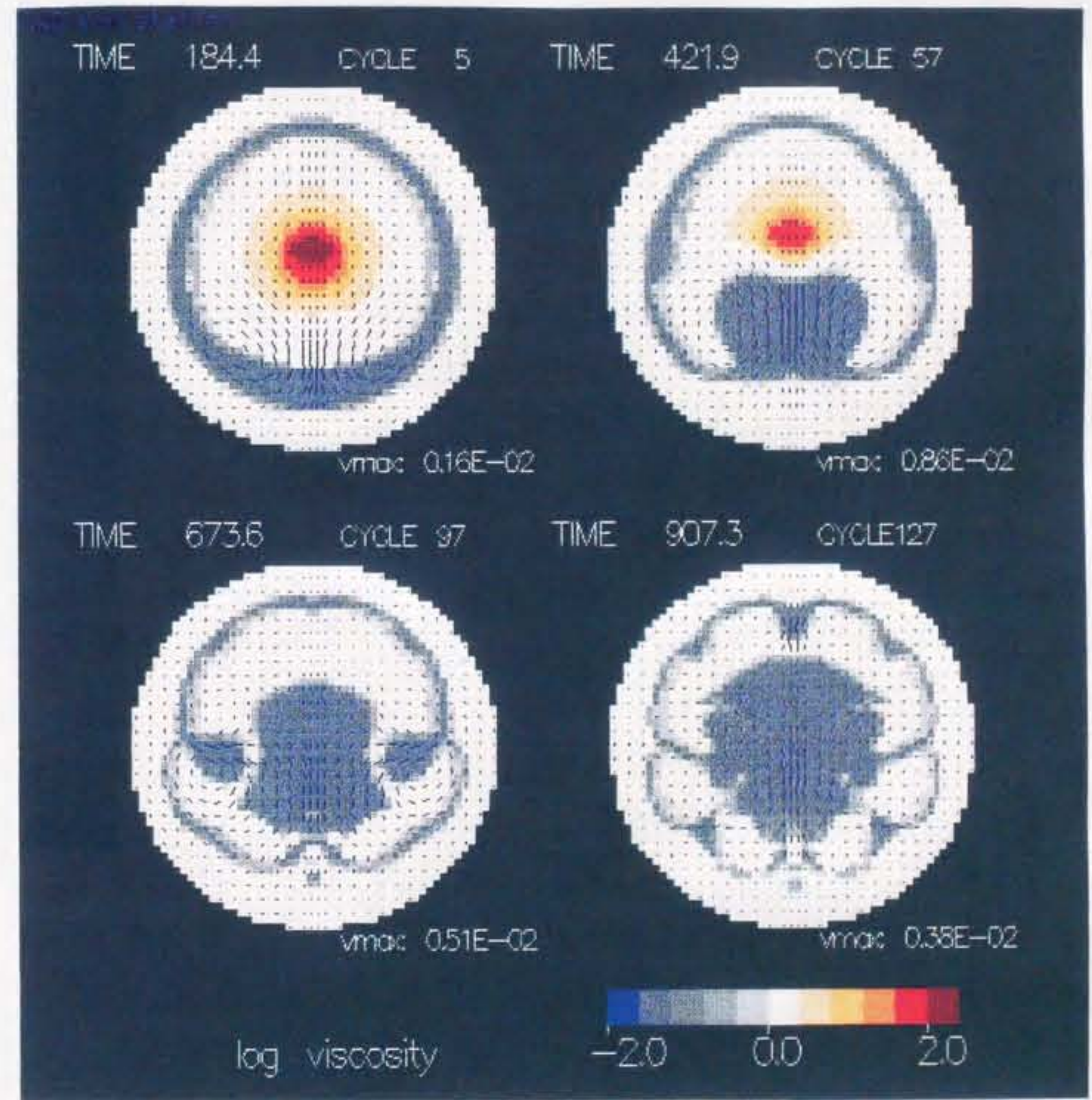


図 3-4(c) ケース 10 における粘性率の変化 (図 3-3(c) の説明参照)。



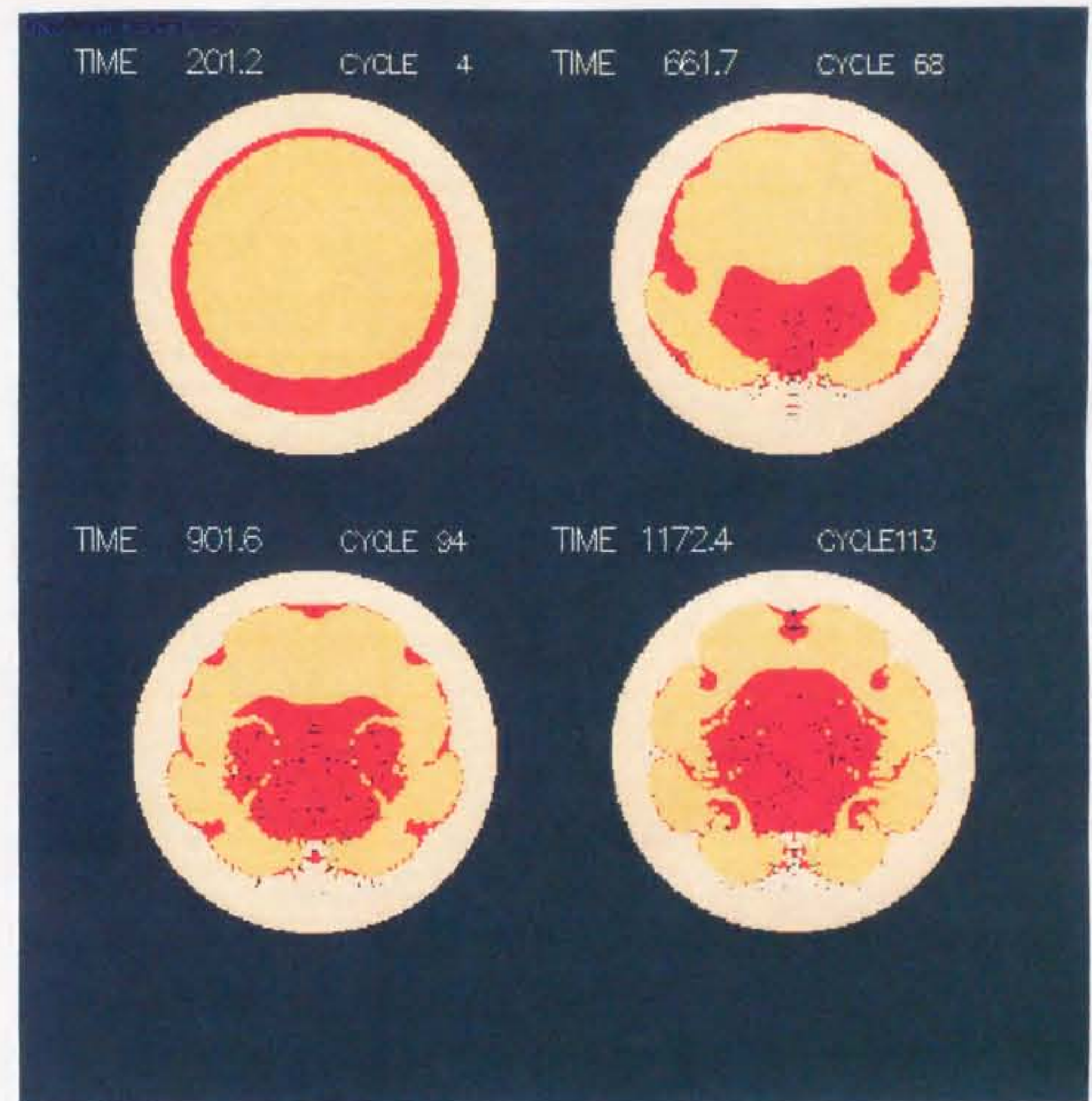


図 3-5(a) ケース 11 のスナップショット (図 3-2(a) の説明参照)。



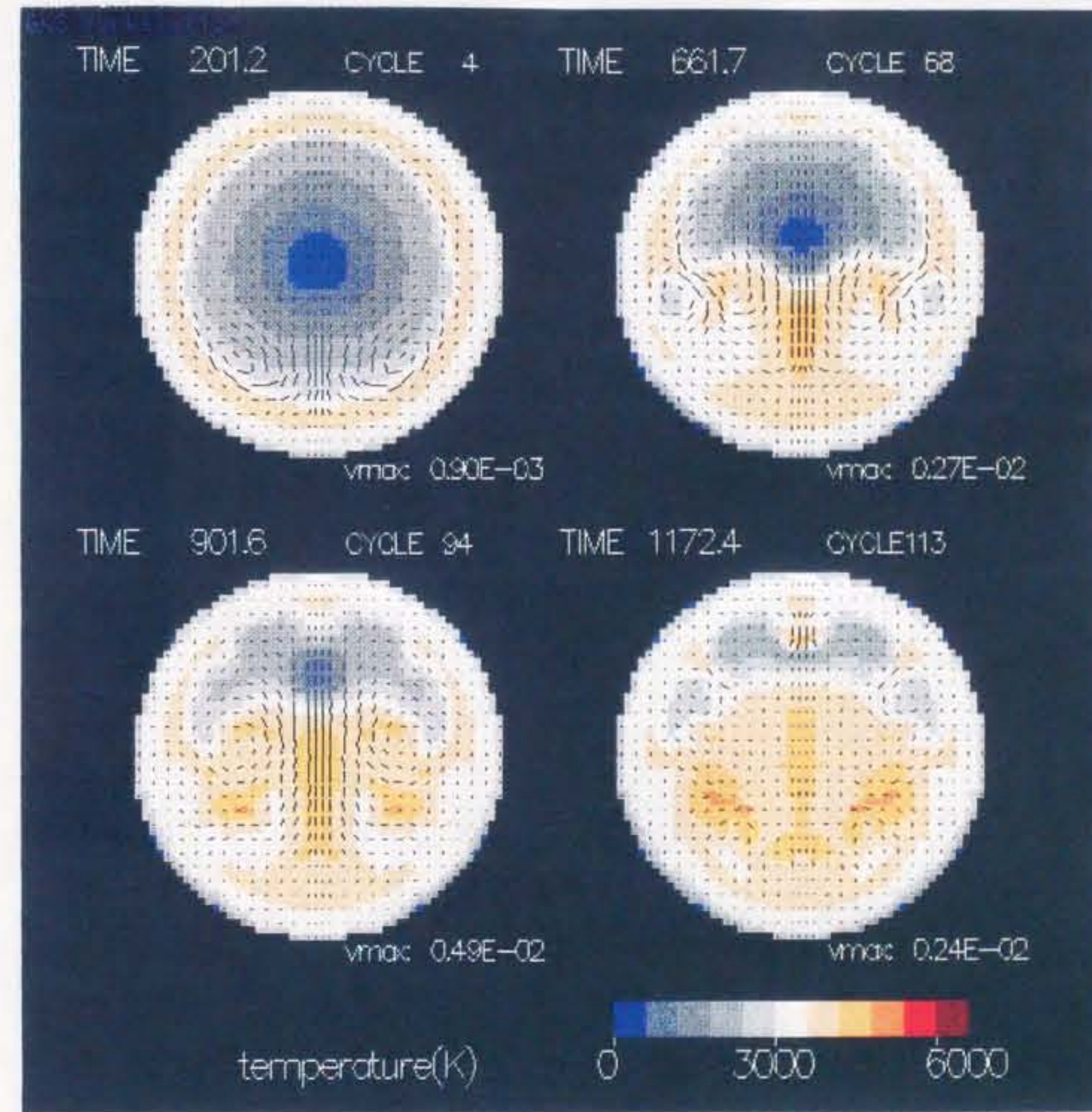


図 3-5(b) ケース 11 における温度変化と速度ベクトルの変化 (図 3-2(b) の説明参照)。



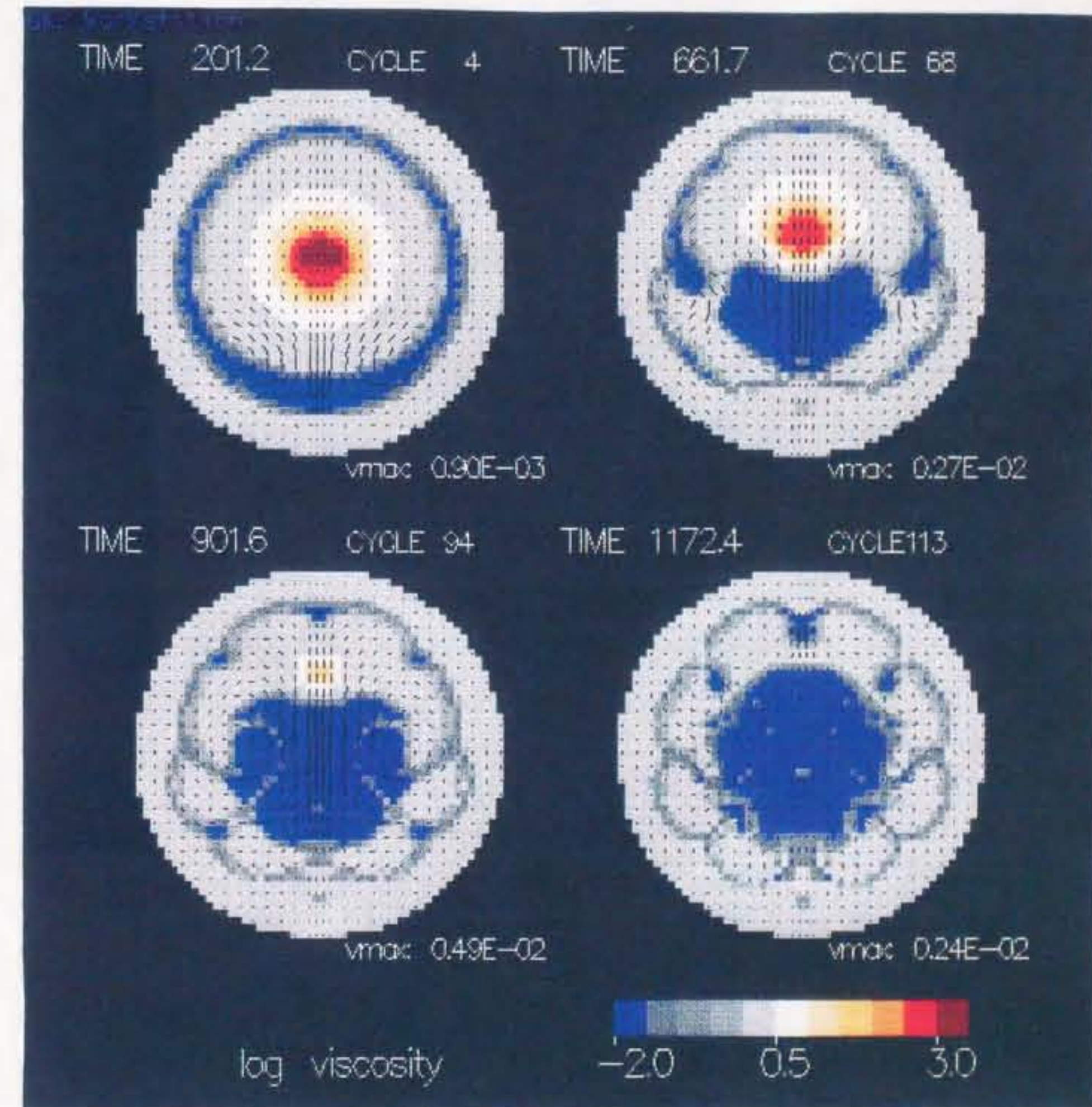


図 3-5(e) ケース 11 における粘性率の変化 (図 3-3(c) の説明参照)。



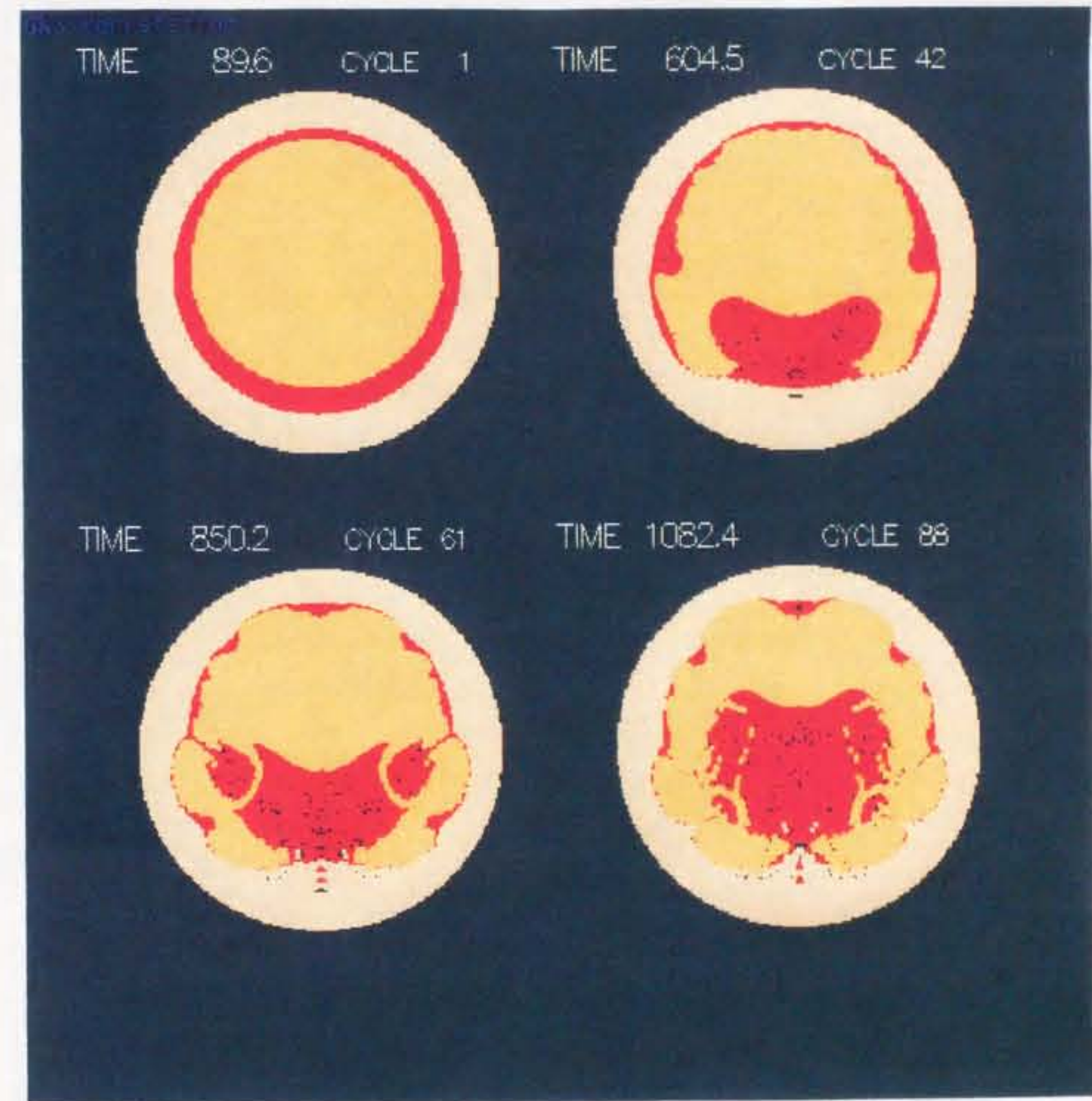


図 3-6(a) ケース 12 のスナップショット (図 3-2(a) の説明参照)。



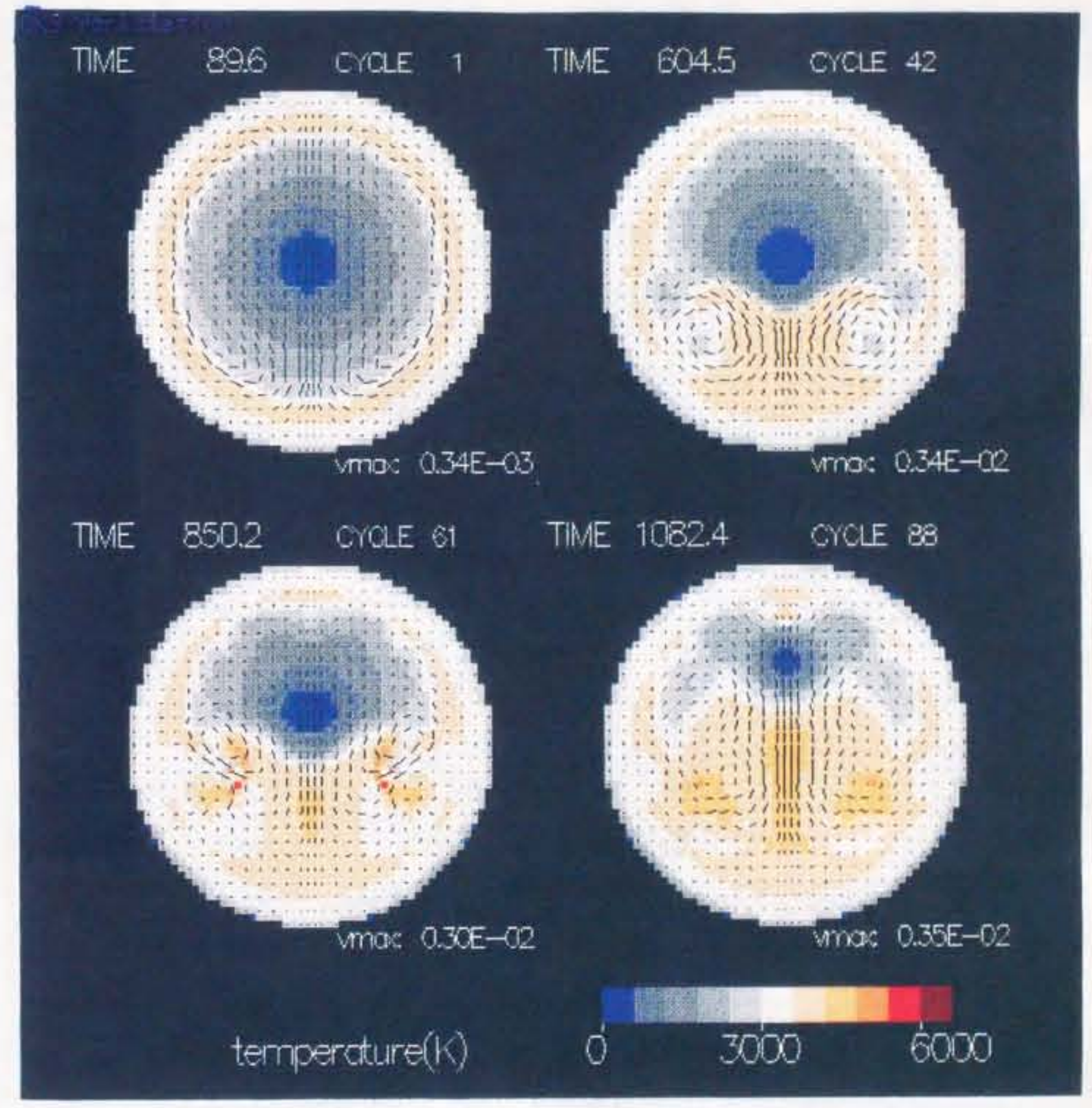


図 3-6(b) ケース 12 における温度変化と速度ベクトルの変化 (図 3-2(b) の説明参照)。



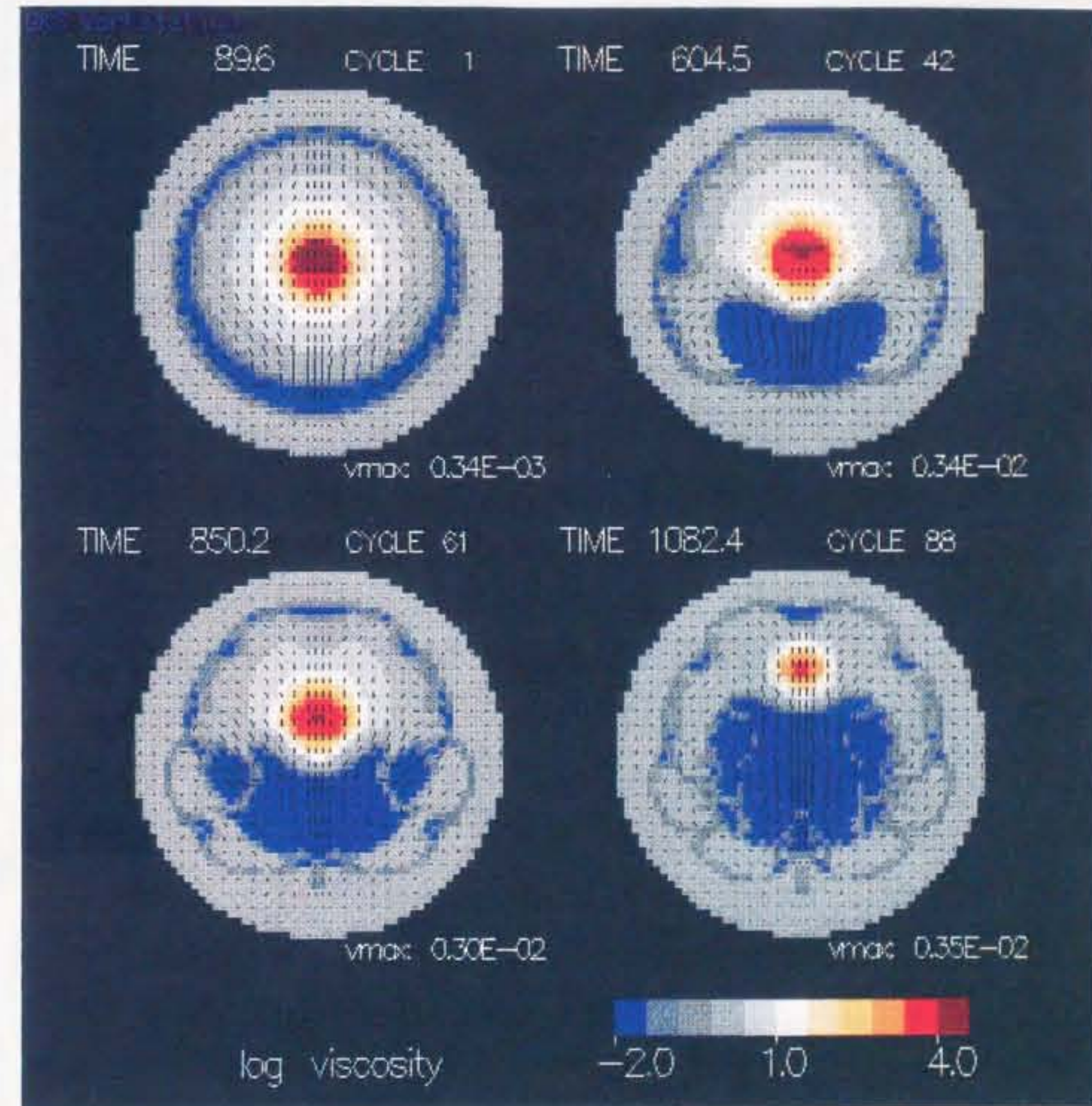


図 3-6(c) ケース 12 における粘性率の変化 (図 3-3(c) の説明参照)。



変形し、完全に鉄とプロトコアが入れ替わる ( $t = 1172.4$ )。発熱によってプロトコアの温度は全体的に 2000-3000K 付近まで上昇していることがわかる (図 3-5(b))。一方、オーバーターンの終了までにかかる時間はケース 8 に比べて 3 倍程度増えたにすぎない。中心の粘性率は表面の  $10^3$  倍であったことを考慮にいと、粘性散逸による発熱がオーバーターンを速めるうえで十分に働いたといえるだろう。

ケース 10, 12 については具体的には述べず、それぞれ結果を図 3-4, 3-6 に示しておく。重力不安定のパターンはどちらもケース 11 とほぼ似ているが、オーバーターンのタイムスケールは  $b$  の増加と共に大きくなって、ケース 12 ではケース 8 の約 4 倍となっている。

図 3-7 はケース 8-12 の液滴の沈降距離の時間変化を示す。この図から、 $b$  の値が大きくなるにつれて液滴の沈降のタイムスケールは増加するものの、せいぜい数倍程度の増加であることがわかる。仮に粘性散逸が働かないとすると、重力不安定はもとの粘性率に応じたタイムスケールで発達してオーバーターンに要する時間がオーダーで変化することが予想されるので、確かに粘性散逸は重力不安定を速める働きをしていると行うことができるであろう。

