論文審査の結果の要旨および担当者

報告番号	※　乙　第　　号

氏　　名　　伊藤　裕貴

論文題目

Classification of involutions on Enriques surfaces

（Enriques 曲面上の対合の分類について）

論文審査担当者

主　査　名古屋大学大学院多元数理科学研究科 教授 理学博士 菅野浩明

委員　名古屋大学大学院多元数理科学研究科 教授 理学博士 金銅誠之

委員　名古屋大学大学院多元数理科学研究科 教授 理学博士 小林亮一

委員　名古屋大学大学院多元数理科学研究科 准教授 理学博士 齊藤　博

論文審査の結果の要旨

本論文の主結果はエンリケス曲面の位数2の自己同型（対合）の分類を行い，それが18種類で尽きることを示したことである．

代数幾何学では，与えられた対象（代数多様体）が，いつ，どのような自己同型群を持つかは重要な問題である．非自明な自己同型をもつ代数多様体は対称性が高いという意味で“特別な形”をしていると考えられる．このうち，位数2の自己同型（対合）については最も研究が進んでおり，特にK3曲面 X 上の対合については，トレリ型定理を用いて，その分類を2次コホモロジー群 $H^2(X,\mathbb{Z})$ のなす格子 L へ作用する対合の分類に帰着させることができる．これにより1980年代前半にNikulinがK3曲面上の対合の完全な分類を与えている．

本論文で扱われているエンリケス曲面 Y とは

- 幾何種数と不正則数がともに0,
- 標準因子の2倍が0と線型同値,

という条件を満たすコンパクトな複素曲面であり，任意のエンリケス曲面はK3曲面 X の固定点を持たない対合 ϵ による商 $Y=X/\epsilon$ として表されることが知られている．先行研究として向井・浪川，向井，金銅らによりエンリケス曲面の対合の部分的な分類がなされていたが，申請者の伊藤氏は大橋氏との共同研究でNikulinによる対合付き格子の埋め込み理論を用いて，エンリケス曲面の対合の分類を以下のように完成させた．すなわち，まずエンリケス曲面 Y とK3曲面 X の関係 $Y=X/\epsilon$ からエンリケス曲面 Y の対合 ι はK3曲面 X 上の対合の組 (g,θ), $\theta=g\circ\epsilon=\epsilon\circ g$ に持ち上がる．ここで g はK3曲面のシンプレクティックな対合となりNikulinの結果より一意的である．したがってトレリ型定理より対合 ι を分類するためには格子 L に作用する対合 (g^*,ϵ^*) を分類すればよいことになる．さらに g^* は部分格子 $S:=\{x\in L|g^*(x)=-x\}\simeq E_8(2)$ の（原始的）埋め込みにより定まるので，分類は埋め込み $i:E_8(2)\to L$ と ϵ^* の S への作用の分類に帰着する．次に対合付き格子の埋め込み理論（Nikulinの結果を，この問題に適用する際に不足していた部分を一部補った）を用いて $E_8(2)$ 上の対合のすべての可能性（10通り）と各々に付随する可能な埋め込み i を調べ上げた．最後に18通りに分類された対合について，その具体例を幾何学的に構成している．

本論文は大橋氏との共著論文（現在，投稿中）に基づくものであるが，大橋氏の寄与は主にいくつかの具体例の構成の部分にあり，対合の分類の主要な部分は伊藤氏によるものであることを確認している．本論文はエンリケス曲面上の対合の分類を最終的に完成させたものであり，当該分野における新たな知見を与え，その進展に寄与するものである．また，本論文に関する公開審査会を2013年6月17日に行い，申請者が博士の学位を取得するに足る高い学識を有することを確認した．

以上により，学位審査委員会は，申請者には博士（数理学）の学位が授与される資格があるものと判断する．