

力学

大学院理学研究科 素粒子宇宙物理学専攻

高エネルギー物理学研究室

大島 隆義

教科書: パリティー物理学コース、太田信義著「一般物理学(上)」

参考文献: パークレー物理学コース「波動(上)」

4.5 波動

(1) 波動方程式

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

教科書の説明がうまい。
引数の偏微分を思い出せ。

(2) 弦を伝わる波

張力 S で張られた弦の運動をみる。弦の微小領域を考える。運動方程式 $m \ddot{y} = F$ は式(4.73)となる。教科書に従って進め。

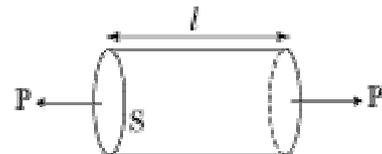
(3) 音波

教科書にしたがい学べ。しかし、すこし準備をしよう。

右図のように物体に、垂直応力(単位面積あたりの張力 $\sigma = \frac{F}{S}$)で引っ張る。物体は歪む。つまり、 u だけ伸びる(伸び率 $\epsilon = \frac{u}{l}$)。このとき、フックの法則

$$\sigma = E \epsilon$$

が成り立つ。E は物質固有の値である。E の次元は [力]/[面積]。



教科書の f は $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$ に対応する。また、 $\frac{\partial y}{\partial x}$ は $\epsilon = \frac{u}{l}$ に対応することが分かるだろう。そうすると、教科書に従って進めるはずだ。

空気の場合の音速

等方的な弾性体に加える圧力を dP だけ増すと、その体積は V だけ増加する。フックの法則の3次元版だ。

$$dP = -K \cdot \frac{V}{V}$$

K がこれまでの E である。ここでマイナス符号は体積減少を意味する。変形すると

$$K = -V \cdot \frac{dP}{dV}$$

したがって、式(4.88)は間違っている。正しくは、 $K = -V \cdot \frac{dP}{dV}$ 。

ニュートンはボイルの法則を適用し音速を得た。つまり、 $PV = \text{一定}$ 、を用いて、 $v = \frac{\sqrt{K}}{\rho}$ を求めた。 $P = \frac{(\text{const.})}{V}$ 、 $\frac{dP}{dV} = -\frac{(\text{const.})}{V^2} = -\frac{P}{V}$ 。したがって、 $K = -V \left(-\frac{P}{V}\right) = P$ 。よって、音速は $v = \frac{\sqrt{P}}{\rho}$ で計算でき 280 m/s を得た。ところが、音速はほぼ 332 m/s である。どこで間違ったか？

ボイルの法則がいまの場合には正しくないということだ。 $PV^\gamma = \text{一定}$ なのだ。音波の伝播は断熱的過程である。つまり、波の伝播、つまり密度の縦方向への進行は、圧縮された密度の濃い領域では温度が高くなり、逆に密度が薄い領域では温度が低くなる。この温度差を均一にするには空気を構成する分子が密度の伝播速度よりも早く移動し、熱エネルギーを運ぶ必要がある。ところが、分子の平均自由行程(次の分子に衝突するまでに走る距離)は 10^{-5} cm であり、人が聞き取れる高い周波数は 20kHz 程度、波長はほぼ 1.6 cm であって、分子が衝突を繰り返さず熱の移行が素早く行えない。断熱的な過程なのである。したがって、ここでは一定温度条件のボイルの法則($pV = \text{const.}$)が通用せず、 $PV^\gamma = \text{const.}$ γ は定圧比熱と定積比熱の比。

この場合、 $P = \frac{(\text{const.})}{V^\gamma}$ 、 $\frac{dP}{dV} = \frac{(\text{const.})\gamma V^{-\gamma-1}}{V^\gamma} = -\frac{\gamma P}{V}$ 。したがって、 $K = -V \times \left(-\frac{\gamma P}{V}\right) = \gamma P$ 。よって、音速は

$$v = \left(\frac{\gamma P}{\rho}\right)^{\frac{1}{2}}$$

数値計算することにより、331.5 m/s と求まる。

ニュートンはボイルの法則を適用し、音速 $v = 280$ m/s と求めたとの話は面白い。

空気では $\gamma = 1.4$ 。正しくは、 $v = 332$ m/s = 1,193 km/s。あるいは、1 km/3 秒。雷の稲妻と雷鳴の届く時間差にこの値を掛ければ雷の生じているところまでの距離を知ることができる。諸君がすでに知っていることである。

衝撃波

音源が音速を超えて走るとき、ある特定の角度に衝撃波は生じる。教科書の θ は音源の進行方向に対する衝撃波面の角度であり、 $\sin \theta = \frac{c}{v}$ である。ここで c は音速、 v は音源の速度 ($v > c$) である。音源からの音の進行方向、つまりこの方向に放出された音のみが伝播する方向は、衝撃波面に垂直な方向であり、その角度 θ_c は $\cos \theta_c = \frac{c}{v}$ である。

音の代わりに光を考えても、同様なことが生じる。光は屈折率 n の媒質中では速さは $v = \frac{c}{n}$ である。ここで、 c は光速である。物質、実例として素粒子がこの光速よりも早く走ると光の衝撃波が起こる。これはチェレンコフ光と呼ばれるものである。この場合、 $\cos \theta_c = \frac{c}{nv}$ である。

このように特別な波動のみが強く現れるのは、波が「重ね合い」、かつ位相が揃った状況を作り出すためである。

(4) 定常波

問題なく教科書で理解できるはずだ。

ここで、**波数 k** という言葉を覚えよ。

自由端は定義により、図 4.11 では上下方向(通常、横方向という)の力のみが働き、左右方向(通常、縦方向という)の力は働かない。つまり、振幅の x 微分(傾き) = 0 である。