短波長の擾乱の発達などのために各ケースの鉄の液滴の半径  $R_m$  は観測から決定しにくいので、図 3-7 の変位量の最大値を  $R_1 + R_m$  として推定するとケース 8-9 で  $R_m \simeq 0.52$ 、ケース 10-12 で  $R_m \simeq 0.63$  となる。ケース 10-12 で観察される液滴の方が大きいのは、短波長の不安定によって生じた小さな液滴が最初にできた大きな液滴に融合したためであろう。

また、重力不安定の発達によって時間  $t$  までに散逸したエネルギーの総和  $\delta E$  は次式で求められる。

$$\delta E(t) = \int_{t'=0}^t \left\{ \sum_l \sum_m \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}(l, m, t') dr dz \right\} dt'$$

ここで  $l, m$  はそれぞれ  $r, z$  のグリッドポイントを示す。図 3-8 にはケース 8-12 で  $\delta E$  の時間変化をプロトコア、鉄の層、シリケート層、および全体について分けて示す。この図より時間と共にエネルギーが散逸し、どの場合でもプロトコアで散逸されるエネルギーは全体の約 60% であることがわかる。このことは、プロトコアの粘性率が高いために散逸されるエネルギーのほぼすべてがプロトコアに配分されるという予想に反している。しかし、数値実験で



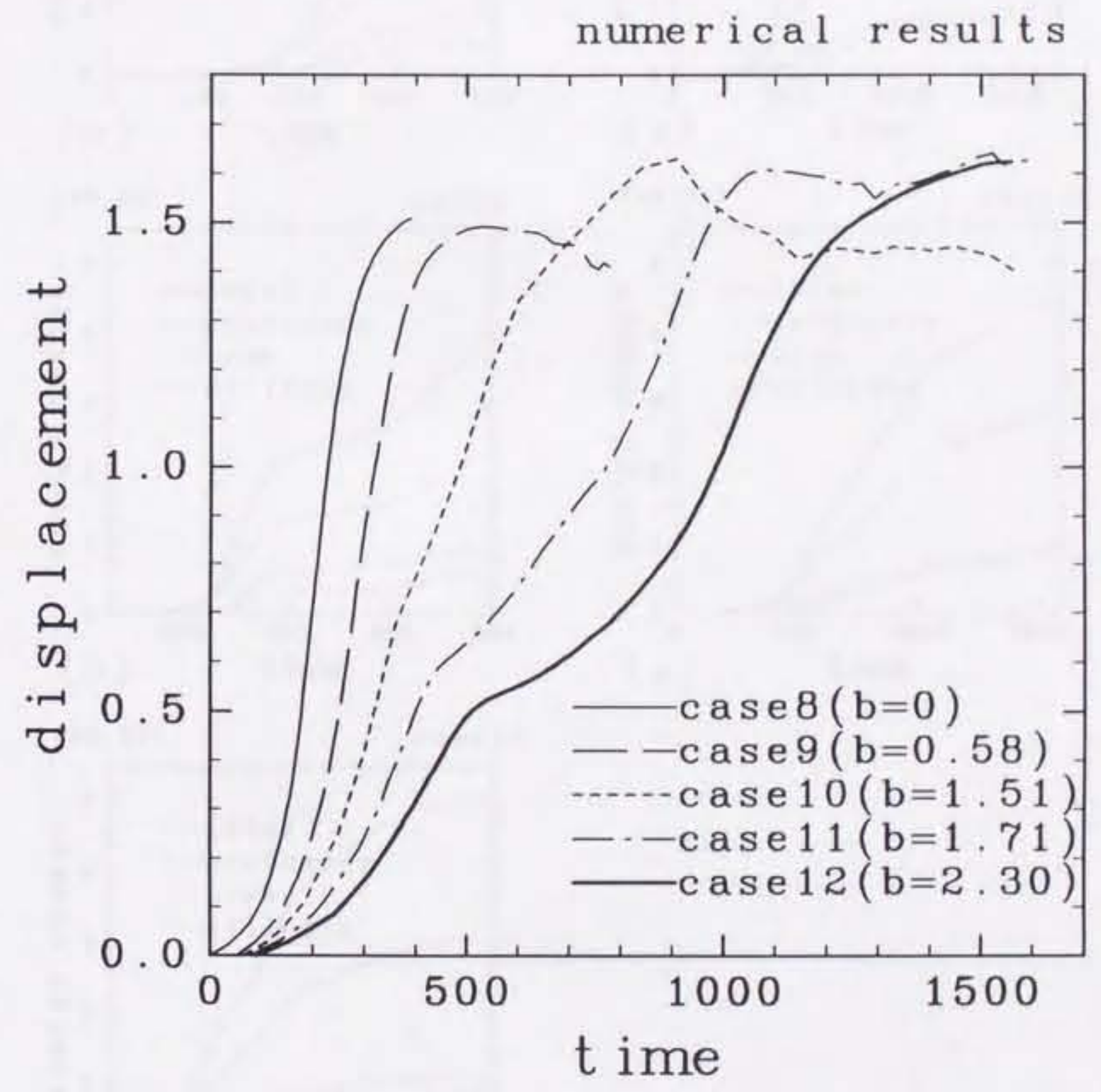


図3-7 ケース8-12 (表3-4参照)における鉄の液滴の沈降距離の時間変化。括弧内は $b$ の値を示す。時間および沈降距離は $R_1, \hat{i}$ を単位に表す (表3-2参照)。



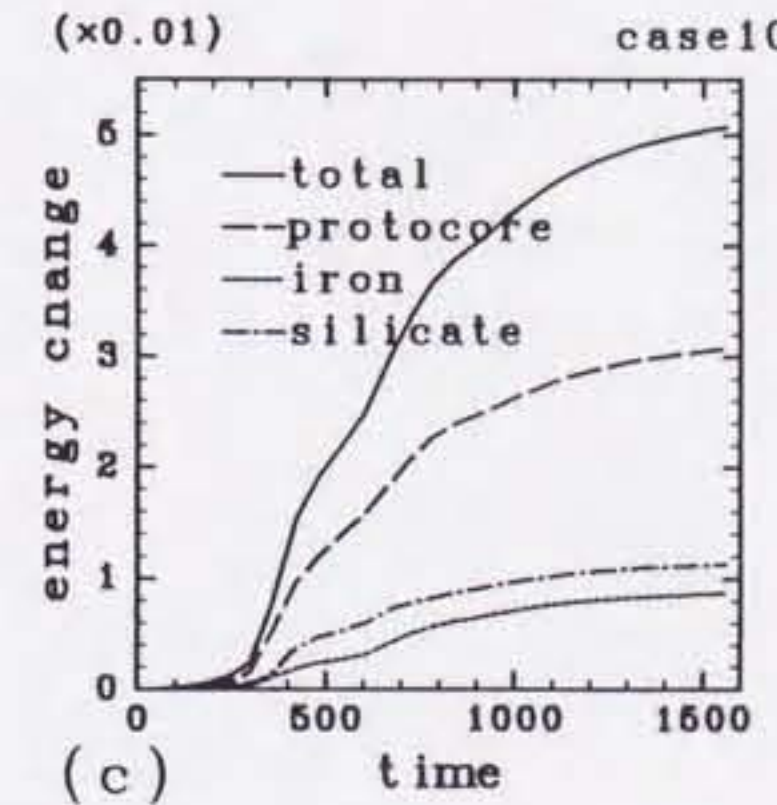
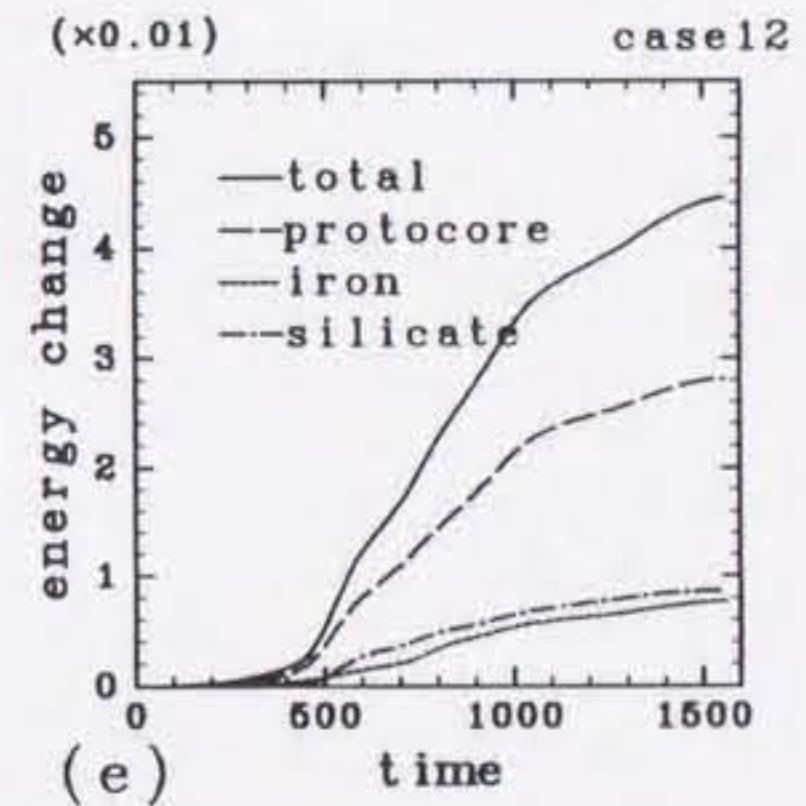
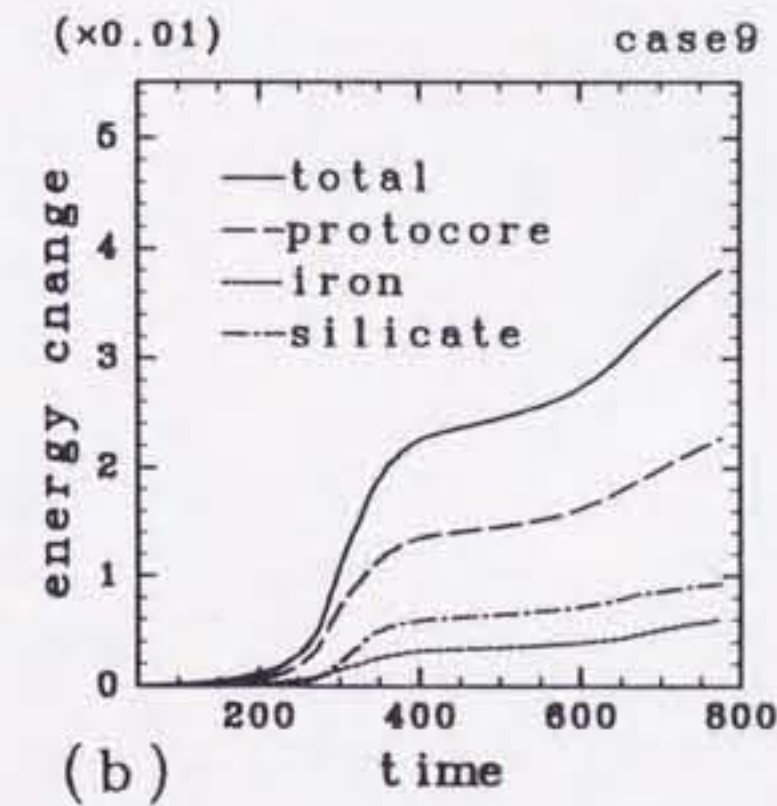
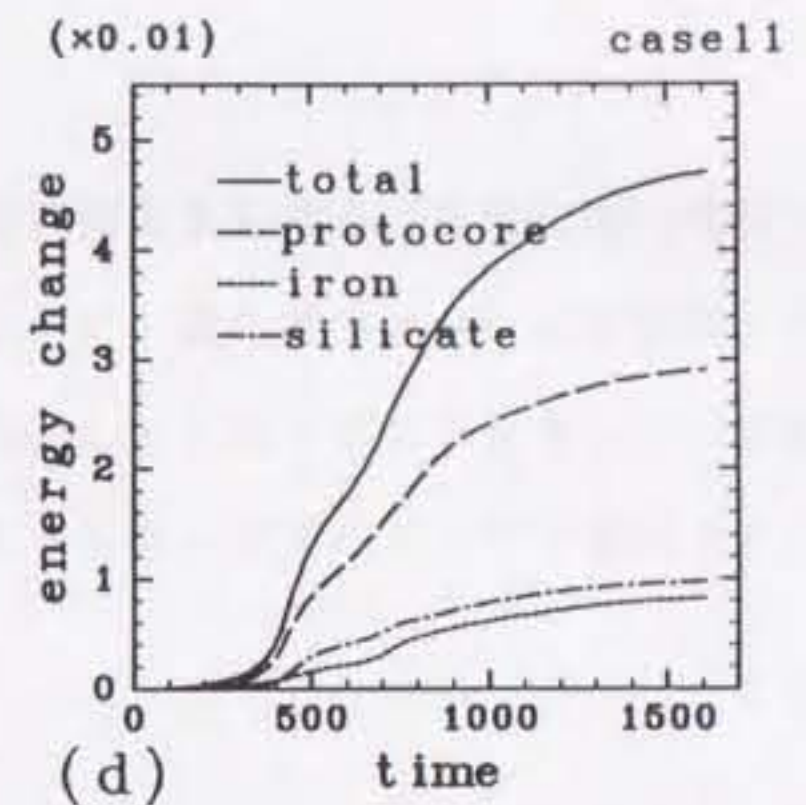
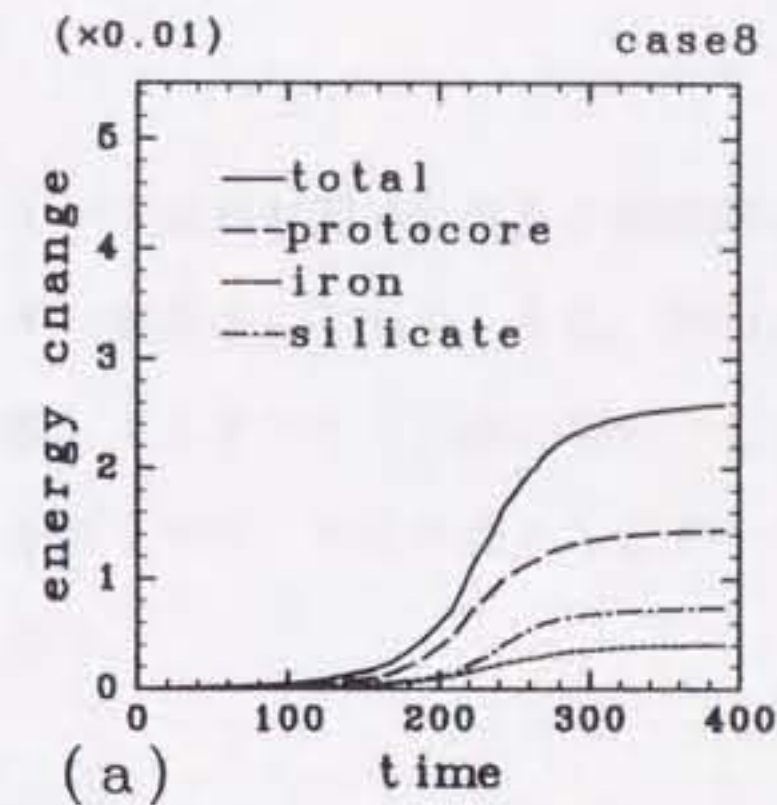


