# 論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨 お よ び 担 当 者

| | |
|---|---|
| 報告番号 | ※　　　　　第　　　　号 |

氏　　　　　名　　　李　娜（LI　Na）

論　文　題　目

Earle slices associated with involutions for once punctured torus
（1点穴あきトーラスに関するアール・スライスについて）

論文審査担当者

主　査　名古屋大学大学院多元数理科学研究科　教授　理学博士.
大　沢　健　夫

委　員　名古屋大学大学院多元数理科学研究科　准教授　博士（理学）
糸　　健　太　郎

委　員　名古屋大学大学院多元数理科学研究科　教授　理学博士
納　谷　　信

委　員　名古屋大学大学院多元数理科学研究科　准教授　博士（数理科学）
川　平　友　規

# 論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

有限型曲面 $S$ のタイヒミュラー空間 $\mathcal{T}(S)$ のグローバルな座標を得るために，表現空間 $\mathcal{R}(S) = \mathrm{Hom}(\pi_1(S), PSL_2(\mathbb{C}))/PSL_2(\mathbb{C})$ の中に $\mathcal{T}(S)$ を実現する方法が幾つか考えられている．1981 年に Earle によって導入されたアール・スライスもその 1 つであり，（ベアス・スライスやマスキット・スライスと同様に）表現空間 $\mathcal{R}(S)$ の中の忠実離散表現集合の切り口としてタイヒミュラー空間 $\mathcal{T}(S)$ を実現したものである．このことをより具体的に説明する．いま，表現空間 $\mathcal{R}(S)$ の忠実離散表現集合の内部は擬フックス群空間 $\mathcal{QF}(S)$ であり，$\mathcal{QF}(S)$ は $\mathcal{T}(S) \times \mathcal{T}(\bar{S})$ と自然に同一視できる（ここで $\bar{S}$ は $S$ の向きを入れ替えたものである）．この同一視のもとに，ベアス・スライスやマスキット・スライスが $Y \in \mathcal{T}(\bar{S}) \cup \partial\mathcal{T}(\bar{S})$ を固定したときの切り口 $\mathcal{T}(S) \times \{Y\}$ として定義されるのに対して，アール・スライスは $S$ の向きを入れ替える同相写像 $\varphi : S \to S$ を用いて，$\{(X, \varphi \cdot X) : X \in \mathcal{T}(S)\}$ と定義される．中でも $\varphi$ が involution (i.e. $\varphi^2 = id$) の場合がとりわけ重要である．というのも，この場合はアール・スライスの各点に対応する双曲多様体が，２つの理想境界 $X$ と $\varphi \cdot X$ を入れ替える位数２の自己等長変換を持つからである．従って，involution に対応するアール・スライスの分布を調べることは，このような対称性を持つ群が擬フックス群空間の中にどのように分布しているかを調べることに他ならない．

さて，本申請論文は $S$ が 1 点穴あきトーラスの場合に，involution に対応するアール・スライス全体の分布や配置を調べたものである．以下では常に，$S$ は 1 点穴あきトーラスで，アール・スライスは involution に対応するものとする．この場合，タイヒミュラー空間 $\mathcal{T}(S)$ は上半平面と，$S$ の写像類群は $SL_2(\mathbb{Z})$ と同一視できるので，具体的な計算が可能となる．さらに，$S$ の involution は２種類に分別される．すなわち基本群 $\pi_1(S)$ の生成元 $\alpha, \beta$ に対して $(\alpha, \beta) \mapsto (\beta, \alpha)$ を誘導するものと $(\alpha, \beta) \mapsto (\alpha, \beta^{-1})$ を誘導するものである．前者に対応するアール・スライスを菱形タイプ，後者に対応するものを長方形タイプとよぶ．１点穴あきトーラスの場合に，１つの菱形タイプのアール・スライスに着目した研究は Komori-Series (2001) や Komori (2003) によってなされており，長方形タイプについても同様の考察が Komori (2000) によってなされているが，全てのアール・スライスの分布について論じている点が本申請論文の新しい所である．

申請論文では最初に，写像類群の擬フックス群空間への作用が，アール・スライス全体にどのように作用するかを調べ，特に各スライスの固定化群を決定した．この準備のもとに，次の定理 1 と定理２が申請論文の主結果である：

**定理 1.**
1. ２つのアール・スライスが交わるときの交点は 1 点である．
2. 各菱形タイプのアール・スライスに対して，4 つの菱形タイプと 1 つの長方形タイプが交わる．
3. 各長方形タイプのアール・スライスには，1 つの菱形タイプが交わり長方形タイプは交わらない．

**定理 2.** 菱形タイプのアール・スライス全体の和集合は連結である．従って，全てのアール・スライスの和集合は連結である．

これらの結果は，タイヒミュラー空間 $\mathcal{T}(S)$ と上半平面，写像類群と $SL(2, \mathbb{Z})$ を同一視して，具体的にスライス同士の交点を記述する形で得られている．

さて，１点穴あきトーラス $S$ の擬フックス群空間 $\mathcal{QF}(S)$ は行列のトレースを用いて $\mathbb{C}^3$ の中に埋め込むことができる．申請論文の最後の章では，典型的な幾つかのアール・スライスをこのトレース座標を用いて書き下し，それらの交点の座標を具体的に計算している．この結果を記した論文 (副論文) は Tokyo Journal of Mathematics への掲載が決定している。

本論文に関する公開審査会を 2014 年 1 月 31 日に行い, 申請者が博士の学位を取得するに足る高い学識を有することを確認した. 本学位審査委員会は, 申請者には博士（数理学）の学位が授与される資格があると判断する.