

報告番号	※ 乙 第 7047 号
------	--------------

主 論 文 の 要 旨

論文題目 高温超伝導体内遮蔽電流密度の時間発展
シミュレーション：高性能解析法とその応
用
氏 名 高山 彰優

論 文 内 容 の 要 旨

臨界電流密度は高温超伝導体 (High-Temperature Superconductor, HTS) を特徴付ける重要なパラメタの1つである。臨界電流密度の測定には、従来、4端子法が用いられてきた。4端子法では、端子とHTS試料との接触抵抗を低減するために、試料を金や銀でコーティングした後、熱処理を施している。この熱処理は超伝導特性の劣化やHTS表面の破壊を引き起こす可能性があるため、臨界電流密度 j_c を非接触で測定する方法が望まれてきた。 j_c の非接触測定法としては、1991年に Claassen 等によって提案された誘導法と2005年に大嶋等によって提案された永久磁石法がある。

非接触測定法を数値的に再現するには、HTS内を流れる遮蔽電流密度の時間発展を決定する必要がある。準定常近似のもとで、遮蔽電流密度の巨視的振る舞いは非線形微積分方程式の初期値・境界値問題によって表される。同問題を空間に関して離散化すると、連立常微分方程式の初期値問題が得られる。この初期値問題の数値解法には、2つの問題点が内在する。第1に、連立常微分方程式の解法には、従来、陰解法が用いられてきたが、陰解法は多大な計算時間を要する。第2に、連立常微分方程式は係数の一部として特異積分を含む。それ故、連立常微分方程式の数値解の精度を十分に保証するためには、特異積分を高精度に評価せねばならない。この意味から、大規模な解析に適した高速解法を開発する必要がある。

上述したように、HTS薄膜の遮蔽電流密度解析を行うには、連立常微分方程式の解法の高速度化と特異積分の高精度評価という2つの問題を解決せねばならない。第1の問題解決として、時間に関する別の離散化法を検討する。一般に、陽解法と比べた場合、陰解法は安定性で優るものの、計算スピードの点では劣る。特に、遮蔽電流密度解析に陰解法を適用した場合、各時間ステップで連立非線形方程式を解く必要がある。通常、この連立非線形方程式はNewton法を用いて解かれるが、Newton法の各反復では、対称密係数行列をもつ大規模連立1次方程式を解かねばならない。それ故、陰解法を遮蔽電流密度解析に実装する

と、膨大な計算時間を浪費するといえる。これに対して、陽解法では、スキームの安定性を保証する時間刻み幅の上限が存在する。それ故、時間刻み幅を自動的に調節するアルゴリズムを実装できれば、遮蔽電流密度解析の飛躍的なスピードアップが期待できる。

第2の問題解決には、特異積分の高精度評価法に2重指数型積分公式（DE公式）を採用する。DE公式は積分区間の端点に特異性をもつ被積分関数に対して非常に有効な数値積分法である。同公式を適用すると、積分区間が無限区間に変換される。その結果、被積分関数が有限区間で急激に減衰するため、積分区間は無限区間から有限区間に変換されるが、有限区間の上端と下端の決定に計算時間を要する。本論文では、特異4重積分を評価する必要があるため、DE公式を4回適用するのは計算コストの観点から非現実的である。

本研究の目的は大別して2つある。第1の目的は、連立常微分方程式の高速解法と特異積分の高精度評価法を実装した有限要素法（FEM）コードを開発し、同コードを用いて、誘導法及び永久磁石法を数値的に再現する。具体的には、臨界電流密度の空間分布を評価することにより、薄膜の縁近くにおける両法の分解能を数値的に比較する。第2の目的は、HTS薄膜がクラックを含む場合に対して遮蔽電流密度を解析する手法を開発し、誘導法と永久磁石法によってクラックが検出できるか否かを数値的に検証することである。

本論文は全6章からなり、以下に各章の概要を述べる。

第1章では、本論文の動機付けとなる研究背景と目的を詳述する。特に、研究の背景として、臨界電流密度の非接触測定法を説明する。非接触測定法として、誘導法及び永久磁石法を紹介する。さらに、これまで提案されてきた遮蔽電流密度の解析法を概観する。

第2章では、薄板近似と準定常近似に基づき、Maxwell方程式から遮蔽電流密度の支配方程式を導出する。その際、電流ベクトルポテンシャル法を用いる。さらに、超伝導特性を定式化するため、3種類の J - E 構成方程式を紹介する。