図3-8 ケース8-12(表3-4参照)で粘性散逸によって解放されるエネルギーの総和の時間変化。時間とエネルギーは $t, W$ (表3-1参照)を単位として表す。鎖線はシリケート層で散逸されるエネルギーの時間変化を示し、点線は鉄の層、破線はプロトコアで散逸されるエネルギーを示す。実線は散逸されたエネルギーの合計の時間変化を示す。



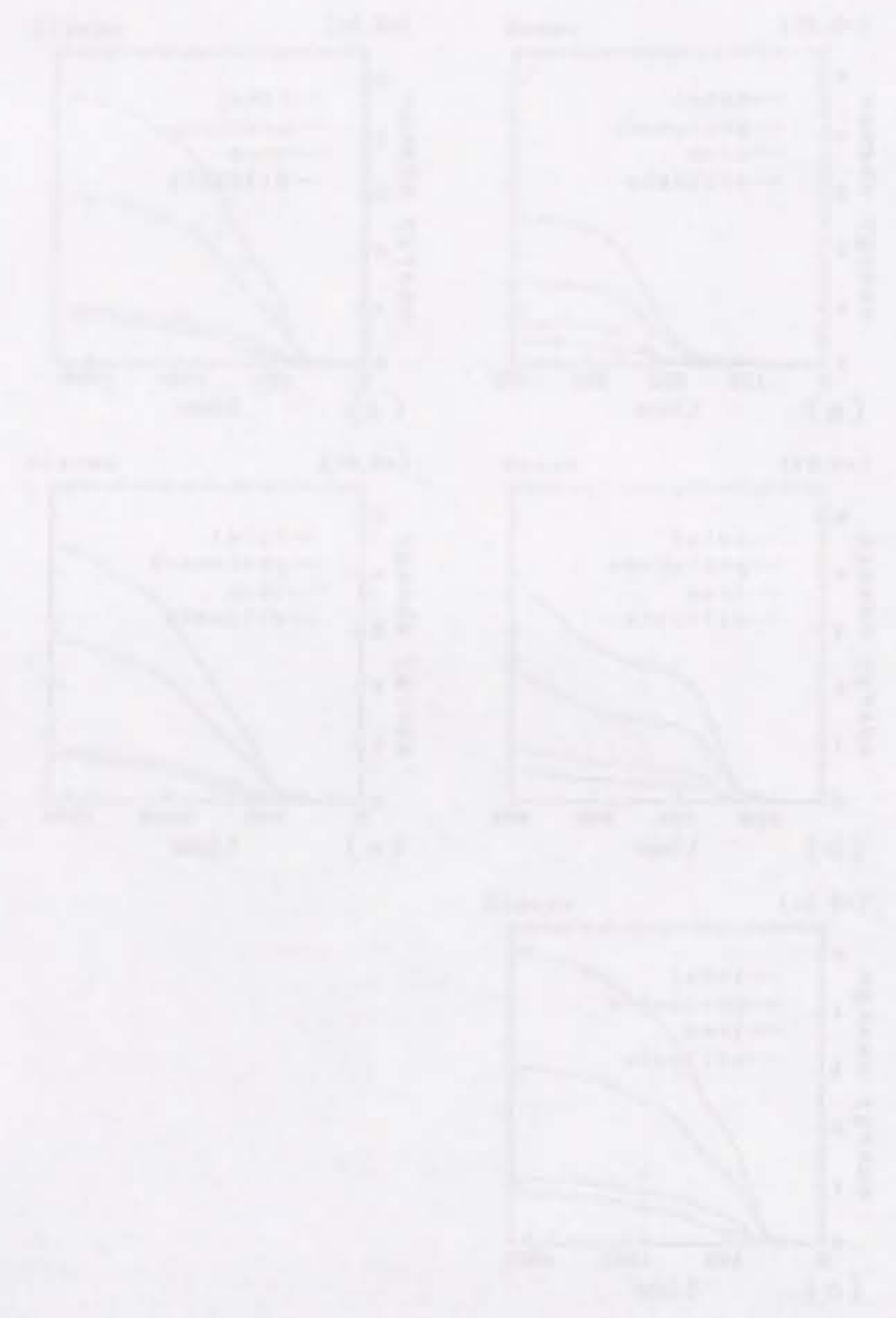


Figure 1. Temperature profiles in the core of a planet. (a) Proto-core, (b) Core, (c) Proto-core, (d) Core, (e) Proto-core. The y-axis is Temperature (K) and the x-axis is Radius (km).

はプロトコア以外の部分に与えた粘性率が現実の値よりも大きいために他の部分でかなりのエネルギーが散逸しており、また、空間にたいして一様な差分メッシュを使用したために境界で発生したエネルギーが鉄の層の中にもしみ出していると考えられるので、原始地球に相当する条件下では、やはりほとんどすべてのエネルギーがプロトコアで散逸すると考えてよいであろう。



### 3-2-4 議論

#### 3-2-4-1 核形成に伴う重力エネルギーの散逸のモデル化

ケース 8-12 の数値実験より粘性散逸による発熱によって重力不安定の発達が速められることがわかった。また、プロトコアの粘性率が深さ方向に増加する場合でも、粘性散逸による発熱が働くのであれば第 2 章で議論したような鉄の液滴が地球中心に向かって沈んでいくという過程でオーバーターンを表すことができることがわかった。ここでは第 2 章で用いたストークスモデルを応用して、粘性散逸による発熱を考慮にいた重力不安定の発達を考える。このモデル計算では、粘性散逸を直接計算することができないので、かわりに減少した重力ポテンシャルエネルギーを計算し、これをプロトコアのある体積に分配して温度変化を推定する。

図 3-9 はオーバーターンのモデルを示す。(2.34) 式より  $R_m$  は次のように表される。

$$R_m = \{f(R_2^3 - R_1^3)\}^{1/3} \quad (3.12)$$

$f$  は第 2 層の内、第 1 層と入れ替わる部分の体積分率を示す。一方、第 2 層の物質が沈み込んだことによって、第 1 層の物質は外側に押し出されて、その上面の半径が  $R_1$  から  $R_1'$  まで変化すると仮定できる。半径  $R_m$  の球の中心が、系の中心から  $r$  の距離の点まで移動した場合を考えると体積の保存から次式が成り立つ。

$$R_1' = (f_v R_m^3 - R_1^3)^{1/3} \quad (3.13)$$

ここで  $f_v$  は (2.37) 式の  $R_1$  を  $R_1'$  でおきかえたものである。(3.13) 式を解くことで  $R_1'$  を求めることができる。

鉄の液滴は 2-4-1 節で仮定したように、ストークスの法則に従う抵抗力を受けながら沈降していくとする。半径  $R_m$  の鉄の液滴と地球の中心の距離が  $R_1 + R_m$  から  $r$  まで変化するのに要する時間は (2.41)、(2.42)、(2.43) 式より以下のように表される。

$$t = - \int_{r'=R_1+R_m}^r \frac{27\eta_b}{8\pi G\rho_1(\rho_2 - \rho_1)R_m^2 q' r'} dr' \quad (3.14)$$



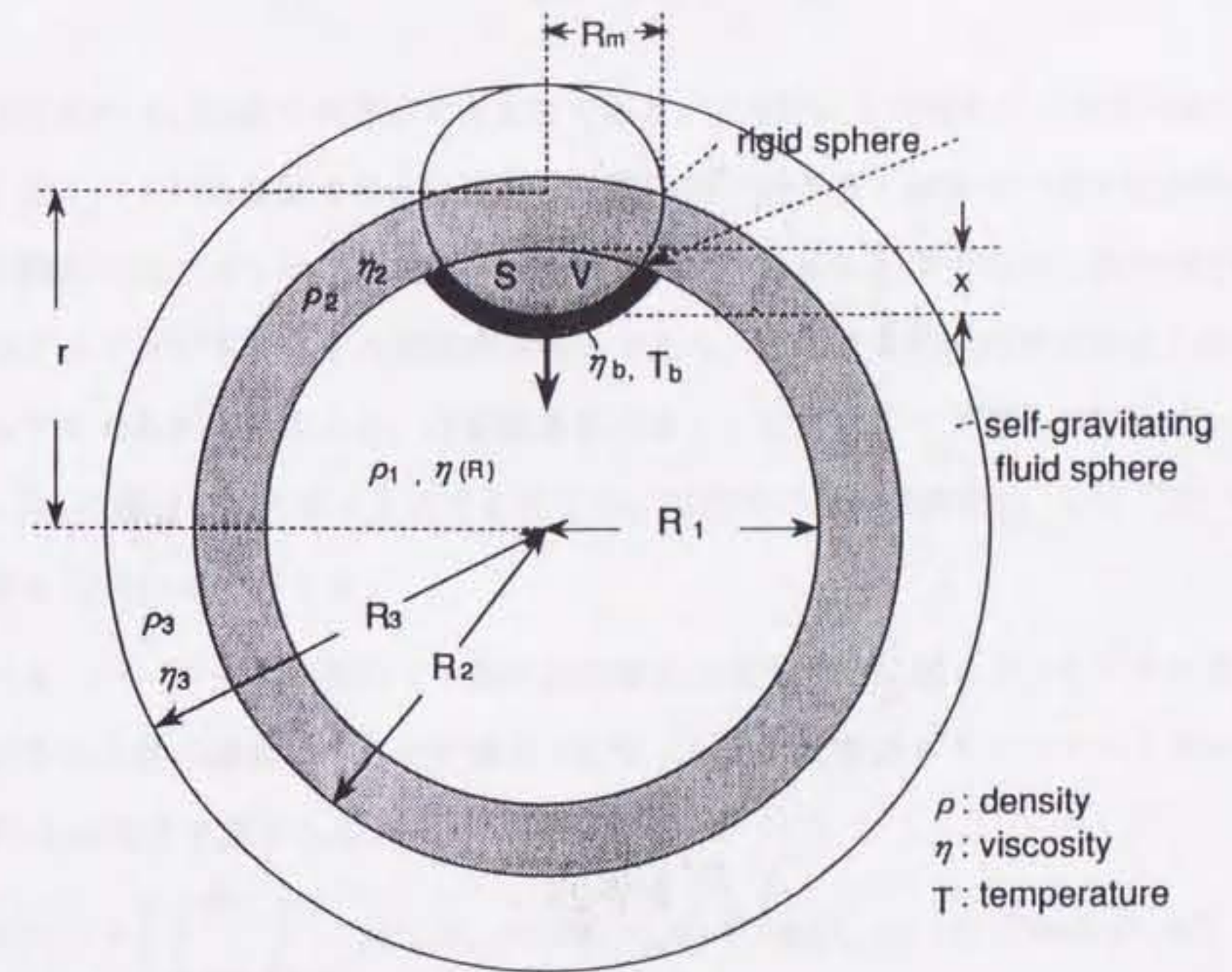


図 3-9 解放された重力エネルギーによる加熱を含むオーバーターンのモデル。



ここで

$$q' = \begin{cases} f'_V/f'_S & \text{for } R'_1 - R_m \leq r < R'_1 + R_m \\ 1 & \text{for } r < R'_1 - R_m. \end{cases} \quad (3.15)$$

$f'_s$ も(2.39)式の $R_1$ を $R'_1$ でおきかえたものである。(2.43)式と同様にごく初期を除けば $q \simeq 1$ である。ストークスの法則では $\eta_b$ は沈降する剛体球を取り巻く流体の様な粘性率であったが、この問題ではプロトコアの粘性率は温度の変化のために様でない。鉄の球を取り巻く部分の中ではプロトコア直下の粘性率が最大であり、この最大の粘性率が抵抗力の大きさを支配すると考えられる。そこで、代表的な粘性率としてプロトコア直下の粘性率、すなわち半径 $r - R_m$ の部分の粘性率をとることとする。粘性率の温度依存性は(3.2)式で、温度分布の初期値は(3.11)式で与える。

ここでオーバートーンが進行する際の温度変化を推定する。図3-9のモデルに従うと、原始地球の中心と鉄の液滴の中心の距離が $r$ になったときの重力ポテンシャルエネルギーの変化、 $\delta W(r)$ は次式で表される。

$$\begin{aligned} \delta W(r) = \pi \left\{ \int_{r_0=0}^{R_3} \int_{\theta_0=0}^{\pi} \rho(r_0, \theta_0, r) (\delta\phi_i(r_0, r) + \delta\phi_b(r_0, \theta_0, r)) r_0^2 \sin\theta_0 dr_0 d\theta_0 \right. \\ \left. - \int_{r_0=R_1}^{R'_1} \int_{\theta_0=0}^{\pi} (\rho_2 - \rho_1) \phi(r_0, \theta_0, r) r_0^2 \sin\theta_0 dr_0 d\theta_0 \right. \\ \left. + \int_{r_0=|r-R_m|}^{R_1} \int_{\theta_0=0}^{\theta_c(r_0)} (\rho_2 - \rho_1) \phi(r_0, \theta_0, r) r_0^2 \sin\theta_0 dr_0 d\theta_0 \right\} \end{aligned} \quad (3.16)$$

$\phi_0$ は重力ポテンシャルの初期値であり、 $\delta\phi_b$ 、 $\delta\phi_i$ はそれぞれ鉄の液滴の沈降とプロトコアの半径の増加による重力ポテンシャルの変化を表す。(詳しくは Appendix 2 を参照)。

このエネルギーがプロトコアの体積 $dV$ を平均的に暖めるのに使われると仮定する。実際にプロトコアの中でこのエネルギーがどのように分配されるかはプロトコア中の粘性率分布に依存することが予想される。エネルギーの配分される体積 $V_b$ については次の2つの極端な場合を考える。

$$V_b = \begin{cases} 4\pi R_1^3/3 & (1) \text{ homogeneous heating} \\ 4\pi R_m^2 dr \min[f'_s, 0.5] & (2) \text{ layer heating} \end{cases} \quad (3.17)$$



ここで

$$\min[f'_s, 0.5] = \begin{cases} f'_s & \text{for } f'_s < 0.5 \\ 0.5 & \text{for } f'_s \geq 0.5 \end{cases}$$

$dr$ は液滴を包む薄い層の厚さで  $dr \ll R'_1$  とする。(1)はプロトコア全体が均質に加熱されるという仮定であり、粘性率の温度依存性が小さい場合に適当と考えられる。一方(2)は鉄の液滴を取りまく薄い層の部分でのみエネルギーが解放されることを仮定しているので、粘性率の温度依存性が高い場合に適当と考えられる。よって液滴直下のプロトコアの温度変化  $\delta T_b$  は次のようになる。

$$\delta T_b = \begin{cases} \delta W(r)/(4\pi R_1^3 \rho_1 c_{v1}/3) & \text{(I) homogeneous heating} \\ (dW(r)/dr)/\{4\pi R_m^2 \rho_1 c_{v1} \min[f'_s, 0.5]\} & \text{(II) layer heating} \end{cases} \quad (3.18)$$

厳密にはさらに移流の効果について考えることが必要だが、ここでは無視している。(3.2),(3.11),(3.18)より液滴直下のプロトコアの粘性率  $\eta_b$  は以下のように表される。

$$\eta_b = \eta_m \exp\left(b \left(\frac{T_m}{T_0(r - R_m) + \delta T_b} - 1\right)\right) \quad (3.19)$$

(3.15),(3.16),(3.19)を解くことによって解放された重力エネルギーによる加熱を考慮に入れて  $r$  の時間変化として重力不安定の時間発展を求めることができる。

#### 3-2-4-2 数値実験の結果とモデルの対応

前節のモデルを原始地球に適用する前に数値実験の結果と対比しておく。まずモデルで計算された重力ポテンシャルエネルギーと数値実験から求められた粘性散逸によって解放されたエネルギーを比較する。表3-4に(3.17)式から  $dW$  を求めるために用いたパラメーターを示す。ケース1tから5tの  $R_2/R_1, R_3/R_1, \rho_2/\rho_1, \rho_3/\rho_1$  は数値実験1,8-12と同じとし、 $R_m$  を任意の変数として  $0.4-0.84 (0.11 \leq f \leq 1.0)$  の範囲で変化させている。

図3-10は数値実験において散逸されたエネルギー  $\delta E$  の総和とケース1t-5tで計算された  $\delta W$  を液滴の沈降距離の関数として対比している。これより解放されるエネルギーの量とその時間変化は  $R_m$  が等しければ大体似ていることがわかる。ただし、沈降距離が大きくなるにつれて、数値実験におけるエネルギーの散逸量がモデルの推定値を上回るようになっていく。これは、数値実験では重力不安定が発達するにつれて  $R_m$  も増大しているということが



表 3-4. 重力ポテンシャルエネルギーの変化を求めるために使用したパラメーター

Case	$R_2/R_1$	$R_3/R_1$	$\rho_2/\rho_1$	$\rho_3/\rho_1$	$R_m/R_1$	$f$
1t	1.17	1.46	1.67	0.83	0.40	0.11
2t	1.17	1.46	1.67	0.83	0.52	0.24
3t	1.17	1.46	1.67	0.83	0.60	0.36
4t	1.17	1.46	1.67	0.83	0.70	0.58
5t	1.17	1.46	1.67	0.83	0.84	1.00
6t	1.23	1.49	1.67	0.83	0.63	0.30
7t	1.28	1.57	1.67	0.83	0.75	0.39
8t	1.28	1.80	1.67	0.83	0.75	0.39



