報告番号	※　　　第　　　号

主　論　文　の　要　旨

論文題目　ON τ-TILTING THEORY
(τ 傾理論)

氏　名　足 立　崇 英

論 文 内 容 の 要 旨

本論文の目的は, 変異理論の視点から, 多元環の表現論の基本的な道具である傾理論の拡張として τ 傾理論を導入することである.

多元環の表現論の主目的の一つは加群圏またはその導来圏の構造を調べることである. 傾理論は二つの多元環の導来圏を比較する手法を与えるため, 多元環の表現論の基本的な道具となる. 二つの多元環の導来圏が (三角圏として) 圏同値となることを意味する導来同値はホモロジー的な様々な性質を保存することが知られている. Happel は Brenner-Butler によって導入された傾加群の自己準同型環が元の多元環と導来同値となることを示した. したがって, 与えられた多元環に対して, 傾加群の構成または分類を与えることは表現論の基本的な問題となる. この問題へのアプローチとして, Riedtmann-Schofield は (傾加群の) 変異の概念を導入した. 変異とは, 傾加群の直既約因子を別の直既約因子に置き換えることで新しい傾加群を構成する操作のことである. この操作により, 多くの傾加群を構成することが期待される. しかしながら, これまで Happer-Unger による一連の論文を除いて, 変異の研究はほとんどなされていなかった. その理由の一つとして, 直既約因子の選び方によっては変異が行えないという点が挙げられる. そこで, 変異がいつでも可能となる傾加群を含む新しい加群のクラスを導入することは自然である. 近年急速に発展した団代数とその圏化である団傾理論の観点から, Ingalls-Thomas は道多元環に対して, 台傾加群と呼ばれる加群のクラスを導入することによって, 変異がいつでも可能となることを示した. しかしながら, 一般の多元環では, 台傾加群はいつでも変異が可能であるとは限らないということが知られている.

第 1 部では, 任意の多元環に対して, (台)τ 傾加群と呼ばれる新しい加群のクラスを導入し, その性質を調べた. τ 傾加群は, 傾加群の自然な一般化であるため, 傾加群の様々なよい性質を持つことが期待される. 傾加群のよい性質は, 傾加群から構成されるねじれ理論から導かれる. そこで, まず τ 傾加群とねじれ理論の関係について考察をした. τ 傾加群は, 1980 年代にねじれ理論に関して, Auslander-Smalo によって研究されていた (最近では τ リジッド加群と呼ばれる) 加群の特別な場合であるため, 彼らの結果を用いることによって, 台 τ 傾加群と (関手的有限) ねじれ類の間に一対一対応が存在することを示した. この特別な場合が傾加群とねじれ理論との関係を導くため, 傾加群の持つ様々な良い性質を τ 傾加群に拡張することができた. 例えば, 傾加群の集合は自然な半順序の構造を持つことが知られているが, 全く同様の主張が台 τ 傾加群にも成り立つ. さらに, 傾加群では持ち得ない結果も導くことができ, 台 τ 傾加群に対してはいつでも変異が可能であるという期待していた結果を得た. 一方で, (台)τ 傾加群はその自己準同型環が元の環と導来同値を導くとは限らないという問題点もある. しかしながら, 台 τ 傾加群は多元環の表現論で重要となる様々な概念との

間に一対一対応が存在する．したがって, 傾加群と同様に台 τ 傾加群の分類を与えることもまた表現論の基本的な問題の一つであると考えられる．

第 2 部では, 基本的な多元環のクラスである中山多元環に対して, τ 傾加群の分類を与えた．具体的には τ 傾加群とある正多角形の三角形分割の間に一対一対応が存在することを示した．この結果は, 1980 年代に知られていた A_n 型の Dynkin クイバーの道多元環の傾加群が正 $n+2$ 角形の三角形分割によって与えられるという結果の一般化である．中山多元環の直既約加群はある直既約射影加群の剰余加群として与えられ, それらの間の射空間の次元を組み合わせ的に特徴付けることができる．その結果, 直既約 τ リジッド加群とある正多角形の対角線の間に一対一対応が存在すること, 二つの直既約 τ リジッド加群の直和が再び τ リジッド加群になる同値条件が対応する二つの対角線が交わらないことであることを示した．また, 中山多元環の台 τ 傾加群の Hasse クイバーの構造を調べた．中山多元環は剰余多元環で閉じていることが知られており, 中山多元環の間の加群圏の構造は Drozd-Kirichenko の削除補題によって, 関連づけることができる．Drozd-Kirichenko の削除補題とは, 多元環とその特別な両側イデアルによる剰余多元環の加群圏の構造を調べる方法を与えるものである．私は, 中山多元環とは限らない一般の多元環に対して, Drozd-Kirichenko の削除補題で関係する多元環の間の台 τ 傾加群の対応を明らかにし, さらに, それらの Hasse クイバーの組み合わせ的な構成法を与えた．その結果の応用として, 任意の中山多元環の台 τ 傾加群の Hasse クイバーを零環から構成する方法を与えた．

第 3 部では, 根基の二乗が零となる多元環に対して, τ 傾加群が有限となる条件の特徴付けを与えた．この多元環は非常に古くから研究されており, その有限表現型 (直既約加群 (の同型類) が有限となる多元環) に関する研究は 1950 年代に Yoshii によって既になされている．(代数的閉体上の) 多元環はクイバーと呼ばれる有向グラフから構成される道多元環の剰余環として与えられるが, Auslander-Reiten-Smalo は根基の二乗が零となる多元環がその環のクイバーから定義される分離クイバーの道多元環と安定同値であることを示し, 有限表現型となる条件を分離クイバーを用いて特徴付けた．私は, この安定同値によって, 直既約 τ リジッド加群がいつ保存されるのかを考察し, 有限表現型の特徴付けの類似の結果として, τ 傾加群が有限個となる多元環の特徴付けを分離クイバーの言葉を用いて与えた．その応用として, 有限表現型ではないが, τ 傾加群が有限個となる多元環の例を与えることができた．さらに Zhang によって提案されたすべての直既約加群が τ リジッドとなる根基の二乗が零となる多元環は有限表現型になるのかという問題が成り立つという答えを得ることができた．