

別紙 1 - 1

論文審査の結果の要旨および担当者

報告番号	※	甲	第	号
------	---	---	---	---

氏名 水野 有哉

論文題目

STUDIES ON MUTATION AND TILTING THEORY

(変異および傾理論の研究)

論文審査担当者

主査 名古屋大学大学院多元数理科学研究科 教授 理学博士 行者明彦

委員 名古屋大学大学院多元数理科学研究科 教授 博士(理学) 伊山 修

委員 名古屋大学大学院多元数理科学研究科 准教授 理学博士 中西知樹

委員 名古屋大学大学院多元数理科学研究科 准教授 理学博士 林 孝宏

別紙 1 - 2

論文審査の結果の要旨

傾理論 (tilting theory) は、環上の加群圏の同値を扱う森田理論の導来圏版であり、今日では有限群／代数群の表現論や代数幾何学、ミラー対称性予想をはじめとして、様々な数学に応用されている。与えられた環と導来圏同値 (derived equivalent) であるような全ての環は、傾複体 (tilting complex) の自己準同型環として与えられるため、与えられた環に対して、どのような傾複体が存在し、その自己準同型がどのようなものであるかを理解することは、基本的な問題である。

与えられた環の傾複体や傾加群を扱う上での基本的な手法として、変異 (mutation) がある。これは与えられた傾加群から、直和因子の一つを別のものに取り換えて、新たな傾加群を作り出す圏論的操作のことである。変異のもっとも基本的な例は、箭 (quiver) の表現論における鏡映であり、これは今日では APR (=Auslander-Platzeck-Reiten) 傾加群の特別な場合として理解されている。また有限群のモジュラー表現論で基本的な Okuyama, Rickard の傾複体も変異の一例である。

今世紀に入り傾理論は、団代数 (cluster algebra) の圏論化プログラムにおいて中核となる役割を果たし、その過程において「団傾理論」と呼ばれる類似物が発見された。上で述べた傾加群の変異の注意点は、直和因子の選び方によっては、変異をすることが出来ない点である。このため、扱う対象の範囲を傾加群から少し拡張することにより、変異をいつでも可能とすることが有効であり、そのような傾理論の補完として導入されたものが団傾理論である。今日ではそれに加えて、台 τ 傾加群 (support τ -tilting module) を扱う「 τ 傾理論」と、準傾複体 (silting complex) を扱う「準傾理論」の計 3 種類の傾理論の補完が知られている。

本論文は、申請者本人による 5 つの単著論文をまとめたものであり、各章が一つの論文に対応している。2 章と 3 章では傾加群／傾複体の変異を扱っている。4 章と 5 章では τ 傾加群を扱い、6 章では団傾加群を扱っている。以下、各章の主結果を順を追って概説する。

(I) 上で述べた箭の鏡映の一般化として、団傾理論において Derksen-Weyman-Zelevinsky によってポテンシャル付き箭に対して、変異と呼ばれる組み合わせ論的操業が導入された。申請者は 2 章において、与えられた多元環に対して、APR 傾加群の自己準同型環を箭と関係式によって表示する方法を、ポテンシャル付き箭の変異と切断 (cut) を用いて与えた。これは一言で言えば、圏論的変異と組み合わせ論的変異の間の対応を与えるものであり、箭の鏡映を圏論的変異として解釈する古典的結果の一般化となっている。

(II) 3 章では、自己入射的なポテンシャル付き箭によって与えられる自己入射多元環に対して、Okuyama, Rickard の傾複体の自己準同型環を、箭と関係式によって表示する方法を、ポテンシャル付き箭の変異を用いて与えた。2 章とは状況が異なり、切断がここでは不要であり、Keller-Yang の結果の類似と解釈すべき結果である。

(III) 上で述べた傾理論の 3 種類の補完の間の直接的な対応として、台 τ 傾加群、団傾対象、2 項準傾複体の間の全单射が知られている。申請者は 4 章において、この対応を精密化して、2 項傾複体に対応するものを特徴づけている。

(IV) 5 章では、ディンキン型の前射影多元環 (preprojective algebra) に対して、台 τ 傾加群の分類が行われている。ディンキン型以外の前射影多元環に対しては、対応するコクセタ一群の元から傾加群が構成されることが知られているが、ディンキン型の前射影多元環は自己入射的となるため、非自明な傾加群は存在しない。申請者はこの場合にも、台 τ 傾加群を考えることにより、ワイル群の元との一対一対応を与えている。

(V) 古典的なガブリエルの定理は、ディンキン型の道多元環 (path algebra) の直既約加群と、対応するオイラー形式の正ルートの間の一対一対応を与える。ディンキン型の道多元環は有限表現型であり、高次元 Auslander-Reiten 理論においては、2 有限表現型と呼ばれ

る大域次元が 2 の多元環と、その上の団傾加群が基本的である。申請者は 6 章において、2 有限表現型多元環上の団傾直既約加群の全体から、対応するオイラー形式の正ルート全体への単射を与えていた。

この学位論文において得られている、以上の結果は斬新なものであり、当該分野において意義のある重要な貢献である。

また本論文に関する公開学位審査セミナーを 2013 年 3 月 25 日に行い、申請者が博士の学位を取得するに足る高い学識を有することを確認した。

以上により、学位審査委員会は、申請者には博士（数理学）の学位が授与される資格があるものと判断する。