( $\times 0.01$ )

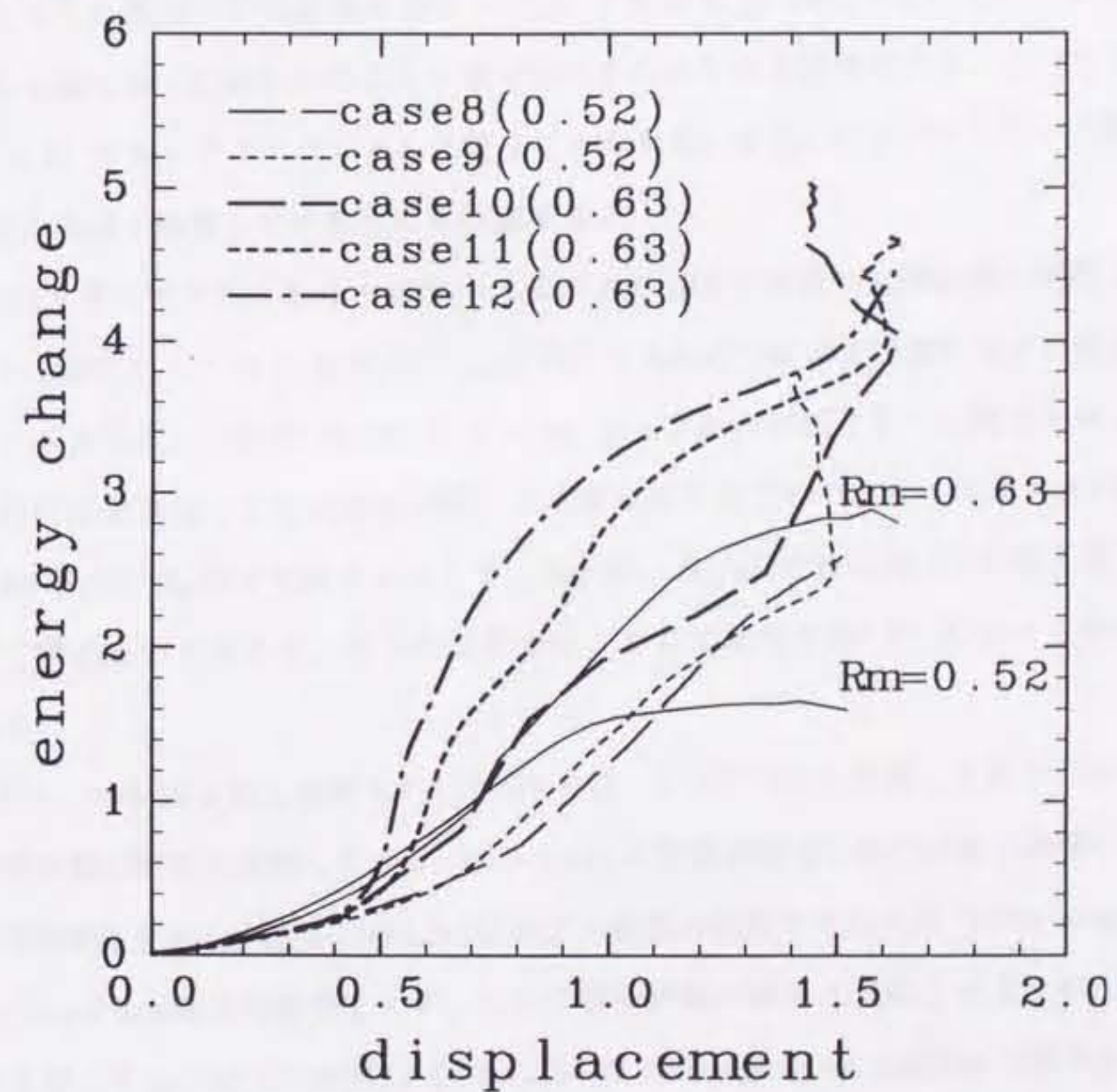


図 3-10 ケース 8-12 で散逸したエネルギーの変化とモデルから計算した重力不安定の発達に伴って解放されるエネルギーの変化。時間のかわりに液滴の沈降距離の関数として示す。エネルギーと沈降距離の単位は図 3-7、3-8 と同様。細い破線は数値実験のケース 8、細い点線はケース 9、太い破線はケース 10、太い点線はケース 11、そして太い鎖線はケース 12 の結果を示す。括弧内の数値は観測された  $R_m/R_1$  である。太い実線は数値実験と同じ  $R_m/R_1$  に対してモデルから計算されたエネルギーの変化を  $R_m/R_1$  の値と共に示す。



原因と考えられる。またケース 11,12 では変位量が小さいうちから解放されるエネルギーがモデルをかなり上回るが、これは 2 次的な短波長の不安定の発達の影響と考えられる。よって、このモデルはエネルギーの解放量を液滴の沈降距離の関数として与えるにはかなり粗い近似ではあるが用いることができるだろう。

上に述べたように重力不安定発達の過程で  $R_m$ 、すなわち  $f$  は変化するので、実際にこのモデルを用いる際には  $f$  の値をどのように設定するかという点が重要だろう。よって  $f$  は後の議論 (3-2-4-4) でもパラメータとして扱うことにする。またこのモデルを用いる際には 2 次的不安定の発達を無視している点にも注意する。

図 3-11 にはモデルで計算した全てのケースについて  $dW$  を液滴の沈降距離の関数として示す。図より (特にケース 7t と 8t から)  $R_m$  が同じであれば  $dW$  の変位量に対する変化もほぼ等しいことがわかる。これは  $R_3/R_1 \leq 2, \rho_2/\rho_1 \simeq 1$  であれば成り立つと考えられる。このような条件は原始地球 (または数値実験) では常に成り立つので、ここで求めた  $\delta W$  を用いる際には  $\delta W(r)$  は  $R_m$  のみで決まるとして、 $R_3/R_1, R_2/R_1$  の値は表 3-3 の値と違っていても無視して構わないであろう。以下の計算では、ここで求めた  $\delta W$  を  $r$  について多公式近似して用いる。

図 3-12 はケース 8-12 と同じ条件に対して  $\delta W$  を使ってモデルから計算した重力不安定の発達過程を数値実験の結果と比較している。図 3-12(a) は数値実験での鉄の液滴と地球の中心間の距離  $r$  の時間変化を示し、図 3-12(b),(c) はモデル計算の結果でそれぞれ (b) homogeneous heating、(c) layer heating の結果を示す。ここで数値実験の結果と対応させるために  $dW$  の値は常に 0.6 倍とする (図 3-8 参照)。図 3-12(b) の homogeneous heating の結果は  $r < 1$  の領域を除けば図 3-12(a) の数値実験の結果と対応している。 $r < 1$  の領域の部分はこのモデルでは説明しにくい部分である。しかし実際に重要なのは重力不安定の中期から後期にかけてのタイムスケールであるから、初期における不一致は容認しても構わないであろう。一方、図 3-12(c) の layer heating の結果はすべてのケースにおいて  $b = 0$  の時と同様の重力不安定の発達過程を示している。このモデルでは  $T_b$  が過大に見積られて、ほとんど全てのス



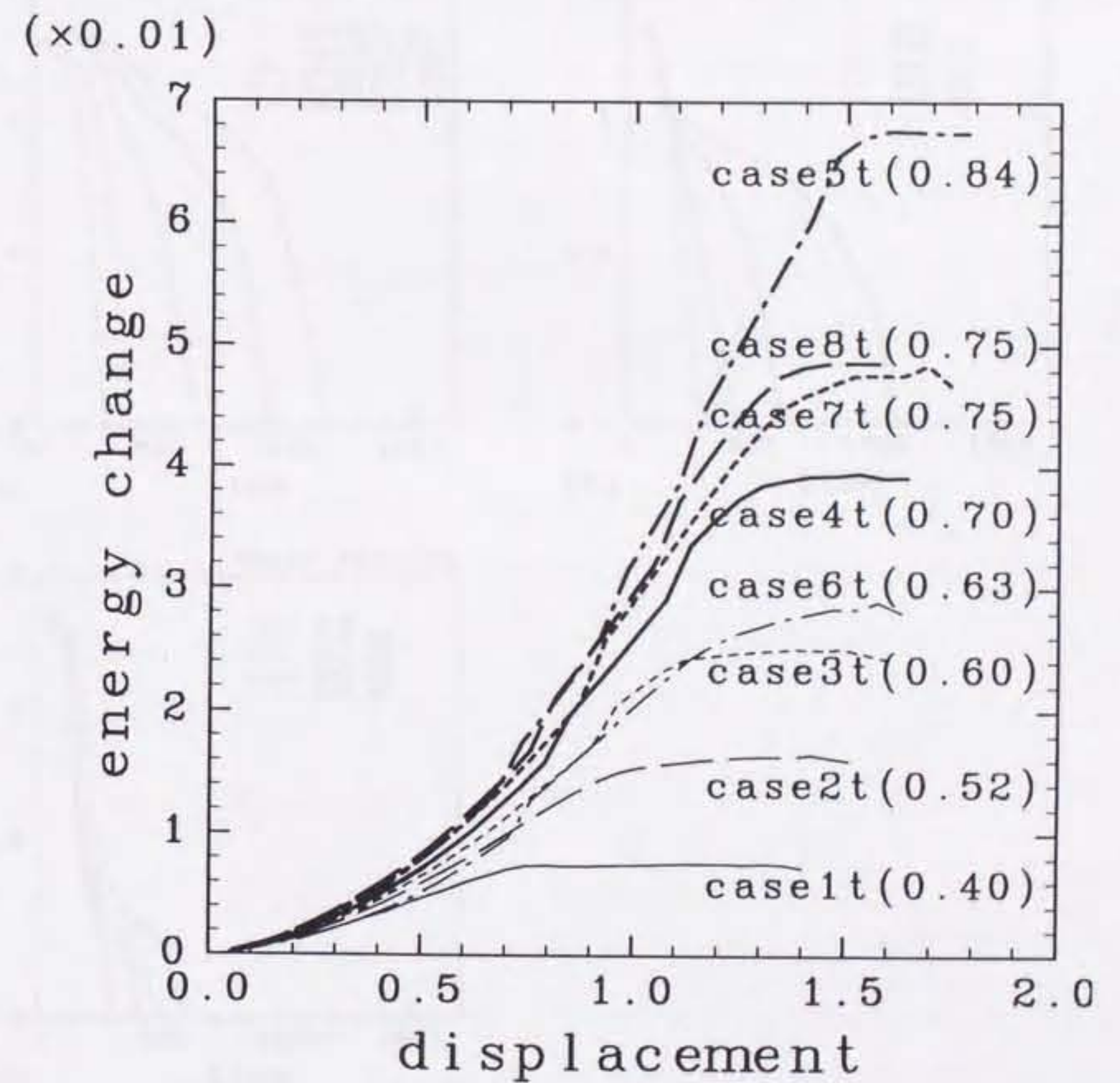


図 3-11 モデルのケース 1t-8t (表 3-4 参照) における液滴の沈降距離に対する重力エネルギーの解放量の変化 (図 3-10 の説明参照)。括弧内の数値は  $R_m/R_1$  である。



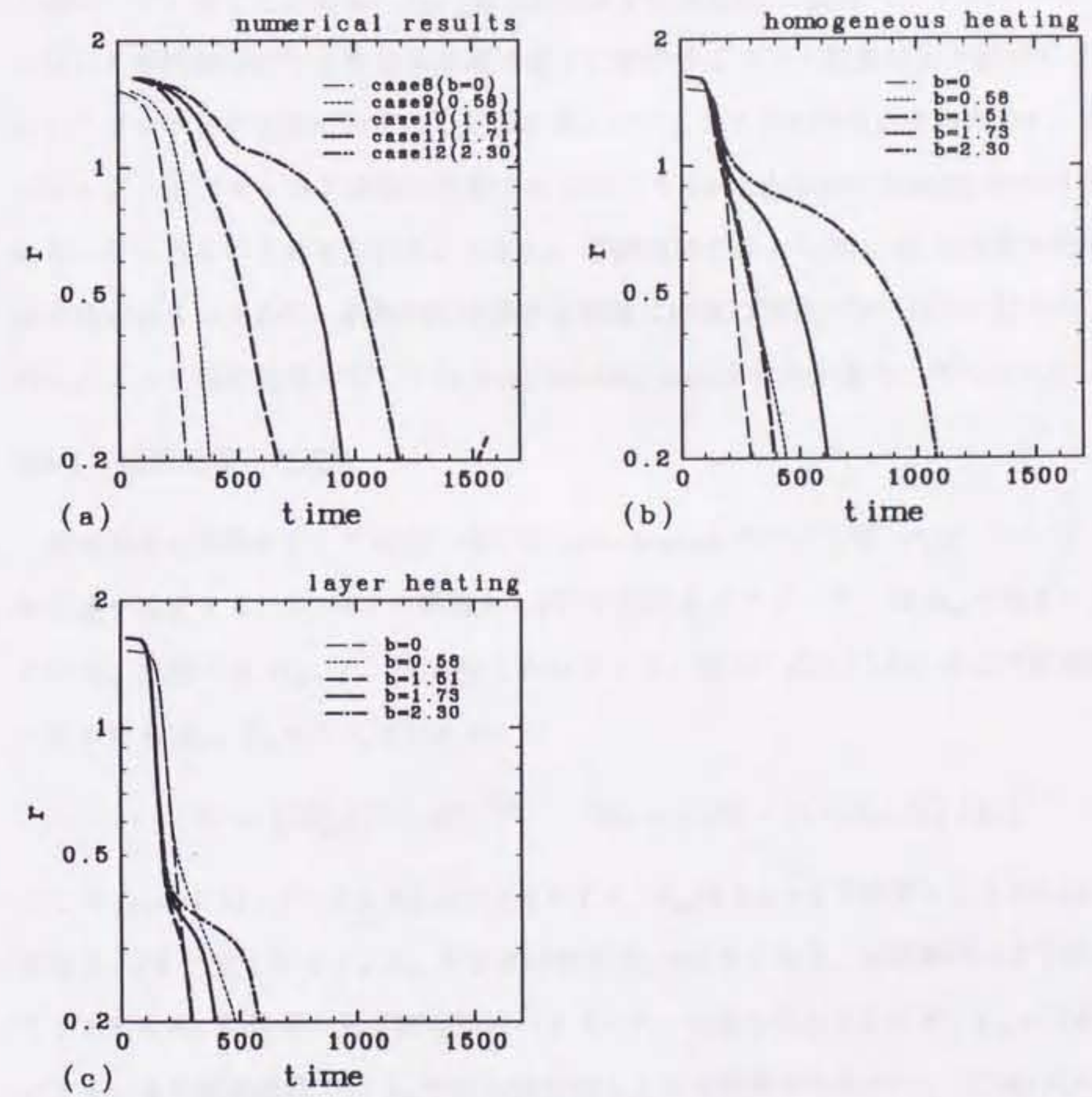


図3-12 数値実験のケース8-12での  $r$  の時間変化 (a) と、同じ条件に対してモデルから計算した  $r$  の時間変化 ((b),(c))(表3-3参照)。  $r, t$  はそれぞれ  $R_1, \hat{t}$  を単位として表す。(a) は数値実験の結果で括弧内の値は  $\log(\eta_{\max}/\eta_m)$  を示す。(b),(c) はそれぞれ (b) homogeneous heating を仮定した場合、(c) layer heating を仮定した場合の結果を示す。詳しくは本文参照。



ページで $\eta_b \simeq \eta_m$ となっていると考えられる。

数値実験とモデルの対比より homogeneous heating model は数値実験の結果を比較的よく説明していることがわかった。図 3-3(b), 3-4(b), 3-5(b) の速度ベクトルからも、数値実験で用いた粘性率分布では変形が液滴の直下に集中するという現象は余り顕著にはみられず、むしろプロトコア全体にわたって変形が進んでいることがわかる。そのために、散逸されたエネルギーがプロトコア全体に分配されるという homogeneous heating model の方が適当になっているものと考えられる。しかし、原始地球では  $b = 20 - 25$  と非常に粘性率の温度依存性が大きいために、必然的に変形する領域は液滴の周囲の狭い部分に限られると考えられる。よって原始地球に対しては layer heating model の方が適当と考えられる。

#### 3-2-4-3 原始地球への適用

原始地球の条件に対して前節で挙げた layer heating モデルを使ってオーバーターンの時間的発達を推定する。3-2-4-2 の議論から  $\delta W$  を決めるパラメーターは  $R_m$  であることがわかっている。本節では  $R_m$ 、 $f$ 、 $f_{Fe}$  が与えられるとき、(2.51) 式と (3.13) 式より原始地球のモデルにおける  $R_2$ 、 $R_3$  を次式で与える。

$$R_2 = \{(R_m^3/f) + R_1^3\}^{1/3}, \quad R_3 = \{(R_2^3 - (1 - f_{Fe})R_1^3) / f_{Fe}\}^{1/3} \quad (3.20)$$

ここで  $f_{Fe} = 0.18$ 、 $f = 0.3, 0.5, 0.7, 1.0$  とする。 $R_m$  は 3-2-4-2 で計算した 0.4-0.84 の範囲の値を取る。 $f$  を一定とすると、 $R_m$  が小さいほど  $R_3$  が小さくなり、地球集積のより早い段階を示すことになる。粘性率の温度依存性のパラメーターは表 2-5 より  $b = 20$ 、 $\eta_m = 7.8 \times 10^{16} \text{ Pa s}$  とする。また原始地球では  $T_m$  の圧力依存性も大きな効果があるので、(2.54) 式の  $T_m$  の圧力依存性を導入することにする。圧力は (2.55) 式の  $R(t)$  を  $R_3$  で置き換えることによって求められる。

図 3-13 は原始地球の条件における重力不安定の時間的発達を示す。図 3-13(a) は  $f = 0.3$  とした時の結果である。 $R_m = 0.4$  のときは、はじめのうち非常に短いタイムスケールで  $r$  が減少するが、 $r = 0.8$  程度になると  $r$  の減少が止まる。これは、粘性率に対する初期温度の低



