

主論文の要旨

論文題目 Classification of involutions on Enriques surfaces
(Enriques 曲面上の対合の分類について)

氏名 伊藤 裕貴

論文内容の要旨

次の条件を満たすコンパクトな2次元複素多様体 Y を Enriques 曲面という。

- 幾何種数と不正則数がともに0、
- Y の標準因子の2倍が0と線形同値。

全ての Enriques 曲面 Y はある $K3$ 曲面 X の固定点を持たない対合 ε による商である。ここで対合とは位数が2の自己同型のことである。本論文では、Enriques 曲面上の対合を分類した。

まず関連研究について述べる。Torelli 型定理により、 $K3$ 曲面上の自己同型は $L = H^2(X, \mathbb{Z})$ 上の自己同型を通して調べることができる。 $K3$ 曲面 X 上の対合 σ がシンプレクティック、非シンプレクティックであるとは、それぞれ $\sigma^*(\omega_X) = \omega_X$ 、 $\sigma^*(\omega_X) = -\omega_X$ となることをいう。ここで ω_X は X 上の正則2形式とする。Nikulin (1980) は有限シンプレクティック自己同型はその位数により決まることを示した。これにより特に、シンプレクティックな対合は一意的に決まる。更に Nikulin (1983) は非シンプレクティックな対合を75種類に分類した。

Enriques 曲面上においても Torelli 型定理は成り立つ。Enriques 曲面上の対合に関しては、向井・浪川 (1984) による数値的に自明な対合の分類などの部分的な分類が知られているが、全ての対合は分類されていなかった。本論文ではこれを与え、Enriques 曲面上の対合を18種類に分類した。

次に主定理の証明について述べる。 ι を Y 上の対合とすると、これは X 上の二つの対合に持ち上がる。そのうちの一つはシンプレクティックな対合になる。これを g と書くことにする。 ι を分類するためには、対合の組 (g, ε) を分類すればよい。そのために Nikulin (1984) による部分格子への条件付き対合に関する理論を用いる。 S を格子、 θ を S 上の対合とする。Nikulin は、組 (S, θ) に対して $\varphi \circ i = i \circ \theta$ を満たす三つ組 (L, φ, i) を決めるための不変量のリストを与えた。ここで L はユニモジュラー格子、 φ は L 上の対合、 i は原始的な埋め込み $i: S \rightarrow L$ である。この理論を $L = H^2(X, \mathbb{Z})$ 、 $\varphi = \varepsilon^*$ 、 $S = \{x \in L \mid g^*(x) = -x\}$ として適用し、Enriques 曲面上の対合のコホモロジーへの作用の可能性を分類した。一方で具体例を構成することにより、その存在を示した。これにより、分類が完了する。