第3章では、連立常微分方程式の高速解法及び特異積分の高精度評価法を提案する。FEMで支配方程式の初期値・境界値問題を離散化すると、連立常微分方程式の初期値問題を導く。本研究では、解の発散を抑制する目的で J - E 構成方程式緩和法を考案した。時間刻み幅自動調節付きRunge-Kutta法に同法を実装することにより、連立常微分方程式の計算スピードが飛躍的に向上した。

一方、連立常微分方程式の係数には特異4重積分の計算が含まれる。本研究では、特異4重積分を効率的かつ高精度に評価する手法を提案した。まず、被積分関数は、特異性の強さによって、3つの関数の和に分解できる。この3つの関数の内、1つの関数だけは特異性を示さないため、Gauss-Legendre積分を4回用いて高精度に評価できる。これに対して、残りの2つの関数は特異性を示す。それ故、特異点を基点とする極座標によって、それらの4重積分を変数変換した後、2重積分に帰着させる。次に、DE公式を用いて、この2重積分を高精度に評価する。本研究では、上記の計算法を用いることにより、連立常微分方程式の係数を精度良く決定することに成功した。

第4章では、FEMコードを用いて誘導法及び永久磁石法を数値的に再現し、HTS薄膜の縁が両法の精度に及ぼす影響を数値的に調べた。さらに、誘導法と永久磁石法に対して精度の空間分布を調べることによって、両法の分解能を数値

的に比較した。その結果、誘導法は、薄膜の縁近くにおいて臨界電流密度を見積もることができないことが判明した。一方、永久磁石法では、薄膜の縁近傍でも臨界電流密度と最大反発力の比例関係が成立する。これは予め比例定数を求めておけば、薄膜の縁近くの臨界電流密度を見積もることができることを意味している。また、臨界電流密度の空間分布を調べることにより、非接触測定法の分解能を数値的に調べた。その結果、薄膜の縁における誘導法の分解能は永久磁石法の分解能より優れていることが示された。

第5章では、クラックを含むHTS薄膜内の遮蔽電流密度を解析する手法を開発した。HTS薄膜がクラックを含む場合、クラック表面上に基本境界条件だけでなく、積分型Faradayの法則が課される。この積分型境界条件は弱形式に完全に含まれるため、自然境界条件と見なすこともできる。それ故、弱形式を基本境界条件と共に解きさえすればよいことになる。しかしながら、その結果得られる数値解は積分型のFaradayの法則を厳密には満たさない。この問題を解決する目的で、本研究では仮想電圧法と呼ばれる方法を提案した。すなわち、クラック表面に仮想電圧を印加することにより、積分型Faradayの法則を数値的に満足させるのである。

本研究では、仮想電圧法を実装したFEMコードを開発し、同コードを用いて、誘導法及び永久磁石法のクラック検出可能性を数値的に調べた。その結果、誘導法では、コイル内径がクラックを内包する場合、クラックの検出が不可能であることが判明した。その理由を遮蔽電流密度の空間分布から説明した。永久磁石法では、クラックの長さによって検出の困難さが異なることが判明した。

第6章では、本研究の全体の結論をまとめる。

特異積分の精度はNewton法の収束特性に多大な影響を与える。それ故、遮蔽電流密度解析を行うには、特異積分を高精度に評価することが不可欠である。

誘導法より永久磁石法の分解能が劣る理由は、永久磁石の生成磁場の方がコイル生成磁場よりも磁力線が広がるためである。具体的には、永久磁石法では、磁石半径の2倍以上の半径をもつ円形領域内に遮蔽電流密度が分布する。したがって、磁石が薄膜の縁近傍にある場合、エッジ効果を顕著に受ける。

クラックが長い場合、磁界源に関わらず遮蔽電流密度の空間分布に大きな影響を与える。そのため、誘導法や永久磁石法の精度が劣化するため、クラック位置の同定が容易である。一方、クラックが短い場合、遮蔽電流密度の空間分布はあまり変化しない。このため、クラック検出が困難である。

以上のように、本研究は、特異積分高精度評価法、 J - E 構成方程式緩和法、仮想電圧法を駆使することにより、臨界電流密度の非接触測定法である誘導法及び永久磁石法の性能を数値的に明らかにしたものである。これらの成果により、近い将来、超伝導薄膜中の様々な電磁界解析に応用され、さらに実り多い結果を生むことになると予想される。