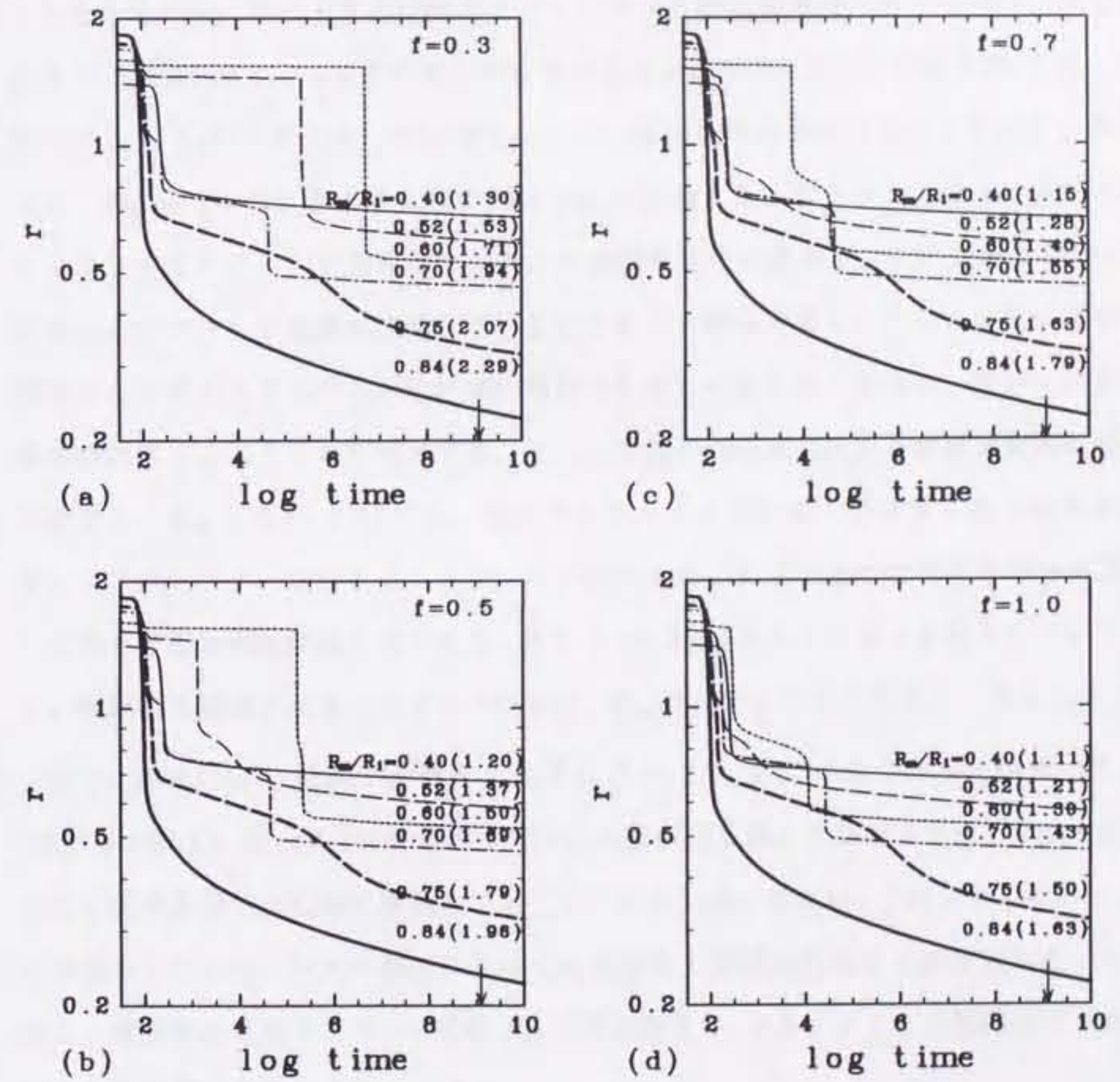


図 3-13 原始地球の条件における半径  $R_m/R_1 = 0.4 - 0.84$  の鉄の液滴の位置  $r$  の時間変化 ( $b = 20, \eta_m = 7.7 \times 10^{16} \text{ Pa s}$ )。加熱のモデルとしては layer heating model を用いている。 $r, t$  は  $R_1, \bar{T}$  を単位として表し、右下の矢印は実際のタイムスケールで  $10^7$  年を示す。鉄の液滴の形成効率  $f$  はそれぞれ (a)0.3, (b)0.5, (c)0.7, (d)1.0 である。図中の括弧内の数値はそれぞれの場合での原始地球の半径を示す。



テ下と圧力増加による融点の上昇の影響が重力不安定による発熱の影響に比べて大きくなったために液滴直下の粘性率が急増し、それに応じて液滴沈降のタイムスケールが何桁も上昇したことを示す。このときの沈降のタイムスケールは地球集積のタイムスケールをゆうに越えるので実質的には  $r \simeq 0.8$  で重力不安定の進行がとまる。 $R_m = 0.52, 0.60$  では、 $R_m = 0.4$  に比べると  $R_3$  が大きくなった時期を示すので原始地球内部の圧力はより大きくなる。そのため、 $R_m = 0.4$  のときよりも浅い部分で  $\eta_b$  が急増する。グラフ上では  $r$  の値が大きいためにフラットなステージが現れてそのあとに垂直な変化が現れる。この垂直な部分は、 $t$  以下のタイムスケールで液滴が沈降していることを示す部分である。さらに深部に液滴が沈んで解放される重力エネルギーが粘性率の増加分に対して足りなくなると、再び  $\eta_b$  は急増して液滴沈降のタイムスケールが増大する。そして平坦な部分が現れて今度は実質的に液滴の沈降が止まる。 $R_m = 0.75, 0.84$  では、解放されるエネルギーが十分大きくなったために  $\eta_b$  が減少してメインステージのタイムスケールが減少する。グラフ上では垂直な部分が左側に移動して殆ど平坦な領域は消えてしまう。そして  $r$  は  $\log t$  に対して徐々に減少していくことになる。最終的に液滴が止まるときの  $r$  の値は、 $R_m$  が大きくなるほど小さくなるのがわかる。

図 3-13(b),(c),(d) は同じ計算をそれぞれ  $f = 0.5, 0.7, 1.0$  で行った結果である。図 3-13(a), 3-13(b), 3-13(c), 3-14(d) において  $R_m$  の値が同じ場合を比較すると、 $f$  が大きくなるにつれて垂直な部分が左側に移動していくことがわかる。これは、 $f$  が大きくなると  $R_3$  が小さく見積られるので、圧力の減少によって  $\eta_b$  が小さく見積られることが原因になっている。ただし、液滴が止まるときの  $r$  の値は  $R_m$  の値で決まり、 $0.3 \leq f \leq 1$  の範囲では  $f$  の値の影響はほとんど受けないことがわかる。

ここで液滴の沈降過程を地球の集積と対照させてまとめよう。 $t = 10^7 \text{ yr}$  における液滴の下端の原始地球中心からの距離を  $r_b$  として次式で与える。

$$r_b = r_{bt} - R_m \quad (3.21)$$

ここで  $r_{bt}$  は  $t = 10^7 \text{ yr}$  における  $r$  の値とする。 $r_b$  は地球集積のタイムスケールの範囲で、実質的に液滴が止まる位置を表している。また、 $R_3$  に対して (2.49) 式から求めた集積開始か



らの時間を  $t_{acc}$  とする。

$$t_{acc} = \frac{3AP_K}{4\pi R_0^2(1+2\theta)} I \left( \frac{R_3}{R_0} \right)$$

上式に与えるパラメーターは 2-4-2 における値と同じである。

図 3-14 に図 3-13 の結果を  $r_b$  の  $t_{acc}$  に対する変化としてまとめなおして示す。この図より、地球が成長すると鉄が供給されて  $R_m$  の値が増加するために、鉄の液滴は深くまで沈降するようになることがわかる。よって、原始地球が成長するにつれて鉄の液滴も成長しながら徐々に深部へ沈んでいき、重力不安定による液滴の沈降は地球集積に匹敵するタイムスケールでおこると予想される。オーバートーンが完了するときには  $r_b = -R_m$  となるはずなので、この図は集積終了時にオーバートーンが完全には終わっていないことを示している。しかし、集積終了時には  $r_b < 0$  となって液滴の下端は原始地球の中心をかなり越えるので、大部分が入れ替わった状態にあるとっていいだろう。

$f$  の値が小さくなると、核形成の進行はやや遅くなり集積終了時に液滴が達する深さも浅くなる。 $f$  の値には任意性があるが、図に示した  $f \geq 0.3$  の範囲では重力不安定は集積と同じタイムスケールで発達し、鉄の液滴はほぼ原始地球の中心付近まで達する。数値実験で観測された  $f$  の代表的な値は 0.3-0.4 程度であったが、実験では全ての流体を連続的に扱ったためにプロトコアの回りの鉄の流体の流れは妨げられているので、厳密な境界条件のもとでは  $f$  の値はもっと大きくなると考えられる。また  $f$  は鉄の層が厚くなるにつれて増加すると考えられる (2-3-3 参照)。これらの理由から、地球集積期のほとんどの段階で  $f \geq 0.3$  であると考えてよいだろう。よって、原始地球における条件でも、核形成は集積と同じタイムスケールで進行し、集積完了時にはオーバートーンはほぼ完了に近い段階まで到達すると予想される。

粘性散逸による発熱の効果は  $R_m$  が増加するにつれて大きくなる。原始地球において効果的に核形成を起こせる液滴のサイズは 2000km ( $R_3/R_1 = 0.75$ ) 程度以上であって、数値実験で観察されたような高次の不安定で生じる小さな液滴では周囲の粘性率を下げて地球中心まで沈むことは難しいので、原始地球でこのような高次の不安定が発達するのは、オーバ-



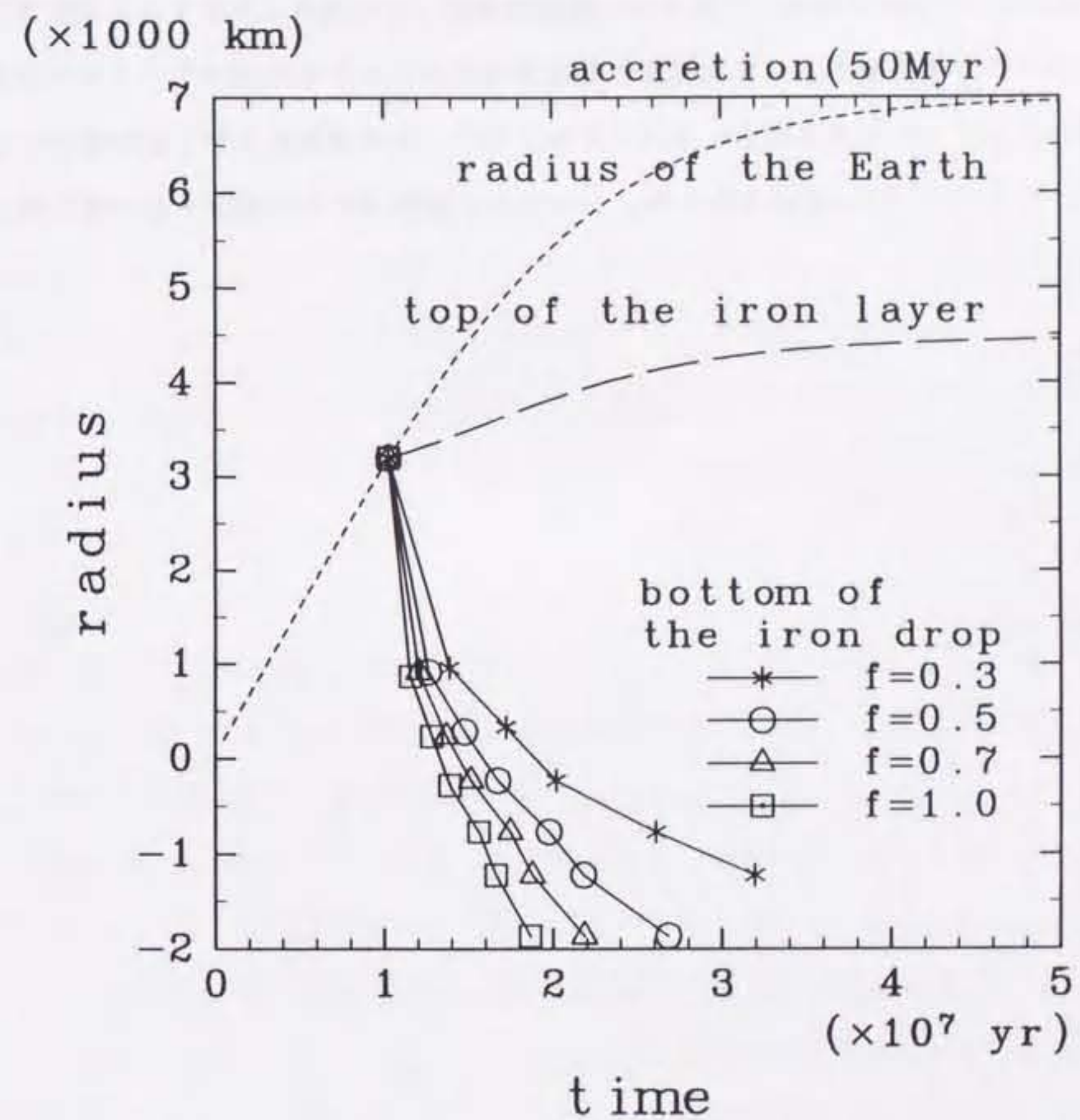


図 3-14 地球の成長曲線と地球集積の間に鉄の液滴の達する深さの時間変化。  $b, \eta_m, f$  の値は図 3-13 と同じで、地球の集積時間は  $5 \times 10^7 \text{ yr}$  とする。実線は液滴の下端の位置の時間変化を  $f = 0.3, 0.5, 0.7, 1.0$  に対して示す。点線と破線はそれぞれ地球の半径と鉄の層の上面の半径の変化を示す。矢印はマグマオーシャンができて始める時間を示す。





Figure 2-12(a) showing the relationship between temperature and time during the core formation process. The graph plots temperature (°C) on the y-axis against time (billions of years) on the x-axis. The curves represent different models or parameter sets for core formation, with a legend in the bottom left corner identifying the curves by their  $\alpha$  values.

ターンが進んで温度が上昇してからと考えられる。

ここでの議論から得られる核形成過程の描像は図 2-12(a) に近いものといえる。重力不安定によって発生した液滴は、地球の集積とともに成長しながら地球中心に沈んでいく。核形成はプロトコアに相当するサイズの巨大な鉄の液滴によって 1 度のオーバーターンを起こすことで集積完了時にほぼ終わる。プロトコア中にあった鉄もオーバーターンの間、またはその終了後に徐々に鉄のコアに吸収されていくものと思われる。



### 3-3 非ニュートン流体的なレオロジーの影響

#### 3-3-1 背景

ここまで原始地球はニュートン流体的な挙動を示すと考えてきた。しかし、実験的・理論的な研究からシリケートのレオロジーは作用する応力の大きさ、温度、ひずみ速度などの条件によって変化することが明かになっている。ニュートン流体的な変形は低応力のもとで主要な流動で、ひずみ速度は応力に比例する。応力が高くなると power law creep が主になり、ひずみ速度は応力のべき乗に比例するようになる。さらに応力の高い領域では plastic flow や破壊によって非常に速い変形が起こる。核形成過程で生じる差応力は高いことが予想されるので、ニュートン流体的なレオロジーよりも高い応力のもとでのレオロジーの方が重要であるかもしれない。

高差応力下でのレオロジーに注目した核形成のモデルもいくつか提出されている。Stevenson(1981) は1次の重力不安定がおこったときに働く非静水圧の影響でプロトコアが破壊される可能性を定性的に述べた。原始地球の中で破壊が起こるかどうかを調べるには、高压下でのシリケートの破壊応力と原始地球内で生じる差応力を知る事が必要である。

Kinsland and Bassett(1977) は実験から破壊強度の圧力に対する変化を調べ、低圧では破壊強度は応力に比例して増加するが、1.0-2.0GPa で一定になってそれ以上増加しないことを示した。Davies(1982) はこの事実に基づき、半径数十 km の鉄の球は破壊によって沈み始めることができることを示した。そしてこのような不均質性を作る微惑星の衝突があれば容易に核形成が起こるという結論を得ている。一方、Tonks and Melosh(1992) は、衝突モデルと微惑星の集積史を使って Davies(1982) の挙げたモデルをより詳しく調べた。彼らは、大きな微惑星が衝突すると原始惑星の中に magma pool ができ、その底に溜まる iron pond が重力不安定で中心に向かって沈むことによって核形成が起こるとした。ここで彼らは、破壊の他にもシリケートでは働く差応力が 1.0-1.5GPa を越えると power law の breakdown が起こり、塑性変形によって速い変形が起こる可能性があるという Tsenn and Carter(1987) の報告を指摘した。そして、衝突によって原始地球にできた iron pond の生じる差応力が 2.0GPa



を越えることを核形成の条件として地球型惑星の集積史を調べ、どの地球型惑星においてもこの条件を満たす衝突がおこる可能性は 100%に近いことを結論している。

ここで問題なのは、これらの破壊応力あるいは塑性変形の始まる臨界応力に圧力の影響がほとんど考慮されていないという点である。例えば、破壊応力よりも大きな差応力が働いて微少な破壊面が生じたとしても、それが巨視的な破壊面に成長できるかどうかは封圧に依存する (Ashby and Verral, 1977)。また塑性流動の起こる臨界応力を支配する剛性率は圧力依存性を持つ。マグマオーシャンの底という高圧の条件では、これらの物性に対する圧力の効果は無視できないと考えられる。また、液滴や iron pond が深部に移動するにしたがって圧力の影響はますます大きくなると予想される。

よって、この節では高圧下でのレオロジーの変化を現在得られるデータで可能な範囲で推定する。そしてその結果と原始地球内部の差応力を比較することによって、原始地球の核形成における適当な変形様式を推定し、これらの非ニュートン流体的なレオロジーによって核形成が速まる可能性があるかどうかを検討する。



### 3-3-2 研究手法

前節で述べたように固体の変形様式は温度、応力、ひずみ速度、静水圧などの影響によって変化する。ここでプロトコアを代表する物質として olivine を用いる。図 3-15 は olivine の変形様式を温度、応力、ひずみ速度に対して示した図 (Tsenn and Carter, 1987) である。この図から低応力の領域では Coble creep や N-H creep といった diffusional flow を起こすメカニズムが主であり、やや高応力・高温側に power law creep の領域がドーム状に存在するのがわかる。さらに高応力側では、low temperature plasticity が主となる。それぞれの領域における流動則の一般式は以下のように表される。

$$\dot{\epsilon} = \begin{cases} K\sigma & \text{for diffusional flow} \\ K\sigma^n & \text{for power law flow} \\ K\exp(\beta\sigma) & \text{for low Temperature plasticity.} \end{cases} \quad (3.22)$$

ここで

$$K \propto \exp(-Q/RT)$$

$\dot{\epsilon}$  は歪速度、 $K, n, \beta$  は物質に固有なパラメーターである。 $Q$  はそれぞれの流動メカニズムにおける活性化エネルギーで、 $R$  は気体定数である。この中で diffusional flow がニュートン流体的な変形に相当することがわかるだろう。Power law creep の領域では  $n = 2-3$  と考えられているので、diffusional flow よりも速い変形が起こると考えられる。また low temperature plastic flow の領域では応力に対してひずみ速度が急増して非常に早い変形が起こることが予想される。この図には記されていないがさらに高応力側では破壊が起こる。Plastic flow の領域は破壊の領域に隠されてしまうこともある。

核形成過程において重要なプロトコアのレオロジーを調べるために、rheological field を応力によって以下の3つに分けることにする。

- (1) Power law or diffusional (Newtonian) flow for  $\sigma < \sigma_b$
- (2) Plastic flow for  $\sigma_b \leq \sigma < \sigma_f$
- (3) Macro fracture for  $\sigma \geq \sigma_f$

ここで  $\sigma_b$  は power law breakdown stress で、 $\sigma_f$  は破壊応力である。(1),(2),(3)の境界での



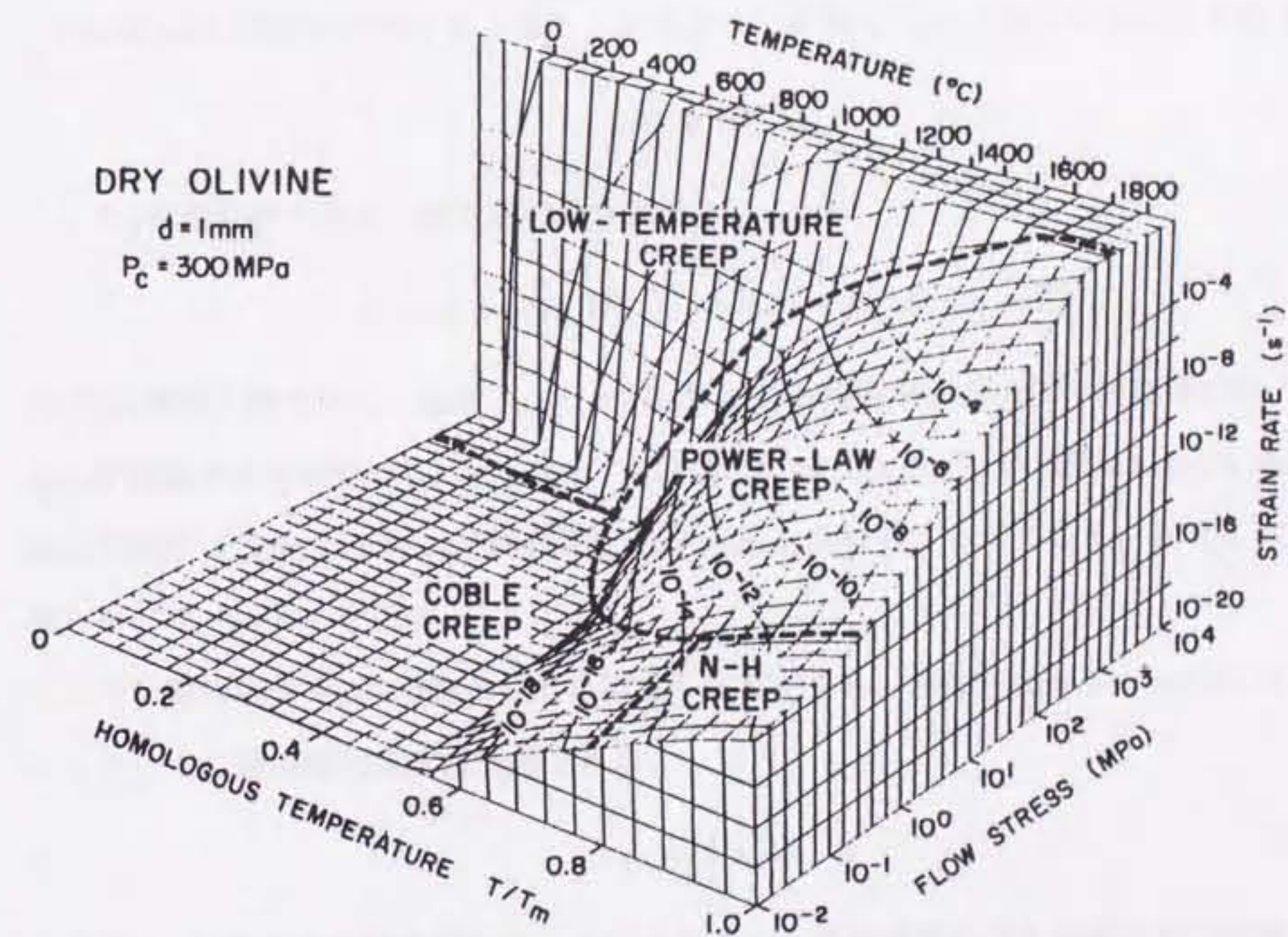


図 3-15 粒径 1mm の dry olivine の封圧 300MPa における deformation mechanism surface (Tsemm and Carter, 1987)。図中の Coble creep, N-H (Nabarro-Herring) creep の領域が diffusional flow のおこる領域に相当し、low-temperature creep が plastic flow に相当する。



