論文審査の結果の要旨および担当者

報告番号	※　　第　　号

氏　　名　　足　立　　崇　英

論　文　題　目

ON　τ−TILTING THEORY
（τ 傾理論）

論文審査担当者

主　査　名古屋大学大学院多元数理科学研究科　教授　理学博士
岡　田　聡　一

委　員　名古屋大学大学院多元数理科学研究科　教授　博士（理学）
伊　山　　修

委　員　名古屋大学大学院多元数理科学研究科　准教授　理学博士
中　西　知　樹

委　員　名古屋大学大学院多元数理科学研究科　准教授　理学博士
林　　孝　宏

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

多元環の表現論の基本問題は与えられた多元環上の加群圏や導来圏の構造を明らかにすることであり，別の多元環上の加群圏や導来圏の構造と比較することが鍵となる．森田理論によれば，2 つの多元環 Λ, Λ' に対してその上の加群圏が圏同値となるための必要十分条件は，$\Lambda' \cong \mathrm{End}_\Lambda(P)$ となる射影生成元 P が存在することである．傾理論 (tilting theory) は，この森田理論の導来圏版であり，射影生成元にあたるものが傾複体 (tilting complex) あるいは傾加群 (tilting module) である．この傾理論は，多元環の表現論だけでなく，有限群・代数群の表現論，代数幾何学など他のさまざまな分野においても大きな役割を果たしている．このような観点から，傾加群（複体）の構成，分類やその構造の解析は，傾理論において重要な問題である．

傾加群を扱う際に基本となるのが，基本的傾加群が与えられたとき，その 1 つの直既約な直和因子を取り換えることによって，新しい基本的傾加群を作り出す，変異 (mutation) と呼ばれる操作である．この操作は，クイバーに対する Bernstein–Gelfand–Ponomarev の鏡映関手にまでさかのぼる．しかし，直和因子の取り方によっては変異ができないことがあるという点が，傾加群に対する変異の問題点である．そのため，変異がいつでもできるように傾加群の概念を拡張するという研究がなされており，これまでに，

(a) 導来圏における準傾複体 (silting complex),
(b) 団圏における団傾対象 (cluster tilting object)

の 2 通りの拡張が知られている．

この論文の主要な結果は，

(I) 傾加群の新たな拡張として，台 τ 傾加群 (support τ-tilting module) の概念を導入し，その基礎理論を確立したこと (Part 1),
(II) 中山多元環に対して，τ 傾加群の組合せ論的な分類を与えたこと (Part 2),
(III) 根基の 2 乗が 0 となる多元環に対して，τ 傾加群の同型類が有限個となるための条件を，多元環に付随したクイバーを用いて与えたこと (Part 3)

である．

まず，(I) について，この論文の Part 1 では，体 K 上の有限次元多元環 Λ に対して，傾加群の一般化として，τ 傾加群，台 τ 傾加群の概念を導入し，これが望ましい性質をもっていること，特に，

(1) 任意の τ リジッド加群がある τ 傾加群の直和因子となり，台 τ 傾加群に対して変異がいつでも可能となること，
(2) 台 τ 傾加群は加群圏 $\mathrm{mod}\,\Lambda$ の関手的有限なねじれ部分圏と 1 対 1 に対応し，台 τ 傾加群の変異の様子を表すグラフが対応するねじれ部分圏の包含関係から定まる半順序集合の Hasse クイバー $H(\Lambda)$ と一致すること

を示している．さらに，上に挙げた傾理論の他の一般化とを比較し，

(3) 台 τ 傾加群と 2 項からなる準傾複体が 1 対 1 に対応する，
(4) Λ が 2-Calabi–Yau 三角圏に付随した傾斜多元環の場合には，台 τ 傾加群と団傾対象，および，2 項準傾複体が 1 対 1 に対応する

という結果も得ている．

次に，(II) について，Part 2 では，多元環の重要なクラスの 1 つである中山多元環に対して，台 τ 傾加群が，穴あき正多角形の三角形分割（正多角形の中心と頂点を結ぶ線分も許す）と 1 対 1 に対応していることを証明している．この結果は，A 型の Dynkin クイバーの道多元環の傾加群が正多角形の三角形分割によって分類され

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

るという古典的な結果の一般化と見なすことができる．また，一般の多元環 Λ とそのある種の剰余環 $\overline{\Lambda}$ の Hasse クイバー $H(\Lambda)$ と $H(\overline{\Lambda})$ の関係を明らかにすることにより，中山多元環の Hasse クイバーを帰納的に記述するアルゴリズムを与えている．

最後に，(III) について，Part 3 では，$(\mathrm{Rad}\,\Lambda)^2 = 0$ をみたす多元環 Λ に対して，τ 傾加群が有限個となるための条件を，Λ のクイバーから定まる分離クイバーを用いて与え，Zhang によって提示された有限表現型に関する問題を解決している．

なお，この論文の Part 1 は，伊山 修 氏（指導教員），I. Reiten 氏との共著論文に基づくものであるが，傾理論の他の一般化との比較を与えた上記の (3)，および，(4) の 2 項準傾複体に関する部分が足立氏によるものであり，他の部分でも足立氏の貢献が大きいことを，予備審査委員会で確認している．

以上のように，この論文において得られている結果は当該分野において意義のある重要な貢献である．また，本論文に関する公開学位審査セミナーを 2014 年 2 月 24 日に行い，申請者が博士の学位を取得するに足る高い学識を有することを確認した．

以上により，学位審査委員会は，申請者には博士（数理学）の学位が授与される資格があるものと判断する．