

NFTAとDFTAの等価性

- **NFTA** $A = (Q, \mathcal{F}, Q^f, \Delta)$ から、等価な **DFTA** $A_d = (Q_d, \mathcal{F}, Q_d^f, \Delta_d)$ を構成
 - $Q_d = 2^Q = \{S \mid S \subseteq Q\}$
 - $Q_d^f = \{S \in Q_d \mid S \cap Q^f \neq \emptyset\}$
 - Δ_d は以下を満たす規則 $f(S_1, \dots, S_n) \rightarrow S$ からなる
 $f \in \mathcal{F}, S_1, \dots, S_n \in Q_d$
 $S = \{q \mid \exists q_1 \in S_1, \dots, \exists q_n \in S_n, f(q_1, \dots, q_n) \rightarrow q \in \Delta\}$

- スライド1 p.8の例と等価な**DFTA** $A_d = (Q_d, \mathcal{F}, Q_d^f, \Delta_d)$
 $a \rightarrow \{q\}, g(\{q\}) \rightarrow \{q, q_g\},$
 $g(\{q, q_g\}) \rightarrow \{q, q_g, q_f\}, g(\{q, q_g, q_f\}) \rightarrow \{q, q_g, q_f\},$
 $f(\{q\}, \{q\}) \rightarrow \{q\}, f(\{q, q_g\}, \{q\}) \rightarrow \{q\},$
 $f(\{q, q_g, q_f\}, \{q\}) \rightarrow \{q\}, f(\{q\}, \{q, q_g\}) \rightarrow \{q\},$
 $f(\{q, q_g\}, \{q, q_g\}) \rightarrow \{q\}, f(\{q, q_g, q_f\}, \{q, q_g\}) \rightarrow \{q\},$
 $f(\{q\}, \{q, q_g, q_f\}) \rightarrow \{q\}, f(\{q, q_g\}, \{q, q_g, q_f\}) \rightarrow \{q\},$
 $f(\{q, q_g, q_f\}, \{q, q_g, q_f\}) \rightarrow \{q\}$
- 問1: スライド1 p.10問1の**NFTA**を**DFTA**に変換せよ。

反復補題

- 正規木言語ではない木言語の例：

$$\{f(g^m(a), g^m(a)) \mid m \geq 0\}$$

$$\{g^m(h^m(a)) \mid m \geq 0\}$$

ここで、 $g^m(a) = \underbrace{g(g(\cdots g(a) \cdots))}_k$

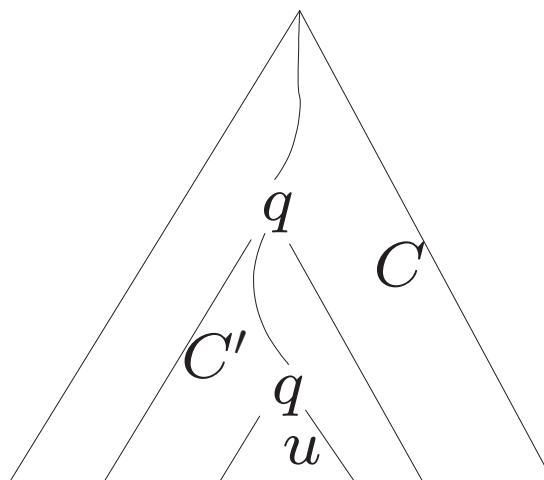
- 反復補題

L を正規木言語とするとき k が存在して、 $|t| \geq k$ なる任意の $t \in L$ についても以下を満たす分解 $t = C[C'[u]]$ がある。

1. $C' \notin \mathcal{X}$

2. $\forall n \geq 0, C[C'^n[u]] \in L$

- 略証： L を認識する **NFTA** を A とし、その状態数を k とする。 $|t| \geq k$ なる $t \in L$ を考えると、あるパスに同じ状態が2度現れる



図のように、 C, C', u を定めれば、

$$t = C[C'[u]] \rightarrow_A^* C[C'[q]] \rightarrow_A^* C[q] \rightarrow_A^* q_f \in Q^f$$

よって、

$$\begin{aligned} & C[C'^n[u]] \rightarrow_A^* C[C'^n[q]] \rightarrow_A^* C[C'^{n-1}[q]] \rightarrow_A^* \\ & \cdots \rightarrow_A^* C[q] \rightarrow_A^* q_f \in Q^f \end{aligned}$$

- $L = \{f(g^m(a), g^m(a)) \mid m \geq 0\}$ が正規木言語でないことの証明
 - L が正規木言語と仮定すると、反復補題が定める k が存在する。 $t = f(g^m(a), g^m(a))$ ($m \geq k$) を考えると、反復補題の **1.2.** を満たす分解 $t = C[C'[u]]$ が存在する。
 - $C \in \mathcal{X}$ のとき、 $C' = f(g^\ell(x_1), g^m(a))$ ($0 \leq \ell \leq m$)、 $u = g^{m-\ell}(a)$ である。反復補題より $C[u] \in L$ であるが、 $C[u] = u \notin L$ であるため、矛盾する
 - $C = f(g^\ell(x_1), g^m(a))$ ($0 \leq \ell < m$) のとき、 $C' = g^{\ell'}(x_1)$ 、 $u = g^{m-\ell-\ell'}(a)$ ($0 < \ell' \leq m - \ell$) である。反復補題より $C[u] \in L$ であるが、 $C[u] = f(g^{m-\ell'}(a), g^m(a)) \notin L$ であるため、矛盾する

- 問2: $\mathcal{F} = \{f(,), a, b\}$ とし、 t 中の出現する記号 a の数を $|t|_a$ で表すとする。このとき、木言語 $L = \{t \in \mathsf{T}(\mathcal{F}) \mid |t|_a = |t|_b\}$ が正規木言語でないことを示せ。
ヒント : L の要素 $f(f(f(\cdots, a), a), f(f(\cdots, b), b))$ を考えよ