流動特性の変化に対して (1) における power law creep と diffusional flow の違いは小さいと考えられるので、ここでは 1 つの rheological field としてまとめて扱う (power law flow と diffusional flow の境界は温度によっても変化する)。また  $\sigma_b > \sigma_f$  の場合には、(2) の領域は現れなくなる。実際にプロトコアで生じる応力が (1)-(3) のどの範囲に入るかを調べれば、原始地球内で重力不安定が進行するときどのような変形の特徴を示すかを推定できる。

Tsenn and Carter(1987) によると、シリケートに対して  $\sigma_b$  は以下の式で表される。

$$\sigma_b \simeq 10^{-2} \mu \quad (3.23)$$

ここで  $\mu$  は剛性率であり、次の式で表される。

$$\mu = \mu_0 + (d\mu/dP)(P - P_0) + (d\mu/dT)(T - T_0) \quad (3.24)$$

$P_0, T_0$  は標準状態の圧力、温度、 $\mu_0$  は  $P_0, T_0$  における剛性率、 $d\mu/dP$  は剛性率の圧力依存性、 $d\mu/dT$  は温度依存性である。 $\mu_0, d\mu/dP, d\mu/dT$  は olivine のデータ (Kumazawa and Anderson, 1969) を用いて上の (3.23)-(3.24) 式から  $\sigma_b$  を求めることができる。表 3-5 はここで使用したパラメーターを示す。

一方、破壊応力も  $\mu$  の関数として見積ることができる。Ashby and Verral(1977) によるとシリケートの破壊応力は次式で表される。

$$\sigma_{mf} = 5 \times 10^{-3} \mu \quad (3.25)$$

ここで  $\sigma_{mf}$  は微視的な破壊面の生じる応力である。原始地球のように静水圧の非常に高い条件では、一旦微視的な破壊面ができては広がって成長することができず、巨視的な破壊のおこる応力は微視的な破壊応力よりも大きくなると予想される。再び Ashby and Verral(1977) によると、巨視的な破壊のおこる応力  $\sigma_f$  は次式で与えられる。

$$\sigma_f = \begin{cases} \sigma_{mf} + P & \text{for } P < \sigma_{mf} \\ 2(\sigma_{mf}P)^{1/2} & \text{for } P \geq \sigma_{mf} \end{cases} \quad (3.26)$$

原始地球内で破壊によって変形がおこるためには、 $\sigma > \sigma_f$  であることが必要である。

プロトコアと鉄の層の間の重力不安定を考えるために、(3.24),(3.26) 式の  $P$  は以下の式で



表 3-5 プロトコアの変形様式の推定に用いたパラメーター

Properties	Symbols	Values(MKS Units)
shear modulus <sup>(1)</sup>	$\mu_0(T_0, P_0)$	$8.13 \times 10^{10} \text{ Pa}$ (300K, $1.0 \times 10^5 \text{ Pa}$ )
Pressure dependence	$(d\mu/dP)$	1.79
Temperature dependence	$(d\mu/dT)$	$-1.30 \times 10^7 (\text{Pa s K}^{-1})$
power law breakdown stress		
in shear modulus <sup>(2)</sup>	$\sigma_b/\mu$	$10^{-2}$
fracture stress in shear modulus <sup>(3)</sup>	$\sigma_f/\mu$	$5 \times 10^{-3}$

- (1) Kumazawa and Anderson(1969).  
 (2) Tsenn and Carter(1987).  
 (3) Ashby and Verral(1977).



与える。

$$P = \frac{2}{3}\pi\bar{\rho}^2G\{R_3^2 - (R_1 - h)^2\} \quad (3.27)$$

ここで  $h$  は鉄の層の厚さである。また温度は  $T = 2500K$  で一定とする。よって、(3.23)-(3.27)式から  $R_3$  に関する変数として  $\sigma_b$ 、 $\sigma_f$  が得られる。

一方、鉄の層ができ始めてからはプロトコアは1次の不安定によって常に非球対称になっていると予想される (Ida *et al.*, 1987, 1989) ので、プロトコアに働く差応力  $\sigma_g$  は次式から推定できる。

$$\begin{aligned} \sigma_g &= - \int_{r=R_1}^{r=R_1-h} (\rho_2 - \rho_1)g(r)dr \\ &\simeq \frac{4}{3}\pi G\bar{\rho}(\rho_2 - \rho_1)\{R_1 - (h/2)\}h \end{aligned} \quad (3.28)$$

$\sigma_g$  はプロトコアが平行移動して鉄の層の厚さが  $2h$  になっている部分の直下の非静水圧を表す。この  $\sigma_g$  を  $\sigma_b$ 、 $\sigma_f$  と比較することで原始地球内で重力不安定が始まる時のレオロジーを推定できる。ただし、(3.28)式から見積られる  $\sigma_g$  の値は地域的に幅のある差応力の最大の推定値であって、しかも isostatic な緩和 (マグマオーシャンの変形による重心の移動) によってもっと小さい値になっている可能性があることには留意しておくべきだろう。



### 3-3-3 結果と議論

図 3-16 は原始地球が成長するときのプロトコア表面における $\sigma_b$ 、 $\sigma_g$ 、 $\sigma_f$ の変化を示す。図の  $x$  軸の原点はマグマオーシャンの形成が始まる時の地球の半径 ( $R_1=3200\text{km}$ ) である。この結果より、常に $\sigma_f > \sigma_b$ であって、低応力側から power law creep あるいは diffusional flow、plastic flow、fracture の 3 領域が存在することがわかる。原始地球の半径が増加するとプロトコア表面の圧力が大きくなるので、 $\sigma_b$ 、 $\sigma_f$ はともに増加していく。一方、原始地球の半径が増加するにつれて重力加速度と  $h$  が大きくなるので $\sigma_g$ も増加していく。

マグマオーシャンの形成が始まってまもない時期は、 $\sigma_g$ は power law flow あるいは diffusional flow の領域にあるが、 $R_3 = 3700\text{km}$ になると power law breakdown stress を越えて plastic flow の領域にはいる。原始地球が成長するにつれて $\sigma_g$ はさらに増加するが、 $\sigma_f$ を越えることはなく、 $\sigma_p < \sigma_g < \sigma_f$ でほとんど plastic flow の領域にあることがわかる。従って、Stevenson(1981) や Davies(1982) のように核形成過程で破壊による変形で核形成が始まる可能性はほとんどないといえる。ただし、 $\sigma_g > \sigma_{mf}$ であるために微視的には破壊が生じている可能性が強く、このことがプロトコアの変形様式に変化を及ぼす可能性はあるだろう。また一方で差応力の値には地域的な分布があるために、場所によっては Newtonian flow によって変形が起こる部分もあるだろう。

この結果から、plastic flow は重力不安定によって核形成が始まる時に重要な役割を果たし、(3.22) 式の流動則から非常に速く変形が進む可能性が大きいと考えられる。(3.22) 式より実効的な粘性率 $\eta_{\text{eff}}$ を求めると以下の形式になる。

$$\eta_{\text{eff}} \equiv \sigma/\dot{\epsilon} = \ln \dot{\epsilon} / K \beta \dot{\epsilon} \quad (3.29)$$

$\eta_{\text{eff}}$ が $\dot{\epsilon}$ の関数であるために、これまでのニュートン粘性を仮定した結果をそのまま応用することはできないので、このような流動則に基づいた重力不安定について調べることは今後の課題であろう。しかし、plastic flow によって重力不安定が起こるとすると、薄い鉄の層が溜ると直ちに非常にはやい変形によって重力不安定が進行すると考えられる。そして小さい鉄の液滴が次々と地球深部へ向かって沈降していくことが予想される。



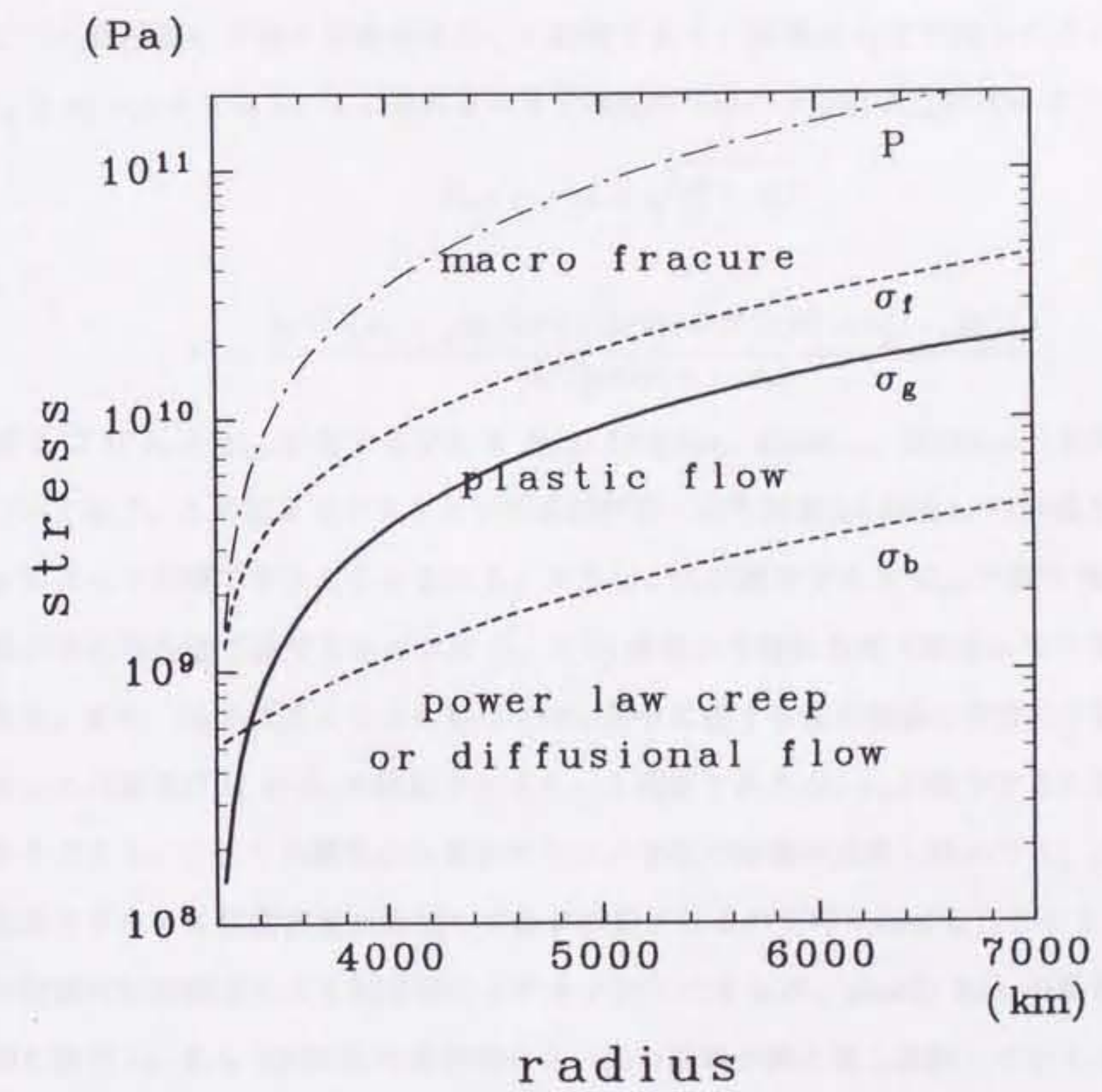


図3-16 原始地球の成長に伴うプロトコア表面での $\sigma_g$ 、 $\sigma_f$ 、 $\sigma_p$ の変化。鎖線は参考のためにプロトコア表面の圧力を示す。



このようにして生じた液滴はどの程度の深さまで沈むことができるだろうか。半径  $R_m$  の鉄の液滴の下部に生じる差応力を  $\sigma'_g$  として次の式で与える。

$$\begin{aligned}\sigma'_g &= - \int_{r=r_b+2R_m}^{r=r_b} \delta\rho g(r) dr \\ &= (8/3)\pi G\bar{\rho}(\rho_2 - \rho_1)(r_b + R_m)R_m\end{aligned}\quad (3.30)$$

ここで  $r_b$  は液滴の下端と原始地球中心の距離である。液滴が  $r_b$  まで沈むことのできる条件を  $\sigma'_g \geq \sigma_b(r_b)$  とすると、この条件をみたす液滴の半径の下限値  $R_{mc}$  は次の式で与えられる。

$$R_{mc} = -r_b + \sqrt{r_b^2 + 4C}$$

ここで

$$C = \frac{10^{-2} \{ \mu_0 + (\partial\mu/\partial P) \{ (2/3)\pi G\bar{\rho}^2 (R_3^2 - r_b^2) - P_0 \} \}}{(8/3)\pi G\bar{\rho}(\rho_2 - \rho_1)}$$

図 3-17 は  $r_b$  の  $R_{mc}$  に対する変化を  $R_3$  が 3500km、4000km、5000km、6000km の場合について示す。この図よりプロトコアの表面付近では半径数 10-100km の液滴ならば plastic flow によって沈降できることがわかる。ただし、 $r_b$  が減少すると  $R_{mc}$  の値は増加するので、液滴が中心付近まで達するためには ( $r_b \approx 0$ ) 液滴の半径はほぼ 1000km まで増加する必要がある。また、 $R_3$  が大きくなるに従って同じ深さに達する鉄の液滴の半径の下限値は大きくなる。この変化は  $r_b \approx R_1$  の時にファクター 4 程度であるが、 $r_b$  が減少するに従ってその差は小さくなる。これらの結果から最初に小さい半径の液滴が沈降し始めても、より深部にまで沈降するためには微惑星が集積して鉄が供給されるのを待たねばならないことがわかる。この特徴は粘性散逸による核形成のモデルと同じであるが、plastic flow の場合は地球集積の間に数百 km から 1000km の比較的小さい鉄の液滴が繰り返し沈降していくという点が異なる。

3-2 節で検討した粘性散逸による加速機構と plastic flow による核形成を比較すると、plastic flow の方が小さな液滴に対して効果的に働くことがわかる。しかも地球の集積期間を通じて、plastic flow の方がニュートン流体的な流動に比べてはるかに起こりやすい。そのため、粘性散逸による発熱の効果が影響し始める前に、plastic flow によって数百 km から 1000km



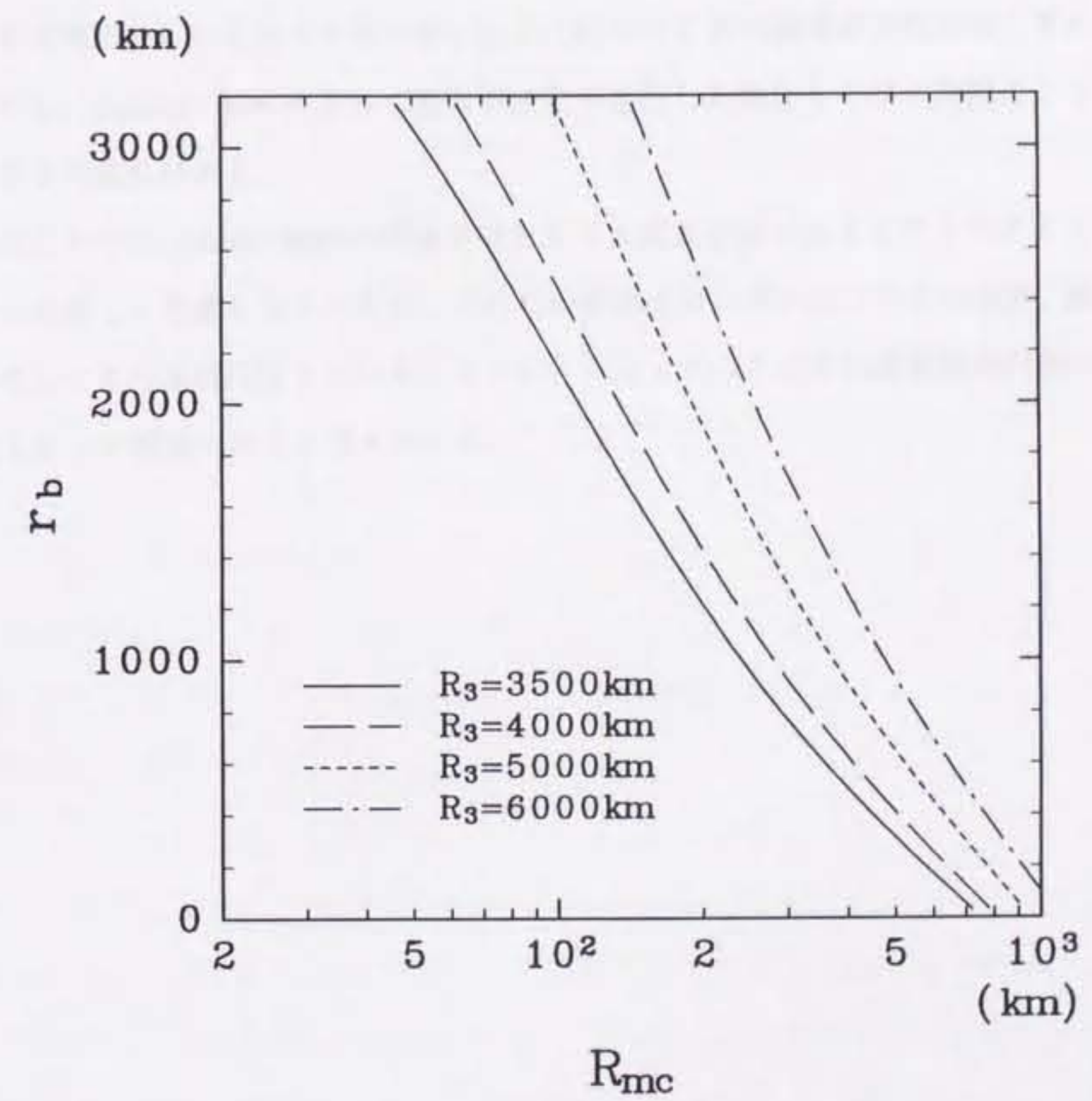


図3-17 集積期の4つのステージ ( $R_3 = 3500, 4000, 5000, 6000 \text{ km}$ ) において半径  $R_{mc}$  の鉄の液滴が plastic flow によって沈むことのできる位置の下限  $r_b$ 。





の鉄の液滴が地球中心に向かって次々と沈降していくと考えられる。よって、核形成は地球の集積完了とほぼ同時に終了するだろう。

Plastic flow によって重力不安定が起こる場合も粘性散逸による発熱が起こるのであろう。流動則が異なるために 3-2-3 の Newtonian flow における発熱と変形のカップリングの結果をそのまま利用することはできないが、(3.13) において  $K$  の温度依存性が同じ形になっていることから、plastic flow によって重力不安定が進行した場合もやはり加熱によって若干変形が速まる可能性はある。

またここでは plastic flow の領域ではただちに流動が起こるとしてそのタイムスケールについては詳しく考慮しなかったが、これらの変形メカニズムについての実験、理論による研究、そしてその流動則をもちいたシミュレーションを行うことは原始地球内部の分化をさらに考える上で重要であると考えられる。



### 3-4 まとめ

本章では、原始地球において核形成を速める機構として粘性散逸による加熱と非ニュートン流体的なレオロジーの2つについて調べて以下の結論を得た。

粘性散逸による加熱の影響は限られたパラメーター領域における数値実験とストークス沈降に解放される重力エネルギーによる発熱の効果を入れたモデルの2つから見積った。数値実験とモデル計算の両方から、重力不安定の発達の間にかかる発熱は粘性率の低下を起して重力不安定を速めることができることを示した。原始地球では、粘性率の温度依存性が大きいと予想されるので鉄の液滴を包む薄い層で発熱が起こると仮定してモデルから見積を行った。その結果、原始地球における重力不安定で鉄の液滴がどの深さまで沈降するかは液滴のサイズによって決まることがわかった。生じる液滴は大きいほど深くまで沈降する。液滴が小さいと圧力による粘性率の増加に対してプロトコアを暖めるエネルギーが足りないために、浅い部分で液滴の沈降は止ってしまう。地球中心付近にまで沈むことのできる液滴の半径は2000km以上である。よって、重力不安定から生じる鉄の液滴は微惑星の集積で鉄が供給されるに従って成長しながら沈み続け、地球集積とほぼ同じタイムスケールで地球の中心に向かって沈んでいくことになる。

またニュートン流体という仮定を取り払って実際の変形メカニズムをこれまでに得られたデータから推定すると、低応力側から diffusional flow (ニュートン流体)、power law creep、plastic flow、fracture となり、高応力側では非常に早い変形が起こる可能性がある。プロトコア表面でのそれぞれの rheological field と発生する差応力の見積を比較すると、原始地球の条件下でプロトコアのレオロジーはほとんど plastic flow で支配されることがわかった。よって、薄い鉄の層が溜ると直ちに plastic flow が引き起こす非常にはやい変形によって重力不安定が進行すると考えられる。次々と沈降していく液滴のサイズは数100-1000 km 程度である。

よってこの両メカニズムとも効果的に核形成を地球の集積時間中にほぼ終わらせることができることがわかった。しかし、plastic flow によるメカニズムの方が小さい液滴に対して



効果的に働き、deformation map からも原始地球においては塑性流動が主要なレオロジーであることが示されるので、実際の原始地球における核形成の律速過程は plastic flow であろう。よって核形成過程の描像として妥当と考えられるのは図 2-12 の (b) の様に次々と小さな液滴が連続的に沈降していくというものであろう。

本節では核形成において高差応力下でのレオロジーが非常に重要なことを示した。しかし、こうした原始地球内部のように極端に圧力の高い条件でのレオロジーについては理論的にも、実験的にも推測の域を出ていない。よって高圧化での地球構成物質のレオロジーについてのより詳しい実験やその理論的な推定、モデル化が期待される。



#### 第4章 結論および今後の課題

本論文では Rayleigh-Taylor 型不安定による地球の核形成過程を、簡単なニュートン流体というモデルでの数値シミュレーションから始めて、粘性散逸による発熱の影響や非ニュートン流体的な変形メカニズムにまで考慮を進めて議論してきた。以下にその結果を簡単にまとめる。

ニュートン流体という仮定のもとでは、数値シミュレーションと線形安定理論の予想から次のような過程で核ができることが示された。すなわち、原始地球表層が融けて、マグマオーシャンの底に鉄が溜り始めると、1次の不安定によってプロトコアが鉄の層の中を平行移動する。そして、鉄の層が厚くなった部分で高次の不安定が発達して、鉄の液滴が地球中心に向かって沈んでいくというものである。ここで、液滴の沈降のタイムスケールはストークスの法則によって表すことができ、プロトコアの粘性率に比例することがわかった。この結果を用いると10億年以内に核を形成するにはプロトコアの粘性率が  $10^{26}$  Pa S 以下であることが必要である。しかし、プロトコアの粘性率をニュートン流体として温度分布から見積ると、大部分でこの値をゆうに越えてしまう。そこで核形成を速めるメカニズムとして粘性散逸による発熱によって粘性率が低下する効果と非ニュートン流体的な変形の影響を考えた。

粘性散逸による発熱については数値実験とモデル化の両方から考慮を行ない、その両方から粘性散逸によって不安定の発達が予想どおり速まることが示された。但し、加熱の効率は液滴のサイズによって左右されて、大きな液滴ほど効果的な発熱を起す。原始地球の条件では、液滴のサイズが小さいとある深さでプロトコアを暖めるのに必要なエネルギーが足りなくなって、それ以上液滴は沈むことができなくなる。よって鉄の層の成長が律速過程となるので、原始地球が成長するにしたがって鉄の液滴は成長しながら地球中心に沈みこんでいくと予想される。液滴が地球の中心付近まで沈降するには約2000km以上の半径でなければならぬということから、実質的にはほぼ1度のオーバーターンによって核形成がおこることになるであろう。



一方、高差応力下で働く変形メカニズムを考慮に入れると、集積期のほとんど全ての期間で plastic flow が主要な変形様式であることが示された。この場合には、流動則が全く異なるので、ストークスの法則から導いた関係を用いて不安定発達のタイムスケールを推定することはできないが、液滴が直下のプロトコアに与える差応力が plastic flow の起こる臨界応力を越すとすみやかに変形が起こるとして推定すると、液滴の半径が大きいほどより深部まで液滴が沈むことが示された。よってこの場合も液滴は成長しながら深部に向かって沈んでいくことになる。液滴の半径はプロトコアの表面付近で数 10km-100km 程度であるが中心付近にまで達するときには 1000km 程度まで成長していることが必要である。

2つのメカニズムを比較すると、plastic flow の方がより小さい液滴に有効に働くメカニズムであり、しかもマグマオーシャン形成の直後を除けば plastic flow が主要な変形メカニズムであることから、原始地球における核形成においては plastic flow によるモデルがもっともらしいと考えられる。Plastic flow による核形成でも、やはり平行移動モードの重力不安定の発達をきっかけとして、鉄の層が厚くなった部分から鉄の液滴が数 10km から 1000km へ成長しながら繰り返し沈んでいくことになるだろう。また、この場合も重力エネルギーはプロトコアの変形によって解放されるであろうが、最初は液滴の周囲のみに限られて、その後温度が上がって変形領域が周囲に広がっていくにつれて、より広い部分に配分されていくことになるだろう。

ここで核の物理的・化学的状態を推定するために、鉄の液滴の周囲の物質との化学的・熱的平衡状態について考慮する。Muromachi(1991)の見積に基づくと、沈降していく鉄の液滴が周囲の物質と熱平衡にあるためにはその半径は 30km 以下でなければならない。また化学平衡状態については、マントルと鉄の液滴の間の Ni の反応を例として取り上げると、平衡状態が達成される最大の半径は 2km であることが示されている。よって、plastic flow によって重力不安定が発達するという本論文のモデルでは、鉄の液滴は周囲のプロトコアとは熱的にも化学的にも非平衡であることになる。

このモデルでは粘性散逸によって発熱するエネルギーは粘性率の高いシリケート中で解放



され、鉄の液滴は熱的非平衡状態にあるためにそのエネルギーをほとんど受け取らないと考えられる。よって、鉄の液滴は基本的にはマグマオーシャンの底にあったときの温度をそのまま保持していると考えられる。Sasaki and Nakazawa(1986)の結果によると、地球が集積するにつれて、鉄の層の温度は1500-2500Kから、2500-4000K程度まで増加するので、核の温度はこの範囲になるであろう。またSasaki and Nakazawa(1986)の結果では地球の半径が大きくなってからマグマオーシャンの中を沈んでくる鉄の方が高温になる。よって、後から沈降する液滴ほど高温であって核の中では安定成層が生じる可能性も示される(たとえば Muromachi, 1991)。また高圧下では融点が上昇するので、鉄の液滴が沈降するにつれてその温度が液相面に達すると、固体の鉄あるいはその化合物の結晶を晶出するだろう。そして、最初から内核に相当する固体部分ができることが予想される。

一方、オーバーターンによって解放されたエネルギー ( $2.6 - 4.0 \times 10^{31}$  J、核形成によって解放される全エネルギーの15-25%)のほとんどがプロトコアの加熱に使われるとすると、プロトコアの温度は平均的に約3000-5000K上昇すると予想される。これだけの温度上昇があるとプロトコアは溶融してそのエネルギーの一部は対流によって核や上層へと運ばれるであろう。またマントルの方がより温度が高いため核は上層から暖められることになり、熱的に安定となるだろう。このような状態の核では熱対流によって磁場を発生することは難しいかも知れない。また内核の固化にともなって軽元素が液相に放出されて起こると考えられている組成対流も難しいであろう。

このようにしてできた核と他の核形成のモデル、例えば、巨大微惑星の衝突による全地球規模の溶融でできた核の熱的状态はどの様に異なるかについて述べておく。もし、巨大な微惑星の衝突などによって地球の集積の間に広範囲な溶融が起きれば、鉄の重力分離はもっと小さいスケールの鉄の液滴の沈降によっておこるのであろう。分離していく鉄のサイズが小さい(おそらく  $R_m < 1\text{cm}$ , Stevenson, 1990) ために、このときできる鉄の核は分離の過程で化学的にも熱的にも局所的に平衡であると考えられる。また、広範囲に融けなくても鉄とシリケートの間の表面エネルギーが高圧下で低下して浸透流によって鉄が分離したとする場合



(Stevenson, 1990) も局所的な平衡状態が達成されるだろう。このような場合についての具体的な計算結果として、Muromachi(1991) の例がある。彼は、原始地球の分化と共に温度分布や化学組成の変化を追跡して、核形成後の地球の温度はマントルから核にかけて緩やかに上昇し、核内では約 3500K (表面) から 4500K (中心) という温度になるという結果を示している。Muromachi(1991) の結果からは核の上部に組成と温度の影響から密度安定層が生じることが示されているが、この安定層が取り除かれれば核内の対流が生じることとはそれほど困難ではないと思われる。

古地磁気的な観測から地球の核内で少なくとも地球誕生から 10 億年後以来活発な対流が起きていることを考えると、本論文で考えられた plastic flow による核形成過程は観測事実と矛盾するようみえる。他の惑星に目を転じると、地球型惑星の中で地球、水星は磁場を持っているが、金星・火星は殆ど有意な磁場を持っていないと考えられている。Stevenson *et al.*(1983) はダイナモの発生のために重要なのは内核の存在であり、地球型惑星のうち火星、金星の磁場が小さいのは、核が完全に融けた状態であって内核の固化が始まっていないことが原因とした。しかし、核形成の過程の違いで初期温度分布が異なることも磁場の発生に対する条件であったかも知れない。そうであれば、本論で考えたような核形成は火星・金星などの惑星で適当であって、地球や水星などで対流が起きていることは、その核形成に巨大衝突が関与していることを示しているのかも知れない。この問題は、詳細な惑星の熱史・テクトニクス、また核マントルの分離の過程における trace element の分配のシミュレーションと現在の地球のマントルの化学組成を対比する研究などと併せて考慮するべきで、地球型惑星の核とその磁場の発生を説明する上で今後さらに研究を進める必要のある興味深い問題であると考えられる。



謝辞

この論文をまとめるにあたって、歩みの遅い筆者を終始暖かくご指導いただいた宇宙科学研究所の水谷仁教授に心より感謝します。また、同研究所の山本哲生助教授には多大な時間をさいて快く議論に応じてご指導をいただいたことに深く感謝します。

宇宙科学研究所の早川雅彦博士、東京工業大学の井田茂助教授、東京大学の阿部豊助教授、佐々木晶助教授、名古屋大学の渡辺誠一郎博士には有意義な助言をいただきました。また、名古屋大学大学院博士課程に在学中には現在地震研究所の深尾良夫教授、宇宙科学研究所の藤村彰夫助教授、名古屋大学の熊澤峰夫教授、山田功夫助教授、加藤学助教授に多大な励ましと助言を受けました。また宇宙科学研究所比較惑星学部門の研究室の皆さん、名古屋大学地球惑星科学教室地震学講座・地球物理講座の皆さんにはセミナーや研究会で有益な議論をしていただきました。これらの方々に心よりお礼申し上げます。



Appnedix 1. 粘性流体の熱輸送方程式

粘性流体におけるエネルギー保存の式は、次の式で表される。

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \left( \frac{1}{2} u_i^2 + c_v T \right) dv = \int_S u_i P_{ij} ds_j + \int_V \rho u_i X_i dv + \int_S K \frac{\partial T}{\partial x_j} ds_j - \frac{1}{2} \int_S \rho u_i^2 u_j ds_j - \int_S \rho c_v T u_j ds_j \quad (A1.1)$$

ここで  $c_v$  は定積比熱、 $T$  は温度、 $X_i$  は外力（この場合重力）、 $K$  は熱伝導率である。 $P_{ij}$  は応力テンソルで  $P_{ij} = -P\delta_{ij} + \sigma_{ij}$  である。 $\delta_{ij}$  はクロネッカーのデルタである。

ここで左辺第1項を運動方程式を用いて書き換える。運動方程式を保存形表示で示すと、

$$\frac{\partial \rho u_i^2}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_j} = \rho u_i X_i + \frac{\partial P_{ij}}{\partial x_j} \quad (A1.2)$$

である。(A1.2) 式の両辺に  $u_i$  をかけて体積積分を行なうと次式が得られる。

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho u_i^2 dv = -\frac{1}{2} \int_S \rho u_i^2 u_j ds_j + \int_V \rho u_i X_i dv + \int_S u_i P_{ij} ds_j - \int_V P_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} dv \quad (A1.3)$$

(A1.3) 式を (A1.1) 式に代入して、ガウスの発散定理を用いると

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho c_v T dv = \int_V \frac{\partial}{\partial x_j} \left( K \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) dv - \int_V \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho c_v T u_j) dv + \int_V P_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} dv \quad (A1.4)$$

となる。(A1.4) 式は体積  $V$  についての式になるので、熱輸送方程式として次式を得る。

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho c_v T = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( K \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho c_v T u_j) + P_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (A1.5)$$

(A1.5) 式の右辺の第3項は

$$P_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -P \frac{\partial u_i}{\partial x_i} + \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$$

となるので、非圧縮流体では連続の式より第2項のみが残る。これが流体の運動中に粘性によって生じるエネルギー散逸を示す項である。

(A1.5) 式を連続の式と  $D(\rho c_v)/Dt = 0$  を用いて書き直すと次のようになる。

$$\rho c_v \left( \frac{\partial}{\partial t} T + u_i \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) = \frac{\partial}{\partial x_i} K \frac{\partial T}{\partial x_i} + \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (A1.6)$$



Appnedix 2. オーバーターンに伴う重力ポテンシャルエネルギーの変化

自己重力を持つ球が下部から第1層（プロトコア）、第2層（鉄）、第3層（シリケート）から成り、各層の密度を $\rho_1, \rho_2, \rho_3$ 、上面の半径を $R_1, R_2, R_3$ とする。オーバーターンによって内側の2層が入れ替わる場合の重力ポテンシャルエネルギーの変化は、第3章の図3-9の第2層の物質からなる半径 $R_m$ の球が中心部に沈み込むモデルで表される。本節では $\psi$ 方向に対称な球座標系 $(r, \theta, \psi)$ を用いて、図3-9のモデルに基づいて $r$ が変化するときの重力ポテンシャルエネルギーの変化の表式を得ることとする。ここで $r$ はオーバーターンの進行を示す変数として時間のかわりに用いられる。図A2-1に本節で用いる座標系を示す。

まず半径 $R_m$ の球の中心と系の中心の距離が $r$ になったときの座標 $\mathbf{r}_o(r_o, \theta_o, 0)$ での重力ポテンシャルの表式を得ることとする。オーバーターンの間の座標 $\mathbf{r}_p(r_p, \theta_p, \phi_p)$ における密度の変化は次のように与えられる。

$$\rho(r_p, \theta_p, r) = \rho_0(r_p) + \delta\rho_i(r_p, r) + \delta\rho_p(r_p, \theta_p, r) \quad (A2.1)$$

ここで、 $\rho_0$ は初期密度、 $\delta\rho_i$ はプロトコアが外側に押し出されて $R_1$ から $R'_1$ まで半径が増加することによる密度の変化、 $\delta\rho_p$ は半径 $R_m$ 、密度 $\rho_2$ の球が沈むことによる密度の変化を示す。

密度分布が与えられると、 $\mathbf{r}_o$ における重力ポテンシャル $\phi$ は次式から求めることができる。

$$\phi(r_o, \theta_o, r) = - \int_V \frac{G\rho(r_p, \theta_p, r)}{|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_o|} dv_p \quad (A2.2)$$

ここで

$$|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_o| = (r_p^2 + r_o^2 - 2r_p r_o (\sin\theta_p \sin\theta_o \cos\psi_p + \cos\theta_p \cos\theta_o))^{1/2} \quad (A2.3)$$

$\phi$ は次式のように分割して表すことができる。

$$\phi(r_o, \theta_o, r) = \phi_0(r_o) + \delta\phi_i(r_o, r) + \delta\phi_p(r_o, \theta_o, r) \quad (A2.4)$$

ここで

$$\phi_0(r_o) = -G \int_V \frac{\rho_0(r_p)}{|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_o|} dv_p \quad (A2.5)$$



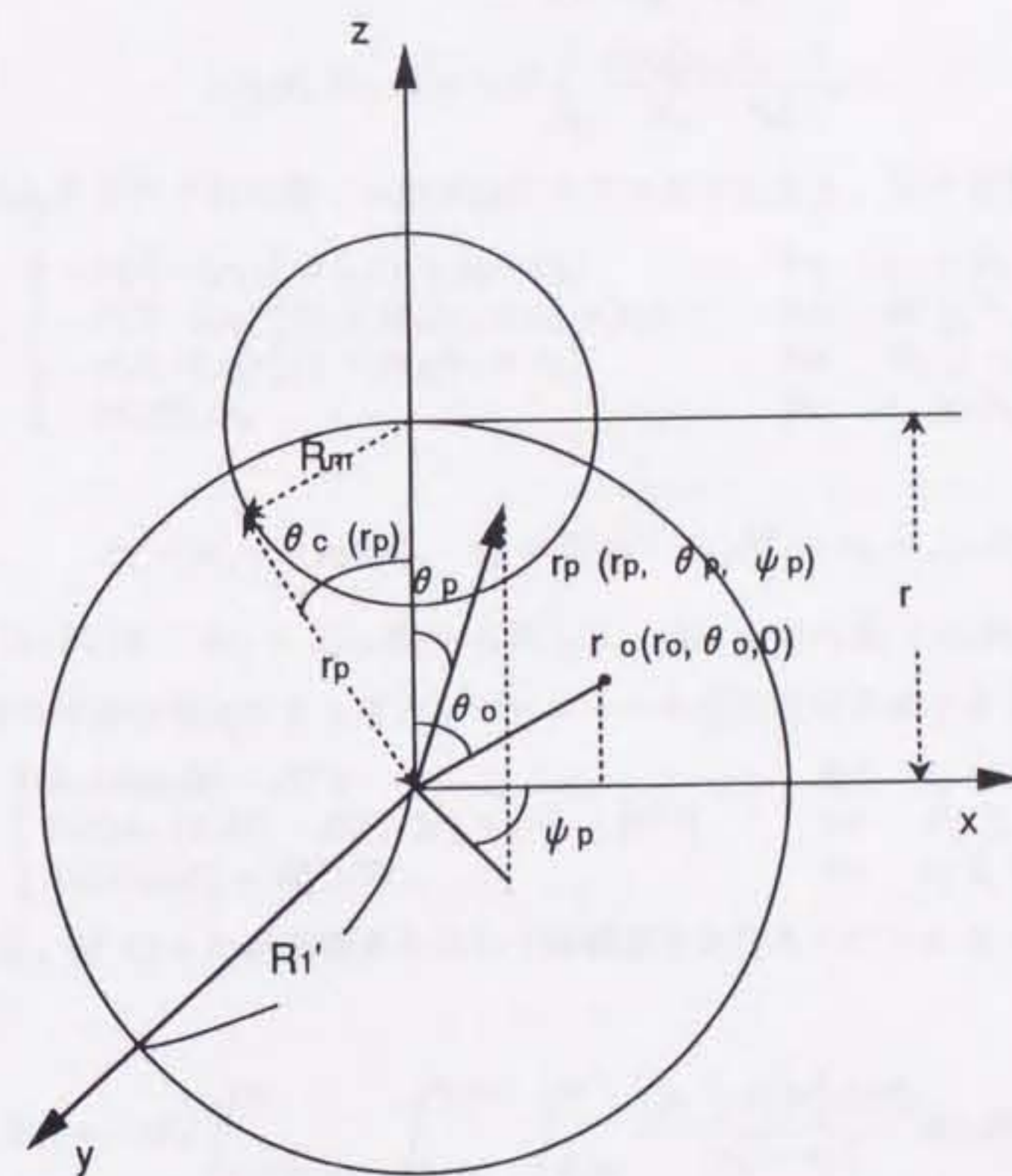


図 A2-1 重力ポテンシャルの計算に用いた球座標系とプロトコア・鉄の液滴の配置。



$$\delta\phi_i(r_o, r) = -G \int_{V_i} \frac{\delta\rho_i(r_p, r)}{|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_o|} dv_p \quad (A2.6)$$

$$\delta\phi_b(r_o, \theta_o, r) = -G \int_{V_b} \frac{\delta\rho_b(r_p, \theta_p, r)}{|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_o|} dv_p \quad (A2.7)$$

$\phi_0$ 、 $\delta\phi_i$ 、 $\delta\phi_p$ のそれぞれの詳しい表式は以下のとおりになる。まず初期値 $\phi_0$ は

$$\phi_0(r_o) = \begin{cases} -\pi G(-2\rho_1 r_o^2/3 + c_1 + c_2 + c_3) & \text{for } r_o < R_1 \\ -\pi G(-2\rho_2 r_o^2/3 + M_1/r_o + c_2 + c_3) & \text{for } R_1 \leq r_o < R_2 \\ -\pi G(-2\rho_3 r_o^2/3 + M_2/r_o + c_3) & \text{for } R_2 \leq r_o < R_3 \\ -\pi GM_3/r_o & \text{for } r_o \geq R_3 \end{cases} \quad (A2.8)$$

ここで

$$c_1 = 2(\rho_1 - \rho_2)R_1^2, \quad c_2 = 2(\rho_2 - \rho_3)R_2^2, \quad c_3 = 2\rho_3 R_3^2$$

$$M_1 = 2c_1 R_1/3, \quad M_2 = 2(c_2 R_2 + c_1 R_1)/3, \quad M_3 = 2(c_3 R_3 + c_2 R_2 + c_1 R_1)/3.$$

また、第1層の半径の増加による重力ポテンシャルの変化量は次式で表される。

$$\delta\phi_i(r_o) = \begin{cases} 2\pi G\delta\rho(R_1^2 - R_1'^2) & \text{for } r_o < R_1 \\ 2\pi G\delta\rho(2(R_1^3 - R_1'^3)/3r_o + (r_o^2 - R_1'^2)) & \text{for } R_1 \leq r_o < R_1' \\ 4\pi G\delta\rho(R_1^3 - R_1'^3)/3r_o & \text{for } r_o \geq R_1' \end{cases} \quad (A2.9)$$

$\delta\phi_b$ については、図 A2-1 の球座標系を用いて体積積分を行なうことによって以下のように求められる。

$$\delta\phi_b(r_o, \theta_o) = -2G \int_{r_p=|r-R_m|}^{R_1} \int_{\theta_p=0}^{\theta_c(r_p)} \int_{\psi_p=0}^{\pi} \frac{(\rho_2 - \rho_1)r_p^2 \sin\theta_p}{|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_o|} dr_p d\theta_p d\psi_p \quad (A2.10)$$

ここで

$$\theta_c(r_p) = \cos^{-1}((r_p^2 + r^2 - R_m^2)/2r_p r) \quad (A2.11)$$

$$R_1 = \begin{cases} R_1' & \text{for } R_1' < r + R_m \\ r + R_m & \text{for } R_1' \geq r + R_m \end{cases}$$

系の重力ポテンシャルエネルギー  $W$  は次の体積積分で得られる (ex. Birch, 1963)。

$$W = \frac{1}{2} \int_V \rho\phi dv \quad (A2.12)$$

よってオーバートーンに伴う重力ポテンシャルエネルギーの変化 $\delta W$ は次の式で表される。

$$\delta W = W - \frac{1}{2} \int_V \rho_0 \phi_0 dv \quad (A2.13)$$



ここで2次の微小量を無視すると $\delta W$ は以下のようになる。

$$\begin{aligned}\delta W(r) &= \frac{1}{2} \int_V (\rho(\delta\phi_i + \delta\phi_b) + \delta\rho_i\phi + \delta\rho_b\phi) dv \\ &= \pi \left\{ \int_{r_0=0}^{R_3} \int_{\theta_0=0}^{\pi} \rho(r_0, \theta_0, r) (\delta\phi_i(r_0, r) + \delta\phi_b(r_0, \theta_0, r)) r_0^2 \sin\theta_0 dr_0 d\theta_0 \right. \\ &\quad - \int_{r_0=R_1}^{R'_1} \int_{\theta_0=0}^{\pi} (\rho_2 - \rho_1)\phi(r_0, \theta_0, r) r_0^2 \sin\theta_0 dr_0 d\theta_0 \\ &\quad \left. + \int_{r_0=|r-R_m|}^{R_1} \int_{\theta_0=0}^{\theta_c(r_0)} (\rho_2 - \rho_1)\phi(r_0, \theta_0, r) r_0^2 \sin\theta_0 dr_0 d\theta_0 \right\}\end{aligned}\quad (A2.14)$$

よって重力ポテンシャルエネルギーの変化は (A2.9)-(A2.11) と (A2.14) から得られる。

なお参考のために  $W_0$  とオーバーターンによって内側の2層が完全に入れ替わったとき ( $f=1$  のとき) の  $\delta W$  をまとめておくと、

$$\begin{aligned}W_0 &= \frac{1}{2} \int_0^{R_3} \rho(r)\phi(r)4\pi r^2 dr \\ &= -2\pi^2 G \left\{ -2\{\rho_3^2(R_3^5 - R_2^5) + \rho_2^2(R_2^5 - R_1^5) + \rho_1^2 R_1^5\}/15 \right. \\ &\quad \left. + \{c_1^2 R_1 + c_2^2 R_2 + c_3^2 R_3 + 2(c_1 c_3 R_1 + c_1 c_2 R_1 + c_2 c_3 R_2)\}/6 \right\} \\ \delta W &= -2\pi^2 G \left\{ -\frac{2}{15}(\rho_1^2 - \rho_2^2)(R_2^5 - (q^5 + 1)R_1^5) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{6}\{c_1 R_1 \{(q^5 - 1)c_1 - 2((q^3 + 1)(c_2 + c_3) + q^3 \delta c_2)\} \right. \\ &\quad \left. + \delta c_2 R_2(2c_2 + 2c_3 + \delta c_2)\} \right\}\end{aligned}$$

となる。ここで

$$\delta c_2 = 2(\rho_1 - \rho_2)R_2^2$$

$$q = R'_1/R_1$$

である。



参考文献

- Abe, Y. and T. Matsui, The formation of an impact generated H<sub>2</sub>O atmosphere and its implication for the early thermal history of the Earth, *Proc. Lunar Planet. Sci. Conf. 15th*, in *J. Geophys. Res.*, 90, C545-559, 1985.
- Abe, Y. and T. Matsui, Early evolution of the Earth: accretion, atmosphere formation and thermal history, *Proc. Lunar Planet. Sci. Conf. 17th*, in *J. Geophys. Res.*, 91, E291-302, 1986.
- Allegre C., B. Dupré, and O. Brévort, Chemical aspects of the formation of the core, *Phil. Trans. Roy. Soc. Lond.*, 306, 49-59, 1982.
- Ashby, M. F. and R. A. Verrall, Micromechanisms of flow and fracture, and their relevance to the rheology of the upper mantle, *Phil. Trans. Roy. Soc. Lond.*, A288, 59-95, 1977.
- Basaltic Volcanism Study Project, *Basaltic Volcanism on the Terrestrial Planets*, 1286 pp., Pergamon Press, Oxford, 1981.
- Birch, F., Energetics of core formation, *J. Geophys. Res.*, 70, 6217-6221, 1965.
- Cameron, A. G. W., The formation of the sun and planets, *Icarus*, 1, 13-19, 1962.
- Cameron, A. G. W. and M. R. Pine, Numerical models of the primitive solar nebula, *Icarus*, 18, 377-406, 1973.
- Chandrasekhar, S., *Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability*, 652 pp, Oxford Univ. Press, New York, 1961.
- Coradini, A., C. Federico, and P. Lanciano, Earth and Mars: early thermal profiles, *Phys. Earth Planet. Inter.*, 31, 145-160, 1983.
- Daly, B. J., Numerical study of two fluid Rayleigh-Taylor instability, *The Physics of Fluids*, 10, 297-307, 1967.
- Davies, G. F., Ultimate strength of solids and formation of planetary cores, *Geophys. Res.*



*Lett.*, 9, 1267-1270, 1982.

- Davies, G. F., Heat and mass transport in the early Earth, in *Origin of the Earth*, edited by H. E. Newsom and J. H. Jones, pp. 175-194, Oxford Univ. Press, New York, 1990.
- Elsasser, W. M., Early history of the Earth, in *Earth Science and Meteoritics*, edited by J. Geiss and E. Goldberg, pp. 1-30, North-Holland, Amsterdam, 1963.
- Flaser, F. M. and F. Birch, Energetic of core formation: a correction, *J. Geophys. Res.*, 78, 6101-6103, 1973.
- Gancarz, A. J. and G. J. Wasserberg, Initial Pb of the Amitsoq gneiss, West Greenland and implication for the age of the Earth, *Geochim. Cosmochim. Acta*, 41, 1283-1301, 1977.
- Hale, C. J., Palaeomagnetic data suggest link between the Archaean-Proterozoic boundary and inner-core nucleation, *Nature*, 329, 233-237, 1987.
- Hayashi C., Origin of the solar system, in *Report of 5th Lunar Planet Symp. ISAS*, 13-18, 1972
- Hayashi, C., K. Nakazawa, and Y. Nakagawa, Formation of the solar system, in *Protostars & Planets II*, edited by D. C. Black and M. S. Mathews, pp. 1100-1153, Univ. Arizona Press, Tucson, 1985.
- Ida, S., Y. Nakagawa, and K. Nakazawa, The Earth's core formation due to the Rayleigh-Taylor instability, *Icarus*, 69, 239-248, 1987.
- Ida, S., Y. Nakagawa, and K. Nakazawa, The Rayleigh-Taylor instability in a self-gravitating two-layer fluid sphere, *Earth, Moon, and Planets*, 44, 149-174, 1989.
- Jacobs, J. A., *The Earth's Core*, 2nd ed., 416 pp., Academic Press, London, 1986.
- Kato, M., Melting experiment on Fe-FeO-FeS system up to 20 GPa and its significance on the formation and composition of the Earth's core, Ph. D. thesis, Nagoya University, Nagoya, Japan, 1987.



- Kaula, W. M., Thermal evolution of Earth and moon growing by planetesimal impacts, *J. Geophys. Res.*, *84*, 999-1008, 1979.
- Kinsland, G. L. and W. A. Bassett, Strength of MgO and NaCl polycrystals to confining pressures of 250 Kbar at 25 °C, *J. Appl. Phys.*, *48*, 978-985, 1977.
- Kumazawa, M. and O. L. Anderson, Elastic moduli, pressure derivatives, and temperature derivatives of single-crystal olivine and single-crystal forsterite, *J. Geophys. Res.*, *74*, 5961-5972, 1969.
- Lange, M. A. and T. J. Ahrens, Impact induced dehydration of serpentine and the evolution of planetary atmosphere, *Proc. Lunar Planet. Sci. Conf. 13th*, in *J. Geophys. Res.*, *87*, E451-456, 1982.
- Landau, L. D. and E. M. Lifschitz, *Fluid Mechanics*, Pergamon, London, 1959.
- Lin, D. N. and J. Papaloizou, On the dynamical origin of the solar system, in *Protostars & Planets II*, edited by D. C. Black and M. S. Mathews, pp. 981-1072, Univ. Arizona Press, Tucson, 1985.
- MacKinnon, R. J. and F. Carey, Analysis of material interface discontinuities and superconvergent fluxes in finite difference theory, *Journal of Computational Physics*, *75*, 151-167, 1988.
- McCammon, C. A., A. E. Ringwood, and I. Jasckson, Thermodynamics of the system Fe-FeO-MgO at high pressure and temperature and a model for formation of the Earth's core, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, *72*, 577-595, 1983.
- McElhinny, M. W. and W. E. Senanayake, Paleomagnetic evidence for the existence of the geomagnetic field, *J. Geophys. Res.*, *85*, 3523-3528, 1980.
- Morfil, G. E., Tcharnuter, W., and H. J. Völk, Dynamical and chemical evolution of the protoplanetary nebula, in *Protostars & Planets II*, edited by D. C. Black and M. S. Mathews, pp. 493-533, Univ. Arizona Press, Tucson, 1985.



- 村田健朗, 小国努, 三好俊郎, 小柳良雄, 「工学における数値シミュレーション—スーパーコンピュータの応用—」, 丸善株式会社, 1988.
- 村田健朗, 名取亮, 唐木幸比古, 「大型数値シミュレーション」, 岩波書店, 1990.
- Muromachi, Y., Chemical interaction between the core and the mantle throughout the Earth's history, Ph. D. thesis, Univ. of Tokyo, Tokyo, Japan. 146 pp., 1991.
- Ohtani, E., Melting temperature distribution and fractionation in the lower mantle, *Phys. Earth Planet. Inter.*, 33, 12-25, 1983.
- Oversby, V. M. and A. E. Ringwood, Time of formation of the Earth's core, *Nature*, 234, 463-465, 1971.
- Ringwood, A. E., The Earth's core: its composition, formation and bearing upon the origin of the Earth, *Proc. R. Soc. Lond.*, A395, 1-46, 1984.
- Roache, P. J., *Computational Fluid Dynamics*, 434 pp., Hermosa Publishers, Albuquerque, N. M., 1972.
- Sasaki, S. and K. Nakazawa, Metal-silicate fractionation in the growing Earth: energy source for the terrestrial magma ocean, *J. Geophys. Res.*, 91, 9231-9238, 1986.
- Sasaki, S., Core formation processes from U-Pb systematics revisited (abstract), *29th International Geological Congress*, 1, 45, 1992.
- Safronov, V. S., *Evolution of the Protoplanetary Cloud and Formation of the Earth and Planet*, translated from Russian, 206 pp., Israel Program for Scientific Translation, Jerusalem, 1972.
- Safronov, V. S., The heating of the Earth during its formation, *Icarus*, 33, 3-12, 1978.
- Sekiya, M., Gravitational instabilities in a dust-gas layer and formation of planetesimals in the solar nebula, *Prog. Theor. Phys.*, 69, 1116-1130, 1983.
- Shaw, G. H., Effects of core formation, *Phys. Earth Planet. Inter.*, 16, 361-369, 1978.
- Stevenson, D. J., Models of the Earth's core, *Science*, 214, 611-619, 1981.



- Stevenson, D. J., T. Spohn, and G. Schubert, Magnetism and thermal evolution of the terrestrial planets, *Icarus*, 54, 466-489, 1983.
- Stevenson, D. J., Fluid dynamics of core formation, in *Origin of the Earth*, edited by H. E. Newsom and J. H. Jones, pp. 231-250, Oxford Univ. Press, New York, 1990.
- Tonks, W. B. and H. J. Melosh, Core formation by giant impacts, *Icarus*, 100, 326-346, 1992.
- Tsenn, M. C. and N. L. Carter, Upper limits of power law creep of rocks. *Tectonophysics*, 136, 1-26, 1987.
- Turcotte, D. L. and G. Schubert, *Geodynamics applications of continuum physics to geological problems*, 450 pp., John Wiley & Sons, New York, 1982.
- Turcotte, D. L. and S. H. Emerman, Dissipative melting as a mechanism for core formation, *Proc. Lunar Planet. Sci. Conf. 14th*, in *J. Geophys. Res.*, 88, B91-96, 1983.
- Urakawa, S., M. Kato, and M. Kumazawa, Experimental study on the phase relations in the system Fe-Ni-O-S up to 15 GPa, in *High Pressure Research in Mineral Physics*, edited by M. H. Manghnani and Y. Syono, pp. 95-111, TERRAPUB/AGU, Tokyo/Washington D. C., 1987.
- Vityazev, A. V. and S. V. Mayeva, Models of the early evolution of the Earth, *Izv. Acad. Sci. USSR Phys. Solid Earth*, 12, 79-85, 1976.
- Vollmer, R., Terrestrial lead isotopic evolution and formation time of the Earth's core, *Nature*, 270, 144-147, 1977.
- Welch, J. E., F. H. Harlow, J. P. Shannon and B. J. Daly, The MAC method: a computing technique for solving viscous, incompressible, transient fluid-flow problems involving free surfaces, *Los Alamos Scientific Laboratory Report LA-3425*, 146 pp., Los Alamos Sci. Lab., Univ. of California, New Mexico, 1966.
- Wetherill, G. W., The formation of the solar system: consensus, alternatives, and missing



factors, in *The Formation and Evolution of Planetary Systems*, edited by H. A. Weaver and L. Danly, pp. 1-30, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1989.

Wetherill, G. W., Occurrence of giant impact during the growth of terrestrial planets, *Science*, 228, 877-879, 1985.

Wood, J. A. and G. E. Morfill, A review of solar nebula models, in *Meteorites and the Early Solar System*, edited by J. F. Kerridge and M. S. Mathews, pp. 329-347, Univ. Arizona Press, Tucson, 1988.



副論文

1. Numerical simulation of Earth's core formation, R. Honda, H. Mizutani and T. Yamamoto, *J. Geophys. Res.*, 98, 2075-2089 (1993)  
(地球核形成の数値シミュレーション)
2. Core formation due to dissipative heating, R. Honda, H. Mizutani and T. Yamamoto, *Proc. 26th ISAS Lunar Planet. Symp.*, 印刷中 (1993)  
(粘性散逸が起こす発熱による核形成)
3. レイリー・テイラー型不安定による地球核の形成, 水谷仁, 木田理恵, 早川雅彦, 藤村彰夫, 山本哲生, 重点領域地球中心核, 1, 327-332 (1991)
4. Numerical experiments of the Earth's core formation - effects of temperature dependent viscosity and viscous dissipative heating -, R. Honda, H. Mizutani, T. Yamamoto, M. Hayakawa, and A. Fujimura, 重点領域地球中心核, 2, 293-302 (1992)  
(地球核形成の数値実験 - 粘性率の温度依存性と粘性散逸による発熱の影響 - )



参考論文

1. 原始地球の深部環境 -地球核の形成過程-, 本田理恵, 地球, 12, 697-701 (1990)
2. 地球中心核の化学構造と起源, 本田理恵, 加藤工, 浦川啓, 科学, 60, 609-706 (1990)
3. 核形成と地球の初期史, 本田理恵, 水谷仁, 地球 特集「地球中心核」, 77-83 (1989)
4. Numerical simulation of Rayleigh-Taylor instability and its application to formation of the earth's core, R. Honda, M. Hayakawa and H. Mizutani, *Proc. 21st ISAS Lunar Planet. Symp.*, 232-237 (1988)  
(Rayleigh-Taylor 型不安定の数値シミュレーションとその地球の核形成に対する示唆)
5. Chondrule formation by planetesimal-planetesimal collision - Formation of relict minerals -, T. Yamamoto, R. Kozasa, R. Honda and H. Mizutani, *Proc. 23rd ISAS Lunar Planet. Symp.*, 219-222 (1990)  
(微惑星-微惑星衝突によるコンドロールの形成 -レリック鉱物の形成-)
6. Formation of chondrules by collisions between planetesimals, T. Yamamoto, R. Kozasa, R. Honda and H. Mizutani, *Proc. 22nd ISAS Lunar Planet. Symp.*, 135-139 (1989)  
(微惑星間の衝突によるコンドロールの形成)



